



Mariana da Paixão Pinto

**Modelo Interno Misto, Paramétrico e não Paramétrico
de Risco de Subscrição para Seguro de Vida**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho

Rio de Janeiro
Abril de 2009



Mariana da Paixão Pinto

**Modelo Interno Misto, Paramétrico e não
Paramétrico, de Risco de Subscrição para Seguro de
Vida**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. Hélio Cortes Vieira Lopes
Departamento de Matemática – PUC-Rio

Profa. Fernanda Chaves Pereira
Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais – PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 02 de abril de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou Parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Mariana da Paixão Pinto

Graduou-se em Estatística na ENCE (Escola Nacional de Ciências Estatísticas) em 2005. cursou o mestrado em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro de 2007 a 2009, tendo como linha de pesquisa Métodos de Apoio à Decisão. Participou de congressos nas áreas de Atuária e Estatística. Participou de projetos junto com a PUC-Rio, projeto de análise multivariada para poços de petróleo e projeto de implementação e formulação de modelo de subscrição de risco em 2007 e 2008.

Ficha Catalográfica

Pinto, Mariana da Paixão

Modelo interno misto, paramétrico e não paramétrico de risco de subscrição para seguro de vida / Mariana da Paixão Pinto ; orientador: Álvaro de Lima Veiga Filho. – 2009.

150 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Modelo interno. 3. Risco de subscrição. 4. Sovência. 5. VaR. 6. Capital mínimo requerido. 7. Reserva de capital. 8. Modelo para métrico. 9. Cadeia de Markov. 10. Simulação de Monte Carlo. 11. Seguro de vida. I. Veiga Filho, Álvaro de Lima. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

Dedico aos meus pais, meus irmãos e
Wilson por serem tudo para mim.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Professor Álvaro de Lima Veiga Filho pelo estímulo, entusiasmo, paciência e parceria para a realização deste trabalho.

À CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Ao meu marido, Wilson, pelo incentivo, pelos conselhos e principalmente pelo amor e carinho que me deram forças para seguir buscando meu aprimoramento como pessoa e como profissional.

A minha irmã, Márcia, que me apoiou desde o início para que eu pudesse arriscar em um novo desafio.

A minha querida mãe, Lourdes, por todas as orações, conversas, compreensão e carinho.

Ao meu irmão, Marcos, que é um exemplo de superação, persistência e bondade.

A Ana Porto pela força nos momentos difíceis da dissertação, em que me ajudou a pensar diferente sobre como ultrapassar os obstáculos.

Aos meus amigos Tayana, Rodrigo, Camila, Bruna, Luciene, Alexandre, Renato, David e Cecília Lima por todo apoio e amizade.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

Aos professores da ENCE Denise Britz, Kaizô Beltrão e Sandra Canton.

A gerente de registro e controle da ENCE Maria Lucia pelo imenso incentivo e por sempre ter acreditado no meu potencial.

A todos os professores e funcionários do Departamento pelos ensinamentos e pela ajuda. Em especial agradeço a Alcina, Márcia, Isnarde, Evandro, Danilo, Luís Fernando, Ana Carla e Aristides.

Resumo

Pinto, Mariana da Paixão; Veiga Filho, Álvaro de Lima. **Modelo interno misto, paramétrico e não paramétrico, de risco de subscrição para seguro de vida.** Rio de Janeiro, 2009.150p. Dissertação de Mestrado-Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Com as falências ocorridas nas últimas décadas, no setor de seguros, um movimento surgiu para desenvolver modelos matemáticos capazes de ajudar no gerenciamento do risco, os chamados modelos internos. No Brasil, a SUSEP, seguindo a tendência mundial, exigiu que as empresas, interessadas em atuar no país, utilizassem um modelo interno para risco de subscrição. Com isto, obter um modelo interno tornou-se primordial para as empresas seguradoras no país. O modelo proposto neste trabalho ilustrado para seguro de vida para risco de subscrição se baseia em Cadeias de Markov, no Teorema Central do Limite, parte paramétrica, e na Simulação de Monte Carlo, parte não paramétrica. Em sua estrutura foi considerada a dependência entre titular e dependentes. Uma aplicação a dados reais mascarados foi feita para analisar o modelo. O capital mínimo requerido calculado utilizando o método híbrido foi comparado com o valor obtido utilizando somente o método paramétrico. Em seguida foi feita a análise de sensibilidade do modelo.

Palavras-Chave

Modelo interno; risco de subscrição; solvência; VaR; capital mínimo requerido; reserva de capital; modelo paramétrico; cadeia de Markov; simulação de Monte Carlo; seguro de vida.

Abstract

Pinto, Mariana da Paixão; Veiga Filho, Álvaro de Lima. **A Mixed Parametric and Non parametric Internal Model to underwriting risk for life insurance.** Rio de Janeiro, 2009.150p. MSc. Dissertation-Department of Electrical Engineering, Catholic University of Rio de Janeiro.

The bankruptcies occurred in recent decades in the insurance sector, a movement arose to develop mathematical models capable of assisting in the management of risk, called internal models. In Brazil, the SUSEP, following the worldwide trend, demanded that the companies, interested in working in the country, using an internal model for underwriting risk. Because of this, developing an internal model has become vital for insurance companies in the country. The proposed model in this work illustrated to life insurance for the underwriting risk was based on the Markov chains, on the Central Limit Theorem to the parametric method, and Monte Carlo Simulation to the non-parametric method. In its structure, the dependence between the holder and dependents was considered. An application to masked real data was made to analyze the model. The minimum required capital calculated using the hybrid method was compared with the value obtained using only the parametric method. Then the sensitivities of the model were investigated.

Keywords

Internal Model; underwriting risk; solvency; VaR; minimum capital required; capital reserve; parametric model; Markov Chain; Monte Carlo Simulation; life insurance.

Sumário

| | |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Introdução | 15 |
| 1.1. Enquadramento e Motivação | 15 |
| 1.2. Abordagens | 18 |
| 1.3. Contribuições da dissertação | 20 |
| 1.4. Organização da dissertação | 20 |
| 2. Revisão Bibliográfica | 22 |
| 2.1. Definição de modelo interno | 22 |
| 2.2. Razões para desenvolver um modelo interno | 22 |
| 2.3. Panorama geral | 23 |
| 2.4. Tipos de risco | 29 |
| 2.5. Medidas de risco | 30 |
| 2.6. Divisão dos gastos de subscrição | 31 |
| 3. Metodologia | 33 |
| 3.1. Base de dados | 35 |
| 3.2. Modelagem da apólice | 38 |
| 3.3. Pressupostos do modelo | 39 |
| 3.4. Fatores de risco | 39 |
| 3.5. Estados do indivíduo | 40 |
| 3.6. Coberturas e prêmios | 42 |
| 3.7. Modelo financeiro | 43 |
| 3.8. Modelo estocástico | 45 |
| 3.8.1. Cadeia de Markov | 45 |
| 3.8.2. Matriz de probabilidade de transição de estados | 47 |
| 3.8.3. Tratamento dos dados faltantes | 53 |
| 3.8.4. Média do total líquido gasto com sinistros | 54 |
| 3.8.5. Variância do total líquido gasto com sinistros | 56 |
| 3.8.6. Matrizes de covariância e probabilidades conjuntas | 58 |
| 3.9. Modelo paramétrico | 65 |
| 3.9.1. Cálculo do capital mínimo requerido utilizando o modelo paramétrico | 65 |
| 3.10. Modelo misto | 65 |
| 3.10.1. Divisão da base de dados | 67 |
| 3.10.2. Cálculo do capital mínimo requerido utilizando o modelo misto | 71 |
| 4. Ilustração: Aplicação a uma base real | 73 |
| 4.1. Aplicação do modelo paramétrico | 73 |

| | |
|--------------------------------|-----|
| 4.2. Aplicação do modelo misto | 75 |
| 4.3. Comparação dos modelos | 81 |
| 4.4. Análise de sensibilidade | 83 |
| 4.4.1. Fator macroeconômico | 83 |
| 4.4.2. Persistência | 84 |
| 5. Considerações Finais | 85 |
| 6. Trabalhos Futuros | 87 |
| 7. Referências Bibliográficas | 88 |
| 8. Anexos e Apêndices | 90 |
| 8.1. Cálculo das covariâncias | 90 |
| 8.2. Programação Matlab | 127 |

Lista de Tabelas

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 - Relação entre coberturas e bases. | 35 |
| Tabela 2- Relação entre sinistros e bases. | 36 |
| Tabela 3- Layout da base de dados preparada. | 37 |
| Tabela 4- Relação entre sinistros e coberturas. | 38 |
| Tabela 5- Estados do titular. | 40 |
| Tabela 6- Estados do cônjuge. | 41 |
| Tabela 7- Estados dos filhos. | 41 |
| Tabela 8- Matriz de transição de estados do titular. | 48 |
| Tabela 9- Matriz de transição de estados do cônjuge. | 50 |
| Tabela 10- Matriz de transição de estados do filho. | 51 |
| Tabela 11 - Freqüência acumulada. | 69 |
| Tabela 12- Legenda. | 73 |
| Tabela 13- Resultados teóricos do modelo paramétrico - base toda. | 74 |
| Tabela 14- Valor crítico para cálculo do CMR. | 74 |
| Tabela 15- Capital mínimo requerido para solvência obtido pelo modelo paramétrico aplicado à base toda. | 75 |
| Tabela 16- Resultado teórico da aplicação do modelo paramétrico – base apólices de “baixo custo”. | 76 |
| Tabela 17- Comparação da média teórica com a média obtida com 1.000 simulações. | 77 |
| Tabela 18- Estimativas do modelo não paramétrico aplicado à base de apólices de “alto custo”. | 78 |
| Tabela 19- CMR do modelo misto. | 80 |
| Tabela 20- Comparação dos modelos. | 82 |

Lista de Figuras

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1- Fluxograma do método. | 34 |
| Figura 2- Modelo financeiro para o total líquido gasto com sinistro. | 44 |
| Figura 3- Probabilidades de transição do estado válido. | 46 |
| Figura 4- Matriz de matrizes de variância e covariância. | 59 |
| Figura 5- Modelo misto. | 66 |
| Figura 6 - Frequência acumulada do valor da soma do capital segurado por indivíduo. | 68 |
| Figura 7 - Distribuição dos valores menores que o ponto de corte. | 69 |
| Figura 8- Distribuição dos valores maiores que o ponto de corte. | 70 |
| Figura 9- Comportamento probabilístico do gasto líquido com sinistros para base apólices de “baixo custo”. | 76 |
| Figura 10- Comportamento da variável T simulada por Monte Carlo. | 78 |
| Figura 11- PP-plot do total líquido gasto com sinistros simulado. | 79 |
| Figura 12- Distribuições obtidas pelo modelo misto. | 79 |
| Figura 13- Relação da probabilidade de insolvência e CMR. | 81 |
| Figura 14- Comparativo da relação da probabilidade de insolvência e CMR modelo paramétrico e modelo misto. | 82 |
| Figura 15- Análise do impacto da taxa de juros no CMR. | 83 |
| Figura 16- Análise do impacto da rotatividade no CMR. | 84 |

Lista de Siglas, Abreviaturas e Símbolos

| | |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| e_{it} | Vetor indicador do estado do titular i . |
| $p_{i,t}$ | Vetor que dá a probabilidade do titular i estar em cada estado no instante t . |
| $(P'_{s(i),d(i)})^t$ | Matriz de probabilidades de transição de estados do titular i no instante t . |
| $1'_{e_0}$ | Vetor de probabilidade inicial do titular |
| c'_i | Vetor dos valores segurados para cada estado do titular i no tempo t . |
| I_{it} | Variável indicadora de vigência da apólice i no instante t . |
| $1'_A$ | Vetor (1x12), onde o primeiro elemento é 0, referente ao estado fim, e os outros 1. |
| p^A_{it} | Vetor que dá a probabilidade do titular i estar ativo no instante t . |
| f_{it} | Vetor indicador do estado do cônjuge do titular i no instante t . |
| q_{it} | Vetor que dá a probabilidade do cônjuge do titular i estar em cada estado no instante t . |
| $(Q'_{-s(i),d(i)+4s(i)})^t$ | Matriz de probabilidades de transição de estados do cônjuge do titular i no instante t . |
| $1'_{f_0}$ | Vetor de probabilidade inicial do cônjuge |
| b'_i | Vetor dos valores segurados para cada estado do cônjuge do titular i no instante t . |
| g_{it} e h_{it} | Vetores que indicam o estado dos filhos do titular i no instante t . |
| u_{it} | Vetor indicador do estado do filho do titular i no instante t . |
| $(U')^t$ | Matriz de probabilidades de transição de estados dos filhos do titular i no instante t . |
| $1'_{g_0}$ e $1'_{h_0}$ | Vetores de probabilidade inicial dos filhos. |

a'_i Vetor de valores segurados para cada estado dos filhos do titular i no instante t .

r'_i Vetor de valores de prêmio pago pelo titular i no instante t .

Modelo financeiro

T É o montante em dinheiro ao final de um ano. Se positivo significa que houve perda, se negativo lucro. É a variável Total líquido gasto com sinistros.

β_t Fator de desconto para o fluxo no mês t para trazer a valor presente.

x_i É a taxa de juros anual.

S_t Total de sinistros pagos no mês t .

P_t Total de prêmios recebidos no mês t .

$S_t - P_t$ É o montante em cada mês t .

i Indica a i -ésima apólice.

n_E Número de contratos já existentes.

n_N Número de contratos novos (não considerados neste trabalho).

S_{it} Gastos com sinistros originados pela apólice i no mês t .

P_{it} Ganho com prêmio originado pela apólice i no mês t .

$c'_i e_{it}$ Montante pago por sinistro ao titular i no instante t .

$b'_i f_{it} I_{it}$ Montante pago por sinistro referente ao cônjuge do titular i no mês t .

$a'_i (g_{it} + h_{it}) I_{it}$ Montante pago por sinistro referente aos filhos do titular i no mês t .

$r'_i I_{it}$ Montante recebido em prêmio do titular i no mês t .

**Modelo
estocástico**

$s(i)$ Sexo do titular da apólice i .
 $d(i)$ Idade do titular da apólice i .

Distribuição final

X Distribuição de probabilidade da variável T no modelo não paramétrico.
 Y Distribuição Normal da variável T no modelo paramétrico
 t^* Valor crítico que corresponde ao capital mínimo requerido dado um nível de confiança.