Marcelo Walter Tristão

**Simulação da dinâmica do veículo Baja SAE
modelado por diagrama de blocos**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de
Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Mauro Speranza Neto
Coorientador: Ricardo Teixeira da Costa Neto

Rio de Janeiro
Dezembro de 2016

Agradecimentos

Primeiramente agradeço ao meu coorientador Ricardo Neto por ter aceito me auxiliar na elaboração deste projeto, e por toda ajuda que ofereceu à equipe Reptiles Baja PUC-Rio. Sua tutoria foi essencial para a elaboração deste trabalho e de fundamental importância para que a equipe desenvolvesse conhecimento técnico na área automotiva. Agradeço também ao meu orientador Mauro Speranza por aceitar me auxiliar neste projeto.

Agradeço à minha família pelo incentivo durante a minha formação, por sempre apoiar minhas decisões acadêmicas e profissionais, e acreditarem no meu potencial desde o início da minha vida acadêmica.

Agradeço à equipe Reptiles, todos seus membros e ex-membros, não só por me darem a oportunidade de fazer parte da equipe, mas também por confiarem em mim e nas minhas decisões no desenvolvimento do projeto. E acima de tudo por manter a equipe, e dar aos alunos da PUC-Rio a oportunidade de se envolver em um projeto tão completo e desafiador, que foi essencial na minha formação.

Agradeço ao professor Jose Alberto Dos Reis Parise por sua tutoria neste trabalho e na minha vida acadêmica, por todo seu esforço para manter o projeto Baja SAE existente na PUC-Rio, e por confiar nas decisões da equipe no desenvolvimento de projeto.

Além das pessoas citadas, devo um enorme agradecimento aos meus amigos que me incentivaram, estudaram comigo e vivenciaram as dificuldades associadas à faculdade de engenharia mecânica comigo. Graças a eles, alavanquei minha capacidade de aprendizado e obtive resultados acima da média.

"Essentially, all models are wrong, but some are useful"

Box, G E P, Draper, N R, 1987, Empirical model-building and response surfaces, John Wiley and Sons, New York, NY.

Resumo

Simulação da dinâmica do veículo Baja SAE modelado por diagrama de blocos

Este trabalho demonstra o desenvolvimento de um modelo matemático do veículo da Equipe Reptiles Baja Puc-Rio, com o intuito de fornecer à equipe uma ferramenta poderosa para a otimização e desenvolvimento de protótipos para a competição Baja SAE.

O modelo matemático é desenvolvido por meio da metodologia de cadeia cinética, ou multicorpos, e para tal utiliza a ferramenta SimeMechanics® presente no *software* MATLAB® em interação com os modelos dos subsistemas presentes do veículo, tais como, amortecedor, pneu, freio, e trem de força, que são desenvolvidos no Simulink®, uma ferramenta para simulação, usando diagrama de blocos, de sistemas dinâmicos do MATLAB®.

O principal objetivo do modelo matemático é a análise da dinâmica da direção e suspensão do protótipo em condições similares às que os veículos são expostos nas competições de Baja SAE. Desta maneira, os modelos de trem de força, freio e resistência aerodinâmica são simplificados. Os amortecedores do veículo são do tipo telescópico, e são dotados de mola pneumática e amortecedor fluido, e para representa-los é desenvolvido um modelo termodinâmico, validado por meio de ensaio de tração.

Devido à diversidade de obstáculos presente nas competições de Baja SAE, é desenvolvido um modelo de pneu tridimensional capaz de simular o fenômeno físico da interação com diversos tipos de obstáculos e para o cálculo das forças de atrito, utilizando-se a “Formula Magica de Pacejka”.

Palavras chaves: Modelo de veículo, multicorpos, modelo de pneu, Fórmula Mágica, mola pneumática, Baja SAE

Abstract

Simulation of a Baja SAE Vehicle Dynamics modelled by block diagram

This work shows the development of a full vehicle model for the Reptiles Baja PUC-Rio Team prototype, with the intention to offer to the team a powerful tool for optimization and development of Baja SAE Competitions vehicles.

The mathematical model is developed using the kinematic chain methodology, or multibodies, for this uses SimMechanics®, a tool offered by the software MATLAB®, in interaction with the models of the vehicle subsystems, as shock absorbers, tires, brakes and power-train, those are developed in Simulink®, a MATLAB® dynamics systems simulation tool.

The main target of the mathematical model is to analyse the steering and suspension dynamic of the prototype in similar conditions of the Baja SAE competitions, thus, the power train, breaks, and aerodynamic models are simplified. The vehicle shock absorbers work with an air spring and a fluid damping, for such, is developed a thermodynamic model, that is validated by traction tests.

Because of the diversity of the obstacles in the Baja SAE competitions, is developed a three-dimensional tire model, capable of simulate the interaction with several types of obstacles, and for the friction force calculations, the "Pacejka Magic Formula" is applied.

Key-words: car model, multibodies, tire model, Magic Formula, air spring, Baja SAE

Sumário

1.	Introdução	11
1.1	Objetivo Geral	11
1.1.1	Objetivos Específicos	11
1.2	Motivação	12
2.	Desenvolvimento de Modelo Matemático	13
2.1	Apresentação do Software	13
2.2	Modelo do SimMechanics®	13
2.2.1	Massa Suspensa	18
2.3	Modelo Matemático do Fox Float 3	21
2.3.1	Modelo matemático da câmara de ar principal	23
2.3.2	Mola negativa	27
2.3.3	Amortecedor fluido	28
2.3.4	Câmara de nitrogênio	29
2.3.5	Batente na extensão do amortecedor	29
2.3.6	Atrito	30
2.4	Fox Float 3 Evol R	30
2.5	Obtenção de Parâmetros e Validação do modelo dos amortecedores	33
2.5.1	Resultados	34
2.6	Modelo do pneu	40
2.6.1	Calculo da região de contato com o piso	40
2.6.2	Forças na banda de contato	45
2.7	Sistema Freio	62
2.8	Trem de Força	63
2.9	Resistencia Aerodinâmica	66

3.	Simulações e Resultados	67
3.1	Queda livre.....	67
3.2	Pista Senoidal.....	68
3.3	Rampa.....	69
3.4	Degraus	72
3.5	Dinâmica Lateral.....	73
4.	Conclusão	77
5.	Referências Bibliográficas	78
	Anexo A – Códigos do MATLAB.....	80

Lista de Figuras

Figura 1 – Protótipo Mussurana da Equipe Reptiles Baja PUC-Rio.	11
Figura 2 - Diagrama de blocos do modelo matemático	15
Figura 3 - Diagrama de blocos da suspensão dianteira	16
Figura 4 - Diagrama de blocos da manga de eixo direita	17
Figura 5 – Sistema de coordenadas SAE	18
Figura 6 – Procedimento adotado para pesagem da carroceria e do piloto.	19
Figura 7 – Procedimento adotado para se obter o momento de inércia da carroceria incluindo o piloto.	20
Figura 8 – Desenho representativo do amortecedor Fox Float 3® (fonte: Float 3 Factory Series Owners Manual).....	22
Figura 9 – diagrama de blocos desenvolvido para o modelo da mola pneumática.....	26
Figura 10 – Gráfico da força ao longo do curso do amortecedor Fox Float 3 obtido a partir de ensaios de tração.....	27
Figura 11 – Gráfico representativo da força de atrito.	30
Figura 12 – Desenho representativo do amortecedor Fox Float 3 Evol R® (Float 3 Evol r Factory Series Owners Manual).	31
Figura 13 – Gráficos de força por deslocamento do teste 10.	35
Figura 14 – Gráficos de força por tempo do teste 10.	36
Figura 15 – Gráficos de força por deslocamento do teste 1.....	37
Figura 16 – Gráficos de força em função do tempo do teste 1.	37
Figura 17 – Gráficos de força por deslocamento e força por tempo do teste 3.	38
Figura 18 – Gráficos de força ao longo do tempo do teste 3.	38
Figura 19 – Gráficos de força por tempo do teste 12.	39
Figura 20 - Vetores radiais do pneu.	42
Figura 21 – Esquema de transformação de coordenadas.	43
Figura 22 – Diagrama de bloco esquemático do processo de obtenção do raio deformado de cada ponto do pneu.	45
Figura 23 – Modelo de forças de compressão do pneu.	46

Figura 24 – Diagrama de blocos para o cálculo da força de compressão do pneu.....	47
Figura 25 – Testes realizados no pneu.	48
Figura 26 – Resultados do teste de compressão do pneu.	49
Figura 27 – sistema de coordenadas da SAE para o pneu (Blundell e Harty, 2004).	50
Figura 28 – Diagrama de blocos da obtenção da normal do piso.....	51
Figura 29 – Modelo sugerido por Phillips (2000) (fonte: Blundell e Harty, 2004).	52
Figura 30 – Diagrama de blocos do cálculo das forças de contato pneu/piso.	57
Figura 31 – Modelo de resistencia ao rolamento (Blundell e Harty, 2004).	61
Figura 32 – Diagrama de blocos da modelagem do sistema de freio.....	63
Figura 33 - Esquema da caixa de redução do protótipo Mussurana.	65
Figura 34 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade.....	68
Figura 35 – Captura de tela da animação resultante da simulação do Mussurana se deslocando em uma pista de perfil senoidal.	68
Figura 36 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade em uma pista de perfil senoidal.	69
Figura 37 – Animação gerada na simulação de um salto.	70
Figura 38 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade durante salto.	70
Figura 39 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade durante salto.	71
Figura 40 – Captura de tela da animação no momento da aterrissagem de um salto.	71
Figura 41 – Animação da transposição de dois degraus pelo protótipo.	72
Figura 42 – Gráfico do módulo da força nos mancais das rodas dianteiras e traseiras.....	72
Figura 43 – Gráfico da normal das rodas em relação a aceleração lateral.	73
Figura 44 – Captura de tela da animação quando em simulação de uma curva de raio variável.....	74

Figura 45 – Gráfico da normal das rodas durante uma curva de raio variável..	74
Figura 46 – Gráfico da Força lateral nas rodas durante uma curva de raio variável.	75
Figura 47 – Gráfico do ângulo de deriva das rodas durante uma curva de raio variável.	75

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Relação dos testes realizados no amortecedor Fox Float 3 Evol R 34	
Tabela 2– Relação dos testes realizados no amortecedor Fox Float 3	35
Tabela 3 – Parâmetros da Formula Magica.	55
Tabela 3 (continuação) – Parâmetros da Formula Magica.	56
Tabela 4 – Valores dos coeficientes da Formula Magica.	56
Tabela 4 (continuação) – Valores dos coeficientes da Formula Magica.	57
Tabela 5 – Tabela do deslizamento real da roda.....	60

1. Introdução

1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo matemático para simular a dinâmica do veículo Baja SAE da equipe Reptiles Baja PUC-Rio, utilizando o sistema de simulação multicorpos do MATLAB®, o SimMechanics®. O veículo modelado é o protótipo de 2016, Mussurana (Figura 1), mas o modelo pode ser adaptado para outros veículos similares.

Figura 1 – Protótipo Mussurana da Equipe Reptiles Baja PUC-Rio.

1.1.1 Objetivos Específicos

Dentro desse trabalho, a fim de melhor representar as características técnicas do veículo, são apresentados o desenvolvimento de modelos

matemáticos de alguns de seus conjuntos, compondo assim o conjunto dos objetivos específicos, a saber:

1. Desenvolver dois modelos matemático-termodinâmico utilizando o Simulink para os amortecedores pneumáticos Fox Float 3 e Fox Float 3 Evol R, e validá-los em testes de tração utilizando célula de carga.
2. Desenvolver um modelo tridimensional do pneu capaz de representar o fenômeno físico de interação com diversos tipos de obstáculos.
3. Desenvolver um modelo de forças de atrito para o pneu utilizando a “Formula Mágica de Pacejka”.
4. Obter os principais parâmetros de inércia do protótipo a ser modelado.
5. Desenvolver modelos matemáticos simplificados do trem de força, freio e resistência aerodinâmica utilizando o Simulink.
6. Desenvolver um modelo do protótipo no SimMechanics® com todos os componentes da suspensão e direção, usando os modelos do Simulink® citados.
7. Elaborar diferentes pistas com condições similares as da competição de Baja SAE para avaliar o comportamento dinâmico do veículo.

1.2 Motivação

O programa estudantil Baja SAE Brasil oferece aos alunos de engenharia, comunicação e design, não só a oportunidade de colocar em prática o que se aprende em sala de aula, mas também motiva a busca por conhecimentos além dos oferecidos na grade convencional.

A motivação deste trabalho é oferecer uma ferramenta de simulação para o protótipo da equipe Reptiles, com o intuito de produzir dados para melhor balizar o desenvolvimento e aprimoramento do projeto de diversos subsistemas. E com isso aumente não só o desempenho do veículo, mas também o conhecimento técnico implementado no projeto pelos alunos de engenharia.

2. Desenvolvimento de Modelo Matemático

2.1 Apresentação do Software

O Simulink® é um software utilizado para modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos, que utiliza uma interface gráfica para construção dos modelos matemáticos na forma de um diagrama de blocos e biblioteca personalizáveis.

O SimeMechanics® é um software que usa a metodologia de cadeia cinemática, usando a abordagem por multicorpos, disponibilizado por meio de uma biblioteca de simulação de sistemas físicos presente no Simulink®. A simulação do protótipo Mussurana desenvolvida neste trabalho utiliza a interação entre os dois softwares, reservando ao SimMechanics® a modelagem da dinâmica dos corpos que aqui são considerados rígidos, enquanto que o Simulink® é usado para a modelagem dos demais sistemas dinâmicos e seus componentes, como amortecedores, pneus, trem de força e freio.

2.2 Modelo do SimMechanics®

Para a modelagem do protótipo Mussurana, seus componentes são agrupados em submontagens, sendo que a escolha dos componentes de cada grupo é feita a partir da presença ou não de movimento relativo entre os componentes. Logo, todos os grupos de peças que não se movem umas em relação às outras são definidas com uma única submontagem, e interpretado pelo SimMechanics® como um único corpo rígido.

Os corpos considerados no modelo, elencados por subsistemas, são:

- Direção:
 - tirantes
 - cremalheira

- Suspensão:
 - balanças inferiores
 - balanças superiores
 - tirantes de alinhamento traseiros
 - parte superior do amortecedor
 - parte inferior do amortecedor
 - mangas e pinças de freio
- Rodas:
 - rodas, pneus, e cubos de roda
- Transmissão:
 - semieixos
 - juntas internas das homocinéticas
 - juntas externas das homocinéticas
- Massa suspensa
 - chassi e todos os componentes presos a ele, incluído o piloto

Para cada corpo citado acima são necessárias uma representação geométrica para a animação, suas massas, e seus momentos de inércia. Para isso é utilizado o SolidWorks®, um software de CAD, onde são criadas as submontagens, que são posteriormente exportadas para o SimMechanics® por meio de blocos do tipo “Solid”. Para obter as propriedades de massa, cada peça foi pesada utilizando uma balança convencional, e o momento de inércia é calculado utilizando a geometria fornecida pelo SolidWorks®. Esse procedimento é executado para todos os corpos rígidos considerados, exceto a massa suspensa, pois a obtenção de seus parâmetros por meio do programa é pouco precisa, principalmente porque o piloto deve ser incluído no cálculo. Assim, a carroceria é representada graficamente apenas pela “gaiola e carenagem”, e a obtenção de suas propriedades inerciais é discutida posteriormente.

A interação entre os corpos no SimMechanics® é feita por meio de blocos do tipo “junta”, que restringem graus de liberdade entre dois corpos vinculados. Como um dos objetivos deste trabalho é simular os esforços aos quais as peças

são submetidas, a escolha da junta utilizada entre dois corpos considera, não só o grau de liberdade entre eles, mas também a maneira com que os esforços são transmitidos de um para o outro. Um exemplo é a interação da balança de suspensão com o chassi, onde é possível representar a dinâmica por meio de uma única junta de revolução, mas escolheu-se representar por duas juntas esféricas, presentes nos dois pontos de fixação da balança no chassi. Isso torna possível utilizar as forças computadas nas juntas para posteriormente realizar simulações por meio do Método de Elementos Finitos, tanto nas balanças quanto no chassi.

Na Figura 2 encontra-se o diagrama de blocos desenvolvido em ambiente Simulink® composto por seis blocos personalizados que representam os subsistemas do veículo, e o referencial global.

Figura 2 - Diagrama de blocos do modelo matemático

Para analisar a metodologia aplicada no modelo, considera-se o bloco da suspensão dianteira, representado na Figura 3. Esse subsistema é composto por um bloco de transformação de coordenada invariante no tempo (bloco “Rotação”), e sete blocos personalizados, onde cada um representa um componente da suspensão.

Figura 3 - Diagrama de blocos da suspensão dianteira

Considera-se o diagrama de blocos contido no bloco personalizado “Manga de Eixo Direita” representado na Figura 4. O bloco “Manga de Eixo” é um bloco de tipo “Solid”, que contém a representação geométrica importada do SolidWorks®, a massa, e o momento de inércia da peça. Os blocos “Translação” 1, 2, e 3 são transformadas de coordenadas que representam a translação a partir da origem do referencial da peça até os pontos onde são fixados os terminais rotulares da balança de suspensão superior, da balança de suspensão inferior, e do tirante da direção, respectivamente. Os blocos “Junta Esférica” são blocos do tipo junta que permitem rotação nos três eixos entre o referencial de

entrada (B) e o referencial de saída (F). O bloco “Translação 4” representa a translação a partir da origem do referencial da peça até o centro da roda, onde utiliza-se o bloco “Junta de Revolução”, que, por sua vez, permite rotação em torno de um único eixo, entre os referenciais de entrada e saída, representando, ainda, o grau de liberdade de rotação existente entre a manga de eixo e o cubo de roda (“spin” da roda). O bloco personalizado “Sistema de Freio” aplica torque na junta de revolução, e é discutido posteriormente.

Figura 4 - Diagrama de blocos da manga de eixo direita

A metodologia utilizada para a manga de eixo é aplicada para todas as submontagens consideradas, e o modelo computa toda a cinemática da suspensão e direção, assim como a dinâmica e a inércia de cada componente. Tem-se então um sistema de quatorze graus de liberdade, assim distribuídos:

seis da carroceria (rotações e translações nos três eixos coordenados); um para cada roda, representando o deslocamento guiado pela configuração da suspensão, visto que o protótipo possui suspensão independente nas quatro rodas; um grau de liberdade devido ao esterçamento das rodas dianteiras; um grau de liberdade de rotação em torno do próprio eixo (“spin”), para cada roda dianteira, e, finalmente, um único grau de liberdade devido à rotação das rodas traseiras, visto que o protótipo não possui diferencial – as rodas traseiras giram sempre com a mesma velocidade angular.

2.2.1 Massa Suspensa

A obtenção dos parâmetros inerciais da massa suspensa foi feita de maneira experimental. Para fins de orientação, adota-se o sistema de coordenadas segundo a SAE, demonstrado na Figura 5.

Figura 5 – Sistema de coordenadas SAE

O primeiro passo foi obter sua massa e o centro de gravidade, considerando-se como simplificação que a distribuição de massa é simétrica em relação ao plano xz. Em seguida, todas as peças da suspensão e direção do protótipo são retiradas de maneira a restar apenas a massa suspensa. O piloto ocupa seu posto no protótipo com todos os equipamentos de segurança previstos nas normas da competição. Duas balanças são posicionadas, uma na parte da frente e outra na parte de trás da gaiola, ambas apoiadas em apenas

um tubo transversal cada uma, para que força da gaiola sobre a balança seja considerada pontual em relação ao plano xz (Figura 6).

Figura 6 – Procedimento adotado para pesagem da carroceria e do piloto.

Foram realizadas quatro medições; em seguida as balanças foram trocadas de posição e repetiu-se o procedimento, para minimizar erros de medida. Após este procedimento foi possível determinar a massa e a posição y do centro de gravidade por meio da Equação 1.

$$Y_{CG} = Y_{B1} - \frac{(Y_{B1} - Y_{B2})N_2}{N_1 + N_2} \quad (1)$$

sendo:

Y_{B1} e Y_{B2} : posições das balanças 1 e 2 respectivamente;

N_1 e N_2 : Forças normais medidas pelas balanças 1 e 2, respectivamente;

O valor obtido para a posição Y do Centro de gravidade foi 785 mm a partir da extremidade traseira do chassi, e a massa total de 177,2 kg.

Em seguida, para a obtenção da altura do centro de gravidade, a gaiola foi inclinada no eixo Y a um ângulo θ , apoiada nos mesmos dois pontos, e a balança posicionada na traseira da gaiola (ponto 2). Desta maneira, calcula-se a altura do CG por meio da Equação 2:

$$Z_{CG} = \frac{Y_{CG} - \left[Y_{B1} - \frac{(Y_{B1} - Y_{B2})N_{2I}}{P} \right]}{\text{tg}(\theta)} \quad (2)$$

A altura do centro de gravidade do chassi calculada é de 215 mm, a partir do assoalho.

Para a obtenção do momento de inércia, optou-se por medi-los nos eixos X, Y e Z, e aproximar o produto de inércia para zero. Assim, o momento de inércia em um eixo arbitrário é calculado linearmente a partir dos eixos X, Y e Z. O procedimento para o cálculo do momento de inércia consiste em suspender o conjunto do chassi de maneira a criar um pêndulo. O sistema é posto para oscilar em torno dos três eixos ortogonais, como mostrado na Figura 7, e mede-se o período de oscilação em cada caso.

Figura 7 – Procedimento adotado para se obter o momento de inércia da carroceria incluindo o piloto.

O período de oscilação é medido três vezes para cada eixo por quatro pessoas diferentes, para minimizar os erros de medida. A partir da expressão para o cálculo do período de oscilação natural de um pendulo, Equação 3, é possível obter o momento de inércia.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_p}{mgd}} \quad (3)$$

onde,

m : massa suspensa, incluindo o piloto;

g : aceleração da gravidade;

d : distância do centro de gravidade até o eixo de oscilação;

I_p : momento de inércia do pêndulo.

Usando o Teorema de Steiner, Equação 4, obtém-se o momento de inércia no eixo que passa pelo centro de gravidade, I_{CG} .

$$I_p = I_{CG} + md^2 \quad (3)$$

Os valores obtidos para os momentos de inércia são, $29,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ para o movimento de inclinação lateral da massa suspensa em torno do eixo X, (rolagem), $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ para o movimento de deslocamento angular da massa suspensa em torno do eixo Y (arfagem), e $42,9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ para o movimento de mudança de direção em torno do eixo Z (guinada).

2.3 Modelo Matemático do Fox Float 3

O amortecedor Fox Float 3, representado na Figura 8, é um conjunto mola pneumática do tipo pistão/cilindro onde a pressão inicial é regulada usando uma

bomba, e um amortecedor hidráulico mono-tubo, dotado de pistão flutuante que separa a câmara de trabalho, onde fica o óleo, de uma câmara contendo nitrogênio a alta pressão. Possui ainda uma mola dita negativa, que atua no início do curso do amortecedor, e produz uma força contrária à força produzida pela mola pneumática.

O modelo matemático é dividido em seis partes, que são:

- mola pneumática da câmara de ar principal
- mola negativa
- amortecedor fluido
- câmara de nitrogênio
- batente da extensão do amortecedor
- atrito

Figura 8 – Desenho representativo do amortecedor Fox Float 3® (fonte: Float 3 Factory Series Owners Manual)

2.3.1 Modelo matemático da câmara de ar principal

Trata-se de um sistema hermético de pistão e cilindro onde a força da mola se faz pela compressão do gás. O gás utilizado é o ar atmosférico, sem qualquer filtro de umidade. Assim, as constantes do gás devem ser calculadas considerando a umidade do ambiente onde o amortecedor é calibrado. Para isso é necessário calcular a pressão de vapor d'água (equação 5):

$$vp = HR_v T_{amb} \quad (4)$$

sendo que:

vp : pressão de vapor d'água, em Pa ;

H : umidade absoluta do ar em kg/m^3 ;

R_v : constante universal do vapor de água, em $J/kg K$;

T_{amb} : temperatura ambiente, em K .

Em seguida, calcula-se a taxa de mistura, w (Equação 6):

$$w = \frac{R vp}{R_v P_{atm}} \quad (5)$$

onde P_{atm} é a pressão atmosférica em Pa .

Com isso calcula-se a constante universal do ar úmido, R_m (Equação 7):

$$R_m = (0,6w + 1)R \quad (6)$$

Obtém-se também o calor específico a volume constante do ar úmido, C_{vm} (Equação 8):

$$C_{vm} = (1 + w)C_v \quad (7)$$

O modelo matemático da compressão politrópica é feito a partir da conservação de energia do sistema, e assim a taxa de variação da energia é igual à taxa de troca de calor subtraída da taxa de realização de trabalho (Equação 9) (Parise 2016).

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \frac{\delta W}{\delta t} \quad (8)$$

Por ser um sistema hermético, a variação de energia é igual à variação da entalpia do gás (Equação 10):

$$\frac{dE}{dt} = m \frac{du}{dt} = mC_{vm} \frac{dT}{dt} \quad (9)$$

Onde m é a massa do gás, T a temperatura em K , e u a entalpia.

A taxa de variação do trabalho pode ser definida pela Equação 11:

$$\frac{\delta W}{\delta t} = P \frac{dV}{dt} = PA_c \frac{dx}{dt} \quad (10)$$

sendo

P : pressão da câmara, em Pa;

V : volume da câmara, em m^3 ;

A_c : área da seção reta do cilindro, em m^2 ;

x : posição do êmbolo, em m ;

E a taxa de variação de calor definida pela Equação 12:

$$\dot{Q} = (T_p - T)A_t U \quad (11)$$

onde

A_t : área de troca de calor, em m^2 ;

U : coeficiente de troca de calor, em W/m^2K ;

T e T_p : respectivamente, temperaturas do ar e da parede do cilindro, em K.

Tem-se, assim, a equação diferencial para o cálculo da temperatura (Equação 13):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{mC_{vm}} \left[(T_p - T)A_t U - PA_c \frac{dx}{dt} \right] \quad (12)$$

Utiliza-se a lei dos gases ideais $P = \frac{mRT}{V}$ para definir a pressão dentro do cilindro, obtendo a seguinte equação diferencial (Equação 14):

$$P = \frac{mR_m}{V} \int \left[\frac{(T_p - T)A_t U - P A_c \frac{dx}{dt}}{mC_{vm}} \right] dt \quad (13)$$

A partir da Equação 15 obtém-se a força produzida pela mola pneumática, F_p :

$$F_p = -(P - P_{atm}) A_c \quad (14)$$

Estas equações são montadas em diagrama de blocos utilizando o Simulink® (Figura 9), e a rotina de integração MATLAB® é a “ODE 3”, método de Runge-Kutta de terceira ordem, com passo fixo de 1 ms.

Figura 9 – diagrama de blocos desenvolvido para o modelo da mola pneumática.

Vale ressaltar que a massa de ar é calculada por meio da lei dos gases ideais considerando as condições iniciais do sistema (Equação16):

$$m = \frac{P_0 V_0}{R_m T_{amb}} \quad (15)$$

2.3.2 Mola negativa

A mola negativa do Fox Float 3 é uma mola helicoidal linear com comprimento menor que o curso total do amortecedor. Essa mola é necessária porque durante o início da compressão, a taxa de variação da força ao longo do curso, isso é, a rigidez do sistema, é muito baixa, o que reduziria a frequência natural do sistema enquanto o amortecedor está no início do curso. Assim, a força produzida é contrária à da mola pneumática, diminuindo a força total; enquanto o amortecedor é comprimido, a mola linear é distendida – desta maneira, durante o intervalo de atuação da mola negativa, a rigidez do sistema é a soma das rigidezes das molas pneumática e linear, e a força total é a diferença entre a força da mola pneumática e a força da mola negativa.

No gráfico da Figura 10 observa-se claramente a atuação da mola linear durante o início da compressão.

Figura 10 – Gráfico da força ao longo do curso do amortecedor Fox Float 3 obtido a partir de ensaios de tração.

Tem-se então que a expressão matemática que representa a mola negativa F_{Mn} é (Equação 17):

$$\begin{cases} F_{Mn} = (L_{Mn} - x)K_{Mn} & \text{se } x < L_{Mn} \\ F_{Mn} = 0 & \text{se } x > L_{Mn} \end{cases} \quad (16)$$

Onde L_{Mn} é o comprimento da mola, e K_{Mn} a rigidez.

2.3.3 Amortecedor fluido

O amortecimento do sistema baseia-se na produção de força contrária ao movimento, devido à passagem do óleo por orifícios presentes na válvula do pistão que trabalha dentro de um cilindro selado. Tais orifícios restringem a passagem de fluido, dependendo da direção do movimento, e como efeito, as forças de amortecimento do sistema durante a compressão e durante a extensão são diferentes. O sistema de amortecimento também conta com um pistão flutuante e uma câmara contendo nitrogênio confinado em alta pressão, que mantém o óleo pressurizado, diminuindo a possibilidade de haver cavitação.

O modelo adotado para simular o amortecimento assume que a força aumenta linearmente com a velocidade de acordo com uma constante que está ligada à passagem de óleo pelos orifícios do pistão. Logo, o modelo possui duas constantes de amortecimento, uma para a compressão e outra para a distensão do amortecedor (Equação 18).

$$\begin{cases} F_a = -c_c v & \text{se } v > 0 \\ F_a = -c_e v & \text{se } v < 0 \end{cases} \quad (17)$$

Onde c_c e c_e são as constantes de amortecimento de compressão e extensão, respectivamente, e v a velocidade relativa do pistão.

2.3.4 Câmara de nitrogênio

A câmara de nitrogênio tem como função principal aumentar a pressão do óleo, porém acarreta em um efeito secundário, uma vez que produz uma força sobre a haste. Devido a essa construção, funciona como uma segunda mola pneumática atuando sobre a área da seção da haste, que, por sua vez, é muito menor que a do pistão. Além disso, a taxa de compressão é pequena quando comparada com a câmara principal, resultando em pouca variação na força ao longo da compressão.

Devido à pequena influência da força produzida pela câmara de nitrogênio no sistema, decidiu-se simplificar o modelo considerando apenas uma compressão adiabática (Equação 19):

$$F_N = -A_h P_{0N} \left(\frac{V_{0N}}{V_{0N} - A_h x} \right)^{\frac{C_p}{C_v}} \quad (18)$$

Onde,

A_h : área de seção reta da haste;

P_{0N} : pressão inicial do nitrogênio;

V_{0N} : volume inicial da câmara de nitrogênio;

C_p e C_v :calores específicos do nitrogênio a pressão constante e volume constante, respectivamente.

2.3.5 Batente na extensão do amortecedor

Ao se estender o contato entre duas peças do amortecedor, uma presa na haste e outra no limite superior da câmara de óleo, entra em ação um batente com alta rigidez. Para o modelo matemático desse batente, o mesmo é

considerado uma mola linear de altíssima rigidez, quando comparada à rigidez da suspensão (Equação 20).

$$\begin{cases} F_b = -K_b x & \text{se } x < 0 \\ F_b = 0 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad (19)$$

sendo K_b a rigidez do batente em N/m

2.3.6 Atrito

Para finalizar o modelo, considera-se uma força de atrito (Figura 11) proveniente do deslizamento da borracha de vedação na parede do cilindro. Para simplificar o modelo matemático de atrito, é considerado um fator que multiplicado pela velocidade resulta em força de atrito. Entretanto, tal força não ultrapassa um determinado valor de saturação. Uma vez que tal fator possui um valor muito alto, a força de atrito é constante, salvo em velocidades muito baixas.

Figura 11 – Gráfico representativo da força de atrito.

2.4 Fox Float 3 Evol R

O amortecedor Fox Float 3 Evol R (Figura 12) possui poucas diferenças em relação ao Fox Float 3. A principal é uma câmara secundária separada da câmara principal por um pistão flutuante com batente; assim, quando a pressão da câmara principal é maior que a pressão inicial da câmara secundária, o volume da câmara principal aumenta enquanto o volume da câmara secundária

diminui. Logo, a única diferença entre os dois modelos matemáticos está na modelagem da mola pneumática. Esse mecanismo permite maior regulação sobre o amortecedor, podendo alterar a curva de amortecimento, e controlar a pré-carga e a rigidez separadamente.

Além disso, o Fox Float 3 Evol R possui um sistema que permite regular a válvula do amortecedor, de maneira a alterar a constante de amortecimento apenas durante a distensão. Esse sistema não altera o modelo matemático, porém permite regular um parâmetro para aumentar o desempenho do veículo.

Figura 12 – Desenho representativo do amortecedor Fox Float 3 Evol R® (Float 3 Evol r Factory Series Owners Manual).

Para a câmara principal é utilizado o mesmo modelo matemático demonstrado anteriormente, com a única diferença de que a derivada do volume não se resume à área do pistão multiplicado por sua velocidade. Agora, para obter a taxa de variação do volume é necessário calcular o deslocamento do pistão flutuante.

Para simplificar o sistema, a massa do pistão flutuante e atrito do mesmo contra a parede são desprezados. Assim, sempre que o pistão não estiver em contato com o batente, isto é, sempre que o volume da câmara secundária for menor que o volume máximo, as pressões das duas câmaras são consideradas iguais. De acordo com essa hipótese, o volume da segunda câmara é calculado a partir da pressão, e a equação diferencial que representa sua variação é (Equação 21):

$$\frac{dV_2}{dt} = \left(1 + \frac{C_{vm}}{R_m}\right)^{-1} \left[\left(\frac{T_p}{P} - \frac{V_2}{m_2 R_m}\right) A_t U - \left(\frac{V_2 C_{vm}}{P R_m} \frac{dP}{dt}\right) \right] \quad (20)$$

onde,

V_2 : volume da câmara secundária;

m_2 : massa de ar presente na câmara secundária.

Tem-se então a taxa de variação do volume da cama principal (Equação 22):

$$\frac{dV}{dt} = A_c \frac{dx}{dt} + \frac{dV_2}{dt} \quad (21)$$

Quando o volume da câmara secundária atinge o volume máximo, é necessário mudar o equacionamento do sistema, e nessas condições o volume é conhecido, mas não a pressão. Tem-se assim (Equação 23):

$$P_2 = \frac{m_2 R_m}{V_{02}} \int \left[\frac{(T_p - T_2) A_t U}{m_2 C_{vm}} \right] dt \quad (22)$$

2.5 Obtenção de Parâmetros e Validação do modelo dos amortecedores

Para validação e obtenção de parâmetros, foram executados testes de tração nos amortecedores; a escolha dos testes é feita de maneira a isolar o máximo possível os efeitos de cada parâmetro dos demais.

O procedimento da primeira sessão de testes é comprimir o amortecedor, executar uma pausa, e em seguida o distender. O teste é executado em baixa velocidade (10 mm/min) de maneira a minimizar os efeitos do amortecimento e troca de calor. O amortecedor foi regulado com uma pressão inicial igual a 1,4 Mpa (200 psi) na câmara secundária, enquanto a câmara principal foi regulada com aproximadamente 414 kPa (60 psi) em um primeiro momento; posteriormente, com aproximadamente 550 kPa (80 psi). Assim a câmara secundária não faz qualquer efeito no sistema durante o início do curso do amortecedor. Com esses testes é possível definir o volume da câmara principal, força de atrito, volume e pressão da câmara de nitrogênio, e rigidez e comprimento da mola negativa para os dois amortecedores. Em seguida, realiza-se um teste da mesma maneira, porém com 414 kPa (60 psi) nas duas câmaras. Desse modo consegue-se definir o volume da câmara secundária.

A segunda seção de testes é dividida em duas partes; a primeira onde é feito o mesmo procedimento, porém com velocidades mais altas; e depois, também com velocidades altas, o tempo de espera entre a compressão e a

distensão é reduzido a zero, produzindo ondas triangulares. Esses testes são realizados nas mesmas condições de pressão dos primeiros, sendo a válvula do Fox Float 3 Evol R regulada para assumir duas posições extremas (maior e menor amortecimento). Com esses testes é possível definir as constantes de amortecimento e também o coeficiente de troca de calor para os dois amortecedores.

2.5.1 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados dos testes realizados nos amortecedores, e a comparação do modelo matemático com os dados empíricos. Na Tabela 1 encontra-se a relação dos testes realizados no amortecedor Fox Float 3 Evol R, e na Tabela 2 do amortecedor Fox Float 3.

Tabela 1 – Relação dos testes realizados no amortecedor Fox Float 3 Evol R

Teste	Pressão da Câmara Principal (psi)	Pressão da Câmara Secundária (psi)	Amortec.	Vel. (mm/min)	Tempo de Espera (min)	Amplitude (mm)	Pos. Inicial (mm)
1	70	200	Mín	1000	0	20	24,7
2	70	200	Mín	1500	0	20	24,7
3	70	200	Máx	1000	0	20	24,7
4	70	200	Máx	1500	0	20	24,7
5	70	70	Mín	1000	0	20	24,7
6	70	70	Mín	1500	0	20	24,7
7	60	60	Mín	10	1	80	0
8	60	200	Mín	1000	1	80	0
9	78	200	Mín	10	1	80	0
10	60	200	Mín	10	1	80	0
11	60	200	Mín	1000	1	80	0

Tabela 2– Relação dos testes realizados no amortecedor Fox Float 3

Teste	Pressão (psi)	Velocidade (mm/min)	Tempo de Espera (min)	Amplitude (mm)	Posição Inicial (mm)
12	60	1000	1	80	0
13	60	1500	1	80	0
14	80	10	---	97	0
15	80	100	---	92	0
16	80	1000	---	83	0
17	60	10	---	97	0
18	60	100	---	97	0
19	60	1000	---	98	0

Para cada um dos testes realizados, a posição do amortecedor em função do tempo é utilizada como entrada para o modelo matemático, e os dados empíricos e provenientes do modelo são apresentados no mesmo gráfico para a análise dos resultados (Figura 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19).

Figura 13 – Gráficos de força por deslocamento do teste 10.

Figura 14 – Gráficos de força por tempo do teste 10.

O teste 10, cujos resultados são representados nas Figura 13 e 14, é um teste de baixa velocidade realizado no amortecedor Fox Foat 3 Evol R. No gráfico da força pelo deslocamento é possível perceber um deslocamento para baixo na curva de distensão. Isso se deve pela força de atrito e pelo amortecimento, que durante a compressão atuam em direções opostas à distensão. Porém, por este teste ser quase estático, a força de amortecimento pode ser desprezada. Vale notar o ruído presente nos dados empíricos, e seus efeitos sobre os dados do modelo matemático. O ruído deve-se principalmente pela falta de precisão do controlador da máquina de tração, que produz uma pequena oscilação de velocidade, acarretando, por sua vez, em uma variação significativa da força, visto que a força de atrito é muito sensível à variação de velocidade.

Figura 15 – Gráficos de força por deslocamento do teste 1.

Figura 16 – Gráficos de força em função do tempo do teste 1.

Figura 17 – Gráficos de força por deslocamento e força por tempo do teste 3.

Figura 18 – Gráficos de força ao longo do tempo do teste 3.

Os testes 1 e 3 foram realizados no amortecedor Fox Float 3 Evol R nas mesmas condições, com exceção da posição da válvula de regulagem do amortecimento. É possível perceber, ao analisar os gráficos de força por deslocamento das Figura 15 e 17, que a diferença entre as forças durante a compressão e distensão é maior no teste 3, por ter um maior amortecimento. Percebe-se que a força durante a compressão quase não se altera de um teste para o outro, somente a força durante a distensão. Isso ocorre porque a válvula altera o amortecimento somente durante a distensão, mantendo o amortecimento de compressão constante.

Figura 19 – Gráficos de força por tempo do teste 12.

No teste 12 realizado no amortecedor Fox Float 3, executa-se uma compressão, e em seguida o amortecedor é mantido comprimido. Ao analisar o gráfico da Figura 19 que demonstra a força ao longo do tempo no momento em que a compressão é interrompida, nota-se uma queda na força que ocorre sem

qualquer alteração na posição do amortecedor. Esse efeito se deve à perda de calor do ar comprimido para a parede do cilindro, e o tempo que a força leva para estabilizar está relacionado com o coeficiente de troca de calor.

2.6 Modelo do pneu

Como o principal objetivo desse trabalho é o estudo do comportamento da direção e suspensão do protótipo Mussurana, é necessário que o modelo do pneu seja completo, e capaz de considerar o contato em qualquer superfície, para poder simular obstáculos como troncos, pedras e degraus. E ainda considerar o limite de aderência do pneu, para que seja possível simular a dinâmica de curva em frenagem e em aceleração.

2.6.1 Cálculo da região de contato com o piso

Para demonstrar o cálculo da região de contato do pneu com o piso, é preciso antes avaliar o modelo desse último. Para tal é considerado um modelo simplificado de piso indeformado dado por uma função $z(x, y)$ que descreve uma superfície. Esse modelo traz algumas limitações por não permitir dois valores distintos de altura z para um mesmo ponto (x, y) , o que impede que o piso tenha uma parede vertical, por exemplo. Entretanto, nesse caso basta aproximar a parede vertical para uma rampa com inclinação muito grande (aproximadamente vertical).

Desta maneira uma função $z(x, y)$ define a pista que se deseja simular, e em um “*script*” do MATLAB®, formam-se então os vetores x e y , e a matriz z , que são posteriormente exportados para o Simulink® por meio de um bloco denominado “*Lookup Table*”, o qual recebe como entrada as coordenadas x e y de um determinado ponto, e retornam a altura z da pista nesse ponto. Além disso, do “*script*” é obtido um arquivo de extensão STL que é, por sua vez,

exportado para o SimMechanics®, para que a pista possa ser visualizada no Mechanics Explorer®, outro programa que é executado em ambiente MATLAB. As “*scripts*” que definem as pistas simuladas no presente trabalho encontram-se no Anexo A.

Com a pista definida, o próximo passo é determinar a região de contato do pneu com o piso. O SimMechanics® não fornece uma solução para definir tal região em nenhuma das coordenadas, nem em sistema referencial local (do pneu) ou global. É preciso então calculá-la, e isto é feito utilizando o Simulink em interação com o SimMechanics. Em condição de rolagem, tal região se desloca nas duas coordenadas, transladando linearmente ao longo da pista no referencial global, e rotacionando em torno do referencial da roda em uma trajetória cujo raio depende da deformação do pneu.

Antes de se iniciar a simulação, uma função descreve, a partir do referencial da roda, n vetores radiais equidistantes e de modulo igual ao raio do pneu, como demonstrado na Figura 20. Durante a simulação, o SimMechanics® fornece a posição e orientação do referencial de cada pneu em relação ao referencial global. Os n vetores são rotacionados por meio de uma matriz de transformação de coordenada que representa a orientação do referencial da roda em relação ao referencial global. Em seguida, são selecionados somente os vetores que possuem a componente z negativa. Tais vetores são escolhidos porque representam a metade inferior do pneu, que é a metade que pode estar em contato com a pista. Essa seleção é feita em um bloco “MatLab function”, que referencia uma função programada em linguagem MATLAB®, já que não existe um bloco do Simulink® com essa função.

Figura 20 - Vetores radiais do pneu.

Em seguida os vetores são transladados para que se obtenha sua posição no referencial global, isso é feito somando em cada ponto a posição global do referencial da roda. Com as coordenadas x e y de cada ponto do pneu, obtém-se a coordenada z da pista neste ponto, e assim são conhecidas as coordenadas x , y e z de todos os pontos da pista que podem estar em contato com o pneu. O próximo passo é calcular a distância de cada ponto até o centro da roda, lembrando que os pontos que estão a uma distância menor ou igual ao raio do pneu estão em contato com o piso, e tal distância representa o raio deformado R_i do pneu naquele ponto. Para uma análise mais aprofundada do procedimento descrito, avalia-se um vetor arbitrário V_i dentre os n vetores radiais considerados no pneu.

Sejam P_i o ponto onde o vetor V_i intercepta a superfície do pneu, T_R a matriz de transformação de coordenadas que representa a orientação do referencial da roda, e V_R o vetor no referencial global que representa a posição do referencial da roda. Considera-se V_{iL} e P_{iL} , o vetor V_i e o ponto P_i no

referencial local da roda, respectivamente, e então aplicam-se a Equação 24 e a Equação 25:

$$V_{iL} \times T_R = V_{iG} \quad (23)$$

$$V_{iG} + V_R = P_{iG} \quad (24)$$

onde V_{iG} e P_{iG} são o vetor V_i e o ponto P_i no referencial global, como demonstrado na Figura 21.

Figura 21 – Esquema de transformação de coordenadas.

O passo seguinte é localizar o ponto no piso P_{Pi} referente ao ponto P_{iG} e verificar se há contato. Os pontos P_{iG} e P_{Pi} possuem as mesmas coordenadas x e y , logo, tais coordenadas são usadas como entrada da função que descreve o piso $z(x, y)$, para assim obter-se a coordenada z do ponto P_{Pi} .

Daí, calcula-se, utilizando a Equação 26, o vetor V_{Di} que tem sua origem no centro da roda e tangencia o ponto P_{Pi} .

$$V_{Di} = P_{Pi} - V_r \quad (25)$$

Caso o módulo desse vetor seja maior que o raio indeformado R_u do pneu (exemplo representado na Figura 21), então esse ponto não está em contato com o piso, e o raio deste ponto não está deformado. Se o módulo de V_{Di} for menor ou igual ao raio indeformado do pneu, então há contato e o raio deformado R_l é obtido pela Equação 27.

$$\begin{cases} R_{li} = \|V_{Di}\| & \text{se } \|V_{Di}\| < R_u \\ R_{li} = R_u & \text{se } \|V_{Di}\| > R_u \end{cases} \quad (26)$$

O diagrama de blocos desenvolvido em ambiente Simulink® para executar o processo descrito está representado na Figura 22. As entradas do subsistema T e VR são a matriz de transformação de coordenadas que representa a orientação do referencial da roda T_R , e o vetor que representa a posição do referencial da roda V_R , ambos calculados pelo modelo de mult corpos desenvolvido no SimMechanics®. O bloco VL fornece os n vetores radiais no referencial local da roda V_L , calculados por um “*script*” antes de se iniciar a simulação. A saída RL são os valores do raio deformado em cada ponto de pneu.

Figura 22 – Diagrama de bloco esquemático do processo de obtenção do raio deformado de cada ponto do pneu.

A matriz T_R multiplica os vetores locais V_L por meio do bloco “*Matrix Multiply*” e daí se obtêm os vetores globais V_G (Equação 24). No Bloco “*MATLAB Function*” são selecionados somente os vetores com a componente z negativa. Em seguida soma-se o vetor V_R aos vetores V_G para obter as coordenadas x e y dos pontos P_G (Equação 25), e tais coordenadas são entradas do bloco “*Lookup Table*” que fornece a coordenada z dos pontos da pista, P_P . O vetor V_R é subtraído dos pontos P_P , obtêm-se os vetores V_D (Equação 26), calcula-se o módulo desses vetores, e finalmente o bloco “*Saturação*” limita o valor máximo ao valor do raio indeformado (Equação 27).

2.6.2 Forças na banda de contato

Na banda de contato há forças em todas as direções; para a modelagem de tais forças, estas são divididas em três: a força de compressão do pneu pelo piso, que é calculada a partir da deformação do pneu, as forças de atrito, cujas direções são perpendiculares ao vetor normal da pista e que são calculadas utilizando o modelo de Pacejka, e a força de resistência ao rolamento.

2.6.2.1 Força de compressão

A primeira força a ser modelada é a força devido à deformação do pneu, e para tal, o modelo considerado é de uma mola linear e um amortecedor em cada um dos vetores radiais citados anteriormente, que produzem forças na direção do respectivo vetor, como demonstrado na Figura 23. Para o cálculo da força exercida em cada ponto utiliza-se a deformação δ , que é obtida por meio da diferença entre o raio deformado R_l desse ponto e o raio livre do pneu R_u (Equação 28)

$$\delta = R_u - R_l \quad (28)$$

Figura 23 – Modelo de forças de compressão do pneu.

O próximo passo é calcular a força produzida pela deformação, que é dada pela Equação 29:

$$F_c = \sum_{i=1}^n \left[K_p(\delta_i) + C_p \frac{d(\delta_i)}{dt} \right] \cdot \frac{\vec{V}_l}{R_u} \quad (29)$$

onde K_p e C_p são a rigidez e constante de amortecimento, respectivamente, de cada mola e amortecedor considerados no modelo do pneu, e δ_i a deformação na direção do vetor radial $\vec{V}_i$.

No modelo feito em ambiente Simulink®, algumas restrições são consideradas na Equação 29. A primeira é que a força produzida pela rigidez K_p só assume valores positivos, já que o pneu não distende, o valor de seu raio não ultrapassa o do raio indeformado, porém a força produzida pelo amortecimento pode resultar em uma força negativa de sentido oposto à da mola. Fisicamente isso representa que o amortecimento pode limitar a velocidade de distensão do pneu, mas da mesma maneira que a força da mola, não pode “empurrar” o pneu em direção ao piso.

O diagrama de blocos esquemático da Figura 24 demonstra o procedimento adotado para o cálculo da força de compressão. O subsistema representado tem como entrada o raio deformado de cada ponto do pneu (RL), e os vetores radiais no referencial global (VG).

Figura 24 – Diagrama de blocos para o cálculo da força de compressão do pneu.

Calcula-se cada deformação δ por meio da diferença entre os raios deformados do pneu RL e o raio indeformado Ru (Equação 28); em seguida são calculadas as forças das molas multiplicando as respectivas deformações pela

rigidez K , as forças dos amortecedores multiplicando a derivada de cada deformação pela constante de amortecimento C . Para cada ponto, as duas forças são somadas e passam por um bloco da saturação, que as limitam a um valor maior que zero. Os vetores radiais no referencial global (VG) são normalizados e multiplicados por -1, pois as forças atuam no sentido oposto aos dos vetores (apontam em direção ao centro da roda). Cada força é então multiplicada pelo respectivo vetor, e por último realiza-se o somatório das forças de cada ponto, e obtendo-se assim as componentes x , y e z da força de compressão resultante.

Para validar os coeficientes e , C_p e K_p , foram realizados testes no pneu da mesma forma que nos amortecedores (Figura 25). Inicialmente foram realizados testes em baixa velocidade, para obter a rigidez para diferentes pressões no pneu. Em seguida, testes com velocidade alta, também para diferentes pressões, para obter o efeito de amortecimento. O resultado de um dos testes está representado na Figura 26. O modelo apresenta erros de cerca de 120 N no início da compressão, porém produz resultados muito próximos aos dados empíricos após os primeiros 10 mm de compressão.

Figura 25 – Testes realizados no pneu.

Figura 26 – Resultados do teste de compressão do pneu.

Esse modelo adota uma simplificação na qual o pneu é considerado um disco bidimensional por questões de tempo computacional, e pode ser mais desenvolvido em trabalhos futuros para considerar diversos discos paralelos distribuídos ao longo do eixo da roda.

2.6.2.2 Forças de atrito

A modelagem da força de contato do pneu com o piso é feita utilizando a Formula Mágica de Pacejka (Blundell e Harty, 2004), que tem esse nome devido ao fato de que a maioria dos coeficientes da fórmula não possui significado físico, e são obtidos empiricamente. Este modelo é diferente do adotado para as forças de compressão no presente trabalho, considera um somatório de forças e momentos atuando em um único ponto, no centro da banda de contato do pneu com o piso. Para definir tal ponto considera-se dentre os pontos de contato do

pneu o que possui a menor distância até o centro da roda (o ponto sujeito a maior deformação), e tal distância é considerado o raio deformado R_l do pneu para o modelo de atrito.

Antes de discutir o modelo das forças de atrito, é necessário definir os referenciais utilizados nessa modelagem, além do referencial global e do referencial local do pneu, que se localiza no centro da roda, e possui o eixo y paralelo ao eixo de rotação. Utiliza-se também o referencial SAE demonstrado na Figura 27, que por sua vez é posicionado no ponto de contato do pneu com o piso, e possui eixo z paralelo a normal do piso porém em sentido oposto.

Figura 27 – sistema de coordenadas da SAE para o pneu (Blundell e Harty, 2004).

Para a obtenção das coordenada globais dos eixos X_{SAE} , Y_{SAE} e Z_{SAE} é preciso antes calcular a normal do piso, N , no ponto de contato P , e para tal utiliza-se a Equação 30:

$$N = \frac{\partial z}{\partial x} \times \frac{\partial z}{\partial y} \quad (30)$$

$$N = [-dx; 0; z(x_p - dx, y_p)] \times [0; -dy; z(x_p, y_p - dy)]$$

Onde x_p e y_p são as coordenadas globais x e y do ponto P , respectivamente, e z a função que descreve o piso. O diagrama de blocos desta operação é mostrado na Figura 28.

Figura 28 – Diagrama de blocos da obtenção da normal do piso.

Para a obtenção dos vetores normalizados x_{SAE} , y_{SAE} e z_{SAE} que representam as coordenadas globais do referencial SAE, utilizam-se as seguintes relações:

z_{SAE} : tem sentido oposto à normal do piso (Equação 31):

$$z_{SAE} = -N \quad (31)$$

x_{SAE} : é perpendicular ao vetor normalizado y_r , que representa a coordenada global do eixo Y do referencial local do pneu, e também perpendicular à normal do piso (Equação 32):

$$x_{SAE} = N \times y_r \quad (32)$$

y_{SAE} : é perpendicular aos vetores x_{SAE} e z_{SAE} (Equação 33):

$$y_{SAE} = z_{SAE} \times x_{SAE} \quad (33)$$

Com os referenciais definidos, o próximo passo antes de aplicar a Fórmula Mágica é definir o raio dinâmico efetivo; para tal utiliza-se o modelo sugerido por Phillips (2000), que permite calculá-lo a partir do raio indeformado e da deformação no ponto de contato, ambos os parâmetros já conhecidos. Considerando o pneu da (Figura 29), se um número de linhas radiais equidistantes for desenhado no pneu, o número de linhas que passa pelo ponto P é o mesmo que passa pelo ponto A.

Figura 29 – Modelo sugerido por Phillips (2000) (fonte: Blundell e Harty, 2004).

Sendo d a distância das linhas radiais que passam pelo ponto A e d' a distância entre as linhas radiais que passam pelo ponto P, pode-se escrever a Equação 34:

$$\frac{\omega R_u}{d} = \frac{V}{d'} \quad (34)$$

onde V é a velocidade linear do centro da roda, ω a velocidade angular da roda, e R_u o raio não deformado do pneu.

A banda de rodagem do pneu está sujeita a uma compressão longitudinal ε definida pela Equação 35:

$$\varepsilon = \frac{d - d'}{d} \quad (35)$$

e que resulta na Equação 36

$$d' = d(1 - \varepsilon) \quad (36)$$

Logo, considerando R_e o raio dinâmico do pneu tem-se:

$$R_e = R_u(1 - \varepsilon) \quad (37)$$

Assumindo a deformação ε como sendo constante ao longo da banda de rodagem, e assumindo também

$$\sin \theta = \theta - (\theta^3/3!) + (\theta^5/5!) \dots \quad (38)$$

calcula-se o valor de ε :

$$1 - \varepsilon = \frac{\overline{BC}}{\text{arc } BC} = \frac{\sin \theta}{\theta} \approx 1 - \frac{\theta^2}{6} \quad (39)$$

A partir da Figura 29 e assumindo

$$\cos \theta = 1 - (\theta^2/2!) + (\theta^4/4!) \dots \quad (40)$$

chega-se a

$$\delta_Z = R_u(1 - \cos \theta) \approx R_e \frac{\theta^2}{2} \quad (41)$$

Logo:

$$1 - \varepsilon = 1 - \frac{\delta_Z}{3R_u} \quad (42)$$

Finalmente, o raio dinâmico efetivo é definido por:

$$R_e = R_u - \frac{\delta_Z}{3} \quad (43)$$

Com os referenciais, o ponto de contato e o raio dinâmico definidos, pode-se então analisar a Fórmula Mágica, tal modelo teve sua primeira versão apresentada por Bakker et al. (1986) e desde então foi reformulada por diferentes autores, apresentando diferentes versões. O presente trabalho utiliza a Terceira Versão da Fórmula Mágica (Pacejka e Bakker, 1993). Tal modelo utiliza-se de equações matemáticas que relacionam:

- A força lateral $F_{Y_{SAE}}$ em função da força vertical $F_{Z_{SAE}}$, do ângulo de deriva α , e o ângulo de cambagem γ ;
- O momento de auto alinhamento $M_{Z_{SAE}}$ em função da força vertical $F_{Z_{SAE}}$, do ângulo de deriva α , e o ângulo de cambagem γ ;

- A força longitudinal $F_{X_{SAE}}$, em função da força vertical $F_{Z_{SAE}}$ e do deslizamento longitudinal κ .

O modelo possui uma fórmula geral (Equações 44 e 45) composta por sete parâmetros para as três aplicações, e para cada uma delas os parâmetros A , B , C , D , E , s_v e s_h são definidos de maneira diferente.

$$f(x) = D \operatorname{sen}\{C \arctan[Bx - E(Bx - \arctan(Bx))]\} + s_v \quad (44)$$

onde:

$$x = X + s_h \quad (45)$$

O esforço $f(x)$ pode ser tanto a força lateral $F_{Y_{SAE}}$, como o momento de auto-alinhamento $M_{Z_{SAE}}$, ou a força longitudinal $F_{X_{SAE}}$. Para os dois primeiros casos, X é o ângulo de deriva α , e os demais parâmetros dependem da força vertical $F_{Z_{SAE}}$ e do ângulo de cambagem γ . Para força longitudinal, X é o deslizamento longitudinal κ e os demais parâmetros dependem apenas de $F_{Z_{SAE}}$. As equações que definem os parâmetros em cada caso encontram-se na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros da Formula Magica.

Força lateral
$f(x) = F_{Y_{SAE}}$
$X = \alpha$
$D = \mu F_{Z_{SAE}}$
$\mu = (a_1 F_{Z_{SAE}} + a_2)(1 - a_{15} \gamma^2)$
$BCD = a_3 \operatorname{sen}(2 \arctan(F_{Z_{SAE}}/a_4))(1 - a_5 \gamma)$
$C = a_0$
$E = (a_6 F_{Z_{SAE}} + a_7)(1 - (a_{16} \gamma + a_{17}) \operatorname{sgn}(\alpha + s_h))$
$B = BCD/CD$
$s_h = a_8 F_{Z_{SAE}} + a_9 + a_{10} \gamma$
$s_v = a_{11} F_{Z_{SAE}} + a_{12} + (a_{13} F_{Z_{SAE}}^2 + a_{14} F_{Z_{SAE}}) \gamma$

Tabela 4 (continuação) – Parâmetros da Formula Magica.

<p>Força longitudinal</p> $f(x) = F_{X_{SAE}}$ $X = \kappa$ $D = \mu F_{Z_{SAE}}$ $\mu = (b_1 F_{Z_{SAE}} + b_2)$ $BCD = (b_3 F_{Z_{SAE}}^2 + b_4 F_{Z_{SAE}}) \exp(-b_5 F_{Z_{SAE}})$ $C = b_0$ $E = (b_6 F_{Z_{SAE}}^2 + b_7 F_{Z_{SAE}} + b_8)(1 - b_{13} \operatorname{sgn}(\kappa + S_h))$ $B = BCD/CD$ $S_h = b_9 F_{Z_{SAE}} + b_{10}$ $S_v = b_{11} F_{Z_{SAE}} + b_{12}$
<p>Momento de auto-alinhamento</p> $f(x) = M_{Z_{SAE}}$ $X = \alpha$ $D = (c_1 F_{Z_{SAE}}^2 + c_2 F_{Z_{SAE}})(1 - c_{18} \gamma^2)$ $BCD = (c_3 F_{Z_{SAE}}^2 + c_4 F_{Z_{SAE}})(1 - c_6 \gamma) \exp(-c_5 F_{Z_{SAE}})$ $C = c_0$ $E = (c_7 F_{Z_{SAE}}^2 + c_8 F_{Z_{SAE}} + c_9)(1 - (c_{19} \gamma + c_{20}) \operatorname{sgn}(\alpha + S_h))/(1 - c_{10} \gamma)$ $B = BCD/CD$ $S_h = c_{11} F_{Z_{SAE}} + c_{13} + c_{13} \gamma$ $S_v = c_{14} F_{Z_{SAE}} + c_{15} + (c_{16} F_{Z_{SAE}}^2 + c_{17} F_{Z_{SAE}}) \gamma$

Os coeficientes a_n , b_n , e c_n são estimados qualitativamente com base em valores obtidos em Blundell e Harty (2004) (Tabela 5).

Tabela 5 – Valores dos coeficientes da Formula Magica.

Força lateral	Força longitudinal	Momento de auto-alinhamento
$a_0 = 1,0337$	$b_0 = 1,65$	$c_0 = 2,35$
$a_1 = -0,224482e - 5$	$b_1 = 0$	$c_1 = 0,266333e - 5$
$a_2 = 0,8$	$b_2 = 0,7$	$c_2 = 0,24927e - 2$
$a_3 = 0,604035e5$	$b_3 = 0$	$c_3 = -0,159794e - 3$
$a_4 = 0,877727e4$	$b_4 = 229$	$c_4 = -0,0249794$
$a_5 = 0$	$b_5 = 0$	$c_5 = 0,142145e - 3$
$a_6 = 0,458114e - 4$	$b_6 = 0$	$c_6 = 0$
$a_7 = 0,468222$	$b_7 = 0$	$c_7 = 0,197277e - 7$
$a_8 = 0$	$b_8 = 0$	$c_8 = -0,359537e - 3$

Tabela 6 (continuação) – Valores dos coeficientes da Formula Magica.

$a_9 = 0$	$b_9 = 0$	$c_9 = 0,630223$
$a_{10} = 0$	$b_{10} = 0$	$c_{10} = 0$
$a_{11} = 0$	$b_{11} = 0$	$c_{11} = 0$
$a_{12} = 0$	$b_{12} = 0$	$c_{12} = 0$
$a_{13} = 0$	$b_{13} = 0$	$c_{13} = 0$
$a_{14} = 0$		$c_{14} = 0$
$a_{15} = 0$		$c_{15} = 0$
$a_{16} = 0$		$c_{16} = 0$
$a_{17} = 0$		$c_{17} = 0$
		$c_{18} = 0$
		$c_{19} = 0$
		$c_{20} = 0$

No diagrama de blocos da Figura 30, cada bloco denominado “Fórmula Mágica” executa a Equação 44 e fornece as forças produzidas na região da banda de rodagem do pneu em contato com o piso.

Figura 30 – Diagrama de blocos do cálculo das forças de contato pneu/piso.

Para aplicar a Fórmula Mágica exemplificada no diagrama da Figura 30, é preciso calcular as entradas do modelo. A força vertical F_{ZSAE} é o modulo da projeção da força de compressão (F_c) sobre o vetor normalizado z_{SAE} (Equação 46).

$$F_{Z_{SAE}} = \|z_{SAE} (F_c \cdot z_{SAE})\| \quad (46)$$

O ângulo de deriva α é o ângulo entre a o vetor da velocidade linear do centro da roda e o vetor x_{SAE} (Blundell e Harty, 2004), e calculado por meio da Equação 47.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{V_R}{|V_R|} \cdot x_{SAE}\right) \quad (47)$$

onde V_R é a velocidade global do referencial local da roda calculada pelo SimMechanics®.

O ângulo de cambagem γ é obtido a partir do vetor y_R , paralelo ao eixo de rotação da roda, e a normal do piso N (Equação 48)

$$\gamma = \arccos\left(N \cdot y_R - \frac{\pi}{2}\right) \quad (48)$$

O cálculo do deslizamento longitudinal pela SAE é dado pela diferença relativa da velocidade linear e a velocidade do ponto de contato devido a rotação da roda. Como o raio dinâmico efetivo é conhecido, pode-se calcular o deslizamento κ pela Equação 49 (Wong, 2001)

$$\kappa = \frac{\omega R_e - V_x}{V_x} 100\% \quad (49)$$

Onde V_x é a velocidade linear do centro da roda na direção X_{SAE} , e ω a velocidade angular da roda, tal equação é aplicada no modelo matemático na seguinte maneira (Equação 50):

$$\kappa = \frac{|\dot{T}_R(V_{LP}R_e)| - |V_x|}{|V_x|} 100\% \quad (50)$$

onde $\dot{T}_R$ é a derivada em relação ao tempo da matriz de transformação de coordenadas que representa a orientação do referencial da roda, e V_{LP} é o vetor radial da roda referente ao ponto de contato com o piso no referencial local. Vale notar que se a velocidade linear for nula, e a velocidade angular da roda não for nula, o que fisicamente representa o veículo parado com a roda motriz girando sem aderência, situação que pode ocorrer na lama ou em uma ladeira, por exemplo, o valor do deslizamento longitudinal é infinito, que na Fórmula Mágica pode ser considerado 100%, pois o valor da força trativa não se altera para valores de deslizamento acima de 100%.

Supõe-se uma situação onde o veículo perde aderência com o piso em uma ladeira, adquirindo assim uma velocidade negativa (descendo a ladeira). O piloto então acelera o carro imprimindo uma velocidade angular positiva nas rodas motrizes; nesta condição o deslizamento é de 100%, porém a Equação 50, por considerar apenas os módulos das velocidades, fornece um deslizamento menor que 100%. Para suprir as limitações da Equação 50, no modelo matemático utiliza-se um bloco do tipo “*MATLAB Function*” que compara a direção da velocidade angular e linear da roda com a direção do eixo X_{SAE} e recalcula o deslizamento segundo a

Tabela 7, onde κ é o deslizamento calculado pela Equação 50 e κ_r é o deslizamento real considerado no modelo matemático.

Tabela 7 – Tabela do deslizamento real da roda.

Condição do deslizamento	Valor de κ_r	Condição do deslizamento	Valor de κ_r
$\kappa_r = \kappa$		$\kappa_r = -100\%$
$\kappa_r = 100\%$		$\kappa_r = -100\%$
$\kappa_r = 100\%$		$\kappa_r = 100\%$
$\kappa_r = -100\%$		$\kappa_r = 0$
$\kappa_r = -\kappa$		

2.6.2.3 Resistencia ao rolamento

Enquanto o pneu rola, mesmo que sem força trativa ou qualquer alteração na força normal, ele é submetido a diversas deformações na banda de rodagem, e devido à histerese na deformação da borracha, há perda de energia durante o movimento. Para compreensão da modelagem das perdas de energia causadas por estas deformações, seja o pneu representado na Figura 31:

Figura 31 – Modelo de resistencia ao rolamento (Blundell e Harty, 2004).

Ao analisar uma pequena seção do pneu, observa-se que sua velocidade tangencial é de $V_{T1} = \omega R_u$. Conforme a seção se aproxima da região de contato, o raio do pneu diminui e a velocidade tangencial desse ponto também diminui, causando uma compressão circunferencial. Portanto, quando a seção do pneu entra na região de contato no ponto A , sua velocidade é um pouco maior que a velocidade linear do centro da roda, causando um leve deslizamento para trás ($-X_{SAE}$) da borracha em relação ao piso.

No instante em que a seção do pneu chega ao ponto C, onde o raio é igual ao raio dinâmico efetivo R_e do pneu, sua velocidade tangencial se iguala à velocidade linear da roda, e ao menos teoricamente não há deslizamento. Ao chegar ao ponto P no centro do pneu, seu raio se reduz ao menor possível, R_l . Nesse ponto a velocidade tangencial é menor, e possui o maior deslizamento para frente (X_{SAE}) da banda de contato. Entre o ponto P e D, o deslizamento para frente diminui até chegar a zero, e do ponto D ao ponto B, o deslizamento volta a ser para trás.

Para a modelagem matemática da resistência ao rolamento considera-se um momento M_y que atua no eixo de rotação da roda na direção contrária à velocidade angular, segundo a Equação 51 (Jazar, 2008)

$$M_y = C_r \|F_{Z_{SAE}}\| R_e \quad (51)$$

onde C_r é o coeficiente de resistência ao rolamento definido pela Equação 52 (Wong 2001)

$$C_r = |V_x|^2 r_1 + r_2 \quad (52)$$

sendo que os coeficientes r_1 e r_2 são obtidos empiricamente, e para o presente trabalho foram estimados com base em de diversos pneus.

2.7 Sistema Freio

O sistema de freios do protótipo Mussurana consiste em duas pinças dianteiras, uma em cada roda, e uma única pinça no eixo traseiro, visto que o veículo não possui diferencial. O modelo matemático do sistema de freio considerado nesse trabalho aplica torque no sentido oposto ao movimento no eixo traseiro e em cada uma das rodas dianteiras.

O modelo de atrito adotado é simplificado e semelhante ao modelo considerado no amortecedor, de maneira que o torque é obtido por meio da velocidade angular do eixo e posição do pedal de freio.

É considerado um fator negativo de valor absoluto alto, que multiplicado pela velocidade resulta no torque de atrito, porém tal torque não ultrapassa um determinado valor máximo, que por sua vez é definido pela posição do pedal. O diagrama de blocos da Figura 32 representa o cálculo do torque de frenagem, onde o bloco de saturação limita o valor entre 1 e -1, e a posição do pedal assume valores entre 0 e 1.

Figura 32 – Diagrama de blocos da modelagem do sistema de freio.

O torque máximo de frenagem produzido por cada pinça foi anteriormente calculado pela equipe Reptiles, e a distribuição de frenagem considerada nessa simulação é proporcional ao torque máximo. Se a capacidade de frenagem do eixo dianteiro for duas vezes maior que a do eixo traseiro, essa proporção se mantém para qualquer posição do pedal.

2.8 Trem de Força

O modelo de trem de força do veículo baja foi simplificado, pois o principal objetivo deste trabalho é o estudo da dinâmica de suspensão e direção. Logo foi adotado um modelo ideal de potência constante definida pela posição do pedal do acelerador e limitada pelo torque máximo. Além disso, são considerados a inércia de rotação dos componentes da transmissão e um atrito na caixa de transmissão (Equação 53).

$$T = \frac{P_{max}\delta_a}{\omega} - I_T\alpha - T_{at} \quad (53)$$

onde,

T : torque aplicado no eixo traseiro;

P_{max} : potência máxima fornecida pelo motor;

δ_a : posição do acelerador representada por um fator que assume valores entre 0 e 1;

I_T : momento de inércia dos componentes da caixa de transmissão;

ω e α : velocidade e aceleração angulares do eixo traseiro, respectivamente;

T_{at} : torque produzido pelo atrito.

O modelo de atrito adotado é similar ao modelo do sistema de freio, onde a força aumenta com a velocidade a uma taxa alta, e é limitada por um valor de torque máximo.

Para calcular o momento de inércia da transmissão, é preciso considerar que cada eixo se move a uma velocidade angular diferente. Assim, os momentos de inércia dos eixos são calculados a partir de sua geometria pelo SolidWorks®, e para o cálculo da inércia equivalente no eixo traseiro (eixo 3) considera-se a configuração da caixa de redução apresentada na Figura 33.

Figura 33 - Esquema da caixa de redução do protótipo Mussurana.

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton no eixo 1, 2 e 3 obtém-se as Equações 54, 55 e 56).

$$T_3 - T_2 n_{32} = I_3 \alpha_3 \quad (54)$$

$$T_2 - T_1 n_{21} = I_2 \alpha_3 n_{32} \quad (55)$$

$$T_1 = I_1 \alpha_3 n_{31} \quad (56)$$

onde n_{32} é a relação de transmissão entre os eixos 3 e 2; I_1 , I_2 , e I_3 são os momentos de inércia dos eixos 1, 2 e 3 respectivamente; n_{21} é a relação de transmissão entre os eixos 2 e 1; α_3 é a aceleração angular do eixo 3; n_{31} é a relação de transmissão entre os eixos 1 e 3, e, finalmente, T_1 , T_2 e T_3 são os torques nos eixos 1, 2 e 3 respectivamente.

Aplicando as Equações 55 e 56 na Equação 54 tem-se:

$$T_3 = \alpha_3 (I_3 + I_2 n_{32}^2 + I_1 n_{31} n_{23} n_{21}) \quad (57)$$

logo, o momento de inércia equivalente I_{eq} é dado pela Equação 58.

$$I_{eq} = I_3 + I_2 n_{32}^2 + I_1 n_{31}^2 \quad (58)$$

2.9 Resistencia Aerodinâmica

Pelos mesmos motivos do trem de força, o modelo das forças aerodinâmicas também é simplificado. As forças são calculadas a partir da velocidade utilizando a Equação 59 (Jazar 2008).

$$F_{ar}(v) = \frac{\rho C_{ar} A_f v^2}{2} \quad (59)$$

onde ρ é a densidade do ar, v é a velocidade do veículo, A_f é a área frontal calculada utilizando o SolidWorks®, e C_{ar} é o coeficiente de resistência aerodinâmica, estimado com base em valores típicos para carros de passeio (Gillespie 1992).

A força atua no centro de gravidade do veículo sempre no sentido oposto ao da velocidade. E as forças verticais produzidas pela resistência aerodinâmica são desprezadas devido à ausência de aerofólios no protótipo.

Apresentado o modelo, passa-se à etapa de simulações e discussões dos resultados obtidos.

3. Simulações e Resultados

Nesse capítulo são apresentados e comentados os resultados de algumas simulações executadas com o intuito de avaliar modelo matemático e suas aplicações, e não a dinâmica do protótipo Mussurana. Primeiramente analisa-se a dinâmica da massa suspensa ao soltar o veículo em queda livre de uma altura 1,5m. Em seguida, simulam-se pistas com perfil senoidal, do tipo rampa e degraus. E por fim avalia-se a dinâmica lateral do veículo.

Para todas as simulações, utiliza-se a rigidez das molas radiais do modelo do pneu, para que a rigidez total seja equivalente à rigidez do pneu quando regulado com 69 kPa (10psi). Nos amortecedores dianteiros (Fox Float 3) considera-se um pressão inicial na câmara principal de 206 kPa (35 psi), e nos amortecedores traseiros (Fox Float 3 Evol R), 586 kPa (85 psi) na câmara principal, 690kPa (100psi) na câmara secundária, e válvula regulada para o máximo de amortecimento durante a distinção. O demais parâmetros e as pistas simuladas encontram-se no códigos de MATLAB® presentes no Anexo A.

3.1 Queda livre

Os gráficos da variação da posição vertical e do ângulo de arfagem em função do tempo encontram-se na Figura 34. Nota-se que o sistema possui comportamento criticamente amortecido, visto que a massa suspensa executa uma única oscilação. Percebe-se também que o ângulo de arfagem assume um valor negativo durante o início da compressão dos amortecedores, e estabiliza com um valor positivo. Isso se deve à câmara secundária presente somente nos amortecedores traseiros, pois tal câmara permite uma regulação com menor rigidez, e maior pré-carga. A pequena variação no ângulo de arfagem antes que o veículo toque o piso ocorre em $t = 0$ s, os amortecedores encontram-se comprimidos, e se distendem antes que as rodas toquem o chão, acarretando em um movimento na carroceria.

Figura 34 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade.

3.2 Pista Senoidal

A pista senoidal simulada possui amplitude de 0,07 m e comprimento de onda de 1 m (Figura 35). A potência aplicada no eixo de transmissão do protótipo foi controlada por um controlador PID com o intuito de se manter a velocidade próxima de 10km/h.

Figura 35 – Captura de tela da animação resultante da simulação do Mussurana se deslocando em uma pista de perfil senoidal.

No gráfico da posição vertical e ângulo de arfagem da Figura 36, observa-se uma variação maior nesse último quando comparada à altura da carroceria, o que se deve porque a distância entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro do protótipo é de aproximadamente 1,5 m. Assim, ao passar por uma pista senoidal com comprimento de onda de 1 m, sempre que a roda dianteira estiver próxima à crista de uma onda, a roda traseira está próxima de um vale, causando grande variação no ângulo de arfagem.

Figura 36 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade em uma pista de perfil senoidal.

3.3 Rampa

Rampas são obstáculos frequentes nas competições Baja SAE, por isso é importante que o modelo seja capaz de simular tais obstáculos. Na Figura 37 são demonstrados alguns quadros retirados da animação obtida dos resultados do modelo matemático, ao simular o protótipo saltando em uma rampa. E na Figura 38 pode-se analisar o gráfico de ângulo de arfagem e posição vertical ao longo do deslocamento longitudinal.

Figura 37 – Animação gerada na simulação de um salto.

Figura 38 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade durante salto.

Nessa simulação, o veículo se aproxima da rampa a uma velocidade de aproximadamente 26 km/h e aplica toda a potência disponível do motor no eixo de transmissão ao iniciar a subida. O ângulo de arfagem se mantém positivo durante a maior parte do salto, e as rodas traseiras tocam o chão antes das rodas dianteiras. Uma segunda simulação é realizada na mesma pista, porém o veículo se aproxima da rampa a uma velocidade de aproximadamente 34 km/h e não aplica potência no eixo durante a subida; os gráficos da posição vertical e ângulo de arfagem dessa simulação encontram-se na Figura 39, e nota-se que a

variação do ângulo de arfagem durante o salto é muito maior, e que o veículo atinge o chão primeiro com as rodas dianteiras (Figura 40). Isso demonstra como o modelo matemático desenvolvido no presente trabalho pode ser usado para estudar o comportamento do piloto perante diferentes obstáculos.

Figura 39 – Gráfico do ângulo de arfagem e posição vertical de centro de gravidade durante salto.

Figura 40 – Captura de tela da animação no momento da aterrissagem de um salto.

3.4 Degraus

Executa-se uma simulação do desempenho do protótipo ao transpor um obstáculo na forma de dois degraus (Figura 41), com o intuito não só de avaliar o desempenho do veículo, mas também os esforços nos mancais de rolamento das rodas. Para tal simulação, devido à complexidade do obstáculo, a quantidade de potência aplicada no eixo traseiro, (parâmetro que representa a posição do pedal do acelerador) foi controlada manualmente em tempo real pelo piloto da equipe Reptiles (“*Human-in-the-loop*”).

Figura 41 – Animação da transposição de dois degraus pelo protótipo.

Na Figura 42 pode-se analisar a magnitude da força nos mancais das rodas dianteiras e traseiras durante a transposição dos degraus.

Figura 42 – Gráfico do módulo da força nos mancais das rodas dianteiras e traseiras.

Esses dados podem ser utilizados para simulações por meio do Método de Elementos Finitos com o intuito de otimizar as peças da suspensão no que tange à resistência mecânica.

3.5 Dinâmica Lateral

Aplica-se uma aceleração lateral no protótipo enquanto o mesmo se encontra parado, para avaliar a transferência de carga. O gráfico da Figura 43 mostra a normal em cada roda ao passo que a aceleração aumenta. Percebe-se uma transferência de carga maior nas rodas traseiras. Esse efeito se deve ao fato de que o centro de massa do veículo se localiza mais próximo da sua traseira. A variação da carga diminui quando a aceleração se aproxima de 9 m/s^2 , pois a força lateral ultrapassa o limite de aderência do pneu, e se inicia o deslizamento do mesmo.

Figura 43 – Gráfico da normal das rodas em relação a aceleração lateral.

Realiza-se uma segunda simulação com o intuito de analisar a dinâmica durante a curva, e para tal a velocidade do carro é mantida constante em 20

km/h por meio de um controlador PID, e o ângulo de esterçamento aumenta gradualmente, diminuindo o raio de curva. A Figura 44 mostra os resultados dessa simulação, onde se pode observar a inclinação lateral do chassi e o comportamento das suspensões.

Figura 44 – Captura de tela da animação quando em simulação de uma curva de raio variável.

Ao analisar o gráfico da força normal ao longo do tempo dessa simulação (Figura 45) e compará-lo com o gráfico da Figura 43, percebe-se que o comportamento é diferente, pois a transferência de carga não depende apenas da aceleração lateral, mas também varia com parâmetros como ângulo de esterçamento, ângulo de rolagem, deslizamento lateral, aceleração longitudinal e outros.

Figura 45 – Gráfico da normal das rodas durante uma curva de raio variável.

Para uma melhor compreensão da dinâmica do carro na situação simulada, se faz necessário avaliar o gráfico da força lateral nos pneus (Figura 46), e dos ângulos de deriva (Figura 47).

Figura 46 – Gráfico da Força lateral nas rodas durante uma curva de raio variável.

Figura 47 – Gráfico do ângulo de deriva das rodas durante uma curva de raio variável.

Nota-se que a partir de $t = 13$ s o ângulo de deriva das rodas aumenta a uma taxa muito grande, pois a força lateral ultrapassa o limite de aderência dos pneus, e se inicia um deslizamento do mesmo sobre o piso, neste momento ocorre uma transferência de carga para a roda traseira externa, que acarreta no aumento da força lateral sobre ela, e conseqüentemente uma diminuição no deslizamento e ângulo de deriva.

4. Conclusão

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho é uma ferramenta capaz de simular diversas situações distintas e fornecer dados de diferentes parâmetros para cada uma delas, sendo aplicável para aprimoramento de todos os subsistemas do veículo, incluindo o estudo da técnica de pilotagem.

Esse modelo serve para estudar diferentes regulagens no amortecedor e rigidez nos pneus, e suas consequências para cada tipo de obstáculo, e assim otimizar o veículo para cada prova a ser enfrentada. No caso do desenvolvimento de novos projetos, ou alterações no protótipo Mussurana, o modelo matemático é facilmente adaptado para outras configurações, permitindo também a análise. Situações críticas podem ser simuladas para que se utilizem os esforços aplicados sobre os componentes como entrada em uma simulação utilizando o Método de Elementos Finitos, e dessa maneira não só otimiza a massa dos componentes, mas também conhecer o limite de resistência de componentes do carro.

Com respeito à dinâmica longitudinal e lateral do veículo, é necessário realizar testes em pneus para se obter os coeficientes da Fórmula Mágica, porém mesmo utilizando-se de coeficientes estimados qualitativamente, é possível analisar a influência de alterações no projeto sobre a dinâmica do veículo.

Por possibilitar o controle dos parâmetros que representam os pedais de freio e acelerador, e a posição do volante ao passo que a simulação é computada (*“human-in-the-loop”*), torna-se possível avaliar a técnica de pilotagem na transposição de obstáculos, examinar os esforços aplicados sobre os componentes, e estudar tanto as técnicas que mais preservam o veículo, quanto as que são mais efetivas na transposição do obstáculo.

5. Referências Bibliográficas

BAKKER, E., NYBORG, L. and PACEJKA, H.B. **Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies**. SAE paper 870421, Society of Automotive Engineers, 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA 15096, USA, 1986.

BLUNDELL, M., HARTY, D., **Multybody Systems Approach to Vehicles Dynamics**, 1ª edição, Oxford, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004

GILLESPIE, T, D. **Fundamental of Vehicle Dynamics**. 1ª edição. Warrendales: SAE, 1992.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race car vehicle dynamics**. SAE – Society of Automotive Engineers, Warrandale, USA, 1995

JAZAR, R.N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. 2ª edição, New York: Springer, 2014.

PACEJKA, H. B. **Tire and vehicle dynamics**. 2 ed. SAE – Society of Automotive Engineers, Warrandale, USA, 2005.

PARISE, J A R, TIECHER, R F P, **Modeling of Refrigeration Systems**, Class Notes, 2016, PUC-Rio.la

PHILLIPS, B. D. A. **Chassis engineering**. Course notes, Coventry University, 2000.

WONG, J. Y. **Theory of Ground Vehicles**. 3ª edição, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001

Anexo A – Códigos do MATLAB

Código das funções do MATLAB para definir os parâmetros e inicializar a simulação:

Função de inicialização StartBajaSim.m

```
addpath('TCC','CAD','Tracks','Parameters','FoxTestes',...
'FoxTestes\FloatData','FoxTestes\EvolData','Pneu')

InitialPosition=[2 10 0.65]; % posição inicial do carro
PVolante=0; % posição inicial do volante

[Floor, x, y, Xstep, Ystep]=senoidal();
% [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=degrau();
% [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=rampa();
% [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=alternado();
% [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=plano();

surf2stl('Floor.STL',x,y,Floor','ascii')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
run ShockAbsorberParameters.m;
run TireParameters.m;
run RigidBodyParameters.m;
run OtherParameters;
```

Função TireParameters.m

```
BufferDamping=5000;
BufferStiffness=1000000;

TireRadius=21/2*25.4/1000;
WheelRadius=5*25.4/1000;
TireNumP=1000;
TireStiffnessA=7e5/TireNumP;% (N/m)
TireDampingA=5e3/TireNumP; % (N s/m)
BufferStiffnessA=1e8/TireNumP;

for i=1:TireNumP
theta(i)=2*pi/TireNumP*i;
Tire(i,1)=TireRadius*sin(theta(i));
Tire(i,2)=0;
Tire(i,3)=TireRadius*cos(theta(i));
```


end

%% Pacejka %%%

%%% Longitudinal Force

b0=1.65;
b1=0;
b2=700;
b3=0;
b4=229;
b5=0;
b6=0;
b7=0;
b8=0;
b9=0;
b10=0;
b11=0;
b12=0;
b13=0;

%%%% lateral force

a0=1.0337;
a1=-0.224482e-5;
a2=0.8;
a3=0.604035e5;
a4=0.877727e4;
a5=0;
a6=0.458114e-4;
a7=0.468222;
a8=0;0.381896e-6;
a9=0;0.516209e-2;
a10=0;
a11=0;
a12=0;
a13=0;
a14=0;
a15=0;
a16=0;
a17=0;

%%%% aligning moment

c0=2.35;
c1=0.266333e-5;
c2=0.24927e-2;
c3=-0.159794e-3;
c4=-0.0249794;
c5=0.142145e-3;
c6=0;
c7=0.197277e-7;
c8=-0.359537e-3;
c9=0.630223;
c10=0;
c11=0;
c12=0;
c13=0;
c14=0;
c15=0;

```

c16=0;
c17=0;
c18=0;
c19=0;
c20=0;

%%%%%%%%%% rolling resistance
rr1=0.01;
rr2=1e-6;

```

Função RigidBodyParameters.m

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Mass Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
MassaSusp=177.2;
CGMassaSusp=[0 0.2 0.0886];
InérciaMSusp=[40 42.9 29];

mBG58=0.2; %massa ball joint 5/8"
mBG38=0.07; %massa ball joint 3/8"

mRodaT=7.6+0.3+0.05+1.36;
mToeLink=2*mBG38+0.1;
mMangaT=1.05;
mAinfT=1.6+mBG58;
mAsupT=1.6+mBG58;

mAinfD=1+mBG58;
mAsupD=0.75+mBG58;
mMangaD=0.65+0.1+0.86+0.2+0.46;
mRodaD=7.1+1.1-0.46;

mCremalheira=1.5;
mTieRod=0.2+2*mBG38;

mFoxFloat=1.48;
mFoxEvol=1.55;

mSemiEixo=1.65;
mJuntaInterna=0.78;

steelD=7500;
MangaD=5000;
AluminioD=4000;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Geometry Parameters %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

RollGage.RearRightLowerWB=[0.02112 0.35267 -0.10637];
RollGage.RearRightUperWB=[0.04981 0.37262 -0.21987];
RollGage.RearLefttLowerWB=[0.02112 -0.35267 -0.10637];
RollGage.RearLefttUperWB=[0.04981 -0.37262 -0.21987];

```

```

RollGage.FrontRightLowerWB=[-1.0554 0.205 -0.08736];
RollGage.FrontRightUpperWB=[-1.14016 0.2042 -0.24116];
RollGage.FrontLeftLowerWB=[-1.0554 -0.205 -0.08736];
RollGage.FrontLeftUpperWB=[-1.14016 -0.2042 -0.24116];

RollGage.FrontRightShockAbsorber=[0.21826 0.31269 0.81165];
RollGage.FrontLeftShockAbsorber=[-0.21826 0.31269 0.81165];

RollGage.Rack=[0 -0.10362 -0.98834];
RollGage.StearBox=[0 -0.0702 -0.99162];
ReckLength=0.470;
TieRodLength=0.37434;

WB.RearRightLowerBJ=[0.42528 -0.47397 0];
WB.RearLeftLowerBJ=[0.42528 -0.47397 0];

WB.RearRightUpperBJ=[0.41751 0.43069 0];
WB.RearRightUpperFox=[0.438 0.31992 0.02867];
WB.RearRightUpperToeLink=[0.57254 0.22959 0.02451];

WB.RearLeftUpperBJ=[0.41751 -0.43069 0];
WB.RearLeftUpperFox=[0.438 -0.31992 0.02867];
WB.RearLeftUpperToeLink=[0.57254 -0.22959 0.02451];

WB.FrontRightLowerOrigin=[0.182 0.328 0];
WB.FrontRightLowerBJ=[-0.05122 0 0.02498];
WB.FrontRightLowerFox=[0.13808 0 0.02867];

WB.FrontRightUpperOrigin=[-0.01 0 0];
WB.FrontRightUpperBJ=[0.290 0.33494 0.01233];

WB.FrontLeftLowerOrigin=[0.182 -0.328 0];
WB.FrontLeftLowerBJ=[0.05122 0 0.02498];
WB.FrontLeftLowerFox=[-0.13808 0 0.02867];

WB.FrontLeftUpperOrigin=[-0.01 0 0];
WB.FrontLeftUpperBJ=[0.290 -0.33494 0.01233];

Manga.RearLeftLowerBJ=[0 -0.0845 0.071];
Manga.RearLeftUpperBJ=[0 -0.0845 -0.071];
Manga.RearLeftToeBJ=[0.07507 -0.06299 -0.071];
Manga.RearLeftWheel=[0 0 0.007];
Manga.RearLeftWheelOffset=[-0.014 0 0];

Manga.RearRightLowerBJ=[0 -0.0845 -0.071];
Manga.RearRightUpperBJ=[0 -0.0845 0.071];
Manga.RearRightToeBJ=[0.07507 -0.06299 0.071];
Manga.RearRightWheel=[0 0 -0.007];
Manga.RearRightWheelOffset=[-0.014 0 0];

ToeLinklength=[0 -0.25018 0];

Manga.FrontLeftLowerBJ=[0.012 0.0255 -0.073]
Manga.FrontLeftUpperBJ=[0.01 -0.1367 -0.11]

```

```
Manga.FrontLeftToeBJ=[-0.053 -0.01745 -0.04961]
Manga.FrontLeftWheel=[-0.002 0.0265 0.0495];
Manga.FrontLeftWheelOffset=[0 0 -0.017];
```

```
Manga.FrontRightLowerBJ=[0.012 0.0255 0.073]
Manga.FrontRightUpperBJ=[0.01 -0.1367 0.11];
Manga.FrontRightToeBJ=[-0.053 -0.01745 0.04961]
Manga.FrontRightWheel=[-0.002 0.0265 -0.0495];
Manga.FrontRightWheelOffset=[0 0 -0.017];
```

Função OtherParameters.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Power Train %%%%%%%%%%%%%%
Pmax=7355;
Tmax=18*30;
IT=0.0057+(40/13)^2*0.0027+(40/13*66/19)^2*0.0126;
Tr=10; %torque resistivo
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Freio %%%%%%%%%%%%%%
TMaxFrnagemT=300;
TMaxFrnagemD=300;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% aerodinâmica %%%%%%%%%%%%%%
DencidadeAr=1.225;
AreaFrontal=1.1631; %area frontal medida no solid (m^2)
CoefAero=0.6;
```

Função ShockAbsorberParameters.m

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Shock Absorber %%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%% Global Parameters %%%%%%%%%%
```

```
H=0.06; % Humidity of the air (kg/m^3)
Cp=1000; % Specific heat of the air at constant
pressure (j/kg.K)
Cv=714; % Specific heat of the air at constant
Volume (j/kg.K)
R=287.053; % Gas constant for dry air (j/Kg.K)
Rv=461.5; % Gas constant for water vapour (j/Kg.K)
T0=298; % Ambient temperature (K)
Patm=1e5; % Atmosphere pressure (Pa)
e=H*Rv*T0; % Vapour pressure of water (Pa)
w=(R/Rv)*e/Patm; % Mixing ratio ( )
Rm=(0.6*w+1)*R; % Gas constant for moist air
Cvm=(1+w)*Cv; % Specific heat of moist air at const.
volume
Cpm=(1+0.9*w)*Cp; % Specific heat of moist air at const.
pressure
gam=Cpm/Cvm; % Isentropic coefficient of the moist air
FrictionFector=600000; % Friction Fector (N s/m)
```

```

U=100; % Fox heat transfer coefficient (w/(Km^2))

%%%%%%%%% Fox Float 3 Parameters %%%%%%%%%%%%%%

P0N=150*6895+Patm;
Da=12.7/1000;%
Aa=Da^2/4*pi;
V0N=0.25*Aa;

P0ff3=30*6895+Patm;
D=48/1000; % Fox Float 3 cilider diameter
(m)
Aff3=(D^2/4*pi)-Aa; % Fox Float 3 cilider area
(m^2)
V0ff3=0.099*Aff3; % Fox Float 3 inisial volume (m^3)
ATff3=D*pi*V0ff3/Aff3; % Fox Float 3 heat transfer area
(m^2)
Fricff3=150; % Fox Float 3 Friction Force (N)
mff3=P0ff3*V0ff3/(Rm*T0); % Fox Float 3 Mass of moist air(kg)

NegativeSpringLengthff3=0.023; % Fox Float 3 Negative Spring
Length(m)
NegativeSpringStiffnessff3=35000 % Fox Float 3 Negative Spring
%Stiffness(N/m)
ExtensionDampingff3=3000; % Fox Float 3 extension damping factor
% (Ns/m)
CompressionDampingff3=800; % Fox Float 3 compression damping
factor % (Ns/m)
ff3Size=0.420; % Fox Float 3 Size (m)

%%%%%%%%% Fox Evol Parameters %%%%%%%%%%%%%%

P0FE=85*6895+Patm;
%D=48/1000; % Fox Evol cilider diameter (m)
AFE=(D^2/4*pi)-Aa; % Fox Evol cilider area (m^2)
V0FE=0.118*AFE; % Fox Evol inisial volume (m^3)
ATFE=D*pi*0.1; % Fox Evol heat transfer area (m^2)
FricFE=82.5; % Fox Evol Friction Force (N)
mFE=P0FE*V0FE/(Rm*T0); % Fox Evol Mass of moist air(kg)

P02FE=100*6895+Patm; % Fox Evol External Cylinder Pressure (Pa)
V02FE=0.022^2/4*pi*0.08; % Fox Evol External Cylinder Volume (m^3)
AT2FE=0.022*pi*0.08; % Fox Evol External Cylinder heat transfer
area % (m^2)
m2FE=P02FE*V02FE/(Rm*T0); % Fox Evol External Cylinder Mass of
moist %air(kg)

NegativeSpringLengthFE=0.021; % Fox Evol Negative Spring Length(m)
NegativeSpringStiffnessFE=32000; % Fox Evol Negative Spring
%Stiffness(N/m)
CompressionDampingFE=800; % Fox Evol compression damping factor
(Ns/m)
ExtensionDampingMaxFE=3800-CompressionDampingFE; % Fox Evol
Maximun %extension damping factor (Ns/m)
ExtensionDampingMinFE=1200-CompressionDampingFE; % Fox Evol
Minimun %extension damping factor (Ns/m)

```

```

ExtensionDampingFE=3000; % Fox Evol extension damping factor
(Ns/m)
FoxEvolSize=0.462;      % Fox Evol Size (m)

```

Códigos das funções do MATLAB para definir as pistas simuladas:

Função senoidal.m

```

function [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=senoidal()
L=1;
Lreta=3;
A=0.07;
X=20;
Y=20;
Ystep=1;
Xstep=0.01;
Fase=pi;

YNumP=Y/Ystep+2;
XNumP=X/Xstep;

y(1)=-0.0001;
y(YNumP+1)=Y+0.0001;
for i=1:XNumP
    Floor(i,1)=-1;
    Floor(i,YNumP+1)=-1;
end

for j=2:YNumP
    y(j)=Ystep*(j-2);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x(1)=0;
for i=2:XNumP
    x(i)=Xstep*(i-1)+(Lreta+0.75)*L;
end

for j=2:YNumP
    for i=2:XNumP
        Floor(i,j)=A+A*sin(2*pi/L*x(i));
        %Floor(i,j)=(x(i)-x(2))*100;
    end
end
end

```

Função degrau.m

```
function [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=degrau()

Xreta1=6;
Xreta2=8;
inclinacao=10;
h=0.2;
l=0.2;
chanfro=0.01;
NumD=2;

X=Xreta1+Xreta2+h/inclinacao;
Y=10;
Ystep=1;
Xstep=0.001;

YNumP=Y/Ystep+2;
XNumP=X/Xstep;
NumD=NumD+1;

y(1)=-0.001;
y(YNumP+1)=Y+0.001;
for i=1:XNumP
    Floor(i,1)=-1;
    Floor(i,YNumP+1)=-1;
end

for j=2:YNumP
    y(j)=Ystep*(j-2);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:XNumP
    x(i)=Xstep*(i-1);
end

for j=2:YNumP
    for i=2:XNumP
        if x(i)<=Xreta1
            Floor(i,j)=0;
        else
            k=(x(i)-Xreta1)/(h/inclinacao+l+chanfro);
            if k<0
                k=0;

            else
                k=ceil(k);

            end
            if k==9
                a=0;
            end

            if k>NumD-1
                Floor(i,j)=Floor(i-1,j);
```

```

elseif x(i)<=Xreta1+h/inclinacao*k+(k-
1)*(1+chanfro)+10e-9
    Floor(i,j)=Floor(i-1,j)+Xstep*inclinacao;
elseif x(i)<=Xreta1+(h/inclinacao+chanfro)*k...
    + (k-1)*(1)
        Floor(i,j)=Floor(i-1,j)+Xstep;
    else
        Floor(i,j)=Floor(i-1,j);
    end
end
end
end
end
end
end
end

```

Função rampa.m

```

function [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=rampa()

Xreta1=15;
Xreta2=3.5;
Xreta3=10;
Xrampa1=3;
iR1=1.5;
Xrampa2=4;
iR2=1;

h=1.2;

X=Xreta1+Xreta2+Xrampa1+Xrampa2+Xreta3;
Y=20;
Ystep=1;
Xstep=0.1;

YNumP=Y/Ystep+2;
XNumP=X/Xstep;

y(1)=-0.001;
y(YNumP+1)=Y+0.001;
for i=1:XNumP
    Floor(i,1)=-1;
    Floor(i,YNumP+1)=-1;
end

for j=2:YNumP
    y(j)=Ystep*(j-2);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i=1:XNumP
    x(i)=Xstep*(i-1);
end

```



```

for j=2:YNumP
    for i=2:XNumP
        if x(i)<=Xreta1
            Floor(i,j)=0;
        else if x(i)<=Xreta1+Xrampa1
            Floor(i,j)=(x(i)-Xreta1)^iR1/Xrampa1^iR1*h;
        else if x(i)<=Xreta1+Xrampa1+Xreta2
            Floor(i,j)=h;
        else if x(i)<=Xreta1+Xrampa1+Xreta2+Xrampa2
            Floor(i,j)=(Xreta1+Xrampa1+Xreta2+Xrampa2...
-x(i))^iR2/Xrampa2^iR2*h;
        else
            Floor(i,j)=0;
        end
    end
end
end
end
end
end
end

```

Função plano.m

```

function [Floor, x, y, Xstep, Ystep]=plano()

Xi=-20;
Xf=40;
Yi=-20;
Yf=20;
Ystep=1;
Xstep=1;

YNumP=(Yf-Yi)/Ystep+2;
XNumP=(Xf-Xi)/Xstep+2;
%%%%%% efeito visual do chao no SimMechanics %%%
y(1)=-0.0001+Yi;
y(YNumP+1)=Yf+0.0001;
for i=1:XNumP
    Floor(i,1)=-1;
    Floor(i,YNumP+1)=-1;
end

x(1)=-0.0001+Xi;
x(XNumP+1)=Xf+0.0001;
for i=1:YNumP
    Floor(1,i)=-1;
    Floor(XNumP+1,i)=-1;
end

for j=2:YNumP
    y(j)=Yi+Ystep*(j-2);
end

for i=2:XNumP

```

```
        x(i)=Xi+Xstep*(i-2);  
    end  
  
    for j=2:YNumP  
        for i=2:XNumP  
            Floor(i,j)=0;  
        end  
    end  
end
```