

4

Ilustração: Aplicação a uma base real

Nos capítulos anteriores o modelo proposto foi estruturado para que neste capítulo fosse possível aplicá-lo e observar os resultados. A informação utilizada é uma base de dados reais mascarados pela multiplicação de um fator visando preservar o sigilo da base utilizada. Com o cálculo do capital mínimo requerido será possível determinar a necessidade de capital para a carteira em estudo, ou seja, será possível avaliar se a empresa está adequadamente capitalizada para prevenir quebras.

4.1

Aplicação do modelo paramétrico

A aplicação do modelo paramétrico, onde supõe-se que o total gasto com sinistros segue a distribuição Normal corresponde a calcular o valor esperado, μ , e da variância σ^2 teóricos do total líquido de gastos com sinistros onde então com a aproximação Normal obtém-se o capital mínimo requerido para solvência, fazendo uso da medida de risco VaR. Abaixo estão apresentados os valores teóricos calculados:

Tabela 12 – Legenda.

Legenda	
μ_{sin}	Valor esperado do gasto com sinistro total
μ_{premio}	Valor esperado de prêmios recebidos
μ	Valor esperado do gasto líquido com sinistros (Esin-Epremio)
σ^2	Variância total
σ	Desvio Padrão
Sinistralidade	$\mu_{\text{sin}}/\mu_{\text{premio}}$ (%)

Tabela 13 – Resultados teóricos do modelo paramétrico - base toda.

Resultados teóricos do modelo paramétrico-base toda	
μ_{sin}	29.433.531,93
μ_{premio}	45.715.070,68
μ	-16.281.538,74
σ^2	4.219.623.391.506,28
σ	2.054.172,19
Sinistralidade	64%

Com as estimativas obtidas pode-se calcular o valor do capital mínimo requerido para solvência. O valor será obtido calculando o quantil extremo 0,1% da distribuição da variável aleatória T, que representa o total líquido a ser gasto com sinistros. Sob a hipótese de normalidade de T, o quantil pode ser estimado pela seguinte relação:

$$\text{CMR}(\alpha) = \mu + z(\alpha) * \sigma \quad (4.1)$$

O cálculo é feito de maneira a obter uma probabilidade alfa de 0,001 do capital mínimo requerido para solvência obtido ao final de um ano ser maior que o calculado pelo modelo. Ou seja, a probabilidade de insolvência é de 0,001. Para isto é necessário obter $z(\alpha)$, que é o valor crítico da Normal padrão.

Tabela 14 – Valor crítico para cálculo do CMR.

Distribuição Normal	
Alfa	Valor crítico (z)
0,10%	3,09

Este valor crítico deve ser aplicado à fórmula do CMR junto com as estimativas obtidas pelo modelo. Com isto se obtêm o capital necessário para manter a solvência da empresa segundo esta carteira e este modelo pelo período de um ano.

Tabela 15 – Capital mínimo requerido para solvência obtido pelo modelo paramétrico aplicado à base toda.

Modelo paramétrico-base toda
Capital Mínimo Requerido
Alfa = 0,1%
-9.934.146,67

Assim sendo, utilizando este modelo, como é possível observar na tabela treze, a sinistralidade obtida é de 64%, o que já indica que a carteira trará lucro para empresa. O Capital Mínimo Requerido é um valor negativo o que indica lucro. Com este resultado ficou evidente que há uma probabilidade de 0,1% do superávit da carteira ser menor ou igual a R\$9.934.146,67. Então, a empresa mostrou-se adequadamente capitalizada, segundo os resultados obtidos por este modelo. Isto significa que se a empresa fosse começar agora seus negócios seu capital mínimo requerido para solvência seria zero, pois mesmo que estivesse devendo R\$9.934.146,67 estaria solvente em um ano com probabilidade 99,9%.

4.2

Aplicação do modelo misto

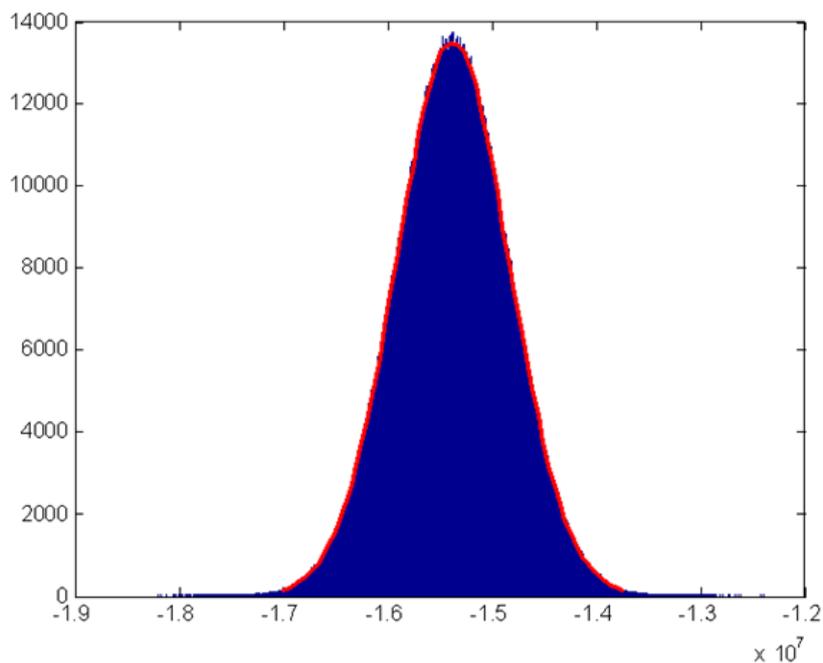
Neste método a base de dados deve ser dividida como foi explicado no capítulo três. Como foi observado, segundo a divisão da base, o modelo paramétrico deve ser aplicado na maior parte dos indivíduos, ou seja, à base de apólices de “baixo custo”. As demais apólices formam a base das apólices de “alto custo” nas quais deverá ser aplicado o modelo não paramétrico. É importante lembrar que no modelo misto continua valendo que cada apólice é modelada independente da outra e a relação de dependência existente dentro da apólice entre o titular, cônjuge e filhos. A base maior, apólices de “baixo custo”, para a qual foi utilizado o modelo paramétrico com aproximação pela Normal apresentou os seguintes resultados teóricos:

Tabela 16 – Resultado teórico da aplicação do modelo paramétrico – base apólices de “baixo custo”.

Resultados teóricos do modelo paramétrico-base apólices "baixo custo"	
μ_{sin}	14.646.144,03
μ_{premio}	30.022.066,40
μ	-15.375.922,36
σ^2	293.827.744.284,30
σ	542.058,80
Sinistralidade	49%

O total líquido gasto com sinistros segue aproximadamente a distribuição Normal com média dada por μ e desvio padrão dado por σ . Cujo comportamento probabilístico poderia ser representado pela figura abaixo:

Figura 9– Comportamento probabilístico do gasto líquido com sinistros para base apólices de “baixo custo”.



Com o objetivo de obter uma melhor explicação do comportamento da cauda da distribuição foi utilizado o método de simulação de monte Carlo para o restante de indivíduos da base de apólices de “alto custo”. Desta forma, foram simulados 1.000 cenários para a vida dos indivíduos em um ano e obtido o total líquido gasto com sinistros de cada ano simulado. Ou seja, foram obtidos 1.000

valores para a variável T. Os valores médios obtidos com a simulação e os valores teóricos estão comparados na tabela dezessete.

Tabela 17- Comparação da média teórica com a média obtida com 1.000 simulações.

Resultados da média teórica para T da cauda		Resultados de 1.000 simulações de T	
μ_{sin}	14.685.339,40	μ_{sin}	14.662.646,61
μ_{premio}	15.693.098,38	μ_{premio}	15.666.902,04
μ	-1.007.758,99	μ	-964.669,87
σ^2	3.878.407.411.641,37	σ^2	3.898.256.234.088,55
σ	1.969.367,26	σ	1.974.400,22
Sinistralidade	94%	Sinistralidade	94%

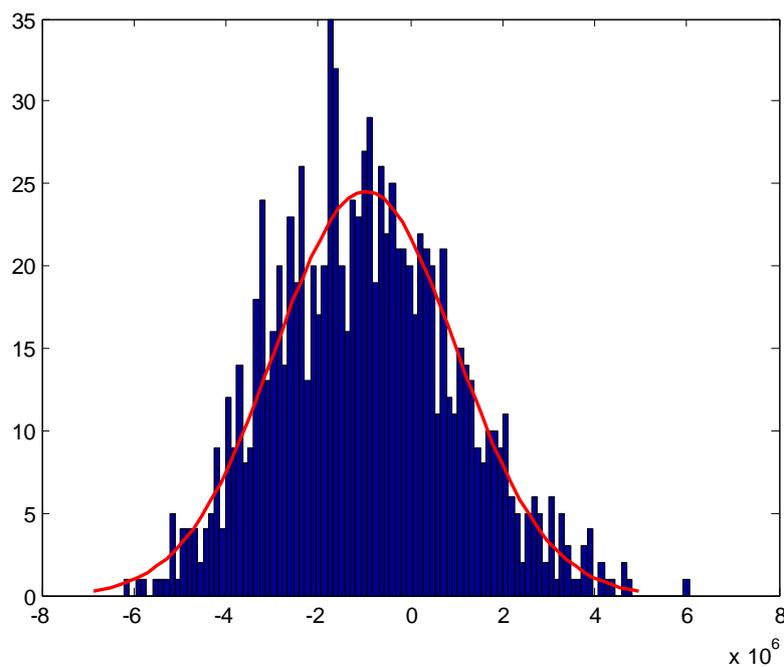
Para validar a simulação foi feito o cálculo do intervalo de confiança para a média e para a variância do total líquido gasto com sinistros. O intervalo de 95% de confiança para a média foi $IC_{95\%} = (-1.086.732,52; -842.607,22)$ e para a variância foi $IC_{95\%} = (3.577.771.474.783,63; 4.264.046.477.074,11)$. Com isto pode-se dizer que como os valores teóricos de média e variância estão dentro dos seus respectivos intervalos não há evidências de que a simulação esteja errada. Com 10.000 simulações a média obtida foi de R\$998.756,56 de lucro, ou -998.756,56, o que fortifica a evidência de que a média amostral obtida por simulação está convergindo para a média teórica. Lembrando que a variável aleatória T é sinistro menos prêmio, logo os valores negativos obtidos estão indicando lucro e os positivos estariam indicando valores a serem guardados, pois o modelo estaria identificando o valor como o possível prejuízo. Após esta validação torna-se possível prosseguir com a análise dos resultados obtidos por simulação. Assim, como vimos acima na comparação os resultados obtidos por 1.000 simulações foram:

Tabela 18 - Estimativas do modelo não paramétrico aplicado à base de apólices de “alto custo”.

Resultados de 1.000 simulações de T-base apólices de "alto custo"	
μ_{sin}	14.662.646,61
μ_{premio}	15.666.902,04
μ	-964.669,87
σ^2	3.898.256.234.088,55
σ	1.974.400,22
Sinistralidade	94%

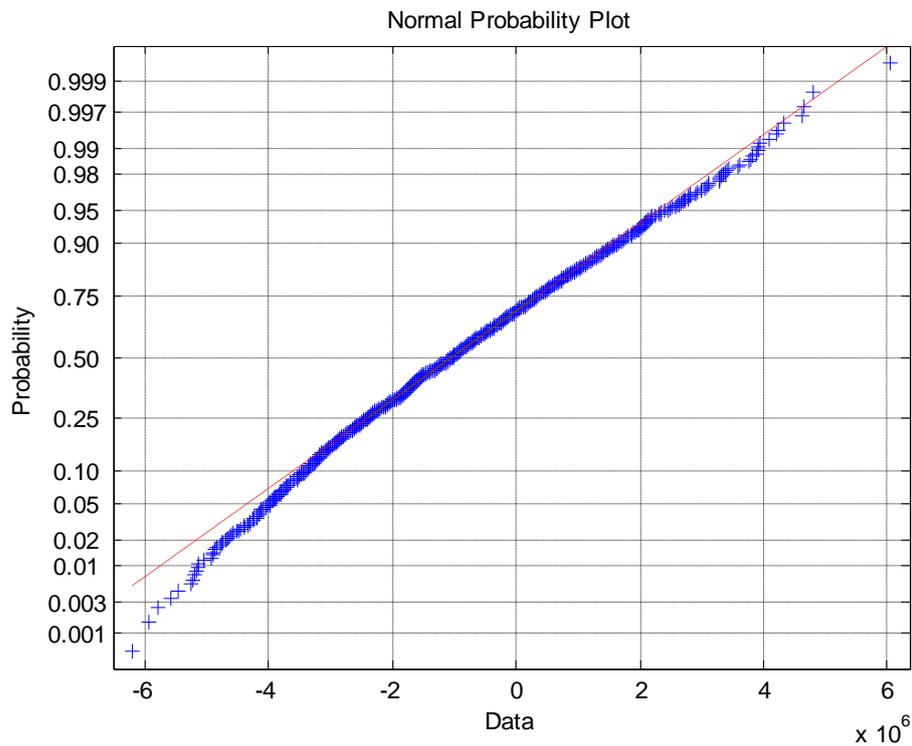
O comportamento simulado está apresentado na figura nove.

Figura 10 – Comportamento da variável T simulada por Monte Carlo.



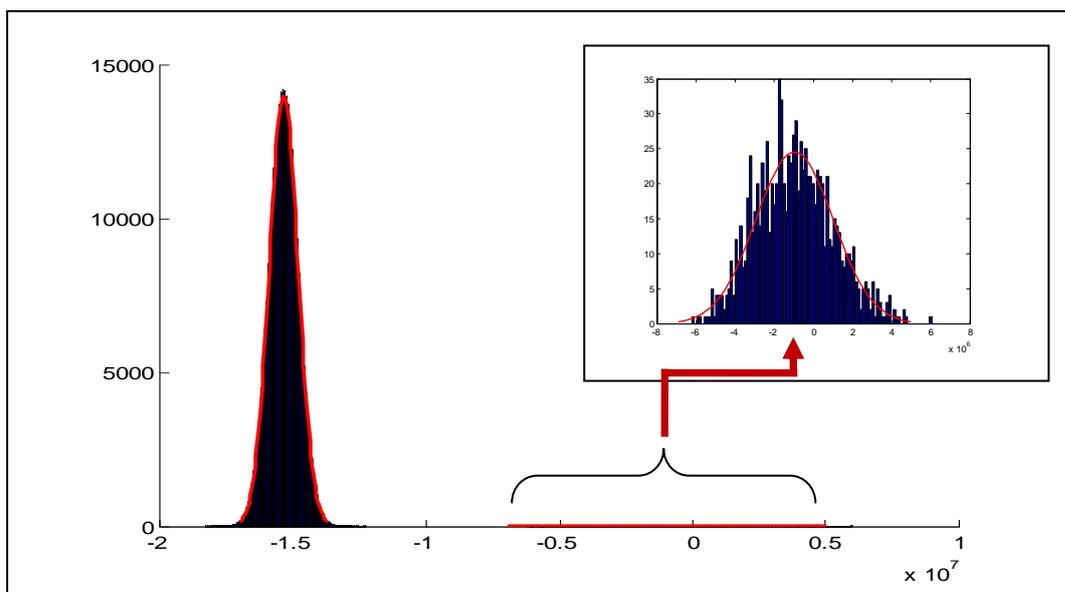
Ao observar o resultado do comportamento do total líquido gasto com sinistro para estes indivíduos tornou-se interessante verificar se os valores obtidos seguem uma distribuição Normal. Para tal verificação foi feito um PP-plot da variável simulada.

Figura 11 – PP-plot do total líquido gasto com sinistros simulado.



Como resultado do PP-plot foi possível ver que os valores não seguem uma distribuição Normal. Alguns pontos extremos deixam a distribuição assimétrica. Seria interessante poder observar como as distribuições ficam dispostas se colocadas em um único gráfico. A figura doze mostra esta análise.

Figura 12 – Distribuições obtidas pelo modelo misto.



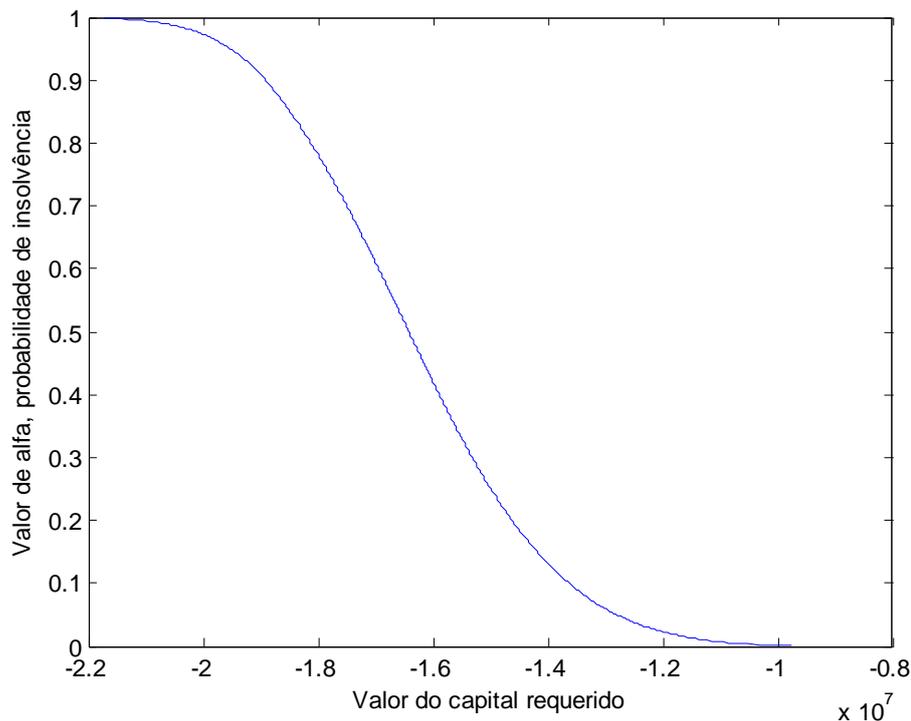
Ao tentar colocar em um mesmo gráfico as duas distribuições obtidas fica evidente que o peso maior do resultado será dado pela parte mais densa da base de dados onde foi utilizado o modelo paramétrico com a aproximação para a distribuição Normal. Como os valores extremos são escassos não fica possível enxergar em uma mesma escala o seu comportamento conjunto com o resto dos dados. Ficando impossível identificar uma possível estrutura conjunta visualmente. Assim, depois de estimado o modelo misto, com os resultados obtidos pode-se calcular o capital necessário para manter a solvência desta carteira no período de um ano. Aplicando o método de união das distribuições obtemos o resultado do capital adicional, que será representado pelo quantil extremo de 0,1% da distribuição do total líquido gastos com sinistros.

Tabela 19 – CMR do modelo misto.

Modelo misto com 1.000 simulações	Modelo misto com 10.000 simulações
Capital Mínimo Requerido	Capital Mínimo Requerido
Alfa = 0,1%	Alfa = 0,1%
-9.756.164,1	-8.576.871,46

Assim sendo, ao utilizar o modelo híbrido estima-se que devido às flutuações nos fatores de risco que impactam o valor econômico desta carteira, há uma probabilidade de 0,1% do superávit da carteira ser menor ou igual a R\$ 8.576.871,46. Então, com um nível de confiança de 99,9% o modelo indica que a empresa estará solvente para esta carteira no horizonte de um ano. Do mesmo modo que foi interpretado o método paramétrico aplicado a base toda, pode-se dizer que o capital mínimo requerido para esta carteira seria zero, dado que poderia estar devendo R\$ 8.576.871,46, que mesmo assim com probabilidade 99,9% estará solvente no ano seguinte. Assim, é possível observar na figura treze o comportamento do CMR com os diversos níveis de significância possíveis.

Figura 13 – Relação da probabilidade de insolvência e CMR.



O valor de alfa utilizado é um valor conservador. Pode-se observar que ao relaxar o nível de significância o capital requerido para solvência a ser guardado seria menor. No caso desta carteira, o lucro indicado pelo modelo para a carteira seria maior. A empresa está adequadamente capitalizada para evitar uma possível quebra, no que diz respeito a esta carteira.

4.3

Comparação dos modelos

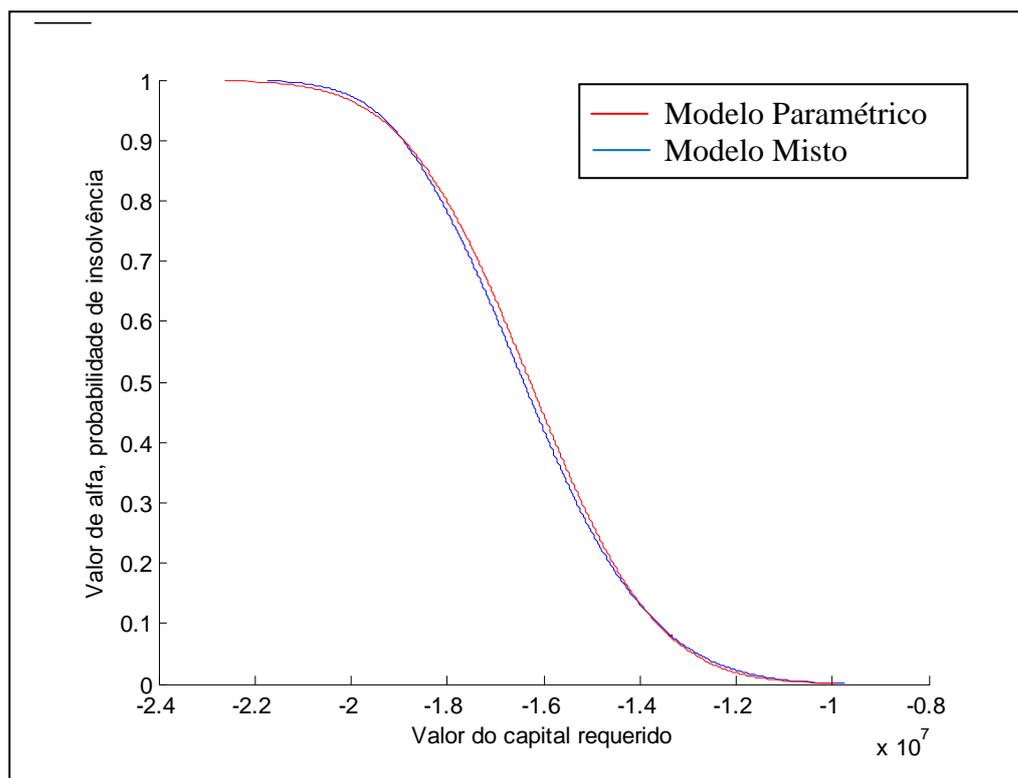
Inicialmente foi proposto o uso do modelo paramétrico e do teorema central do limite para estimar a distribuição do total líquido do gasto com sinistros da carteira. Porém o modelo misto e a conseqüente divisão da base de dados foram utilizados para tentar explicar melhor a cauda da distribuição. Dado que os valores extremos poderiam estar causando a perda da validade da aplicação do Teorema Central do Limite para todos os indivíduos. Conforme a aplicação dos modelos os seguintes resultados foram obtidos:

Tabela 20 – Comparação dos modelos.

Número de simulações	Capital Mínimo Requerido ($\alpha=0.1\%$)		Diferença
	Modelo Paramétrico	Modelo Misto	
1.000			2%
10.000	-9.934.146,67	-8.576.871,46	14%

O Modelo Paramétrico aplicado na base toda apresentou como resposta um lucro maior que ao utilizar o Modelo Misto isto indica que ao tentar estudar melhor a cauda da distribuição foi possível captar um comportamento, que antes não estava sendo observado. A diferença foi de aproximadamente 14% ao utilizar 10.000 simulações. Abaixo será comparado o comportamento do capital mínimo requerido para solvência em relação à probabilidade de insolvência para o Modelo Paramétrico e para o Modelo Misto:

Figura 14- Comparativo da relação da probabilidade de insolvência e CMR modelo paramétrico e modelo misto.



Pode-se observar que para probabilidades intermediárias os valores obtidos para capital mínimo diferem mais do que para as probabilidades extremas. Mesmo as curvas diferindo pouco, os valores obtidos pelo Modelo Paramétrico são em sua maior parte maiores que os obtidos pelo Método Misto. O Modelo Misto está

sendo mais conservador e possibilita uma descrição superior da cauda da distribuição.

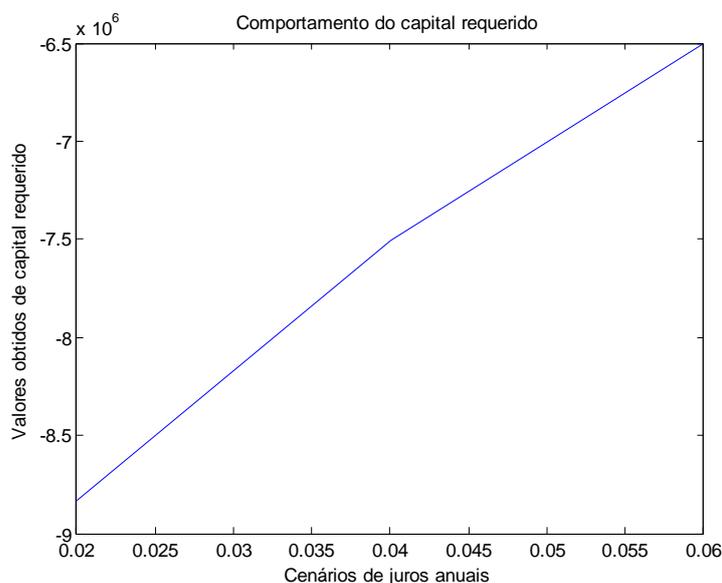
4.4 Análise de Sensibilidade

Testes de “stress” e análises de sensibilidade podem ser aplicados ao modelo para estimar o impacto de um ou mais movimentos extremos em um fator de risco particular, ou nos parâmetros. Esses testes também auxiliam na avaliação do domínio do modelo, ou seja, em quais situações o modelo não é adequado. Trata-se, portanto, de um ciclo de controle interno que deve acompanhar e mensurar todos os passos da companhia. Essa dinâmica no processo permite à companhia tomar medidas suficientemente rápidas em situações de stress, evitando um problema financeiro maior. Os testes serão feitos com base nos resultados baseados em 1.000 simulações.

4.4.1 Fator macroeconômico

O fator econômico do modelo utilizado é a taxa de juros mensal usada para trazer os fluxos do valor esperado de indenizações e sinistros e de prêmios a valor presente. As taxas mensais serão estressadas com alguns cenários de juros anuais. Os resultados constam na figura quinze.

Figura 15- Análise do impacto da taxa de juros no CMR.

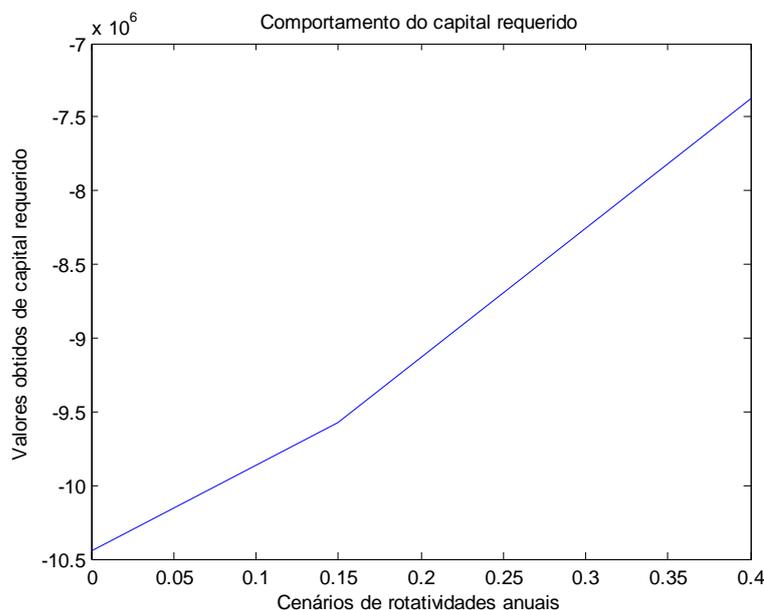


O gráfico mostra os capitais gerados em cada cenário, com a variação da taxa de juros. Portanto, o aumento na taxa de juros mensal resulta em um decréscimo do lucro que foi observado na carteira. Isto significa que o Capital mínimo requerido para solvência fica maior com o aumento da taxa de juros.

4.4.2 Persistência

Para observar como se comporta o valor encontrado de capital segundo a variação da probabilidade de fim de vigência (1-persistência). Foram realizadas simulações dos cenários mostrados na figura a seguir:

Figura 16- Análise do impacto da rotatividade no CMR.



Assim, para a carteira em questão o aumento na probabilidade de uma apólice ser interrompida até o final de doze meses implica numa redução do superávit da carteira. Isto se deve ao fato de que os indivíduos da carteira atual apresentam baixa probabilidade de sinistro.