José Dinarte Vieira Goulart

**Otimização topológica de uma engrenagem
cilíndrica de dentes retos**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC–Rio.

Orientador: Anderson Pereira

Rio de Janeiro
Julho de 2017

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a minha mãe por ter me dado suporte todos estes anos e por ter me criado da melhor forma possível, sempre com muito amor, carinho, respeito e dedicação, se entregando completamente para criar a mim e meus irmãos, apesar de todas as adversidades em que passamos.

Meus agradecimentos também a todos os meus amigos, familiares e a minha namorada que, de uma maneira ou outra, me apoiaram e foram fundamentais na construção e formação de diversos valores que carrego comigo, valores estes de respeito e solidariedade ao próximo.

Agradeço ao meu orientador, Anderson Pereira, por me receber e confiar a mim este trabalho, sempre sendo solícito e atencioso quanto às minhas necessidades.

Agradeço a toda equipe do Mini-Baja, da Puc-Rio, por me auxiliarem com algumas informações necessárias para a elaboração deste estudo e por me fornecerem o modelo em CAD 3D original da caixa de redução do veículo.

Por último, e especialmente, deixo meus mais sinceros agradecimentos para toda equipe da Vice Reitoria Comunitária, desde o funcionário de mais baixo escalão até o mais alto, afinal todos foram igualmente necessários para que assim como eu, tantas outras pessoas tenham esta oportunidade única que me foi concedida, de poder estudar e me formar em uma das melhores faculdades da América Latina com uma bolsa de estudos. Gostaria de enfatizar o quanto sou grato por ter tido essa oportunidade e o quanto este trabalho é hoje, mais do que nunca, de suma importância na formação de agentes modificadores, de profissionais mais éticos e ativistas, na esperança de termos uma sociedade e um país com valores mais sólidos.

Resumo

Otimização topológica de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos

Atualmente a imagem das companhias está diretamente ligada a qualidade dos seus produtos. As empresas que os produzem estão buscando, cada vez mais, desenvolvê-los de forma eficiente, garantindo segurança e funcionalidade. Ferramentas de otimização estrutural, como otimização topológica, junto com ferramentas de simulação estrutural, têm se tornado extremamente úteis e atrativas no sentido em que possibilitam um grande aperfeiçoamento da peça, otimização do design do produto e, além disto, ajudam a reduzir o tempo de desenvolvimento, ainda na sua fase de projeto.

Como as engrenagens são elementos mecânicos extremamente importantes e sua área de aplicação é vasta, variando desde aplicações industriais até comerciais, o estudo aprofundado e a continuidade na otimização do seu design são importantes para a redução de sua massa, assegurando sua funcionalidade.

Usando dos recursos de otimização topológica e softwares de simulação mecânica, o objetivo deste trabalho é reduzir a massa de uma engrenagem mantendo a segurança e funcionalidade.

Palavras-chave

engrenagem cilíndrica de dentes retos; otimização topológica; redução de massa; redução de peso;

Abstract

Topological optimization of a cylindrical spur gear

Currently, the company's image is directly linked to the quality of its products. Companies that produce these products are increasingly seeking to develop them efficiently, achieving safety and functionality. Structural optimization tools such as topological optimization along with structural simulation tools have become extremely useful and attractive in the sense that they enable a great improvement of the product, optimization of the product design and, moreover, help to reduce the development time of the product, still in its design phase.

As the gears are extremely important mechanical elements and their application area is vast, ranging from industrial to commercial applications, the in-depth study and continuity in the optimization of their design are important for reducing their mass, ensuring its functionality.

Using the features of topological optimization and mechanical simulation software, the objective of this work is to reduce the mass of a spur gear, maintaining the safety and functionality.

Keywords

spur gear; topology optimization; mass reduction; weight reduction;

Sumário

1	Introdução	9
1.1	Objetivo e motivação	9
1.2	Metodologia	9
2	Apresentação do problema	12
2.1	Processos	16
3	Parâmetros geométricos e solicitações	18
3.1	Parâmetros geométricos	18
3.2	Solicitações e carregamentos	22
4	Condições de contorno	27
4.1	Configuração do carregamento	27
4.2	Configuração de contato	29
4.3	Configuração da malha	31
5	Fundamentos da otimização topológica	33
5.1	Virtual Pyxis	34
6	Resultados de tensão e deformação	35
7	Resultados da otimização topológica	38
8	Validação da otimização	41
8.1	Comparação sob a mesma escala	44
8.2	Ganho Volumétrico	45
9	Conclusão	47

Lista de figuras

2.1	Vista Superior do sistema de redução do veículo Mini-Baja	12
2.2	Vista isométrica do sistema de redução do veículo Mini-Baja	12
2.3	Vista isométrica da caixa de redução do veículo Mini-Baja expondo os objetos de interesse e suas respectivas legendas	13
2.4	Coroa 2 e pinhão 2 em destaque, peças que são parte do estudo	13
2.5	Vista da seção transversal da coroa 2, de modo chamar atenção para o estreitamento do corpo	14
2.6	Listagem dos parâmetros de massa de toda Coroa 2	14
2.7	Listagem dos parâmetros de massa e geométricos do corpo da Coroa 2	15
2.8	Fluxograma para realização de uma otimização topológica	17
3.1	Nomenclatura básica para engrenagens cilíndricas de dentes retos[1]	18
3.2	Raio externo da Coroa 2 em evidência	20
3.3	Sistema de engrenagens que compõe a caixa de redução	20
3.4	Nomenclaturas para o aço SAE 8620 a partir do país e norma [2]	21
3.5	Idealização para engrenagens transmitindo potência como cilindros em contato	23
3.6	Engrenagens da caixa de redução e suas respectivas legendas	25
4.1	Condições de contorno configuradas para um par de engrenagens	27
4.2	Momento aplicado na engrenagem que é objeto do estudo	28
4.3	Momento aplicado a engrenagem que é objeto do estudo	29
4.4	Vantagens e desvantagens das diferentes formulações de contato [9]	30
4.5	Relação entre os tipo de contato disponíveis no Ansys e suas formulações [9]	30
4.6	Configuração das faces em contato e o tipo de contato no Ansys	31
4.7	Malha gerada no par de engrenagens para análise de tensão e deformação	32
6.1	Estatística da malha	35
6.2	Configuração das propriedades mecânicas das peças no Ansys	35
6.3	Resultado do total de deformação ao longo da engrenagem	36
6.4	Resultado da deformação equivalente ao longo da engrenagem	36
6.5	Resultado da tensão equivalente ao longo da engrenagem	37
7.1	Distribuição da pseudo-densidade, sugerida pela otimização topológica, no corpo da Coroa, apresentado sob os nós	38
7.2	Distribuição da pseudo-densidade, sugerida pela otimização topológica, no corpo da Coroa, apresentado sob os elementos	39
7.3	Retirada de material da região "vazia"	39
7.4	Linhas de contorno da pseudo densidade	40
7.5	Nova geometria após a otimização topológica e tratamento	40
8.1	Configurações da malhada gerada para nova peça	41
8.2	Momento imposto na nova peça gerada	42
8.3	Deformação total na engrenagem otimizada	42

8.4	Distribuição da deformação equivalente na engrenagem otimizada	43
8.5	Distribuição da tensão equivalente na engrenagem otimizada	43
8.6	Distribuição da tensão equivalente na nova geometria de modo a visualizar a distribuição dentro dos entalhes	44
8.7	Comparação entre as deformações equivalentes da engrenagem otimizada (a) e a original (b)	44
8.8	Comparação entre as tensões da engrenagem otimizada (a) e a original (b)	45
8.9	Área da face otimizada	46

Lista de tabelas

2.1	Parâmetros de massa relevantes da Coroa 2	15
2.2	Parâmetros de massa e geometria relevantes do corpo da Coroa 2	15
3.1	Parâmetros geométricos das engrenagens da caixa de redução	21
3.2	Propriedades mecânicas principais do aço SAE 8620 [3]	21
3.3	Propriedades mecânicas principais do aço SAE 8620 com tratamento de endurecimento superficial [4]	22

1

Introdução

1.1

Objetivo e motivação

Engrenagens são usadas na maioria dos veículos e máquinas com a finalidade de transmitir potência. O projeto de uma engrenagem é de suma importância para o bom funcionamento e longevidade de determinada operação, entretanto o seu projeto costuma ser complexo, envolvendo o bom conhecimento dos carregamentos na qual esta estará sujeita e, a partir disto, envolve a adequação de diversas restrições no projeto, tais como resistência mecânica, esforço de flexão, desgastes mecânicos, interferências de montagem, etc.

Neste trabalho, o objetivo é estudar para um par de engrenagens de dentes retos que fazem parte do sistema da caixa de redução do carro de competição Mini-Baja, da Puc-Rio, com o objetivo de reduzir sua massa.

A engrenagem de dentes retos é o tipo de engrenagem mais simples de ser fabricado e seu uso geral é voltado para transmitir movimento rotativo entre eixos paralelos. Este tipo de engrenagem é a primeira escolha nestes sistemas, exceto para altas velocidades[5]. A relação das engrenagens e o carregamento se relacionam diretamente usando otimização topológica, uma vez que no sistema de engrenagens há a amplificação de torque/velocidade angular em função da relação de engrenagens, mudando o carregamento dependendo da engrenagem que estará sendo analisada e deste modo, as tensões e deformações, parâmetros essenciais na otimização topológica.

O objetivo deste estudo é fazer uso do recurso de otimização topológica como uma ferramenta [1] para determinar a distribuição de material dentro de um domínio de projeto. As motivações para realização deste estudo vêm da necessidade da equipe de competição do Mini-Baja da Puc-Rio em otimizar determinados componentes do veículo, ao passo em que, além de tudo, cria-se uma interdisciplinaridade entre os conhecimentos adquiridos na faculdade, do formando, com as diversas modalidades de competição na qual a Puc-Rio participa.

1.2

Metodologia

Este trabalho está dividido em 9 capítulos que visam detalhar cada etapa no procedimento de otimização topológica da engrenagem. A seguir, segue um

escopo do que cada capítulo vai tratar.

No capítulo 2 é feita a apresentação do problema e uma análise geral do mesmo, discutindo a possibilidade da redução de massa da engrenagem e toda linha processual para tal feito, apresentando a caixa de redução e a engrenagem em específico, que será objeto do estudo.

Uma vez compreendido qual é o objeto do estudo, o capítulo 3 têm o objetivo de apresentar as especificações da engrenagem e o carregamento na qual ela estará sujeita, parâmetros de suma importância na análise de tensões e deformações.

O capítulo 4 têm o objetivo de discutir todas as condições de contorno no sistema estudado e suas razões de serem, sendo, esta, uma parte crítica para obtenção de um resultado conciso e confiável.

O capítulo 5 apresentará, em linhas gerais, a metodologia e o conceito para a realização de uma otimização topológica, realizada pelo software Virtual Pyxis, que é adicionado como extensão no Workbench do Ansys. Discussões em torno do significado dos parâmetros e a razão de seus valores também serão abordados.

Uma vez compreendida as condições de contorno apropriadas para o sistema e o princípio do solver de otimização topológica, o capítulo 6 têm o objetivo de discutir os resultados da simulação de carregamento estático, no contato dos dentes da engrenagem, para, a partir de aí, ter uma expectativa dos resultados da otimização topológica.

No capítulo 7 é feita a apresentação do resultado final das iterações de otimização topológica no objeto de estudo e discutido se o resultado está dentro da expectativa que se tinha, uma vez conhecidas as tensões e deformações no objeto.

O capítulo 8 têm como objetivo validar o resultado da otimização topológica por meio de uma nova simulação de carregamento estático, analisando se há um aumento expressivo das tensões e deformações ao longo da nova geometria gerada.

Finalmente, o capítulo 9 discutirá os resultados das etapas, de forma

cronológica, para assim analisar o resultado final e, então, fazer as devidas conclusões.

2

Apresentação do problema

Como já mencionado, o objeto deste estudo é uma engrenagem cilíndrica de dentes retos retirada da caixa de redução do veículo de competição Mini-Baja, da Puc-Rio. Para ilustrar melhor, seguem as imagens da caixa de redução, objeto de estudo, em si, e suas respectivas legendas.

Figura 2.1: Vista Superior do sistema de redução do veículo Mini-Baja

Figura 2.2: Vista isométrica do sistema de redução do veículo Mini-Baja

Figura 2.3: Vista isométrica da caixa de redução do veículo Mini-Baja expondo os objetos de interesse e suas respectivas legendas

Legendas:

C_1 : Coroa 1 P_1 : Pinhão 1
 C_2 : Coroa 2 P_2 : Pinhão 2

Figura 2.4: Coroa 2 e pinhão 2 em destaque, peças que são parte do estudo

Figura 2.5: Vista da seção transversal da coroa 2, de modo chamar atenção para o estreitamento do corpo

A partir da figura 2.5 é possível perceber que, no processo de manufatura e usinagem, houve um estreitamento expressivo do corpo da engrenagem, provavelmente já visando a redução de massa. Este é um fator relevante pois afetará diretamente os resultados deste trabalho, uma vez que o corpo da engrenagem é a área de interesse na otimização topológica. Em razão da importância deste fato, uma análise mais detalhada dos parâmetros de massa da Coroa 2 se faz necessário, oque é apresentado a seguir.

Análise da Coroa 2

Área total da superfície	67219,3236mm²
Centro de volume	(-110,0163, 89,701, 43,2485)mm
Volume	229815,3598mm³
Momento principal e eixo	355945448,6281mm⁴5 (0,99531, 0,09675, 0)
Momento principal e eixo	356492834,6774mm⁴5 (-0,09675, 0,99531, 0,00014)
Momento principal e eixo	684969060,1161mm⁴5 (0,00001, -0,00014, 1)
% conhecida da precisão relativa	0,001

Figura 2.6: Listagem dos parâmetros de massa de toda Coroa 2

Tabela 2.1: Parâmetros de massa relevantes da Coroa 2

Área total da superfície	67219,3236 mm ²
Volume	229815,3598 mm ³

Análise do corpo da Coroa 2

Figura 2.7: Listagem dos parâmetros de massa e geométricos do corpo da Coroa 2

Tabela 2.2: Parâmetros de massa e geometria relevantes do corpo da Coroa 2

Área total da superfície	9381,2429 mm ²
Distância entre objetos	5 mm
Volume	23453,11 mm ³

Veja que a área da superfície da tabela 2.2 refere-se as duas faces, deste modo o volume é dado pela seguinte relação:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{A_t}{2} \cdot d \\
 V &= \frac{9381,2429}{2} \cdot 5 \\
 V &= 23453,11 \text{ mm}^3
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

onde,

$V \rightarrow$ Volume da região de interesse

$A_t \rightarrow$ Área total da face de interesse

$d \rightarrow$ Distância entre as faces

Deste modo, podemos obter a razão do volume de interesse na otimização topológica em relação ao volume total do objeto, dada pela relação:

$$\begin{aligned}
 F_V &= \frac{V_c}{V_t} \\
 F_V &= \frac{23453,11}{229815,36} \\
 F_V &= 10,21\%
 \end{aligned}
 \tag{2-2}$$

onde,

$F_V \rightarrow$ Fração volumétrica da região de interesse

$V_t \rightarrow$ Volume total da Coroa 2

$V_c \rightarrow$ Volume da região de interesse

A partir do resultado da equação (2-2), concluímos que a região que compreende o volume de otimização representa apenas, aproximadamente, $\frac{1}{10}$ de todo volume do sólido, isto é, mesmo que houvesse a retirada de todo material da região de otimização, isto representaria apenas um ganho de $\frac{1}{10}$ em massa.

Uma vez compreendido o objeto de estudo e suas condições de otimização, a seção 2.1 tratará de abordar todos os processos necessários para que seja realizada, adequadamente, a otimização topológica de uma engrenagem.

2.1 Processos

Para realizar um estudo de otimização topológica apropriado, primeiramente deve-se conhecer todos os processos necessários para que o estudo seja realizado da maneira mais apropriada possível, isto é, garantir que todas as informações e todos os processos sejam respeitados no seu teor e ordem, respectivamente.

Uma vez compreendido a importância de reconhecer cada etapa no processo para se realizar a otimização de uma peça, o seguinte fluxograma é proposto:

O fluxograma apresentado na figura 2.8 têm o objetivo de tornar o processo de otimização topológica claro, para que passos vitais para a obtenção de resultados confiáveis sejam realizados, para que assim, os resultados do processo de validação por métodos numéricos estejam mais próximos possíveis dos resultados do método experimental.

Uma vez que a engrenagem, em questão, já foi produzida e foi produzida a partir de um modelo desenvolvido em Solid Works, o modelo 3D aqui apresentado já representa fielmente a engrenagem, já que, este, foi obtido a partir dos próprios projetistas. Deste modo, a segunda etapa do fluxograma já está garantida.

Figura 2.8: Fluxograma para realização de uma otimização topológica

Para completar a primeira etapa do fluxograma, além do conteúdo apresentado no capítulo 2, compreender as condições de contorno, parâmetros geométricos e as solicitações em que a engrenagem está submetida são extremamente importante, questões estas que serão apresentadas, a seguir, no capítulo 3 e 4.

3

Parâmetros geométricos e solicitações

A literatura para o entendimento dos parâmetros geométricos principais no projeto de uma engrenagem e os carregamentos em que ela está sujeita são vastos e de fácil acesso, por esta razão, este capítulo não se aprofundará nos fundamentos e irá se ater a apresentação breve dos principais parâmetros geométricos e na obtenção do valor de alguns carregamentos importantes.

3.1

Parâmetros geométricos

A figura 3.1 mostra um par de dentes de uma engrenagem e as principais designações utilizadas em sua especificação e seu dimensionamento. As dimensões a e d são medidas a partir do diâmetro do círculo primitivo. A partir do diâmetro desse círculo é calculada, então, a razão de transmissão de torque e de velocidades, relação importante que será tratada na seção 3.2, para obtenção dos carregamentos na engrenagem desejada. Para o diâmetro primitivo é usado o símbolo d_i , onde i é a letra correspondente ao pinhão (P) ou a coroa (C). A dimensão L é a largura da cabeça e a dimensão b é a largura do denteado. A altura efetiva é medida entre a circunferência de cabeça e a de base.

Figura 3.1: Nomenclatura básica para engrenagens cilíndricas de dentes retos[1]

Existem basicamente duas formas[6] de analisar a geometria de engrenagens, chamadas de sistemas de engrenagens: o sistema americano ou inglês,

com diversas outras designações, e o sistema métrico. O primeiro usa como base a variável 'Diametral Pitch', cuja letra símbolo é P e que define o número de dentes por polegada do diâmetro primitivo. O sistema métrico baseia-se na variável Módulo, cuja letra símbolo é M , e que é definida como a razão entre o diâmetro primitivo em mm e o número de dentes da engrenagem. Fica evidente que uma das variáveis é o inverso da outra, corrigida para transformar o diâmetro na unidade correta. Outra variável importante é o passo circular (p): definido como a razão entre o perímetro e o número de dentes (N_i), mostrados na figura 3.1. O passo pode ser calculado por:

$$p = \frac{\pi d_i}{N_i} = \pi \cdot M \quad (3-1)$$

Como o passo, por definição, é diretamente proporcional ao módulo, as engrenagens devem ter módulos iguais. O módulo pode ser entendido como uma medida indireta do tamanho do dente.

Compreendido os principais parâmetros geométricos e suas relações, precisamos definir os principais parâmetros para obtermos a partir do modelo CAD.

Principais parâmetros:

- Módulo (M)
- Número de dentes (N_i)
- Diâmetro primitivo (d_i)
- Ângulo de pressão (ϕ) = 20°
- Largura do dentado ou da face (b)
- Diâmetro externo (D_{ei})

Onde índice i será substituído por C_1 , C_2 , P_1 ou P_2 para referir-se ao devido componente.

Conhecendo o número de dentes e o diâmetro externo, podemos obter o módulo, a partir da relação a seguir, obtida na referência [5]:

$$M = \frac{D_{ei}}{N_i + 2} \quad (3-2)$$

Com o módulo, obtemos o diâmetro primitivo através da equação 3-1

Como pode ser observado na figura 3.2, o diâmetro externo da Coroa 2 é de $2 \cdot R = 2 \cdot 73,5 = 147$ mm. De forma equivalente, obtemos todos outros parâmetros dos componentes que constituem a caixa de redução, que pode ser observado na figura 3.3, gerando a tabela 3.1 de parâmetros geométricos.

Figura 3.2: Raio externo da Coroa 2 em evidência

Figura 3.3: Sistema de engrenagens que compõe a caixa de redução

Tabela feita usando a referência de legendas da figura 2.3.

Dimensão	Unidade	Símbolo	Valor			
			C_1	C_2	P_1	P_2
Módulo	mm	M	2	3,5	2	3,5
Número de dentes	—	N	68	40	19	13
Diâmetro primitivo	mm	d	134	140	38	45,5
Ângulo de pressão	°	ϕ	20	20	20	20
Largura da face	mm	b	20	30	20	30
Diâmetro externo	mm	D_e	138	147	42	52,5

Tabela 3.1: Parâmetros geométricos das engrenagens da caixa de redução

Além dos parâmetros geométricos, conhecer as propriedades mecânicas são fundamentais para a realização da análise de elementos finitos para tensões ao longo da estrutura.

A informação dos projetistas é de que todas engrenagens e pinhões que constituem a caixa de redução foram produzidas de aço SAE 8620, que costuma ser indicados para este tipo de aplicação. A figura 3.4 apresenta as variações da nomenclatura deste aço, dependendo do país e sua norma.

País	EUA	DIN	BS	BS	Japão
Padrão	A29 ASTM	DIN 1654	EN 10084	BS 970	JIS G4103
Notas	8620	1,6523 / 21NiCrMo2	1,6523 / 20NiCrMo2-2	805M20	SNCM220

Figura 3.4: Nomenclaturas para o aço SAE 8620 a partir do país e norma [2]

As propriedades mecânicas deste aço são apresentadas conforme a tabela 3.2.

propriedades	métrico
Resistência à tração	530 MPa
Resistência ao escoamento	385 MPa
Módulo de Elasticidade	190-210 GPa
Módulo de Cisalhamento	80 GPa
coeficiente de Poisson	0,27-0,30
Dureza, Rockwell B	80

Tabela 3.2: Propriedades mecânicas principais do aço SAE 8620 [3]

Estes valores listados na tabela 3.2 são apresentados sem tratamento de endurecimento, que não é o caso do objeto de estudo, já que a maioria das

engrenagens passam por tratamento de endurecimento superficial de modo a aumentar a dureza.

Os valores típicos de aço SAE 8620 que passaram por tratamento de endurecimento superficial possuem valores de propriedades mecânicas conforme a tabela 3.3.

propriedades	métrico
Resistência à tração	820 MPa
Resistência ao escoamento	590 MPa
Módulo de Elasticidade	210 GPa
Módulo de Cisalhamento	80 GPa
coeficiente de Poisson	0,29
Dureza, Rockwell B	80

Tabela 3.3: Propriedades mecânicas principais do aço SAE 8620 com tratamento de endurecimento superficial [4]

Uma vez conhecido os valores das propriedades mecânicas e dos principais parâmetros geométricos, podemos fazer a análise dos carregamentos na qual a engrenagem estará sujeita, discutido na seção 3.2 a seguir.

3.2

Solicitações e carregamentos

Em todo projeto de engrenagem, conhecer as solicitações na qual ela estará sujeita é um fator de suma importância. Na literatura[7], as equações para o projeto de uma engrenagem são bem definidos e se baseiam principalmente na resistência dos dentes da engrenagem, levando em conta três tipos de falhas possíveis: falha estática devido às tensões decorrentes da flexão, falha por fadiga devido às tensões originárias de flexão e falha por fadiga superficial devido às tensões de contato ou Hertzianas.

Compreender as solicitações e as equações analíticas que descrevem as tensões, nos permite ter um recurso para que haja uma análise crítica sob os resultados da abordagem numérica, isto é, ter uma referência para analisar e comparar, através dos resultados da análise de elementos finitos a partir do software utilizado. Dito isto, podemos fazer uso de diferentes abordagens para conhecer as tensões de contato entre os dentes, dentre elas estão:

- Teoria de Contato de Hertz
- Dimensionamento por flexão AGMA

– Critério de Lewis

Cada abordagem têm um determinado enfoque, por exemplo, a equação de Lewis foi feita para estimar a tensão de flexão em dentes de engrenagens na qual a forma do dente entrava na formulação. Dimensionamentos por flexão AGMA[8] já inclui os diversos fatores que contribuem para o aumento de tensão como, por exemplo, fator dinâmico, de tamanho, de sobrecarga, etc, fenômenos que não eram compreendidos na época de Lewis. A apresentação das equações não são necessárias porém compreender como as solicitações na engrenagem influenciam as tensões é importante, por este motivo, o enfoque é dado sob os carregamentos.

3.2.1 Carregamentos

Uma vez que este estudo não trata do projeto de uma engrenagem mas da análise das tensões, a partir da análise de elementos finitos, o principal objetivo aqui é, mais do que as solicitações, conhecer os carregamentos na qual a engrenagem está sujeita. Para isto, fazemos estudo da análise cinética das engrenagens, que nos permitirão compreender a relação entre torque, velocidade angular e potência, parâmetros estes que nos permitem conhecer o carregamento na qual uma engrenagem esta sujeita.

Tanto o pinhão como a coroa devem trabalhar de forma que a velocidade tangencial no círculo primitivo seja a mesma, sob a pena de violar a hipótese de que os elementos são rígidos. Assim, uma transmissão por engrenagens pode ser imaginada como que formada por dois cilindros em contato sem deslizamento, com diâmetros iguais aos dos círculos primitivos das engrenagens. A figura 3.5 mostra essa idealização, onde w_p é a velocidade angular do pinhão e w_c é a velocidade angular da coroa.

Figura 3.5: Idealização para engrenagens transmitindo potência como cilindros em contato

Como a transmissão é feita pelo contato entre os dentes, e a distância do contato para o centro da engrenagem é dada pelo raio primitivo, há uma relação entre as velocidades angulares (R), que é dada pela fórmula a seguir:

$$R = \frac{w_p}{w_c} = \frac{d_c}{d_p} \quad (3-3)$$

onde:

$d_c \rightarrow$ diâmetro da coroa

$d_p \rightarrow$ diâmetro do pinhão

Uma vez compreendido a relação entre as velocidades angulares e o diâmetro delas, é possível obter o momento em cada uma delas, conhecido o momento em uma, conforme pode ser observado a seguir.

A potência mecânica é dada pela equação:

$$Pot = T \cdot w \quad (3-4)$$

onde T é o torque ou momento na engrenagem/pinhão.

Assumindo a hipótese que a potência é conservada, o que é razoável neste caso, uma vez que o número de engrenagens não é grande e, deste modo, a perda de potência também, podemos conhecer o momento na engrenagem de interesse.

A potência do motor do veículo de competição Mini-Baja, no qual a engrenagem está sendo analisada, é de 10 HP e a velocidade de rotação, na entrada da caixa de, aproximadamente, 1480 rpm. Deste modo, o momento no pinhão de entrada da caixa é dado conforme a equação a seguir:

$$T_{p1} = \frac{Pot}{w} = \frac{10 \cdot 745,69 [Watts]}{1480 [rpm] \cdot \frac{2\pi}{60} \left[\frac{rad}{s} \right]} \approx 48 \quad [N \cdot m] \quad (3-5)$$

Uma vez que o objeto de interesse é a Coroa 2, devemos obter as relações até descobrirmos o momento em que ela está sujeita. A figura 3.6 apresenta as legendas das engrenagens para facilitar a compreensão.

Figura 3.6: Engrenagens da caixa de redução e suas respectivas legendas

Para conhecer o momento em C_1 , usamos a suposição de conservação da potência transmitida com a equação 3-4:

$$\begin{aligned} Pot_{P_1} &= Pot_{C_1} \\ T_{P_1} \omega_{P_1} &= T_{C_1} \omega_{C_1} \\ T_{C_1} &= T_{P_1} \frac{\omega_{P_1}}{\omega_{C_1}} \end{aligned} \quad (3-6)$$

da equação 3-3 obtemos:

$$T_{C_1} = T_{P_1} \frac{d_{C_1}}{d_{P_1}} \quad (3-7)$$

Uma vez que o Pinhão 2 (P_2) compartilha do mesmo eixo que a Coroa 1 (C_1), é trivial conjecturar que ambos possuem velocidades angulares iguais ($\omega_{C_1} = \omega_{P_2}$), deste modo, da conservação de potência, podemos cortar os termos:

$$\begin{aligned} Pot_{C_1} &= Pot_{P_2} \\ T_{C_1} \omega_{C_1} &= T_{P_2} \omega_{P_2} \quad (\omega_{C_1} = \omega_{P_2}) \\ T_{C_1} &= T_{P_2} \end{aligned} \quad (3-8)$$

Substituindo a equação 3-8 na 3-7, obtemos:

$$T_{P_2} = T_{P_1} \frac{d_{C_1}}{d_{P_1}} \quad (3-9)$$

Finalmente, aplicando conservação de potência para Coroa 2 e Pinhão 2, obtemos a seguinte relação:

$$\begin{aligned}
Pot_{P_2} &= Pot_{C_2} \\
T_{P_2} \omega_{P_2} &= T_{C_2} \omega_{C_2} \\
T_{C_2} &= T_{P_2} \frac{\omega_{P_2}}{\omega_{C_2}}
\end{aligned} \tag{3-10}$$

Substituindo a equação 3-9 na 3-10, obtemos:

$$T_{C_2} = T_{P_1} \frac{d_{C_1}}{d_{P_1}} \frac{\omega_{P_2}}{\omega_{C_2}} \tag{3-11}$$

da relação 3-3 temos:

$$T_{C_2} = T_{P_1} \frac{d_{C_1}}{d_{P_1}} \frac{d_{C_2}}{d_{P_2}} \tag{3-12}$$

substituindo os valores da tabela 3.1, na equação 3-12, obtemos o momento na Coroa 2:

$$T_{C_2} = 48 \cdot \frac{134}{38} \cdot \frac{140}{45,5} \approx 521 N.m$$

Deste modo, conhecemos o momento no qual a Coroa 2, que é objeto do estudo, está sujeita e, assim, podemos configurar adequadamente os carregamentos.

4

Condições de contorno

Para realizar a análise de elementos finitos, para determinar as tensões e deformações ao longo da engrenagem, é necessário que seja configurado quais as condições de contorno que ela está sujeita.

Devemos primeiramente reconhecer que, em toda análise, deve-se supor o pior cenário de operação, se quisermos ser conservativos e, deste modo, o pior cenário é o engrenamento a partir da inércia do veículo. Tais condições podem ser reproduzidas, dentro da simulação, limitando quaisquer movimentos do pinhão e, para a coroa, limitando deslocamentos axiais porém tendo liberdade para rotacionar. Deste modo, deve-se adicionar ao Ansys as condições de contorno em que o pinhão possui um suporte fixo e a coroa um suporte livre de fricção, o que pode ser observado na figura 4.1.

Figura 4.1: Condições de contorno configuradas para um par de engrenagens

4.1

Configuração do carregamento

Configurado as condições de contorno, deve-se configurar o tipo de carregamento na qual a engrenagem está sujeita. Uma vez que esta modelagem está sendo feita com um par de engrenagens, é apropriado colocar como carregamento um momento ao longo da face de contato com o eixo, conforme pode ser observado na figura 4.2.

Figura 4.2: Momento aplicado na engrenagem que é objeto do estudo

Pode-se observar que o momento aplicado têm um valor de 900 N.m, oque difere-se do valor encontrado na seção 3.2.1, de aproximadamente 531 N.m. Esta diferença se fundamenta na colocação de um fator de 1,5 sobre o momento encontrado, fator este que é originado de eventuais choques gerados pela carga ou folga de montagem[6]. A figura 4.3 apresenta os diferentes tipos de montagem e carga e seus respectivos fatores.

Choques Gerados pela Carga				
Fonte de Potência	Uniformes	Moderados	Intensos	
Uniforme	1,00	1,25	1,75	
Leves	1,25	1,50	2,00	
Médios	1,50	1,75	2,25	

Fator de Correção para a Precisão de Montagem K_m				
Características da Montagem e do Dispositivo	Largura da Face (mm)			
	0 a 50,8	Até 152	Até 228	Até 407
Montagens precisas, pequena folga nos mancais, deflexões mínimas e engrenagens de precisão.	1,3	1,4	1,5	1,8
Montagens não tão cuidadosas, engrenagens com fabricação não tão precisas, contato ao longo de toda a largura do dente	1,6	1,7	1,8	2,2
Montagem e Precisão de forma a que não haja contato ao longo de toda a largura do dente	Acima de 2,2			

Figura 4.3: Momento aplicado a engrenagem que é objeto do estudo

É interessante fazer a colocação de que uma alternativa para configurar o carregamento na engrenagem é, descobrindo o ponto de contato entre os dentes a partir do círculo primitivo, colocar uma força tangencial, que é facilmente obtida, uma vez conhecido o momento na Coroa 2. Este método tem a vantagem de não necessitar do pinhão na análise e, deste modo, dispensar a configuração de contato entre os dentes das engrenagens.

4.2

Configuração de contato

Existem diferentes tipos de contato[9] no Ansys e compreendê-los é fundamental para configurar adequadamente a simulação.

Fisicamente os corpos em contato não penetram entre eles. Para isto, o programa precisa estabelecer a relação entre as duas superfícies para prevenir que elas ultrapassem umas as outras durante a análise. Existem diferentes tipos

de contato e para cada um, uma formulação de contato. A figura 4.4 apresenta os tipos de formulação de contato e suas vantagens e desvantagens.

Pure Penalty	Augmented Lagrange	Normal Lagrange	MPC
+ Good convergence behavior (few equilibrium iterations)	- May require additional equilibrium iterations if penetration is too large	- May require additional equilibrium iterations if chattering is present	+ Good convergence behavior (few equilibrium iterations)
- Sensitive to selection of normal contact stiffness	Less sensitive to selection of normal contact stiffness	+ No normal contact stiffness is required	+ No normal contact stiffness is required
- Contact penetration is present and uncontrolled	Contact penetration is present but controlled to some degree	+ Usually, penetration is near-zero	+ No penetration
+ Useful for any type of contact behavior	+ Useful for any type of contact behavior	+ Useful for any type of contact behavior	- Only Bonded & No Separation behaviors
+ Either Iterative or Direct Solvers can be used	+ Either Iterative or Direct Solvers can be used	- Only Direct Solver can be used	+ Either Iterative or Direct Solvers can be used
+ Symmetric or asymmetric contact available	+ Symmetric or asymmetric contact available	Asymmetric contact only	Asymmetric contact only
+ Contact detection at integration points	+ Contact detection at integration points	Contact detection at nodes	Contact detection at nodes

Figura 4.4: Vantagens e desvantagens das diferentes formulações de contato [9]

Uma vez em que não é permitido a penetração de contato entre os dentes das engrenagens, a formulação MPC é a mais recomendada, apresentando um bom comportamento de convergência. Compreendido qual formulação é mais adequada de se usar, é necessário escolher qual tipo de contato que faz uso desta formulação, podemos visualizar as relações na figura 4.5.

Formulation	Normal	Tangential	Normal Stiffness	Tangential Stiffness	Type
Augmented Lagrange	Augmented Lagrange	Penalty	Yes	Yes ¹	Any
Pure Penalty	Penalty	Penalty	Yes	Yes ¹	Any
MPC	MPC	MPC	-	-	Bonded, No Separation
Normal Lagrange	Lagrange Multiplier	Penalty	-	Yes ¹	Any

Figura 4.5: Relação entre os tipo de contato disponíveis no Ansys e suas formulações [9]

Como podemos observar, para contatos sem permissão de penetração alguma, recomenda-se a formulação MPC que está presente nos tipos 'Bonded' ou 'No Separation' de contato. Para o tipo de contato 'Bonded', o Workbench-Mechanical usa a formulação 'Pure-Penalty' com alta rigidez normal por padrão.

Uma vez em que desejamos fazer uso da formulação 'MPC', o tipo de contato 'No Separation' é o mais adequado para este tipo de simulação. Podemos observar a configuração das faces de contato e o tipo de contato na figura 4.6, a seguir.

Figura 4.6: Configuração das faces em contato e o tipo de contato no Ansys

4.3

Configuração da malha

Parte primordial de um resultado confiável de análise de elementos finitos é proporcionado pela qualidade da malha gerada para descrever o objeto de estudo. Deste modo, devemos compreender quais regiões são mais importantes no estudo e a topologia do elemento estudado para, deste modo, configurar um número de elementos, na malha, apropriado para cada região e com uma distribuição adequada.

Usualmente simulações de operação de um par de engrenagens são realizadas para confirmar os resultados das equações analíticas, apresentadas na seção 3.2, como, por exemplo, a teoria de contato de Hertz. Tensões de contato são fundamentalmente importantes para projetar a vida em fadiga das engrenagens e, por este motivo, o refinamento da malha deve se concentrar na superfície dos dentes em contato. Porém, a região de interesse neste estudo é a região de otimização topológica e, sendo assim, o refinamento da malha e a concentração de nós deve estar distribuído ao longo do corpo da engrenagem, que é a região de otimização.

Existem diferentes opções de funções de tamanho para geração da malha no Ansys como, por exemplo, adaptativa, por curvatura, por proximidade, por

curvatura e proximidade ou uniforme. A maioria delas baseiam-se no fato de que a concentração de tensão se dá na variação de geometria, isto é, em cantos e curvaturas. Porém, como já abordado, a região de interesse é o corpo da engrenagem que, por sua vez, é uniforme e, deste modo, a opção mais lógica a ser escolhida é a função uniforme para criação da malha pois, assim, não há a geração excessiva de nós nas regiões que não são de maior interesse como, por exemplo, na base dos dentes e haverá uma distribuição uniforme de nós na região de interesse, que condiz com a topologia da região de otimização.

Além disto, a variação da malha resultará em soluções finais diferentes[10], para diferentes discretizações e, por esta razão, ter cuidado na configuração da região de otimização é extremamente recomendável, já que poderá resultar em diferentes topologias em detrimento da configuração da malha.

Para aumentar a qualidade dos resultados, a região de otimização foi selecionada para obter um maior número de nós, e esta distribuição pode ser observada na figura 4.7.

Figura 4.7: Malha gerada no par de engrenagens para análise de tensão e deformação

Uma vez configurada a malha, região de contato, o tipo de contato, as condições de contorno e o carregamento, o capítulo 5 tratará de abordar sobre o conceito de otimização topológica para então, dar início a solução numérica, para conhecer as tensões e deformações ao longo da engrenagem, resultados necessários para realizar a otimização.

5

Fundamentos da otimização topológica

O principal objetivo da otimização topológica, em geral, consiste em encontrar a melhor distribuição de material dentro de um domínio de projeto, especificado conforme a região de interesse. A distribuição do material é modificado levando em consideração alterações em algum comportamento mecânico da estrutura, tal como flexibilidade, frequências naturais ou tensão, entre outros. Por este motivo, o resultado da análise de tensão e deformação é necessário para qualquer programa que se proponha a realizar a otimização topológica de uma determinada região. O problema é como distribuir o material no interior de um pré-definido espaço de projeto sob determinada condição de contorno, de modo a minimizar a função objetivo e atendendo as restrições. De acordo com Bendsoe (1995)[10], essa distribuição ótima é de material consiste em se verificar quais pontos do domínio conterão material isotrópico e quais pontos estão vazios. Entretanto, a implementação desta abordagem para um problema de otimização 0-1, requer o uso de algoritmos de otimização discreta, tornando a abordagem instável. Para contornar o problema de instabilidade adota-se, em geral, como forma de relaxação, a abordagem de material composto, como proposto por Kohn & Strang (1986). Apesar da idealização de um material composto ser a solução ótima para otimização, na prática ela não é, na maioria das vezes, viável de ser produzida ou economicamente de ser comercializada, deste modo podemos caracterizar uma solução ótima como de 0-1, para todo caso em que não haja a possibilidade de criar o material com diferentes densidades em diferentes regiões.

O método de otimização topológica tem possibilitado diversos tipos de aplicações industriais, no entanto, há dificuldades relacionadas à aplicação do método relativas à instabilidade numérica. De uma forma geral, pode-se dividir estes problemas numéricos em três categorias: dependência da malha, instabilidade de tabuleiro (*'checkerboard'*)[10] e mínimos locais, Bendsoe & Sigmund (2003) e Peterson & Sigmund (1998).[1]

Os problemas relacionados ao *checkerboard* são de extrema importância porque eles também são um parâmetro para definir a qualidade do resultado da otimização topológica. Nestes problemas há uma formação de alternância de elementos vazios e elementos cheios. A instabilidade é indesejável na solução de problemas, pois não se configura numa ótima distribuição de material e sim num fenômeno que aparece devido à formulação do elemento finito utilizado no processo de otimização.

5.1

Virtual Pyxis

Virtual Pyxis é o software utilizado para a realização da otimização topológica deste trabalho, desenvolvido para ter integração com diferentes tipos de softwares de simulação e design como, por exemplo, Ansys, Abaqus e Nastran. A seguir é feita a apresentação do problema de otimização, segundo o software.

Definição:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } x \quad f_0(x) \\ &\text{sujeito a } \quad f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m. \end{aligned} \tag{5-1}$$

onde,

$f_0(x)$ é a função objetivo, x é o parâmetro de design e $f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m$ são as m restrições que a função objetivo está sujeita.

5.1.1

Otimização topológica

No método de otimização topológica, os parâmetros de design são os vetores de pseudo-densidade ρ . Eles são uma penalização dos parâmetros dos materiais que permite uma continua mudança de um elemento sólido ($\rho = 1$) para uma região vazia ($\rho = 0$). A forma matemática da penalização é:

$$E = \rho \cdot E_0 \tag{5-2}$$

onde E_0 é o módulo de Young original e E o novo módulo de Young. É comum fazer uso da lei de materiais que penaliza valores de ρ entre 0 e 1, pela razão já abordada da inconveniência de haver densidades distintas como solução.

A lei de material mais comum é chamada de (SIMP) (Solid Isotropic Material Penalization) e sua equação é dada por:

$$E = \rho^p \cdot E_0 \tag{5-3}$$

onde p é o parâmetro de penalização.

6

Resultados de tensão e deformação

Feitas todas as considerações à respeito das condições de contorno, carregamentos, tipos de contato, malha e etc, vamos investigar como a topologia atual responde ao carregamento na qual ela esta sujeita, como a as tensões e deformações estão distribuídas nela para, então, ter uma ideia das regiões com menores tensões e comparar com o resultado da otimização topológica. A seguir, seguem algumas configurações e os resultados da análise:

Details of "Mesh"	
☒ Advanced	
☒ Statistics	
☐ Nodes	182339
☐ Elements	106097
Mesh Metric	None

Figura 6.1: Estatística da malha

Properties of Outline Row 3: Structural Steel			
	A	B	C
1	Property	Value	Unit
2	Density	7850	kg m ⁻³
3	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion		
6	Isotropic Elasticity		
7	Derive from	Shear Modulus a...	
8	Young's Modulus	2,064E+11	Pa
9	Poisson's Ratio	0,29	
10	Bulk Modulus	1,6381E+11	Pa
11	Shear Modulus	80000	MPa
12	Alternating Stress Mean Stress	Tabular	
16	Strain-Life Parameters		
24	Tensile Yield Strength	530	MPa
25	Compressive Yield Strength	530	MPa
26	Tensile Ultimate Strength	820	MPa

Figura 6.2: Configuração das propriedades mecânicas das peças no Ansys

Figura 6.3: Resultado do total de deformação ao longo da engrenagem

Podemos observar que a deformação máxima ocorre na parte oposta do contato entre os dentes, resultado que está de acordo com outras referências[10] para este tipo de estudo.

Figura 6.4: Resultado da deformação equivalente ao longo da engrenagem

Figura 6.5: Resultado da tensão equivalente ao longo da engrenagem

Aqui fica evidente que para uma rotação no sentido anti-horário da Coroa, a tensão se propaga principalmente do contato, entre os dentes das engrenagens, para o sentido oposto do movimento, isto é, no sentido horário, sugerindo que a região à frente do contato está sujeita a menores tensões que a região anterior ao contato. As tensões próximas ao furo da engrenagem, por sua vez, se propagam mais à direita que à esquerda da Coroa. Combinando estes resultados, é possível sugerir que os candidatos mais factíveis para retirada de material são as regiões posteriores ou anteriores, próximas da região de contato.

Outra questão importante de ser observada é a tensão máxima, parâmetro importante para que seja realizada a comparação com a análise de validação da nova geometria. Neste caso, podemos observar que a tensão máxima é de aproximadamente $\sigma_{max} = 124,5$ MPa.

7

Resultados da otimização topológica

Uma vez analisado como as tensões e deformações se propagam ao longo da engrenagem, fazemos uso desses resultados para poder realizar a análise de otimização topológica. Devemos configurar a região de otimização, as regiões restritas, o parâmetro de restrição para otimização topológica e o objetivo, de modo a obter os resultados desejados.

Para a região de otimização selecionamos toda a engrenagem, uma vez que só é possível selecionar corpos como um todo.

Para as regiões restritas selecionamos toda área dos dentes, do furo e regiões arredondadas pela realização da operação de arredondamento de canto, deixando somente a face plana, que é o corpo da engrenagem.

O parâmetro de limitação selecionado, para otimização topológica, é o de fração volumétrica, limitando o otimizador a manter, pelo menos, 50% do volume original, isto é, $V_f \leq 0,5 \cdot V_0$.

O parâmetro do objetivo selecionado é minimizar a conformação, isto é, atenuar as deflexões máximas.

Feita a apresentação da configuração dos parâmetros essenciais de otimização, os resultados da otimização topológica são apresentados a seguir:

Figura 7.1: Distribuição da pseudo-densidade, sugerida pela otimização topológica, no corpo da Coroa, apresentado sob os nós

Figura 7.2: Distribuição da pseudo-densidade, sugerida pela otimização topológica, no corpo da Coroa, apresentado sob os elementos

Conforme podemos observar a partir das figuras 7.1 e 7.2, a região sugerida para retirada de material ($\rho \approx 0$ - Azul escuro) encontra-se, principalmente, à frente do contato entre os dentes das engrenagens, região esta que já havia sido sugerida a partir do resultado da análise de tensão e deformação.

É possível ajustar a quantidade de material a ser retirado a partir de um delimitador, de modo que queremos retirar material apenas da região azul escuro, que representa um vazio, isto é, a região que permitiria a retirada completa de material. Quaisquer regiões diferentes de, aproximadamente, zero representam a colocação de um material com densidade menor que a original oque, em termos práticos, não é viável. Deste modo, colocando o delimitador até o ponto em que a retirada de material ocorra somente na região do azul escuro, obtemos o seguinte resultado:

Figura 7.3: Retirada de material da região "vazia"

Figura 7.4: Linhas de contorno da pseudo densidade

Uma vez realizada a retirada de material para o carregamento de um dente, exploramos a simetria cíclica da engrenagem como recurso do Ansys e exportamos o resultado para realizar um tratamento na peça para, então, realizar uma nova análise de tensão e deformação de modo a validar a nova geometria. O resultado da geometria após o recurso de simetria cíclica e com um tratamento pode ser observado a seguir:

Figura 7.5: Nova geometria após a otimização topológica e tratamento

8

Validação da otimização

Para validar a otimização, devemos submeter a nova engrenagem gerada às mesmas condições de contorno e carregamento, para então verificar os resultados da análise de tensão e deformação. Esperamos que não haja nenhum aumento exacerbado das tensões e deformações.

A seguir é apresentado as informações da malha gerada e o carregamento na qual a nova geometria esta sujeita, que deve ser o mesmo que a anterior, apresentado na figura 4.2.

Figura 8.1: Configurações da malhada gerada para nova peça

Figura 8.2: Momento imposto na nova peça gerada

A seguir, os resultados da análise de tensão e deformação:

Figura 8.3: Deformação total na engrenagem otimizada

Figura 8.4: Distribuição da deformação equivalente na engrenagem otimizada

Figura 8.5: Distribuição da tensão equivalente na engrenagem otimizada

Figura 8.6: Distribuição da tensão equivalente na nova geometria de modo a visualizar a distribuição dentro dos entalhes

8.1

Comparação sob a mesma escala

De modo a tornar mais conveniente a análise dos resultados obtidos da validação, a seguir os resultados das tensões e deformações antes e depois da otimização, sob a mesma escala.

Figura 8.7: Comparação entre as deformações equivalentes da engrenagem otimizada (a) e a original (b)

Figura 8.8: Comparação entre as tensões da engrenagem otimizada (a) e a original (b)

Podemos observar da figura 8.7 que, mesmo com os entalhes na engrenagem otimizada, a deformação equivalente se manteve similar em relação à engrenagem original, havendo apenas um ligeiro aumento da deformação equivalente máxima.

O mesmo não ocorre no caso das tensões, como pode ser observado na figura 8.8, em que fica claro que houve um aumento das tensões na região de interesse. A tensão máxima aumentou de, aproximadamente, 29,39 MPa na engrenagem original para 50,33 MPa na engrenagem otimizada. Deve-se manter atenção para o aumento das tensões de modo a respeitar o limite de escoamento do material dentro de um fator de segurança. Neste caso, as tensões estão bem abaixo do limite de escoamento do material.

8.2

Ganho Volumétrico

Uma vez que a engrenagem já têm o corpo estreito, para torná-la mais leve, o cálculo da razão volumétrica será relativo a região de otimização e não a engrenagem toda.

A nova área da região de otimização é mostrada a seguir:

Figura 8.9: Área da face otimizada

Conhecida a área da face e sabendo que a espessura da face é de 5 mm, o novo volume é de:

$$V = 3868,7 \cdot 5 = 19343,5 \text{ mm}^3 \quad (8-1)$$

A razão volumétrica é de:

$$R = \frac{19343,5}{23453,11} = 82,5\% \quad (8-2)$$

Isto é, houve uma redução de massa de, aproximadamente, 17,5%.

É válido enfatizar que o resultado obtido foi de modo conservador, fazendo retirada de material apenas em regiões garantidamente seguras ($\rho \approx 0$) e dentro de uma região restrita. Dito isto, é possível afirmar que a redução de 17,5% em massa é um resultado satisfatório.

9

Conclusão

A partir de uma análise geral, é possível concluir à respeito da importância da definição adequada do modelo, conhecendo as condições de operação do objeto de estudo e sua atual topologia, definindo então a região que deve ser otimizada. Baseado nas condições de operação, fazer o estudo dos carregamentos no qual a engrenagem está sujeita e as condições de contorno são fundamentais para conduzir um estudo de otimização topológica adequado. A diferença entre definir corretamente, ou não, estes parâmetros, está em ter um resultado otimizado ou um fora das especificações de projeto.

Compreender a formulação da otimização topológica é, também, muito importante para qualquer indivíduo que deseje fazer uso deste recurso pois, deste modo, se entende a importância de gerar uma malha adequada à topologia do componente a ser otimizado e como a discretização pode influenciar no resultado final e, sobretudo, é importante para interpretação dos resultados.

Se tratando especificamente deste estudo, podemos afirmar que a utilização do recurso de otimização topológica pôde produzir uma diminuição relativa de massa satisfatória, dentro das limitações de projeto e de modelo, adotando-se uma postura conservadora. A validação da otimização foi positiva, mostrando que não houve aumento expressivo de deformações equivalentes e que as tensões aumentaram dentro de uma proporção razoável, ainda longe do limite de escoamento do material.

Por fim, é válido enfatizar que a abordagem de otimização topológica, na elaboração de projetos mecânicos, ainda é um recurso pouco explorado, porém é uma tendência muito forte, basta observar a implementação e aprimoramento deste recurso nos diversos softwares CAD do mercado.

Referências Bibliográficas

- [1] JOSHUA, D.; RAMANA, V. G. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. *Struct Multidisc Optim*, 49:1–38, 2013.
- [2] TAI. Aisi 8620 steel. TAI Special Steel, 2017. Acesso em: Maio de 2017.
- [3] QILU. 8620 propriedades mecanicas de aço. aisi-8620-steel QILU.com, 2017. Acesso em: Maio de 2017.
- [4] INTERLLOY. 8620 case hardening steel. products Interlloy.com, 2017. Acesso em: Abril de 2017.
- [5] VIVEK, K.; ASHISH, M.; JOSEPH, R. P. Modeling and finite element analysis of spur gear. *Inpressco*, 3:2104–2107, 2013.
- [6] ANTUNES, A. S. J. Engrenagens cilíndricas de dentes retos. Apostila, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.
- [7] BUDYNAS, R. G.; NISBETT, K. J. *Shigleys Mechanical Engineering Design, ninth edition*. McGraw-Hill, New York, NY, 2008.
- [8] DORNFELD, W. H. Gear tooth strength analysis. wdornfeld/MEC312 Faculty.edu, 2006. Acesso em: Maio de 2017.
- [9] ANSYS, INC. Introduction to contact. Customer Training Material- Lecture 3 Mines.edu, 2010. Acesso em: Maio de 2017.
- [10] COUTINHO, K. D. Método de otimização topológica em estruturas tridimensionais. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2006.