



Monique Nascimento dos Santos

**Placas Espessas de Concreto Armado:
Modelo computacional para anteprojetos e
avaliação de projetos de estruturas de
fundações de geradores eólicos**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Raul Rosas e Silva
Coorientador: Prof. Glauco José de Oliveira Rodrigues

Rio de Janeiro
Março de 2017



Monique Nascimento dos Santos

**Placas Espessas de Concreto Armado:
Modelo computacional para anteprojetos e
avaliação de projetos de estruturas de
fundações de geradores eólicos**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Raul Rosas e Silva

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental– PUC-Rio

Prof. Glauco José de Oliveira Rodrigues

Co-Orientador

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Júlio Jerônimo Holtz Silva Filho

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental– PUC-Rio

Prof. Paulo Batista Gonçalves

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental– PUC-Rio

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 16 de março de 2017.

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora, e do orientador.

Monique Nascimento dos Santos

Graduou-se em Engenharia Civil pela PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro) em 2013. Trabalhou na empresa Audax Engenharia em 2013. Ingressou no mestrado da PUC-Rio em março de 2014, desenvolvendo Dissertação na linha de pesquisa de Estruturas aplicada aos estudos computacionais de placas espessas de concreto armado para fundações de geradores eólicos.

Ficha Catalográfica

Santos, Monique Nascimento dos

Placas espessas de concreto armado: modelo computacional para anteprojetos e avaliação de projetos de estruturas de fundações de geradores eólicos / Monique Nascimento dos Santos; orientador: Raul Rosas e Silva; coorientador: Glauco José de Oliveira Rodrigues. – Rio de Janeiro, PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2017.

175 f. :il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2017.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Concreto. 3. Aerogeradores. 4. Geradores eólicos. 5. Placas espessas. 6. Dimensionamento de lajes de fundação. I. Silva, Raul Rosas e, Rodrigues, Glauco José de Oliveira. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Dedico esta Dissertação aos meus pais
Valter e Mônica, às minhas avós Lenice (in
memoriam) e Cecília (in memoriam),
aos meus irmãos e ao meu esposo Roberto.

Agradecimentos

Seria impossível conseguir chegar até aqui sem a ajuda e colaboração de muitas pessoas. O trabalho de uma dissertação transcorre um longo período e, se não temos o apoio das pessoas certas ao nosso lado, acabamos nos desmotivando, podendo chegar até a desistir antes de conseguir concluir esta etapa. Por isso, gostaria de agradecer imensamente a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

Primeiramente, agradeço a Deus, pela vida, força e superação dos obstáculos de cada dia. Sua presença firme nos momentos bons e ruins, orientando-me segundo à sua vontade, ajudou-me a vencer mais esta etapa em minha vida.

Aos meus pais, Valter e Mônica, agradeço por terem me gerado e dedicado suas vidas a mim. Tudo que sou e serei devo a vocês que me desejaram e me acolheram com amor, carinho e confiança. Aos meus irmãos, pela amizade, companheirismo e amor.

À minha avó materna Lenice (in memoriam), pela qual fui educada dia após dia. Ela me ensinou a amar, a ir em busca dos meus objetivos e a lutar pelo que eu quero. Agradeço pelo imenso amor que sempre teve por mim.

Ao Roberto, meu esposo e grande amor da minha vida. Sua paciência e incentivo me fortaleceram nos momentos difíceis e me fizeram superar meus próprios limites.

Aos familiares e amigos, próximos e distantes, que mesmo de forma indireta, auxiliaram na conclusão deste trabalho.

Ao meu orientador e professor Raul Rosas e Silva, por me orientar a buscar fazer o melhor em meu trabalho, por todo o conhecimento transmitido e por me

incentivar e motivar a chegar até aqui. Agradeço imensamente por estar sempre disposto a fazer reuniões, tirar dúvidas, dar sugestões para engrandecer a minha pesquisa e, principalmente, por compreender as minhas dificuldades. Muito obrigada!

Ao meu coorientador Glauco Rodrigues pela proposição do tema adotado nesta dissertação, o qual me permitiu realizar novas descobertas, vivenciar novos desafios e aprofundar meus conhecimentos na área estrutural.

Ao meu eterno chefe Rodrigo Figueiredo, que me ensinou realmente o que é a engenharia na prática do dia-a-dia. Agradeço pela paciência em transmitir seus conhecimentos, pela disponibilidade em querer sempre ajudar e pela autorização em utilizar os programas da empresa Audax na composição dessa dissertação.

A todos os professores da graduação e pós-graduação da Engenharia Civil da PUC-Rio pelas aulas lecionadas e pelos conhecimentos e experiências transmitidas durante toda a minha formação.

Ao CNPq e à PUC-Rio, pelo apoio financeiro através dos auxílios concedidos para a realização deste trabalho, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

Santos, Monique Nascimento dos; Silva, Raul Rosas; Rodrigues, Glauco José de Oliveira. **Placas Espessas de Concreto Armado: Modelo computacional para anteprojetos e avaliação de projetos de estruturas de fundações de geradores eólicos.** Rio de Janeiro, 2017. 175 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nos últimos anos, o considerável crescimento da demanda por outras fontes de energia justifica os investimentos realizados na construção de parques eólicos, pois a energia eólica tem se mostrado como a que traz o menor impacto ao meio ambiente. A energia eólica é gerada a partir da ação do vento, uma fonte de energia renovável, totalmente limpa e inesgotável. As torres eólicas são construídas em grandes parques com uma distância definida entre elas. Quanto mais altas são as torres eólicas, melhor é o desempenho delas, visto que temos o aproveitamento máximo do vento, sendo mais forte e menos turbulento em grandes alturas. Os materiais utilizados na fabricação das torres eólicas são basicamente o aço, o concreto armado e o concreto protendido. As torres na maioria dos casos, têm seção circular ou anular. No entanto, devemos atentar de maneira especial para a fundação da torre eólica, que deverá ser dimensionada e detalhada a fim de garantir a integridade da estrutura como um todo. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo apresentar os cálculos necessários para projetos preliminares e a verificação do dimensionamento da estrutura de fundação de geradores eólicos. Anteprojetos e projetos estruturais foram revisados e avaliados para a obtenção de um maior conhecimento sobre o funcionamento de tais elementos estruturais. Uma planilha foi criada a partir do programa Excel, na qual se efetuam os cálculos da respectiva fundação por meio de soluções analíticas. Para efeitos de comprovação da veracidade da planilha, alguns exemplos serão apresentados e calculados a partir da planilha criada, assim como verificados e comparados com a mesma através da modelagem da fundação em questão em programa de análise em elementos finitos. Aspectos de estabilidade e dinâmica de placas circulares também são discutidos.

Palavras-chave

Energia eólica; fundação; anteprojeto; soluções analíticas; elementos finitos; estabilidade; vibrações; método de Rayleigh-Ritz; teoria de placas espessas.

Abstract

Santos, Monique Nascimento dos; Silva, Raul Rosas (Advisor); Rodrigues, Glauco José de Oliveira (Co-advisor). **Thick Reinforced Concrete Plates: Computational model for preliminary design and design evaluation of wind turbine foundations.** Rio de Janeiro, 2017. 175 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In recent years, considerable growth in demand for alternative energy sources justifies the investments made in the construction of wind farms, since wind energy appears to bring the least impact on the environment. Wind energy is generated from wind action, a source of renewable energy, totally clean and inexhaustible. Wind towers are built in huge parks with a defined distance between them. The higher the wind towers are, the better their performance, since we have the maximum use of the wind which is stronger and less turbulent at great heights. The materials used in the manufacture of wind towers are basically steel, reinforced concrete and prestressed concrete. The towers are usually in most cases, with circular or annular section. However, we should pay attention in a special way on the foundation of the wind tower, which should be designed and detailed to ensure the integrity of the structure as a whole. In this context, this dissertation aims to present the calculations required for the preliminary design or design verification of the foundation of wind turbines. Preliminary design and design evaluations were reviewed and evaluated to obtain a better understanding of the functioning of such structural elements. A spreadsheet was created using the Excel program, which performs the calculations of its foundation through analytical solutions. For the purpose of proving the accuracy of the worksheet results, some examples are presented and calculated from the created spreadsheet, and checked and compared to results obtained from an independent finite element analysis program. Stability and dynamics aspects of circular plates are also discussed.

Keywords

Wind energy; foundation; preliminary design; analytical solutions; finite elements; stability; vibrations; Rayleigh-Ritz method; thick plate theory.

Sumário

1	Introdução	23
1.1	Considerações Iniciais	23
1.2	Relevância da Pesquisa	24
1.3	Objetivos	24
1.4	Estrutura da Pesquisa	25
2	Revisão bibliográfica	26
2.1	Energia eólica no Brasil e no mundo	26
2.1.1	Energias renováveis	26
2.1.2	Energia eólica no mundo	28
2.1.3	Energia eólica no Brasil	31
2.2	Turbinas eólicas e suas ações	33
2.2.1	Histórico das turbinas eólicas e aspectos gerais	33
2.2.2	Composição de um sistema eólico	36
2.2.3	Tipos de Torres.....	39
2.2.4	Tipos de aerogeradores.....	40
2.2.5	Fundações superficiais e profundas	41
2.3	Acidentes com torres eólicas devido a problemas de fundação	45
2.4	Benefícios e impactos socioambientais das usinas eólicas	46
3	Fundações das torres eólicas: estudo da teoria de placas e soluções analíticas para placas circulares	50
3.1	Teoria de Placas	50
3.1.1	Breve histórico sobre placas	50
3.1.2	Definição de placas e considerações iniciais.....	53
3.1.3	Placas finas.....	55

3.1.4	Placas espessas	57
3.1.5	Desenvolvimento da teoria para placas circulares	58
3.2	Implementação de soluções analíticas para placas circulares finas	65
3.3	Implementação de soluções analíticas para placas circulares espessas	70
3.4	Variação de espessura linear da placa	76
3.5	Exemplos de validação e aplicação utilizando o software Robot Structural Analysis Professional	76
3.5.1	Etapas de modelagem da estrutura	77
3.5.2	Análise Estática	82
3.5.3	Análise de Vibrações	92
3.5.4	Análise de Instabilidade	94
4	Dimensionamento das fundações dos aerogeradores	96
4.1	Aspectos do Dimensionamento de Placas Circulares de Concreto Armado (Lajes)	96
4.2	Efeitos a considerar	97
4.2.1	Estudo de impacto ambiental.....	97
4.2.2	Fundação direta ou indireta	97
4.2.3	Variação de espessura	97
4.2.4	Disposição de armadura	98
4.3	Estudo de caso: Memória de Cálculo das Bases das Torres da Central Geradora Eólica União dos Ventos	99
4.3.1	Resumo do relatório de cálculo.....	99
4.3.2	Modelagem do estudo de caso no Robot Structural para efeitos de comparação.....	110
4.4	Implementação de planilha em programa computacional para dimensionamento de fundações de placas circulares com espessura variável	114
4.4.1	Formulação baseada na NBR 6118:2014	115
4.4.2	Apresentação da planilha sobre fundação em placa circular com espessura variável	127
5	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	136
5.1	Conclusões	136

5.2	Sugestões para trabalhos futuros	137
6	Referências bibliográficas	139
A.	Anexo A – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento distribuído e engastada.	146
B.	Anexo B – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento pontual e engastada	150
C.	Anexo C – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento distribuído e apoiada	154
D.	Anexo D – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento pontual e apoiada.....	158
E.	Anexo E – Modelagem de placa circular de espessura variável, carregamento distribuído e apoiada.	162
F.	Anexo F – Modelagem de placa circular de espessura variável, carregamento pontual e apoiada.....	166
G.	Anexo G – Análise de vibrações e instabilidade	170

Lista de figuras

Figura 2.1 – Fontes naturais de energia renovável (PORTAL ENERGIA).	27
Figura 2.2 – Processo de transformação das fontes de energia (PORTAL ENERGIA).	27
Figura 2.3 – Capacidade eólica instalada acumulada entre 1996 e 2013. (GLOBAL WIND STATISTICS, 2013).	30
Figura 2.4 – Capacidade eólica instalada entre 1996 e 2013. (GLOBAL WIND STATISTICS, 2013).	30
Figura 2.5 – Potencial eólico instalado no mundo em unidades de milhares (GWEC, 2015).	31
Figura 2.6 – Potencial eólico do Brasil por região (ANEEL, 2005).	32
Figura 2.7 – Moinho de vento do tipo holândes (CLÍMACO, 2009).	33
Figura 2.8 – Turbina eólica de Charles Francis Brush em 1888 gerava 12 kW (RIGHTER, 1996).	35
Figura 2.9 – Composição da turbina de eixo horizontal (CBEE, 2000).	38
Figura 2.10 – Exemplos de turbina pequena, média e grande (da esquerda para a direita) (CBEE).	39
Figura 2.11 – Aerogerador de eixo horizontal. (ENGENHARIA PORTUGAL, 2011).	40
Figura 2.12 – Aerogerador de eixo vertical (SAS ENERGIA).	40
Figura 2.13 – Exemplo de seção típica de fundação circular para aerogeradores eólicos (RODRIGUES, 2015).	41
Figura 2.14 – Base circular dos aerogeradores do parque 3 do Complexo Eólico Cerro Chato, RS (MASSA CINZENTA, 2011).	42

Figura 2.15 – Fundação em sapata para uma torre de aço e uma torre pré-fabricada de concreto (adaptado de HAU, 2006).	43
Figura 2.16 – Bloco de fundação (VIEIRA & JUNIOR, 2015).	44
Figura 2.17 – Acidentes com torres eólicas (MILITITSKY, 2014)	45
Figura 2.18 – Atividade agropecuária em parques eólicos (NREL, 2001).	46
Figura 2.19 – Nível de ruído para diferentes turbinas eólicas disponíveis em 1995 (DEWI, 1996).	47
Figura 2.20 – Parque eólico (ROSSI & OLIVEIRA, 2015).	48
Figura 2.21 – Estimativa de mortes de pássaros nos Países Baixos (BOURILLON, 1999).	49
Figura 3.1 – Plano médio da placa.	53
Figura 3.2 – Carregamento pontual (esquerda) e carregamento distribuído (direita), ambos os casos para placa circular.	54
Figura 3.3 – Sistema de coordenadas.	55
Figura 3.4 – Parte de uma placa espessa com superfície média representada.	58
Figura 3.5 – Características geométricas para uma seção de placa circular de espessura variável.	58
Figura 3.6 – Representação do estado de tensões em um elemento infinitesimal da placa (SALAS, 2015).	60
Figura 3.7 – Representação dos momentos e cortantes em um elemento infinitesimal da placa (SALAS, 2015).	62
Figura 3.8 – Graus de liberdade da placa circular (SALAS, 2015).	66
Figura 3.9 – Graus de liberdade da placa circular (SALAS, 2015).	71
Figura 3.10 – Relação entre coordenadas globais e coordenadas normalizadas (SALAS, 2015).	72
Figura 3.11 – Definição do contorno da placa (esquerda) e atribuição da espessura da placa (direita).	77

Figura 3.12 – Tipos de cargas – definição.	78
Figura 3.13 – Definição da carga pontual P_z .	78
Figura 3.14 – Definição da sobrecarga q_z .	79
Figura 3.15 – Definição dos apoios dos bordos da placa – engastada (esquerda) e simplesmente apoiada (direita).	79
Figura 3.16 – Geração da malha de elementos finitos	80
Figura 3.17 – Verificação da estrutura – análise de erros de modelagem.	81
Figura 3.18 – Cálculo da estrutura e geração dos resultados.	81
Figura 3.19 – Escolha da apresentação dos resultados.	82
Figura 3.20 – Tabela retirada do livro de Timoshenko (1959) com os coeficientes utilizados no cálculo dos deslocamentos e momentos para uma placa simplesmente apoiada sujeita a carregamento distribuído.	89
Figura 3.21 – Tabela retirada do livro de Timoshenko (1959) com os coeficientes utilizados no cálculo dos deslocamentos e momentos para uma placa simplesmente apoiada sujeita a carga pontual no centro.	90
Figura 3.22 – Modos de vibração de Silva (2014) (à esquerda) e do Autor (à direita).	93
Figura 4.1 – Tensão admissível do terreno (FABRÍCIO e ROSSIGNOLO, 2001).	96
Figura 4.2 – Transferência de cargas para a base (fonte: www.ebah.com.br/content/ABAAAfUzQAG/sapatas-concreto-armado).	98
Figura 4.3 – Vista do aerogerador GE 1.6-100 NAMTS (LIMA et al., 2012).	99
Figura 4.4 – Sistema de coordenadas global (LIMA et al., 2012).	100
Figura 4.5 – Vista superior em centímetros (LIMA et al., 2012).	101

Figura 4.6 – Elevação em centímetros (corte dividindo a geometria em 2 metades iguais) (LIMA et al., 2012).	101
Figura 4.7 – Locação das estacas em centímetros (LIMA et al., 2012).	102
Figura 4.8 – Faixas de influência e seção de cálculo (LIMA et al., 2012).	104
Figura 4.9 – Superfícies críticas (LIMA et al., 2012).	107
Figura 4.10 – Geometria da placa.	110
Figura 4.11 – Divisão da placa em três regiões de espessuras distintas: região interna (3,0 m), região central (1,6 m) e região externa (1,4 m).	111
Figura 4.12 – Placa apoiada sobre estacas: modelo adotado (à esquerda) e visualização 3D (à direita).	111
Figura 4.13 – Cargas adotadas na modelagem da placa.	112
Figura 4.14 – Momentos adotados na modelagem da placa.	112
Figura 4.15 – Malha de elementos finitos.	113
Figura 4.16 – Máxima carga de compressão e tração nas estacas calculadas pelo programa.	113
Figura 4.17 – Fundação em placa circular (fonte: www.lmsp.ufc.br/arquivos/graduacao/fundacao/apostila/03.pdf)	114
Figura 4.18 – Altura mínima da placa.	117
Figura 4.19 – Seção de referência S1 para o cálculo do momento fletor.	118
Figura 4.20 – Seção de referência S2 para o cálculo de verificação do esforço cortante.	120
Figura 4.21 – Cálculo da tensão na seção de referência S2.	121
Figura 4.22 – Superfícies críticas C e C'.	123
Figura 4.23 – Fundação submetida a momento, forças vertical e horizontal.	126

Figura 4.24 – Mensagem gerada pelo programa para entrada de dados inválida.	129
Figura A.1 – Carregamento distribuído, visão superior.	146
Figura A.2 – Carregamento distribuído, visão 3D.	146
Figura A.3 – Mapeamento do momento radial.	147
Figura A.4 –Momento radial em $r = 4,5m$.	147
Figura A.5 – Mapeamento do momento circunferencial.	148
Figura A.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.	148
Figura A.7 – Mapeamento do deslocamento.	149
Figura A.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5 m$).	149
Figura B.1 – Carregamento pontual, visão superior.	150
Figura B.2 – Carregamento pontual, visão 3D.	150
Figura B.3 – Mapeamento do momento radial.	151
Figura B.4 –Momento radial em $r = 4,5m$.	151
Figura B.5 – Mapeamento do momento circunferencial.	152
Figura B.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.	152
Figura B.7 – Mapeamento do deslocamento.	153
Figura B.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5 m$).	153
Figura C.1 – Carregamento distribuído, visão superior.	154
Figura C.2 – Carregamento distribuído, visão 3D.	154
Figura C.3 – Mapeamento do momento radial.	155
Figura C.4 –Momento radial em $r = 4,5m$.	155
Figura C.5 – Mapeamento do momento circunferencial.	156
Figura C.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.	156
Figura C.7 – Mapeamento do deslocamento.	157
Figura C.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5 m$).	157

Figura D.1 – Carregamento pontual, visão superior.	158
Figura D.2 – Carregamento pontual, visão 3D.	158
Figura D.3 – Mapeamento do momento radial.	159
Figura D.4 –Momento radial em $r = 4,5\text{m}$.	159
Figura D.5 – Mapeamento do momento circunferencial.	160
Figura D.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5\text{m}$.	160
Figura D.7 – Mapeamento do deslocamento.	161
Figura D.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5\text{ m}$).	161
Figura E.1 – Carregamento distribuído, visão superior.	162
Figura E.2 – Carregamento distribuído, visão 3D.	162
Figura E.3 – Mapeamento do momento radial.	163
Figura E.4 –Momento radial em $r = 4,5\text{m}$.	163
Figura E.5 – Mapeamento do momento circunferencial.	164
Figura E.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5\text{m}$.	164
Figura E.7 – Mapeamento do deslocamento.	165
Figura E.8 – Deslocamento transversal no centro da placa.	165
Figura F.1 – Carregamento pontual, visão superior.	166
Figura F.2 – Carregamento pontual, visão 3D.	166
Figura F.3 – Mapeamento do momento radial.	167
Figura F.4 –Momento radial em $r = 4,5\text{m}$.	167
Figura F.5 – Mapeamento do momento circunferencial.	168
Figura F.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5\text{m}$.	168
Figura F.7 – Mapeamento do deslocamento.	169
Figura F.8 – Deslocamento transversal no centro da placa.	169
Figura G.1 – Carregamento distribuído na direção da superfície da placa, visão superior.	170

Figura G.2 – Carregamento distribuído na direção da superfície da placa, visão 3D.	170
Figura G.3 – 1º modo de vibração da placa.	171
Figura G.4 – 2º modo de vibração da placa.	171
Figura G.5 – 3º modo de vibração da placa.	172
Figura G.6 – 4º modo de vibração da placa.	172
Figura G.7 – 5º modo de vibração da placa.	173
Figura G.8 – 6º modo de vibração da placa.	173
Figura G.9 – 7º modo de vibração da placa.	174
Figura G.10 – 8º modo de vibração da placa.	174
Figura G.11 – 9º modo de vibração da placa.	175
Figura G.12 – 10º modo de vibração da placa.	175

Lista de tabelas

Tabela 3.1 – Comparação dos resultados de deslocamento, momento radial e momento circunferencial de uma placa circular de espessura uniforme submetida a um carregamento distribuído atuando no centro da placa.	84
Tabela 3.2 – Comparação dos resultados de deslocamento, momento radial e momento circunferencial de uma placa circular de espessura uniforme submetida a uma carga pontual atuando no centro da placa.	87
Tabela 3.3 – Comparação dos resultados de deslocamento, momento radial e momento circunferencial de uma placa circular de espessura variável submetida a dois casos de carga: um carregamento distribuído e uma carga pontual atuando no centro da placa.	91
Tabela 3.4 – Frequência da placa.	94
Tabela 3.5 – Coeficientes críticos de flambagem.	94
Tabela 3.6 – Comparação das cargas críticas de flambagem.	95
Tabela 4.1 – Cargas máximas sem coeficiente de segurança.	100
Tabela 4.2 – Cargas máximas com coeficiente de segurança.	100
Tabela 4.3 – Cargas médias para a velocidade nominal de vento.	101
Tabela 4.4 – Cargas máximas calculadas de compressão e tração nas estacas.	114
Tabela 4.5 – Tabela de tensões básicas admissíveis retirada da NBR 6122:2010.	116
Tabela 4.6 – Comprimentos de ancoragem.	117
Tabela 4.7 – Valores de taxa mínima de armadura.	119

Tabela 4.8 – Coeficiente η_1 .	122
Tabela 4.9 – Dados de entrada.	128
Tabela 4.10 – Dimensionamento geométrico.	129
Tabela 4.11 – Dimensionamento à flexão.	131
Tabela 4.12 – Dimensionamento ao cisalhamento.	132
Tabela 4.13 – Punção.	134
Tabela 4.14 – Estabilidade.	134

Lista de abreviaturas

ABEEólica	Associação Brasileira de Energia Eólica
ANEEL	Agência Nacional de Energia Eólica
AIE	Associação Brasileira de Energia Eólica
CBEE	Centro Brasileiro de Energia Eólica
Cepel	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
DEWI	Deutsches Windenergie-Institut (Instituto Alemão de Energia Eólica)
EWEA	European Wind Energy Association (Associação Européia de Energia Eólica)
GE	General Electric
GWEC	Global Wind Energy Council (Conselho Global de Energia Eólica)
NBR	Norma Brasileira
NREL	National Renewable Energy Laboratory
PUC-Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
PUC-RS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito.

Não sou o que deveria ser, mas graças a Deus, não sou o que era antes”.

Martin Luther King.

1 Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A utilização da energia eólica para geração de energia elétrica em diferentes países mostra um avanço considerável deste tipo de energia nas últimas décadas. O nome energia eólica está relacionado à capacidade de gerar energia através do vento. Este tipo de energia é classificado como uma energia renovável, e esse é um dos pontos mais importantes no atual cenário mundial.

Dentre as inúmeras vantagens do uso da energia eólica podemos destacar que é um tipo de energia totalmente limpa, não agredindo ao meio ambiente e não contribuindo para o aquecimento global através da emissão de gases e poluentes; e o vento é uma fonte natural de energia inesgotável, diferentemente das fontes de energia não renováveis que cada vez mais estão se tornando escassas no mundo, pois sua reposição na natureza é muito lenta em comparação com a velocidade em que estão sendo utilizadas.

O melhor desempenho da energia eólica se dá em grandes alturas, onde temos o aproveitamento máximo do vento por ser mais forte e menos turbulento quanto maior for à altura (GAMA, 2015). A evolução das turbinas eólicas ao longo dos anos fez-se necessário, chegando aos dias de hoje com a capacidade de geração de energia de 8 MW. Com isso, o tamanho dos equipamentos que compõem a turbina (rotor, nacelle, torre) também aumentou.

Os materiais utilizados na fabricação das torres eólicas são basicamente o aço, o concreto armado e o concreto protendido e a geometria da seção é circular cheia ou vazada. Segundo Hau (2006), a utilização do concreto para torres com altura superior a 80 metros tem se tornado favorável. Grünberg e Göhlmann (2013) mostram que o uso de torres com mastro de concreto protendido e topo de seção metálica (chamadas de torres híbridas) tem se tornado nos últimos anos uma solução mais econômica para turbinas eólicas de grande capacidade de geração de energia.

No Brasil, a principal fonte de geração de energia elétrica é a partir da energia hidrelétrica. Embora também seja um tipo de energia renovável, sua capacidade se limita aos níveis dos reservatórios das usinas hidrelétricas. As turbinas são movimentadas quando o volume de água está alto, mas este volume depende exclusivamente do ciclo natural do meio ambiente, principalmente das chuvas (RODRIGUES, 2015). O Brasil apresenta grande potencial eólico dentro do território nacional com ventos favoráveis para ampliação dos parques eólicos. Contudo, a energia eólica ainda é pouco difundida e quase não existem usinas eólicas produtoras de energia elétrica. Esse tipo de energia é mais utilizado para bombear água na irrigação.

1.2 Relevância da Pesquisa

Há diversos aspectos da engenharia estrutural ligados ao estudo do comportamento e projeto de geradores eólicos. Entre estes, é necessário destacar nesta pesquisa a importância do dimensionamento estrutural de fundações de geradores eólicos, as quais são fundamentais para o suporte das imensas torres eólicas produtoras de energia limpa e renovável, e que de um modo geral devem ser minuciosamente calculadas e detalhadas para garantir a completa estabilidade da estrutura como um todo. Desta forma, este trabalho traz uma contribuição aos contratantes de projetos pela introdução de procedimentos simplificados para anteprojetos e avaliação de projetos. Levanta ainda alguns pontos sobre análise de placas circulares, que podem vir a ser de interesse em estudos futuros. Não podemos esquecer a questão socioambiental que fica evidentemente marcada quando substituímos uma forma de energia esgotável por uma fonte energia renovável e menos poluente.

1.3 Objetivos

Este trabalho tem por objetivos (a) motivar e informar os pesquisadores para a área de energia eólica; (b) estudar alguns aspectos de interesse na estabilidade e dinâmica de placas; e (c) identificar os parâmetros necessários para o conhecimento das fundações de torres eólicas e, a partir deste conhecimento, desenvolver um estudo simplificado utilizando um método computacional de

cálculo e pré-dimensionamento estrutural destas fundações, a fim de comparar resultados e validar simplificações, levando em conta sua enorme importância dentro do atual contexto socioambiental para os contratantes e avaliadores de projetos e tomadores de decisão.

1.4 Estrutura da Pesquisa

A pesquisa está dividida em cinco capítulos, referências bibliográficas e anexos.

O primeiro capítulo apresenta a introdução deste trabalho que se encontra subdividido em considerações iniciais, a relevância da pesquisa, os objetivos deste trabalho e a estrutura da pesquisa.

O segundo capítulo abrange a revisão das bibliografias importantes para a composição deste trabalho, onde são vistos a energia eólica no Brasil e no mundo, as turbinas eólicas e suas ações e os benefícios e impactos socioambientais das usinas eólicas.

No terceiro capítulo um enfoque maior é dado às fundações das torres eólicas. Buscando embasar teoricamente o problema, e justificá-lo dentro da linha de pesquisa de Instabilidade e Dinâmica de Estruturas, do Programa de Engenharia Civil da PUC-Rio, é realizado um estudo sobre a teoria de placas e são mostradas implementações de soluções analíticas para placas finas e espessas. Para finalizar são modelados exemplos de validação e aplicação para efeitos de comparação, envolvendo inclusive comportamento de placas circulares em vibração e compressão, aspectos que serão de interesse em futuros desenvolvimentos.

Já no capítulo quatro é desenvolvido o dimensionamento de placas circulares espessas baseado nas normas brasileiras. É realizada a criação de uma planilha em Excel de dimensionamento estrutural de fundações de geradores eólicos e um exemplo é modelado para comprovar os resultados da planilha.

As conclusões deste trabalho juntamente com as sugestões para trabalhos futuros encontram-se no quinto capítulo. Em seguida, temos as referências bibliográficas utilizadas na composição desta dissertação.

E por fim, os resultados obtidos na modelagem das estruturas encontram-se nos anexos de A a G.

2

Revisão bibliográfica

2.1

Energia eólica no Brasil e no mundo

2.1.1

Energias renováveis

Podemos definir energia renovável como aquela proveniente de recursos naturais que possuem a capacidade de se renovarem, ou seja, praticamente inesgotáveis, pois estão em constante processo de regeneração. Essas fontes naturais tornam-se importantes devido à enorme quantidade energética que possuem e porque podem se regenerar através de meios naturais.

As principais fontes naturais de energia renovável, como podemos observar na figura 2.1, são:

- 1) Rios: energia hídrica, através das usinas hidrelétricas que produzem eletricidade utilizando a força da água para o acionamento das turbinas;
- 2) Vento: energia eólica, gerada através da captação da força do vento por aerogeradores;
- 3) Sol: energia solar, pela transformação da luz obtida dos raios solares em energia;
- 4) Calor interno da terra: energia geotérmica, que consiste no aproveitamento do calor da Terra por meio de águas quentes e vapores, produzindo eletricidade e calor;
- 5) e 6) Mares e oceanos: energia mareomotriz, obtida através do movimento das marés, das ondas ou da diferença de temperatura entre os níveis da água do mar;
- 7) Matéria orgânica: energia de biomassa, gerada a partir da decomposição de resíduos orgânicos, tendo como combustível o gás metano.



Figura 2.1 – Fontes naturais de energia renovável (PORTAL ENERGIA).

Diferentemente das fontes de energia não renováveis (como petróleo, carvão mineral, gás natural, urânio), as fontes de energia renovável, além da enorme vantagem de serem inesgotáveis, são consideradas energias limpas, pois não poluem nem desmatam a natureza e são fornecidas pela própria, de forma que não há produção de gases e matérias tóxicos ou nocivos para o meio ambiente. Além disso, existe a possibilidade de serem implantadas em qualquer lugar do mundo. O processo de transformação de algumas energias renováveis e não-renováveis é esquematizado na figura 2.2.

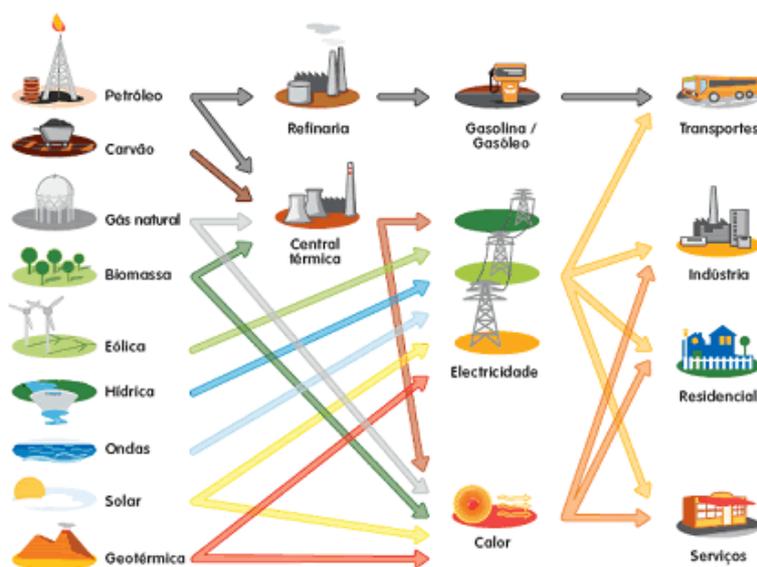


Figura 2.2 – Processo de transformação das fontes de energia (PORTAL ENERGIA).

Segundo dados obtidos pela Global Status Report (2010), em 2008, o consumo mundial de energia proveniente de fontes renováveis foi de cerca de

19%, com 13% sendo energia de biomassa, que é usada principalmente para aquecimento, e 3,2% desse total a partir da energia hidrelétrica. As energias renováveis de biomassa, eólica, solar e geotérmica representaram 2,7%, com crescimento rápido deste percentual. A proporção das energias renováveis na geração de eletricidade é de cerca de 18%, sendo 15% vindo de hidrelétricas e 3% de novas energias renováveis.

A capacidade instalada das fontes alternativas, outro nome dado às fontes renováveis, chega a 240 GW mundialmente, segundo estudo da Renewable Energy Network for the 21th Century e World Watch Institute Alexandre Canazio, da Agência Canal Energia, Negócios - 28/02/2008.

2.1.2

Energia eólica no mundo

Segundo relatório disponibilizado pela Agência Internacional de Energia (AIE), dentre as novas usinas construídas no mundo em 2014, metade do total construído é representado por usinas de energias renováveis. Isto demonstra uma consolidação da indústria de energia renovável e de acordo com o World Energy Outlook 2015 é possível que até 2030 esse tipo de energia alternativa sobreponha-se ao uso de combustíveis fósseis.

Desde o início do século XX, o mundo sofre com a poluição do ar, a exploração de seus recursos naturais e com o uso degradável do solo. O petróleo, que é uma fonte de energia não renovável, foi extraído tão descontroladamente que o esgotamento de seus poços já é uma realidade não tão distante. Atualmente, o petróleo é a principal fonte de energia existente. Contudo, além de não ser renovável, é um dos responsáveis pelo efeito estufa. Muitos países dependem muito do petróleo como fonte energética, por exemplo, os Estados Unidos, e, desta forma, é provável que ele ainda seja motivo de muitas guerras e conflitos futuros entre os países. Para evitar tais conflitos e buscar novas soluções, muitos países do mundo estão investindo alto em projetos que utilizam as fontes de energia alternativa como a energia solar, a energia eólica, a energia geotérmica, a energia das marés, o biodiesel, a energia obtida através do hidrogênio, o etanol e a biomassa, pois contribuem menos para o aquecimento global e permitem que a dependência sobre o petróleo seja minimizada.

Dentre as energias renováveis citadas podemos destacar a energia eólica. Hoje em dia ela é gerada através da força do vento captada pelos aerogeradores (grandes turbinas em formato de cata-vento) em locais abertos e com grande ventilação, gerando energia elétrica por meio do movimento das turbinas. Antigamente, a energia eólica era utilizada pelo homem em embarcações e moinhos. Em comparação com outros tipos de energia podemos dizer que a energia eólica ainda é pouco utilizada no mundo, mas não deixa de ser muito importante como fonte de energia, pois é classificada como limpa, sem gerar poluição ou qualquer tipo de agressão ao meio ambiente. Na Europa, o vento é a fonte renovável de maior sucesso, embora existam pessoas que ainda são contra a utilização de aerogeradores devido a modificar significativamente a estética da paisagem.

As fontes de energia utilizadas tradicionalmente entram em conflito com as fontes renováveis, quando destacamos que as fontes não-renováveis, em constante declínio, tornam-se verdadeiras ameaças ao meio ambiente. As fontes renováveis são colocadas cada vez mais como centro das atenções, uma vez que são inesgotáveis e não prejudicam o meio ambiente. No entanto, é importante notar que a utilização de energias renováveis não faz com que abandonemos imediatamente as outras fontes de energia, pois estas ainda se fazem necessárias em muitos países. Já a Alemanha, por exemplo, demonstrou que é possível se adaptar ao uso de fontes renováveis, beneficiando não só o país, mas também a população e ao meio ambiente. Um terço de toda a energia eólica produzida no mundo e metade da energia eólica produzida na Europa é originada da Alemanha.

De acordo com a Global Status Report (2011), a taxa de crescimento da geração de energia eólica já atinge 30% ao ano, sendo amplamente utilizada na Europa, Ásia e nos Estados Unidos. A geração de energia eólica no mundo aumentou nos últimos dez anos cerca de 1000%. Em 2013, a capacidade instalada mundialmente de energia eólica já era de 318 mil megawatts (MW). Em 2009, o investimento da China na geração de energias renováveis chegou a US\$ 34 bilhões, ultrapassando os investimentos realizados pelos Estados Unidos em quase o dobro. Atualmente, a China é a líder no ranking de países que mais investem em energias renováveis no mundo, seguida dos Estados Unidos e Alemanha. O Brasil apareceu em 4º lugar no GWEC 2015 representando 4,3% da capacidade instalada mundial.

Segundo um estudo elaborado pelo Conselho Global da Energia Eólica (Global Wind Energy Council, GWEC), a potência eólica instalada tem apresentado um grande crescimento nos últimos anos, conforme podemos visualizar nas figuras 2.3 e 2.4 abaixo:

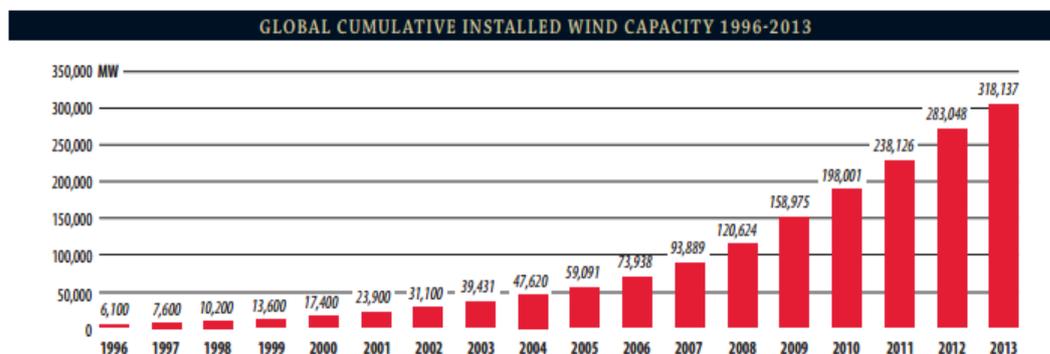


Figura 2.3 – Capacidade eólica instalada acumulada entre 1996 e 2013. (GLOBAL WIND STATISTICS, 2013).

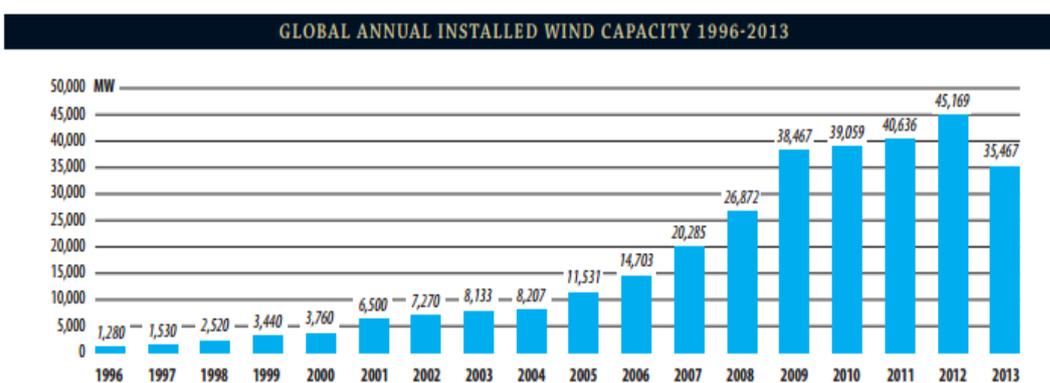


Figura 2.4 – Capacidade eólica instalada entre 1996 e 2013. (GLOBAL WIND STATISTICS, 2013).

Embora exista todo esse investimento em energias renováveis e especificamente em energia eólica vindo de vários países do mundo, apenas 10 países lideram cerca de 85% em investimentos para instalação de energia eólica, mesmo existindo esse grande potencial para exploração. Segundo o relatório da Global Wind Energy 2015, a capacidade eólica mundial instalada acumulada em 2015 foi de cerca de 432 GW (Gigawatts), mas acredita-se que no próximo relatório esta capacidade aumente para cerca de 500 GW de energia elétrica proveniente de usinas eólicas. As regiões que apresentam ventos com velocidade frequente de 15 km/h são adequadas para a instalação de aerogeradores. Abaixo temos um ranking dos países de acordo com sua capacidade de geração de energia

eólica. O Brasil ainda encontra-se em 10º lugar com 8,715 GW de capacidade instalada (Global Wind Energy Council, 2015).

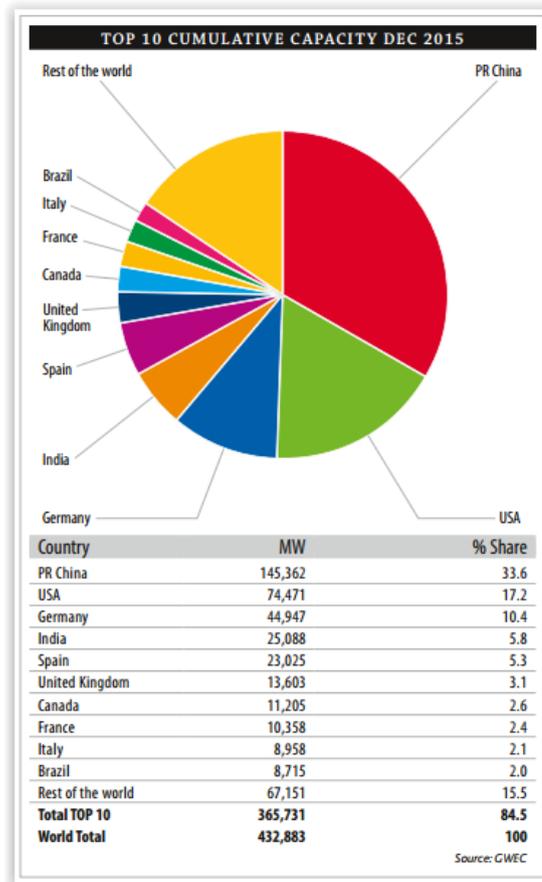


Figura 2.5 – Potencial eólico instalado no mundo em unidades de milhares (GWEC, 2015).

2.1.3

Energia eólica no Brasil

Embora a exploração dos recursos naturais seja um fator preocupante para a maioria, senão todos os países, a utilização de recursos naturais renováveis para a produção demonstra ser um ponto positivo e favorável para o meio ambiente. O Brasil é um país com grande quantidade de riquezas naturais e a utilização de recursos renováveis para geração de energia representa quase 90% da energia elétrica produzida no país. A energia elétrica em sua maior parte é produzida nas usinas hidroelétricas, utilizando a força da energia hídrica ou hidráulica.

Além disso, o país também investiu na construção de receptores solares para produzir energia através dos raios do Sol e na produção de etanol (combustível feito à base de cana-de-açúcar), sendo considerado o maior produtor de etanol do

mundo. Metade da frota automobilística do país funciona com esse combustível renovável como fonte de energia.

Já a energia eólica no Brasil ainda é pouco difundida, pois praticamente não existem usinas eólicas produtoras de energia elétrica. Esse tipo de energia é bastante utilizado no bombeamento de água na irrigação. Muitos especialistas afirmam que existem ventos favoráveis no Brasil para uma ampliação dos parques eólicos. De acordo com o Atlas do Potencial Eólico Brasileiro mostrado na figura 2.6 elaborado pelo Cepel (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica), as regiões do Brasil com maior potencial eólico são Sul e Sudeste e no litoral do Nordeste.

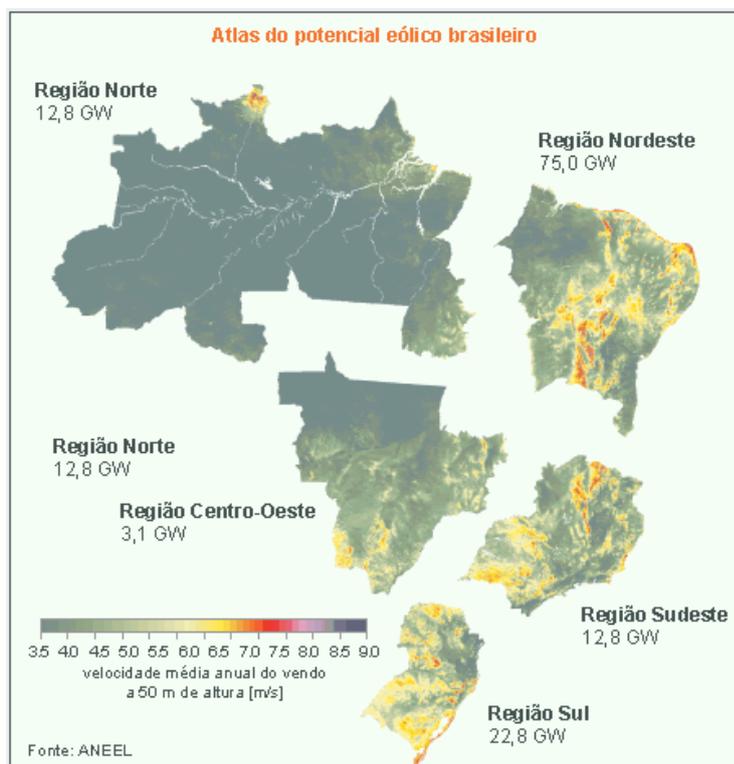


Figura 2.6 – Potencial eólico do Brasil por região (ANEEL, 2005).

Com relação a investimentos, segundo a Associação Latino-Americana do setor (Lewea, na sigla em inglês), dentre os países da América Latina, o Brasil é o primeiro na liderança em investimentos em energia eólica. No país, o primeiro projeto de geração de energia através do uso de energia eólica foi desenvolvido na ilha de Fernando de Noronha, em Pernambuco, a fim de garantir o fornecimento de energia para a localidade, já que antes a energia era fornecida por meio de um gerador movido a diesel.

No ano de 2015 a energia eólica foi a energia que mais cresceu no Brasil com 39,3%. A energia hidrelétrica cresceu 35,1% e a termelétrica 25,6%. Já em

março de 2016, o Brasil chegou à marca de 9,2 GW de capacidade instalada distribuída por 369 parques eólicos.

2.2

Turbinas eólicas e suas ações

2.2.1

Histórico das turbinas eólicas e aspectos gerais

O aproveitamento da energia eólica ocorre através da conversão de energia cinética de translação em energia cinética de rotação, por meio das turbinas eólicas ou aerogeradores que geram eletricidade ou através de cata-ventos e moinhos para trabalhos mecânicos como bombeamento da água (ANEEL, 2005).

Esse tipo de energia sempre foi utilizado há milhares de anos com os mesmos objetivos: bombeamento de água, moagem de grãos e outras finalidades que envolvessem energia mecânica. O primeiro registro de utilização do vento através dos cata-ventos, a fim de utilizar a energia eólica para bombear água e moer grãos vem da Pérsia, cerca de 200 A.C.. No entanto, acredita-se que a China, por volta de 2000 A.C., e o Império Babilônico, por volta de 1700 A.C., já se utilizavam de cata-ventos rústicos para irrigação (CLÍMACO, 2009). No século I D.C., na Grécia, utilizavam uma roda movida pelo vento para movimentar uma máquina. Barcos a vela utilizavam essa energia para deslocarem-se pelos mares. Já na Idade Média, os moinhos de vento aproveitavam a energia eólica na moagem de grãos dos cereais e no bombeamento de água para utilização da população.



Figura 2.7 – Moinho de vento do tipo holandês (CLÍMACO, 2009).

Em meados do século XIX, existiam em funcionamento aproximadamente 9.000 moinhos de vento funcionando na Holanda, por volta de 3.000 na Bélgica, 10.000 na Inglaterra e 50 na França. Na segunda metade deste século os Estados Unidos já teriam fabricado e instalado em torno de 6 milhões de cata-ventos (CLÍMACO, 2009). Os primeiros indícios do uso da energia eólica para a geração de eletricidade surgiram no final do século XIX. Na época da Revolução Industrial, essa energia foi importante para gerar eletricidade em indústrias, comércios e casas. Contudo, com o passar do tempo, a utilização da água em máquinas a vapor foi ganhando espaço e os moinhos de vento foram caindo no esquecimento. Somente na década de 1970, com a crise internacional do petróleo, o interesse pela energia eólica foi resgatado e novos investimentos viabilizaram o desenvolvimento e implantação dos equipamentos a nível comercial, de forma a dar força ao movimento contra a utilização da energia nuclear. Padrões internacionais foram implementados e o design dos equipamentos foi melhorado, dando origem a modernos parques eólicos e com uma redução dos seus custos altíssimos de aplicação, tornando-os economicamente viáveis.

O surgimento da aplicação da energia eólica para produção de energia elétrica se deu com a construção do primeiro moinho em 1887 por James Blyth (1839-1906), engenheiro escocês, a fim de carregar acumuladores de energia que utilizava para iluminar a sua casa. O pioneiro na criação do primeiro protótipo de turbina eólica com sua tecnologia baseada no moinho de vento tradicional se chamava Charles F. Brush e sua criação foi no ano de 1888. A seguir será apresentada uma cronologia com os pioneiros da energia eólica retirado do site AMMONIT e da Revista CONCRETO E CONSTRUÇÕES edição 75:

- **Charles F. Brush (1849-1929)**, um dos fundadores da indústria elétrica norte-americana. No Inverno de 1887-88, Brush construiu uma máquina, agora considerada a primeira turbina eólica automatizada para produção de eletricidade. Tendo em conta as condições da época, as dimensões eram enormes: diâmetro do rotor: 17 m (50 pés), 144 pás de rotor em madeira de cedro. A turbina funcionou durante 20 anos e alimentava as baterias na cave da casa de Brush. Apesar das dimensões, a turbina gerava somente 12 kW de eletricidade.

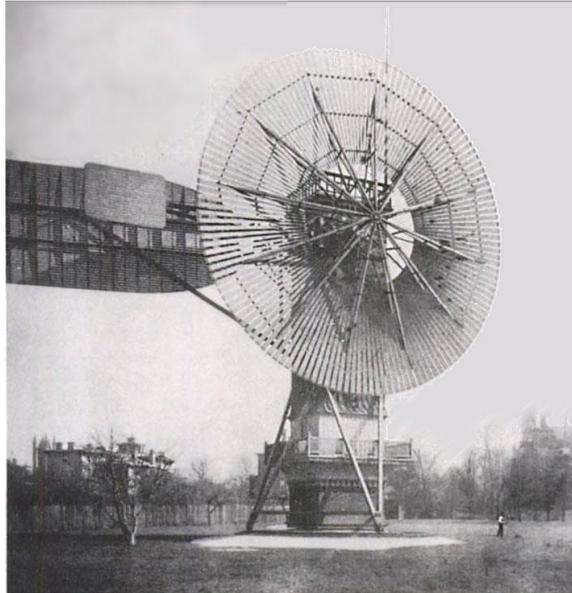


Figura 2.8 – Turbina eólica de Charles Francis Brush em 1888 gerava 12 kW (RIGHTER, 1996).

- **Poul la Cour (1846-1908)**, meteorologista dinamarquês. É considerado o pai da indústria eólica moderna. A sua primeira turbina eólica comercializável foi instalada após a Primeira Guerra Mundial, durante um período de escassez generalizada de combustível. Fundou o primeiro centro de investigação de energia eólica em Jütland, onde ministrou os primeiros cursos a engenheiros eólicos. Juntamente com as suas primeiras experiências na técnica dos túneis de vento, publicou a primeira revista mundial sobre energia eólica.

- **Albert Betz (1885-1968)**, físico alemão. Como diretor do Instituto de Aerodinâmica em Göttingen, formulou a lei de Betz, demonstrando que nenhuma turbina eólica pode converter mais do que 59.3% da energia cinética do vento em energia mecânica no rotor. A sua teoria sobre o design das pás continua ainda hoje a ser a base da construção dos equipamentos.

- **Palmer Cosslett Putnam (1910-1986)**, engenheiro norte-americano, desenvolveu a turbina eólica 1,25 MW Smith-Putnam, em 1941, que funcionou com interregnos até 1945, devido a danos nos materiais de construção. O reduzido período de vida útil da turbina foi encerrado devido a problemas causados por materiais de construção inapropriados. Os materiais modernos e os padrões de qualidade utilizados atualmente ainda não haviam sido desenvolvidos. Os materiais e a qualidade necessários para estas dimensões ainda não existiam.

- **Johannes Juul (1887-1969)**, engenheiro dinamarquês. Aluno de Poul la Cour. Construiu a primeira turbina eólica do mundo (200 kW) para produção de

corrente alternada na Dinamarca em Vester Egesborg, entre os anos de 1956 e 1957. Esta turbina é o protótipo das turbinas eólicas modernas.

- **Ulrich W Hüttner (1910-1990)**, engenheiro alemão. A sua turbina 100 kW StGW-34, instalada em 1957 num campo experimental nos Alpes Suábios, é considerada um dos marcos da tecnologia de energia eólica moderna. Contribuiu com suas pesquisas para uma redução da estrutura mecânica, através da redução das cargas do rotor.

Com o crescimento desta forma de energia em todo o mundo, alguns países como a Alemanha e Espanha, na Europa, e a China, na Ásia, tomaram a frente na utilização da energia eólica para geração de energia elétrica. Muitos dos grandes fabricantes atuais surgiram na Europa e hoje estão presentes no mundo inteiro, como a Gamesa, a Vestas, a Enercon, a GE, a Nordex e a Siemens.

Atualmente, no Brasil temos um grande potencial para o desenvolvimento do mercado de energia eólica, tendo em vista a necessidade de utilizar uma forma de energia que proponha uma menor agressão ao meio ambiente do que a energia hidroelétrica com a construção de grandes barragens que impactam fortemente a natureza. Para isso, basta que os investimentos sejam aumentados e que novos parques eólicos sejam construídos.

2.2.2 Composição de um sistema eólico

Ao decorrer do desenvolvimento da utilização da energia eólica com o passar dos anos surgiram turbinas de diversos tipos como de eixo horizontal ou vertical, com uma, duas, três ou mais pás, com gerador de indução, gerador síncrono, etc.

Dentre os variados tipos de turbinas eólicas existentes no mundo, os rotores de eixo horizontal são os mais comuns e mais utilizados hoje em dia. A configuração denominada *upwind* (contra o vento ou a montante) com três pás se tornou padrão entre os diversos países. As pás podem ser de várias formas e de diferentes materiais como madeira, alumínio ou fibra de vidro reforçada. Outras características que se consolidaram foi o alinhamento ativo, a utilização de gerador de indução e estrutura não flexível.

Conforme é apresentado por Gama (2015) em seu trabalho, a turbina de eixo horizontal (figura 2.9) é composta principalmente pelos seguintes elementos:

- Rotor: é constituído pelas pás (em geral são três) e pelo cubo do rotor, sendo o responsável por transformar a energia cinética do vento em energia mecânica de rotação;
- Sistema de transmissão: são todas as partes rotativas da turbina eólica, exceto o rotor. É responsável por transmitir a energia mecânica entregue pelo eixo do rotor até a carga. Os elementos que compõem o sistema de transmissão são: o eixo de baixa velocidade (eixo do rotor), a caixa de engrenagem, o eixo de alta velocidade (eixo de acionamento do gerador), o acoplamento (coupling), o freio mecânico e o gerador;
- Sistema de controle: é responsável pela operação da maquinaria e a produção de energia. É constituído por: sensores (velocidade, posição, temperatura, voltagem, corrente, etc.), controladores (mecanismos mecânicos e circuitos elétricos), amplificadores de potência (chaves, amplificadores elétricos, bombas hidráulicas e válvulas), atuadores (motores, pistões, ímãs e solenoides), e componentes inteligentes (computadores e microprocessadores);
- Nacele: é a casa de máquinas da turbina eólica. Ela é formada pelo sistema de transmissão, pelo gerador, pelo sistema de orientação direcional e pelos sistemas de controle da turbina;
- Torre e fundação: a torre é responsável por sustentar e posicionar o rotor na altura determinada e, juntamente com a fundação, formam os componentes estruturais da turbina eólica. As torres podem ser de concreto, treliçadas ou de seções tubulares de aço.

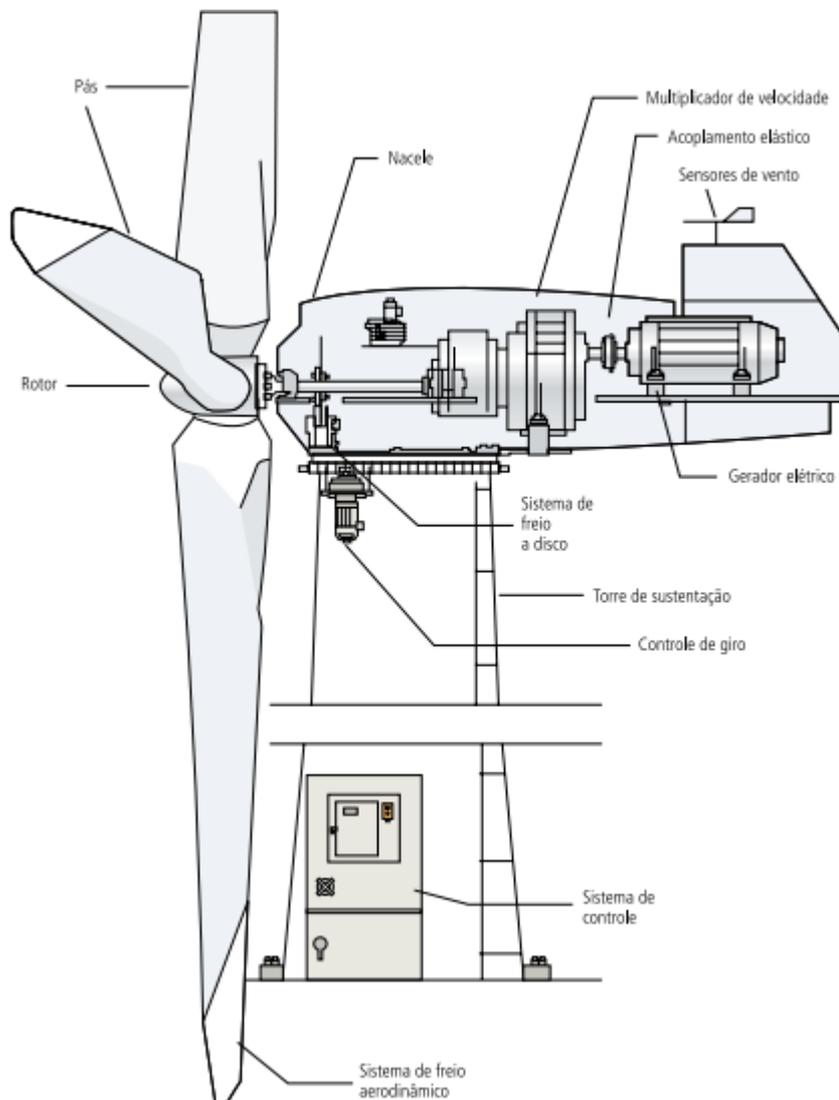


Figura 2.9 – Composição da turbina de eixo horizontal (CBEE, 2000).

De acordo com os tamanhos e capacidade de geração de energia as turbinas eólicas podem ser classificadas como:

- pequenas: potência nominal menor que 500 kW;
- médias: potência nominal entre 500 kW e 1000 kW;
- grandes: potência nominal maior que 1000 kW (ou 1 MW).

Na figura 2.10 podemos visualizar a classificação dada às turbinas:



Figura 2.10 – Exemplos de turbina pequena, média e grande (da esquerda para a direita) (CBEE).

Na década de 80, a potência gerada por um único aerogerador era inferior a 1MW. No entanto, hoje em dia já temos aerogeradores com potência que variando de 2MW até 8MW, embora a transformação desta em energia real apresente uma redução de até 50 %, de acordo com a intermitência do vento e a sua transformação em energia.

2.2.3 Tipos de Torres

Quanto à instalação das torres podemos classificar em dois tipos: on-shore, instaladas no solo, em terra firme; off-shore, instaladas no mar. O grande diferencial é que as torres off-shore requerem maiores cuidados devido a estabilidade sobre a água, resistência às correntes e à erosão.

Quanto ao tipo de material utilizado, existem dois tipos de torres eólicas: as de aço e as de concreto. Segundo a ABEEólica (Associação Brasileira de Energia Eólica), as torres metálicas são utilizadas em projetos onde os aerogeradores são instalados a uma altura entre 60 e 100 metros do solo. As torres de concreto são de todos os tamanhos, mas é mais usual seu emprego em instalações de 80 a 120 metros.

2.2.4 Tipos de aerogeradores

Os aerogeradores, ou geradores eólicos, são os equipamentos que convertem a energia mecânica em energia elétrica. Podem ser de dois tipos, de acordo com a posição do eixo em torno do qual giram as pás (SILVA, 2014):

- Aerogerador de eixo horizontal



Figura 2.11 – Aerogerador de eixo horizontal. (ENGENHARIA PORTUGAL, 2011).

É o tipo de aerogerador mais comum e o mais utilizado em parques eólicos, como pode ser observado na figura 2.11. Alinha-se com o vento, através de um mecanismo eletrônico que capta a direção do vento e ajusta o rotor, tornando-o mais eficiente em comparação ao aerogerador de eixo vertical. Apresenta custo de instalação mais elevado devido a esse mecanismo, mas tal custo é compensado pela sua eficiência. A turbina é elevada por uma torre e os componentes são impulsionados pela força do vento (SILVA, 2014).

- Aerogerador de eixo vertical



Figura 2.12 – Aerogerador de eixo vertical (SAS ENERGIA).

É um gerador fixo, ou seja, que não muda de direção em relação ao vento, ao contrário do aerogerador de eixo horizontal, porém são de custo bem inferior quando comparados com o outro tipo (figura 2.12). Para dar partida no sistema elétrico é necessário um impulso. Uma grande desvantagem é possuírem o rotor mais baixo, sendo assim menos eficiente, pois o vento apresenta velocidade maior, é mais constante e é menos turbulento em alturas mais elevadas. Contudo, geradores de eixo vertical são mais fáceis de serem instalados.

2.2.5 Fundações superficiais e profundas

Em qualquer tipo de estrutura construída, a fundação faz-se necessária para transmitir as cargas provenientes da estrutura para o solo. A escolha do tipo de fundação deve ser adequada para cada terreno, a fim de que a capacidade do mesmo não seja ultrapassada e ocorra ruptura do solo. Por este motivo, investigações devem ser realizadas previamente no solo para que um projeto fundamentado seja bem elaborado e assegure a vida útil da estrutura como um todo. Na figura 2.13 encontra-se um exemplo de fundação típica utilizada em torres eólicas.

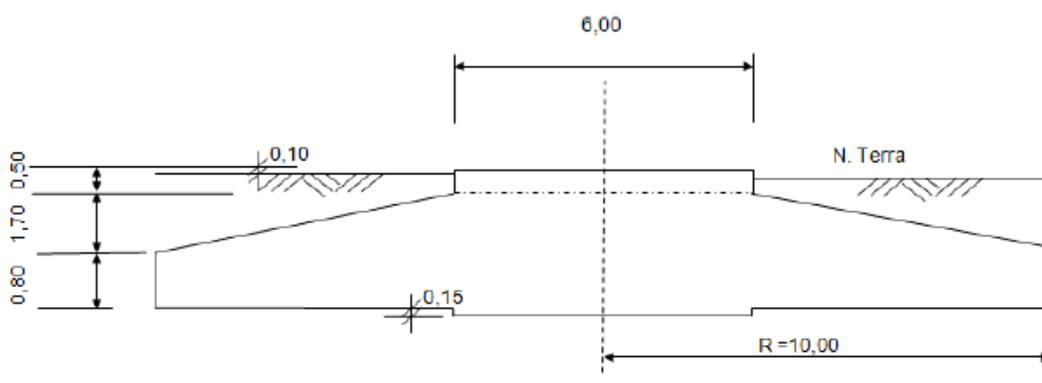


Figura 2.13 – Exemplo de seção típica de fundação circular para aerogeradores eólicos (RODRIGUES, 2015).

Existem basicamente dois tipos de fundação: fundação superficial e fundação profunda. A seguir, serão apresentados maiores detalhes de cada tipo citado.

- Fundação Superficial

Na fundação superficial, também denominada como fundação rasa ou direta, a transmissão das cargas da superestrutura para o solo é feita através da base. É escolhida em situações onde a resistência do solo é considerada alta, ou seja, o solo é suficientemente resistente. Os tipos de fundações superficiais mais conhecidos são: sapata, bloco e radier.

As formas das sapatas de torres eólicas podem variar em cada projeto podendo ser circulares, anulares, retangulares ou poligonais. O momento de tombamento da estrutura, que é resistido pelo peso de todos os elementos estruturais (a turbina, a torre e a fundação) determina as dimensões e a massa da sapata (HAU, 2006).

A seção circular para as sapatas (figura 2.14) é a mais comum, pois apresenta as seguintes vantagens: a distribuição das forças é uniforme, independentemente da direção do vento; o volume de concreto e a quantidade de aço necessários para a construção são menores, sendo, portanto, mais econômica. Entretanto, também possuem uma desvantagem: a mão-de-obra para confeccionar as armaduras radiais é mais cara em comparação à mão de obra necessária para executar armaduras de outras seções, pois se necessita de mão de obra mais qualificada (SILVA, 2014).



Figura 2.14 – Base circular dos aerogeradores do parque 3 do Complexo Eólico Cerro Chato, RS (MASSA CINZENTA, 2011).

Para torres com seção tubular de aço, a ancoragem com a fundação é feita por um elemento denominado seção de base da torre e é ligada à armadura do concreto da fundação, como pode ser visto na figura 2.15.

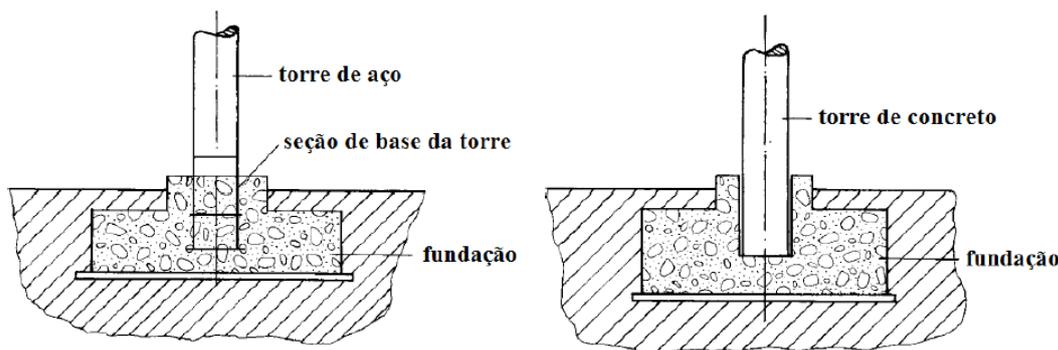


Figura 2.15 – Fundação em sapata para uma torre de aço e uma torre pré-fabricada de concreto (adaptado de HAU, 2006).

- Fundação Profunda

Na fundação profunda, a transmissão das cargas ocorre pela base e, pela superfície lateral dos elementos de fundação. A carga resistida pelo contato de sua área lateral com o solo recebe o nome de resistência de fuste ou atrito lateral. Já a carga resistida pela base é denominada resistência de ponta. Somando-se essas duas resistências temos como resultado a carga total resistida pela fundação profunda (CINTRA; AOKI, 2010).

Este tipo de fundação é normalmente utilizado quando o solo próximo à superfície é pouco resistente. A classificação como “profunda” é dada a partir do instante e que a ponta estiver assentada em uma profundidade maior que o dobro de sua menor dimensão em planta, e possuir no mínimo três metros de comprimento. Os tipos de fundação que atendem estes requisitos e são classificadas como profundas são: estaca e tubulão.

A estaca e o tubulão podem ser diferenciados a partir da forma de execução da seguinte forma: a estaca é executada inteiramente por equipamentos e ferramentas, enquanto que o tubulão requer a descida de pessoas às escavações durante alguma etapa de sua construção (CINTRA; AOKI, 2010).

Na fundação de torres eólicas, as estacas mais indicadas são as metálicas, pré-moldadas (podem ser fabricadas na obra) e escavadas. Sua disposição é arranjada com o melhor aproveitamento possível, de acordo com estudo realizado pelo projetista, a fim de que suportem os efeitos aos qual a estrutura será submetida. As estacas são engastadas pelo topo em um bloco de fundação, visualizado na figura 2.16, que tem como função a transmissão das cargas do mastro da torre para as estacas e, posteriormente, para o solo.



Figura 2.16 – Bloco de fundação (VIEIRA & JUNIOR, 2015).

A concretagem deve ser efetuada de forma contínua, a fim de evitar a formação de fissuras de retração. Pode-se usar também gelo no concreto para reduzir a temperatura de cura do bloco devido ao mesmo apresentar grandes dimensões. O uso de um cimento de baixo calor de hidratação inicial também é uma alternativa para evitar fissuras (VIEIRA & JUNIOR, 2015). Após a concretagem do bloco, uma nova concretagem é necessária: o bloco é ligado ao pedestal através do posicionamento da coroa de ancoragem dentro das armações do pedestal e, após isso, é realizada a nova concretagem. Já a torre é ligada a esta coroa por meio de parafusos e solda.

Os próximos passos para construção do parque eólico são a montagem do aerogerador e a instalação elétrica.

Deve-se estar atento que após a escolha da fundação, alguns tópicos devem ser avaliados para garantir a segurança da obra (FARIA & NORONHA, 2013):

- Capacidade de suporte para a estabilidade da estrutura;
- Recalques imediatos, diferenciais e de adensamento;
- Rigidez da fundação;
- Efeitos de deterioração no concreto por fissuramento, trincas, ataques químicos, etc.;
- Perda de capacidade de suporte ao longo do tempo, pois a fundação será sujeita a carregamento cíclico e ao efeito de fadiga.

2.3

Acidentes com torres eólicas devido a problemas de fundação

A fundação de uma torre eólica deve ser bem pensada e analisada durante a etapa de projeto, assim como na investigação do solo, na escolha do tipo de fundação que mais se adequa ao terreno, na supervisão durante a execução e na verificação e liberação das obras executadas. Todas estas etapas são de máxima importância para que possam ser evitados futuros acidentes devido a problemas de fundação, como podemos visualizar na figura 2.17 onde se apresentam 2 torres eólicas tombadas devido a falta de estabilidade:



Figura 2.17 – Acidentes com torres eólicas (MILITITSKY, 2014)

Sabe-se que acidentes deste porte são espetaculares, ou seja, muito incomuns. Porém, quando acontecem, eles causam um enorme prejuízo, visto que a estrutura de uma torre eólica possui grandes proporções geométricas. É de extrema importância conhecer bem as cargas atuantes na base das torres decorrentes de diferentes solicitações, que por sinal são bastante elevadas, e com isso avaliar o tipo de fundação que será utilizado de acordo com a capacidade de carga do solo onde ficará a torre.

Deverão ser realizadas verificações quanto a segurança à ruptura com base nas tensões admissíveis, segurança ao deslizamento e ao tombamento, segurança à erosão, monitoramento de recalques, efeitos de carregamentos cíclicos e efeito da água presente no subsolo, a fim de conhecer, estudar e evitar que possíveis acidentes possam vir a ocorrer sem aviso prévio da estrutura e do solo.

2.4 Benefícios e impactos socioambientais das usinas eólicas

Podemos afirmar que a energia eólica é o tipo de energia mais limpo existente no mundo, está disponível em diferentes regiões e em variadas densidades, sendo considerada uma ótima alternativa em relação às formas de energias não renováveis.

A utilização da energia eólica para geração de energia elétrica apresenta pontos positivos e negativos, como qualquer outra forma de energia existente. No entanto, seus impactos podem ser minimizados ou até mesmo eliminados através do uso de inovações tecnológicas.

Com relação aos benefícios da energia eólica pode-se dizer que a não emissão de CO₂ na atmosfera é o mais importante deles, de forma a não contribuir para o aquecimento global. A utilização da área do parque eólico para atividades agropecuárias é outro importante ponto positivo a ser mencionado e pode ser visto na figura 2.18:



Figura 2.18 – Atividade agropecuária em parques eólicos (NREL, 2001).

Outros benefícios que podemos citar é a redução da dependência de combustíveis fósseis, melhoria da economia local e aumento do número de empregos, fonte de geração de energia elétrica em ascensão e com grande potencial no Brasil, velocidade na construção dos parques eólicas em comparação às outras formas de energia e longevidade dos equipamentos, desde que realizada a manutenção necessária.

Apesar dos benefícios citados anteriormente, a energia eólica não está desprovida de causar problemas ao meio ambiente. Dentre os impactos causados pela energia eólica podemos destacar:

Ruído: A origem do ruído das turbinas eólicas provém de duas causas: aerodinâmica (a partir do fluxo de ar nas pás) e mecânica (pelos equipamentos como gerador e caixa de redução). Nas décadas de 80 e 90 o problema do ruído gerado pelas turbinas foi um dos mais importantes pontos de discussão. Com o passar dos anos e inovação da tecnologia este problema foi minimizado e regulamentado nas turbinas modernas. Este ruído aerodinâmico é influenciado diretamente pela velocidade do vento que incide sobre a turbina eólica.

A seguir é apresentada na figura 2.19 o resultado de um estudo realizado pelo DEWI (*Deutsches Windenergie-Institut*, traduzido como Instituto Alemão de Energia Eólica) a respeito do nível de ruído de turbinas eólicas existentes no mercado em 1995.

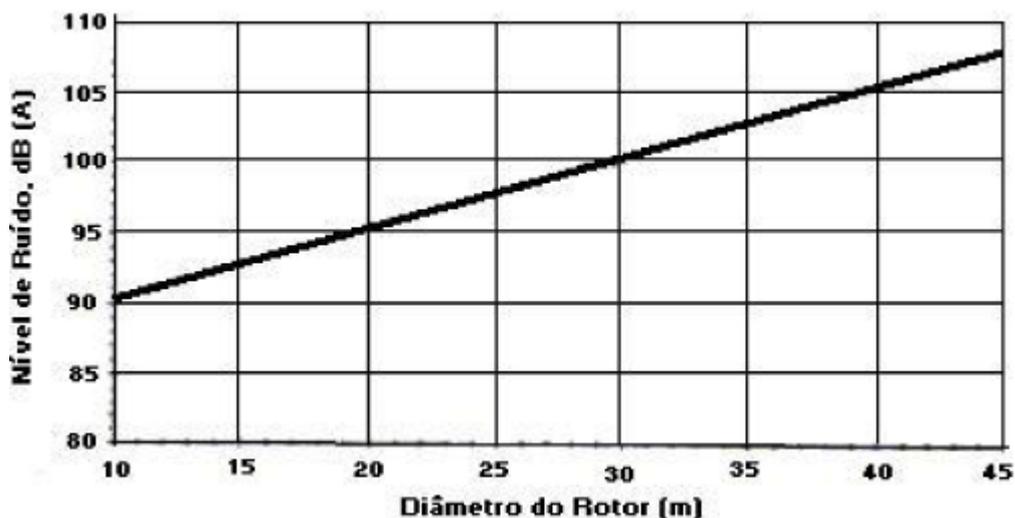


Figura 2.19 – Nível de ruído para diferentes turbinas eólicas disponíveis em 1995 (DEWI, 1996).

Interferência eletromagnética: a interferência ocorre em casos em que a turbina eólica é instalada entre os receptores e transmissores de ondas como sistemas de telecomunicação (rádio, televisão) e micro-ondas. A reflexão de sinais de radiação eletromagnética pelas pás das turbinas pode causar interferência, de tal maneira que um receptor próximo receba um sinal direto e um refletido.

Impactos visuais: parques eólicos devem ser instalados em lugares livres e amplos, se tornando visíveis e, desta forma, impactando visualmente ao meio ambiente devido ao enorme tamanho das turbinas. Alguns parâmetros que

podemos relacionar são: tamanho da turbina, design, números de pás, cor e números de turbinas em um parque eólico. As turbinas são objetos com muita visibilidade e interferência nas paisagens naturais; por isso podem existir restrições à sua instalação em algumas áreas (como áreas turísticas ou áreas de grande beleza natural) (ROSSI & OLIVEIRA, 2015).

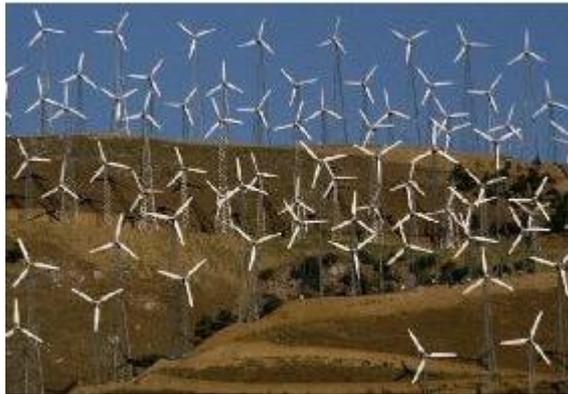


Figura 2.20 – Parque eólico (ROSSI & OLIVEIRA, 2015).

Uso da terra: o espaçamento entre as turbinas de um parque eólico deve ser de no mínimo entre 5 a 10 vezes a altura da torre, de forma a evitar a perturbação causada no escoamento do vento entre uma turbina e outra. Por isso, geralmente apenas 1% da área total do parque eólico construído é utilizado pelas fundações da turbina e 99% da área fica disponível. Entretanto, toda essa área disponível do parque pode ser aproveitada para produção agrícola, pois não existem evidências de que os parques eólicos interfiram em grande proporção em atividades agropecuárias (EWEA, 2000).

Aves: a taxa de mortalidade em parques eólicos é considerada alta e ocorre devido às aves se chocarem com as pás das turbinas eólicas, pois não conseguem visualizá-las quando estão em movimento. Desta forma, não recomenda-se a instalação de parques eólicos em áreas de migração de aves, de reprodução e de proteção ambiental. Contudo, o comportamento dos pássaros e as taxas de mortalidade tendem a ser específicos para cada espécie e para cada lugar. Segundo estudo realizado por Bourillon (1999) mostrado na figura abaixo, a morte de pássaros nos Países Baixos, causada por ações diretas e indiretas do homem, mostra que o tráfego de veículos apresenta uma taxa de mortalidade de pássaros cem vezes maior que em comparação aos parques eólicos com turbinas de 1 GW. Em 1989, foi encontrado um total de apenas 287 pássaros mortos na Alemanha por turbinas eólicas (DEWI, 1996). Na Dinamarca é comum se ter nas torres das

turbinas eólicas um grande número de ninhos de falcões e a maioria dos pássaros tendem a mudar sua rota de voo entre 100 a 200 m, passando por cima ou ao redor da turbina, em distâncias seguras, tanto durante o dia quanto a noite (ELLIOT, 2000).

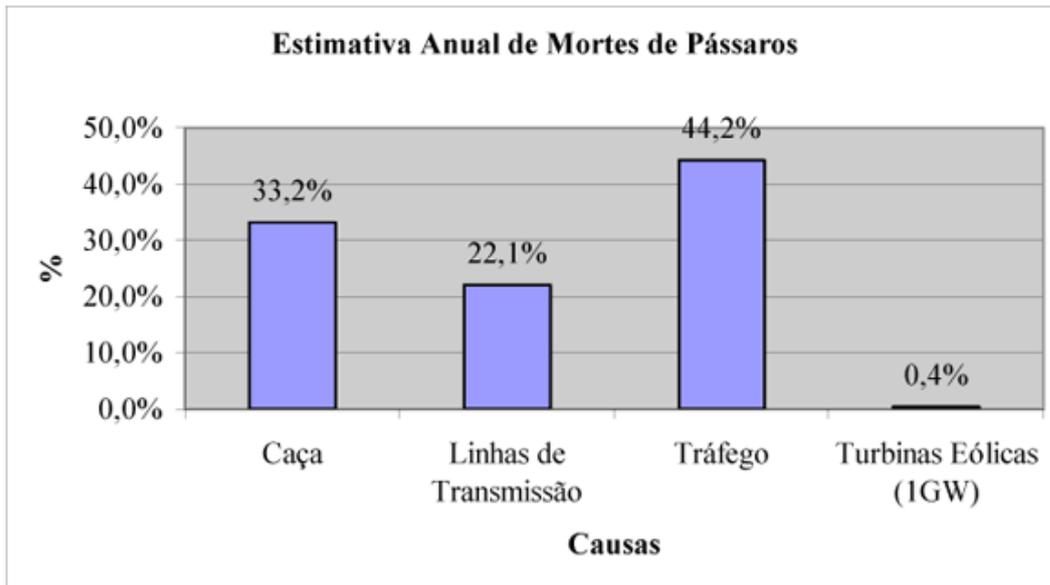


Figura 2.21 – Estimativa de mortes de pássaros nos Países Baixos (BOURILLON, 1999).

A energia eólica apresenta diversas vantagens e é uma das fontes renováveis mais limpa e com um futuro bastante promissor. Mesmo apresentando algumas desvantagens em termos de impactos ambientais, estes problemas podem ser minimizados ao longo do tempo através de planejamento eficiente e implantação de inovações tecnológicas.

3

Fundações das torres eólicas: estudo da teoria de placas e soluções analíticas para placas circulares

3.1

Teoria de Placas

3.1.1

Breve histórico sobre placas

No presente subcapítulo será desenvolvido o histórico da Teoria de Placas, relatando os principais autores que abordaram, em suas pesquisas, estudos sobre placas. Os demais subitens envolvem as considerações iniciais utilizadas neste trabalho, as definições de placas finas e espessas e o desenvolvimento da teoria de placas, demonstrando a formulação do problema em questão. Embora não seja diretamente o problema principal das fundações, tais itens têm interesse para a pesquisa em mecânica estrutural, notadamente em dinâmica e estabilidade.

Em 1776, o matemático e físico L. Euler tornou-se o pioneiro no estudo de placas. Euler analisou problemas de vibrações livres de membranas elásticas retangulares, triangulares e circulares utilizando dois sistemas de cordas esticadas perpendiculares uma a outra (AMPOLINI et al., 2012). O aluno de Euler, Jacques Bernoulli, avançou sobre os estudos de Euler e substituiu o sistema de cordas por uma malha de vigas com rigidez à flexão. Apenas uma semelhança entre a teoria e os experimentos foi encontrada, visto que a resistência à torção não foi incluída nas equações diferenciais estudadas.

Pouco mais tarde, o físico e músico alemão Ernest Chladni descobriu modos de vibrações livres através de seus experimentos. Ele distribuiu pó de modo uniforme sobre a superfície de placas e provocou vibrações nelas. Após as placas vibrarem, o pó foi se acumulando ao longo de linhas nodais, à medida que a frequência das vibrações era modificada, ocorria o deslocamento das linhas nodais. Chladni apresentou seu trabalho na Academia Francesa de Ciências em 1809, em reunião que foi assistida pelo Imperador Napoleão. O imperador, entusiasmado com a descoberta de Chladni, promoveu um concurso na academia

para receber outros trabalhos relacionados com a vibração de placas. Foi então que surgiu Sophie Germain, uma jovem matemática que foi a única a inscrever seu trabalho no concurso. Ela apresentou sua pesquisa sobre a teoria de vibrações de placas, mas os jurados do concurso não ficaram satisfeitos com seus resultados. Abaixo podemos verificar a equação desenvolvida:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + k^2 \left(\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} \right) = 0$$

Em 1813, ela tentou mais uma vez submeter seu trabalho, mas sem sucesso, pois ainda havia uma única pendência: definir precisamente uma constante em sua equação. Em 1816, a correção de sua pesquisa foi terminada e então Germain recebeu seu prêmio, embora sua constante ainda tenha sido alvo de críticas. Contudo, o mérito da criação da primeira equação diferencial sobre vibrações livres em placas foi dado a ela. Poisson (1781-1840) ainda tentou achar o valor correto da constante, mas não obteve sucesso.

Enfim, o cientista e engenheiro Navier (1785-1836) conseguiu se tornar o primeiro a desenvolver corretamente a primeira equação diferencial de placas sujeita a carregamento lateral distribuído. Ele utilizou as hipóteses de Bernoulli e adicionou as ações de tensões e esforços em 2 dimensões, chegando a seguinte equação:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p_z(x, y)$$

Onde D é a rigidez a flexão da placa.

Kirchoff (1824-1887) foi o responsável por desenvolver uma teoria completa sobre flexões de placas. Suas pesquisas foram baseadas nas hipóteses de Bernoulli para vigas e derivou as mesmas equações diferenciais que Navier, porém utilizou uma aproximação diferenciada para energia. Em seguida, foi chamado de o fundador da teoria de placas estendida, levando em consideração a combinação de flexão e deformação.

Entre o fim do século XIX e início do século XX, os construtores navais substituíram o material utilizado na construção de navios, deixando a madeira de lado e optando pelo aço. Nestas condições, o estudo sobre a teoria de placas se desenvolveu rapidamente, sendo incentivado por diversos cientistas. Neste

contexto surge Krylov (1863-1945), juntamente com seu aluno Bubnov, contribuindo para o estudo da teoria de placas finas com rigidez à flexão e a deformação.

Em seguida surge Stephen Timoshenko, o qual contribuiu significativamente para a solução de placas circulares com grandes deflexões e para problemas de estabilidade elástica. Os estudos desenvolvidos por Timoshenko e Krieger no livro *Theory of Plates and Shells* (1959) serão de grande importância na confecção e compreensão desta parte da dissertação.

Nos dias atuais, os estudos de placas circulares, espessas ou finas, vêm aumentando gradativamente, com a finalidade de se obter cada vez mais conhecimento nesta área. São realizados estudos envolvendo análises estáticas, de instabilidade e de vibrações.

Hosseini-Hashemi et al. (2010) estudaram em seu artigo o cálculo dos deslocamentos para placas circulares espessas e das frequências naturais, com diferentes condições de contorno, baseando-se na teoria de Reddy.

Vicente (2009) analisou as tensões em placas circulares utilizando modelagem por elementos finitos com elementos axissimétricos.

Voltando um pouco no tempo temos Blass (1968) que em sua dissertação estudou as vibrações transversais de placas circulares com espessura uniforme e carregamento radial. Através de seu estudo ele visou o fornecimento de elementos para resolver os problemas de vibração transversal em discos girantes, como os rotores de turbinas.

Mittelbach (2007) utilizou o método das diferenças finitas energéticas para analisar dinamicamente placas circulares finas e espessas submetidas a carregamentos axissimétricos, inclusive com variação térmica.

Wang *et al.* (1993) analisaram placas Mindlin circulares com suportes de anéis concêntricos usando carregamento radial. Como solução, utilizaram a abordagem de Rayleigh-Ritz e analisaram alguns fatores de flambagem.

Salas (2015) estudou funções especializadas do método de Rayleigh-Ritz para analisar placas circulares finas e espessas com carregamentos aplicados no plano e fora do plano. Além disso, variou a espessura das placas para realizar estudos sobre os deslocamentos, tensões, vibrações e flambagem. O método Rayleigh-Ritz (COOK *et al.*, 2002) possui uma formulação clássica no método dos elementos finitos. Foi criado por Rayleigh em 1870 e depois generalizado por

Ritz com um campo de aproximação de várias funções, satisfazendo as condições cinemáticas.

3.1.2 Definição de placas e considerações iniciais

Podemos definir placas como um elemento estrutural formado por três dimensões onde uma de suas dimensões, denominada de espessura, é muito menor que as outras duas. Em sua configuração inicial, a curvatura do plano médio é nula, como pode ser observado na figura 3.1. Define-se plano médio da placa como um plano paralelo às faces da placa que a divide em 2 partes iguais ao longo da sua espessura. Alguns exemplos de placas podem ser encontrados no dia a dia: discos, tampas de mesas, lajes, painéis, tampas de esgoto, etc.

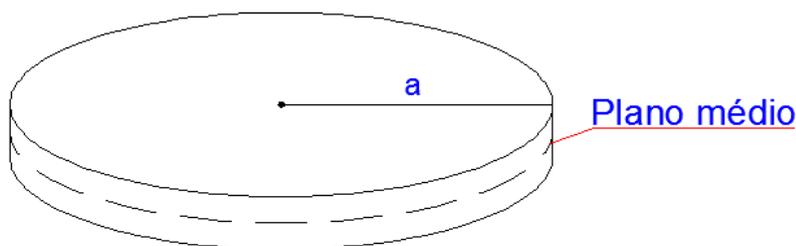


Figura 3.1 – Plano médio da placa.

As placas podem ser estudadas em 3 grupos:

- placas finas com pequena deformação;
- placas finas com grande deformação;
- placas espessas.

A classificação de placas finas com pequenas deformações deve atender a 2 critérios: a razão entre a espessura e o menor comprimento da placa deve ser menor que $1/20$; os deslocamentos verticais devem ser menores que $1/5$ da espessura (VICENTE, 2009).

As forças externas que atuam na placa são divididas em forças de superfície e forças de campo. As forças de superfície podem atuar como forças concentradas em um único ponto ou como forças distribuídas por uma região finita. As forças

de campo atuam no volume da placa e são originadas pelos campos gravitacionais ou magnéticos e pela inércia, em casos onde há movimentação.

O maior interesse está em conhecer a relação entre essas forças que atuam na placa e momentos com as deformações, tensões e deslocamentos (GAMBOA, 2009).

Para o desenvolvimento deste trabalho considerou-se uma placa circular representada na figura 3.1, onde as seguintes variáveis foram adotadas:

a = raio da placa

h = espessura da placa

q = carregamento axissimétrico

P = carregamento pontual

A placa circular está sujeita a carregamentos axissimétricos, sendo dividida em uma abordagem de carregamento pontual centrado e outra como carregamento distribuído uniformemente sobre a placa circular. Ambos os casos podem ser vistos na figura abaixo:

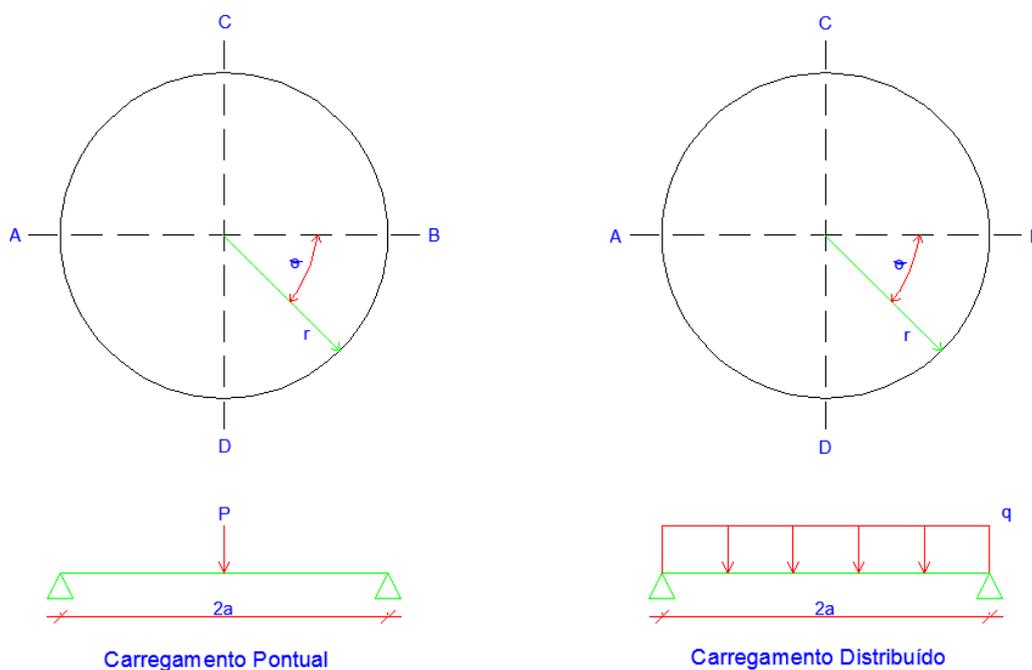


Figura 3.2 – Carregamento pontual (esquerda) e carregamento distribuído (direita), ambos os casos para placa circular.

De modo a facilitar os estudos realizados, como serão utilizadas somente placas circulares para a elaboração desta pesquisa, nada mais justo que o sistema de coordenadas cilíndricas seja usado para facilitar o cálculo das expressões. Na figura 3.3 podemos observar o sistema de coordenadas, onde temos os eixos r e θ descrevendo o plano médio da placa e o eixo z , perpendicular ao plano médio, descrevendo a altura (espessura da placa). A origem das coordenadas é coincidente com o centro da placa indeformada.

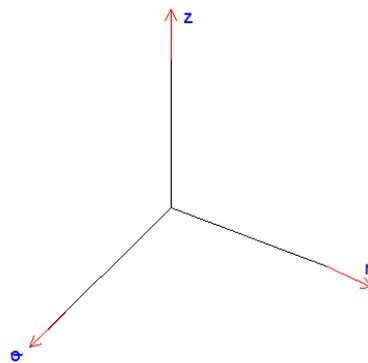


Figura 3.3 – Sistema de coordenadas.

3.1.3 Placas finas

Placa fina com pequena deflexão

As placas que apresentam espessura considerada fina, como já foi visto anteriormente, podem apresentar pequenas ou grandes deflexões em comparação com a sua espessura. Caso a placa seja classificada em placa fina de pequena deflexão e, além disso, ser homogênea, isotrópica e elástica, as considerações utilizadas pela teoria clássica ou teoria de Kirchhoff podem ser aplicadas de modo a facilitar o cálculo das expressões da placa. Assim podemos enumerar os pressupostos fundamentais das hipóteses de Kirchhoff, análogos à teoria de flexão em vigas (UGURAL, 1981; Timoshenko & Krieger, 1959; SZILARD, 2004):

- O deslocamento vertical ou deflexão do plano médio da placa é pequeno quando em comparação com a sua espessura. A inclinação da superfície deformada é, portanto, muito pequena e o quadrado desta inclinação é desprezível em relação à unidade;
- O plano médio da placa permanece sem extensão durante a flexão;

- Seções planas que são normais à superfície média antes da flexão permanecem planas e normais à superfície média mesmo após a flexão, significando que a deformação devida aos cisalhamentos verticais γ_{xz} e γ_{yz} é desprezível. A deflexão da placa é, portanto, principalmente associada com a deformação devida à flexão. Chega-se a conclusão que a deformação normal ε_z resultante do carregamento transversal pode ser omitida, ou seja, não há variação de espessura na placa;
- A tensão normal ao plano médio, σ_z , é pequena em comparação as outras componentes de tensão sendo, portanto, desprezível. Esta suposição não é verificada nas proximidades de cargas transversais concentradas, tornando-se falsa.

Utilizando as hipóteses de Kirchhoff citadas anteriormente podemos resumir o problema de placa que é tridimensional para um problema bidimensional. Desta forma, as equações de placas podem ser derivadas de forma concisa e direta (VICENTE, 2009).

Placa fina com grande deflexão

No caso de placa fina com grande deflexão ocorre que a flexão da placa gera uma deformação no plano médio e, neste caso, as 2 primeiras hipóteses de Kirchhoff não são aplicáveis. Deste modo esforços adicionais devem ser levados em conta na derivação das equações da placa, obtendo-se equações não-lineares, dificultando a solução do problema. As condições de contorno também devem ser analisadas neste caso, analisando se o bordo é livre ou engastado para se mover juntamente com o plano, pois ocorre uma influência importante nos valores das deformações verticais e dos esforços da placa.

Como se sabe, p.e. em Vicente (2009), as tensões de tração complementares agem em oposição ao carregamento lateral determinado, devido à curvatura do centro do plano médio deformado. O carregamento determinado é transmitido pela rigidez à flexão e por um comportamento de membrana da placa. É possível que as deformações verticais da placa sejam grandes sem gerar esforços de membrana, não afetando assim o comportamento linear da teoria de flexão. Tais esforços somente apareceriam caso as bordas fossem engastadas ou imóveis em

relação à superfície média e as deformações verticais fossem muito grandes. Efeitos de membrana em placas finas com pequena deflexão são irrelevantes, mesmo quando gerados por bordas imóveis na superfície média.

3.1.4 Placas espessas

Quando falamos de placas com espessura considerável, ou placas espessas, as hipóteses vistas anteriormente são pouco confiáveis, especialmente quando tratamos de carregamentos concentrados. Neste caso, aplicamos a teoria de placas espessas, considerando como um problema de elasticidade tridimensional.

A obtenção e análise de esforços tornam-se mais complexa e pode ser resolvido apenas para alguns casos particulares. As 2 últimas hipóteses de Kirchhoff não são mais aplicáveis, pois os esforços na direção z devem ser levados em conta. As tensões de cisalhamento são importantes, assim como nos casos de vigas curtas e, desta forma, a teoria de Reissner-Mindlin se aplica para placas espessas.

Assim como é abordado por Salas (2015), as hipóteses de Reissner-Mindlin são utilizadas para representar o campo de deslocamentos e de tensões de placas com isotropia totais submetidas a ações normais à superfície média e são elas:

- O plano médio é indeformável em seu plano, sendo as deformações no plano $r\theta$ desprezadas.
- As linhas retas normais ao plano médio antes da flexão da placa permanecem retas e perpendiculares ao plano médio, mas não necessariamente normais ao plano médio fletido. Assim, podemos calcular os deslocamentos u_r e u_θ de um ponto Q da placa situado a uma distância z do plano médio a partir dos valores das rotações φ_r e φ_θ da normal que depois da deformação se admitiu ser reta, mas não necessariamente normal à superfície formada pela flexão do plano médio.

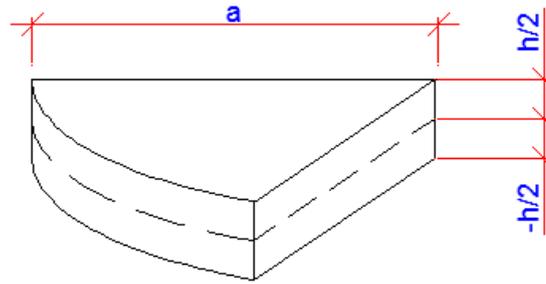


Figura 3.4 – Parte de uma placa espessa com superfície média representada.

3.1.5 Desenvolvimento da teoria para placas circulares

É importante ressaltar que o conteúdo abordado neste capítulo é um resumo do trabalho desenvolvido por Salas (2015) em sua dissertação. Suas considerações e cálculos foram de grande importância para o desenvolvimento de parte desta pesquisa.

Consideremos a placa circular mostrada na figura a seguir:

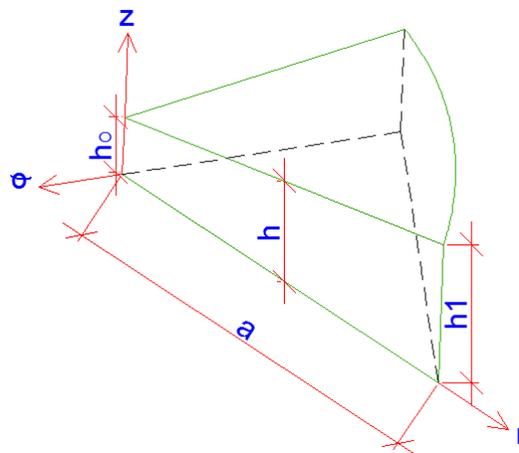


Figura 3.5 – Características geométricas para uma seção de placa circular de espessura variável.

A fim de otimizar os cálculos necessários para a avaliação do problema, utilizaremos o sistema de coordenadas cilíndricas, onde r e θ descrevem o plano médio da placa e z , sendo o eixo perpendicular ao plano médio, descreve a sua altura. Podemos relacionar as coordenadas cilíndricas com as cartesianas da seguinte forma:

$$x = r_x = r \cdot \cos\theta \quad (1)$$

$$y = r_y = r \cdot \sin\theta \quad (2)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (3)$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (4)$$

Resultando em

$$\frac{d_r}{d_x} = \frac{x}{r} = \cos\theta \quad (5)$$

$$\frac{d_\theta}{d_x} = -\frac{y}{r^2} = -\frac{\sin\theta}{r} \quad (6)$$

$$\frac{d_r}{d_y} = \frac{y}{r} = \sin\theta \quad (7)$$

$$\frac{d_\theta}{d_y} = \frac{x}{r^2} = \frac{\cos\theta}{r} \quad (8)$$

- **Campo de deslocamentos**

O campo de deslocamentos para a placa estudada tem a seguinte forma:

- Deslocamento radial do plano médio da placa circular

$$u_r(r, \theta, z) = z \cdot \varphi_\theta \quad (9)$$

sendo φ_θ a rotação no plano r-z.

- Deslocamento angular

$$u_\theta(r, \theta, z) = -z \cdot \varphi_r \quad (10)$$

sendo φ_r a rotação no plano θ -z.

- Deslocamento transversal

$$u_z(r, \theta, z) = w \quad (11)$$

sendo w o deslocamento vertical ou deflexão do plano médio.

- **Relação deformação-deslocamento**

Associando as deformações aos deslocamentos temos as seguintes expressões:

$$\varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} \quad (12)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_\theta}{d\theta} \quad (13)$$

$$\varepsilon_z = \frac{du_z}{dz} = 0 \quad (14)$$

$$\gamma_{r\theta} = 2\varepsilon_{r\theta} = \frac{du_\theta}{dr} + \frac{1}{r} \left(\frac{du_r}{d\theta} - u_\theta \right) \quad (15)$$

$$\gamma_{\theta z} = 2\varepsilon_{\theta z} = \frac{du_\theta}{dz} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du_z}{d\theta} \quad (16)$$

$$\gamma_{rz} = 2\varepsilon_{rz} = \frac{du_r}{dz} + \frac{du_z}{dr} \quad (17)$$

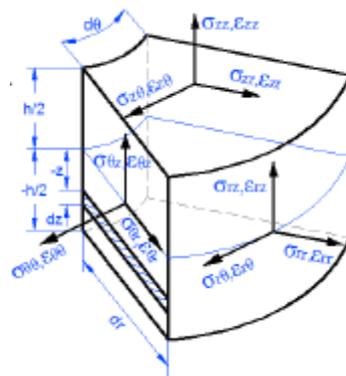


Figura 3.6 – Representação do estado de tensões em um elemento infinitesimal da placa (SALAS, 2015).

- **Relação tensão-deformação**

Podemos descrever a relação tensão-deformação para uma placa elástica como:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot (\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta) \quad (18)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot (\varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_r) \quad (19)$$

$$\sigma_z = 0 \quad (20)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \gamma_{r\theta} \quad (21)$$

$$\sigma_{rz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \gamma_{rz} \quad (22)$$

$$\sigma_{\theta z} = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \gamma_{\theta z} \quad (23)$$

Sendo E = módulo de Young e ν = coeficiente de Poisson. Em placas finas as tensões $\sigma_{r\theta}$ e σ_{rz} são desprezadas.

- **Momentos**

Seguindo as hipóteses teóricas, como em Salas (2015), as tensões são proporcionais à distância z do elemento diferencial e a distribuição destas tensões nas faces do elemento pode ser reduzida pela representação dos momentos atuantes. No caso de uma placa fina os esforços são obtidos através das fórmulas:

- Momento fletor radial

$$M_r = -D \cdot \left[\frac{d^2 w}{dr^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} \right) \right] \quad (24)$$

- Momento fletor circunferencial

$$M_\theta = -D \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} + \nu \left(\frac{d^2 w}{dr^2} \right) \right] \quad (25)$$

- Momento torsor

$$M_{r\theta} = (1 - \nu) \cdot D \cdot \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d^2 w}{drd\theta} - \frac{1}{r^2} \frac{dw}{d\theta} \right] \quad (26)$$

sendo $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$. O módulo de rigidez à flexão.

- **Cortante**

Assim como os momentos, os cortantes podem ser representados da seguinte forma:

- Cortante radial

$$Q_r = -D \cdot \frac{d}{dr} \cdot (\Delta w) \quad (27)$$

- Cortante circunferencial

$$Q_{\theta} = -D \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{d\theta} \cdot (\Delta w) \tag{28}$$

sendo

$$\Delta w = \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} \tag{29}$$

Na figura abaixo podemos ver os momentos e cortantes atuantes em um elemento infinitesimal:

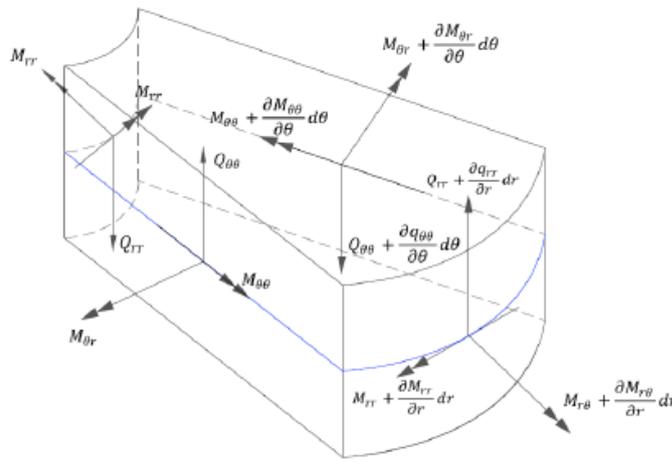


Figura 3.7 – Representação dos momentos e cortantes em um elemento infinitesimal da placa (SALAS, 2015).

- **Componentes de tensão para o estado plano ao longo da espessura**

As tensões normais e cisalhante para o estado plano de tensões é representado por:

$$\sigma_r = \frac{12M_r}{h^3} \cdot z \tag{30}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{12M_{\theta}}{h^3} \cdot z \tag{31}$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{12M_{r\theta}}{h^3} \cdot z \tag{32}$$

- **Equação diferencial parcial de 4ª ordem para superfície defletida de placa carregada lateralmente em coordenadas polares**

A equação diferencial para o deslocamento vertical em placas em coordenadas polares é

$$\Delta \Delta w = \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\theta^2} \right) \cdot \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} \right) = \frac{q}{D} \quad (33)$$

Denominando a solução da equação homogênea de w_h temos:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\theta^2} \right) \cdot \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} \right) = 0 \quad (34)$$

e w_p é a solução particular da equação. A solução completa é expressa como

$$w = w_h + w_p \quad (35)$$

A solução homogênea pode ser expressa pela série

$$w_h = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \cos n\theta + \sum_{n=0}^{\infty} f_n^* \sin n\theta \quad (36)$$

onde f_n e f_n^* são funções apenas de r . Efetuando as substituições cabíveis, duas equações diferenciais surgem com as soluções

$$f_0 = A_0 + B_0 r^3 + C_0 \ln r + D_0 r^2 \ln r \quad (37)$$

$$f_1 = A_1 r + B_1 r^3 + C_1 r^{-1} + D_1 r \ln r \quad (38)$$

$$f_n = A_n r^n + B_n r^{-n} + C_n r^{n+2} + D_n r^{-n+2} \quad (39)$$

$$f_1^* = A_1^* r + B_1^* r^3 + C_1^* r^{-1} + D_1^* r \ln r \quad (40)$$

$$f_n^* = A_n^* r^n + B_n^* r^{-n} + C_n^* r^{n+2} + D_n^* r^{-n+2} \quad (41)$$

As constantes A, B, C, D são determinadas através das condições de contorno da placa do problema. A substituição e resolução das expressões acima resultam na solução da equação homogênea.

• Condições de Contorno

Se um carregamento uniforme estiver atuando sobre a placa, o deslocamento w será independente de θ , levando à seguinte solução geral:

$$w = C_1 + \left(\frac{r}{a} \right)^2 \cdot C_2 + \ln \left(\frac{r}{a} \right) \cdot C_3 + \left(\frac{r}{a} \right)^2 \cdot \ln \left(\frac{r}{a} \right) \cdot C_4 + \frac{q \cdot r^4}{64 \cdot D_0} \quad (42)$$

onde C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes de integração que podem ser obtidas através das diferentes condições de contorno. Esta solução está disponível dos textos clássicos sobre placas de Timoshenko e Krieger (1959).

1) Condições de contorno para bordo engastado

$$(w)_r = 0 \quad \left(\frac{dw}{dr}\right)_r = 0 \quad (43)$$

2) Condições de contorno para bordo simplesmente apoiado

$$(w)_r = 0 \quad (M_r)_r = 0 \quad (44)$$

3) Condições de contorno para bordo livre

$$(M_{rr})_r = 0 \quad V = \left(Q_r - \frac{1}{r} \cdot \frac{dM_{r\theta}}{d\theta}\right) \quad (45)$$

- **Método de Rayleigh-Ritz**

O Método de Rayleigh-Ritz é um método de obtenção de resultados aproximados para problemas. Este método se assemelha ao Método de Galerkin. A diferença entre eles é que no método de Rayleigh-Ritz a função de aproximação é imposta após a obtenção da energia associada ao problema, dispensando condições naturais de contorno, enquanto que no Método de Galerkin a função de aproximação é imposta diretamente na integral ponderada do resíduo da equação diferencial e se utilizam funções testes que atendem todas as condições de contorno do problema em questão. O método de Rayleigh-Ritz é um dos métodos utilizados na análise através do Método dos Elementos Finitos (REDDY, 1993).

É conhecido que a energia de deformação total do sistema V é igual à soma da energia de deformação por flexão U de uma placa circular e a energia potencial das cargas externas Ω :

$$V = U + \Omega \quad (46)$$

Supondo uma placa fina apoiada sobre uma base elástica, a sua energia de deformação por flexão (desprezando o efeito das tensões no eixo z como é dito na teoria clássica de placas) é representada segundo a expressão abaixo, em que a primeira integral acima descreve a energia de deformação por flexão e a segunda descreve a energia potencial armazenada nas molas, que representam o apoio elástico da placa:

$$U = \frac{1}{2} \int_b^a \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{rr}\varepsilon_{rr} + \sigma_{\theta\theta}\varepsilon_{\theta\theta} + \sigma_{r\theta}\gamma_{r\theta} + \sigma_{rz}\gamma_{rz} + \sigma_{\theta z}\gamma_{\theta z}) r dr d\theta dz + \frac{1}{2} \int_b^a \int_0^{2\pi} k \cdot \omega \cdot r dr d\theta \quad (47)$$

Em um sistema conservativo, temos que a energia potencial das cargas externas Ω é igual ao trabalho realizado pelas cargas aplicadas quando a estrutura está deformada. Neste caso, a energia potencial da placa sujeita a um carregamento externo transversal q_z aplicado sobre a superfície da placa é dada pela seguinte equação:

$$\Omega = - \int_b^a \int_0^{2\pi} q_z \cdot \omega \cdot r dr d\theta \quad (48)$$

3.2

Implementação de soluções analíticas para placas circulares finas

O estudo sobre o desenvolvimento da teoria de placas realizado no subcapítulo 3.1.5 é aplicado no decorrer deste subcapítulo para o caso restrito de placas circulares finas.

Este subcapítulo baseia-se no estudo realizado por Salas (2015) em sua dissertação, acerca do tema discutido.

- **Campo de deslocamentos**

Considerando a placa estudada como fina temos 6 deslocamentos generalizados em cada ponto: duas translações u_{z_i} , duas rotações em φ_{θ_i} e duas rotações em φ_{r_i} , com $i=1,2$. O giro no plano r-z e no plano θ -z é representado, respectivamente, por:

$$\varphi_{\theta} = \frac{dw}{dr} \quad (49)$$

$$\varphi_r = -\frac{1}{r} \frac{dw}{d\theta} \quad (50)$$

Considerando-se pequenos deslocamentos temos:

$$u_r(r, \theta, z) = z \left(\frac{dw}{dr} \right) \tag{51}$$

$$u_\theta(r, \theta, z) = -z \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \tag{52}$$

$$u_z(r, \theta, z) = w \tag{54}$$

• **Campo de deformações**

De acordo com a teoria de placas finas, as deformações ϵ_{zz} , $\gamma_{\theta z}$ e γ_{rz} são desprezíveis, pois apresentam valor próximo de zero. Com isso temos:

$$\epsilon_{rr} = -z \frac{d^2w}{dr^2} \tag{55}$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = -z \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2w}{d\theta^2} \right) \tag{56}$$

$$\gamma_{r\theta} = -z \left(\frac{2}{r} \frac{d^2w}{drd\theta} - \frac{1}{r^2} \frac{dw}{d\theta} \right) \tag{57}$$

• **Funções descritivas e graus de liberdade**

Em um elemento de placa temos os graus de liberdade de translação perpendiculares à superfície média e os graus de liberdade de rotação da seção transversal. Existe um campo de deslocamentos w_f que é composto por um vetor de funções básicas w_{bf} , que tem como elementos duas translações uz_i e duas rotações $\varphi_{\theta i}$ com $i=1,2$, e um vetor de funções adicionais w_{af} , que são aproximações das funções de interpolação polinomiais de terceiro grau.

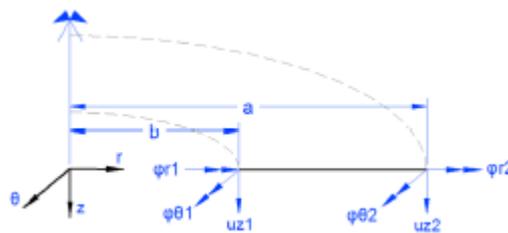


Figura 3.8 – Graus de liberdade da placa circular (SALAS, 2015).

$$w_f = \begin{Bmatrix} w_{bf} \\ w_{af} \\ w_{btf} \\ w_{atf} \end{Bmatrix} \tag{58}$$

$$w_{bf} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{pmatrix} \quad (59)$$

$$w_{af} = \begin{pmatrix} N_5 \\ \vdots \\ \vdots \\ N_N \end{pmatrix} \quad (60)$$

Onde $N_1 \dots N_4$ são funções de interpolação básicas nodais e $N_5 \dots N_n$ são funções de interpolação adicionais que descrevem deslocamentos e deformações internas.

Os vetores w_{btf} e w_{atf} descrevem os deslocamentos circunferenciais e resultam da multiplicação dos vetores w_{bf} e w_{af} por uma função trigonométrica ($\sin \theta$).

$$w_{btf} = w_{bf} \cdot \sin \theta \quad (61)$$

$$w_{atf} = w_{af} \cdot \sin \theta \quad (62)$$

- **Funções Nodais**

As funções de forma polinomiais de uma viga $N_1 \dots N_4$, por meio dos deslocamentos nodais, podem descrever os quatro graus de liberdade da placa estudada através de polinômios cúbicos, que possui graus de liberdade de rotação e translação nas extremidades correspondentes.

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad (63)$$

$$N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad (65)$$

$$N_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (64)$$

$$N_4 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (66)$$

Estas funções nodais cumprem as condições básicas de problema, tendo translações e rotações máximas nos nós. Os valores de x e L são dados por:

$$x = r - b \quad (67)$$

$$L = a - b \quad (68)$$

- **Funções adicionais**

As funções adicionais $N_5 \dots N_n$ são funções que resultam em deslocamentos e rotações nulos nas extremidades. A função básica polinomial abaixo é adotada

para a determinação das funções adicionais onde A, B, c e D são constantes que podem ser determinadas através das condições de contorno impostas ao problema (as funções e suas tangentes se anulam nas extremidades):

$$N_{\geq 5} = A + B \left(\frac{x}{L}\right) + C \left(\frac{x}{L}\right)^2 + D \left(\frac{x}{L}\right)^3 + \left(\frac{x}{L}\right)^{n+3} \quad (69)$$

Uma vez obtidos os valores das constantes e substituindo os valores de x e L na equação, temos o seguinte resultado:

$$N_{\geq 5} = n \left(\frac{r-b}{a-b}\right)^2 - (1+n) \left(\frac{r-b}{a-b}\right)^3 + \left(\frac{r-b}{a-b}\right)^{n+3} \quad (70)$$

Onde n é o número de polinômios adicionais necessários para o refinamento do problema.

- **Energia de deformação da placa fina**

A energia interna da placa é conhecida por meio do campo de deslocamentos. Substitui-se as equações do campo de formações e as tensões na equação de energia de deformação por flexão de uma placa fina descrita no método de Rayleigh-Ritz e integra-se com respeito de h. Simplificando o resultado temos:

$$U = D_o \int_a^b \int_0^{2\pi} \left[\begin{aligned} & \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} \right)^2 \\ & - 2(1-\nu) \frac{d^2 w}{dr^2} \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{d\theta^2} \right) \\ & + 2(1-\nu) \left(\frac{1}{r} \frac{d^2 w}{drd\theta} + \frac{1}{r^2} \frac{dw}{d\theta} \right) \end{aligned} \right] r dr d\theta dz \\ + \frac{1}{2} \int_b^a \int_0^{2\pi} k \cdot w r dr d\theta \quad (71)$$

onde k é o coeficiente da base elástica e D_o é o coeficiente de rigidez da placa descrito por:

$$D_o = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (72)$$

Na equação acima ν é o coeficiente de Poisson e E é o módulo de elasticidade do material.

- **Matriz de rigidez da placa fina**

Como podemos observar na equação abaixo, a matriz de rigidez da placa fina é composta pelo somatório das suas energias de deformação.

$$\begin{aligned}
 [K_E] = & \int_b^a \int_0^{2\pi} Do\{V1\}\{V1\}^T r d\theta dr + \int_b^a \int_0^{2\pi} Do\{V2\}\{V3\}^T r d\theta dr \\
 & + \int_b^a \int_0^{2\pi} Do\{V3\}\{V2\}^T r d\theta dr \\
 & + \int_b^a \int_0^{2\pi} Do\{V4\}\{V4\}^T r d\theta dr
 \end{aligned} \tag{73}$$

As parcelas constantes nas integrais acima são dadas a seguir:

$$\{V1\} = \left(\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2w}{d\theta^2} \right) \tag{74}$$

$$\{V2\} = \frac{d^2w}{dr^2} \tag{75}$$

$$\{V3\} = \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{1}{r^2} \frac{d^2w}{d\theta^2} \right) \tag{76}$$

$$\{V4\} = \left(\frac{1}{r} \frac{d^2w}{drd\theta} + \frac{1}{r^2} \frac{dw}{d\theta} \right) \tag{77}$$

- **Vetor de forças**

Para a placa que está sendo estudada, o tipo de carregamento aplicado é o distribuído uniforme, o qual atua perpendicularmente à superfície média da placa. O vetor de forças é calculado segundo a energia potencial de cargas externas:

$$[P] = - \int_b^a \int_0^{2\pi} qz\{w\} r dr d\theta \tag{78}$$

- **Matriz de massa**

Sendo ρ a massa específica do material, a matriz de massa é descrita pela equação abaixo:

$$\begin{aligned}
 [K_{massa}] &= \rho \int_{-h/2}^{h/2} \int_b^a \int_0^{2\pi} \{w\}\{w\}^T r d\theta dr dz \\
 &+ \frac{\rho h^2}{12} \int_{-h/2}^{h/2} \int_b^a \int_0^{2\pi} \{w\}_{,r}\{w\}_{,r}^T r d\theta dr dz \\
 &+ \frac{\rho h^2}{12} \int_{-h/2}^{h/2} \int_b^a \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2} \{w\}_{,\theta}\{w\}_{,\theta}^T r d\theta dr dz \quad (79)
 \end{aligned}$$

- **Matriz geométrica**

A matriz geométrica é obtida a partir do trabalho realizado pelas forças constantes que agem na direção axial do plano médio da placa onde é representada pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 [K_G] &= h \int_b^a \int_0^{2\pi} \sigma_r \{w\}_{,r}\{w\}_{,r}^T r d\theta dr \\
 &+ h \int_b^a \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2} \sigma_\theta \{w\}_{,\theta}\{w\}_{,\theta}^T r d\theta dr \quad (80)
 \end{aligned}$$

3.3

Implementação de soluções analíticas para placas circulares espessas

O estudo sobre o desenvolvimento da teoria de placas realizado no subcapítulo 3.1.5 é aplicado no decorrer deste subcapítulo para o caso restrito de placas circulares espessas.

Este subcapítulo baseia-se no estudo realizado por Salas (2015) em sua dissertação, acerca do tema discutido.

- **Campo de deformações**

O campo de deformações é expresso pelas seguintes expressões:

$$\varepsilon_{rr} = z \left(\frac{d\varphi_\theta}{dr} \right) \tag{81}$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{z}{r} \left(\varphi_\theta - \frac{d\varphi_r}{d\theta} \right) \tag{82}$$

$$\gamma_{r\theta} = -z \left[\frac{d\varphi_r}{dr} + \frac{1}{r} \left(\frac{d\varphi_\theta}{d\theta} - \varphi_r \right) \right] \tag{83}$$

$$\gamma_{\theta z} = \frac{1}{r} \frac{dw}{d\theta} - \frac{d\varphi_r}{dz} \tag{84}$$

$$\gamma_{rz} = \frac{d\varphi_\theta}{dz} + \frac{dw}{dr} \tag{85}$$

• **Campo de deslocamentos**

Considerando a placa estudada como espessa teremos 3 vetores que descrevem translações uz_i , rotações em $\varphi\theta_i$ e rotações em φr_i , com $i=1,2$. A figura abaixo mostra os graus de liberdade da placa e a seguir são apresentadas as expressões utilizadas:

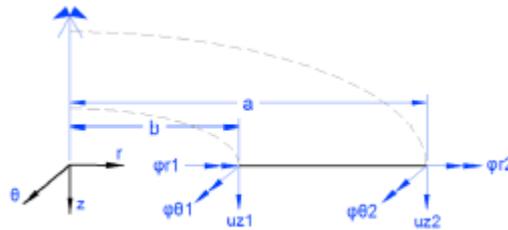


Figura 3.9 – Graus de liberdade da placa circular (SALAS, 2015).

$$w_e = \begin{Bmatrix} w_{be} \\ w_{ae} \end{Bmatrix} \quad \varphi r_e = \begin{Bmatrix} \varphi r_{be} \\ \varphi r_{ae} \end{Bmatrix} \quad \varphi \theta_e = \begin{Bmatrix} \varphi \theta_{be} \\ \varphi \theta_{ae} \end{Bmatrix} \tag{86,87,88}$$

Vetores que tem como elementos $N_1 \dots N_6$ polinômios básicos de interpolação nodais, que descrevem deslocamentos e rotações nodais:

$$w_{be} = \begin{Bmatrix} N_1 \\ 0 \\ 0 \\ N_4 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \varphi r_{be} = \begin{Bmatrix} 0 \\ N_2 \\ 0 \\ 0 \\ N_5 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \varphi \theta_{be} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_3 \\ 0 \\ 0 \\ N_6 \end{Bmatrix} \tag{89,90,91}$$

Vetores que tem como elementos $N_7 \dots N_n$ funções de interpolação adicionais, que descrevem deslocamentos e rotações internas:

$$w_{ae} = \begin{Bmatrix} N_w \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \varphi r_{ae} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ N\varphi r \end{Bmatrix} \quad \varphi \theta_{ae} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ N\varphi \theta \end{Bmatrix} \quad (92,93,94)$$

Onde N_w é o número de funções adicionais de translação no eixo z , $N\varphi r$ é o número de funções adicionais de rotação no eixo r e $N\varphi \theta$ é o número de funções adicionais de rotação no eixo θ . Cada uma das funções adicionais descritas é composta por uma função par e ímpar e o número de elementos total que compõe cada função adicional é calculado por:

$$N_w = N\varphi r = N\varphi \theta = 2(N_{\text{ímpar}} + N_{\text{par}}) \quad (95)$$

• **Funções Nodais**

As funções de forma polinomiais de uma viga $N_1 \dots N_6$, por meio dos deslocamentos nodais, podem descrever os 6 graus de liberdade da placa estudada, sendo 4 graus de liberdade de rotação e 2 de translação nas extremidades correspondentes.

$$N_{1,2,3} = 1 - \frac{x}{L} \quad (96) \quad N_{4,5,6} = \frac{x}{L} \quad (97)$$

Substituindo $x = r - b$ e $L = a - b$ temos:

$$N_{1,2,3} = 1 - \frac{r-b}{a-b} \quad (98) \quad N_{4,5,6} = \frac{r-b}{a-b} \quad (99)$$

• **Funções adicionais**

As funções adicionais $N_7 \dots N_n$, segundo é definido por Salas (2015) são polinômios hierárquicos que não apresentam significado físico, porém ajudam na descrição das deformações dentro do domínio da placa.

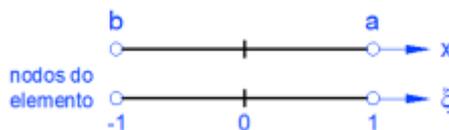


Figura 3.10 – Relação entre coordenadas globais e coordenadas normalizadas (SALAS, 2015).

$$\xi = cx + d \quad (100)$$

Na fórmula anterior, a equação linear relaciona as coordenadas normalizadas com as coordenadas globais. Deste modo, se faz necessário o conhecimento das constantes c e d a partir das condições nodais abaixo:

$$\left. \begin{array}{l} x = b \rightarrow \xi = -1 \\ x = a \rightarrow \xi = 1 \end{array} \right\} c = \frac{2}{a-b}; d = \frac{2b}{a-b} - 1 \quad (101)$$

A expressão então fica da seguinte forma:

$$\xi = \frac{2(r-b)}{a-b} - 1 \quad (102)$$

Uma forma usual para a definição das funções adicionais é utilizar polinômios pares e ímpares como é mostrado a seguir:

$$N_{\geq 7} = \begin{cases} 1 - \xi^{2n} & n \text{ par} \\ \xi - \xi^{2n} & n \text{ ímpar} \end{cases} \quad (103)$$

Substituindo o valor de ξ na equação acima temos:

$$N_{par>7} = 1 - \left[\frac{2(r-b)}{a-b} - 1 \right]^{2n} \quad (104)$$

$$N_{ímpar\geq 7} = \left[\frac{2(r-b)}{a-b} - 1 \right] \left\{ 1 - \left[\frac{2(r-b)}{a-b} - 1 \right]^{2n} \right\} \quad (105)$$

- **Graus de Liberdade**

Para uma placa espessa são necessários 6 graus de liberdade: 2 translações *no eixo z*, 2 rotações *no eixo θ* e 2 rotações *em r*. Os graus de liberdade são descritos pelos vetores w , φ_r e φ_θ apresentados abaixo:

$$w = \begin{Bmatrix} w_1 \\ 0 \\ 0 \\ w_4 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \varphi_\theta = \begin{Bmatrix} 0 \\ \varphi_2 \\ 0 \\ 0 \\ \varphi_5 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \varphi_r = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi_3 \\ 0 \\ 0 \\ \varphi_6 \end{Bmatrix} \quad (106,107,108)$$

- **Relação tensão deformação**

A relação tensão deformação para uma placa espessa elástica é representada pelas fórmulas abaixo:

$$\sigma_{rr} = \frac{Ez}{(1-\nu^2)} \left[\left(\frac{d\varphi_\theta}{dr} \right) + \frac{\nu}{r} \left(\varphi_\theta - \frac{d\varphi_r}{d\theta} \right) \right] \quad (109)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{Ez}{(1-\nu^2)} \left[\frac{1}{r} \left(\varphi_\theta - \frac{d\varphi_r}{d\theta} \right) + \nu \left(\frac{d\varphi_\theta}{dr} \right) \right] \quad (110)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{Ez}{2(1+\nu)} \left[\frac{d\varphi_r}{dr} + \frac{1}{r} \left(\frac{d\varphi_\theta}{d\theta} - \varphi_r \right) \right] \quad (111)$$

$$\tau_{rz} = \frac{Ez}{2(1+\nu)} \left[\frac{d\varphi_\theta}{dz} + \frac{dw}{dr} \right] \quad (112)$$

$$\tau_{\theta z} = \frac{Ez}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{r} \frac{dw}{d\theta} - \frac{d\varphi_r}{dz} \right] \quad (113)$$

- **Energia de deformação da placa espessa**

A energia de deformação da placa espessa pode ser expressa uma vez que já é conhecido o campo de deslocamentos e o campo de deformações da placa espessa. A relação tensão deformação para uma placa espessa elástica é descrita pelas tensões normais e cisalhantes mostradas no tópico anterior. Abaixo é mostrada a fórmula da energia de deformação, onde a segunda parcela somada corresponde à energia do apoio elástico da placa:

$$U = \int_b^a \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma_{rr}\varepsilon_{rr} + \sigma_{\theta\theta}\varepsilon_{\theta\theta} + \tau_{r\theta}\gamma_{r\theta} + \tau_{rz}\gamma_{rz} + \tau_{\theta z}\gamma_{\theta z}] r dr d\theta dz + \frac{1}{2} \int_b^a \int_0^{2\pi} k \cdot w r dr d\theta \quad (114)$$

- **Matriz de rigidez da placa espessa**

A partir do princípio da energia de deformação podemos construir a matriz de rigidez da placa espessa. Para isso é necessário saber que a deformação pode ser expressa como um vetor e os seus elementos são vetores coluna. Desta forma, os módulos de elasticidade longitudinal E' e transversal G são dados por:

$$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad (115)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (116)$$

A partir dos valores acima e integrando a equações de tensões e deformações determinada no tópico anterior, a matriz de rigidez da placa, sendo k

o coeficiente de rigidez do apoio elástico e w o vetor de funções de deformação na direção de aplicação das molas, é descrita como:

$$\begin{aligned}
 [K_E] = & \int_b^a \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} [\{\varepsilon_{rr}\}E'\{\varepsilon_{rr}\}^T + \{\varepsilon_{\theta\theta}\}E'\{\varepsilon_{rr}\}^T + \{\varepsilon_{rr}\}E'\{\varepsilon_{\theta\theta}\}^T \\
 & + \{\varepsilon_{\theta\theta}\}E'\{\varepsilon_{\theta\theta}\}^T + \{\gamma_{r\theta}\}G\{\gamma_{r\theta}\}^T + \{\gamma_{rz}\}G\{\gamma_{rz}\}^T \\
 & + \{\gamma_{\theta z}\}G\{\gamma_{\theta z}\}^T] r dr d\theta dz + \int_b^a \int_0^{2\pi} k \cdot \{w\} r dr d\theta \quad (117)
 \end{aligned}$$

- **Vetor de forças**

O vetor de forças é calculado utilizando-se a energia potencial de cargas externas e, neste caso, a carga aplicada perpendicularmente à superfície média da placa é o carregamento distribuído uniforme:

$$[P] = - \int_b^a \int_0^{2\pi} q_z \{w\} r dr d\theta \quad (118)$$

- **Matriz de massa**

A ação inercial de um elemento de placa gerada a partir das acelerações unitárias nos graus de liberdade é guardada na matriz de massa. Esta ação é transformada em força concentrada nos nós, onde se obtém a fórmula:

$$\begin{aligned}
 [K_{massa}] = & \int_b^a \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \rho (\{u_r\}\{u_r\}^T + \{u_\theta\}\{u_\theta\}^T \\
 & + \{u_z\}\{u_z\}^T) r dr d\theta dz \quad (119)
 \end{aligned}$$

- **Matriz geométrica**

A matriz de rigidez geométrica da placa circular espessa pode ser obtida através do trabalho realizado pelas forças constantes (tensões) que agem na direção axial à superfície média da placa. Esta matriz pode ser obtida a partir da energia de deformação das cargas externas. A expressão utilizada é mostrada abaixo:

$$\begin{aligned}
[K_G] = & \int_b^a \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{\theta\theta} \{\varphi_\theta\} \{\varphi_\theta\}^T r dr d\theta dz \\
& + \int_b^a \int_0^{2\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{rr} \{\varphi_r\} \{\varphi_r\}^T r dr d\theta dz
\end{aligned} \tag{120}$$

3.4

Varição de espessura linear da placa

Quando a espessura de uma placa circular aumenta linearmente com o raio podemos dizer que a variação de espessura da placa é linear e pode ser descrita pela seguinte fórmula:

$$h = \left(\frac{h_1 - h_0}{a - b} \right) \cdot (r - b) + h_0 \tag{121}$$

Na fórmula acima temos que os parâmetros utilizados equivalem a:

h_0 = espessura interna

h_1 = espessura externa da placa

a = raio externo da placa

b = raio interno

No caso estudado em particular nesta dissertação, onde a placa circular espessa não apresenta furo, admitimos um raio interno b muito próximo de zero para efetuar os cálculos na equação proposta.

3.5

Exemplos de validação e aplicação utilizando o software Robot Structural Analysis Professional

O software utilizado para a modelagem da placa foi o Robot Structural Analysis Professional. Este é um programa que oferece aos engenheiros estruturais recursos avançados de análise e simulação de construções para estruturas grandes e complexas. O manuseio do software é fácil, o que possibilita que os engenheiros realizem com mais agilidade a simulação e análise de diversas estruturas. Neste capítulo, o programa Robot foi utilizado para efetuar a análise estática e a análise de vibrações da placa estudada.

A placa foi considerada como elástica com módulo de elasticidade $E = 20000$ Mpa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$. As condições de contorno adotadas para a placa foram: bordo engastado e bordo simplesmente apoiado. A análise do modelo foi realizada como elemento de placa.

A seguir são apresentadas as etapas de construção da placa no programa Robot para, posteriormente, serem efetuadas as análises.

3.5.1 Etapas de modelagem da estrutura

- **Geometria**

A geometria da placa circular foi definida através do software considerando o raio externo igual a 9,00 m e espessura constante de 0,20 m, no caso de análise com placa de espessura constante. Para o caso de placa com espessura variável, a espessura da placa no raio externo foi definida como $h_1 = 0,20$ m e no centro como $h_0 = 0,30$ m.

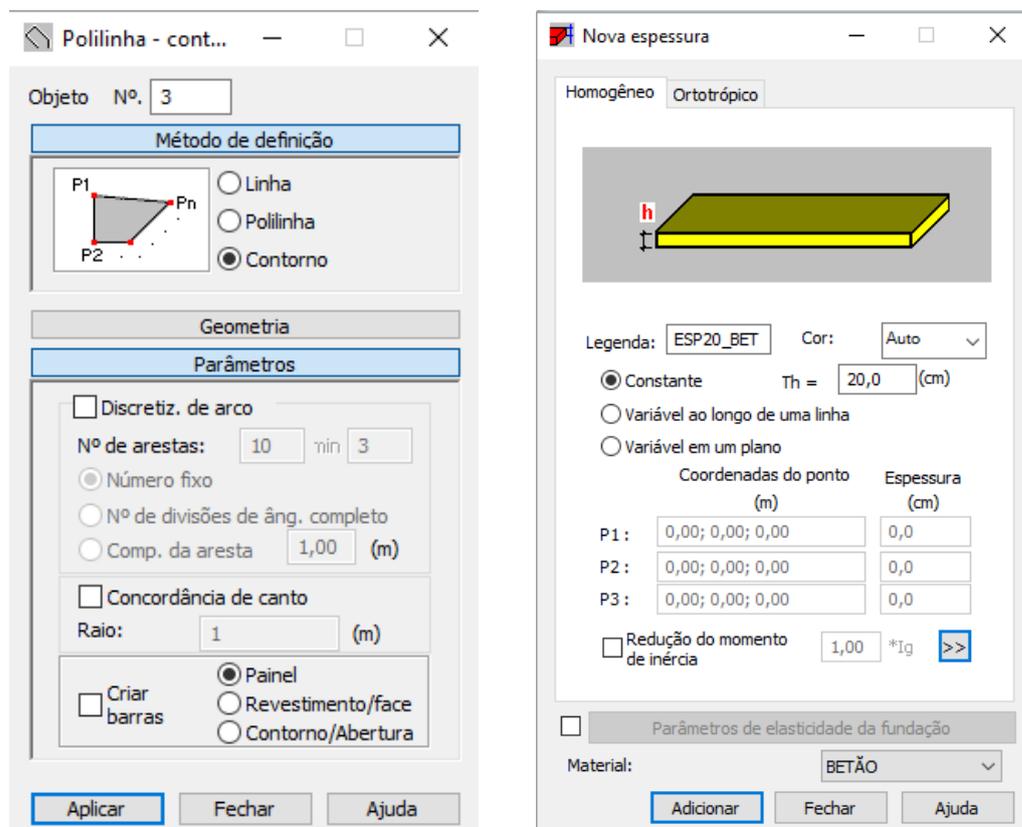


Figura 3.11 – Definição do contorno da placa (esquerda) e atribuição da espessura da placa (direita).

- **Definição dos tipos de cargas**

A definição dos tipos de cargas depende da natureza das cargas que serão aplicadas na placa circular. A carga de peso próprio já é criada automaticamente pelo programa. A criação de outras duas novas cargas é necessária para a análise da placa: a carga pontual P e o carregamento distribuído (ou sobrecarga) q.

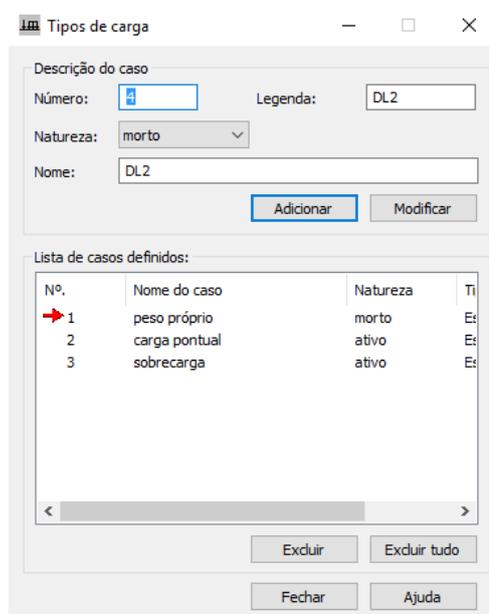


Figura 3.12 – Tipos de cargas – definição.

- **Definição dos valores de cargas**

Depois de finalizada a criação das cargas, é feita a definição dos valores destas cargas, direção de aplicação e local onde elas atuarão. Para o caso da carga pontual P, foi definida uma força nodal com módulo igual a 50 kN atuando na direção negativa do eixo z, aplicada no centro da placa:

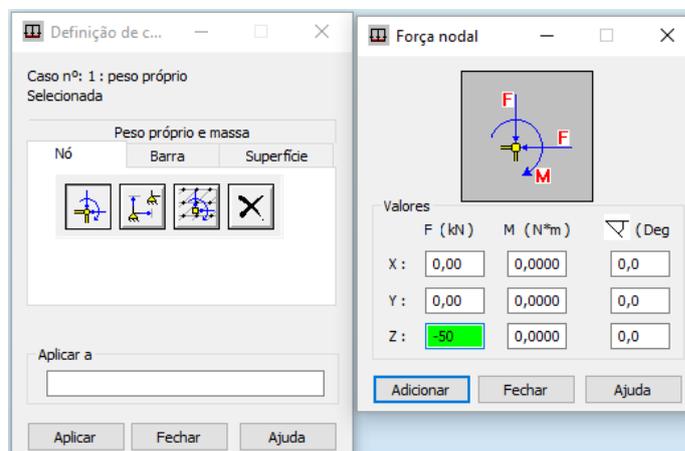


Figura 3.13 – Definição da carga pontual P_z.

Para o caso de carregamento distribuído q , foi criada uma carga planar uniforme de 50 kN/m^2 atuando na direção negativa do eixo z , aplicada uniformemente sobre toda a superfície da placa:

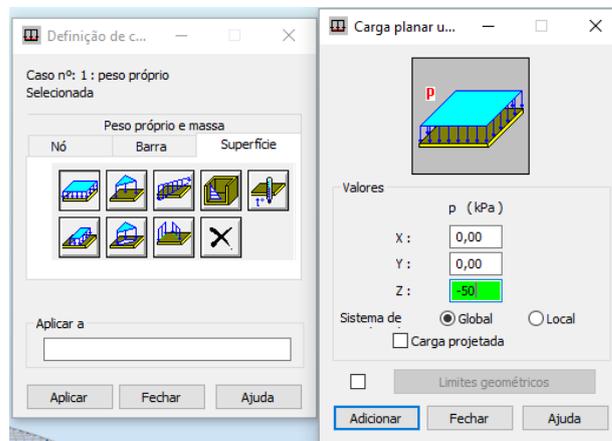


Figura 3.14 – Definição da sobrecarga q_z .

- **Definição dos apoios**

Como foi dito anteriormente, a placa será estudada através de duas condições de contorno: placa engastada no bordo e placa simplesmente apoiada no bordo. A condição engastada impede todos os movimentos de translação e rotação da placa, enquanto que a condição simplesmente apoiada impede somente a translação.

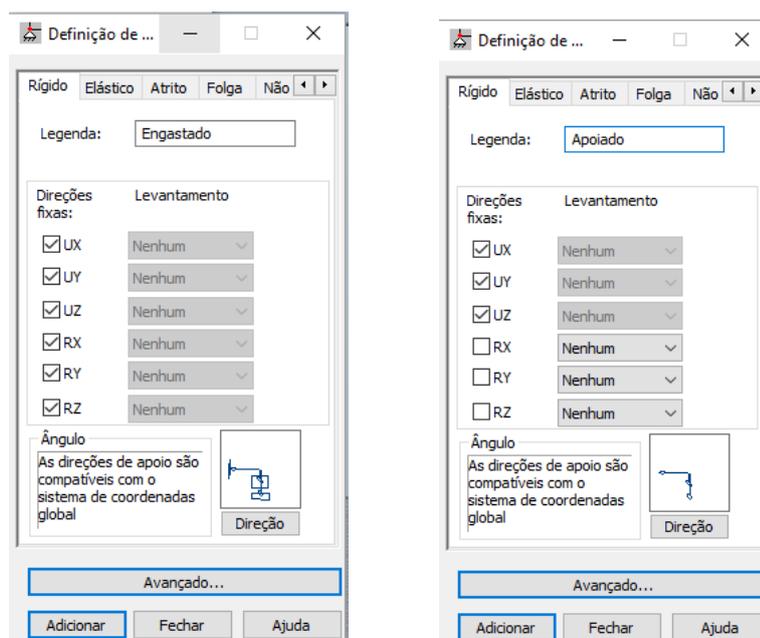


Figura 3.15 – Definição dos apoios dos bordos da placa – engastada (esquerda) e simplesmente apoiada (direita).

- **Criação da malha de elementos finitos**

Após desenhar a estrutura, aplicar as cargas que irão atuar sobre ela e estabelecer suas condições de apoio, como a modelagem é baseada em elementos finitos, é preciso definir uma malha específica para a estrutura que servirá como modelo de cálculo para o programa. Quanto menor o tamanho do elemento utilizado, maior será o refinamento da malha e mais preciso serão os resultados.

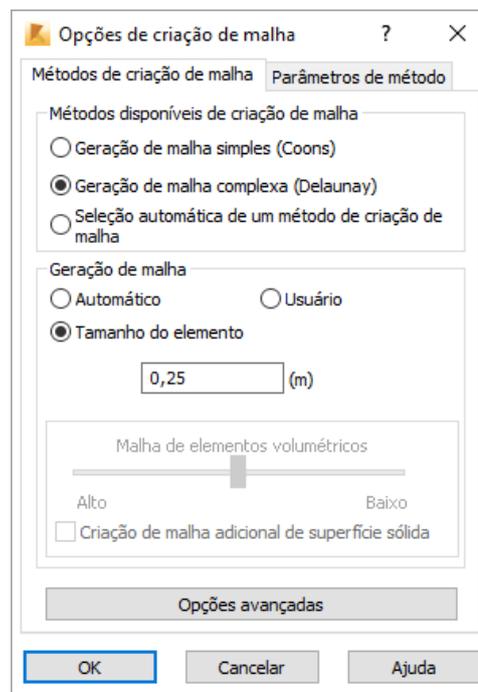


Figura 3.16 – Geração da malha de elementos finitos

- **Verificação da estrutura**

Efetuada todas as etapas anteriores, é necessário verificar a estrutura para saber se o modelo é consistente ou não. O programa emite o número de erros e avisos para a estrutura desenhada. Os avisos servem como um alerta, mas não necessariamente precisam ser levados em conta. Já os erros devem ser corrigidos, pois podem levar a estrutura ao colapso.

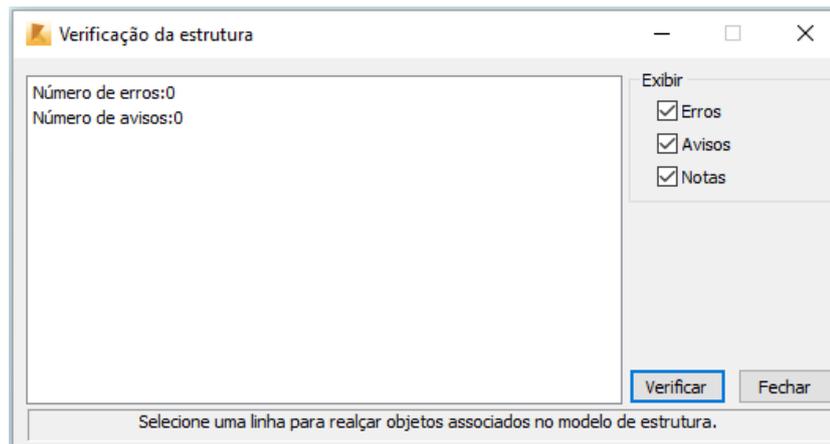


Figura 3.17 – Verificação da estrutura – análise de erros de modelagem.

- **Cálculo da estrutura e resultados**

Eliminados os erros que possivelmente possam ser detectados na estrutura, podemos então partir para o cálculo da mesma. Neste exemplo, foi realizada uma análise estática e a estrutura é então avaliada para cada caso de carga e combinação previamente definida pelo usuário.

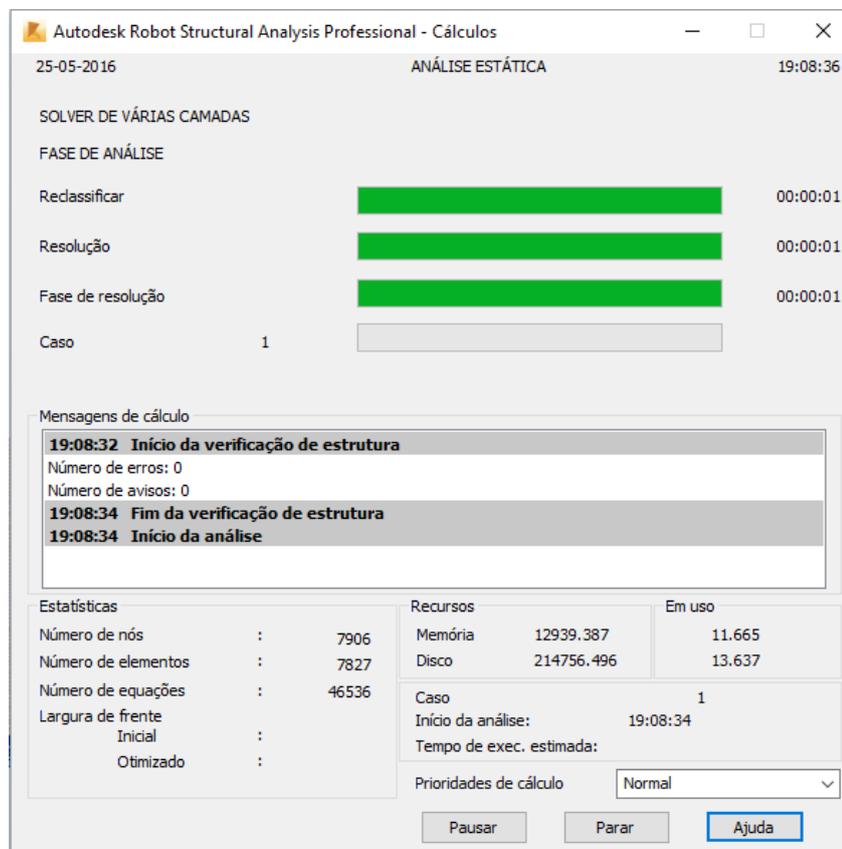


Figura 3.18 – Cálculo da estrutura e geração dos resultados.

A forma como os resultados serão apresentados é escolhido pelo usuário. Esforços de tração, compressão, momentos, deslocamentos, tensões e outros podem ser mostrados pelo programa em forma de mapas, valores e isolinhas (linhas de mesmo valor). As reações de apoio também podem ser obtidas. A direção que os resultados serão mostrados depende da escolha do usuário ou pode ser automática (definida pelo programa).

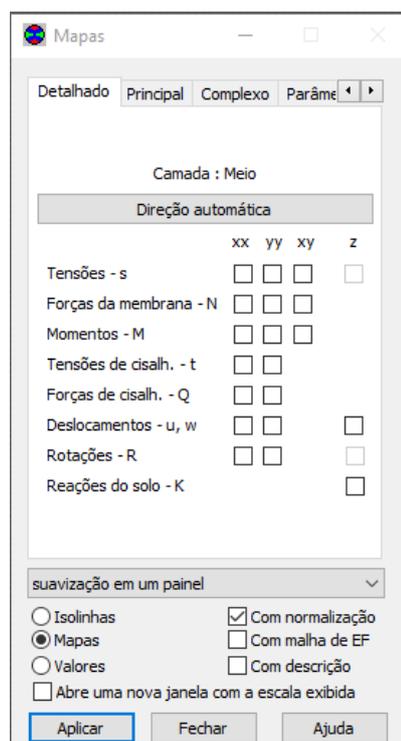


Figura 3.19 – Escolha da apresentação dos resultados.

3.5.2 Análise Estática

Considerando uma placa circular com carregamento uniformemente distribuído com raio 9,0 m, a diferença entre os resultados de deslocamento e momentos analíticos e numéricos para as condições de apoio engastada e simplesmente apoiada é mostrada nas tabelas abaixo. Para a avaliação dos resultados tomou-se um ponto localizado com um raio de 4,5 m a partir do centro da placa. O mesmo acontece para o caso em que uma carga pontual é aplicada no centro. Uma comparação é realizada baseando-se nos resultados encontrados utilizando as fórmulas baseadas em Timoshenko e os resultados encontrados por SALAS (2015).

Os cálculos dos deslocamentos e dos momentos radial e circunferencial unitários a partir das fórmulas de Timoshenko serão realizados abaixo, de modo a permitir uma posterior comparação com os resultados obtidos pela modelagem da placa no programa Robot Structural.

1º) Placa de Espessura Uniforme com Carregamento Distribuído

- Engastada

O deslocamento na posição $r = 4,5\text{m}$ para uma placa de espessura constante sujeita a carregamento distribuído e engastada na borda pode ser calculado a partir da seguinte equação da superfície fletida:

$$w = \frac{q}{64D} * (R^2 - r^2)^2$$

Sendo:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^3)} = \frac{20000 * 10^6 * 0,20^3}{12(1 - 0,3^2)} = 14,652 * 10^6 \text{ N.m}$$

$$w = \frac{50 * 10^3}{64 * 14,652 * 10^6} * (9^2 - 4,5^2)^2 = 0,1968 \text{ m}$$

O momento radial na posição $r = 4,5\text{m}$ é obtido através da expressão:

$$M_r = \frac{q * [R^2(1 + \nu) - r^2(3 + \nu)]}{16}$$

$$M_r = \frac{50 * 10^3 * [9^2(1 + 0,3) - 4,5^2(3 + 0,3)]}{16} = 12,0234 * 10^4 \text{ N.m}$$

O momento circunferencial na posição $r = 4,5\text{m}$ é então obtido por:

$$M_\theta = \frac{q * [R^2(1 + \nu) - r^2(1 + 3\nu)]}{16}$$

$$M_\theta = \frac{50 * 10^3 * [9^2(1 + 0,3) - 4,5^2(1 + 3 * 0,3)]}{16} = 20,8828 * 10^4 \text{ N.m}$$

- Apoiada

O deslocamento na posição $r = 4,5\text{m}$ para uma placa de espessura constante sujeita a carregamento distribuído e simplesmente apoiada na borda pode ser calculado a partir da seguinte equação da superfície fletida:

$$w = \frac{P (R^2 - r^2)}{64D} * \left[\frac{(5 + \nu) * R^2}{(1 - \nu)} - r^2 \right]$$

$$w = \frac{50 * 10^3 (9^2 - 4,5)}{64 * 14,652 * 10^6} * \left[\frac{(5 + 0,3) * 9^2}{(1 - 0,3)} - 4,5^2 \right] = 1,0041 \text{ m}$$

O momento radial na posição $r = 4,5\text{m}$ é obtido através da expressão:

$$M_r = \frac{(3 + \nu) * q * (R^2 - r^2)}{16}$$

$$M_r = \frac{(3 + 0,3) * 50 * 10^3 * (9^2 - 4,5^2)}{16} = 62,6484 * 10^4 \text{ N.m}$$

O momento circunferencial na posição $r = 4,5\text{m}$ é então obtido por:

$$M_\theta = \frac{q * [(3 + \nu)R^2 - (1 + 3\nu)r^2]}{16}$$

$$M_\theta = \frac{50 * 10^3 * [(3 + 0,3)9^2 - (1 + 3 * 0,3)4,5^2]}{16} = 71,5078 * 10^4 \text{ N.m}$$

Na tabela abaixo é apresentado o resumo dos resultados e a comparação dos valores obtidos através de Timoshenko e Salas (2015) com os valores encontrados segundo a modelagem realizada para este trabalho:

PLACA DE ESPESSURA UNIFORME COM CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO				
Condições de Contorno	Fonte do resultado	Deslocamento ($r = 4,5 \text{ m}$)	Momento ($r = 4,5 \text{ m}$)	
			$M_r/10^4$	$M_\theta/10^4$
Engastada	Timoshenko	0,1968	12,0234	20,8828
	Salas	0,1968	12,0234	20,8828
	Autor	0,1641	11,5011	20,7496
	%_dif_Timoshenko	-16,6%	-4,3%	-0,6%
	%_dif_Salas	-16,6%	-4,3%	-0,6%
Apoiada	Timoshenko	1,0041	62,6484	71,5078
	Salas	1,0047	62,6431	71,5062
	Autor	0,6869	62,3660	71,3835
	%_dif_Timoshenko	-31,6%	-0,5%	-0,2%
	%_dif_Salas	-31,6%	-0,4%	-0,2%

Tabela 3.1 – Comparação dos resultados de deslocamento, momento radial e momento circunferencial de uma placa circular de espessura uniforme submetida a um carregamento distribuído atuando no centro da placa.

Os resultados obtidos para o estudo de uma placa de espessura constante sujeita a carregamento distribuído tanto para a condição de contorno engastada quanto para a condição simplesmente apoiada na borda foram satisfatórios. Para os deslocamentos encontrados, a diferença em porcentagem entre os valores comparados com Timoshenko e Salas (2015) variaram em torno de 16 e 32%. No entanto, para os momentos radial e circunferencial das duas condições de contorno as diferenças percentuais foram muito pequenas, podendo na maioria dos casos admitir como desprezível.

Os valores de deslocamento podem ser melhorados levando-se em conta a utilização do fator de correção de cortante utilizado por Salas (2015) de $ks^2 = \pi^2/12$. Utilizando deste recurso, os valores de deslocamento ficam alterados de 0,1641 para 0,1823 e de 0,6869 para 0,7632, apresentado uma redução na diferença percentual de -16,6% para -7,4% e de -31,6% para -24,0%, respectivamente. Fica portanto evidenciada a necessidade de um estudo mais detalhado da questão do coeficiente de correção e do modelo do Robot.. Os resultados de Timoshenko valem para uma placa fina, sendo desprezadas as deformações de cisalhamento, mas são certamente bem estabelecidos e testados na literatura.

2º) Placa de Espessura Uniforme com Carga Pontual

- Engastada

O deslocamento na posição $r = 4,5m$ para uma placa de espessura constante sujeita a carga pontual atuando no centro e engastada na borda pode ser calculado a partir da seguinte equação da superfície fletida:

$$w = \frac{P}{16\pi D} * \left(R^2 - r^2 - 2 * r^2 * \ln \frac{R}{r} \right)$$

$$w = \frac{50 * 10^3}{16 * \pi * 14,652 * 10^6} * \left(9^2 - 4,5^2 - 2 * 4,5^2 * \ln \frac{9}{4,5} \right) = 0,0022 \text{ m}$$

O momento radial na posição $r = 4,5m$ é obtido através da expressão:

$$M_r = \frac{P}{4\pi} * \left[(1 + \nu) * \ln \frac{R}{r} - 1 \right]$$

$$M_r = \frac{50 * 10^3}{4 * \pi} * \left[(1 + 0,3) * \ln \frac{9}{4,5} - 1 \right] = -3,9355 * 10^2 N.m$$

O momento circunferencial na posição $r = 4,5m$ é então obtido por:

$$M_\theta = \frac{P}{4\pi} * \left[(1 + \nu) * \ln \frac{R}{r} - \nu \right]$$

$$M_\theta = \frac{50 * 10^3}{4 * \pi} * \left[(1 + 0,3) * \ln \frac{9}{4,5} - 0,3 \right] = 23,9167 * 10^2 N.m$$

-Apoiada

O deslocamento na posição $r = 4,5m$ para uma placa de espessura constante sujeita a carga pontual atuando no centro e simplesmente apoiada na borda pode ser calculado a partir da seguinte equação da superfície fletida:

$$w = \frac{P}{16\pi D} * \left[\frac{(3 + \nu)}{(1 + \nu)} * (R^2 - r^2) + 2 * r^2 * \ln \frac{R}{r} \right]$$

$$w = \frac{50 * 10^3}{16 * \pi * 14,652 * 10^6} * \left[\frac{(3 + 0,3)}{(1 + 0,3)} * (9^2 - 4,5^2) + 2 * 4,5^2 * \ln \frac{9}{4,5} \right]$$

$$= 0,00856$$

O momento radial na posição $r = 4,5m$ é obtido através da expressão:

$$M_r = \frac{P}{4\pi} * (1 + \nu) * \ln \frac{R}{r}$$

$$M_r = \frac{50 * 10^3}{4 * \pi} * (1 + 0,3) * \ln \frac{9}{4,5} = 35,8533 * 10^2 N.m$$

O momento circunferencial na posição $r = 4,5m$ é então obtido por:

$$M_\theta = \frac{P}{4\pi} * \left[(1 + \nu) * \ln \frac{R}{r} + (1 - \nu) \right]$$

$$M_\theta = \frac{50 * 10^3}{4 * \pi} * \left[(1 + 0,3) * \ln \frac{9}{4,5} + (1 - 0,3) \right] = 63,7054 * 10^2 N.m$$

Na tabela abaixo é apresentado o resumo dos resultados e a comparação dos valores obtidos através de Timoshenko e Salas (2015) com os valores encontrados segundo a modelagem realizada para este trabalho:

PLACA DE ESPESSURA UNIFORME COM CARREGAMENTO PONTUAL				
Condições de Contorno	Fonte do resultado	Deslocamento ($r = 4,5$ m)	Momento ($r = 4,5$ m)	
			$M_r/10^2$	$M_\theta/10^2$
Engastada	Timoshenko	0,0022	3,9355	23,9167
	Salas	0,0222	3,8935	24,0042
	Autor	0,0022	3,9699	23,7488
	%_dif_Timoshenko	0,0%	0,9%	-0,7%
	%_dif_Salas	-90,1%	2,0%	-1,1%
Apoiada	Timoshenko	0,0085	35,8533	63,7054
	Salas	0,0856	35,8952	63,7929
	Autor	0,0064	35,6957	64,0160
	%_dif_Timoshenko	-24,7%	-0,4%	0,5%
	%_dif_Salas	-92,5%	-0,6%	0,3%

Tabela 3.2 – Comparação dos resultados de deslocamento, momento radial e momento circunferencial de uma placa circular de espessura uniforme submetida a uma carga pontual atuando no centro da placa.

Os resultados obtidos para o estudo de uma placa de espessura constante sujeita a carga pontual atuando no centro da placa tanto para a condição de contorno engastada quanto para a condição simplesmente apoiada na borda foram satisfatórios. Para os deslocamentos encontrados, a diferença em porcentagem entre os valores comparados com Timoshenko variaram em torno de 0 e 25%. Entretanto, nos valores obtidos por Salas (2015) foram detectados erros para ambos os deslocamentos. A variação do resultado é de uma casa decimal, embora se isso for ajustado os valores coincidem com os valores teóricos de Timoshenko. Tendo em vista o erro decimal nos valores, quando comparados aos obtidos nesta dissertação, os mesmos tornam-se absurdos chegando a quase 100% de diferença entre os resultados. Esta diferença é reportada na Tabela 3.2, apesar de ser evidente que o resultado tão discrepante advém de um erro de transcrição de Salas em seu trabalho.

Para os momentos radial e circunferencial das duas condições de contorno as diferenças percentuais foram muito pequenas variando de 0,3 à 2,0%, podendo admitir como desprezível.

Lembrando que os resultados baseados em Timoshenko são cálculos numéricos realizados a partir de suas fórmulas encontradas no seu livro. Os resultados de Salas foram obtidos através da modelagem da placa com o método

de Rayleigh-Ritz e também com um software de elementos finitos denominado SAP2000. Já os resultados encontrados e estudados nesta dissertação foram modelados a partir do programa Robot Structural.

A mesma análise feita até aqui foi utilizada para uma placa de espessura variável simplesmente apoiada com o caso de carregamento distribuído e com o caso de carga pontual. Os cálculos realizados e os resultados obtidos podem ser analisados abaixo.

3º) Placa de Espessura Variável Simplesmente Apoiada na Borda

- Carregamento Distribuído

O deslocamento máximo para uma placa de espessura variável sujeita a carregamento distribuído e apoiada na borda pode ser calculado a partir da fórmula abaixo, considerando os seguintes dados:

$$h_0 = 0,75 \text{ m}$$

$$h_1 = 0,50 \text{ m}$$

$$\frac{h_0}{h_1} = 1,5$$

$$a = \text{raio} = 9,0 \text{ m}$$

A partir da tabela encontrada no livro de Timoshenko podemos obter os valores dos coeficientes que serão utilizados nas equações de deslocamento e momentos:

TABLE 72. DEFLECTIONS AND BENDING MOMENTS OF SIMPLY SUPPORTED PLATES UNDER UNIFORM LOAD (Fig. 153a)
 $\nu = 0.25$

$\frac{h_0}{h_1}$	$w_{\max} = \alpha \frac{qa^4}{Eh_0^3}$	$M_r = \beta qa^2$		$M_t = \beta_1 qa^2$		
		$r = 0$	$r = a/2$	$r = 0$	$r = a/2$	$r = a$
		β	β	β_1	β_1	β_1
1.00	0.738	0.203	0.152	0.203	0.176	0.094
1.50	1.26	0.257	0.176	0.257	0.173	0.054
2.33	2.04	0.304	0.195	0.304	0.167	0.029

Figura 3.20 – Tabela retirada do livro de Timoshenko (1959) com os coeficientes utilizados no cálculo dos deslocamentos e momentos para uma placa simplesmente apoiada sujeita a carregamento distribuído.

$$\alpha = 0,126, \quad \beta = 0,176, \quad \beta_1 = 0,173, \quad \nu = 0,25$$

$$w_{m\acute{a}ximo} = \alpha \frac{q * a^4}{E * h_o^3}$$

$$w_{m\acute{a}ximo} = 1,26 * \frac{50 * 10^3 * 9^4}{20000 * 10^6 * 0,75^3} = 0,0489$$

O momento radial na posição $r = 4,5m$ é obtido através da expressão:

$$M_r = \beta q a^2 = 0,176 * 50 * 10^3 * 9^2 = 71,2800 * 10^4 N.m$$

O momento circunferencial na posição $r = 4,5m$ é então obtido por:

$$M_\theta = \beta_1 q a^2 = 0,173 * 50 * 10^3 * 9^2 = 70,0650 * 10^4 N.m$$

- Carga Pontual

O deslocamento máximo para uma placa de espessura variável sujeita a carga pontual atuando no centro e apoiada na borda pode ser calculado a partir da fórmula abaixo, considerando os seguintes dados:

$$h_0 = 0,75 m$$

$$h_1 = 0,50 m$$

$$\frac{h_0}{h_1} = 1,5$$

$$a = raio = 9,0 m$$

A partir da tabela encontrada no livro de Timoshenko podemos obter os valores dos coeficientes que serão utilizados nas equações de deslocamento e momentos:

TABLE 73. DEFLECTIONS AND BENDING MOMENTS OF SIMPLY SUPPORTED CIRCULAR PLATES UNDER CENTRAL LOAD (Fig. 153b)
 $\nu = 0.25$

$\frac{h_0}{h_1}$	$w_{max} = \alpha \frac{Pa^2}{Eh_0^3}$	$M_r = M_t$	$M_r = \beta P$	$M_t = \beta_1 P$	
		$r = 0$	$r = a/2$	$r = a/2$	$r = a$
	α	γ_2	β	β_1	β_1
1.00	0.582	0	0.069	0.129	0.060
1.50	0.93	0.029	0.088	0.123	0.033
2.33	1.39	0.059	0.102	0.116	0.016

Figura 3.21 – Tabela retirada do livro de Timoshenko (1959) com os coeficientes utilizados no cálculo dos deslocamentos e momentos para uma placa simplesmente apoiada sujeita a carga pontual no centro.

$$\alpha = 0,93, \quad \beta = 0,088, \quad \beta_1 = 0,123, \quad \nu = 0,25$$

$$w_{m\acute{a}ximo} = \alpha \frac{P * a^2}{E * h_0^3}$$

$$w_{m\acute{a}ximo} = 0,93 * \frac{50 * 10^3 * 9^2}{20000 * 10^6 * 0,75^3} = 0,0004$$

O momento radial na posição $r = 4,5m$ é obtido através da expressão:

$$M_r = \beta P = 0,088 * 50 * 10^3 = 44,0000 * 10^2 N.m$$

O momento circunferencial na posição $r = 4,5m$ é então obtido por:

$$M_\theta = \beta_1 P = 0,123 * 50 * 10^3 = 61,5000 * 10^2 N.m$$

Na tabela abaixo é apresentado o resumo dos resultados e a comparação dos valores obtidos através de Timoshenko e Salas (2015) com os valores encontrados segundo a modelagem realizada para este trabalho:

PLACA DE ESPESSURA VARIÁVEL SIMPLEMENTE APOIADA				
Carga	Fonte do resultado	Deslocamento (r = 0,01 m)	Momento (r = 4,5 m)	
			Mr/10 ⁴	Mθ/10 ⁴
Carregamento Distribuído	Timoshenko	0,0489	71,2800	70,065
	Salas	0,0492	71,4252	69,7306
	Autor	0,0346	71,6601	69,9451
	%_dif_Timoshenko	-29,2%	0,5%	-0,2%
	%_dif_Salas	-29,7%	0,3%	0,3%
Carga	Fonte do resultado	Deslocamento (r = 0,01 m)	Momento (r = 4,5 m)	
			Mr/10 ²	Mθ/10 ²
Carregamento Pontual	Timoshenko	0,0004	44,0000	61,5000
	Salas	0,0044	43,8748	61,1682
	Autor	0,0003	43,9307	61,5469
	%_dif_Timoshenko	-31,8%	-0,2%	0,1%
	%_dif_Salas	-93,2%	0,1%	0,6%

Tabela 3.3 – Comparação dos resultados de deslocamento, momento radial e momento circunferencial de uma placa circular de espessura variável submetida a dois casos de carga: um carregamento distribuído e uma carga pontual atuando no centro da placa.

Os resultados obtidos para o estudo de uma placa de espessura variável condição de contorno apoiada submetida a carregamento distribuído e posteriormente a carga pontual atuando no centro da placa seguiram o mesmo padrão de análise para a placa uniforme e também foram satisfatórios. Para os deslocamentos encontrados, a diferença em porcentagem entre os valores comparados com Timoshenko e Salas (2015) variaram em torno de 30%. Entretanto, nos valores obtidos por Salas (2015) para carga pontual foi detectado um possível erro na leitura do deslocamento. A variação do resultado é de uma casa decimal quando comparados com os resultados de Timoshenko e os adquiridos neste estudo. Tendo em vista o erro decimal nos valores, quando comparados aos obtidos nesta dissertação, os mesmos tornam-se absurdos chegando a quase 100% de diferença entre os resultados. Novamente, esta diferença é reportada na Tabela 3.3, apesar de ser evidente que o resultado tão discrepante advém de um erro de transcrição de Salas em seu trabalho.

Para os momentos radial e circunferencial das duas condições de contorno as diferenças percentuais foram muito pequenas variando de 0,1 à 0,6%, podendo admitir como desprezível.

3.5.3 Análise de Vibrações

A placa estudada no subcapítulo anterior para obter resultados de análise estática também foi utilizada para efetuar estudos de vibrações e instabilidade, que serão apresentados neste subcapítulo. Para isso, foram obtidos os 10 primeiros modos de vibração da placa a partir da modelagem de uma placa circular de espessura uniforme, apoiada no contorno da borda e sujeita a carregamento distribuído na direção da superfície da placa de 1 kN/m. Os resultados encontram-se disponíveis no anexo G.

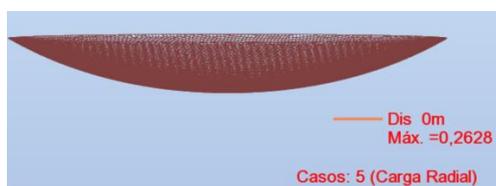
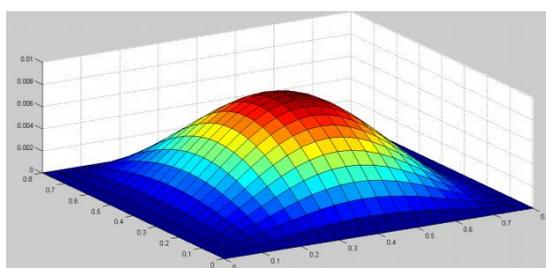
Silva (2014), em sua dissertação, testou um elemento de placa fina para domínios com contornos irregulares para análise de vibrações livres, além de comparar as frequências naturais obtidas pelos modelos teóricos com um elemento implementado por método dos elementos finitos. Ele obteve bons resultados em sua pesquisa e um de seus estudos realizados permite-nos comparar com os resultados gerados neste trabalho.

A configuração dos 4 primeiros modos de vibração da placa fina quadrada de Silva (2014) são apresentadas a seguir. Ao lado, é mostrada a configuração obtida neste trabalho para os mesmos modos de vibração.

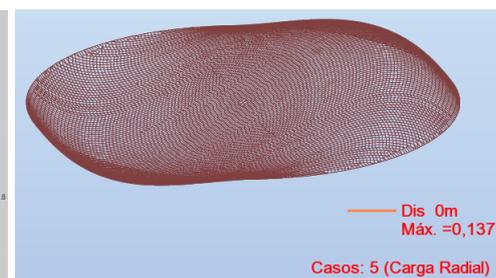
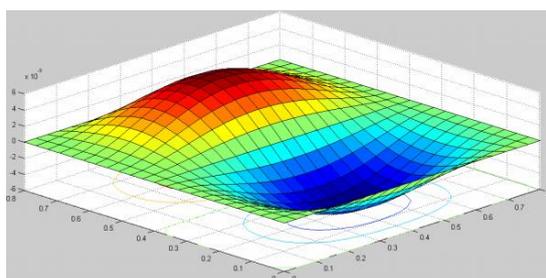
Silva (2014)

Autor

1º Modo de Vibração



2º Modo de Vibração



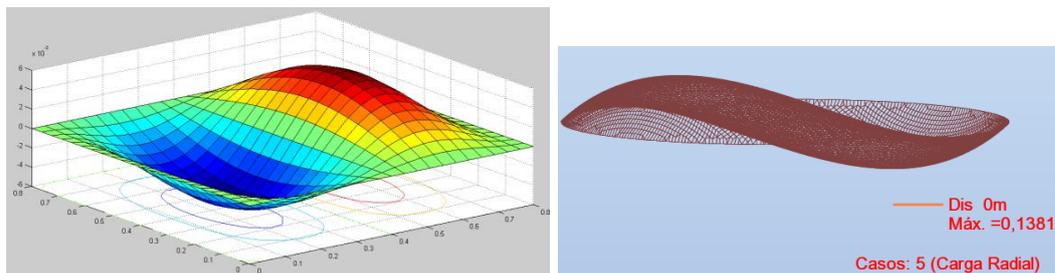
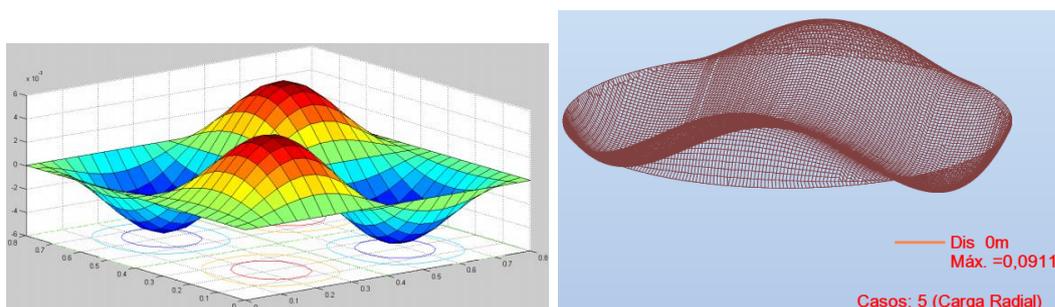
3º Modo de Vibração4º Modo de Vibração

Figura 3.22 – Modos de vibração de Silva (2014) (à esquerda) e do Autor (à direita).

É importante destacar que, embora a placa fina modelada por Silva (2014) seja quadrada e a placa fina estudada nesta dissertação seja circular, as configurações dos modos de vibração obtidos são similares.

Na tabela 3.4 temos as frequências obtidas para os 10 primeiros modos de vibração da placa circular. Sabe-se que a frequência (f) é definida como o número de vezes que um evento acontece em um determinado período de tempo (T). Desta forma temos:

$$f = \frac{1}{T} \text{ ou } T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2\pi f \text{ ou } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Sendo ω definido como a velocidade angular dado em rad/s . A frequência f tem como unidade o hertz (Hz) e o período T é dado em segundos (s).

Caso/Modo	Frequência (Hz)	Período (s)
4/ 1	1,58	0,63
4/ 2	4,45	0,22
4/ 3	4,45	0,22
4/ 4	8,19	0,12
4/ 5	8,20	0,12
4/ 6	9,52	0,11
4/ 7	12,77	0,08
4/ 8	12,77	0,08
4/ 9	15,51	0,06
4/ 10	15,51	0,06

Tabela 3.4 – Frequência da placa.

3.5.4 Análise de Instabilidade

A análise de instabilidade foi realizada através da compressão radial uniforme da placa circular fina de espessura constante e apoiada ao longo do seu bordo, estudada nos subcapítulos anteriores. Uma carga de 1 kN/m foi aplicada continuamente na direção radial da placa e os seguintes resultados foram obtidos:

1º Modo de Vibração	Caso/Modo	Coef. crít.	Precisão
	5/ 1	-5,52105e+005	1,29753e-0
2º Modo de Vibração	Caso/Modo	Coef. crít.	Precisão
	5/ 2	-1,23907e+006	5,23626e-0
3º Modo de Vibração	Caso/Modo	Coef. crít.	Precisão
	5/ 3	-1,24750e+006	4,64736e-0
4º Modo de Vibração	Caso/Modo	Coef. crít.	Precisão
	5/ 4	-1,90475e+006	1,35400e-0
5º Modo de Vibração	Caso/Modo	Coef. crít.	Precisão
	5/ 5	-1,90805e+006	1,85728e-0

Tabela 3.5 – Coeficientes críticos de flambagem.

A partir da tabela acima podemos calcular a carga crítica de flambagem P_{cr} . Sabendo-se que a carga aplicada é de -1 kN/m, o coeficiente crítico máximo encontrado, segundo é apresentado na tabela, é $-5,52 \times 10^5$ e a precisão do resultado é de 1,29, temos que:

$$P_{cr} = -1 \times (-5,52105 \times 10^5) \times 1,29753$$

$$P_{cr} = 7,1637 \times 10^5 \text{ kN/m}$$

A partir dos estudos realizados por Salas (2015) no programa SAP e pela literatura de Timoshenko onde é possível calcular o resultado teórico, podemos montar a seguinte tabela:

CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM		
Condições de Contorno	Fonte do resultado	P_{cr}/10⁵
Apoiada	Timoshenko	7,6019
	Salas	7,5888
	Autor	7,1637
	%_dif_Timoshenko	-6%
	%_dif_Salas	-6%

Tabela 3.6 – Comparação das cargas críticas de flambagem.

Comparando os resultados apresentados acima podemos confirmar a qualidade dos resultados calculados a partir do programa Robot Structural, pois os mesmos apresentam diferença desprezível em relação aos resultados modelados por Salas (2015) no programa de elementos finitos SAP 2000 e pela literatura de Timoshenko.

Na modelagem realizada nesta dissertação, foram utilizados quadriláteros de 4 nós para divisão da superfície e tetraedros de 4 nós para a divisão volumétrica. A análise é realizada com elemento de placa. A malha é subdividida em elementos de tamanho 0,25 m e o método escolhido utilizado para a criação de malha pelo programa é o método Delaunay, onde este método apresenta alguns critérios que otimiza o processo de geração da malha, dando origem à malhas que são adequadas para a simulação numérica. Este método, composta de triângulos “bem comportados”, pode ser usada em diversas aplicações, sendo largamente empregada em elementos finitos.

4 Dimensionamento das fundações dos aerogeradores

4.1 Aspectos do Dimensionamento de Placas Circulares de Concreto Armado (Lajes)

De acordo com Fabrício e Rossignolo (2001), na maioria dos casos, como as tensões admissíveis à compressão do concreto são muito superiores às tensões admissíveis dos solos, as seções dos pilares ou colunas, próximas à superfície do terreno, são alargadas, de forma que a pressão aplicada ao terreno seja compatível com sua tensão admissível (figura 4.1), formando então a fundação da estrutura.

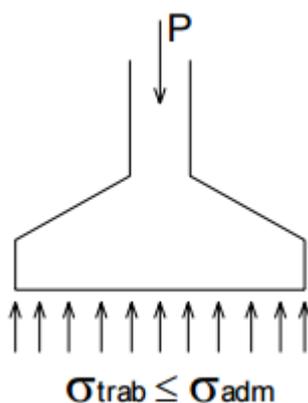


Figura 4.1 – Tensão admissível do terreno (FABRÍCIO e ROSSIGNOLO, 2001).

Em caso de fundações de formato quadrado, as dimensões L e B devem ser convenientemente adotadas a fim de que o dimensionamento seja econômico. Isto consiste em fazer com que as abas sejam iguais, resultando momentos iguais nos quatro balanços e seção da armadura da fundação igual nos dois sentidos. Para fundações circulares, como é o caso que estamos estudando nesta dissertação, as abas conseqüentemente já são iguais e, por isso, a seção da armadura adotada será a mesma para ambos os sentidos.

4.2

Efeitos a considerar

No cálculo e dimensionamento de fundações algumas peculiaridades devem ser levadas em conta, assim como acontece com outros elementos estruturais. Nos próximos tópicos veremos alguns pontos importantes que foram utilizados neste estudo.

4.2.1

Estudo de impacto ambiental

A preocupação com os impactos ambientais também está presente na construção das fundações das torres eólicas. Segundo Azevedo & Barbosa (2013), a localização incorreta do parque eólico pode originar impactos negativos e para isso ser evitado cabe às entidades competentes analisar precisamente o local de instalação do parque eólico.

Uma avaliação deverá ser realizada para se obter o licenciamento do parque eólico passando pelo Estudo de Impacto Ambiental (EIA), que consiste em um documento técnico onde são avaliadas as consequências que tal projeto poderá ocasionar no meio ambiente.

4.2.2

Fundação direta ou indireta

As fundações são classificadas em diretas ou rasas, ou ainda superficiais, e indiretas ou profundas.

O tipo de fundação que será utilizado na estrutura depende basicamente da intensidade da carga e da profundidade da camada resistente do solo. A partir disso, a opção escolhida é a que atende pelo menos a maior parte das seguintes exigências: a solução mais econômica, mais viável quanto à execução, mais rápida e que atenda as normas de segurança.

4.2.3

Variação de espessura

Durante a concepção estrutural do projeto de fundação é possível escolher se a mesma terá espessura uniforme ou variável. Em alguns casos é escolhida a

variação da espessura do centro para as bordas, sendo a região central mais espessa que a região das bordas.

Um dos motivos de se adotar este tipo de fundação é que a variação de espessura da placa minimiza o volume de concreto da fundação, já que nas abas superiores da região da borda da fundação não ocorre ação de esforços, como pode ser verificado pelo método de bielas e tirantes e é mostrado na figura 4.2:

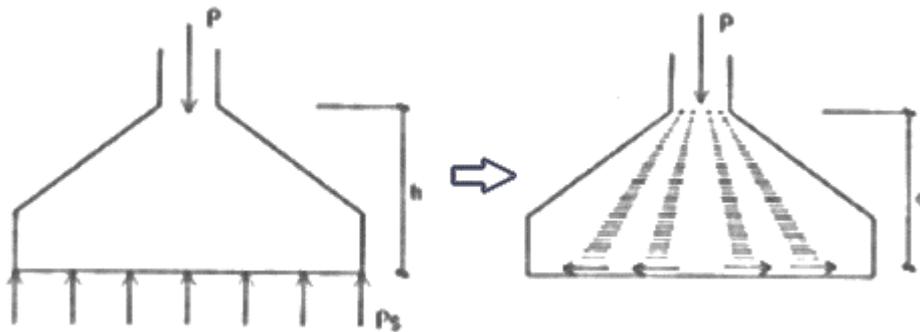


Figura 4.2 – Transferência de cargas para a base (fonte: www.ebah.com.br/content/ABAAAfUzQAG/sapatas-concreto-armado).

4.2.4 Disposição de armadura

A disposição e a escolha da armadura devem atender não somente a função estrutural, mas também às condições de execução em campo, como em relação ao lançamento e adensamento do concreto. Segundo o item 18.2.1 da NBR, o espaçamento entre as barras deve permitir a introdução do vibrador de modo a impedir a segregação dos agregados e a ocorrência de vazios no interior do elemento estrutural.

É importante ressaltar que a escolha pela armadura disposta ortogonalmente permite garantir a resistência do bloco de forma mais equivalente para todas as direções de incidência das cargas, dos momentos e da ação do vento. A armadura escolhida tem como principal função resistir aos esforços e tensões na fundação e diminuir as deformações.

4.3

Estudo de caso: Memória de Cálculo das Bases das Torres da Central Geradora Eólica União dos Ventos

4.3.1

Resumo do relatório de cálculo

Um estudo foi realizado baseado no relatório da empresa Portante Engenharia de Projetos, na qual a mesma teve como objetivo descrever toda a memória de cálculo e as considerações feitas no projeto das bases dos aerogeradores da Central Eólica União dos Ventos, realizado em maio de 2012, que seria implantado no município de Enxú Queimado, Rio Grande do Norte. A seguir, será apresentado um resumo deste estudo.

O programa SAP 2000 foi utilizado para a análise estrutural do modelo numérico da base estudada. As verificações e dimensionamento dos estados limites foram realizados com base na norma brasileira de concreto armado vigente da época: a NBR 6118/2007.

Quanto as informações referentes ao projeto, o concreto utilizado no dimensionamento da fundação foi $f_{ck} = 30\text{Mpa}$. O modelo do aerogerador foi o GE 1.6-100 NAMTS with 79,9 m HH 60 Hz SW, da General Electric – GE, como pode ser visto na figura 4.3:

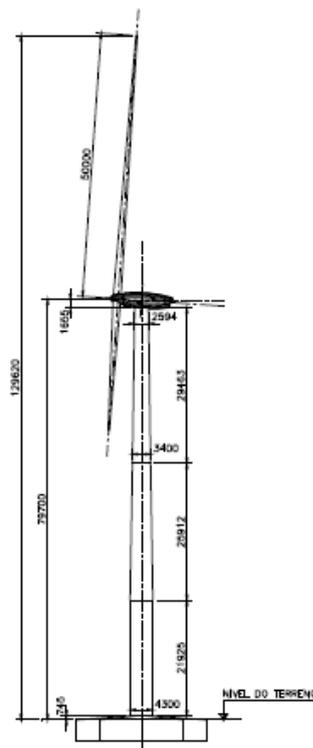


Figura 4.3 – Vista do aerogerador GE 1.6-100 NAMTS (LIMA et al., 2012).

As cargas máximas na fundação foram fornecidas pela fabricante GE e já estão inclusas a inércia, a massa, as forças aerodinâmicas que atuam sobre o motor e na torre, as forças causadas por acelerações e outras ações dinâmicas. Além disso, também foram levadas em consideração as cargas de peso próprio e reaterro. O sistema de coordenadas utilizado é apresentado na figura 4.4 abaixo:

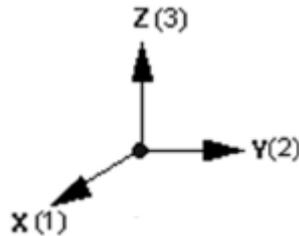


Figura 4.4 – Sistema de coordenadas global (LIMA et al., 2012).

A seguir são apresentadas as tabelas com os casos de carga mais adequados e todos os esforços ocorrendo ao mesmo tempo, com e sem coeficiente de segurança. Todos os valores já estão prontos para serem utilizados no cálculo da fundação. O valor do coeficiente de segurança é representado por γ .

DCL	Fx (kN)	Fy (kN)	Fz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)	Fr (kN)	Mr (kNm)	γ	Vhub (m/s)	Vdir (grau)
7.1	-151	-37.6	-2481.6	1996.8	-5657.3	1473.8	155.6	5999.5	1.0	38.5	-7.1
6.2	-93	632.9	-2197.7	-43625.7	-1059	1578.2	639.6	43637.9	1.0	44.6	50.1
2.2	-671.2	4.7	-2271	-1479.5	-51125.5	-62.8	671.2	51146.9	1.0	10.5	0.0
2.2	292.9	-133.2	-2199.8	11629.8	25473.9	-6218.3	321.7	28002.6	1.0	10.5	-8.0
2.2	-671.2	4.7	-2271	-1479.5	-51125.5	-62.8	671.2	51146.9	1.0	10.5	0.0
6.2	-45.4	626.2	-2194.4	-44090	1767.2	1831.7	627.9	44125.4	1.0	43.5	51.0
2.2	-671.2	4.7	-2271	-1479.5	-51125.5	-62.8	671.1	51146.9	1.0	10.5	0.0
2.2	-671.2	4.7	-2271	-1479.5	-51125.5	-62.8	671.2	51146.9	1.0	10.5	0.0

Tabela 4.1 – Cargas máximas sem coeficiente de segurança.

DCL	Fx (kN)	Fy (kN)	Fz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)	Fr (kN)	Mr (kNm)	γ	Vhub (m/s)	Vdir (grau)
2.1	-131.2	-84.6	-3277.7	5660.6	-3912.3	3698.8	156.1	6881.0	1.35	25.0	-8.0
6.2	-102.3	696.1	-2417.5	-47988.3	-1164.9	1736	703.6	48002.4	1.10	44.6	50.1
2.2	-738.3	5.1	-2498.1	-1627.5	-56238.0	-69.1	738.3	56261.6	1.10	10.5	0.0
2.1	342.2	-90.5	-2984.1	6235.7	28395.6	-7075.4	353.9	29072.3	1.35	10.5	-8.0
2.2	-738.3	5.1	-2498.1	-1627.5	-56238.0	-69.1	738.3	56261.6	1.10	10.5	0.0
6.2	-49.9	688.9	-2413.8	-48499.0	1943.9	2014.9	690.7	48537.9	1.10	43.5	51.0
2.2	-738.3	5.1	-2498.1	-1627.5	-56238.0	-69.1	738.3	56261.6	1.10	10.5	0.0
2.2	-738.3	5.1	-2498.1	-1627.5	-56238.0	-69.1	738.3	56261.6	1.10	10.5	0.0

Tabela 4.2 – Cargas máximas com coeficiente de segurança.

Load at TOWER Base	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)	SF
Load Case 01 SW (Mean Wind Speed: 10.5m/s Turbulence Intensity: 17.6 %)	2263.0	-1.69	213.2	61.49	15250.0	1197.00	1.0
Load Case 02 SW (Mean Wind Speed: 10.05m/s Turbulence Intensity: 18.0 %)	2265.0	-1.60	227.0	58.80	16400.0	1230.0	1.0
Load Case 03 SW (Mean Wind Speed: 10.05m/s Turbulence Intensity: 18.0 %)	2264.0	-1.60	227.0	58.70	16410.0	1230.0	1.0
Load Case 04 SW (Mean Wind Speed: 10.05m/s Turbulence Intensity: 14.6 %)	2341.0	-2.55	227.1	64.28	16230.0	1318.0	1.0

Tabela 4.3 – Cargas médias para a velocidade nominal de vento.

A geometria da fundação pode ser visualizada nas figuras 4.5 e 4.6 abaixo:

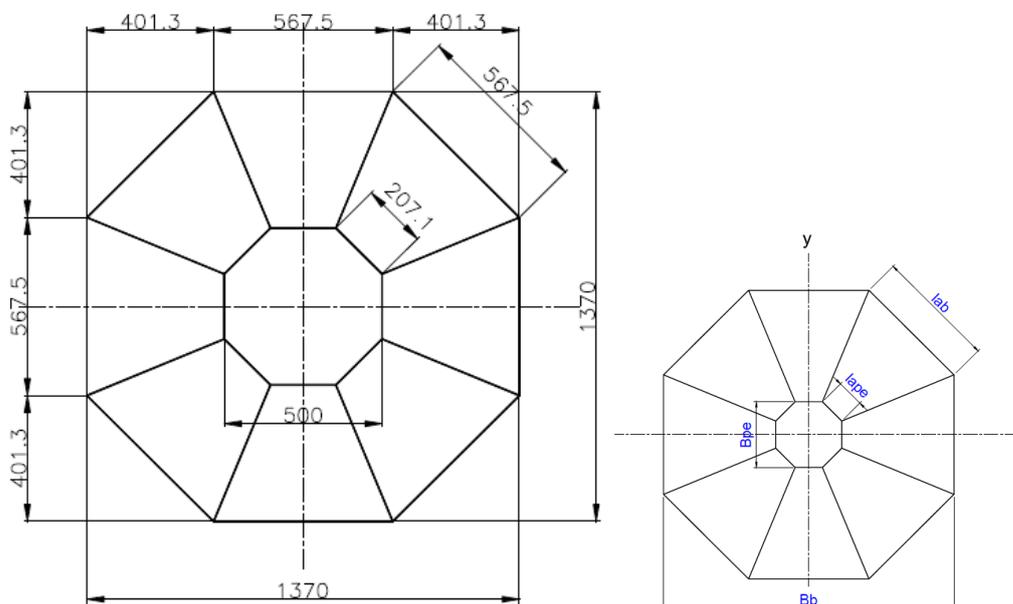


Figura 4.5 – Vista superior em centímetros (LIMA et al., 2012).

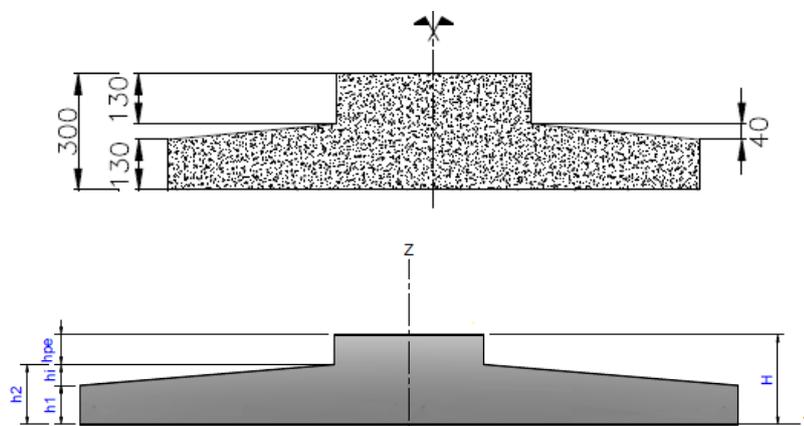


Figura 4.6 – Elevação em centímetros (corte dividindo a geometria em 2 metades iguais) (LIMA et al., 2012).

A fundação foi modelada no programa de elementos finitos SAP 2000 como placa espessa, que possui graus de liberdade translacional e rotacional e suporta forças e momentos, levando em conta também deformação por cortante. A fundação foi dividida em três regiões para se levar em conta a variação de espessura e altura adotada é igual à espessura média da região, sendo a parte central com 3 metros de altura, a parte intermediária com 1,6 metros e a parte externa com espessura média de 1,4 metros. A malha foi gerada com dimensão máxima de 0,35 cm.

A placa é apoiada sobre 20 estacas espaçadas radialmente a 18 graus e foram modeladas como elementos de barras. Possuem um engaste fictício a 4 metros de profundidade e estão inclinadas a 5° com a vertical.

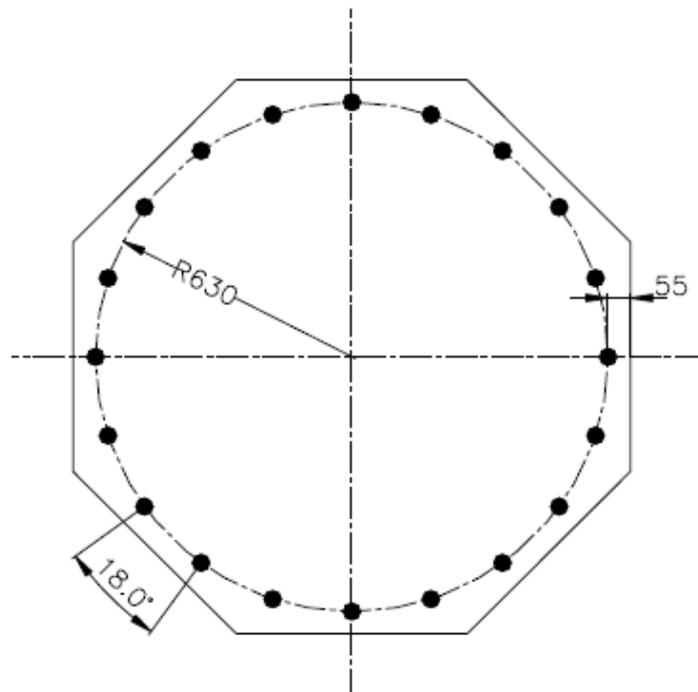


Figura 4.7 – Locação das estacas em centímetros (LIMA et al., 2012).

Quanto ao dimensionamento estrutural da fundação, os cálculos foram realizados baseados na NBR 6118/2007, que era a norma vigente na época da confecção do relatório. Os seguintes dados dos materiais foram adotados:

Coefficientes

Coefficiente de minoração da resistência do aço: $\gamma_s = 1,15$

Coefficiente de minoração da resistência do concreto: $\gamma_c = 1,40$

Requisitos Para a Garantia da Durabilidade

Classe de Agressividade: III

Relação água/cimento em massa: $R_{ac} \leq 0.55$

Classe do concreto: $C \geq 30$ MPa

Limite de fissuração: $W_{k_lim} = 0.3$ mm

Cobrimento nominal: $C_{nom} = 5.0$ cm

Diâmetro máximo do agregado graúdo = $1.2 \times C_{nom} = 6.0$ cm

Aço

$f_{yk} = 500$ MPa (Aço CA50A)

$f_{yd} = 43.48$ kN/cm²

$E_s = 210000$ MPa

Concreto

$\gamma_{conc} = 25$ kN/m³

$f_{ck} = 30$ MPa (Classe C30)

$f_{cd} = 2,14$ kN/cm²

$E_{ci} = 30672.46$ Mpa

$E_{cs} = 26071.59$ MPa

O volume total da fundação é de 260,12 m³ e a área de forma é 80,6 m². O peso da placa e do reaterro sobre a placa é de 6502,93 kN. Todos esses valores encontram-se calculados na memória de cálculo da Portante Engenharia e podem ser vistos abaixo:

Dimensões dos Lados da Base (Polígono Regular)

$$r_b := \frac{B_b}{2} = 6.85 \text{ m} \quad (\text{raio do polígono da base})$$

$$l_{ab} := 2r_b \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = 5.67 \text{ m} \quad (\text{lado do polígono da base})$$

$$r_{pe} := \frac{B_{pe}}{2} = 2.5 \text{ m} \quad (\text{raio do polígono do pedestal})$$

$$l_{ape} := 2r_{pe} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = 2.07 \text{ m} \quad (\text{lado do polígono do pedestal})$$

Área no Plano Horizontal

$$A_{base} := n \cdot r_b^2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = 155.49 \quad \text{m}^2 \quad (\text{área da seção da base})$$

$$A_{pe} := n \cdot r_{pe}^2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) = 20.71 \quad \text{m}^2 \quad (\text{área da seção do pedestal})$$

Volume do Bloco

$$V_{pe} := A_{pe} \cdot h_{pe} = 26.92 \quad \text{m}^3$$

$$V_{h1} := A_{base} \cdot h_1 = 202.13 \quad \text{m}^3$$

$$V_{var} := \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{B_b - B_{pe}}{2}\right) \cdot \left(B_b \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) + 2B_{pe} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)\right) \cdot h_i$$

$$Vol := V_{pe} + V_{h1} + n \cdot V_{var} + A_{pe} \cdot h_i = 260.12 \quad \text{m}^3 \quad (\text{Volume Total do Bloco})$$

Área de Forma

$$A_{forma} := n \cdot l_{ab} \cdot h_1 + n \cdot l_{ape} \cdot h_{pe} = 80.6 \quad \text{m}^2$$

- **Dimensionamento à flexão**

O dimensionamento à flexão foi efetuado em faixas de influência, como pode ser verificado na figura abaixo. Uma seção foi definida onde será admitido o cálculo da armadura para toda a fundação. É importante ressaltar que a armadura será disposta ortogonalmente a fim de garantir a resistência do bloco de forma mais equivalente para todas as direções de incidência do vento.

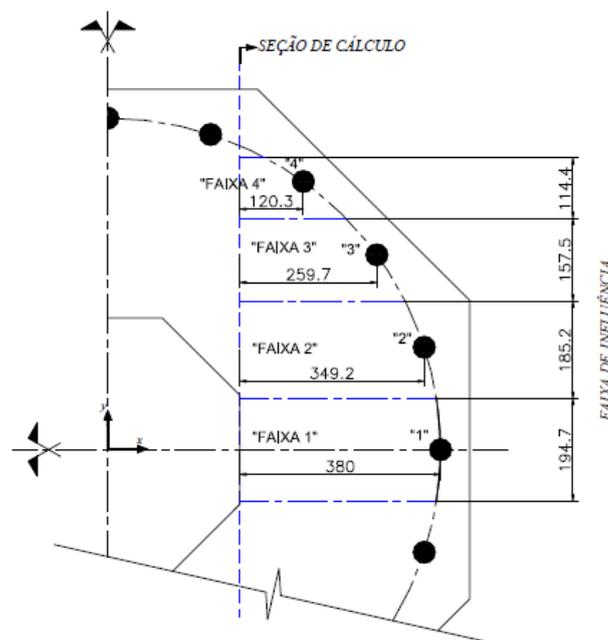


Figura 4.8 – Faixas de influência e seção de cálculo (LIMA et al., 2012).

Para cada faixa foram calculadas a armadura superior e inferior e suas respectivas ancoragens e abertura de fissuras. De modo a facilitar a montagem da armadura na obra, é usual que o projetista distribua uniformemente a armadura calculada e, por isso, foi feita uma padronização das armaduras calculadas por faixa, sendo adotado o máximo valor encontrado para toda a fundação:

Armadura Inferior: ϕ 25 mm c/ 15 cm (camada dupla)

Ancoragem Inferior: 120 cm

Abertura de Fissuras Inferior: $w_k = 0,21$ mm < $w_{k_lim} = 0,3$ mm

Armadura Superior: ϕ 20 mm c/ 10 cm (camada simples)

Ancoragem Superior: 100 cm

Abertura de Fissuras Inferior: $w_k = 0,01$ mm < $w_{k_lim} = 0,3$ mm

Os valores encontrados acima podem ser vistos abaixo:

Momento Fletor Faixa "1"

O momento fletor da Faixa "1" será gerado pela reação de apoio na estaca "1", conforme descrito abaixo:

$$R_{kc1} := 1574.40 \text{ kN} \quad (\text{Reação de Compressão na Estaca 1- Análise do SAP2000})$$

$$R_{kt1} := 290.1 \text{ kN} \quad (\text{Reação de Tração Máxima Estaca 1- Análise do SAP2000})$$

$$\Delta x1 := 3.8 \text{ m} \quad (\text{Alavanca})$$

$$b_{w1} := 194.7 \text{ cm}$$

$$h_1 := 100h(0.5B_{pe}) = 170 \text{ cm} \quad (\text{Altura da Seção})$$

$$M_{dc1} := 100R_{kc1} \cdot \Delta x1 \cdot \gamma_{f_v} = 837580.80 \text{ kNcm} \quad (\text{Momento Fletor na Faixa 1})$$

$$M_{dt1} := 100R_{kt1} \cdot \Delta x1 \cdot \gamma_{f_v} = 154333.20 \text{ kNcm}$$

Taxa de Armadura Mínima

$$\text{Para } \omega := 0.035 \quad \rho_i := \omega \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot 100 \quad \rho_i = 0.172 \text{ (\%)}$$

$$\rho := (\rho_i \cdot 0.15) \quad \rho_{min} := \max(\rho)$$

$$\boxed{\rho_{min} = 0.172 \text{ (\%)}}$$

$$\phi := 25 \text{ mm} \quad (\text{Bitola Inicial})$$

$$d' := C_{nom} + 2 \frac{\phi}{10} = 10.0 \text{ cm} \quad (\text{Cobrimento Estrutural})$$

Armadura Inferior

$$d1 := h_1 - d' = 160 \quad \text{cm}$$

$$x1 := 1.25 \cdot d1 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Mdc1}{0.425 \cdot bw1 \cdot d1^2 \cdot fcd}} \right) = 19.38 \quad \text{cm}$$

$$\text{Dom} := \begin{cases} \text{"Dom 2"} & \text{if } x1 \leq 0.259 \cdot d1 \\ \text{"Dom 3"} & \text{if } 0.259 \cdot d1 < x1 \leq \frac{3.5 \cdot d1}{10^3 \cdot \frac{10f_{yd}}{E_s} + 3.5} \\ \text{"Dom 4"} & \text{if } x1 \geq d1 \end{cases} \quad \text{Dom} = \text{"Dom 2"}$$

$$As_{_1} := \frac{Mdc1}{f_{yd} \cdot (d1 - 0.4 \cdot x1)} = 126.43 \quad \text{cm}^2$$

$$Asmin1 := \frac{0.67 \rho_{min}}{100} \cdot h_1 \cdot bw1 = 38.25 \quad \text{cm}^2 \quad (\text{Armadura M\u00ednima})$$

$$\underline{As}_{_1} := \max(As_{_1}, Asmin1) = 126.43 \quad \text{cm}^2$$

Escolha da Bitola e espa\u00e7amento

$$\phi1 := 25 \quad \text{mm} \quad (\text{Adotado})$$

$$As1 := 5.0 \quad \text{cm}^2$$

$$nbar := \frac{As_{_1}}{As1} = 25.3 \quad \text{espac} := \frac{2bw1}{nbar} = 15.4 \quad \text{cm} \quad (\phi25 \text{ c/ } 15 \text{ cm em duas camadas})$$

Armadura Superior

$$\underline{x1} := 1.25 \cdot d1 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Mdt1}{0.425 \cdot bw1 \cdot d1^2 \cdot fcd}} \right) = 3.42 \quad \text{cm}$$

$$\underline{\text{Dom}} := \begin{cases} \text{"Dom 2"} & \text{if } x1 \leq 0.259 \cdot d1 \\ \text{"Dom 3"} & \text{if } 0.259 \cdot d1 < x1 \leq \frac{3.5 \cdot d1}{10^3 \cdot \frac{10f_{yd}}{E_s} + 3.5} \\ \text{"Dom 4"} & \text{if } x1 \geq d1 \end{cases} \quad \text{Dom} = \text{"Dom 2"}$$

$$\underline{As}_{_1} := \frac{Mdt1}{f_{yd} \cdot (d1 - 0.4 \cdot x1)} = 22.28 \quad \text{cm}^2$$

$$\underline{Asmin1} := \frac{0.67 \rho_{min}}{100} \cdot h_1 \cdot bw1 = 38.25 \quad \text{cm}^2 \quad \text{Armadura M\u00ednima}$$

$$\underline{As}_{_1} := \max(\underline{As}_{_1}, \underline{Asmin1}) = 38.25 \quad \text{cm}^2$$

- **Verificação à punção**

Quanto a verificação à punção, esta foi avaliada em três superfícies (C, C' e C'') representadas na figura a seguir:

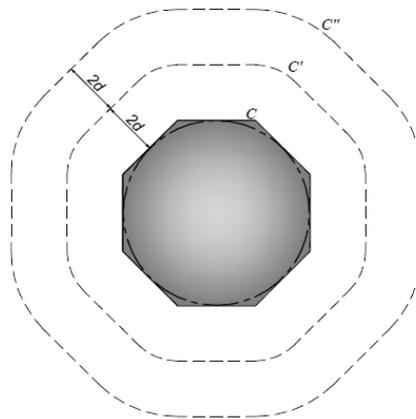


Figura 4.9 – Superfícies críticas (LIMA et al., 2012).

Foram calculadas as tensões solicitantes de cálculo e as tensões resistentes. As verificações foram efetuadas para cada superfície crítica e concluiu-se que a superfície crítica C não necessita de reforço por punção, já nas superfícies críticas C' e C'' foi necessário adotar armadura de punção, segundo avaliado nos cálculos realizados.

Perímetro, Solicitação e Seção Resistente de Cálculo

$$d_{\text{med}} := 100 \cdot \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - d' = 140 \text{ cm}$$

$$u := (8 \cdot l_{\text{ape}}) \cdot 100 = 1656.85 \text{ cm} \quad (\text{perímetro crítico em C})$$

$$u' := u + 2\pi \cdot (2d_{\text{med}}) = 3416.15 \text{ cm} \quad (\text{perímetro crítico em C'})$$

$$u'' := u + 2\pi \cdot (4d_{\text{med}}) = 5175.44 \text{ cm} \quad (\text{perímetro crítico em C''})$$

$$F_k := 3951 \text{ kN} \quad (\text{Máxima compressão (GE) + peso do pedestal})$$

$$M_k := 56261.6 \text{ kNm} \quad (\text{Máxima momento resultante (GE)})$$

$$F_d := \gamma_f \cdot v \cdot F_k = 5531.40 \text{ kN}$$

$$M_d := 100 \gamma_f \cdot v \cdot M_k = 7876624.00 \text{ kNcm}$$

$$\alpha_v := 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0.88$$

$$\tau_{Rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0.509 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad (\text{para a superfície C})$$

$$A_s := 500 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área de aço na dimensão do pedestal})$$

$$b_w := 500 \text{ cm} \quad (\text{dimensão do pedestal})$$

$$\rho_s := \frac{A_s}{d_{\text{med}} \cdot b_w} = 0.0071$$

$$\tau_{Rd1} := 0.1 \cdot 0.13 \left[1 + \sqrt{\frac{20}{d_{\text{med}}}} \right] (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0.05 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad (\text{para a superfície C' - sem armadura de punção})$$

Tensão Solicitante de Cálculo

$$k := 0.6 \quad (\text{para } C1/C2 = 1,0)$$

$$W_p := (100l_{\text{ape}} + 4 \cdot d_{\text{med}})^2 = 588452.81 \text{ cm}^2 \quad (\text{módulo de resistência plástica - admitido para uma seção aproximadamente circular})$$

$$\tau_{sd} := \frac{F_d}{u \cdot d_{\text{med}}} + \frac{k \cdot M_d}{W_p \cdot d_{\text{med}}} = 0.081 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\tau_{sd}}{\tau_{Rd2}} = 0.16 \quad (\tau_{sd}/\tau_{Rd2} < 1, \text{ Verificação Ok})$$

$$\tau_{sd}' := \frac{F_d}{u' \cdot d_{\text{med}}} + \frac{k \cdot M_d}{W_p \cdot d_{\text{med}}} = 0.068 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\tau_{sd}'}{\tau_{Rd1}} = 1.385 \quad (\tau_{sd}'/\tau_{Rd1} > 1, \text{ Precisa de Reforço por punção})$$

Armadura de Punção

$$\alpha := 90\text{deg}$$

$$f_{ywd} := 43.5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$s_{\text{m}} := 80 \text{ cm}$$

$$A_{sw} := s \cdot \left[\frac{(\tau_{sd}' - 0.75 \cdot \tau_{Rd1}) \cdot u'}{1.5 \cdot f_{ywd} \cdot \sin(\alpha)} \right]$$

$$A_{sw} = 132.412 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{Rd3} := 0.1 \cdot 0.10 \left[1 + \sqrt{\frac{20}{d_{\text{med}}}} \right] (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1.5 \cdot \frac{d_{\text{med}}}{s} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin(\alpha)}{u' \cdot d_{\text{med}}} = 0.07 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\tau_{sd}'}{\tau_{Rd3}} = 0.986 \quad (\tau_{sd}'/\tau_{Rd3} < 1, \text{ Verificação Ok!})$$

(para a superfície C' - com armadura de punção)

Tensão Solicitante na Superfície C''

$$\tau_{sd}'' := \frac{Fd}{u'' \cdot d_{med}} + \frac{k \cdot Md}{W_p \cdot d_{med}} = 0.065 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\tau_{sd}''}{\tau_{Rd1}} = 1.306 \quad (\tau_{sd}''/\tau_{Rd1} > 1, \text{ Precisa de Reforço por punção})$$

$$A_{sw} := s \cdot \left[\frac{(\tau_{sd}'' - 0.75 \cdot \tau_{Rd1}) \cdot u''}{1.5 \cdot f_{ywd} \cdot \sin(\alpha)} \right]$$

$$A_{sw} = 175.66 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{Rd3} := 0.1 \cdot \left[0.10 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d_{med}}} \right) (100 \cdot \rho_s \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right] + 1.5 \cdot \frac{d_{med}}{s} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin(\alpha)}{u'' \cdot d_{med}} = 0.066 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\tau_{sd}''}{\tau_{Rd3}} = 0.985 \quad (\tau_{sd}''/\tau_{Rd3} < 1, \text{ Verificação Ok!}) \quad (\text{para a superfície C'' - com armadura de punção})$$

- **Verificação ao cisalhamento**

O cálculo do estribo próximo aos chumbadores foi efetuado considerando que esses formassem uma viga curva de 100 cm de largura. A verificação da resistência do concreto foi satisfeita e a área de aço de cisalhamento encontrada foi de 41,178 cm²m. A armadura adotada foi ϕ 12,5 mm c/ 15 cm considerando estribo com 6 pernas.

Verificação da Resistência do Concreto

$$\tau_{wu} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0.509 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$d := 270 \text{ cm} \quad (\text{altura do bloco descontando o cobrimento})$$

$$V_k := 4788 \text{ kN} \quad (\text{Cortante para 12 chumbadores que atuam em na faixa de 1 m.})$$

$$V_d := \gamma_{f_v} \cdot V_k = 6703.20 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} := \frac{V_d}{b_w \cdot d} = 0.248 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} = 0.488 \quad (\tau_{wd}/\tau_{wu} < 1, \text{ Verificação Ok})$$

Área de Aço de Cisalhamento

$$\tau_c := 0.1 \left[0.09 (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \right] = 0.087 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_d := 1.11(\tau_{wd} - \tau_c) = 0.179 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{sw} := 100bw \cdot \frac{\tau_d}{f_{ywd}} = 41.178 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (\phi 12,5 \text{ c/ } 15 \text{ cm, considerando estribo com seis pernas})$$

Armadura mínima

$$\rho_{wmin} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = 0.0012$$

$$A_{swmin} := 100\rho_{wmin} \cdot bw = 11.586 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Este relatório apresentou o dimensionamento estrutural de uma fundação composta por uma placa espessa apoiada em 20 estacas tipo raiz baseada na norma brasileira de concreto armado vigente na época NBR 6118/2007. Os cálculos de dimensionamento e as verificações efetuadas foram satisfatoriamente atendidos segundo a norma adotada.

4.3.2**Modelagem do estudo de caso no Robot Structural para efeitos de comparação**

O caso estudado no tópico anterior foi modelado no programa de elementos finitos Robot Structural como uma placa espessa circular para ser comparado com os resultados encontrados no relatório de cálculo da empresa Portante Engenharia e, de certa forma validá-los.

Os materiais, o diâmetro da placa, as regiões de espessuras distintas e o mesmo caso de carga foram utilizados.

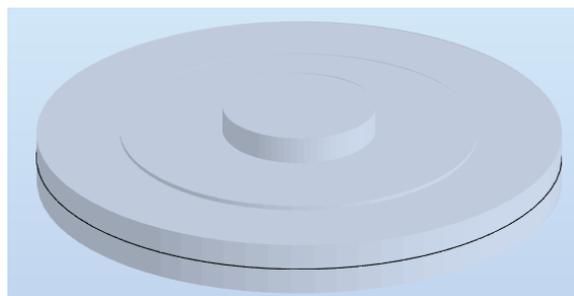


Figura 4.10 – Geometria da placa.

Quanto à geometria da placa, esta foi dividida em três regiões para facilitar a sua modelagem, variando a espessura com base na altura média de cada região.

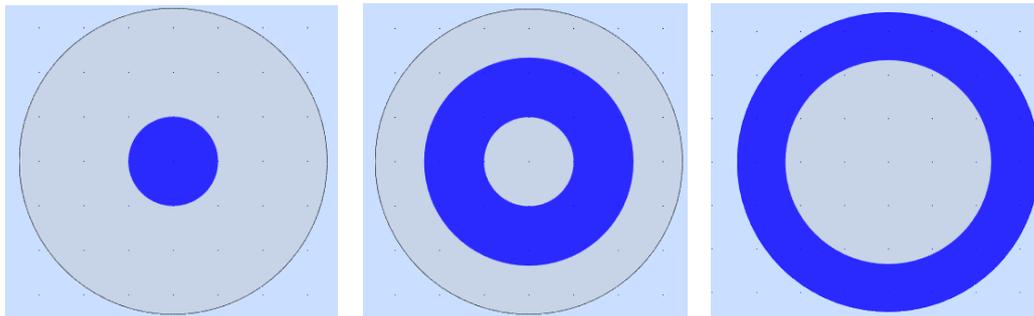


Figura 4.11 – Divisão da placa em três regiões de espessuras distintas: região interna (3,0 m), região central (1,6 m) e região externa (1,4 m).

A placa foi apoiada sobre 20 estacas de 41 cm de diâmetro e um engaste fictício foi considerado na ponta de cada estaca a uma profundidade de 4 m simulando uma conexão de nó rígido no bloco, como pode ser observado na figura 4.12. As estacas foram modeladas por elementos de barra, onde este elemento utiliza uma formulação tridimensional de vigas e colunas (elementos de pórtico), incluindo efeitos de flexão, torção, deformação axial e deformações biaxiais causadas por cortante nos eixos locais de sua seção. Todas estas considerações foram com utilizadas no projeto calculado pela Portante Engenharia.

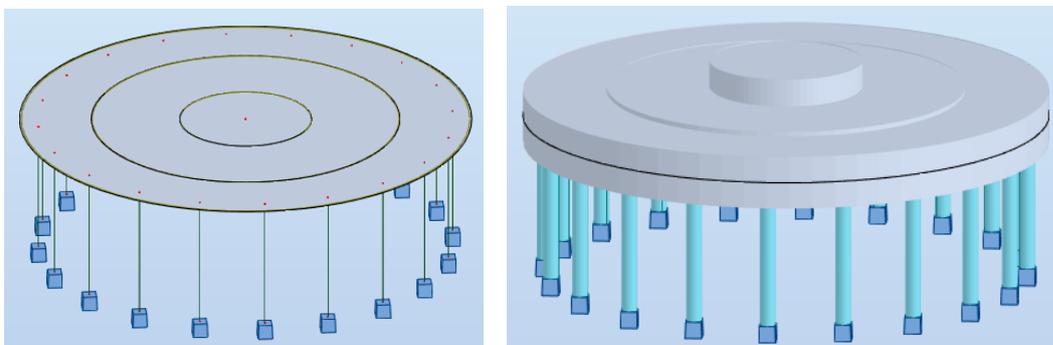


Figura 4.12 – Placa apoiada sobre estacas: modelo adotado (à esquerda) e visualização 3D (à direita).

Quanto às cargas e momentos adotados, podemos verificá-los a seguir. Uma combinação foi feita com todos os casos de carga mencionados acima para a avaliação do comportamento da estrutura.

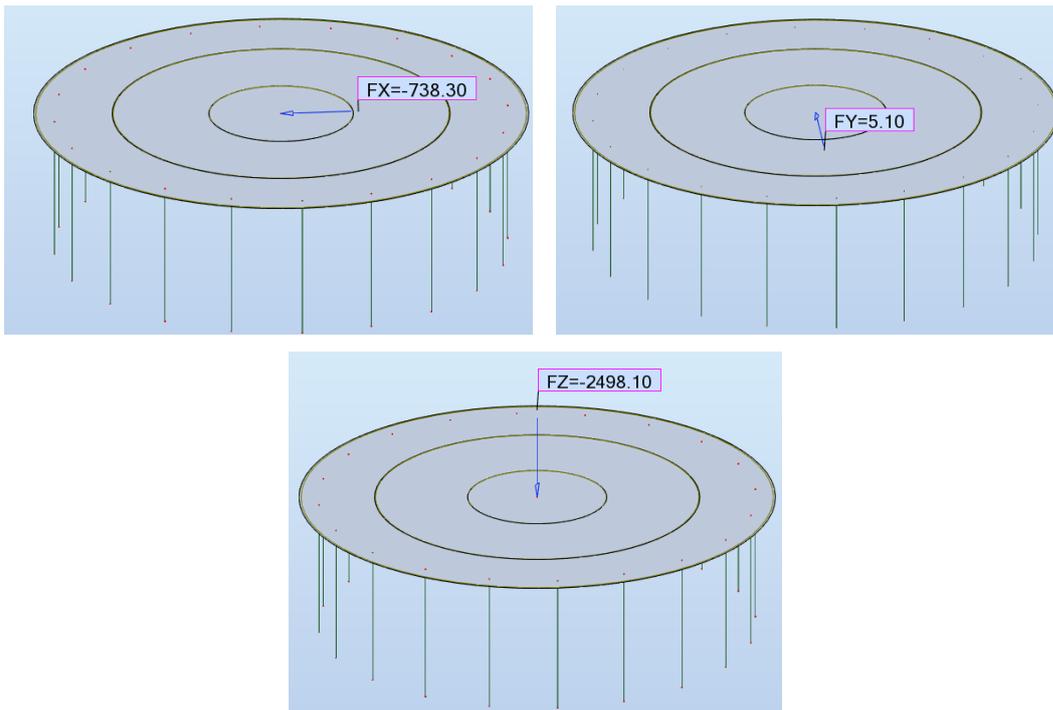


Figura 4.13 – Cargas adotadas na modelagem da placa.

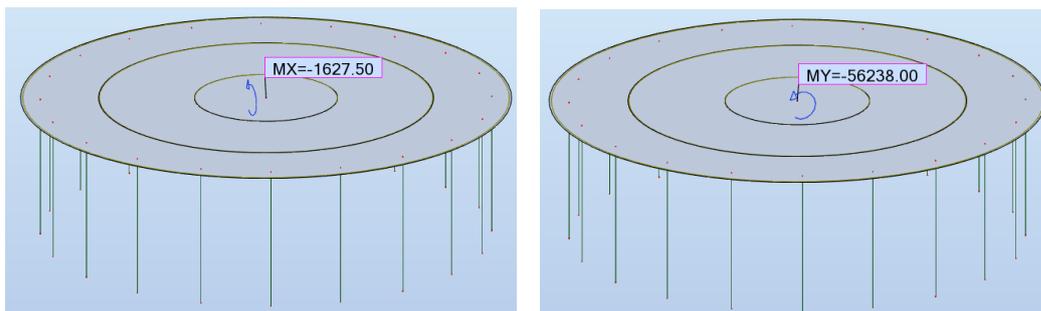


Figura 4.14 – Momentos adotados na modelagem da placa.

O refinamento da malha de elementos finitos adotada também seguiu o especificado no relatório da Portante Engenharia. A malha foi gerada automaticamente pelo programa com uma dimensão máxima do elemento de 0,35 cm. A topologia da malha pode ser vista abaixo:

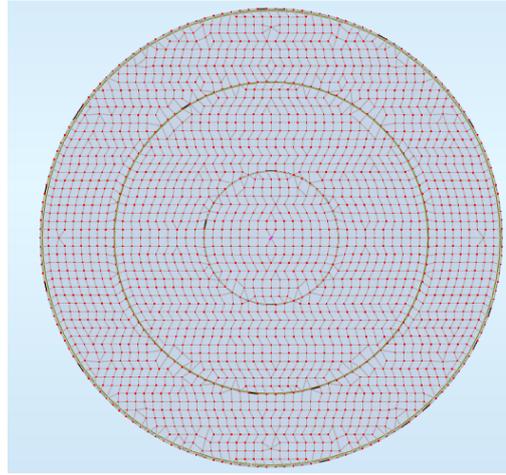


Figura 4.15 – Malha de elementos finitos.

Após a modelagem completa da placa, os cálculos do programa foram realizados e os resultados gerados. A combinação forneceu o seguinte resultado:

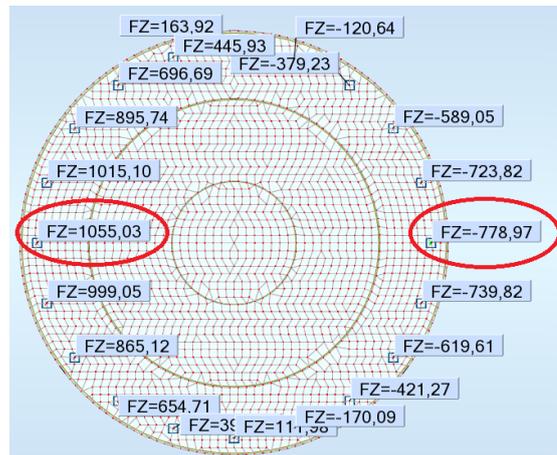


Figura 4.16 – Máxima carga de compressão e tração nas estacas calculadas pelo programa.

A carga máxima de compressão na estaca calculada pelo programa foi 1055,03 kN e a carga máxima de tração na estaca foi de -778,97 kN. Devemos lembrar que o peso próprio da placa de concreto e o peso do aterro acima da placa não foram incluídos dentre os casos de carga calculados pelo programa. Desta forma, estes valores deverão ser incluídos nos resultados acima encontrados:

Peso próprio da placa de concreto = 6502,93 kN

Peso do aterro = 3714,2 kN

$$\text{Peso por estaca adicionado} = \frac{6502,93 + 3714,2}{20} = 510,85 \text{ kN}$$

Logo, os valores encontrados para carga máxima de compressão e tração na estaca ficam alterados para:

$$\text{Carga máxima de compressão} = 1055,03 + 510,85 = 1565,88 \text{ kN}$$

$$\text{Carga máxima de tração} = -778,97 + 510,85 = -268,12 \text{ kN}$$

CARGAS MÁXIMAS NAS ESTACAS		
Esforços	Fonte do resultado	Valor (kN)
Compressão	Portante Engenharia	1574,40
	Autor	1565,88
	%_diferença	-1%
Tração	Portante Engenharia	290,10
	Autor	268,12
	%_diferença	-8%

Tabela 4.4 – Cargas máximas calculadas de compressão e tração nas estacas.

4.4

Implementação de planilha em programa computacional para dimensionamento de fundações de placas circulares com espessura variável

Com base nos estudos realizados ao longo deste capítulo, foi possível criar uma planilha em Excel para o cálculo e dimensionamento de fundações de placas circulares com espessura variável. Este tipo de fundação se assemelha no cálculo de fundações em sapata circular, como veremos a seguir.

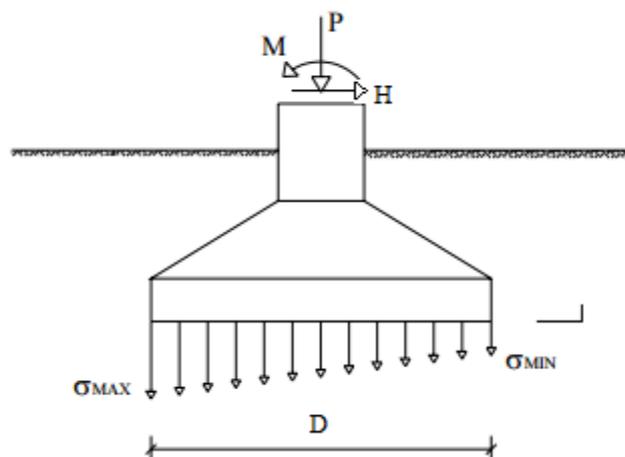


Figura 4.17 – Fundação em placa circular (fonte: www.lmsp.ufc.br/arquivos/graduacao/fundacao/apostila/03.pdf)

4.4.1 Formulação baseada na NBR 6118:2014

A planilha que será apresentada posteriormente foi formulada com base na norma brasileira de concreto NBR 6118:2014, Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Os itens estudados para a sua implementação são apresentados a seguir, um a um, assim como as fórmulas e os critérios adotados.

1) Dados de entrada

- Dimensões da torre eólica

Diâmetro da base d_b

- Esforços nominais

Força vertical nominal N_k

Força horizontal nominal H_k

Momento nominal M_k

Coeficiente de majoração dos esforços γ_{cargas}

- Tensão admissível do solo $\sigma_{solo,adm}$

Peso específico do solo γ_{solo}

- Resistência característica do concreto f_{ck}

Coeficiente de majoração do concreto γ_c

Peso específico do concreto γ_{conc}

- Resistência característica do aço f_{yk}

Coeficiente de majoração do aço γ_s

2) Determinação das dimensões da fundação

- Cálculo da Área da base:

A determinação da área da base da fundação é realizada através do cálculo em função do carregamento vertical majorado em 10% e da tensão admissível do solo:

$$A = \frac{1,10 \cdot N_k}{\sigma_{solo,adm} - \left(\frac{1,10 \cdot M_k}{W} \right)}$$

Classe	Descrição	Valores (MPa)
1	Rocha sã, maciça, sem laminação ou sinal de decomposição	3,0
2	Rochas laminadas, com pequenas fissuras, estratificadas	1,5
3	Rochas alteradas ou em decomposição	ver nota c)
4	Solos granulares concrecionados - conglomerados	1,0
5	Solos pedregulhosos compactos a muito compactos	0,6
6	Solos pedregulhosos fofos	0,3
7	Areias muito compactas	0,5
8	Areias compactas	0,4
9	Areias medianamente compactas	0,2
10	Argilas duras	0,3
11	Argilas rijas	0,2
12	Argilas médias	0,1
13	Siltos duros (muito compactos)	0,3
14	Siltos rijos (compactos)	0,2
15	Siltos médios (medianamente compactos)	0,1

Tabela 4.5 – Tabela de tensões básicas admissíveis retirada da NBR 6122:2010.

Como, neste caso, é uma placa circular:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Resolvendo a equação acima achamos o raio mínimo que deverá ser adotado para a placa.

- Verificação da tensão máxima de compressão

Devemos verificar se a força normal encontra-se dentro do núcleo central verificando a excentricidade e assim confirmando se não há tensões de tração na sapata:

$$e = \frac{M_K}{N_K} < \frac{D}{6}$$

Calculamos o módulo de resistência à flexão para seção circular por:

$$W = \frac{\pi \cdot D^3}{32}$$

E com isso a tensão máxima de compressão é calculada por:

$$\sigma_{máx,comp} = \frac{1,10 \cdot N_k}{A} + \frac{M_K}{W}$$

- Cálculo da altura:

De modo a garantir a rigidez, a altura mínima da placa, de acordo com a NBR 6118:2014, deve ser:

$$h_{cp,mín} \geq \frac{(D - d_b)}{3}$$

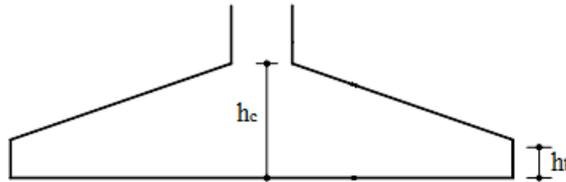


Figura 4.18 – Altura mínima da placa.

- Ancoragem da armadura de flexão

Segundo a NBR 6118:2014, as barras tracionadas podem ser ancoradas ao longo de um comprimento retilíneo ou com grande raio de curvatura em sua extremidade, de acordo com as seguintes condições:

- obrigatoriamente com gancho para barras lisas;
- sem gancho nas que tenham alternância de solicitação, de tração e compressão;
- com ou sem gancho nos demais casos, não sendo recomendado o gancho para barras de $\varphi > 32$ mm ou para feixes de barras.

As barras comprimidas devem ser ancoradas sem ganchos.

É necessário que a altura seja suficiente para garantir a ancoragem das barras da armadura da fundação e para que a transmissão de forças seja efetuada de maneira correta. A tabela abaixo apresenta os comprimentos de ancoragem em função do diâmetro para barras classificadas com boa e má aderência, aço CA-50, para diferentes resistências à compressão característica do concreto e podendo apresentar ganchos ou não:

f_{ck} (MPa)	Boa aderência		Má aderência	
	sem gancho	com gancho	sem gancho	com gancho
20	44 Φ	31 Φ	62 Φ	44 Φ
25	38 Φ	26 Φ	54 Φ	38 Φ
30	33 Φ	23 Φ	48 Φ	33 Φ
35	30 Φ	21 Φ	43 Φ	30 Φ
40	28 Φ	19 Φ	39 Φ	28 Φ
45	25 Φ	18 Φ	36 Φ	25 Φ
50	24 Φ	17 Φ	34 Φ	24 Φ

Tabela 4.6 – Comprimentos de ancoragem.

3) Dimensionamento à flexão - armaduras longitudinais

Para a determinação dos momentos fletores é necessário criar uma seção de referência para cálculo que estará posicionada em L_D (figura 4.19):

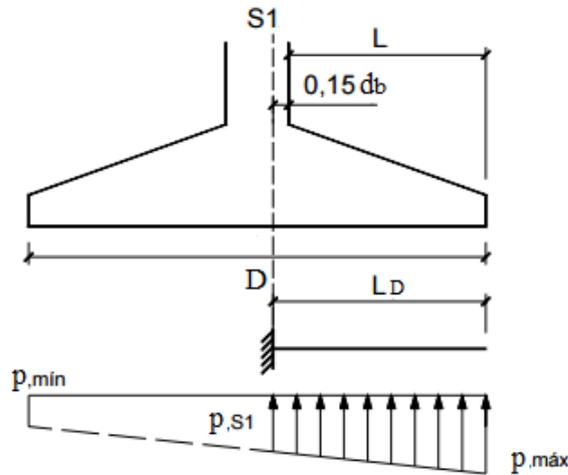


Figura 4.19 – Seção de referência S1 para o cálculo do momento fletor.

$$L_D = L + 0,15 \cdot d_b$$

As tensões máxima e mínima são calculadas pela seguinte expressão:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{N_d}{A} + \frac{M_d}{W}$$

$$\sigma_{m\acute{i}n} = \frac{N_d}{A} - \frac{M_d}{W}$$

$$p_{m\acute{a}x} = \sigma_{m\acute{a}x} \cdot D$$

$$p_{m\acute{i}n} = \sigma_{m\acute{i}n} \cdot D$$

Utilizando geometria, através de semelhança de triângulos, encontramos o carregamento na seção de referência S1 (p_{S1}). Com isso podemos calcular o momento fletor na seção:

$$M_{S1} = \frac{p_{S1} \cdot L_D^2}{2} + \frac{(p_{m\acute{a}x} - p_{S1})}{2} \cdot L_D \cdot \frac{2}{3} \cdot L_D$$

$$p_{S1} = \left[\frac{p_{m\acute{a}x} - p_{m\acute{i}n}}{D} * (D - L_D) \right] + p_{m\acute{i}n}$$

Calculado então o momento fletor na seção de referência, será utilizada a seguinte expressão no cálculo das armaduras longitudinais, onde d é a altura útil da seção:

$$A_s = \frac{M_{S1}}{0,8 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

A armadura adotada acima não pode ser menor que a armadura mínima estipulada pela NBR 6118:2014 e, por isso, é necessário verificar:

$$A_{s,mín} = \frac{0,67 \cdot \rho_{mín}}{100} \cdot h_c \cdot b_{faixa}$$

Sendo b_{faixa} a largura da faixa de cálculo considerada como 1,0 m e $\rho_{mín}$ retirado da tabela 4.7 abaixo:

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ($A_{s,mín}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de $\rho_{mín}$ estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{mín}$ deve ser recalculado.

Tabela 4.7 – Valores de taxa mínima de armadura.

Se a armadura mínima encontrada for maior que a armadura calculada, então esta será adotada. Caso contrário, a armadura calculada prevalecerá.

O número de barras (n) é calculado após a escolha da bitola do ferro (ϕ) que será utilizada, pela seguinte expressão:

$$n = \frac{A_s}{A_f}$$

A avaliação do espaçamento entre barras é dada por:

$$s = \frac{D - 2 \cdot c}{n - 1}$$

Com isso, temos o dimensionamento da armadura à flexão da fundação em questão.

4) Dimensionamento ao cisalhamento - armaduras transversais

Para efetuar o dimensionamento ao cisalhamento é necessário efetuar algumas verificações básicas como a verificação da ruptura por compressão diagonal, a verificação do esforço cortante e a verificação das tensões de aderência.

- Verificação da ruptura por compressão diagonal

Na verificação da ruptura por compressão diagonal, a tensão resistente é calculada da seguinte forma:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_V \cdot f_{cd}$$

$$\alpha_V = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

A tensão solicitante é calculada por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d}$$

sendo u o perímetro da base da fundação.

A verificação à ruptura é satisfeita quando $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2}$.

- Verificação de esforço cortante

A verificação do esforço cortante é obtida através do cálculo em uma seção de referência S2 cuja distância da face da base da torre é $d/2$ (figura 4.20).

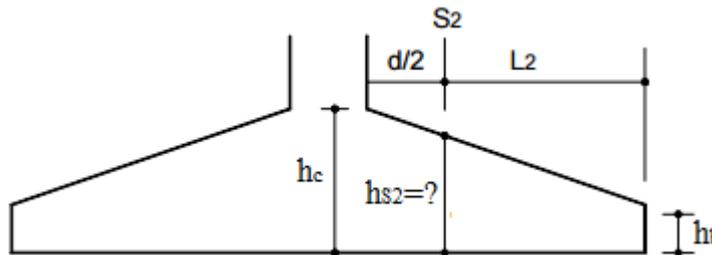
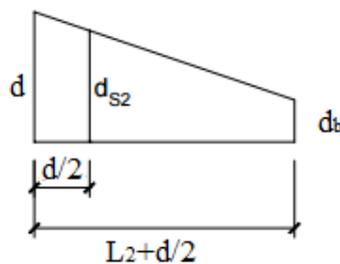


Figura 4.20 – Seção de referência S2 para o cálculo de verificação do esforço cortante.

$$L_2 = \frac{D - d_b}{2} - \frac{d}{2}$$

Por semelhança de triângulos é possível calcular a altura útil da seção de referência S2 d_{S2} a partir da altura útil do centro d e da altura útil da borda d_b :



$$\frac{d - d_b}{L_2 + d/2} = \frac{d_{S2} - d_b}{L_2}$$

A tensão na seção de referência S2 é obtida através das tensões máxima e mínima na base da fundação através de relação geométrica (figura 4.21).

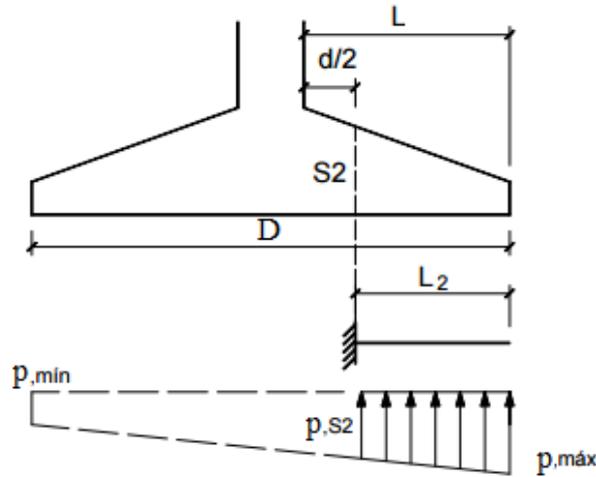


Figura 4.21 – Cálculo da tensão na seção de referência S2.

A força cortante solicitante de cálculo é expressa pela fórmula abaixo:

$$V_{Sd} = \left(\frac{p_{S2} + p_{máx}}{2} \right) \cdot L_2$$

Se a força cortante solicitante de cálculo V_{Sd} for menor que a resistência de projeto ao cisalhamento V_{Rd1} , a armadura transversal pode ser dispensada. A resistência de projeto ao cisalhamento é definida como:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) \cdot D \cdot d_{S2}$$

$$\tau_{Rd} = 0,0375 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$k = |1,6 - d_{S2}|$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{D \cdot d_{S2}}$$

- Verificação das tensões de aderência

Para não haver escorregamento das barras efetuamos a verificação da aderência, considerando a armadura paralela ao lado definida para o cálculo das armaduras longitudinais, na seção de referência S1:

$$V_{Sd,1} = \left(\frac{p_{máx} + p_{S1}}{2} \right) \cdot L_D$$

$$\tau_{bd} = \frac{V_{Sd,1}}{0,9 \cdot d \cdot (n \cdot \pi \cdot \phi)}$$

A tensão de aderência atuante não deve ser maior que a resistência de aderência de cálculo f_{bd} , segundo consta na NBR 6118:2014:

$$\tau_{bd} \leq f_{bd}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$

onde η_1 , η_2 , η_3 são os coeficientes para cálculo da tensão de aderência da armadura passiva. O coeficiente η_1 refere-se ao tipo de superfície da barra:

Tipo de superfície	η_1
Lisa	1,0
Entalhada	1,4
Nervurada	2,25

Tabela 4.8 – Coeficiente η_1 .

O coeficiente η_2 refere-se à condição de aderência da barra. Segundo a NBR 6118:2014, ocorre boa situação quanto à aderência nos trechos das barras que se encontram em uma das posições seguintes:

- a) com inclinação maior que 45° sobre a horizontal;
- b) horizontais ou com inclinação menor que 45° sobre a horizontal, desde que:
 - para elementos estruturais com $h < 60$ cm, localizados no máximo 30 cm acima da face inferior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima;
 - para elementos estruturais com $h \geq 60$ cm, localizados no mínimo 30 cm abaixo da face superior do elemento ou da junta de concretagem mais próxima.

Os trechos das barras em outras posições, e quando do uso de formas deslizantes, devem ser considerados em má situação quanto à aderência. Os valores abaixo são adotados para efeito de cálculo. Neste trabalho, as barras serão consideradas sempre horizontais e, portanto, o coeficiente η_2 tem seu valor igual a 1,0.

$$\eta_2 = 1,0 \text{ para situações de boa aderência}$$

$$\eta_2 = 0,7 \text{ para situações de má aderência}$$

O coeficiente η_3 é determinado a partir da bitola escolhida para a armadura calculada:

$$\eta_3 = 1,0 \text{ para } \phi < 32 \text{ mm};$$

$$\eta_3 = (132 - \phi)/100, \text{ para } \phi \geq 32 \text{ mm}$$

5) Punção

Podemos realizar a verificação à punção da fundação através do item 19.5 da NBR 6118:2014 – “Dimensionamento de lajes à punção”. O cálculo corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas.

O contorno C corresponde à primeira superfície crítica onde deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto por meio da tensão de cisalhamento.

O contorno C' refere-se à segunda superfície crítica afastada 2d da base da torre, onde verifica-se a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. Caso necessite de ligação, a mesma deverá ser reforçada com armadura transversal.

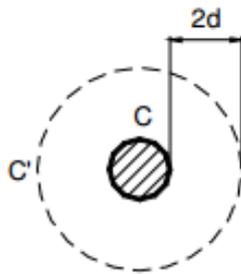


Figura 4.22 – Superfícies críticas C e C'.

No contorno C'' somente haverá verificação caso haja necessidade de colocar armadura transversal. O contorno C'' é distanciado 2d do contorno C'.

- Tensão solicitante nas superfícies críticas C, C' e C''

No caso em que temos força aplicada e efeito de momento, o efeito de assimetria deve ser considerado e o cálculo é efetuado pela expressão:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$$

$$\tau_{sd}' = \frac{F_{sd}}{u' \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$$

$$\tau_{sd}'' = \frac{F_{sd}}{u'' \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$$

onde

u é o perímetro do contorno crítico C;

u' é o perímetro do contorno crítico C';

u'' é o perímetro do contorno crítico C'';

d é a altura útil da placa ao longo do contorno C';

$u \cdot d$ é a área da superfície crítica;

F_{sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo;

M_{sd} é o momento fletor de cálculo;

K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C1/C2 tabelada. No caso de seção circular, deve ser adotado $K=0,6$.

O valor de W_p é calculado por:

$$W_p = (d_b + 4d)^2$$

- Tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C

A verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C deve ser:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad MPa$$

- Tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C' – sem armadura de punção

$$\tau_{sd}' \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

onde

d é a altura útil da placa ao longo do contorno C a área de aplicação da força em centímetros;

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente

Se $\tau_{sd}' > \tau_{Rd1}$, então a fundação precisa de reforço por punção.

- Tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C' – com armadura de punção

$$\tau_{sd}' \leq \tau_{Rd3}$$

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

$$+ 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw}' \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d}$$

$$A_{sw}' = s_r \cdot \left[\frac{(\tau_{sd}' - 0,75 \cdot \tau_{Rd1}) \cdot u'}{1,5 \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha} \right]$$

onde

s_r é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que $0,75d$;

A_{sw}' é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto.

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados conforme estabelece o item 19.4.2 da NBR 6118:2014.

Se $\tau_{sd}' \leq \tau_{Rd3}$, então a armadura de punção adotada está ok!

- Tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C'' – sem armadura de punção

$$\tau_{sd}'' \leq \tau_{Rd1}$$

Se $\tau_{sd}'' > \tau_{Rd1}$, então a fundação precisa de reforço por punção.

- Tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C'' – com armadura de punção

$$\tau_{sd}'' \leq \tau_{Rd3}''$$

$$\tau_{Rd3}'' = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

$$+ 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw}'' \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u'' \cdot d}$$

$$A_{sw}'' = s_r \cdot \left[\frac{(\tau_{sd}'' - 0,75 \cdot \tau_{Rd1}) \cdot u''}{1,5 \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha} \right]$$

Se $\tau_{sd}'' \leq \tau_{Rd3}''$, então a armadura de punção adotada está ok!

6) Estabilidade

De modo a evitar que a fundação esteja sujeita a movimentos de tombamento e deslizamento, é necessário realizar a verificação de estabilidade e garantir sua segurança.

- Verificação ao tombamento

Como podemos encontrar em Montoya (1973), a verificação ao tombamento deve ser realizada em fundações sujeitas a momentos ou forças horizontais. O momento de tombamento intensificado por um coeficiente de segurança deve ser menor que o momento das forças que se opõem ao tombamento:

$$(M + F_h \cdot h_1) \cdot \gamma_1 \leq (F_v + PP) \cdot \frac{D}{2}$$

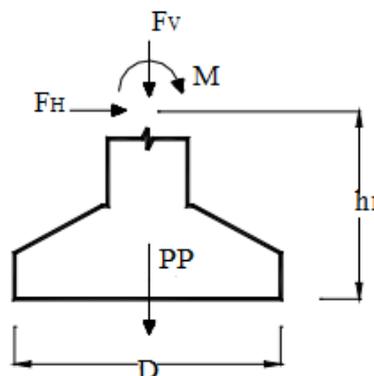


Figura 4.23 – Fundação submetida a momento, forças vertical e horizontal.

- Verificação ao deslizamento

Para fundações isoladas com ação de força horizontal devemos realizar a verificação ao deslizamento. O atrito entre a base da fundação e o terreno ou a coesão do terreno evitam o deslizamento. Neste caso, o empuxo passivo devido à superfície lateral da fundação em contato com o solo é desprezada, visto que não é garantida a sua ação permanente, pois o solo pode ser retirado em obras futuras.

A condição de verificação consiste em:

- Forças de resistência ao deslizamento

Força de atrito:

$$F_{atrito} = (F_V + PP) \cdot \mu_{atrito}$$

μ_{atrito} é o coeficiente de atrito do solo

- Forças de deslizamento

Força horizontal (exemplo: vento):

$$F_H$$

- Segurança ao deslizamento

$$\mu_{deslizamento} = \frac{F_{atrito}}{F_H}$$

4.4.2

Apresentação da planilha sobre fundação em placa circular com espessura variável

Para efetuar o dimensionamento da fundação através da planilha é necessário entrar com os dados referentes ao projeto nas células com borda vermelha. Esta borda indica que esta é uma célula onde o usuário irá alterar de acordo com os dados contidos no projeto.

PLACA CIRCULAR ESPESSA
Fundação em Placa Circular de Espessura Variável

DADOS DE ENTRADA

Torre Eólica

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Diâmetro do pedestal de apoio da base da torre	db	5	m

Esforços Nominais Torre Eólica

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Força Vertical nominal	F _{Vk}	2271	kN
Força Horizontal nominal	F _{Hk}	671,2	kN
Momento nominal	M _k	51146,9	kN.m
Coefficiente de majoração das cargas	γ_{cargas}	1,10	-

Armadura

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Resistência característica do concreto	f _{ck}	30	Mpa
Coefficiente de majoração do concreto	γ_c	1,4	-
Peso específico do concreto	γ_{conc}	25	kN/m ³
Resistência característica do aço	f _{yk}	500	MPa
Coefficiente de majoração do aço	γ_s	1,15	-
Cobrimento nominal adotado	c	5	cm

Terreno

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão admissível do solo	$\sigma_{solo,adm}$	200	kN/m ²
Coefficiente de atrito do solo	μ_{atrito}	0,3	-
Peso específico do solo	γ_{solo}	18	kN/m ³

Tabela 4.9 – Dados de entrada.

A partir da segunda tabela os cálculos já vão sendo realizados automaticamente através das fórmulas contidas em cada célula. Em alguns pontos específicos é necessário que o usuário faça escolhas com base nos parâmetros calculados. Caso a escolha seja inválida, uma mensagem é gerada pelo programa, como podemos ver a seguir:

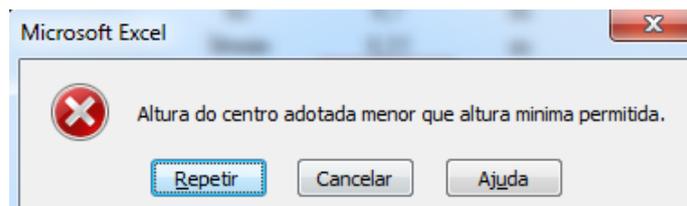


Figura 4.24 – Mensagem gerada pelo programa para entrada de dados inválida.

PLACA CIRCULAR ESPESSA

Fundação em Placa Circular de Espessura Variável

DIMENSIONAMENTO GEOMÉTRICO

Cálculo da Área da Base

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Área da base	Abase	109,23	m ²
Raio mínimo	rmín	5,90	m
Raio adotado	r	6,85	m
Área da base adotada	Abase_adot	147,41	m ²
Área da seção do pedestal	Apedestal	19,63	m ²
Diâmetro adotado	D	13,7	m

Cálculo da Altura da Base

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Altura mínima centro + pedestal	hcpmín	2,90	m
Altura adotada centro + pedestal	hcp	3	m
Altura pedestal	hpe	1,3	m
Altura adotada centro	hc	1,7	m
Altura mínima borda	hbmín	0,35	m
Altura adotada borda	hb	1,3	m
Área da forma	Af	82,66	m ²
Área de concreto	Ac	249,70	m ²
Volume de concreto	Vc	250,57	m ³
Peso próprio da fundação	PP	6264,24	kN

Verificação da Tensão máxima de compressão

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Excentricidade da carga	e	22,52	m
Módulo de resistência à flexão	W	252,44	m ³
Tensão máxima de compressão	$\sigma_{\text{máx, comp}}$	266,30	kN/m ²

Aumentar raio adotado: Tensões de Tração!

Aumentar raio adotado: Tensão máxima de compressão > Tensão admissível!

Tabela 4.10 – Dimensionamento geométrico.

Algumas linhas da tabela estão com grafia vermelha para estabelecer uma comunicação com o usuário sobre o que está acontecendo com os cálculos do programa. Esta interação permite que o usuário tome conhecimento do local exato onde pode estar ocorrendo problema de dimensionamento estrutural.

As mensagens informando que existem tensões de tração na fundação a qual foram atribuídas as características da projetista permite entender o motivo pelo qual a empresa optou em usar fundação profunda neste caso. As tensões são muito elevadas e aumentar as dimensões da fundação seria inviável, pois esta já possui grandes dimensões e aumentá-las ocasionaria também um aumento do volume de concreto e da quantidade de aço utilizada para a sua confecção, impactando no custo.

Na memória de cálculo da Portante Engenharia, o dimensionamento à flexão foi efetuado em faixas de influência. Como já foi abordado anteriormente, uma seção foi definida onde será admitido o cálculo da armadura para toda a fundação. É importante ressaltar que, em ambos os casos, a armadura será disposta ortogonalmente a fim de garantir a resistência do bloco de forma mais equivalente para todas as direções de incidência do vento. Os valores de armadura encontrados através dos cálculos da planilha coincidem com o obtido pela Portante Engenharia, tanto para armadura superior quanto para a inferior.

PLACA CIRCULAR ESPESSA

Fundação em Placa Circular de Espessura Variável

DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

Tensões na Base

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão máxima	$\sigma_{\text{máx}}$	364,71	kN/m ²
Aumentar raio adotado: Tensão Máxima maior que a Tensão Admissível!			
Tensão mínima	$\sigma_{\text{mín}}$	-202,59	kN/m ²
Tensão Mínima provocando esforços de tração na fundação!			
Carregamento máximo	$p_{\text{máx}}$	4996,57	kN/m
Carregamento mínimo	$p_{\text{mín}}$	-2775,49	kN/m
Carregamento na seção de cálculo S1	p_{S1}	2103,32	kN/m

Armadura Inferior

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Distância da seção de cálculo S1 da borda do	0,15.db	0,75	m

pedestal			
Distância da aba da fundação	L	4,35	m
Distância da seção de cálculo S1 da borda da base	LD	5,1	m
Altura útil no centro	d	2,950	m
Momento fletor na seção de cálculo S1	MS1	94737,45	kN.m
Armadura longitudinal calculada	As	923,29	cm ²
Taxa geométrica de armadura mínima	$\rho_{\text{mín}}$	0,345	-
Armadura longitudinal mínima	As, mín	69,35	cm ²
Armadura longitudinal adotada	adot	923,29	cm ²
Taxa geométrica de armadura	ρ	0,11	-
Diâmetro do ferro escolhido	ϕ	25,0	mm
Número de barras	n	189	barras
Espaçamento simples entre barras	s	7,2	cm
Utilizar camada dupla!			
Espaçamento com camada dupla	sduplo	15	cm

Armadura Superior

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Carregamento na seção de cálculo S1'	pS1'	117,76	kN/m
Distância da seção de cálculo S1' da borda do pedestal	0,15.db	0,75	m
Distância da aba da fundação	L	4,35	m
Distância da seção de cálculo S1' da borda da base	LD	5,1	m
Altura útil no centro	d	2,950	m
Distância do ponto de interseção da seção de cálculo	x	0,23	m
Momento fletor na seção de cálculo S1'	MS1'	29428,93	kN.m
Armadura longitudinal calculada	As'	286,81	cm ²
Taxa geométrica de armadura mínima	$\rho'_{\text{mín}}$	0,345	-
Armadura longitudinal mínima	As', mín	69,35	cm ²
Armadura longitudinal adotada	adot	286,81	cm ²
Taxa geométrica de armadura	ρ'	0,03	-
Diâmetro do ferro escolhido	ϕ	20,0	mm
Número de barras	n	92	barras
Espaçamento simples entre barras	s	15,0	cm
Espaçamento simples OK!			
Espaçamento com camada dupla	sduplo	-	cm

Tabela 4.11 – Dimensionamento à flexão.

Os valores de armadura encontrados foram:

Armadura Inferior: ϕ 25 mm c/ 15 cm (camada dupla)

Armadura Superior: ϕ 20 mm c/ 10 cm (camada simples)

Dando continuação ao dimensionamento passamos para a verificação a cerca do cisalhamento. A força cortante solicitante encontrada é bem menor que a resistência de projeto ao cisalhamento e, por isso, não há necessidade de utilizar armadura transversal.

PLACA CIRCULAR ESPESSA			
Fundação em Placa Circular de Espessura Variável			
DIMENSIONAMENTO AO CISALHAMENTO			
Verificação da Ruptura por Compressão			
Diagonal			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão resistente	τ_{Rd2}	5091,43	kN/m ²
Tensão solicitante	τ_{Sd}	94,11	kN/m ²
OK!			
Verificação de Esforço Cortante			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Distância da seção de cálculo S2 da borda da base	L2	2,88	m
Altura útil da seção de cálculo S2	dS2	3,65	m
Carregamento na seção de cálculo S2	pS2	3365,57	kN/m
Força cortante solicitante	VSd	12020,58	kN
Resistência de projeto ao cisalhamento	VRd1	47106,66	kN
OK: armadura transversal pode ser dispensada!			
Verificação das Tensões de Aderência			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Força de aderência	V _{Sd,1}	18104,71	kN
Tensão de aderência atuante	$\tau_{bd,2}$	459,38	kN/m ²
Escolha do tipo de barra: lisa, entalhada ou nervurada?		nervurada	
Coeficiente η_1	η_1	2,25	-
Coeficiente η_2 - boa aderência	η_2	0,70	-
Coeficiente η_3	η_3	1,00	-
Resistência de aderência de cálculo	f_{bd}	2280,97	kN/m ²
OK!			
Ancoragem			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Comprimento de ancoragem básico	l _b	119,13	cm
Comprimento de ancoragem necessário	l _{b,nec}	83,39	cm
Comprimento de ancoragem mínimo	l _{b,mín}	35,74	cm
Comprimento de ancoragem adotado	l _{b,adot}	120,00	cm
Diâmetro interno da curvatura dos ganchos	D _{curv}	20	cm

Tabela 4.12 – Dimensionamento ao cisalhamento.

Quanto à verificação à punção, esta foi avaliada em três superfícies (C, C' e C''). Foram calculadas as tensões solicitantes de cálculo e as tensões resistentes. As verificações foram efetuadas para cada superfície crítica e concluiu-se que a superfície crítica C não necessita de reforço por punção e já nas superfícies críticas C' e C'' foi necessário adotar armadura de punção, segundo avaliado nos cálculos realizados. As respectivas mensagens sobre a necessidade ou não de armadura de punção são geradas pela planilha.

PLACA CIRCULAR ESPESSA
Fundação em Placa Circular de Espessura Variável

PUNÇÃO

Perímetro crítico

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Perímetro crítico da superfície crítica C	u	15,71	m
Perímetro crítico da superfície crítica C'	u'	41,47	m
Perímetro crítico da superfície crítica C''	u''	67,23	m
Altura média	d_med	1,40	m
Cobrimento estrutural	d'	10,00	cm

Tensão Solicitante

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão solicitante na superfície crítica C	τ_{sd}	898,14	kN/m ²
Tensão solicitante na superfície crítica C'	τ_{sd}'	526,84	kN/m ²
Tensão solicitante na superfície crítica C''	τ_{sd}''	440,09	kN/m ²

Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície C

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão resistente na superfície crítica C	τ_{Rd2}	5091,43	kN/m ²
Verificação: $\tau_{sd}/\tau_{Rd2} < 1$	OK!	SIM	

Não precisa de armadura de punção!

Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície C' - sem armadura de punção

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão resistente na superfície crítica C'	τ_{Rd1}	510,17	kN/m ²
Verificação: $\tau_{sd}'/\tau_{Rd1} < 1$	ok?	NÃO	

Precisa de armadura de punção!

Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície C' - com armadura de punção

Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Armadura de punção na seção crítica C'	A _{sw} '	133,96	cm ²
Tensão resistente na superfície crítica C'	τ_{Rd3}	536,65	kN/m ²
Verificação: $\tau_{sd}'/\tau_{Rd3} < 1$	ok?	SIM	

Armadura de punção adotada OK!

Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície C'' - sem armadura de punção			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Tensão resistente na superfície crítica C''	τ_{Rd1}	510,17	kN/m ²
Verificação: $\tau_{Sd}''/\tau_{Rd1} < 1$	ok?	SIM	
Não precisa de armadura de punção!			
Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície C'' - com armadura de punção			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Armadura de punção na seção crítica C'	A_{sw}'	-	m ²
Tensão resistente na superfície crítica C''	τ_{Rd3}''	-	kN/m ²
Verificação: $\tau_{Sd}''/\tau_{Rd3} < 1$	ok?	-	-

Tabela 4.13 – Punção.

De modo a evitar que a fundação esteja sujeita a movimentos de tombamento e deslizamento, deve-se realizar a verificação de estabilidade e garantir sua segurança. Este passo é executado pela próxima tabela:

PLACA CIRCULAR ESPESSA			
Fundação em Placa Circular de Espessura Variável			
ESTABILIDADE			
Forças e Momentos Atuantes			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Força Vertical nominal	F_{vk}	2271,00	kN
Força Horizontal nominal	F_{Hk}	671,20	kN
Peso Próprio da fundação	PP	6264,24	kN
Força de atrito	F_{atrito}	2560,57	kN
Momento nominal	M_k	51146,9	kN.m
Verificação ao Tombamento			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Momento de tombamento	M_t	53160,50	kN.m
Momento resistente ao tombamento	M_r	58466,38	kN.m
Segurança ao tombamento	γ_{tomb}	1,10	-
Verificação: $M_r/M_t > 1$		OK!	
Verificação ao Deslizamento			
Descrição	Sigla	Valor	Unidade
Força de deslizamento	F_d	671,20	kN
força de resistência ao deslizamento	F_r	2560,57	kN
Segurança ao deslizamento	γ_{desl}	3,81	-
Verificação: $F_r/F_d > 1$		OK!	

Tabela 4.14 – Estabilidade.

Em alguns pontos apresentados, os valores encontrados nos cálculos efetuados pelas tabelas não coincidem exatamente com os calculados pela Portante Engenharia, mas são bem próximos. Isto deve-se ao fato de a geometria da fundação ser um pouco diferente nos dois casos: na memória de cálculo da projetista a placa espessa é formada por um polígono de 8 lados iguais; já a fundação calculada nesta dissertação é uma placa espessa circular, que mantém o mesmo diâmetro e altura (mesma geometria) da placa da projetista.

Executados e finalizados todos os passos constantes nas tabelas e, estes estando de acordo com os valores previstos em norma, a fundação está dimensionada e pronta para ser detalhada e, posteriormente, executada em campo.

5 Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

5.1 Conclusões

O estudo realizado permite compreender melhor as etapas de dimensionamento estrutural da fundação de uma torre eólica. Esta torre apresenta esforços consideráveis atuando diretamente sobre sua fundação e, desta forma, o cálculo deve ser rigorosamente executado, garantindo seu desempenho ótimo para o qual foi projetada.

O capítulo 2 permitiu um aprofundamento sobre a importância e conceitos de um parque eólico, composto de torres de aerogeradores, as quais suas fundações seriam o foco desta dissertação. No capítulo 3 foi possível conhecer a definição de placa fina e espessa, entender o desenvolvimento da teoria de placas e realizar estudos comparativos de análise estática, de vibrações e de instabilidade, com base na bibliografia de Timoshenko e nos estudos realizados por Salas (2015) em sua dissertação. Em alguns casos, foram verificadas algumas discrepâncias nos deslocamentos calculados nesses estudos e nos obtidos pelo modelo de elementos finitos usado neste trabalho. No tocante aos esforços, houve boa concordância entre os resultados.

Já no capítulo 4 realizou-se um estudo de caso com base na memória de cálculo desenvolvida pela empresa Portante Engenharia e, a partir dos resultados obtidos por ela, foi modelada uma estrutura compatível no programa Robot Structural, um programa de elementos finitos diferente do utilizado pela empresa, mas com as mesmas características (SAP 2000). Com isso, pode-se efetuar uma comparação entre os dois programas utilizados e concluir a veracidade dos resultados obtidos para a fundação em placa espessa nos dois casos. Dando prosseguimento ao estudo realizado neste capítulo foi então programada uma planilha em Excel para efetuar o pré-dimensionamento de uma fundação em placa com espessura variável sujeita a cargas e momentos, baseada

na NBR 6118:2014. Os dados de entrada utilizados para calcular o relatório da Central Geradora Eólica União dos Ventos foram os mesmos utilizados para carregar a planilha. Isto permitiu efetuar mais uma vez uma comparação entre os resultados obtidos, sendo estes valores satisfatórios e dentro do esperado.

Assim, podemos concluir que, com base na memória de cálculo apresentada pela empresa Portante Engenharia, as cargas e momentos utilizados pela empresa para o dimensionamento da fundação estavam corretos, pois os resultados encontrados pela modelagem da placa circular espessa equivalente no programa de elementos finitos Robot Structural foram compatíveis com as cargas e momentos gerados pela Portante através do programa SAP2000. Da mesma forma que as verificações realizadas pela planilha, que foi programada e desenvolvida em Excel neste trabalho, coincidiram com os resultados executados pela empresa no relatório de cálculo, onde a mesma efetuou algumas destas verificações, não sendo idênticos, mas com uma diferença mínima de variação entre os dois resultados apresentados, já que as geometrias estudadas também constavam de pequenas variações entre si. Todos os valores encontrados foram calculados e embasados segundo a NBR 6118:2014.

Portanto, o presente trabalho traz uma contribuição ao apresentar um procedimento expedito de verificação preliminar de projetos utilizando uma ferramenta de anteprojeto. Não foi objetivo apresentar uma ferramenta prática para uso imediato, mas mostrar a viabilidade da combinação da planilha com o cálculo semianalítico.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para continuidade dessa pesquisa sugerem-se:

- i. Efetuar estudos com uma placa circular que não seja composta exclusivamente de concreto, como, por exemplo, um tipo de material compósito;
- ii. Comparar se os efeitos mudam para placa circular anular.
- iii. Analisar os efeitos quando as condições de contorno mudam em relação às apresentadas neste trabalho;

- iv. Realizar análise dinâmica da placa, considerando efeito de amortecimento;
- v. Utilizar carregamentos diferentes dos impostos neste estudo;
- vi. Analisar com mais detalhe as razões para discrepâncias ocorridas, em alguns casos, entre deslocamentos calculados no ROBOT e aqueles obtidos por Salas (2015) e pelas expressões analíticas de Timoshenko e Woinowski-Krieger (1959).
- vii. Avaliar mais precisamente a interação solo-estrutura, levando em conta que pode gerar alteração de frequência natural de flexão na torre;
- viii. Efetuar estudos a respeito do carregamento de vento atuante durante a construção das torres, verificando necessidade de protensão;
- ix. Avaliar o momento variável no tempo (momento de tombamento e depois dimensionamento).

6

Referências bibliográficas

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR 6123: **Forças devido ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR 8681: **Ações e Seguranças nas Estruturas** – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR-6122: **Projeto e Execução de Fundações**. Rio de Janeiro, 2010.

ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR-6118: **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ANEEL – AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil**. Agência Nacional de Energia Elétrica. 2.ed. Brasília, 2005.

AMPOLINI, A. B.; JUNIOR, V. L. K.; GRUBER, Y. A. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos no Estudo da Teoria das Placas**. Trabalho Final de Graduação. Universidade Federal do Paraná, 2012.

AZEVEDO, A. C. S.; BARBOSA, W. P. F. **Impactos Ambientais em Usinas Eólicas**. Fundação Estadual do Meio Ambiente do Estado de Minas Gerais (FEAM), 2013.

BLASS, A. **Vibrações Transversais em Placas Circulares de Espessura Uniforme com Carregamento Radial**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1968.

BOURILLON, C. **Wind Energy - Clean Power for Generations** *Renewable Energy* 16, 1-4, Jan, 1999: 948-953.

_____. CBEE – CENTRO BRASILEIRO DE ENERGIA EÓLICA. Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2000 – Disponível em: www.eolica.com.br (adaptado). Acessado em: 18/02/2016.

CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. **Fundações por Estacas: projeto geotécnico**. Editora Oficina de Textos, São Paulo, 96 p. 2010.

CRESESB – Centro de Referência para Energia Solar e Eólica Sérgio Salvo de Brito. **Energia Eólica Princípios e Tecnologia**. Revisão, Ampliação e Atualização por Ricardo Marques Dutra, 2008.

CHAVES, E. W. V. **Variação de Espessura Através do Método dos Elementos de Contorno**. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo, 1997.

CLÍMACO, F. **História da Energia Eólica e Suas Utilizações**. Pernambuco, 2009.

COOK, R. D. et al. **Concepts And Applications of Finite Element Analysis**. Fourth. ed. United State: John Wiley & Sons, 2002.

DEWI - Deutsches Windenergie Institut. **Environmental Aspects and Acceptance of Wind Energy**. Wilhelmshavenm, Eldorado Summer School. 1996.

_____. DINIS, L. M. J. S. **Placas Circulares, Capítulo 5**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Disponível em:

<<https://web.fe.up.pt/~ldinis/cap5placas.pdf>>. Acessado em 20 de janeiro de 2016.

ELLIOT, D. **Renewable Energy and Sustainable Futures Futures**. Vol 32, pp261-274. Great Britain, 2000.

_____. ENGENHARIA PORTUGAL, **Engenharia Civil e Construção em Portugal**, 2011. Disponível em: <http://www.engenhariaportugal.com/turbinas-eolicas-em-nanotubos>. Acessado em: 07 de janeiro de 2016.

EWEA - European Wind Energy Association. **Wind energy – The facts**, 2000. EWEA, Bruxelas, Belgica.

FABRÍCIO, Márcio M.; ROSSIGNOLO, João A. **Fundações –Tecnologia das Construções II**. Rio de Janeiro: Escola de Engenharia, 2001.

FARIA, P. O.; NORONHA, M. **Fundações de Torres Eólicas – Estudo de Caso**. Universidade Federal de Santa Catarina, 2013.

JUNIOR, E. P.; MELO, A. M. C. **Flexão de Placas – Análise de Estruturas I**. Universidade Federal do Ceará.

GAMA, P. V. C. N. **Contribuições ao Dimensionamento de Torres Eólicas de Concreto**. 2015. 203 p. Dissertação de Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2015.

GAMBOA, P. V. **Placas e Cascas**. Universidade da Beira Interior, 2009.

GE – **Load Specification for the Foundation of the Wind Turbine Generator System**, GE's 1.6-100 NAMTS with 79.7m HH TC IIIS, GE 48.7, 60Hz CWE/SW, rev -, 2012/03/15.

GREENPEACE International, European Wind Energy Association (EWEA) and Forum For Energy And Development - Fed. **Wind Force 10 - A**

Blueprint To Achive 10% Of The World's Electricity From Wind Power By 2020. London, 1999.

GRÜNBERG, J.; GÖHLMANN, J. **Concrete Structures for Wind Turbines.** Berlin: Ernst & Sohn, 2013. 242 p.

GWEC – GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL. **Global Wind Report, Annual Market Update 2015, 2016.** Sine Loco.

_____. **Global Wind Report, Outlook, 2011.** Sine Loco.

_____. **Global Wind Statistics, Half Year Report, 2013.** Sine Loco.

_____. **Global Wind Statistics 2012, 2013.** Sine Loco.

HAU, E. **Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics.** 2nd ed. Berlin: Springer, 2006.

HOSSEINI-HASHEMI, S. et al. **Exact Cloesd-Form Frequency Equations for Thick Circular Plates Using a Third-order Shear Deformation Theory.** Journal of Sound and Vibration, v. 329, p. 3382-3396, 2010.

JACOBSON, M. Z., MASTERS, G. M. **Exploiting Wind Versus Coal Science 293.** August, 2001.

LIMA, A. L.; LOPES, F.; HAMPSHIRE, S. **Memória de Cálculo das Bases das Torres da Central Geradora Eólica União dos Ventos.** Portante Engenharia de Projetos, 2012.

_____. **MASSA CINZENTA. Energia Eólica Impulsiona a Construção Civil,** 2011. Disponível em: <http://www.cimentoitambe.com.br/energia-eolica-impulsiona-a-construcao-civil/>. Acessado em: 28 de janeiro de 2016.

McGOWAN, J. G., CONNERS, S. R. **Windpower: A Turn of the Century Review** *Annual Review of Energy and the Environment*. Vol 25, pp147-197, 2000.

_____. MEMÓRIA DA ELETRICIDADE, **Atlas de Energia Eólica, Capítulo 6.** Disponível em: [http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-energia_eolica\(3\).pdf](http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-energia_eolica(3).pdf). Acessado em: 07 de janeiro de 2016.

MILITITSKY, J. **Desafios na solução de fundações de aerogeradores.** Revista Concreto e Construções – Contribuições do Concreto para Fundações e Torres de Aerogeradores, p. 49-61. Ibracon, 2014.

MITTELBACH, F. R. **Método das Diferenças Finitas Energéticas na Análise Dinâmica de Problemas Axissimétricos de Placas Delgadas e Espessas.** Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.

_____. NREL - **National Renewable Energy Laboratory**, 2001. Arquivos de Fotos Maio. Disponível em: <http://www.nrel.gov/>. Acessado em: 10/12/2015.

_____. PORTAL ENERGIA, **Fontes de energia renováveis e não renováveis.** Disponível em: <http://www.portal-energia.com/fontes-de-energia>>. Acessado em: 12 de novembro de 2015.

REDDY, J. N. **Introduction to the Finite Element Method.** Second. ed. McGraw-Hill, 1993.

REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells Theory and Analysis.** Second. ed. Washington D. C.: CRC Press LLC, 2004.

REDDY, J. N. **Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells**. Second. ed. United States of America: CRC Press, 2007.

_____. **Relatório de 2014 da Global Wind Energy - Capacidade Eólica**. Disponível em: http://www.suapesquisa.com/o_que_e/energia_eolica.htm. Acessado em: 20 de novembro de 2015.

REN- Redes Energéticas Nacionais. **A Energia Eólica em Portugal 2011** (in Portuguese). REN, 2011. Disponível em: <http://www.centrodeinformacao.ren.pt/PT/publicacoes/EnergiaEolica/A%20Energia%20E%C3%B3lica%20em%20Portugal%20-%202011.pdf>

REN21. **Renewables 2011: Global Status Report** (PDF). p. 11, 2011.

RIGHTER, R. W. **Wind Energy im America: A History**. University of Oklahoma Press, page 44, 1996.

RODRIGUES, G. J. O. **Pré-Dimensionamento de Fundações para Torres de Aerogeradores Eólicos**. Faculdade de Engenharia, UERJ, 2015.

ROSSI, P. H. J; OLIVEIRA, C. P. **Perguntas Frequentes sobre Energia Eólica**. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Centro de Energia Eólica, 2015.

SALAS, J. L. S. **Modelo para Instabilidade e Vibrações de Placas Circulares**. 107 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2015.

SAP2000 – **Integrated Software for Structural Analysis & Design**, Version 14.0.0, CSI, -<http://www.csiberkeley.com/sap2000>, 2009.

_____. **SAS ENERGIA, Energias Renováveis – Eficiência Energética**. Disponível em: <http://www.sasenergia.pt/produtos/eolica.htm>. Acessado em: 08 de janeiro de 2016.

SILVA, A. G. **Um Elemento Finito de Placa para Análise de Vibrações**. Dissertação de Mestrado. Instituto de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, 2014.

SZILARD, R. **Theories and Applications of Plate Analysis: Classical, Numerical and Engineering Methods**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability**. Second. ed. New York: Mc-Graw-Hill, 1963.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of Plates and Shells**. Second. ed. New York: McGraw-Hill, 1959.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. **Theory of Elasticity**. New York: McGraw-Hill, 1934.

UGURAL. A. C. **Stresses in Plates and Shells**. McGraw-Hill, New York, 1981, 317 p.

VICENTE, W. M. **Análise de Tensões em Placas Circulares Utilizando Elementos Finitos Axissimétricos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Itajubá, 2009.

VIEIRA, M.; JUNIOR, C. B. **A Engenharia das Usinas Eólicas**. Blog da Engenharia Civil, 2015.

WANG, C. M. et al. **Axisymmetric Buckling of Circular Mindlin Plates With Ring Supports**. Journal of Structural Engineering, v. 119, p. 782-793, 1993.

A.Anexo A – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento distribuído e engastada.

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos através da modelagem de uma placa circular de espessura uniforme, engastada no contorno da borda e sujeita a carregamento distribuído na superfície da placa de 50 kN/m².

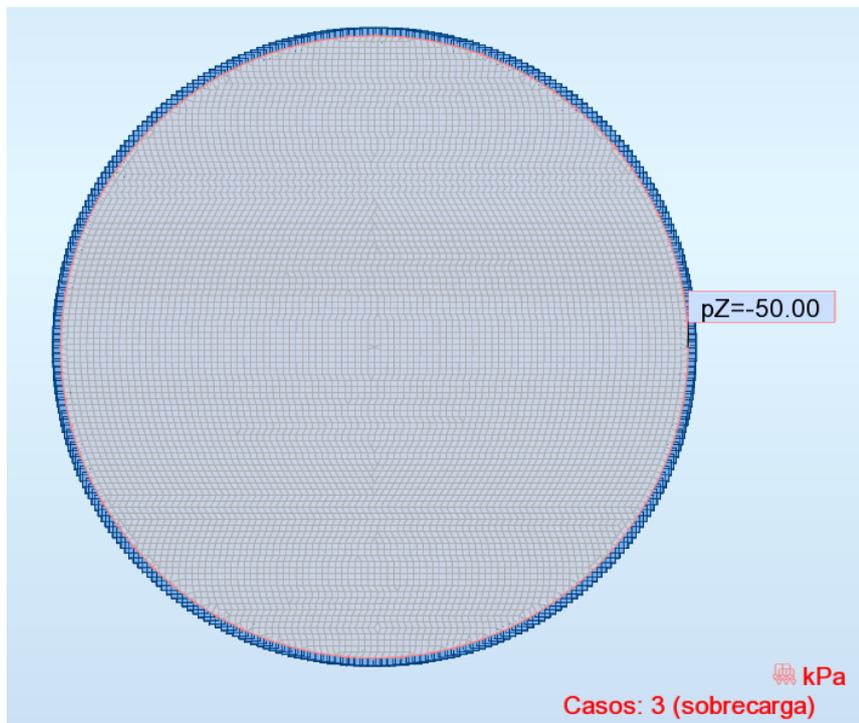


Figura A.1 – Carregamento distribuído, visão superior.

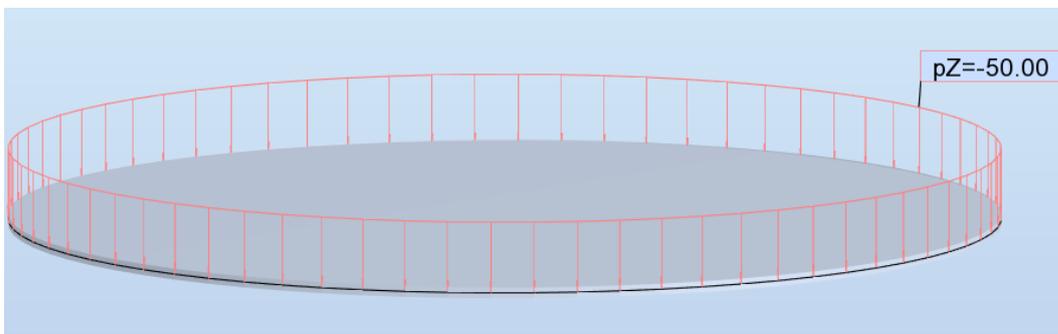


Figura A.2 – Carregamento distribuído, visão 3D.

Momento Radial – Mr

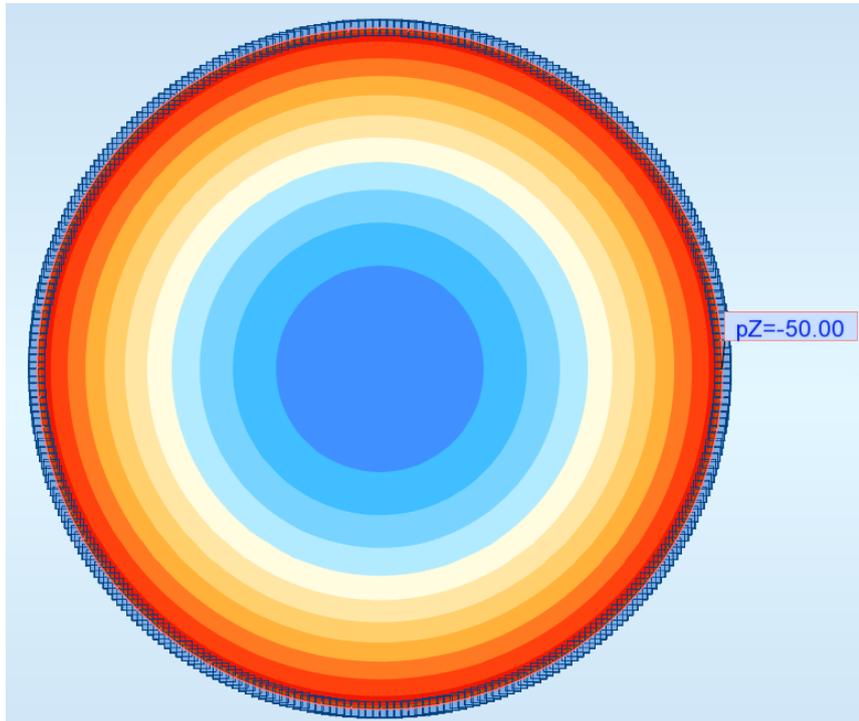


Figura A.3 – Mapeamento do momento radial.

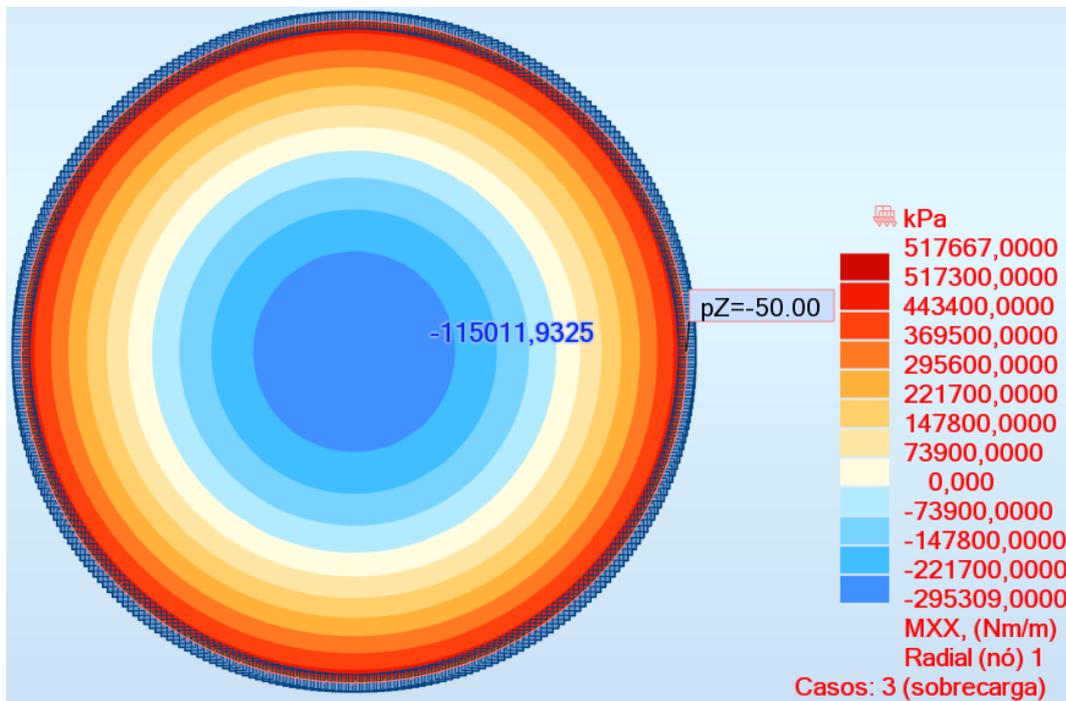


Figura A.4 –Momento radial em $r = 4,5m$.

Momento Circunferencial – $M\theta$

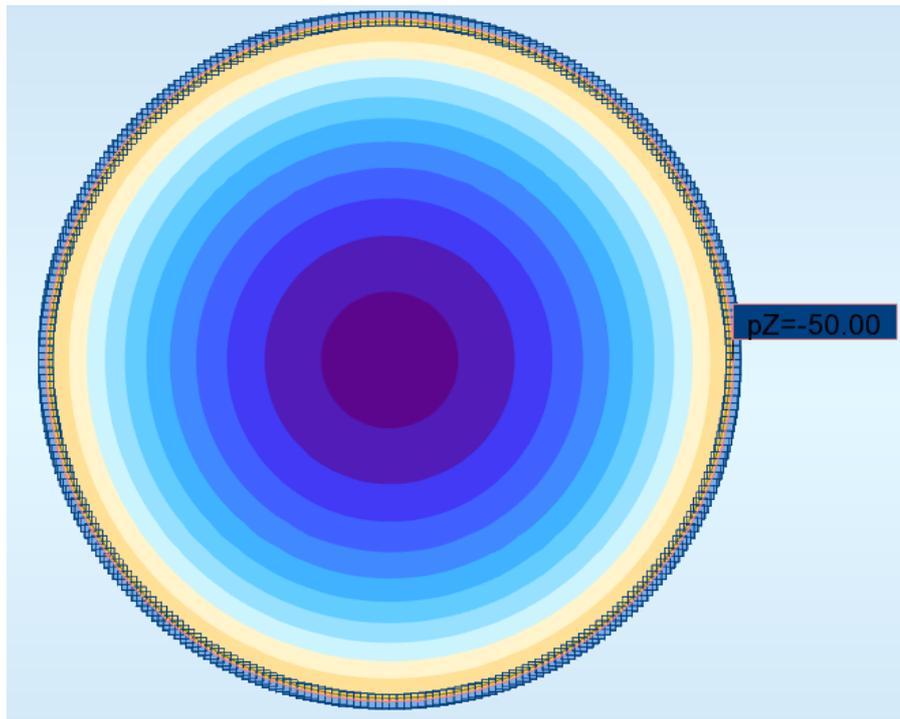


Figura A.5 – Mapeamento do momento circunferencial.

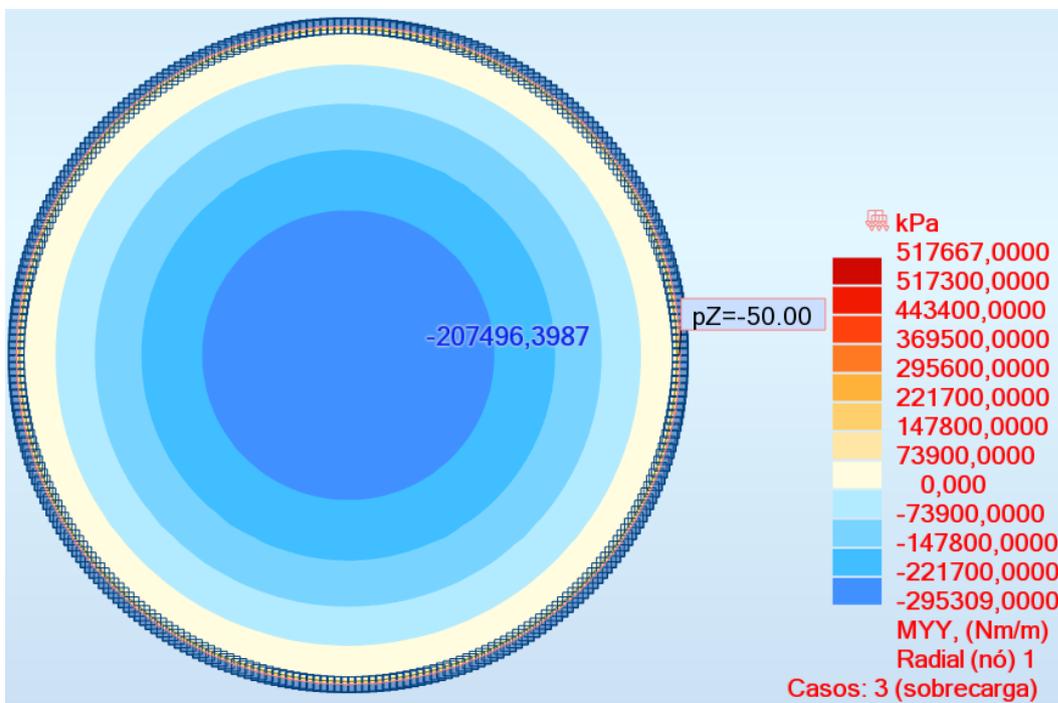


Figura A.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.

Deslocamento

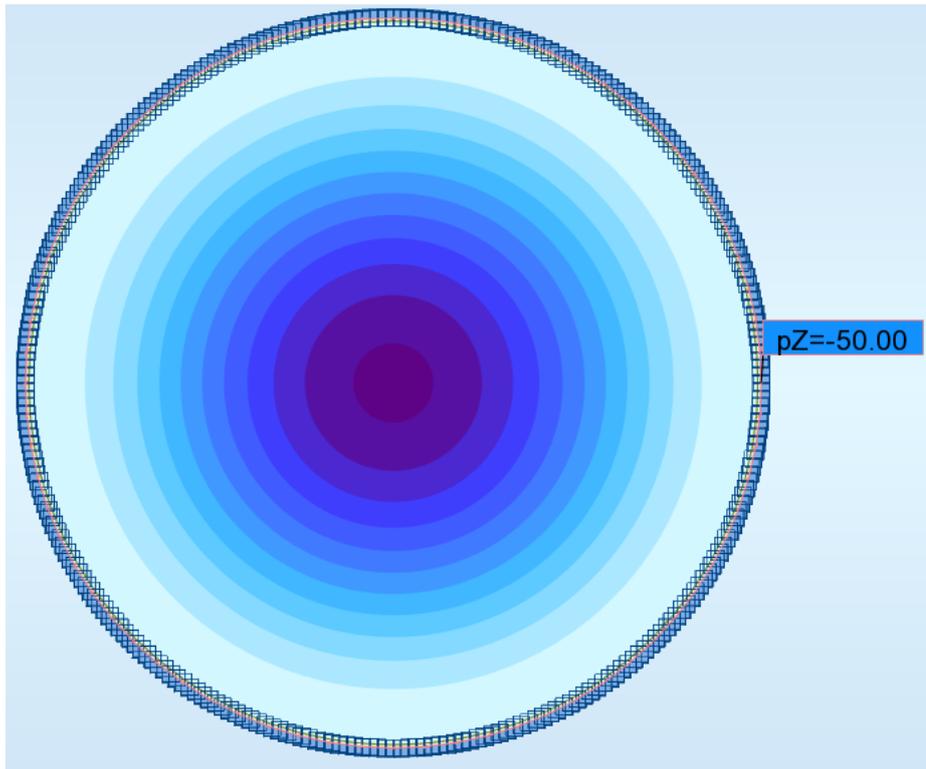


Figura A.7 – Mapeamento do deslocamento.

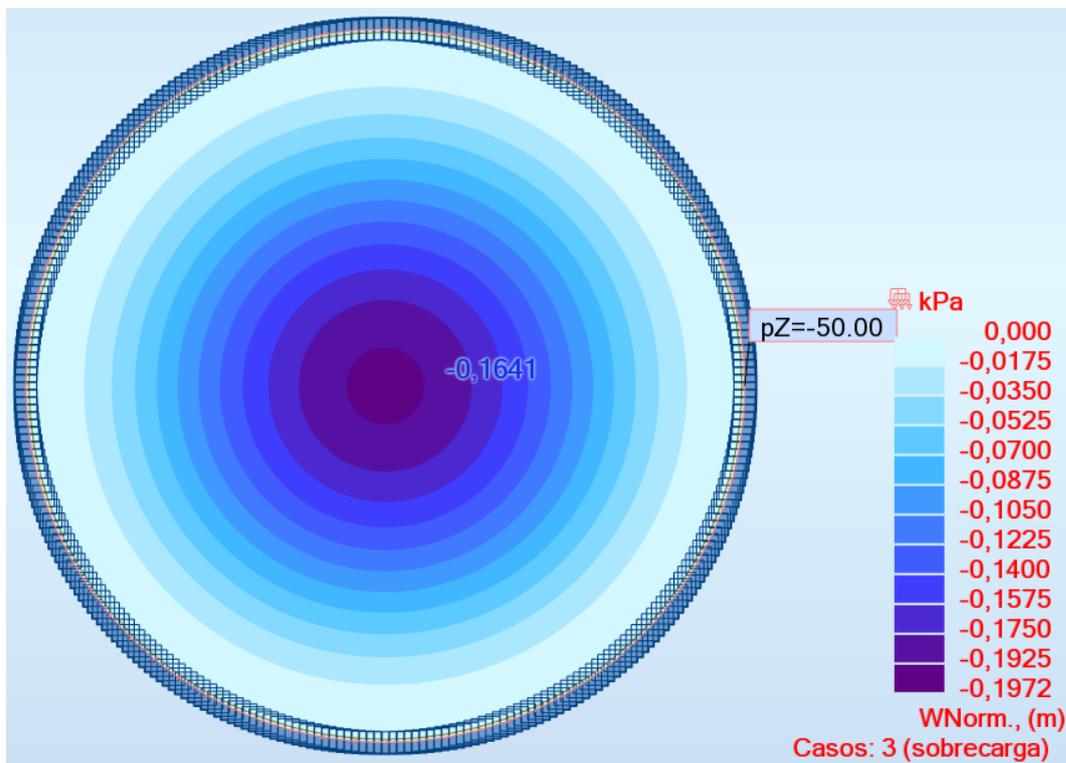


Figura A.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5$ m).

B.Anexo B – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento pontual e engastada

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos através da modelagem de uma placa circular de espessura uniforme, engastada no contorno da borda e sujeita a carregamento pontual na direção normal à superfície da placa de 50 kN.

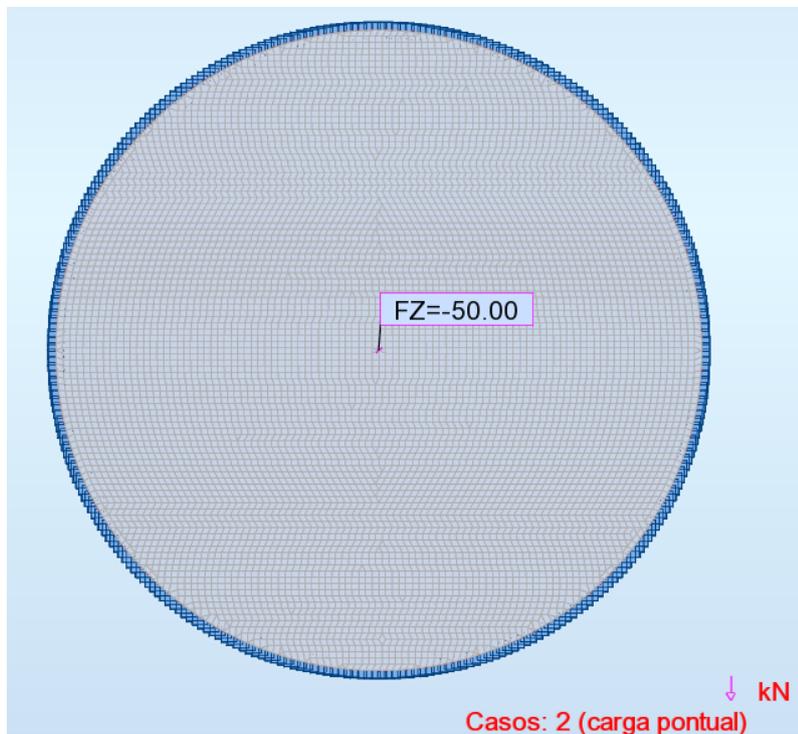


Figura B.1 – Carregamento pontual, visão superior.

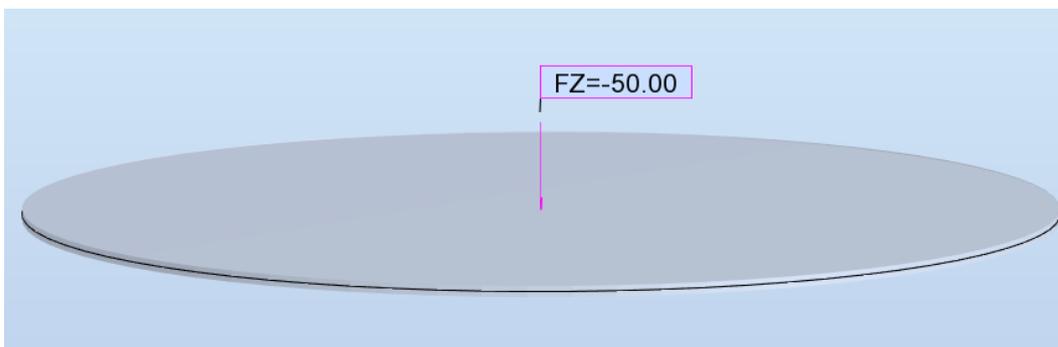


Figura B.2 – Carregamento pontual, visão 3D.

Momento Radial – Mr

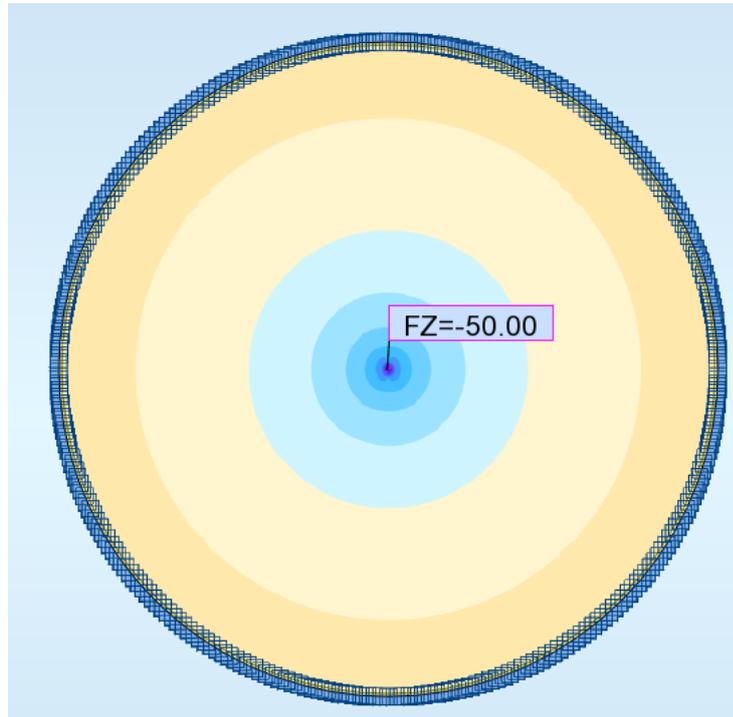


Figura B.3 – Mapeamento do momento radial.

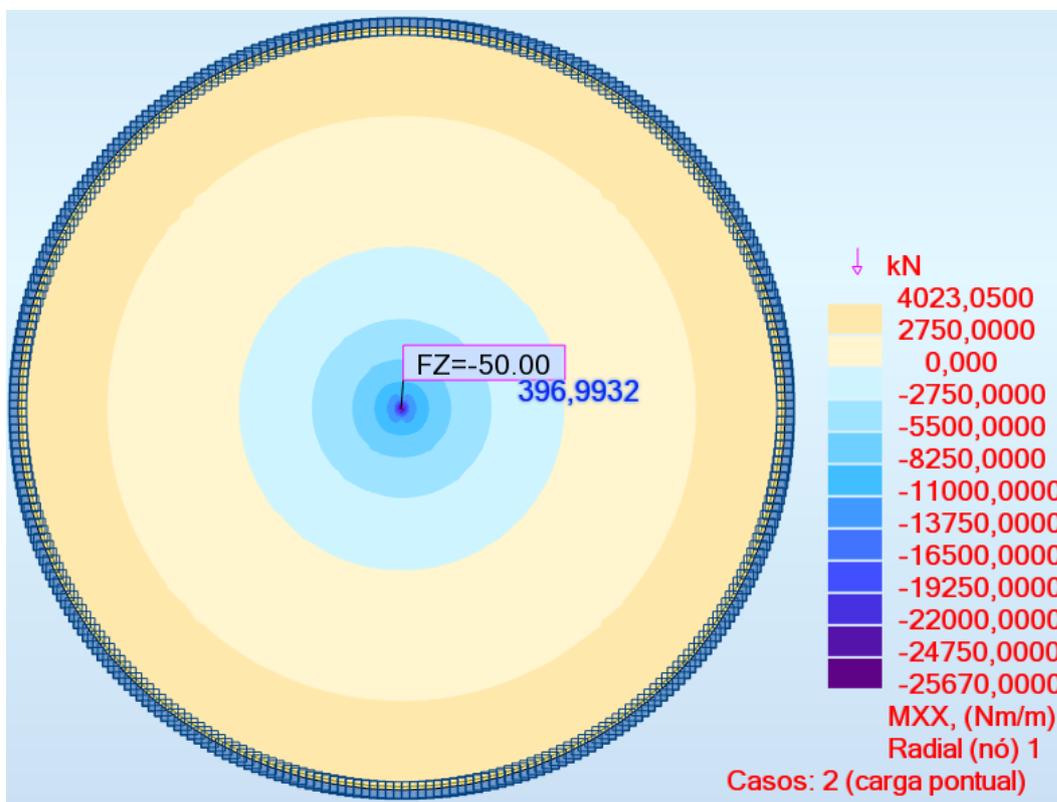


Figura B.4 –Momento radial em $r = 4,5$ m.

Momento Circunferencial – $M\theta$

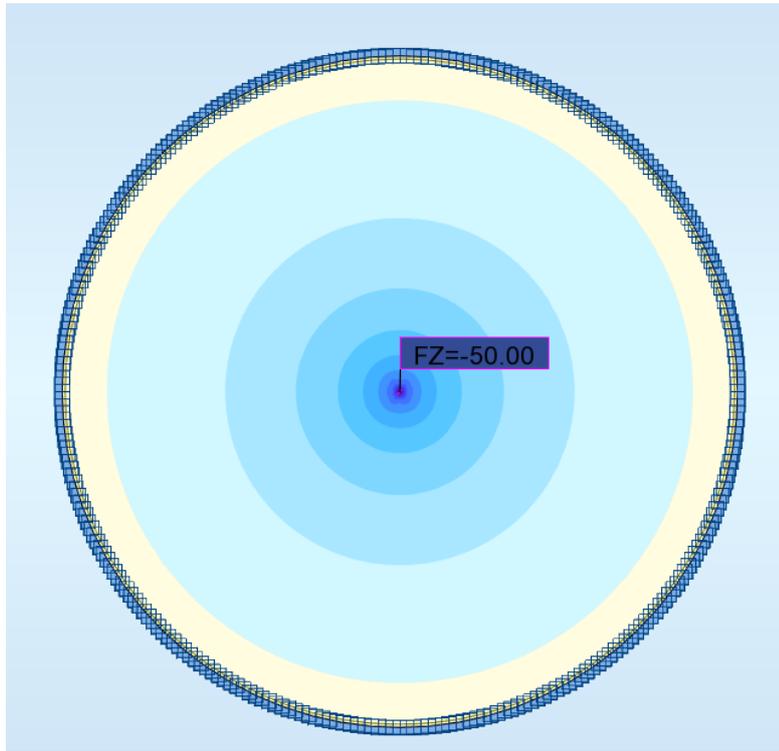


Figura B.5 – Mapeamento do momento circunferencial.

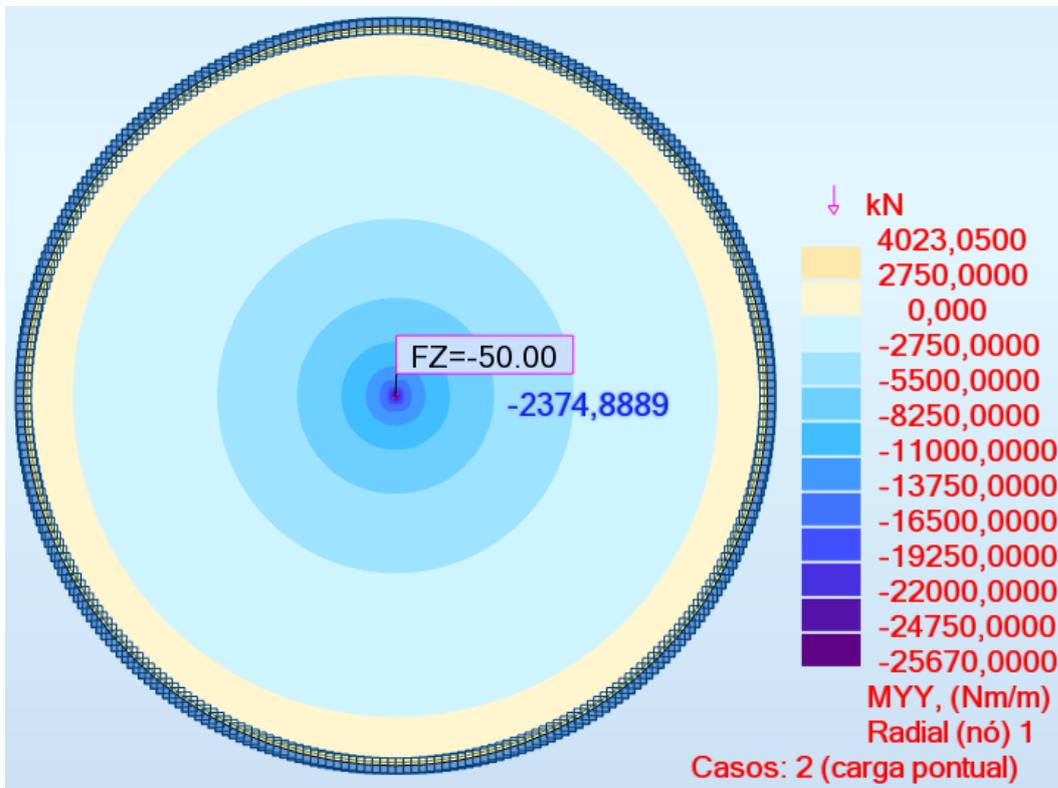


Figura B.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5\text{m}$.

Deslocamento

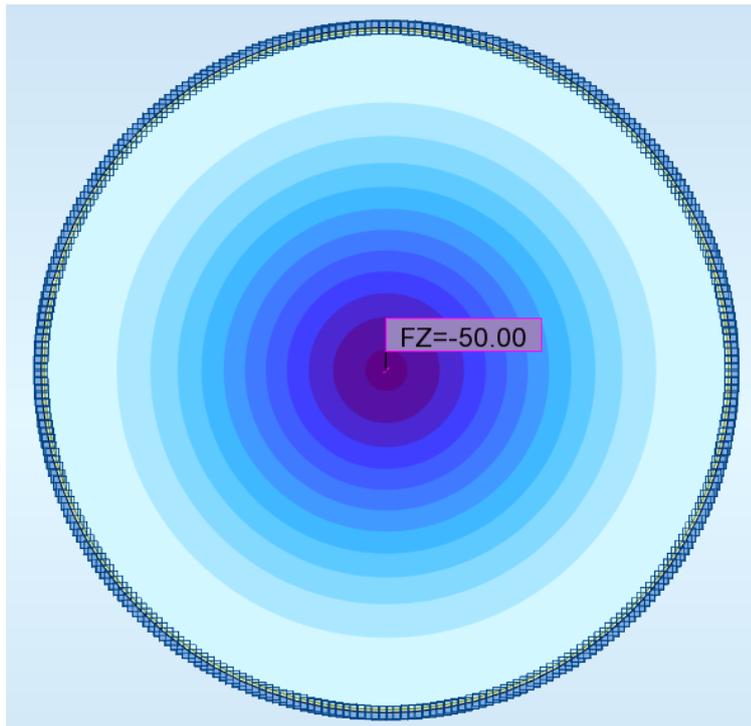


Figura B.7 – Mapeamento do deslocamento.

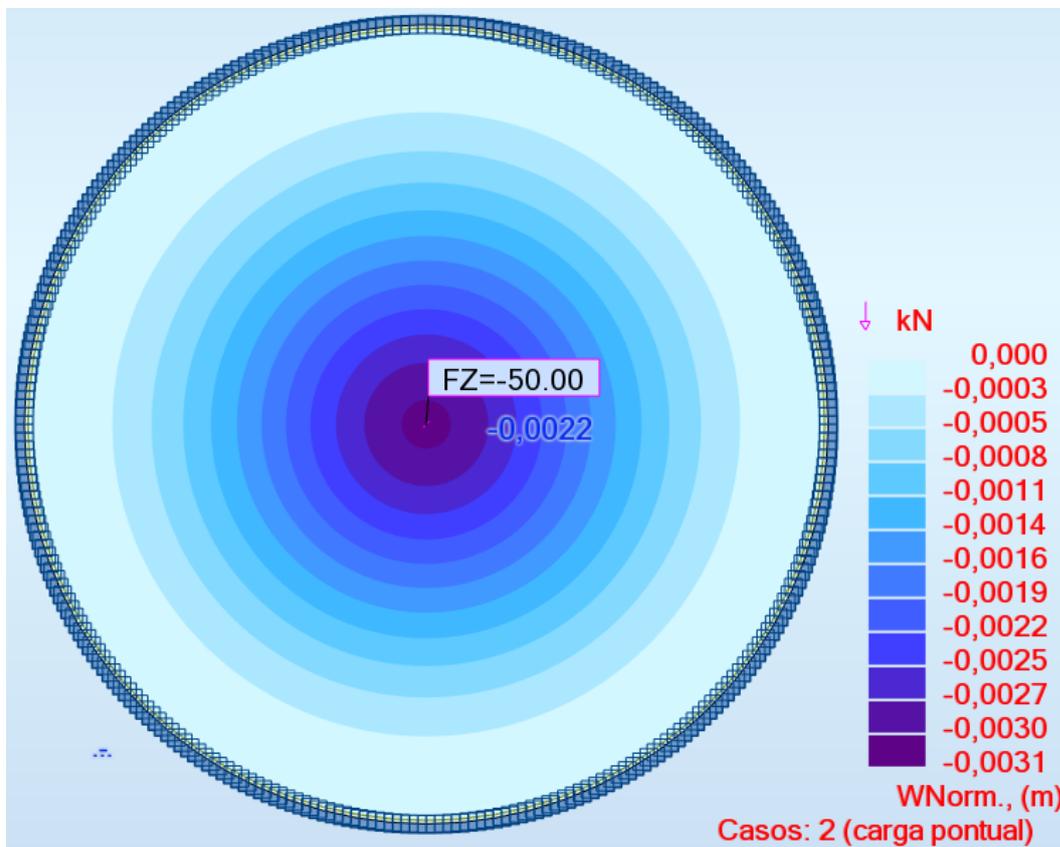


Figura B.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5$ m).

C.Anexo C – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento distribuído e apoiada

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos através da modelagem de uma placa circular de espessura uniforme, apoiada no contorno da borda e sujeita a carregamento distribuído na superfície da placa de 50 kN/m².

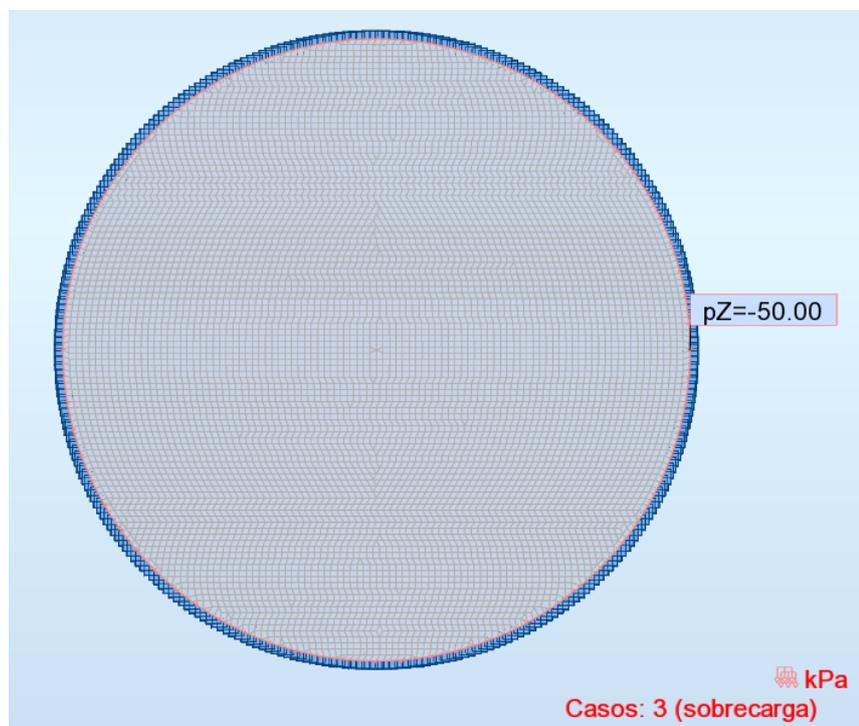


Figura C.1 – Carregamento distribuído, visão superior.

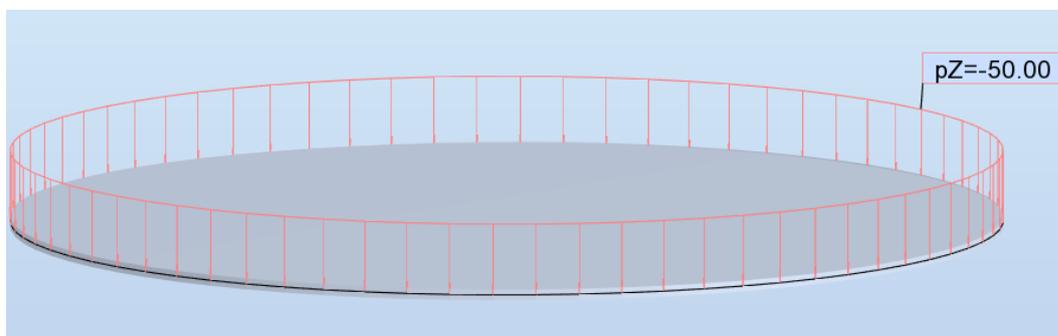


Figura C.2 – Carregamento distribuído, visão 3D.

Momento Radial – Mr

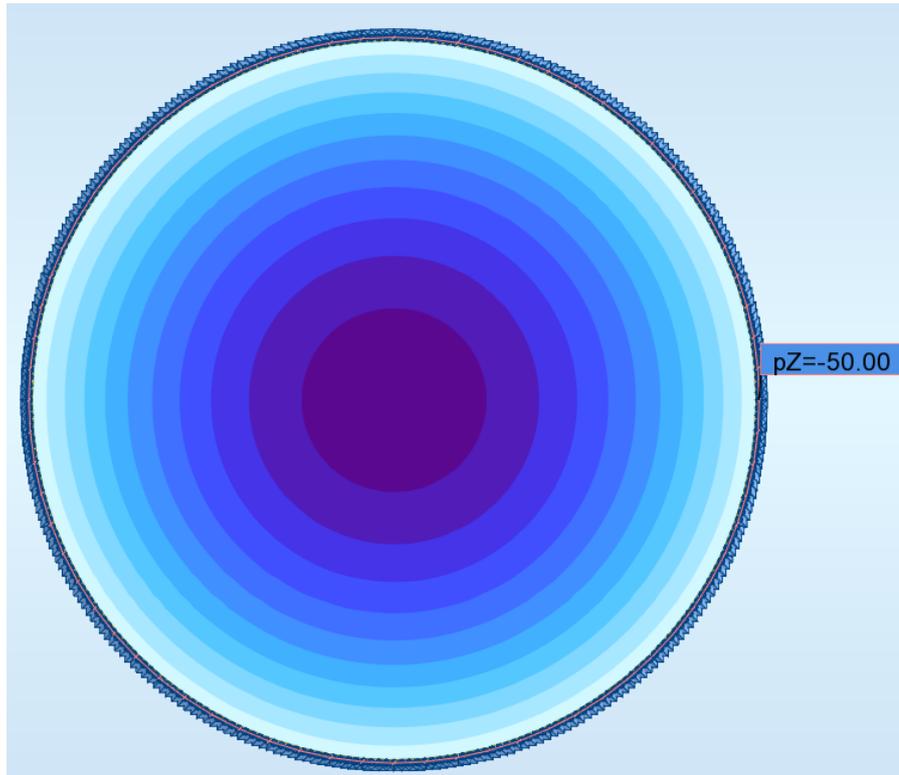


Figura C.3 – Mapeamento do momento radial.

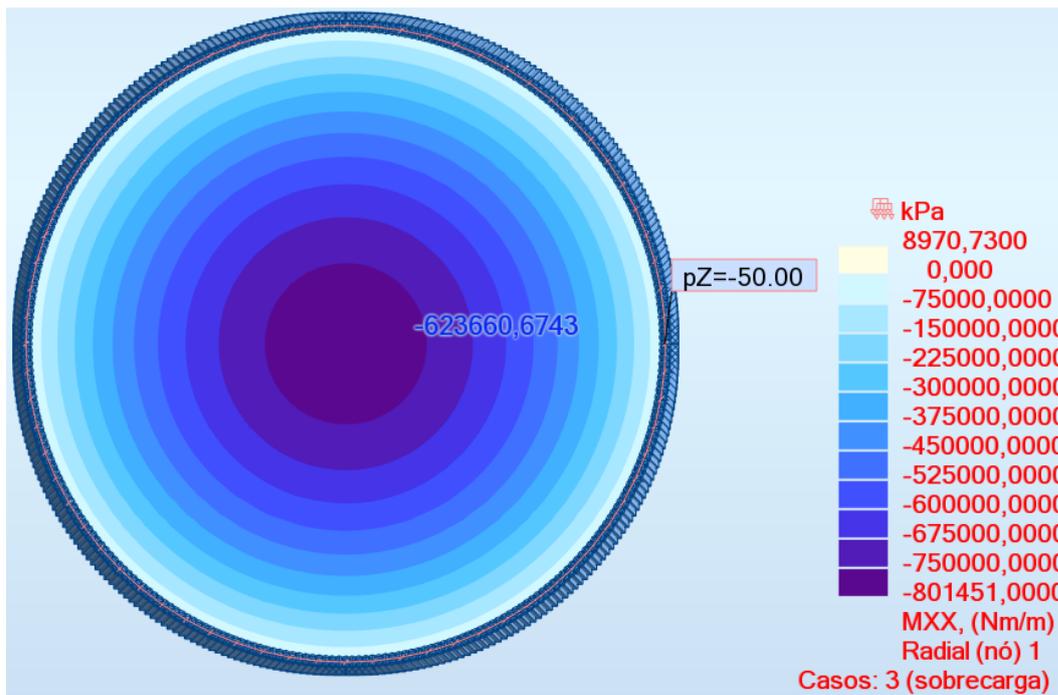


Figura C.4 –Momento radial em $r = 4,5m$.

Momento Circunferencial – $M\theta$

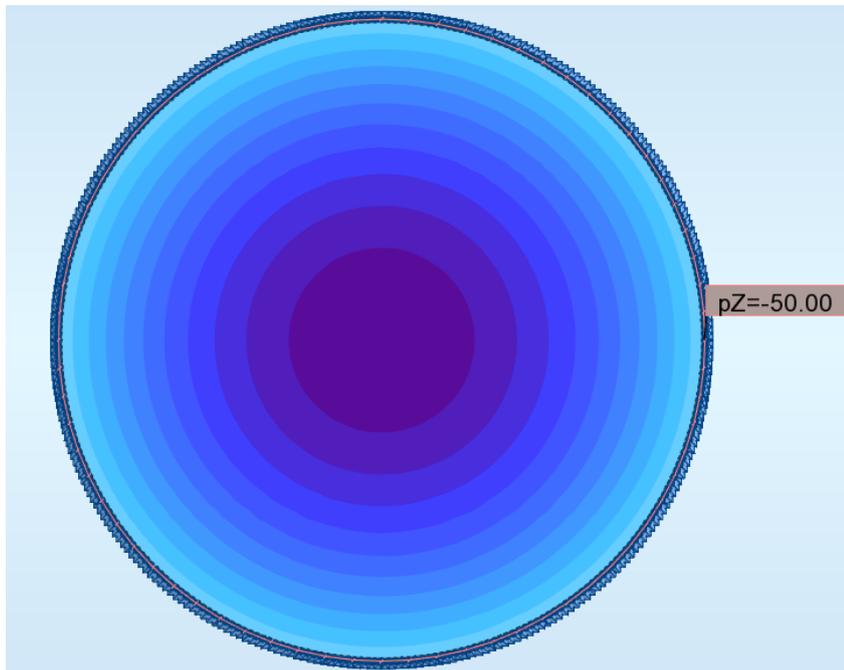


Figura C.5 – Mapeamento do momento circunferencial.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412823/CA

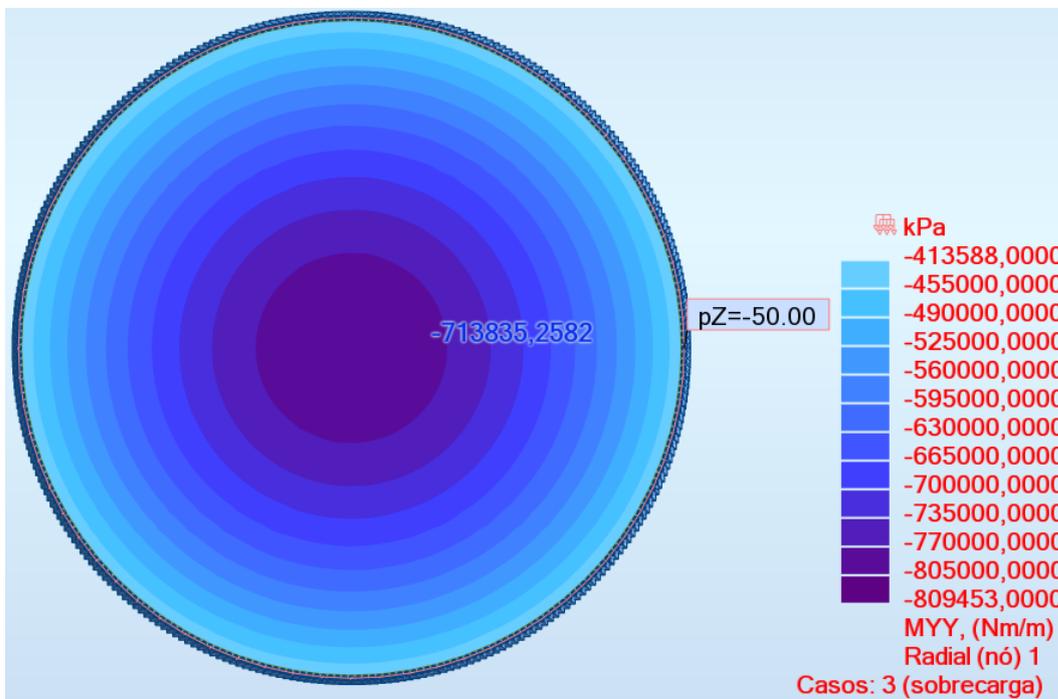


Figura C.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.

Deslocamento

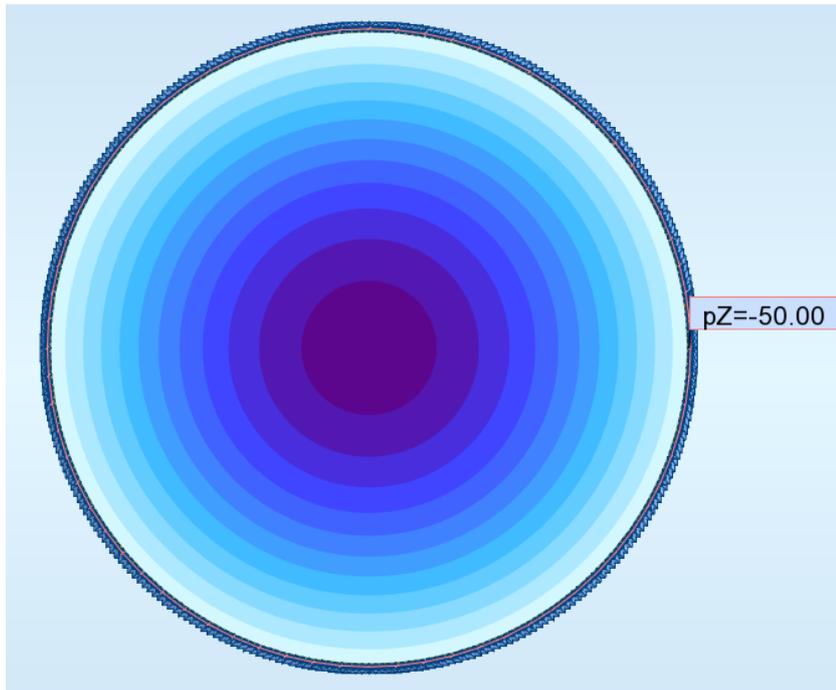


Figura C.7 – Mapeamento do deslocamento.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412823/CA

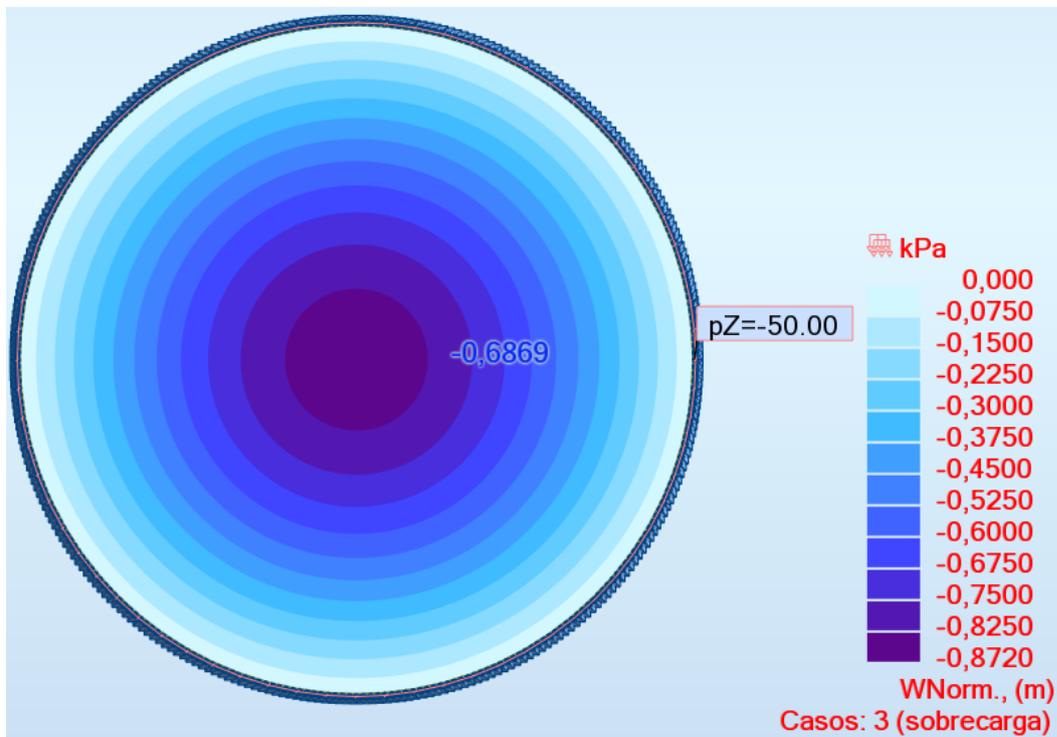


Figura C.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5$ m).

D.Anexo D – Modelagem de placa circular de espessura uniforme, carregamento pontual e apoiada

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos através da modelagem de uma placa circular de espessura uniforme, apoiada no contorno da borda e sujeita a carregamento pontual na direção normal à superfície da placa de 50 kN.

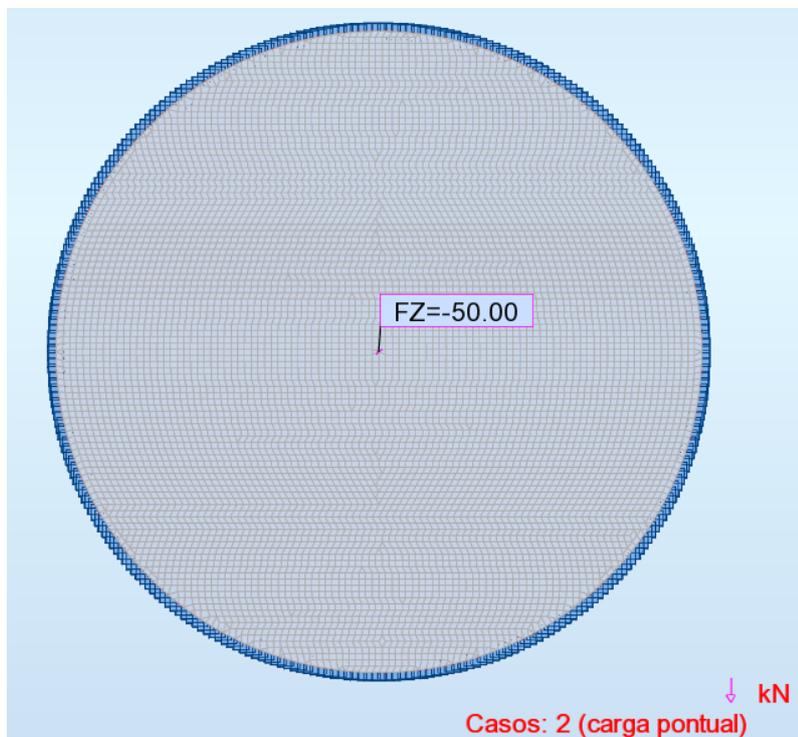


Figura D.1 – Carregamento pontual, visão superior.

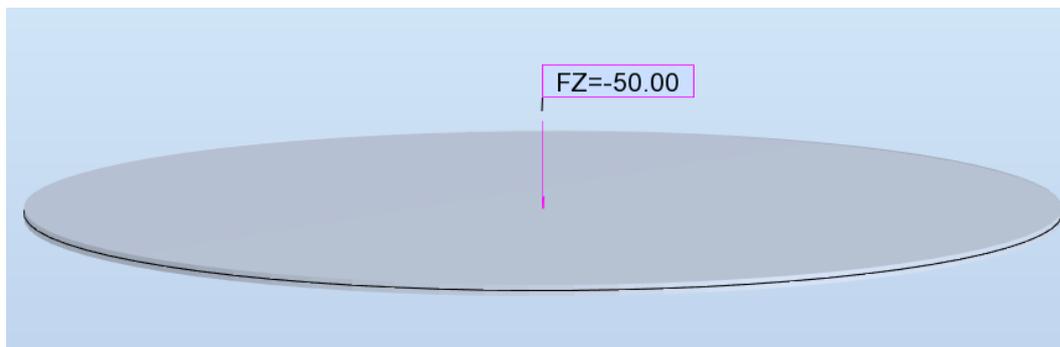


Figura D.2 – Carregamento pontual, visão 3D.

Momento Radial – Mr

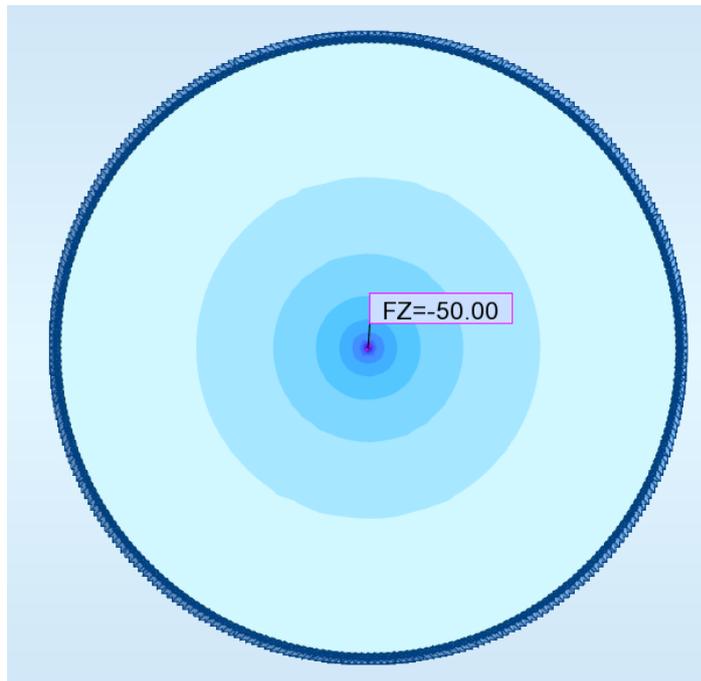


Figura D.3 – Mapeamento do momento radial.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1412823/CA

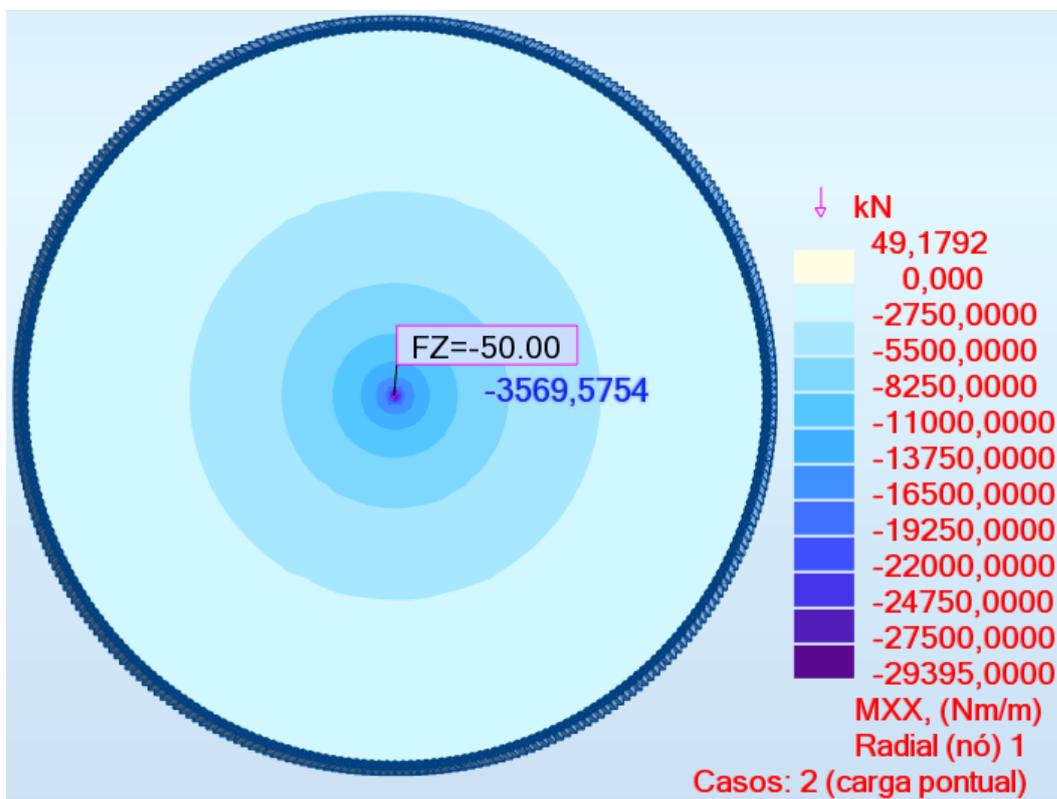


Figura D.4 –Momento radial em $r = 4,5m$.

Momento Circunferencial – M_θ

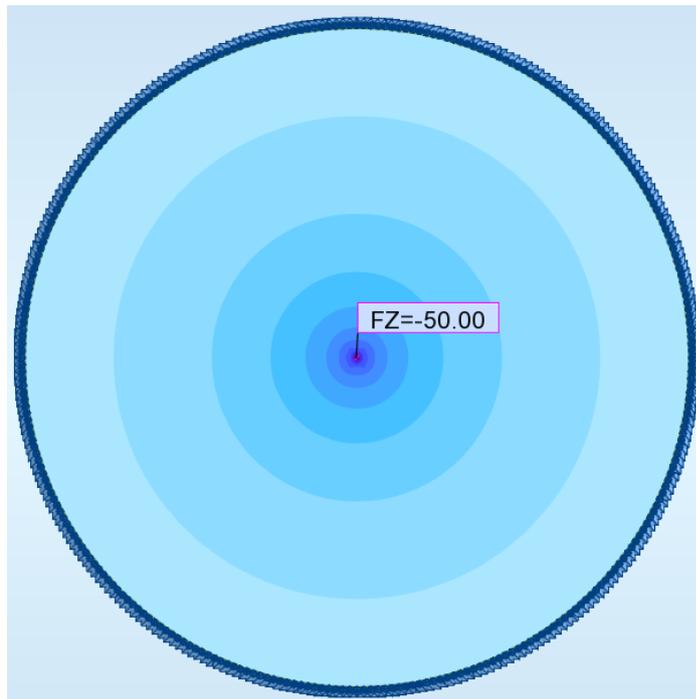


Figura D.5 – Mapeamento do momento circunferencial.

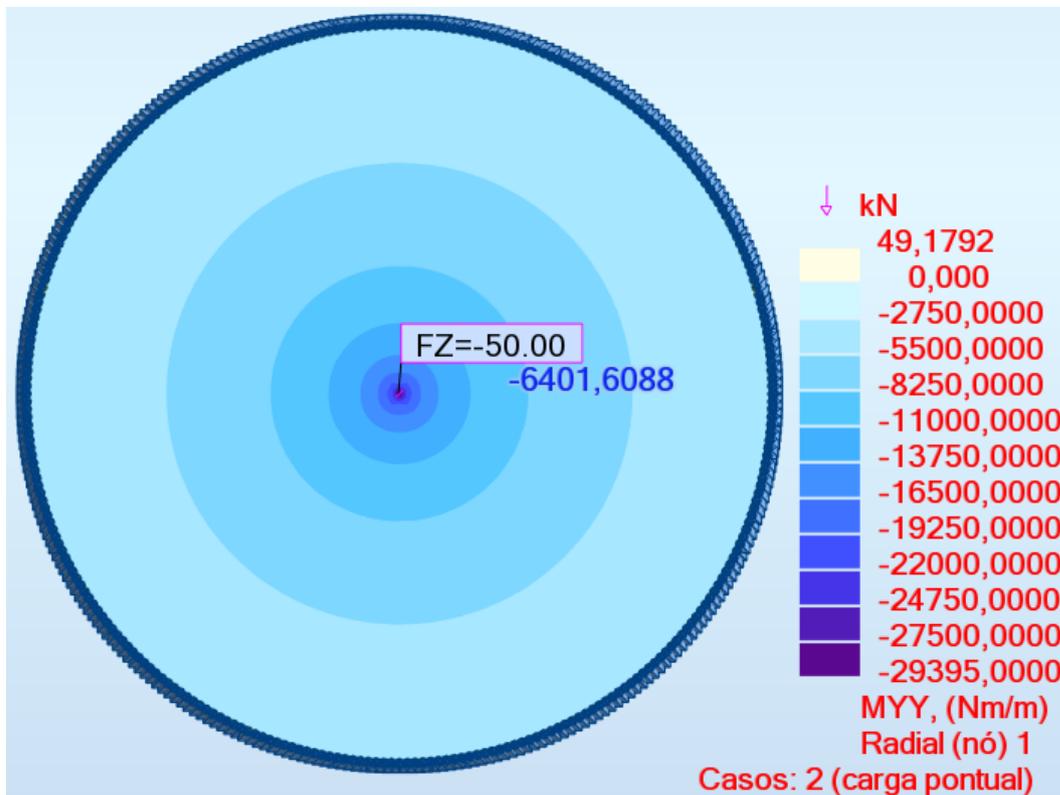


Figura D.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.

Deslocamento

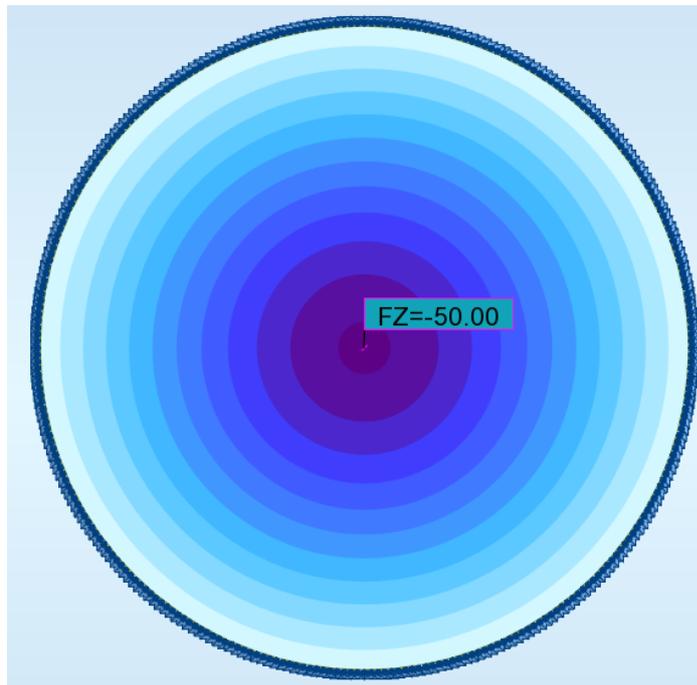


Figura D.7 – Mapeamento do deslocamento.

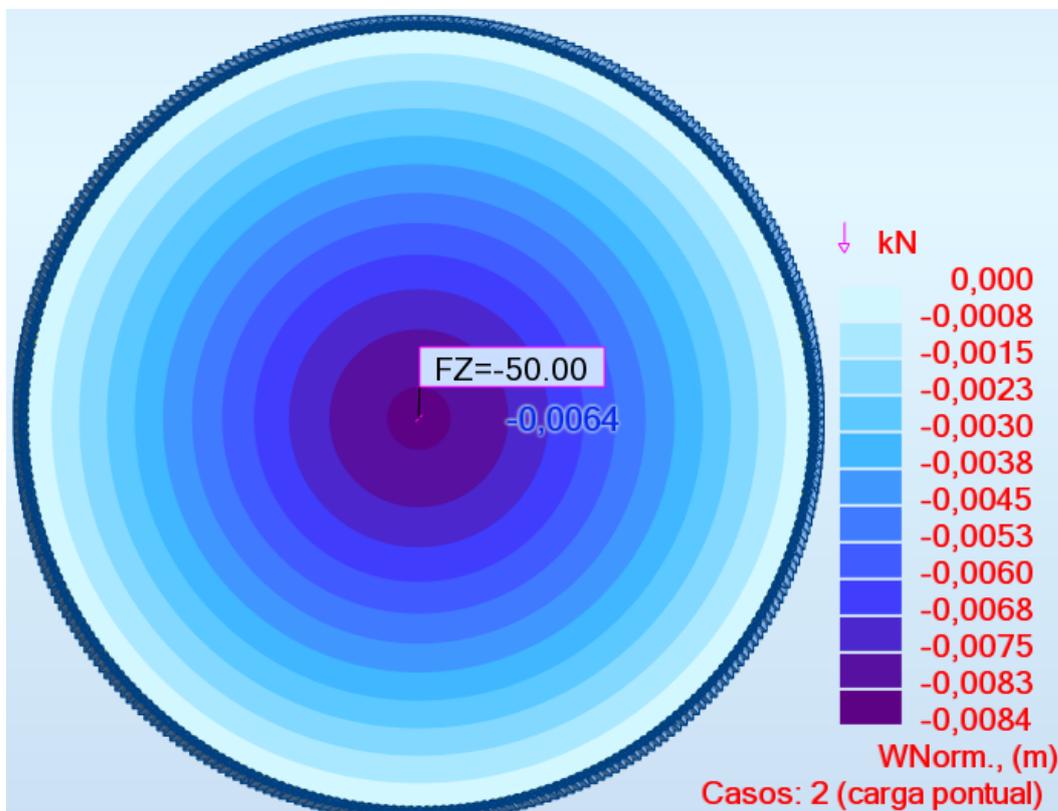


Figura D.8 – Deslocamento transversal (destaque em $r = 4,5$ m).

E.Anexo E – Modelagem de placa circular de espessura variável, carregamento distribuído e apoiada.

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos através da modelagem de uma placa circular de espessura variável, apoiada no contorno da borda e sujeita a carregamento distribuído na superfície da placa de 50 kN/m².

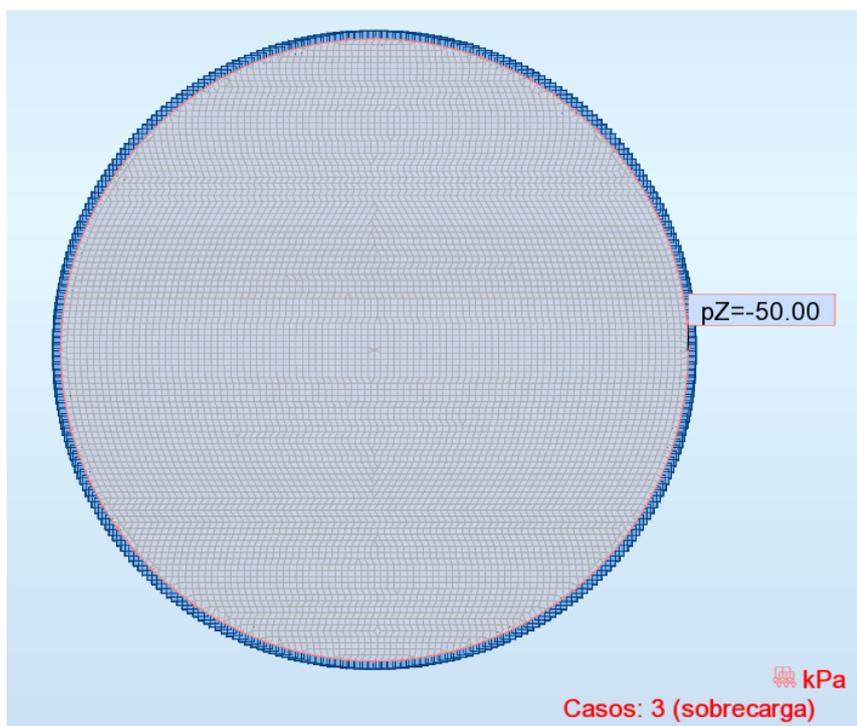


Figura E.1 – Carregamento distribuído, visão superior.

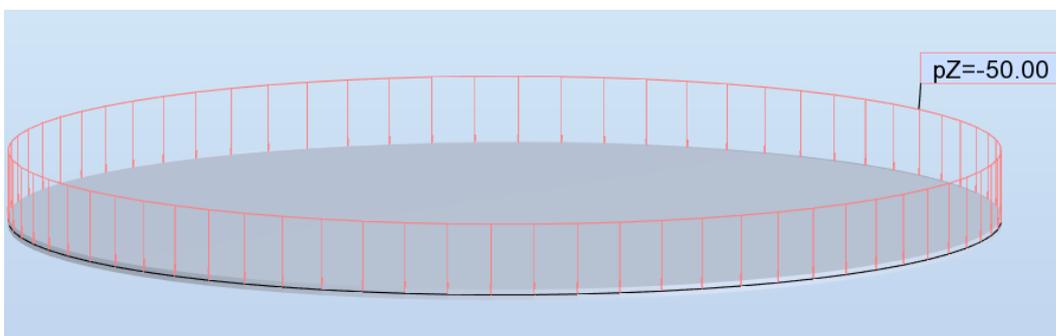


Figura E.2 – Carregamento distribuído, visão 3D.

Momento Radial – Mr

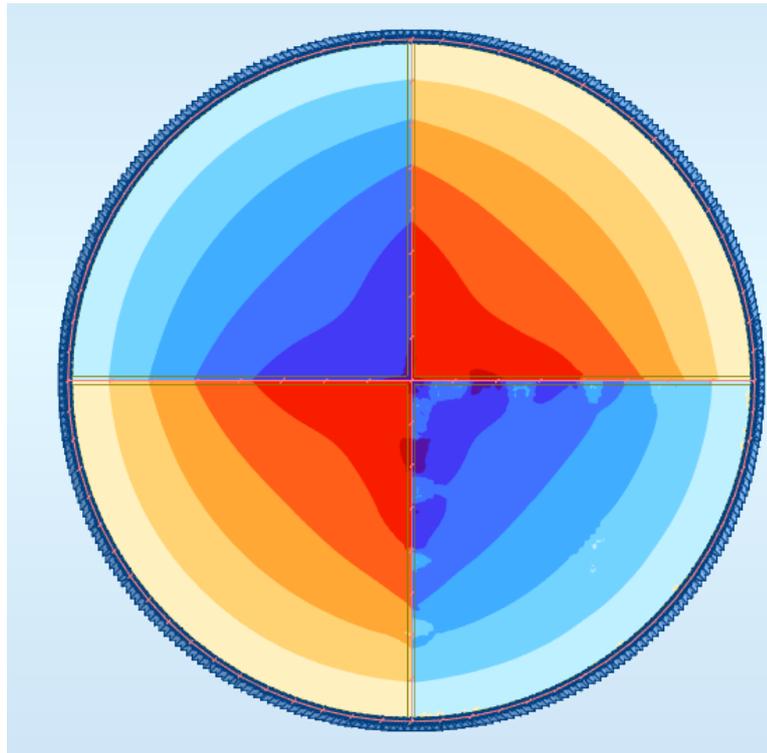


Figura E.3 – Mapeamento do momento radial.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1412823/CA

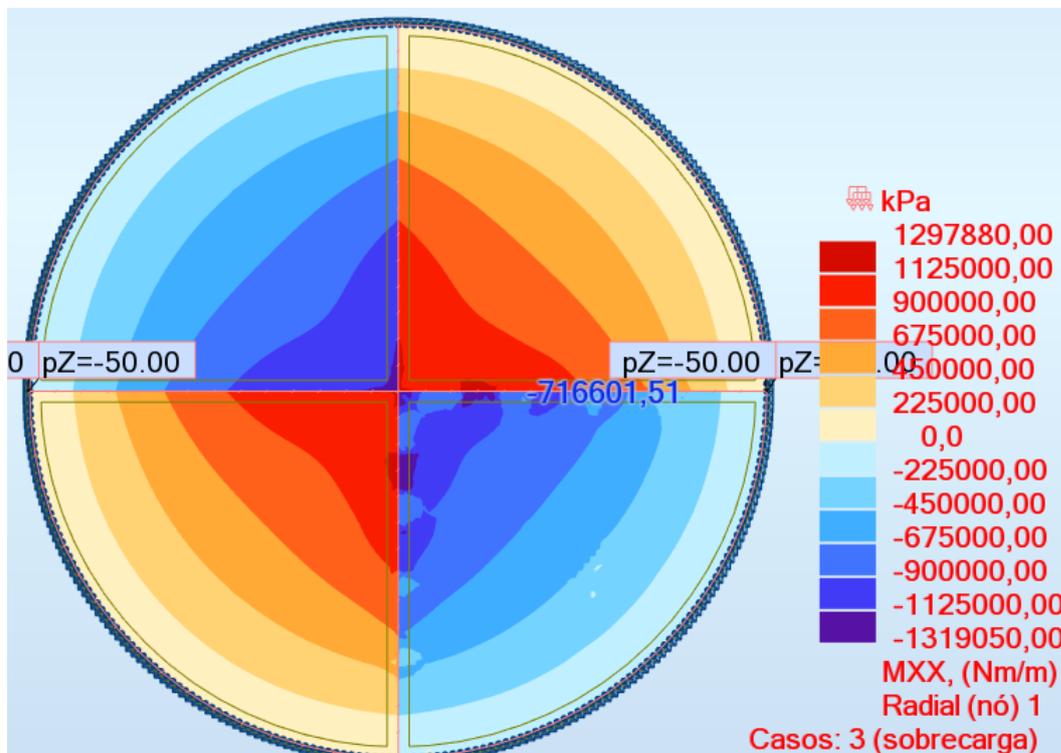


Figura E.4 –Momento radial em r = 4,5m.

Momento Circunferencial – M_{θ}

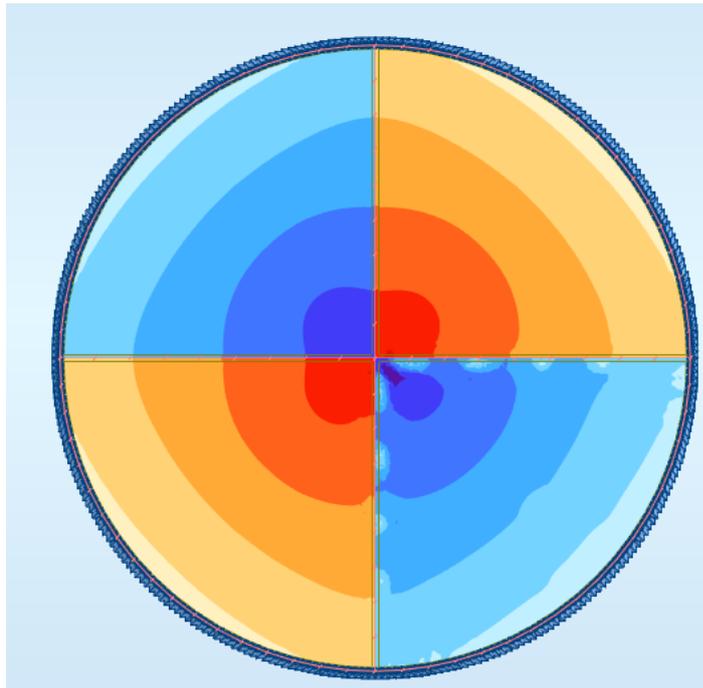


Figura E.5 – Mapeamento do momento circunferencial.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412823/CA

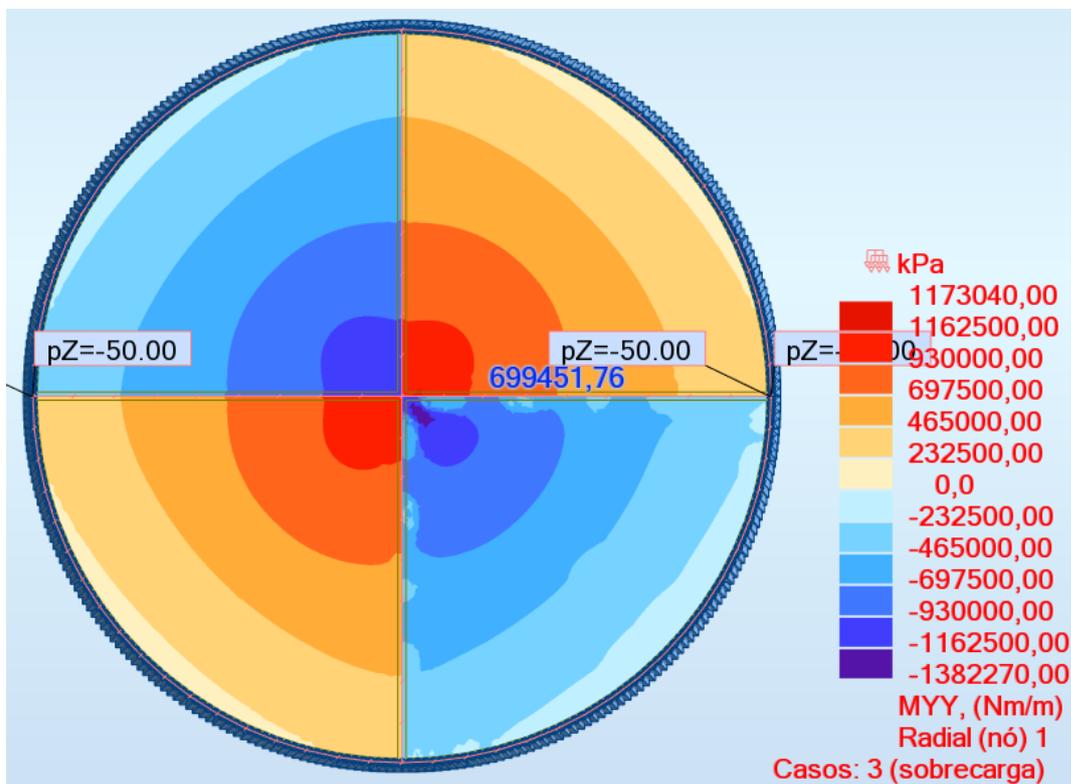


Figura E.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.

Deslocamento

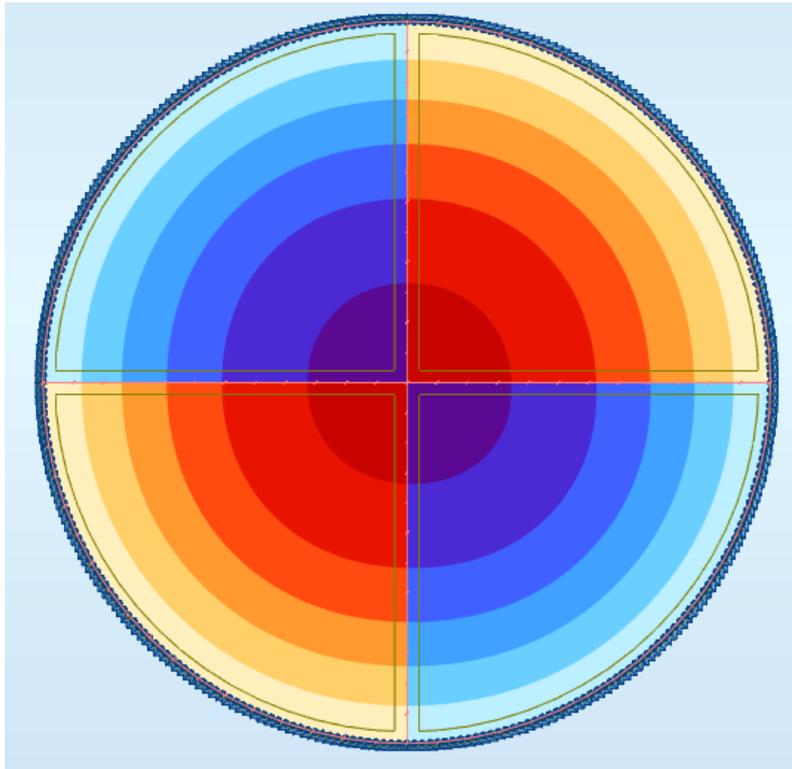


Figura E.7 – Mapeamento do deslocamento.

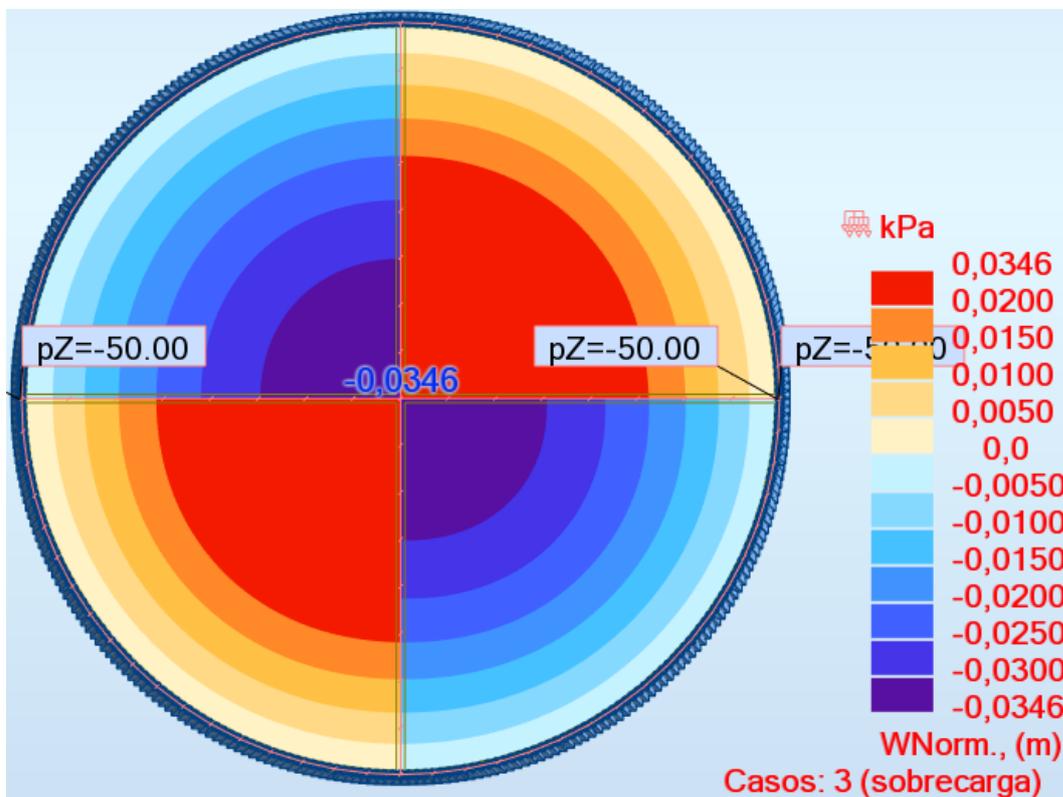


Figura E.8 – Deslocamento transversal no centro da placa.

F. Anexo F – Modelagem de placa circular de espessura variável, carregamento pontual e apoiada

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos através da modelagem de uma placa circular de espessura variável, apoiada no contorno da borda e sujeita a carregamento pontual na direção normal à superfície da placa de 50 kN.

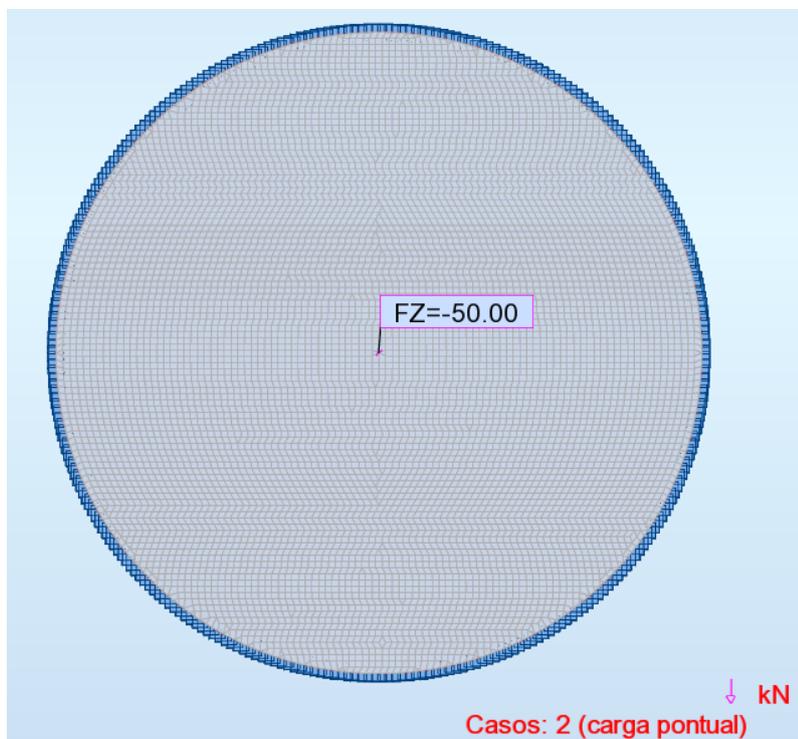


Figura F.1 – Carregamento pontual, visão superior.

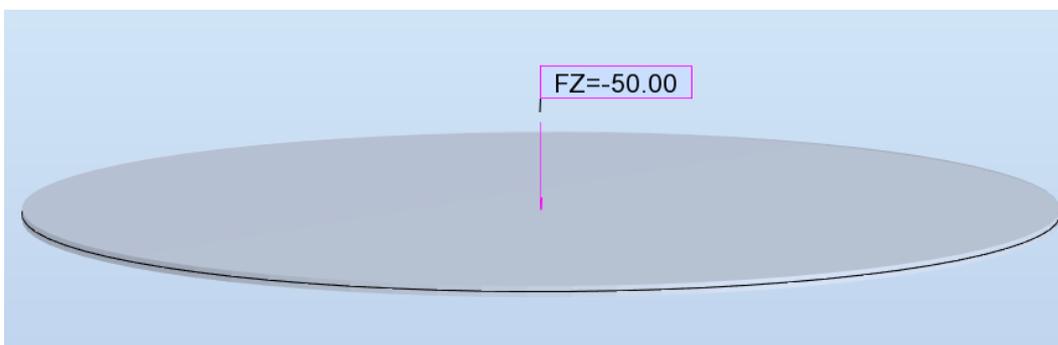


Figura F.2 – Carregamento pontual, visão 3D.

Momento Radial – Mr

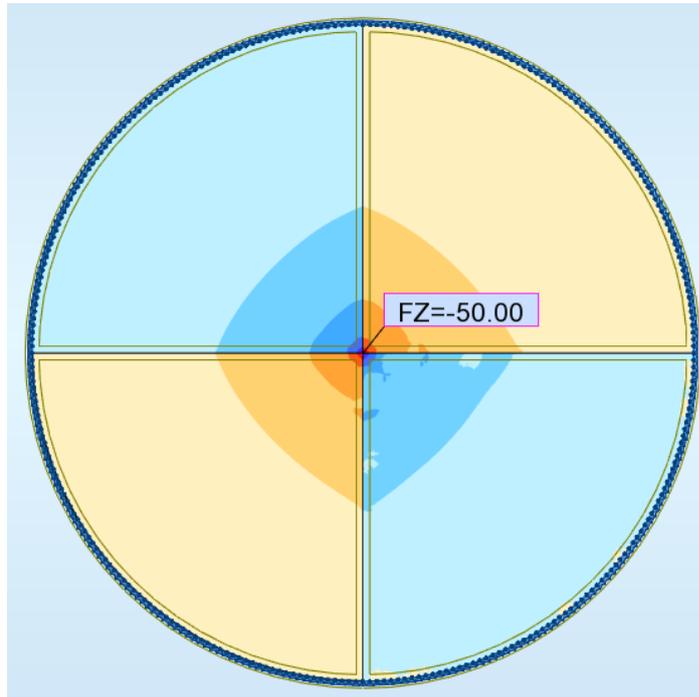


Figura F.3 – Mapeamento do momento radial.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412823/CA

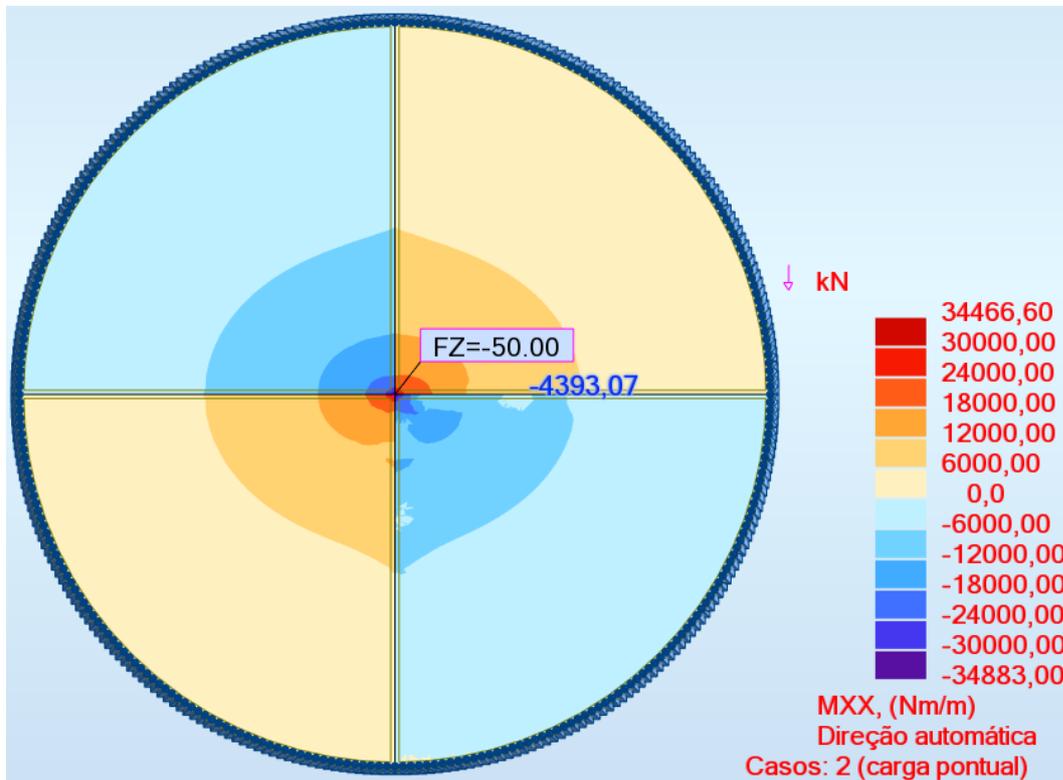


Figura F.4 –Momento radial em r = 4,5m.

Momento Circunferencial – $M\theta$

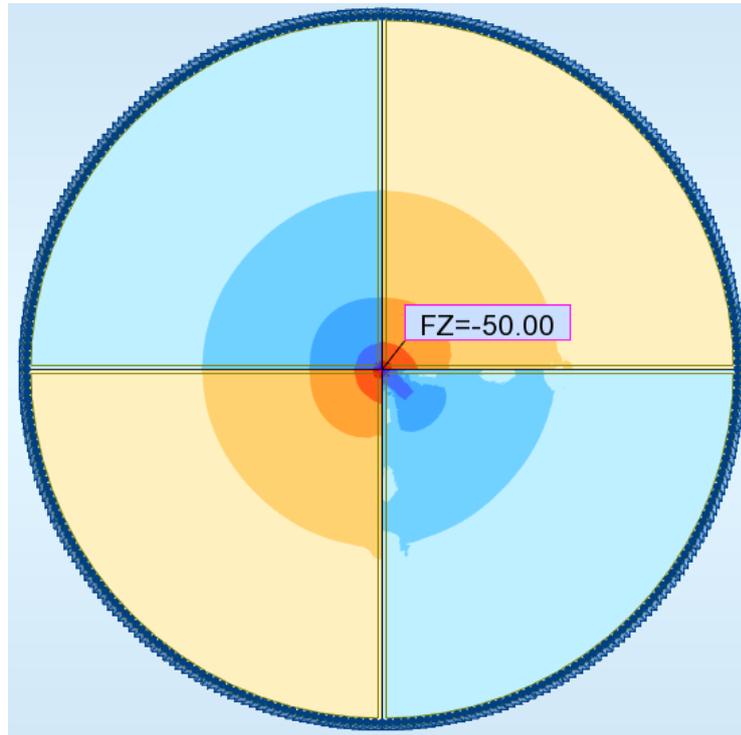


Figura F.5 – Mapeamento do momento circunferencial.

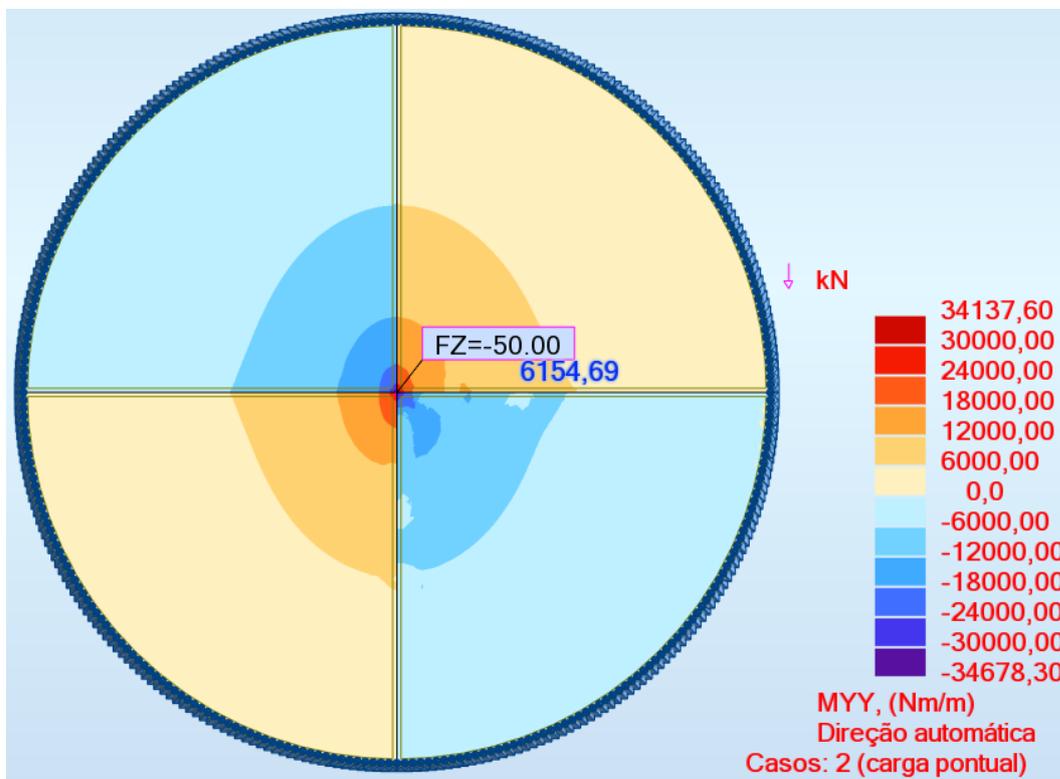


Figura F.6 – Momento circunferencial em $r = 4,5m$.

Deslocamento

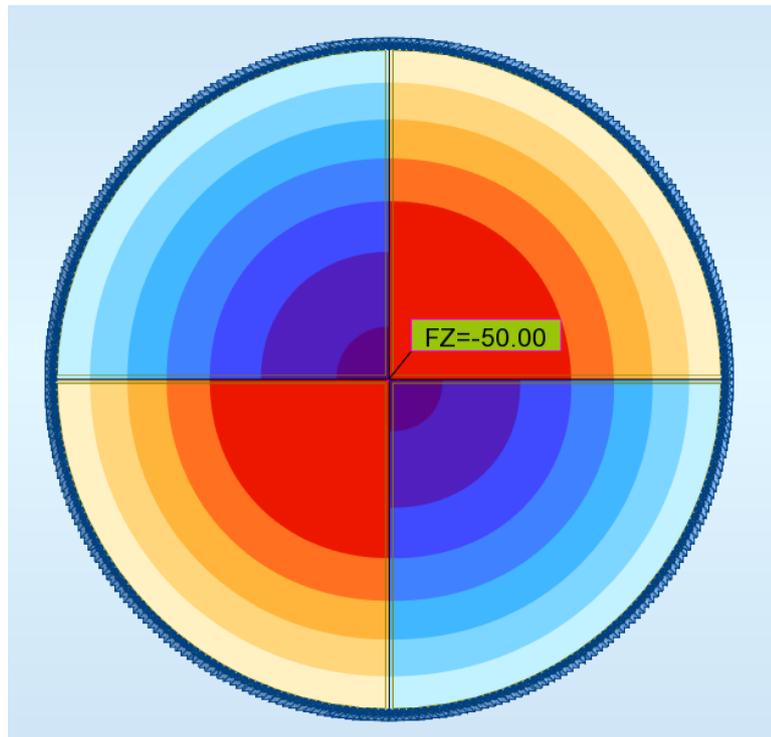


Figura F.7 – Mapeamento do deslocamento.

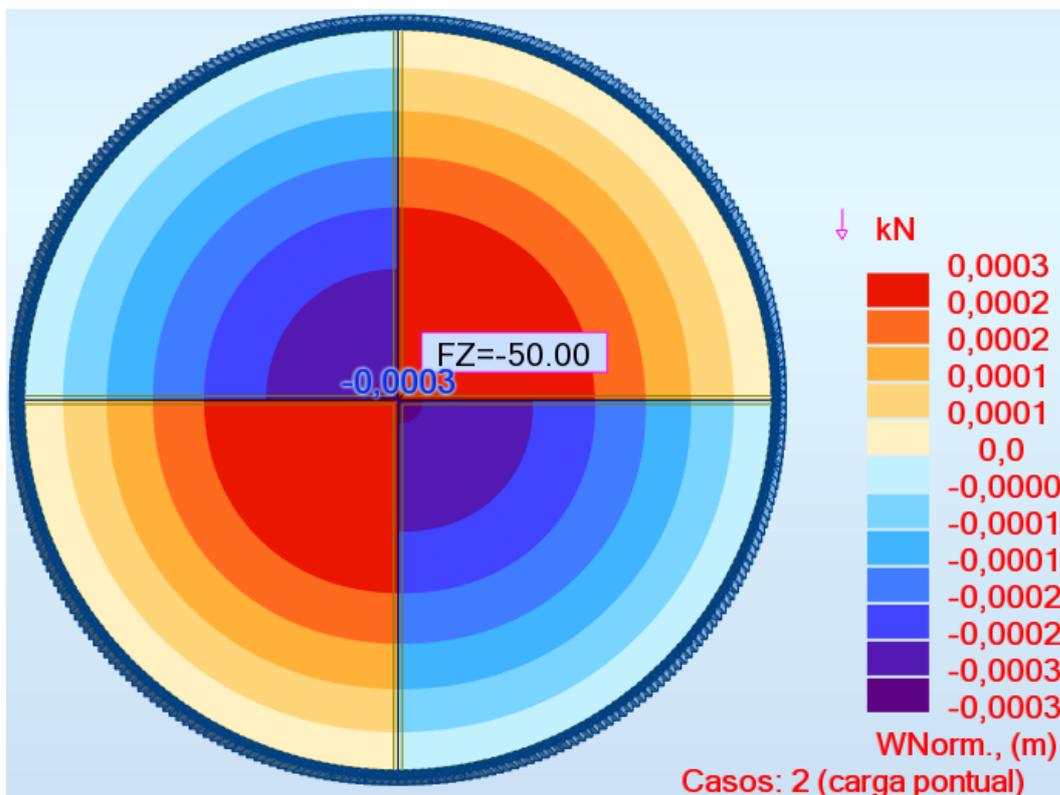


Figura F.8 – Deslocamento transversal no centro da placa.

G. Anexo G – Análise de vibrações e instabilidade

As figuras desse anexo apresentam os resultados obtidos para os 10 primeiros modos de vibração da placa a partir da modelagem de uma placa circular de espessura uniforme, apoiada no contorno da borda e sujeita a carregamento distribuído na direção da superfície da placa de 1 kN.

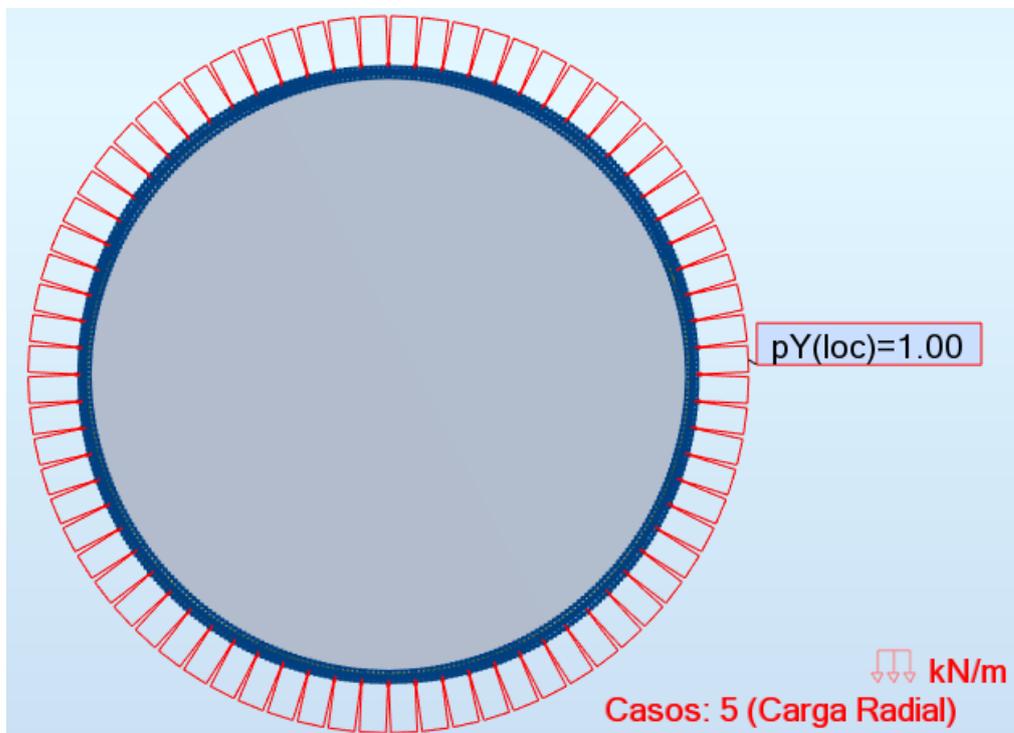


Figura G.1 – Carregamento distribuído na direção da superfície da placa, visão superior.

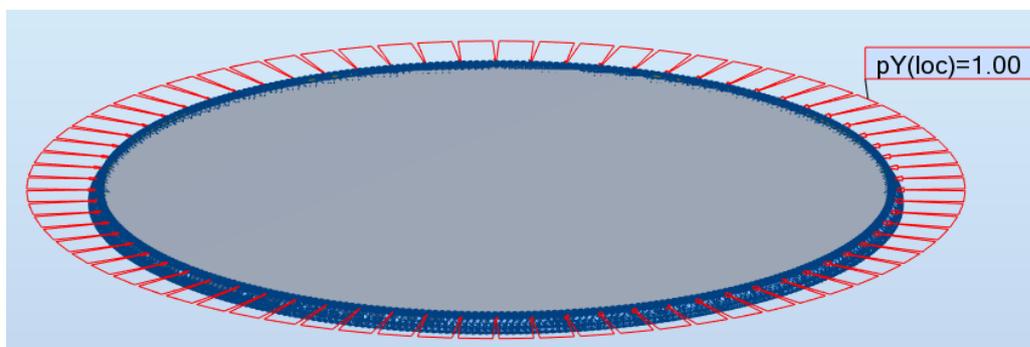


Figura G.2 – Carregamento distribuído na direção da superfície da placa, visão 3D.

Modo 1

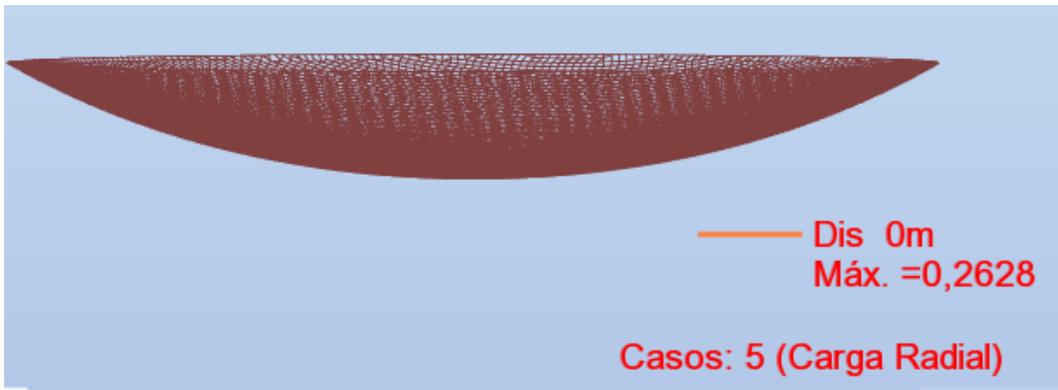


Figura G.3 – 1º modo de vibração da placa.

Modo 2

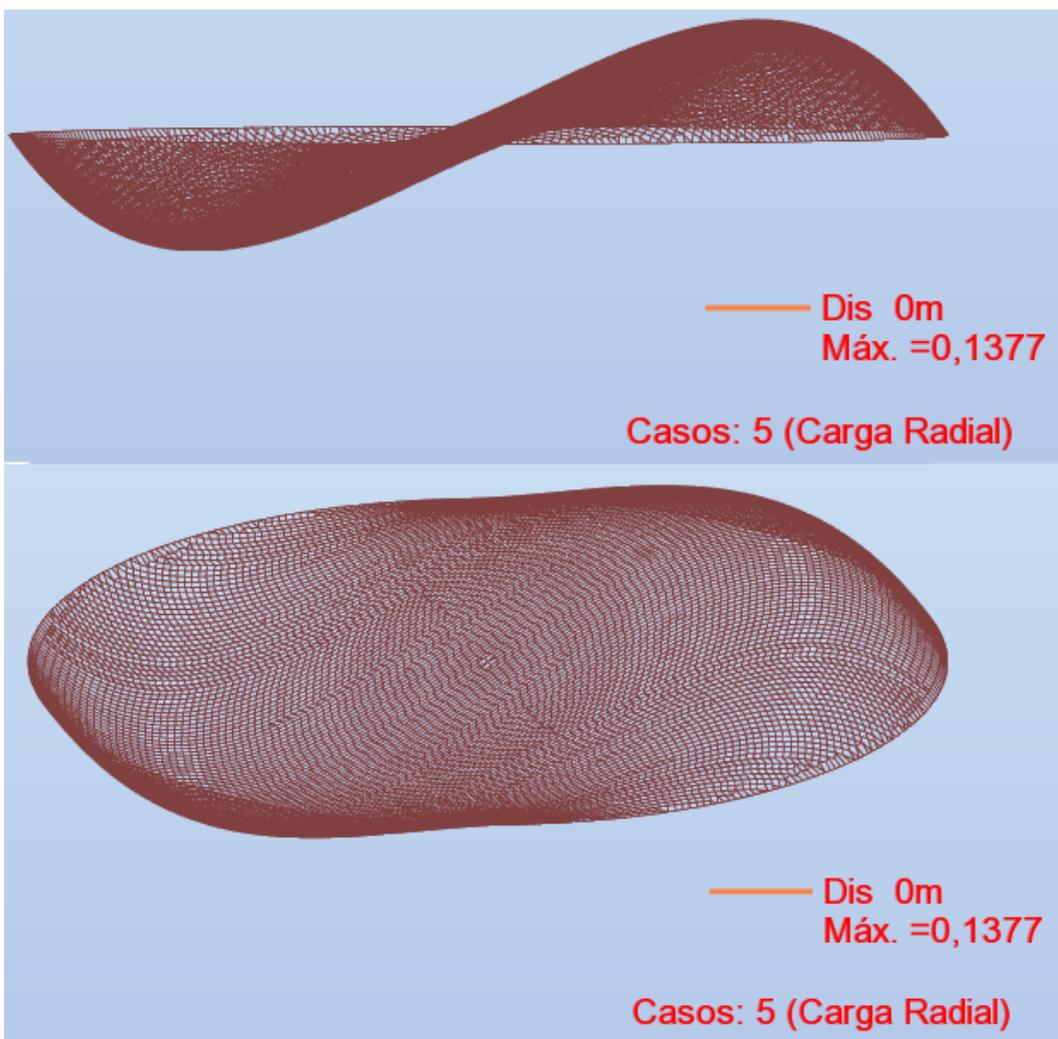


Figura G.4 – 2º modo de vibração da placa.

Modo 3

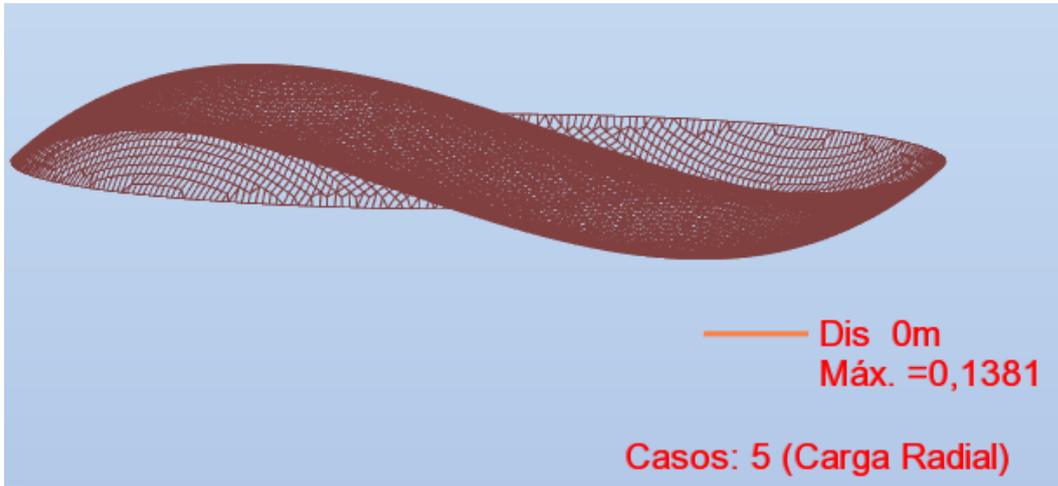


Figura G.5 – 3º modo de vibração da placa.

Modo 4

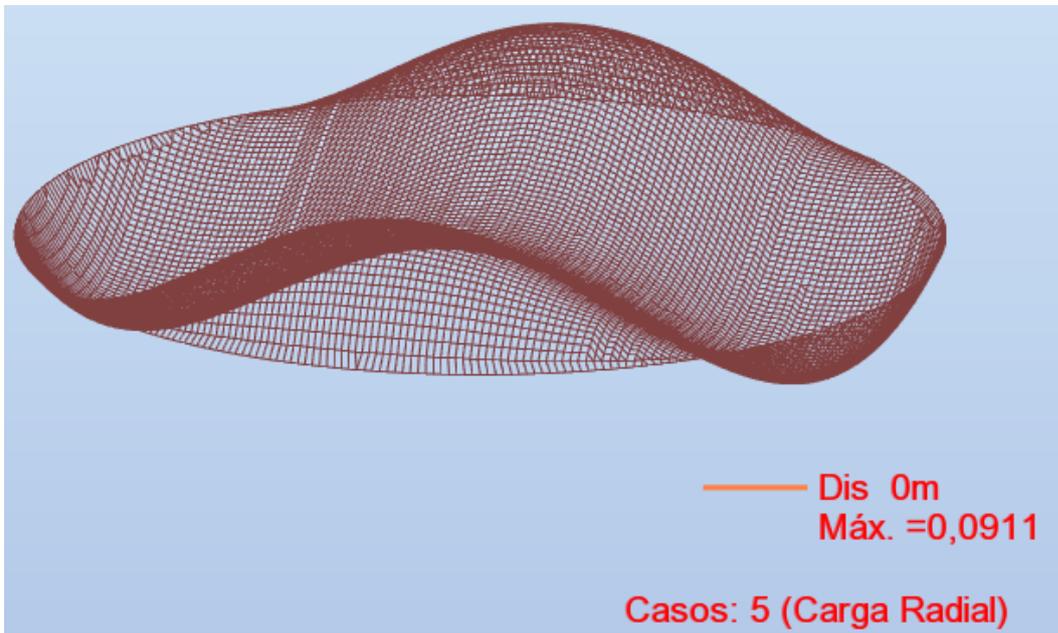


Figura G.6 – 4º modo de vibração da placa.

Modo 5

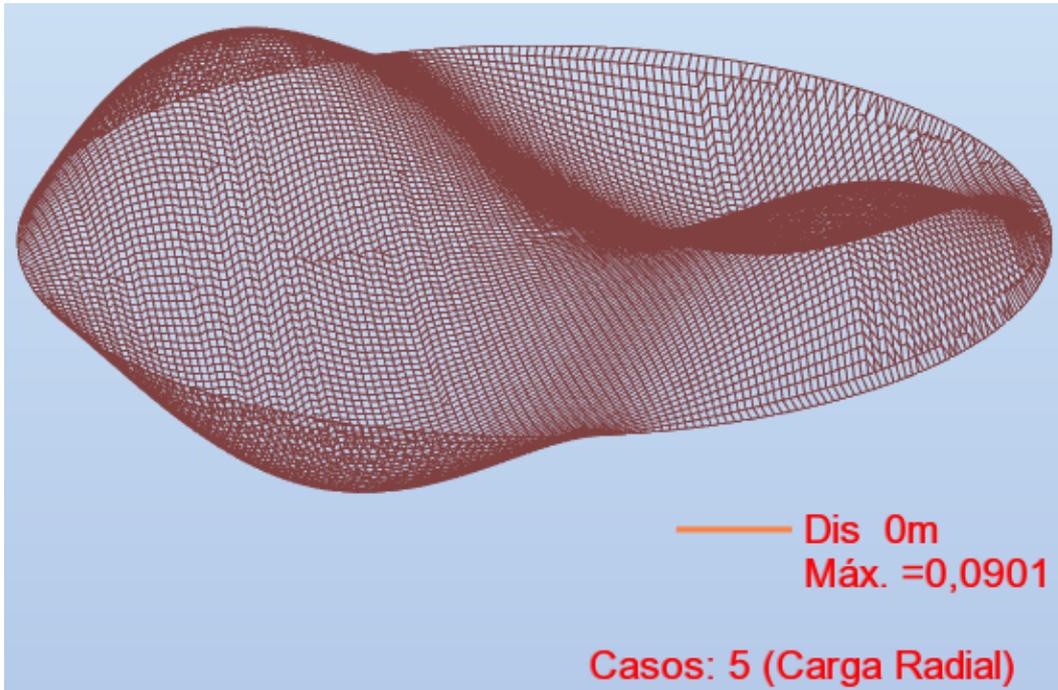


Figura G.7 – 5º modo de vibração da placa.

Modo 6

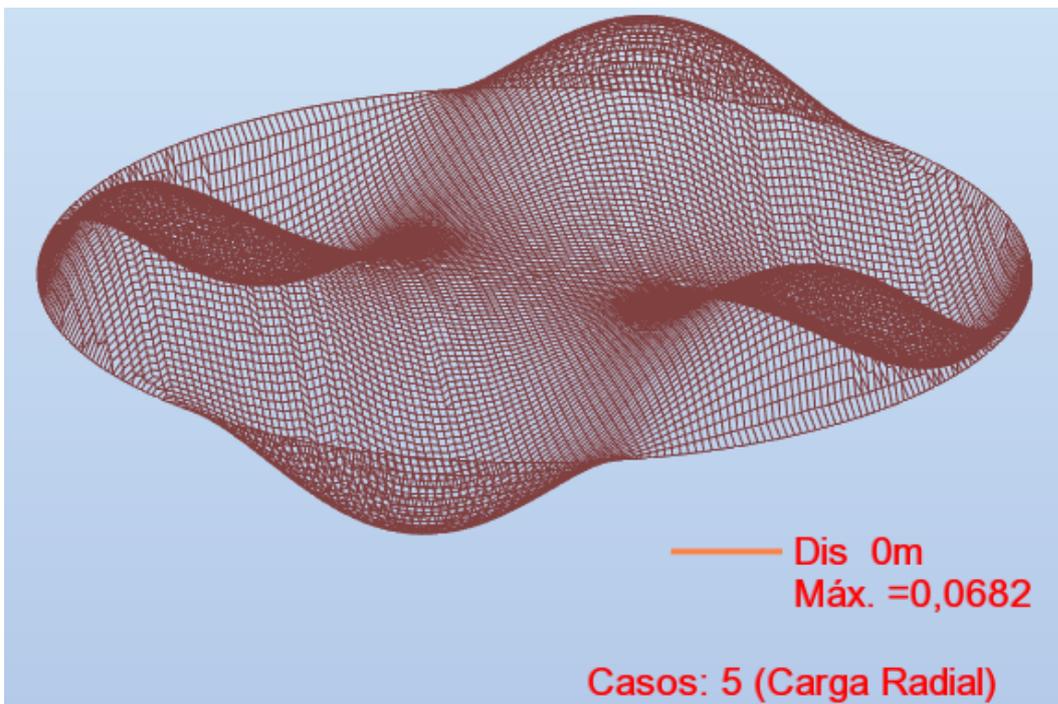


Figura G.8 – 6º modo de vibração da placa.

Modo 7

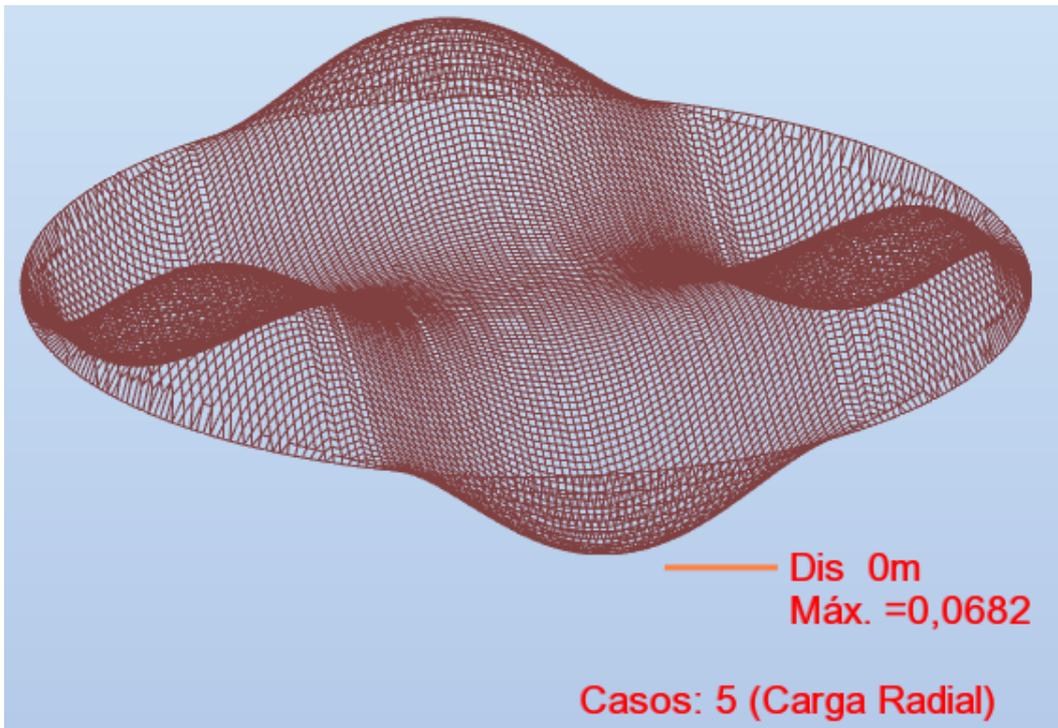


Figura G.9 – 7º modo de vibração da placa.

Modo 8

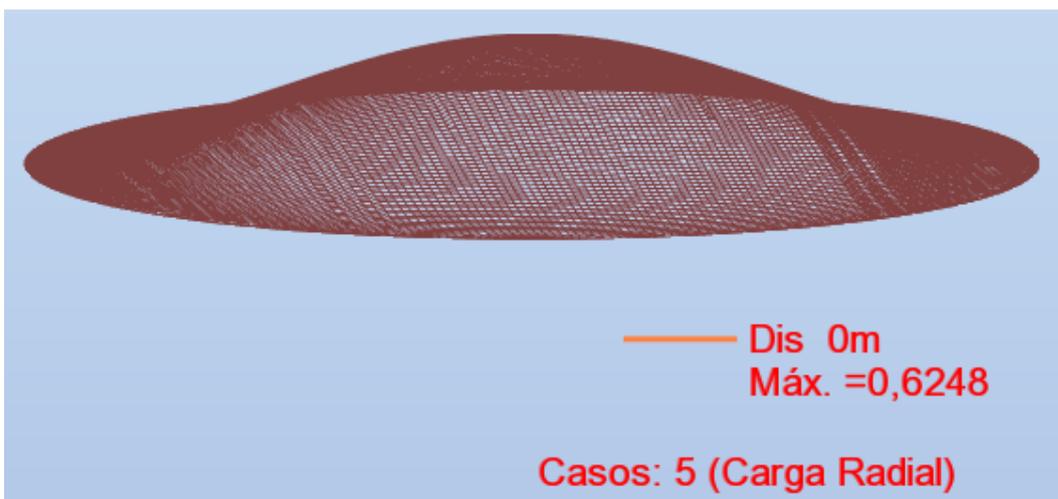


Figura G.10 – 8º modo de vibração da placa.

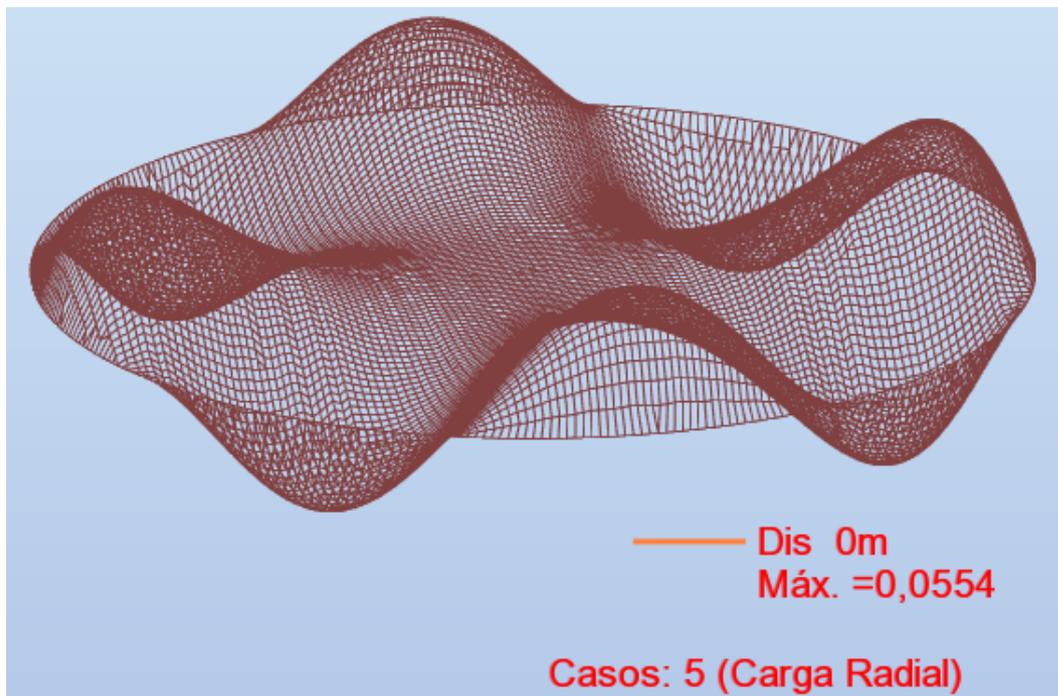
Modo 9

Figura G.11 – 9º modo de vibração da placa.

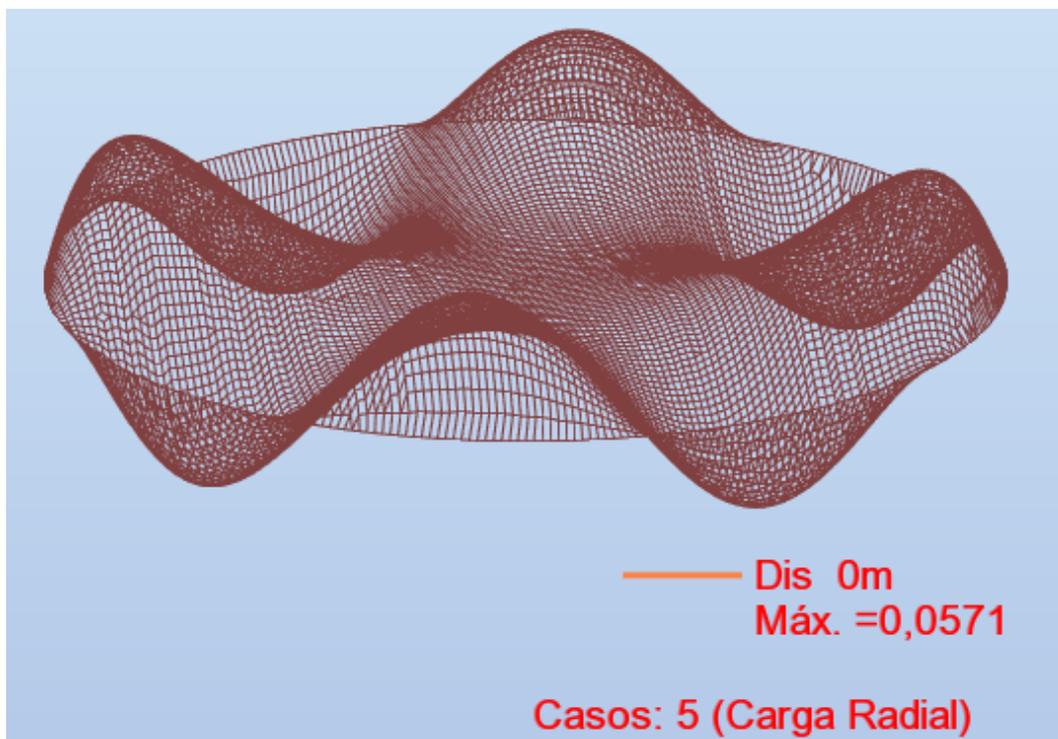
Modo 10

Figura G.12 – 10º modo de vibração da placa.