



# **Desenvolvimento de um programa para dimensionar engrenagens de dentes retos**

**Projeto de graduação**

**Departamento de engenharia mecânica**

**Aluno:** Leonardo Aiex Andrade

**Matrícula:** 1111467

**Orientador:** Jaime Tupiassú Pinho de Castro

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu professor e orientador Jaime Tupiassú Pinho de Castro que auxiliou nesse projeto. Como orientador sempre esteve disposto a me ajudar e sua tutoria foi fundamental para a elaboração deste trabalho. Como professor foi além do dever de ensinar procurando trazer problemas de engenharia reais para dentro de sala.

Agradeço a uns amigos de infância, Marcus Vinicius da Nova, Marcus da Nova, Marcia Nova, Bianca Nova e Barbara Paiva que me acolheram como parte de sua família. Há cerca de vinte anos que essa família vem influenciando a minha formação pessoal positivamente.

Devo reconhecer o papel importante que o projeto mini-Baja da PUC-Rio e as pessoas que fizeram parte dessa equipe comigo teve sobre meu desenvolvimento como engenheiro.

Por último, gostaria de fazer um agradecimento especial à minha família. Meu pai, Eustáquio, um homem de caráter, um pai carinhoso e um engenheiro dedicado. Minha mãe, Regina, uma mulher capaz de ser uma excelente médica e ao mesmo tempo uma mãe presente. Sempre colocando os interesses da família como prioridade. Minha irmã mais velha, Beatriz, que sempre foi um exemplo de coragem. Minha irmã do meio, Luiza, um exemplo de companheira que sempre esteve ao meu lado. Agradeço aos meus padrinhos, Rogério e Maria, e todos meus tios e primos.

## **RESUMO**

Este projeto consiste em desenvolver um programa que automatize e simplifique o dimensionamento de engrenagens de dentes retos. O programa é aplicado para dimensionar as engrenagens de uma caixa de redução de mini-Baja e aplicações semelhantes.

O conteúdo do programa segue a norma AGMA para dimensionamento de engrenagens de dentes retos projetados contra fadiga por tensão de flexão e tensão de desgaste superficial. O programa é desenvolvido na plataforma Excel.

**Palavras chave:** Programa, automatizar, engrenagens, dimensionamento, dentes.

## **ABSTRACT**

The main objective of this project is to develop a software that automates and simplifies the process that determine spur gears specifications. The software is applied to specify mini-Baja's spur gears and other similar cases.

The software is based on the AGMA procedure that determines spur gears specifications. The software is developed in Excel.

**Key words:** Software, automate, gears, specifications, gear teeth.





## Sumário

<b>1. Introdução .....</b>	<b>2</b>
1.1 - Tipos de engrenagens .....	2
1.2 - Caixa de redução fixa .....	4
1.3 - Baja SAE Brasil .....	4
<b>2. Base teórica .....</b>	<b>5</b>
2.1 - Nomenclatura.....	6
2.2 - Interferência.....	8
2.3 - Razão de contato.....	9
2.4 - Sistema de dentes .....	10
2.5 - AGMA.....	10
2.6 - Equação de flexão de Lewis .....	11
2.7 - Durabilidade Superficial.....	13
2.8 - Equações de tensão AGMA .....	15
2.9 - Equações de resistência AGMA .....	16
2.10 - Fatores geométricos.....	22
2.11 - Coeficiente elástico ZE (Cp) .....	24
2.12 - Fator dinâmico KV.....	26
2.13 - Fator de sobrecarga KO.....	27
2.14 - Fator de condição de superfície ZR (Cf).....	28
2.15 - Fator de tamanho KS .....	28
2.16 - Fator de distribuição de carga KH (Km) .....	29
2.17 - Fator de razão de dureza ZW CH.....	31
2.18 - Fatores de ciclagem de tensão YN e ZN .....	33
2.19 - Fator de confiabilidade YZ (KR).....	34
2.20 - Fator de temperatura Yθ (KT).....	34
2.21 - Fator de espessura de aro KB .....	35
2.22 - Fator de segurança SF e SH.....	36
2.23 - Projeto de um par de engrenagens.....	36
<b>3 - O programa computacional.....</b>	<b>38</b>
3.1 - Entradas .....	38
3.2 - Opções.....	45
3.3 - Escolha .....	48
<b>4 - Requisitos de projeto de engrenagens do mini-Baja .....</b>	<b>50</b>
4.1 - Torque.....	50
4.2 - Redução .....	53
<b>5. Resultados.....</b>	<b>54</b>
5.1 - Decisões iniciais .....	54
5.2 - Primeiro estágio do redutor .....	55
5.3 - Segundo passe no redutor .....	60
<b>6. Conclusão .....</b>	<b>63</b>
<b>7. Bibliografia.....</b>	<b>64</b>

## 1. Introdução

Dimensionar engrenagens pode ser um trabalho demorado e no final do processo pode ser que o resultado não seja satisfatório. A complexidade do dimensionamento não está na aplicação da teoria mas sim na quantidade de decisões que deve ser feita. Isso faz com que a mesma conta tenha que ser repetida várias vezes até encontrar o resultado desejado.

A equipe de mini-Baja da PUC-Rio entende o quão árduo dimensionar engrenagens pode ser. A caixa de redução fixa que faz parte do subsistema do trem de força do veículo é composto, além de outros componentes, por engrenagens. Se bem projetadas, engrenagens podem ter uma vida útil longa mas isso não é o que interessa num mini-Baja. A equipe *Reptiles* da PUC-Rio procura estar sempre evoluindo e melhorando seu veículo. Por isso as engrenagens são redimensionadas e trocadas com uma certa frequência.

Este trabalho trata de desenvolver um programa que simplifique e automatize o dimensionamento de engrenagens cilíndricas de dentes retos para uma redução fixa de mini-Baja e aplicações similares.

### 1.1 - Tipos de engrenagens

- Engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Possuem dentes paralelos ao eixo de rotação e são utilizadas para transmitir movimento de um eixo para o outro, paralelo ao primeiro. De todos os tipos, a engrenagem cilíndrica de dentes retos é a mais simples e, por esse motivo, utilizada para desenvolver as relações cinemáticas primárias na forma de dente.

Figura 1.1-1: Engrenagens cilíndricas de dentes retos.



- Engrenagens helicoidais.

Possuem dentes inclinados com relação ao eixo de rotação. Elas podem ser usadas nas mesmas aplicações as engrenagens de dentes retos e, quando assim utilizadas, não fazem tanto barulho, devido ao engajamento mais gradual dos dentes durante o engrazamento. O dente inclinado também cria forças axiais e conjugados de flexão, que não estão presentes no caso de dentes retos. Algumas vezes engrenagens helicoidais são utilizadas para transmitir movimento entre eixos não paralelos.

Figura 1.1-2: Engrenagens helicoidais.



- Engrenagens cônicas.

Possuem dentes formados em superfície cônicas e são utilizadas, principalmente, para transmitir movimentos entre eixos concorrentes.

Figura 1.1-3: Engrenagens cônicas.



## 1.2 - Caixa de redução fixa

Um par de engrenagens é composto por pinhão e por uma coroa, normalmente o pinhão é a menor engrenagem entre as duas. O papel de um par de engrenagens é transmitir torque e rotação, diminuído ou aumentando. Uma caixa de redução possui pelo menos um dessas engrenagens. Quando esse possui mais de um par, essa caixa de redução possui mais de um estágio de redução.

## 1.3 - Baja SAE Brasil

O programa Baja SAE Brasil é um desafio lançado aos estudantes de Engenharia que oferece a chance de aplicar na prática os conhecimentos adquiridos em sala de aula, visando incrementar sua preparação para o mercado de trabalho. Ao participar do programa, o aluno com um caso real de desenvolvimento de um veículo *off road*, desde sua concepção, projeto detalhado, construção e testes.

Os participantes devem formar equipes que representam a instituição de ensino superior à qual estão ligados. Estas equipes são desafiadas anualmente a participar da competição, que reúne os estudantes e promove a avaliação comparativa dos projetos.

Figura 1.3-1: mini-Baja Reptiles PUC-Rio.



## 2. Base teórica

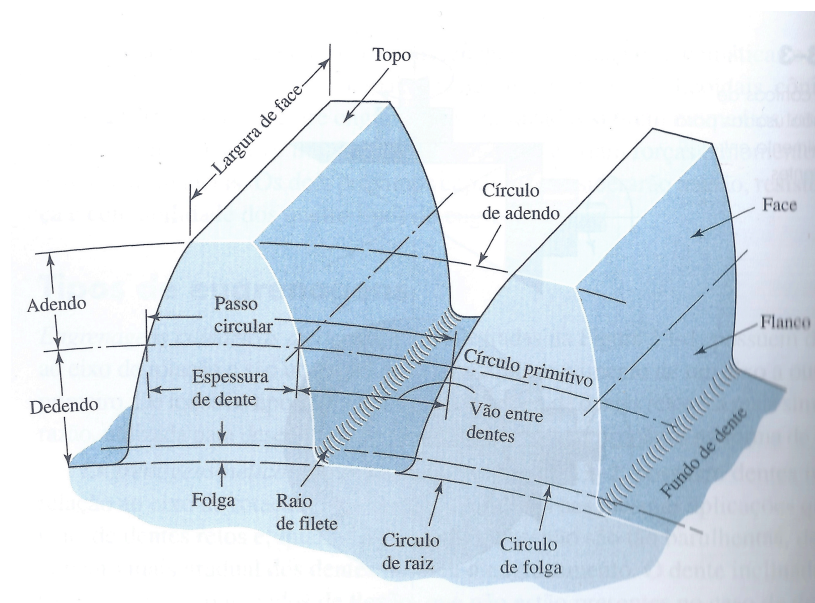
Tabela 2-1: Símbolos e seus nomes

Símbolo	Nome
$a$	Adendo
$b$	Dedendo
$C_p$	Coefficiente elástico
$d_G$	Diâmetro primitivo, coroa
$d_p$	Diâmetro primitivo, pinhão
$E$	Módulo de elasticidade
$F$	Largura de face líquida do elemento mais estreito
$H$	Potência
$h_t$	Profundidade completa do dente da engrenagem
$K_B$	Fator de espessura de borda
$K_H$	Fator de distribuição de carga
$K_O$	Fator de sobrecarga
$K_S$	Fator de tamanho
$K_V$	Fator dinâmico
$m$	Módulo
$N_G$	Número de dentes na coroa
$N_p$	Número de dentes no pinhão
$p$	Passo circular
$P$	Passo diametral
$Q_V$	Número de qualidade
$RC$	Razão de contato
$r_G$	Raio do círculo primitivo, coroa
$r_p$	Raio do círculo primitivo, pinhão
$S_c$	Resistência à fadiga de contato
$S_H$	Fator de segurança AGMA para fadiga de contato
$S_F$	Fator de segurança AGMA para tensão de flexão
$S_t$	Resistência à flexão
$V$	Velocidade do círculo primitivo

Símbolo	Nome
$W^t$	Carga transmitida
$Y$	Fator de forma de Lewis
$Y_j$	Fator geométrico da resistência à flexão
$Y_N$	Fator de ciclagem de tensão para tensões de flexão
$Y_Z$	Fator de confiabilidade
$Y_\theta$	Fator de temperatura
$Z_E$	Coefficiente elástico
$Z_I$	Fator geométrico para resistência superficial
$Z_N$	Fator de ciclagem para resistência ao crateramento
$Z_R$	Fator de condição superficial
$Z_W$	Fator de razão de dureza
$\sigma_{all}$	Tensão admissível de flexão
$\sigma_c$	Tensão de contato das relações de Hertz
$\sigma_{c,all}$	Tensão de contato admissível
$\sigma$	Tensão de flexão
$\phi$	Ângulo de pressão

## 2.1 - Nomenclatura

Figura 2.1-1: Nomenclatura para engrenagens cilíndricas de dentes retos.



Num par de engrenagens, a menor das duas é o pinhão e a maior é chamada de coroa. O círculo primitivo é um círculo teórico sobre o qual todos cálculos geralmente se baseiam; seu diâmetro é o diâmetro primitivo  $d$ . Os círculos primitivos de um par de engrenagens engrazadas são tangentes entre si.

O passo circular  $p$  é a distância, medida no círculo primitivo, do ponto de um dente ao correspondente ponto no dente adjacente. Assim, o passo circular é igual à soma da espessura de dente com a largura de espaçamento.

O módulo  $m$  é a razão entre o passo diametral e o número de dentes. A unidade de comprimento utilizada é o milímetro. O módulo é o índice de tamanho de dente no SI.

O passo diametral  $P$  é a razão entre o número de dentes da engrenagem e o diâmetro primitivo, é recíproco ao módulo. O passo diametral é expresso em dentes por polegada.

O adendo  $a$  é a distância radial entre o topo do dente e o círculo primitivo. O dedendo  $b$  é a distância radial do fundo de dente ao círculo primitivo. A profundidade completa  $h_t$  é a soma do adendo e do dedendo.

O círculo de folga é um círculo tangente ao círculo de adendo da engrenagem par. A folga  $c$  é a quantidade pela qual o dedendo em dada engrenagem excede o adendo da sua engrenagem par.

Deve-se provar a validade das seguintes relações:

Equação 2.1-1

$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m$$

Equação 2.1-2

$$m = \frac{d}{N}$$

Equação 2.1-3

$$P = \frac{N}{d}$$

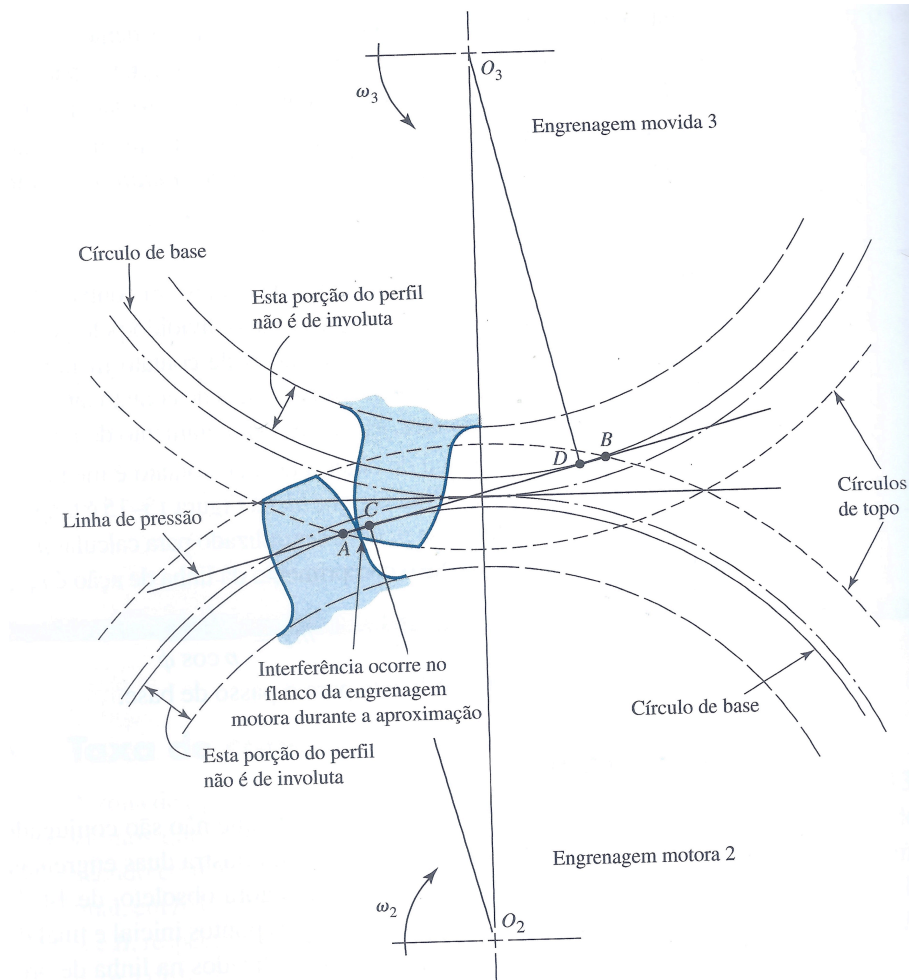
Equação 2.1-4

$$pP = \pi$$



## 2.2 - Interferência

Figura 2.2-1: Interferência na ação de dentes de engrenagens.



As engrenagens devem ser projetadas para evitar o deslizamento entre os dentes e a variação da distância entre a linha de transmissão da força e o centro dos seus eixos, ou seja, para obter um funcionamento eficiente e suave, que minimize o atrito e mantenha a razão de velocidades constante. Assim, geral o perfil dos dentes tem a forma de curvas envolventes conjugadas, cuja geratriz é comum.

Quando o dente é muito grande, parte de seu topo pode penetrar no círculo base de outra engrenagem e interferir no movimento conjugado.

Para evitar interferência nos pares de engrenagens de dentes retos, o número de dentes do pinhão  $N_p$  deve respeitar a seguinte equação:

$$N_p > \frac{2 \cdot k \cdot (r + \sqrt{r^2 + (1 + 2 \cdot r) \cdot \sin^2 \phi})}{(1 + 2 \cdot r) \sin^2 \phi}$$

onde  $r = \frac{N_G}{N_p}$  e para dentes de altura completa,  $k = 1$

A tabela 2.2-1 mostra o maior número de dentes da coroa  $N_G$  que não interfere com pinhões de  $N_p$  dentes retos e de altura completa, em função do ângulo de pressão  $\phi$ .

Tabela 2.2-1: Limite de número de dentes para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

$\phi = 20^\circ$		$\phi = 25^\circ$	
$N_G$	$N_p$	$N_G$	$N_p$
13	16	9	13
14	26	10	32
15	45	11	249
16	101	12	$\infty$
17	1329		
18	$\infty$		

### 2.3 - Razão de contato

Os cruzamentos da linha de pressão com os círculos de topo do pinhão e da coroa limitam o contato entre os dentes, logo a razão de contato do par de engrenagens é:

$$RC = \frac{\sqrt{N_p^2 \cdot \sin^2 \phi + 4 \cdot N_p + 4} + \sqrt{N_c^2 \cdot \sin^2 \phi + 4 \cdot N_c + 4} - (N_p + N_c) \cdot \sin \phi}{2 \cdot \pi \cdot \cos \phi}$$

Razões de contato  $RC$  maiores induzem tensões menores nos dentes e evitam que toda a carga gerada pelo torque seja suportada na ponta de um dente apenas. Por isso permitem um funcionamento mais suave do par de engrenagens. Deve-se especificar  $RC$  maior que 1,2 e preferir  $RC$  maior ou igual a 1,5.

## 2.4 - Sistema de dentes

O sistema de dentes é um padrão que especifica as relações envolvendo adendo, dedendo, profundidade de trabalho, espessura de dente e ângulo de pressão. Os padrões foram originalmente pensados para levar à intercambialidade de engrenagens de quaisquer números de dentes, porém com o mesmo ângulo de pressão e passo.

Tabela 2.4-1: Sistema padronizados e usados para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Sistema de dente	Ângulo de pressão $\phi$ , graus	Adendo $a$	Dedendo $b$
Profundidade completa	20	$1m$	$1,25m$ ou $1,35m$
	25	$1m$	$1,25m$ ou $1,35m$
Curto	20	$0,8m$	$1m$

Tabela 2.4-2: Tamanho de engrenagens de dentes retos em usos gerais.

Módulos	
Preferidos	1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50
Próxima escolha	1,25; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22; 28; 36; 45

## 2.5 - AGMA

A American Gear Manufactures Association (AGMA) foi ,por muitos anos, a autoridade responsável pela disseminação de conhecimento pertinente ao projeto e análise de engrenagens. Os métodos que essa organização apresenta estão em uso geral nos Estados Unidos quando resistência e desgastes são considerações primordiais. Em vista desse fato, é importante que a abordagem AGMA para o assunto seja aqui apresentada.

O enfoque geral da AGMA exige muitas tabelas e gráficos. Ao escolhermos um único ângulo de pressão e ao usar somente dentes de profundidade completa, omitimos desses materiais. Essa simplificação reduz a complexidade, porém sem impedir o desenvolvimento de um projeto satisfatório.

## 2.6 - Equação de flexão de Lewis

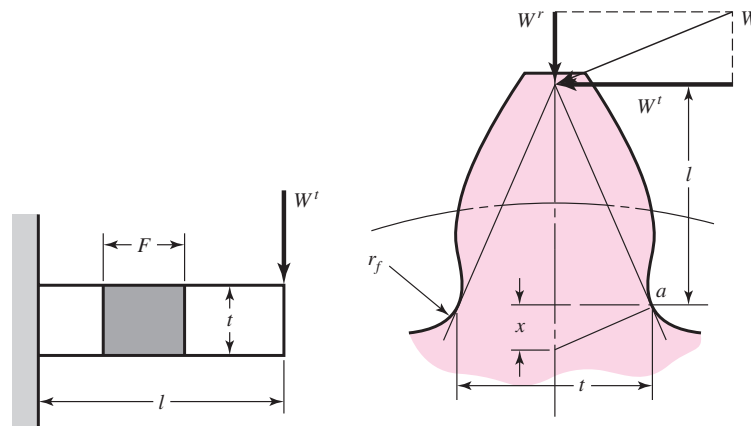
Wilfred Lewis introduziu uma equação para estimar a tensão de flexão em dentes de engrenagens na qual a forma do dente entrava na formulação. A equação, anunciada em 1892, ainda permanece como a base para o projeto da maioria das engrenagens atuais.

Para desenvolver a equação básica de Lewis, é considerado uma viga em balanço de dimensões transversais  $F$  e  $t$ , tendo comprimento  $l$  e uma carga  $W^t$ , uniformemente distribuída ao longo da largura da face  $F$ . O módulo seccional  $I/c$  vale  $Ft^2/6$ , e portanto a tensão causada pela flexão é:

Equação 2.6-1

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6W^t l}{Ft^2}$$

Figura 2.6-1: Considerações para desenvolvimento da equação básica de Lewis.



Consideramos que a máxima tensão em um dente de engrenagem ocorre no ponto  $a$ . Por similaridade de triângulos e empregando o passo diametral  $P$  e o fator de forma de Lewis  $Y$ , obtemos a seguinte equação:

Equação 2.6-2

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY}$$

Para ângulo de pressão normal de 20°, dentes de profundidade completa e um passo diametral unitário no plano de rotação, temos os valores do fator de forma de Lewis  $Y$ .

Tabela 2.6-1: Valores de fator de forma de Lewis  $Y$ .

Number of Teeth	$Y$	Number of Teeth	$Y$
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Rack	0.485

O uso da equação 2.6-2 também implica que os dentes não compartilham a carga e que a força máxima é exercida na ponta do dente. Como visto anteriormente, a razão de contato deve ser maior que a unidade, ao redor de 1,5, para conseguir um conjunto de engrenagens de qualidade.

### Efeitos dinâmicos

Quando um par de engrenagens se move a velocidades moderadas ou altas e é produzido barulho, seguramente estão presentes efeitos dinâmicos. Isso significa que devemos levar em consideração um aumento da carga devido a velocidade que engrenagens giram.

Sendo  $V$  a velocidade do círculo primitivo em (m/s), temos os seguintes fatores dinâmicos para diferentes tipos usinagens.

- Perfil cortado ou fresado:

Equação 2.6-3a

$$K_V = \frac{6,1 + V}{6,1}$$

- Perfil fresado em caracol ou conformado:

Equação 2.6-3b

$$K_V = \frac{3,56 + \sqrt{V}}{3,56}$$

- Perfil rebarbado ou retificado:

Equação 2.6-3c

$$K_V = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{V}}{5,56}}$$

Introduzindo o fator de velocidade na equação 2.6-2, obtemos:

Equação 2.6-4

$$\sigma = \frac{K_V W^t P}{F Y}$$

A versão métrica dessa equação é:

Equação 2.6-5

$$\sigma = \frac{K_V W^t}{F m Y}$$

Onde a largura da face  $F$  e o módulo  $m$  são expressos em milímetros (mm). Ao expressar a componente tangencial da carga  $W^t$  em newtons (N), obtêm-se tensões em mega Pascal (MPa).

As equações 2.6-4 e 2.6-5 são importantes, pois formam a base do procedimento AGMA para flexão de dentes de engrenagens.

## 2.7 - Durabilidade Superficial

Dentes de engrenagens estão sujeitos à falha das superfícies, geralmente chamada de desgaste. Crateramento é uma falha por fadiga superficial causada por muitas repetições de tensões elevadas de contato. Outras formas de falha superficial incluem estricção, que é uma falha de lubrificação, e abrasão, que é o desgaste em razão da presença de material estranho.

Para obtermos uma expressão para tensão de contato superficial empregamos a teoria de Hertz. A tensão de contato entre os dentes de um par de engrenagem pode ser aproximada pela tensão de contato entre dois cilindros que pode ser expressa como:

Equação 2.7-1

$$p_{max} = \frac{2F_{cil}}{\mu b_{cil} l}$$

onde:

$p_{max}$  = pressão superficial máxima

$F_{cil}$  = força que comprime um cilindro contra o outro

$l$  = comprimento dos cilindros

e  $b_{cil}$  a semilargura calculada pela seguinte equação:

Equação 2.7-1a

$$b_{cil} = \left\{ \frac{2F_{cil}}{\pi l} \frac{(1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2}{(1/d_1) + (1/d_2)} \right\}^{1/2}$$

em que  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $E_1$  e  $E_2$  são constantes elásticas e  $d_1$  e  $d_2$  são os diâmetros, respectivamente, dos dois cilindros em contato.

A fim de adaptarmos essas relações à notação utilizada com engrenagens, pode-se substituir a nomenclatura das equações 2.7-1 e 2.7-1a. Troca-se  $p_{max}$  por  $\sigma_C$ , a tensão superficial de compressão. Os valores instantâneos dos raios de curvatura nos perfis do dente do pinhão e coroa no ponto de contato são  $r_1$  e  $r_2$ , respectivamente. Considerando o ponto de contato no círculo primitivo, onde ocorre rolamento puro, os raios de curvatura nos perfis do dente são:

Equação 2.7-2

$$r_1 = \frac{d_p \sen \phi}{2}$$

Equação 2.7-3

$$r_2 = \frac{d_G \sen \phi}{2}$$

em que  $\phi$  é o ângulo de pressão e  $d_p$  e  $d_C$  são os diâmetros primitivos do pinhão e da coroa, respectivamente.

Como maneira simples de combinar e tabular os resultados pertinentes a varias combinações de pinhão e coroa, a AGMA define um coeficiente elásticos  $C_p$  por intermédio da equação:

Equação 2.7-4

$$C_p = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_C^2}{E_C} \right)} \right]^{1/2}$$

Com essa simplificação e a adição de um fator de velocidade  $K_v$ , a equação de tensão superficial de compressão pode ser escrita como:

Equação 2.7-5

$$\sigma_c = -C_p \left[ \frac{K_v W^t}{F \cos \phi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2}$$

em que o sinal é negativo porque  $\sigma_c$  é uma tensão de compressão.

## 2.8 - Equações de tensão AGMA

Duas equações de tensão fundamentais são utilizadas na metodologia AGMA, uma para tensão flexional e outra para a resistência ao crateramento. A equação para tensão flexional é:

Equação 2.8-1

$$\sigma = W^t K_O K_V K_S \frac{P_d K_m K_B}{F J}$$

em unidades habituais nos EUA

Equação 2.8-2

$$\sigma = W^t K_O K_V K_S \frac{1}{F m} \frac{K_H K_B}{Y_J}$$

e em unidades SI

em que, para unidades SI (unidades inglesas),

$W^t$  é a força tangencial transmitida em N (lbf)

$K_O$  é o fator de sobrecarga

$K_V$  é o fator dinâmico

$K_S$  é o fator de tamanho

$K_H(K_m)$  é o fator de distribuição de carga

$K_B$  é o fator de espessura de borda (de aro)

$F$  é a largura da face do elemento mais estreito em mm (in)

$Y_J (J)$  é o fator geométrico para resistência flexional que inclui o fator de concentração de filete de raiz  $K_f$

$m$  é o módulo métrico

$P_d$  é o passo diametral transversal



Antes de detalhar o significado desses termos, é importante relevar itens que um projetista de engrenagens deve considerar.

- Magnitude de carga transmitida.
- Sobrecarga.
- Aumento dinâmico da carga transmitida.
- Tamanho.
- Geometria; módulo e largura da face.
- Distribuição de carga ao longo dos dentes.
- Suporte de borda do dente.
- Fator de forma de Lewis e fator de concentração de tensão do filete da raiz.

A equação fundamental para resistência ao crateramento é

Equação 2.8-3

$$\sigma_c = C_P \sqrt{W^t K_O K_V K_S \frac{K_m C_f}{d_p F I}}$$

em unidades habituais nos EUA

Equação 2.8-4

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W^t K_O K_V K_S \frac{K_H Z_R}{d_p F Z_I}}$$

e em unidades SI

em que,

$Z_E (C_p)$  é o coeficiente elástico em  $\sqrt{N/mm^2}$  ( $\sqrt{lb/in^2}$ )

$Z_R (C_f)$  é o fator de condição superficial

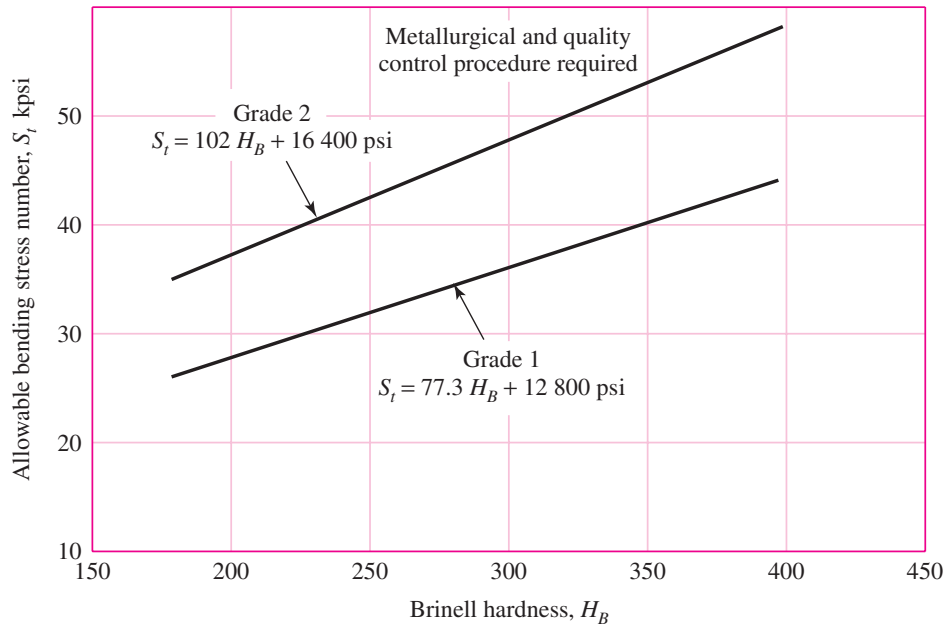
$d_p$  é o diâmetro primitivo do pinhão em mm (in)

$Z_I (I)$  é o fator geométrico para resistência de crateramento

## 2.9 - Equações de resistência AGMA

A resistência flexional de engrenagens  $S_t$  é modificada por vários fatores que produzem valores-limite da tensão de flexão e da tensão de contato.

Figura 2.9-1: Resistência à flexão  $S_t$  para engrenagens de aços endurecidos por completo.

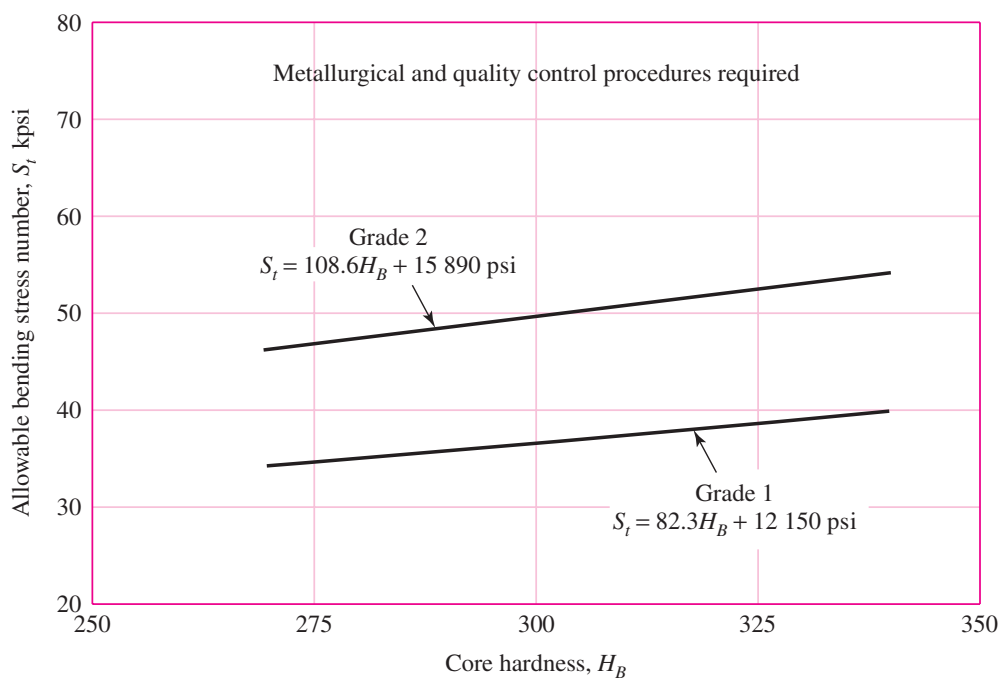


As equações SI são:

$$S_t = 0,533H_B + 88,3 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{grau 1}$$

$$S_t = 0,703H_B + 113 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{grau 2}$$

Figura 2.9-2: Resistência à flexão  $S_t$  para engrenagens de aço endurecidas totalmente por nitretação.

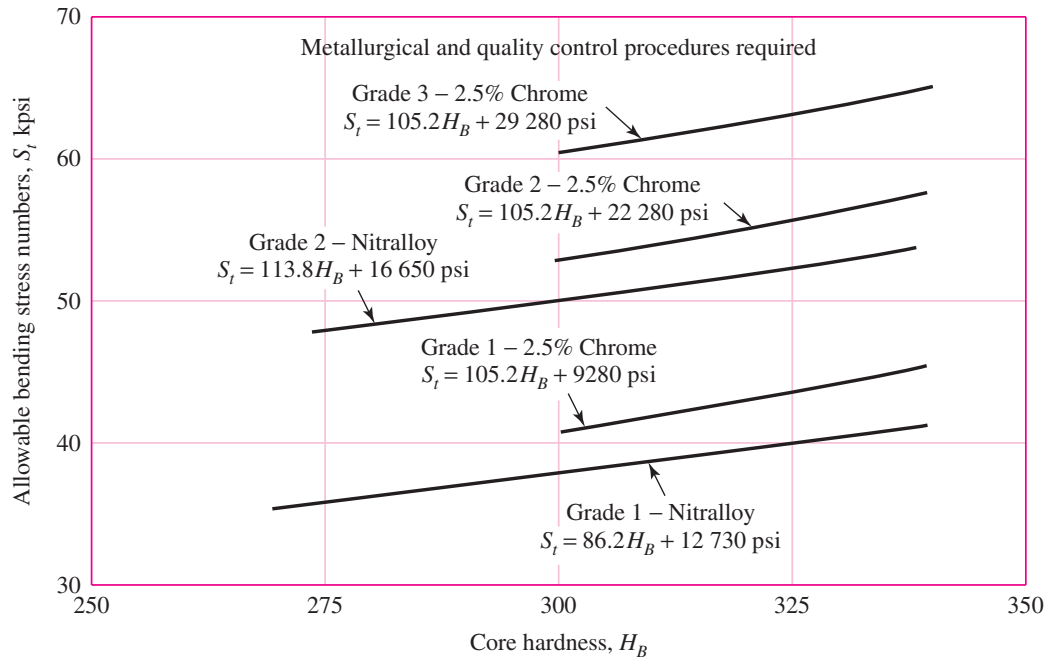


As equações SI são:

$$S_t = 0,568H_B + 83,8 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{grau 1}$$

$$S_t = 0,749H_B + 110 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{grau 2}$$

Figura 2.9-3: Resistência à flexão  $S_t$  para engrenagens de aço nitretado.



As equações SI são:

$$S_t = 0,594H_B + 87,76 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{Nitralloy grau 1}$$

$$S_t = 0,784H_B + 114,81 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{Nitralloy grau 2}$$

$$S_t = 0,7255H_B + 63,89 \text{ (MPa)} \rightarrow 2,5\% \text{ de cromo, grau 1}$$

$$S_t = 0,7255H_B + 153,63 \text{ (MPa)} \rightarrow 2,5\% \text{ de cromo, grau 2}$$

$$S_t = 0,7255H_B + 201,91 \text{ (MPa)} \rightarrow 2,5\% \text{ de cromo, grau 3}$$

Tabela 2.9-1: Resistência à flexão  $S_t$  aplicada repetidamente a  $10^7$  ciclos e confiabilidade de 0,99 para engrenagens de aço.

Material Designation	Heat Treatment	Minimum Surface Hardness <sup>1</sup>	Allowable Bending Stress Number $S_t$ , <sup>2</sup>		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel <sup>3</sup>	Through-hardened	See Fig. 14-2	See Fig. 14-2	See Fig. 14-2	—
	Flame <sup>4</sup> or induction hardened <sup>4</sup> with type A pattern <sup>5</sup>	See Table 8*	45 000	55 000	—
	Flame <sup>4</sup> or induction hardened <sup>4</sup> with type B pattern <sup>5</sup>	See Table 8*	22 000	22 000	—
	Carburized and hardened	See Table 9*	55 000	65 000 or 70 000 <sup>6</sup>	75 000
	Nitrided <sup>4,7</sup> (through-hardened steels)	83.5 HR 15N	See Fig. 14-3	See Fig. 14-3	—
Nitralloy 135M, Nitralloy N, and 2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided <sup>4,7</sup>	87.5 HR 15N	See Fig. 14-4	See Fig. 14-4	See Fig. 14-4

Notes: See ANSI/AGMA 2001-D04 for references cited in notes 1–7.

<sup>1</sup>Hardness to be equivalent to that at the root diameter in the center of the tooth space and face width.

<sup>2</sup>See tables 7 through 10 for major metallurgical factors for each stress grade of steel gears.

<sup>3</sup>The steel selected must be compatible with the heat treatment process selected and hardness required.

<sup>4</sup>The allowable stress numbers indicated may be used with the case depths prescribed in 16.1.

<sup>5</sup>See figure 12 for type A and type B hardness patterns.

<sup>6</sup>If bainite and microcracks are limited to grade 3 levels, 70 000 psi may be used.

<sup>7</sup>The overload capacity of nitrided gears is low. Since the shape of the effective S-N curve is flat, the sensitivity to shock should be investigated before proceeding with the design. [7]

\*Tables 8 and 9 of ANSI/AGMA 2001-D04 are comprehensive tabulations of the major metallurgical factors affecting  $S_t$  and  $S_c$  of flame-hardened and induction-hardened (Table 8) and carburized and hardened (Table 9) steel gears.

A equação para tensão admissível de flexão é:

Equação 2.9-1

$$\sigma_{all} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

em unidades habituais nos EUA

Equação 2.9-2

$$\sigma_{all} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z}$$

e em unidades SI

sendo, para unidades SI (inglesas)

$S_t$  é a tensão de flexão admissível em  $N/mm^2$  ( $lbf/in^2$ )

$Y_N$  é o fator de ciclagem de tensão para tensões de flexão

$Y_\theta$  ( $K_T$ ) é o fator de temperatura

$Y_Z$  ( $K_R$ ) é o fator de confiabilidade

$S_F$  é o fator de segurança AGMA, uma razão de tensão

A equação para a tensão de contato admissível é

Equação 2.9-3

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R}$$

em unidades habituais nos EUA

Equação 2.9-4

$$\sigma_{c,all} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z}$$

em unidades SI

Sendo, para unidades SI (inglesas)

$S_c$  é a resistência à fadiga de contato  $N/mm^2$  ( $lbf/in^2$ )

$Z_N$  é o fator de ciclagem de tensão na vida

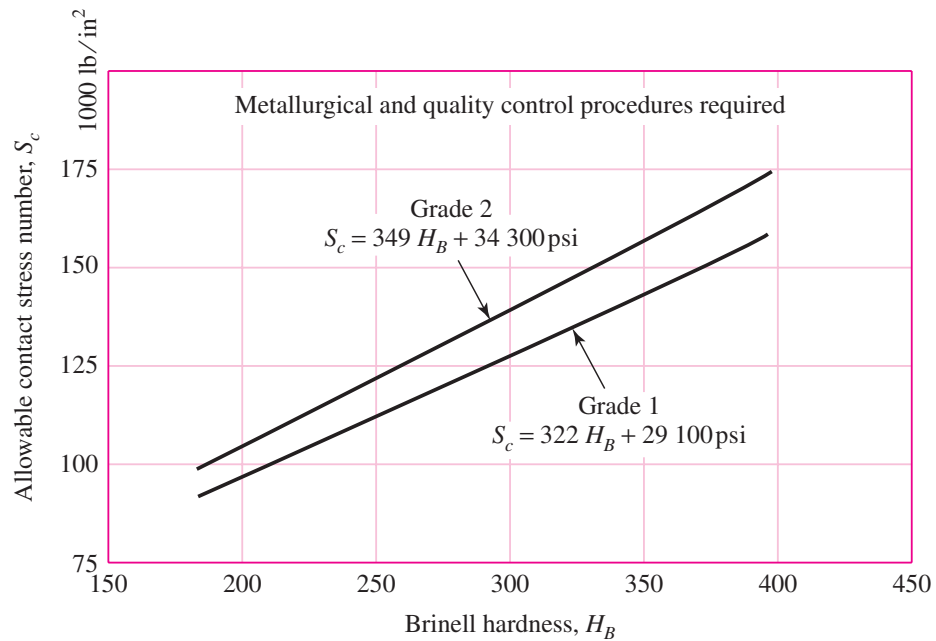
$Z_W$  ( $C_H$ ) é o fator de razão de dureza para resistência ao crateramento

$S_H$  é o fator de segurança AGMA, uma razão de tensão

Números de tensão de admissível AGMA (resistências) para a tensão de flexão e de contato referem-se a:

- Carregamento unidirecional.
- 10 milhões de ciclos de tensão.
- 99% de confiabilidade.

Figura 2.9-4: Resistência à fadiga de contato  $S_c$  a  $10^7$  ciclos e com 0,99 e confiabilidade para engrenagens de aço endurecidos por completo.



As equações SI são:

$$S_c = 2,22H_B + 200 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{grau 1}$$

$$S_c = 2,41H_B + 237 \text{ (MPa)} \rightarrow \text{grau 2}$$

Tabela 2.9-2: Temperatura nominal utilizada na nitratação e durezas obtidas.

Steel	Temperature Before Nitriding, °F	Nitriding, °F	Hardness, Rockwell C Scale	
			Case	Core
Nitralloy 135*	1150	975	62–65	30–35
Nitralloy 135M	1150	975	62–65	32–36
Nitralloy N	1000	975	62–65	40–44
AISI 4340	1100	975	48–53	27–35
AISI 4140	1100	975	49–54	27–35
31 Cr Mo V 9	1100	975	58–62	27–33

\*Nitralloy is a trademark of the Nitralloy Corp., New York.

Tabela 2.9-3: Resistência ao contato  $S_c$  aplicado repetidamente a  $10^7$  ciclos de carga com 0,99 de confiabilidade para engrenagens de aço.

Material Designation	Heat Treatment	Minimum Surface Hardness <sup>1</sup>	Allowable Contact Stress Number, <sup>2</sup> $S_c$ , psi		
			Grade 1	Grade 2	Grade 3
Steel <sup>3</sup>	Through hardened <sup>4</sup>	See Fig. 14–5	See Fig. 14–5	See Fig. 14–5	—
	Flame <sup>5</sup> or induction hardened <sup>5</sup>	50 HRC	170 000	190 000	—
		54 HRC	175 000	195 000	—
	Carburized and hardened <sup>5</sup>	See Table 9*	180 000	225 000	275 000
	Nitrided <sup>5</sup> (through hardened steels)	83.5 HR15N	150 000	163 000	175 000
2.5% chrome (no aluminum)		84.5 HR15N	155 000	168 000	180 000
	Nitrided <sup>5</sup>	87.5 HR15N	155 000	172 000	189 000
Nitralloy 135M	Nitrided <sup>5</sup>	90.0 HR15N	170 000	183 000	195 000
Nitralloy N	Nitrided <sup>5</sup>	90.0 HR15N	172 000	188 000	205 000
2.5% chrome (no aluminum)	Nitrided <sup>5</sup>	90.0 HR15N	176 000	196 000	216 000

Notes: See ANSI/AGMA 2001-D04 for references cited in notes 1–5.

<sup>1</sup>Hardness to be equivalent to that at the start of active profile in the center of the face width.

<sup>2</sup>See Tables 7 through 10 for major metallurgical factors for each stress grade of steel gears.

<sup>3</sup>The steel selected must be compatible with the heat treatment process selected and hardness required.

<sup>4</sup>These materials must be annealed or normalized as a minimum.

<sup>5</sup>The allowable stress numbers indicated may be used with the case depths prescribed in 16.1.

\*Table 9 of ANSI/AGMA 2001-D04 is a comprehensive tabulation of the major metallurgical factors affecting  $S_t$  and  $S_c$  of carburized and hardened steel gears.

Quando ocorre carregamento alternado, AGMA recomenda que se utilize 70% dos valores.

## 2.10 - Fatores geométricos

Vimos como o fator  $Y$  é utilizado na equação de Lewis para introduzir o efeito da forma de dente na equação de tensão. Os fatores AGMA ( $Z_I$  e  $Y_J$ ) pretendem alcançar o mesmo propósito de uma forma mais elaborada.

A determinação de  $Z_I$  e  $Y_J$  depende da taxa de contato da face  $m_F$ . Esse termo é definido como:

Equação 2.10-1

$$m_F = \frac{F}{p_x}$$

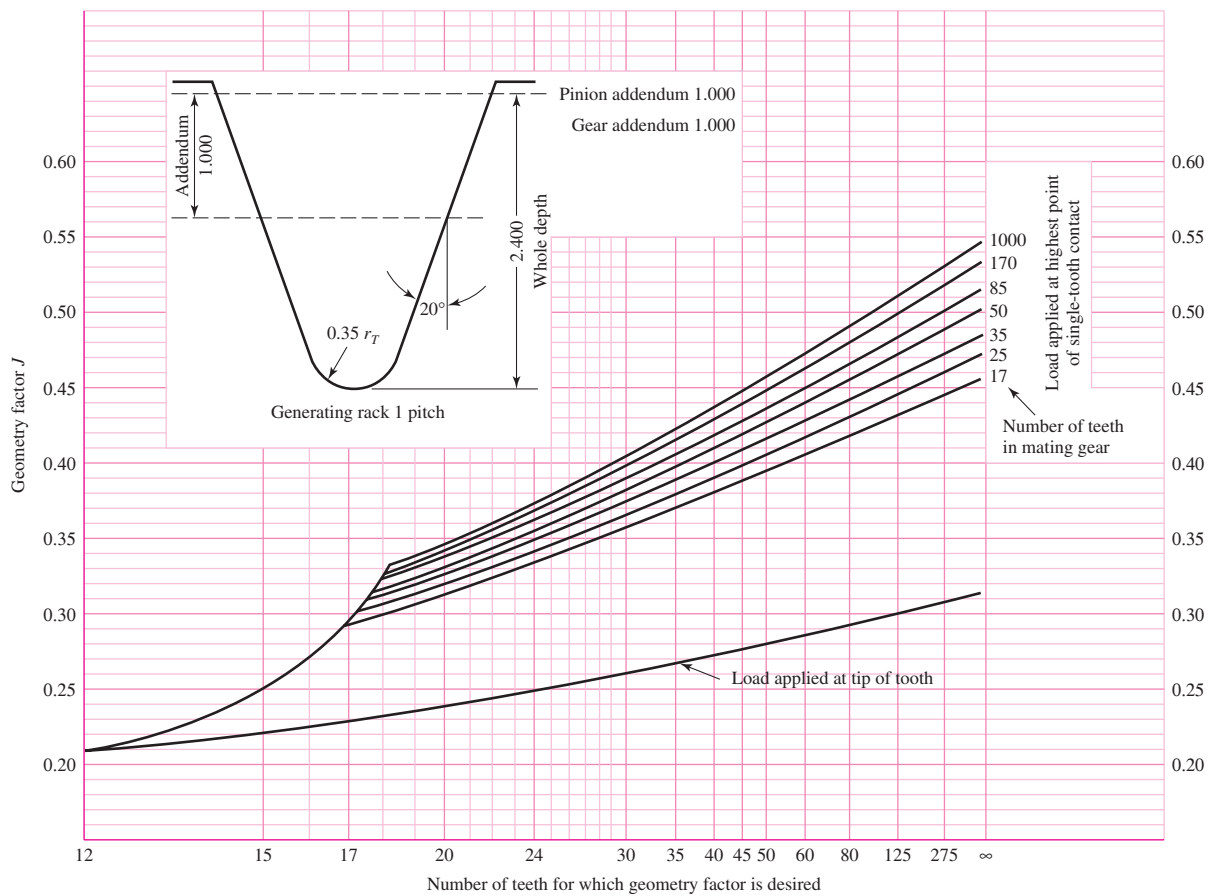
em que  $p_x$  é o passo axial e para engrenagens cilíndricas de dentes retos,  $m_F = 0$ .

### Fator geométrico da resistência à flexão $Y_J$ ( $J$ )

O fator de  $Y_J$  da AGMA emprega um valor modificado do fator de forma de Lewis; um fator de concentração de tensão de fadiga  $K_f$ ; e uma razão de contato de compartilhamento de carga no dente  $m_N$ .

A figura 2.10-1 permite obter o fator geométrico  $Y_J$  ( $J$ ) para engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão de  $20^\circ$  e dentes de profundidade completa.

Figura 2.10-1: Fatores geométrico  $Y_J$  de engrenagens cilíndricas de dentes retos.



### Fator geométrico da resistência superficial $Z_I$ ( $I$ )

O fator  $Z_I$  é também chamado pela AGMA de fator geométrico de resistência ao crateramento.

A equação que descreve  $Z_I$  para engrenagens externas de dentes retos é:

Equação 2.10-2

$$Z_I = \frac{\cos\phi \sin\phi}{2m_N} \frac{r}{r+1}$$



onde:

$$r = N_c / N_p$$

e  $m_N = 1$  para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

## **2.11 - Coeficiente elástico $Z_E$ ( $C_p$ )**

Os valores de  $Z_E$  podem ser computadas diretamente da equação 2.11-1 ou obtidos a 2.11-1.

Equação 2.11-1

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_C^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

Tabela 2.11-1: Coeficiente elástico  $Z_E$ .

Gear Material and Modulus of Elasticity $E_G$ , lbf/in <sup>2</sup> (MPa)*						
Pinion Material	Pinion Modulus of Elasticity $E_p$ , psi (MPa)*	Malleable Iron				
		Steel	Nodular Iron		Cast Iron	
		$30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	$25 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	$24 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	$22 \times 10^6$ ( $1.5 \times 10^5$ )	$16 \times 10^6$ ( $1.1 \times 10^5$ )
Steel	$30 \times 10^6$ ( $2 \times 10^5$ )	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)
Malleable iron	$25 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)
Nodular iron	$24 \times 10^6$ ( $1.7 \times 10^5$ )	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)
Cast iron	$22 \times 10^6$ ( $1.5 \times 10^5$ )	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (149)
Aluminum bronze	$17.5 \times 10^6$ ( $1.2 \times 10^5$ )	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)
Tin bronze	$16 \times 10^6$ ( $1.1 \times 10^5$ )	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)

Poisson's ratio = 0.30.

\*When more exact values for modulus of elasticity are obtained from roller contact tests, they may be used.

## 2.12 - Fator dinâmico $K_V$

Fatores dinâmicos são utilizados para levar em conta imprecisões na manufatura e engrazamento de dentes de engrenagem em ação. O erro de transmissão é definido como o afastamento da condição de velocidade angular uniforme do par de engrenagens. Alguns dos efeitos que produzem erro de transmissão são:

- Falta de acurácia produzida durante a geração do perfil de dente; esse incluem erros no espaçamento de dentes, frente de perfil e acabamento.
- Vibração do dente durante o engrenamento causada pela rigidez do dente.
- Magnitude da velocidade no círculo primitivo.
- Desbalanceamento dinâmico dos elementos rotativos.
- Desgaste e deformação permanente das porções em contato dos dentes.
- Desalinhamento do eixo de engrenagens e deflexão linear e angular do eixo.
- Atrito entre dentes.

Numa tentativa de levar em conta esses aspectos, AGMA definiu um conjunto de *números de qualidade*. Esses números definem as tolerâncias de engrenagens de vários tamanhos, manufaturadas a uma acurácia especificada. Números de qualidade 3 a 7 incluirão a maior parte das engrenagens de qualidade comercial. Números de qualidade 8 a 12 são de qualidade precisa. O número de nível de acurácia de transmissão AGMA  $Q_V$  poderia ser tomado como idêntico ao número de qualidade. As seguintes equações para fator dinâmico são baseadas nesses números  $Q_V$ :

Equação 2.12-1

$$K_V = \left( \frac{A + \sqrt{200 \cdot V}}{A} \right)^B$$

em que

Equação 2.12-1a

$$A = 50 + 56 \cdot (1 - B)$$

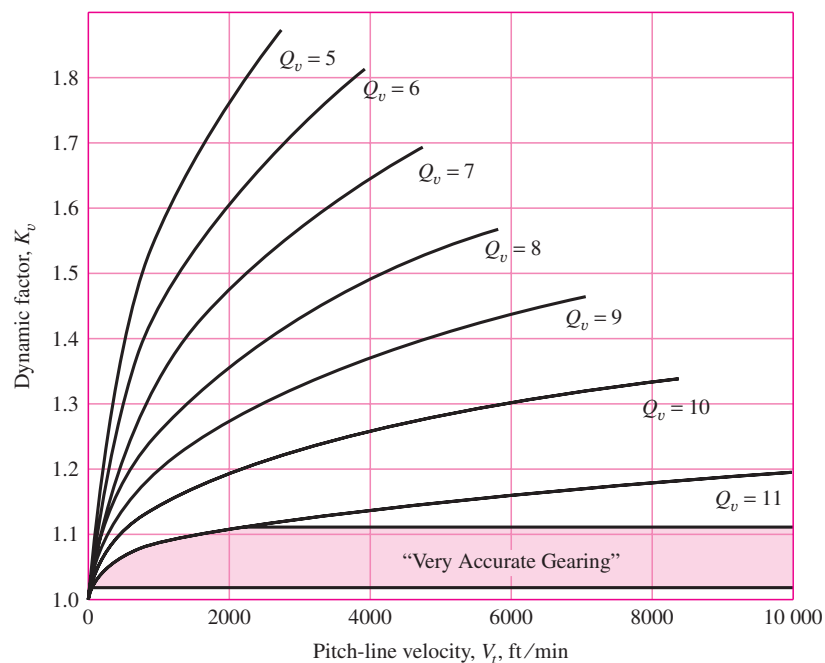
$$B = 0,25 \cdot (12 - Q_V)^{2/3}$$

e a velocidade máxima em m/s

$$V_{max} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200}$$

A figura 2.12-1 é um gráfico de  $K_v$ , como uma função da velocidade no círculo primitivo para estimativas gráficas de  $K_v$ .

Figura 2.12-1: Fator dinâmico  $K_v$



## 2.13 - Fator de sobrecarga $K_o$

O fator de sobrecarga é feito para levar em consideração todas as cargas externas aplicadas que excedem a carga tangencial nominal  $W^t$  em uma aplicação particular. Exemplos incluem variações no torque, relativamente ao valor médio, em razão da explosão interna nos cilindros do motor de combustão interna, ou reação a variações de torque em um acionador de bomba pistão.

Tabela 2.13-1: Fatores de sobrecarga  $K_O$ .

Fonte de potência	Uniforme	Choques moderados	Choques intensos
Uniforme (motores elétricos, turbinas)	1,00	1,25	1,75
Choque leve (MCI* multicilíndricos)	1,25	1,50	2,00
Choque médio (MCI monocilíndricos)	1,50	1,75	2,25

\* Motor a combustão interna

## 2.14 - Fator de condição de superfície $Z_R (C_f)$

O fator de condição de superfície é usado somente na equação de resistência ao crateramento. Ele depende de:

- Acabamento superficial.
- Tensões residuais
- Efeitos plásticos (encruamento por trabalho).

Ainda não foram estabelecidas condições padrão de superfície para dentes de engrenagens. Quando um efeito residual do acabamento superficial estiver presente, a AGMA especifica um valor de  $Z_R$  maior que a unidade.

## 2.15 - Fator de tamanho $K_S$

Fator de tamanho reflete a não uniformidade das propriedades do material causado pelo tamanho. Ele depende de:

- Tamanho de dente.
- Diâmetro da peça.
- Razão entre o tamanho do entre e o diâmetro da peça.
- Largura da face.
- Área do padrão de tensão.
- Razão da profundidade de camada pelo tamanho do dente.
- Capacidade de endurecimento e tratamento térmico.

Fatores padronizados de tamanho para dentes de engrenagens ainda não foram definidos para casos em que existe um efeito prejudicial de tamanho. Em tais casos, a AGMA recomenda um fator de tamanho maior que a unidade. Se não existir efeito prejudicial de tamanho, recomenda-se utilizar o valor unitário.

## 2.16 - Fator de distribuição de carga $K_H$ ( $K_m$ )

O fator de distribuição de carga modificou as equações de tensão para refletir a não uniformidade da distribuição de carga ao longo da linha de contato. O ideal é posicionar a engrenagem a “meia distância” entre mancais, numa posição de inclinação nula quando a carga é aplicada. Contudo, isso não é sempre possível. O seguinte procedimento é aplicável:

- Razão da largura líquida para o diâmetro primitivo do pinhão  $F/d \leq 2$ .
- Elementos de engrenagens montados entre mancais
- Larguras de face até 40 in.
- Contato, na condição de carga, ocorrendo ao longo da largura completa do elemento mais estreito.

O fator de distribuição de carga, sob essas condições, é correntemente dado pelo fator de distribuição de carga de face  $C_{mf}$ , em que:

Equação 2.16-1

$$K_H = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

em que

$C_{mc} = 1$  para dentes sem coroamento.

$C_{mc} = 0,8$  para dentes coroados.

$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0,025$ ;  $F \leq 1$  in.

$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0,0375 + 0,0125F$ ;  $1 < F \leq 17$  in.

$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0,1109 + 0,0207F - 0,000228F^2$ ;  $17 < F \leq 40$  in.

Para valores de  $F/10d < 0,05$ ;  $F/10d = 0,05$  é utilizado.

$C_{pm} = 1$  para pinhão montado no intervalo entre mancais com  $S_1/S < 0,175$ .

$C_{pm} = 1,1$  para pinhão montado no intervalo entre mancais com  $S_1/S \geq 0,175$ .

$C_{ma} = A + BF + CF^2$

Tabela 2.16-1: Constantes empíricas A, B e C para encontrar  $C_{ma}$ . Largura de face em polegadas.

Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	$-0.765(10^{-4})$
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	$-0.930(10^{-4})$
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	$-0.926(10^{-4})$
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	$-0.822(10^{-4})$

$C_e = 0,8$  para engrenamento ajustado na montagem, ou quando a compatibilidade é melhorada por lapidação.

$C_e = 1$  para todas as outras condições.

Figura 2.16-1: Definições das distâncias  $S$  e  $S_1$  para avaliação de  $C_{pm}$ .

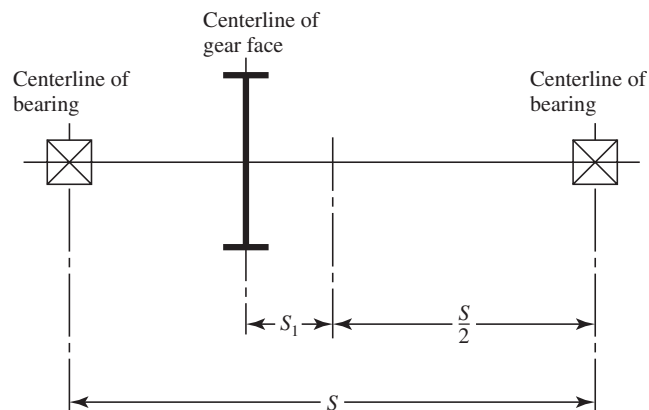
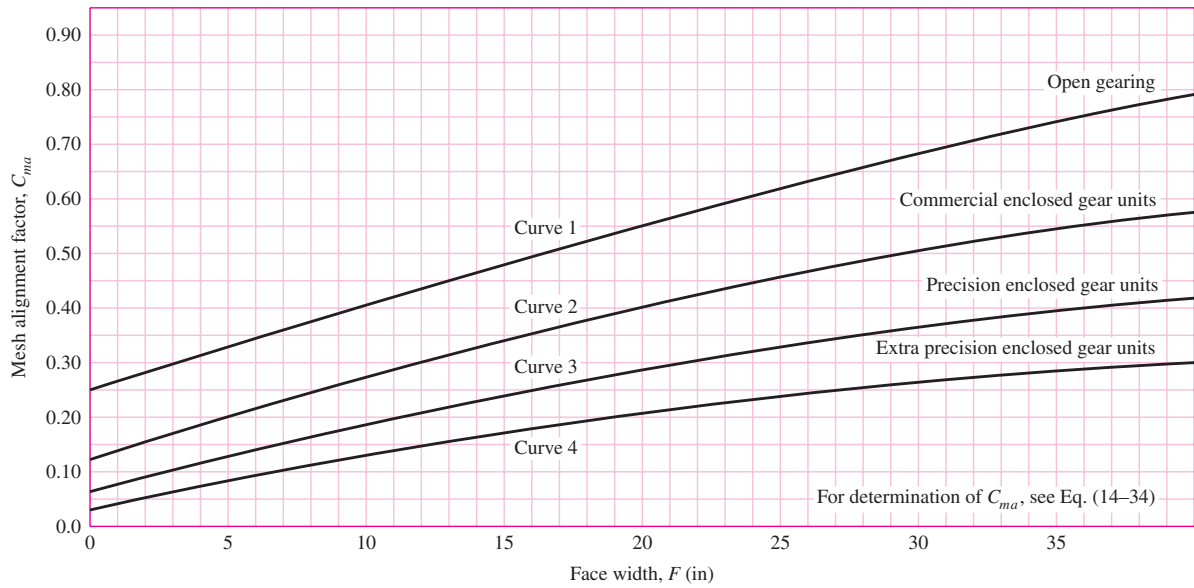


Figura 2.16-2: Fator de alinhamento de engrenagem  $C_{ma}$ .

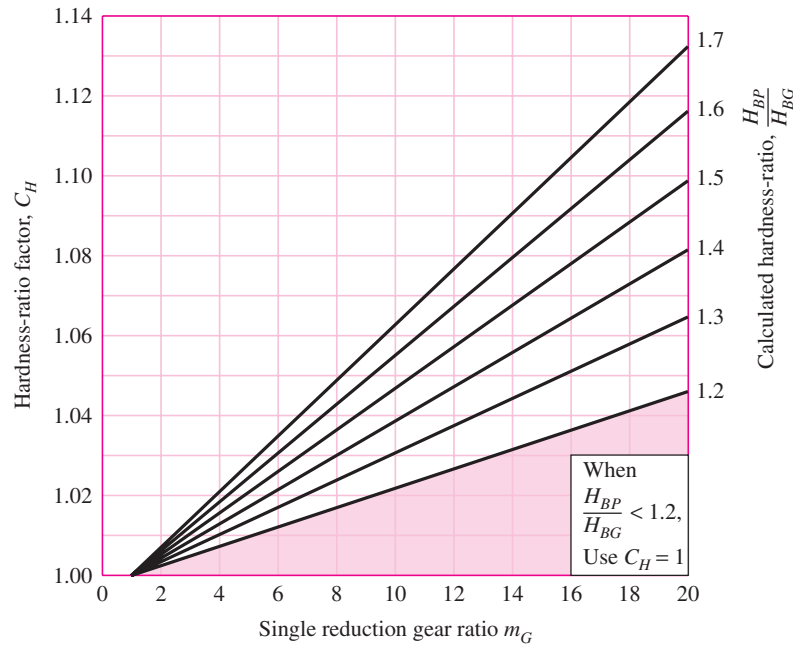


## 2.17 - Fator de razão de dureza $Z_W$ ( $C_H$ )

O pinhão geralmente possui um número menor de dentes que a coroa, e consequentemente é submetido a mais ciclos de tensão de contato. Se ambos, pinhão e coroa, são endurecidos de forma completa, então uma resistência superficial uniforme pode ser obtida ao fazer o pinhão mais duro que a coroa. Um efeito similar pode ser conseguido quando um pinhão de superfície endurecida é acoplado com uma engrenagem endurecida por completo. O fator de razão de dureza é utilizado somente para a coroa. O seu propósito é ajustar as resistências superficiais com relação a esse efeito. Os valores de  $C_H$  são obtidos a partir do seguinte gráfico.



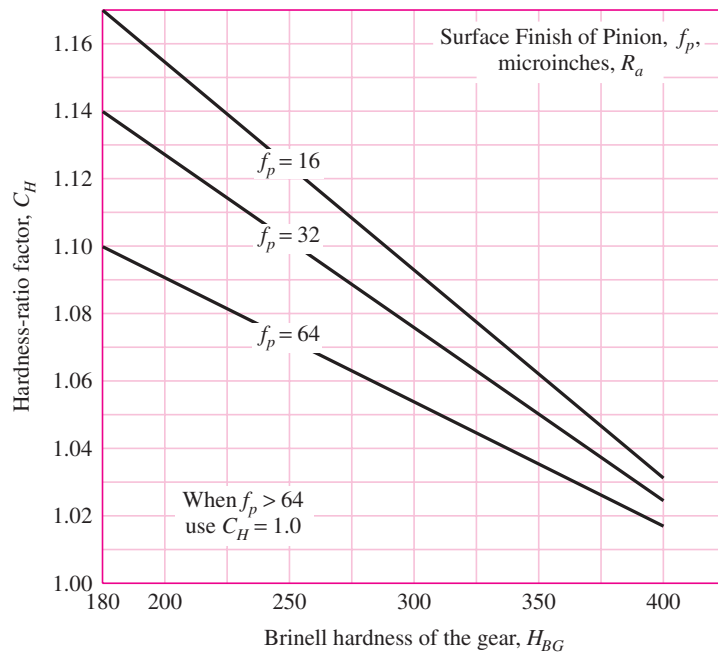
Figura 2.17-1: Fator de razão de dureza  $C_H$  (aço endurecido por completo).



em que  $r(m_G)$  representa razão de velocidade e os termos  $H_{BP}$  e  $H_{BG}$  representam durezas Brinell do pinhão e coroa, respectivamente.

Quando pinhões com superfície endurecida com dureza de 48 na escala Rockwell C, ou mais duros, são engranzados com engrenagens endurecidas por completo, ocorre um encruamento. O fator de razão de dureza é uma função do acabamento superficial do pinhão  $f_p$  e da dureza da engrenagem acoplante. A figura 2.17-2 mostra a relação.

Figura 2.17-2: Fator de razão de dureza  $C_H$  (pinhão de aço com superfície endurecida).



## 2.18 - Fatores de ciclagem de tensão $Y_N$ e $Z_N$

As resistências AGMA para fadiga flexional e para fadiga por tensões de contato são baseados em  $10^7$  ciclos de carga aplicada. O propósito dos fatores de ciclos de carga é modificar a resistência da engrenagem para vidas outras que  $10^7$  ciclos. Os valores para esses fatores são encontrados nas figuras a seguir.

Figura 2.18-1: Fator de ciclagem de tensão  $Y_N$  para resistência de flexão sob carregamento repetido.

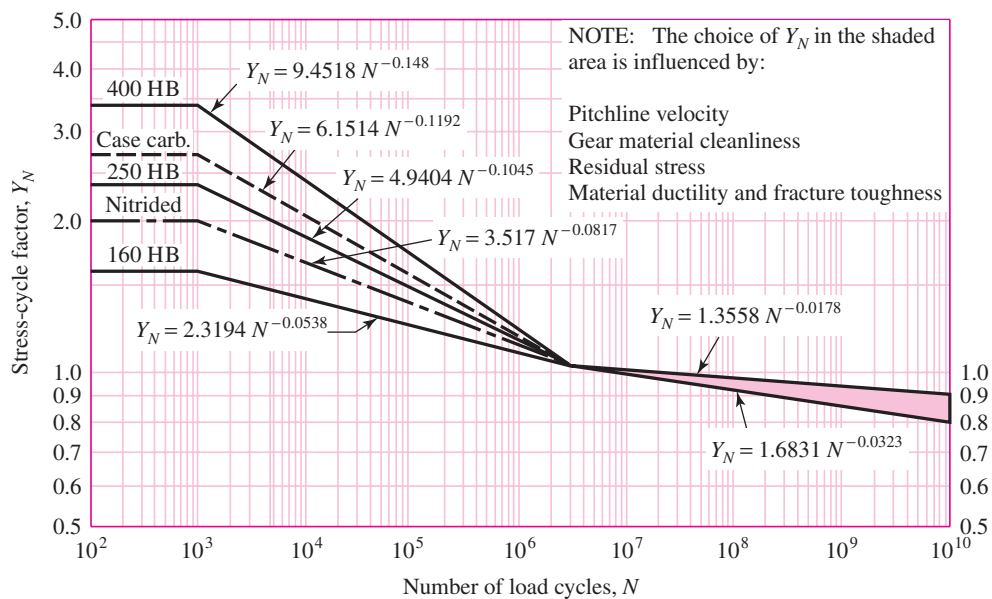
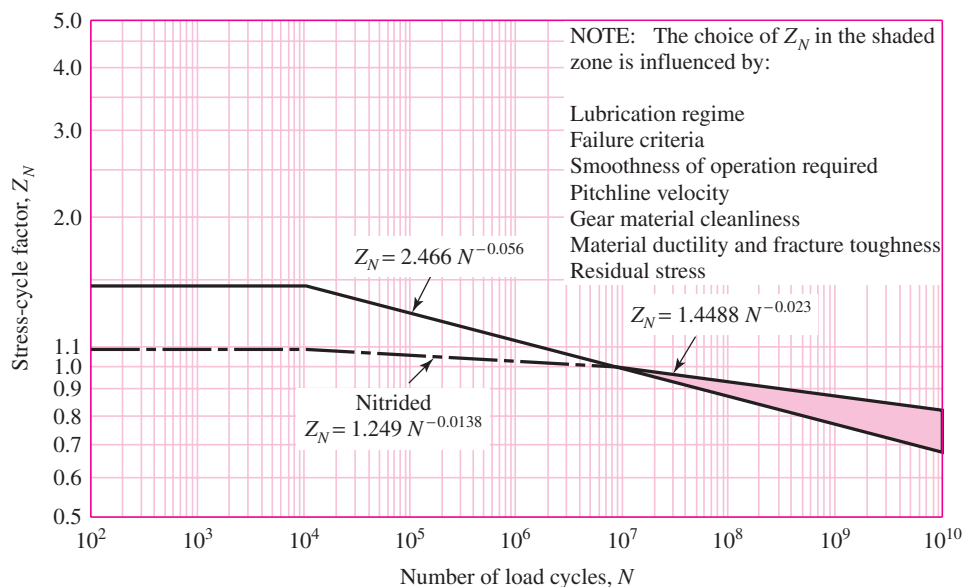


Figura 2.18-2: Fator de ciclagem de tensão para resistência ao crateramento  $Z_N$ .



## 2.19 - Fator de confiabilidade $Y_Z$ ( $K_R$ )

O fator de confiabilidade leva em consideração o efeito das distribuições estáticas das falhas por fadiga do material. A variação da carga não é considerada aqui. As resistências de engrenagem são baseadas em uma confiabilidade de 99%. A tabela a seguir baseia-se em dados desenvolvidos pela Marinha dos Estados Unidos para falhas por fadiga à flexão e sob tensões de contato.

Tabela 2.19-1: Fatores de confiabilidade  $Y_Z$ .

Reliability	$K_R$ ( $Y_Z$ )
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

A relação funcional entre  $Y_Z$  e a confiabilidade é altamente não linear. Quando se faz necessária interpolação, a interpolação linear é demasiadamente pobre. Uma transformação log para cada uma das quantidades produz uma relação linear. Para valores de confiabilidade  $R$  diferentes do tabelado utilize a seguinte interpolação logarítmica.

Equação 2.19-1

$$Y_Z = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) \rightarrow 0,5 < R < 0,99$$

$$Y_Z = 0,50 - 0,109 \ln(1 - R) \rightarrow 0,99 \leq R < 0,9999$$

## 2.20 - Fator de temperatura $Y_\theta$ ( $K_T$ )

Para temperaturas de óleo ou corpo de engrenagens de até 120° C, use fator de temperatura igual a 1,0. Para temperaturas mais altas, o fator deve ser maior que a unidade. Trocadores de calor podem ser utilizados para assegurar que as temperaturas de operação fique consideravelmente abaixo dos 120° C, como é desejável para o lubrificante.

## 2.21 - Fator de espessura de aro $K_B$

Quando a espessura do aro não é suficiente para proporcionar suporte completo para a raiz do dente, pode ocorrer falha por fadiga flexional dentro do aro de engrenagem em lugar do filete de dente. Em tais casos, é recomendado o uso de um fator modificador de tensão  $K_B$ . Esse fator ajusta a tensão de flexão estimada para engrenagens de aro fino. É uma função da razão auxiliar  $m_B$ .

Equação 2.21-1

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

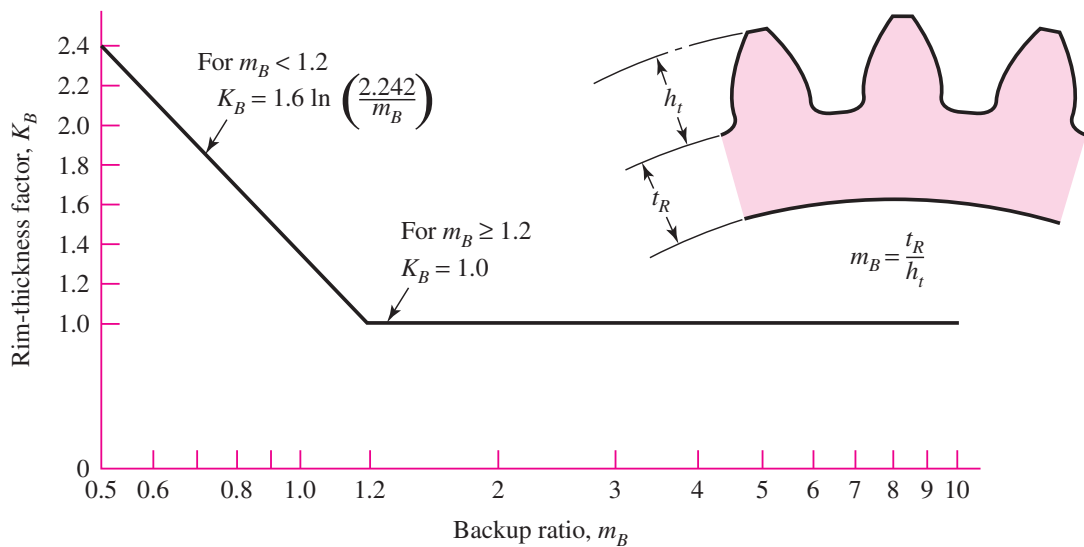
em que  $t_R$  é a espessura do aro abaixo do dente e  $h_t$  é a altura do dente.

O fator de espessura do aro é dado por:

Equação 2.21-2

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \left( \frac{2,242}{m_B} \right), & m_B < 1,2 \\ 1, & m_B \geq 1,2 \end{cases}$$

Figura 2.21-1: Fator de espessura de aro  $K_B$ .



## 2.22 - Fator de segurança $S_F$ e $S_H$

A definição de  $S_F$  é:

Equação 2.22-1

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (Y_\theta Y_Z)}{\sigma} = \frac{\text{resistência à flexão corrigida por completo}}{\text{tensão de flexão}}$$

A definição de  $S_H$  é:

Equação 2.22-2

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (Y_\theta Y_Z)}{\sigma_c} = \frac{\text{resistência de contato corrigida por completo}}{\text{tensão de contato}}$$

onde  $S_t$  e  $S_c$  são as resistências das engrenagens.

Exige-se cuidado ao comparar  $S_F$  e  $S_H$  em uma análise a fim de certificar a natureza e a severidade da ameaça de perda de função. Para ter  $S_H$  linear com relação à carga que está sendo transmitida poderia ter sido definido como

Equação 2.22-3

$$S_H = \left( \frac{\text{resistência de contato corrigida por completo}}{\text{tensão de contato}} \right)^2$$

## 2.23 - Projeto de um par de engrenagens

Um conjunto de decisões úteis quanto a engrenagens cilíndricas de dentes retos e helicoidais inclui:

decisões a priori,

- Função: carga, velocidade, confiabilidade, vida, fator de sobrecarga.
- Risco não quantificável: fator de projeto  $n_d$ .
- Sistema de dente:  $\phi$ ,  $\psi$ , adendo, dedendo, raio do filete de raiz.
- Razão de engrenamento  $m_G, N_p, N_C$ .
- Número de qualidade  $Q_V$ .

decisões de projeto,

- Módulo  $M$ .
- Largura da face  $F$ .

- Material do pinhão, dureza do núcleo, dureza de superfície.
- Material da coroa, dureza do núcleo, dureza da superfície.

É importante utilizar uma estratégia de projeto que seja conveniente tanto do ponto de vista de implementação manual quanto computacional. Os passos são, depois que as decisões a priori foram tomadas:

- Escolha um módulo.
- Examine as implicações relativas a largura de face, módulo e propriedades materiais. Caso não seja satisfatório, retorne à decisão referente ao módulo.
- Escolha um material para o pinhão e examine os requisitos de dureza de núcleo e superfície. Caso não seja satisfatório, retorne à decisão referente ao módulo e itere até que nenhuma decisão mais tenha que ser mudada.
- Escolha um material para a coroa e examine os requisitos de dureza de núcleo e superfície. Caso não seja satisfatório, retorne à decisão referente ao módulo e itere até que nenhuma decisão mais tenha que ser mudada.

Com esses passos de plano em mente, podemos considera-los em detalhe.

Após selecionar um módulo.

Flexão do pinhão:

- Selecione uma largura de face mediana.
- Encontre um material de resistências máximas necessárias.
- Encontre uma largura de face que satisfaça o fator de segurança em flexão.
- Escolha uma largura de face.
- Verifique o fator de segurança sob flexão.

Flexão da coroa:

- Encontre a dureza de núcleo necessária.
- Escolha um material e dureza de núcleo.
- Verifique o fator de segurança sob flexão.

Desgaste do pinhão:

- Encontre a resistência necessária e a dureza superficial correspondente.
- Escolha uma dureza superficial.
- Verifique o fator de segurança sob desgaste.

Desgaste da coroa:

- Encontre a dureza superficial correspondente.
- Escolha uma dureza superficial.

- Verifique o fator de segurança sob desgaste.

Em engrenagens de aço, o desgaste usualmente exerce o controle e  $S_{Hp}$  e  $S_{HC}$  podem ser feitos aproximadamente iguais. O uso de núcleos menos duros pode diminuir  $S_{Fp}$  e  $S_{FC}$ , porém é importante mantê-los mais elevados. Um dente quebrado por fadiga flexional não apenas pode destruir o conjunto de engrenagens, como também pode fletir eixos, danificar mancais e produzir tensões inerciais para trás e para frente no trem de transmissão, causando dano em outro ponto caso a caixa de engrenagem emperre.

### 3 - O programa computacional

Dimensionar engrenagens não requer cálculos matemáticos complexos nem compreensões físicas profundas mas exige uma cadeia de pensamento e proporciona diversas escolhas que podem atender os requisitos de projeto ou não. O programa tem o papel de ajudar o projetista a não se perder na cadeia de pensamento, mostrar as consequências de cada escolha feita e ajudar a encontrar a melhor combinação de escolhas possível.

Assim o programa é dividido em três partes, entradas, opções e escolha. Cada uma delas procura simplificar e automatizar ao máximo o trabalho de quem esta dimensionando engrenagens de dentes retos.

O programa foi desenvolvido na plataforma Excel. Como não há uma matemática avançada por trás do programa, o Excel atende a demanda. Além disso, é uma plataforma difundida no mundo acadêmico e profissional, o que torna o programa mais familiar ao usuário. Isso não só torna mais fácil a utilização do programa, como permite que outras pessoas façam mudanças caso seja necessário.

A teoria aplicada no programa é baseada na norma AGMA 2001-D04 para engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão igual a  $20^\circ$ . As células que o usuário do programa deve mexer são destacadas em verde claro, as demais são contas ou indicações.

#### 3.1 - Entradas

Nessa primeira etapa o usuário do programa deve entrar com os requisitos de projeto e com suas decisões.

- Primeiro passo: torque desejado na saída do redutor e dados de entrada.

Figura 3.1-1: Entrada de dados.

Requisito de projeto		Potencia e rotação de entrada		
T entrada =	39,9 Nm	H ent =	10 hp	6,714 kW
T saída =	390,4 Nm	$\omega$ ent =	3600 rpm	376,99 rad/s
		% CVT =	0,9	

Os dados de entrada do motor devem estar em Watts para potência e em radianos por segundo para rotação. O usual para potência é a unidade cavalo vapor (*horse power*) e revoluções por minuto para rotação. Por isso o programa permite que o usuário entre com as unidades usuais e converte automaticamente para a unidade coerente com os cálculos.

- Segundo passo: número de estágios do redutor e número de dentes das engrenagens.

Figura 3.1-2: Entrada do número de dentes.

Requisito de projeto		Potencia e rotação de entrada		
T entrada =	39,9 Nm	H ent =	10 hp	6,714 kW
T saída =	390,4 Nm	$\omega$ ent =	3600 rpm	376,99 rad/s
		% CVT =	0,9	

Cada passe do redutor deve ter de redução:	
N de estágios =	2
r =	3,13

Primeiro passo do redutor:	
Np 1 =	16
NG 1 =	55
r 1 =	3,44

Segundo passe do redutor:	
Np 2 =	16
NG 2 =	46
r 2 =	2,88

Resultado das escolhas:	
T entrada =	39,9 Nm
T saída =	394,3 Nm

O número de estágios do redutor influencia na redução média (r) que cada passe deve ter. Isso não significa que deva-se escolher o número de dentes de engrenagens que resulte na redução média, essa é apenas uma referência para ajudar o usuário escolher. O importante nesse passo é escolher o número de dentes das engrenagens que resulte no torque de saída (T saída) determinado anteriormente.



Para tornar a determinação de dentes de engrenagens mais segura, é disponibilizado uma tabela com relações de número de dentes de pinhão e coroa que não gerem interferência e sua respectiva razão de contato.

Tabela 3.1-1: Número de dentes das engrenagens.

<b>Np</b>	<b>NG</b>	<b><math>r = NG/Np</math></b>	<b>Np &gt;</b>	<b>RC</b>
13	14	1,08	12,54	1,45
13	15	1,15	12,74	1,46
13	16	1,23	12,92	1,47
14	17	1,21	12,88	1,49
14	18	1,29	13,04	1,50
...	...	...	...	...

Sabendo que o programa é para engrenagens de dentes retos e ângulo de pressão de 20°, com o número de dentes do pinhão e da coroa definidos, pode-se determinar fator geométrico de resistência ao crateramento ( $Z_I$ ) utilizando a equação 2.10-2.

- Terceiro passo: escolher a confiabilidade.

Figura 3.1-3: Entrada da confiabilidade.

R =	0,999
YZ =	1,25

A determinação da confiabilidade (R) acarreta automaticamente no fator de confiabilidade (YZ). Caso haja outros estágios no redutor, essa escolha se repete.

- Quarto passo: escolha de material e tratamento térmico

Figura 3.1-4: Entrada do material e do tratamento térmico pré-estabelecidos.

Pinhão	Coroa
Grau do aço: 7 T. Térmico: 3 ZE = 191 VMPa HB = 296 Brinell St = 517,11 MPa Sc = 1896,06 MPa	Grau do aço: 7 T. Térmico: 3 ZE = 191 VMPa HB = 296 Brinell St = 517,11 MPa Sc = 1896,06 MPa Zw = 1

1 Endurecido por chama ou indução com padrão tipo A  
 2 Endurecido por chama ou indução com padrão tipo B  
 3 Carbonetado e endurecido

5 Grau 1  
 6 Grau 2  
 7 Grau 3

A escolha do material e do tratamento térmico das engrenagens determina o coeficiente elástico (ZE) segundo a tabela 2.11-1, a dureza Brinell (HB), a resistência à flexão (St) segundo a tabela 2.9-1 e a resistência à fadiga por tensão de contato (Sc) segundo a tabela 2.9-3. Para a coroa, é determinado o fator de razão de dureza (Zw) a partir da tabela 2.17-1

O programa leva em consideração que o material é aço AISI 4340 ou AISI 4140 e permite escolher o grau do aço. A numeração de 1 a 3 para os diferentes tratamentos térmicos e de 5 a 7 para o grau do aço é para auxiliar a automatização do passo.

Caso o usuário opte por um material que fuja dos pré-estabelecidos pelo programa, é possível entrar com esse dados manualmente.

Figura 3.1-5: Entrada do material e do tratamento térmico.

Pinhão	Coroa
ZE = <input style="width: 100px;" type="text"/> VMPa HB = <input style="width: 100px;" type="text"/> Brinell St = <input style="width: 100px;" type="text"/> MPa Sc = <input style="width: 100px;" type="text"/> MPa	ZE = <input style="width: 100px;" type="text"/> VMPa HB = <input style="width: 100px;" type="text"/> Brinell St = <input style="width: 100px;" type="text"/> MPa Sc = <input style="width: 100px;" type="text"/> MPa Zw = <input style="width: 100px;" type="text"/>

Existe a liberdade de escolher diferentes matérias e tratamentos térmicos para pinhões e coroas dos demais estágios do redutor. Seja uma escolha pré-estabelecida ou não.

- Quinto passo: escolher o número de ciclos de fadiga.

Figura 3.1-6: Entrada do ciclo de fadiga.

N =	1,0,E+09
N =	0,5 anos
(YN)p =	0,86
(YN)G =	0,91
(ZN)p =	0,90
(ZN)G =	0,92

Essa escolha determina automaticamente os fatores de ciclagem (YN e ZN) a partir das equações mostradas nas figuras 2.18-1 e 2.18-2. Considerando a rotação máxima, o programa calcula quanto tempo duraria, em anos, o pinhão se o motor ficasse ligado 24 horas por dia. Assim como no terceiro passo, esse se repete para outros estágio do redutor, caso exista.

- Sexto passo: determinação do fator geométrico.

Figura 3.1-7: Entrada dos fatores geométricos.

Np 1 =	16
NG 1 =	55
r =	3,44
Yp =	0,30
YG =	0,42
YJp =	0,27
YJG =	0,40

O fator de Lewis (Y) e o fator geométrico (Yj) dependem do número de dentes das engrenagens, logo, não se trata de uma escolha e sim de uma determinação conforme o número de dentes escolhido. Apesar de não haver tabelado (tabela 2.6-1) o fator de Lewis para cada número de dente, uma interpolação linear resolve o problema, por isso, esse é automatizado. Por outro lado, o fator geométrico é determinado a partir do gráfico 2.10-1, fazendo com que esse seja uma entrada do usuário.

Como não é obrigatório que o número de dentes dos pares de engrenagens sejam iguais em todos os estágios do redutor, esse passo deve ser feito caso seja necessário.

- Sétimo passo: escolher o número de qualidade.

Figura 3.1-8: Entrada do número de qualidade.

Qv =	6
B =	0,83
A =	59,77
V max =	19,70 m/s

O número de qualidade da engrenagem ( $Q_v$ ) influencia o fator dinâmico do projeto que, além de depender de A e B, encontrados pela equações 2.12-1a, também depende da velocidade no diâmetro primitivo da engrenagem que será visto mais adiante.

A velocidade máxima ( $V_{max}$ ) é calculado com a equação 2.12-1b e significa a maior velocidade máxima no diâmetro primitivo que uma engrenagem com número de qualidade  $Q_v$  suporta. Essa deve ser comparada com a velocidade do diâmetro primitivo do pinhão.

Esse passo pode ser redefinido par outros estágios do redutor.

- Oitavo passo: escolher os primeiros parâmetros do fator de distribuição de carga.

Figura 3.1-9: Entrada inicial do fator de distribuição de carga.

Cmc =	1
Cpm =	1
Ce =	1
A =	0,127
B =	0,0158
C =	-9,30E-05

Essas entradas são determinadas a partir das lógicas da equação 2.16-1, da tabela 2.16-1 e da figura 2.16-1.

O fator de distribuição de carga só será determinado mais adiante quando for escolhido o módulo e a largura de face.

Para outros estágios do redutor, A, B, C , Ce se repetem e outros podem ser redefinidos.

- Nono passo: determinar o fator de sobrecarga.

Figura 3.1-10: Entrada do fator de sobrecarga.

Ko =	2
------	---

Determinado a partir da tabela 2.13-1.

O fator de sobrecarga se repete para os demais estágios do redutor.

- Décimo passo: determinar o fator de temperatura.

Figura 3.1-11: Entrada do fator de temperatura.

Yθ =	1
------	---

Apesar de ser muito improvável que o fator de temperatura não seja 1, é possível inserir o valor que o usuário desejar.

Esse valor se repete para os demais estágios do redutor.

- Décimo primeiro passo: determinar o fator de tamanho.

Figura 3.1-12: Entrada do fator do fator de tamanho.

KS =	1,15
------	------

Como não existe uma fórmula nem valores tabelados para determinar o fator de tamanho, esse é um campo aberto para o usuário. A AGMA recomenda valores acima da unidade.

O fator de tamanho pode ser redefinido para os outros estágios do redutor caso existam.

- Décimo segundo passo: determinar o fator de condição superficial.

Figura 3.1-13: Entrada do fator de condição superficial.

ZR =	1,15
------	------

Pelos mesmos motivos do passo anterior, esse campo é aberto para o usuário e pode ser redefinido pra outros estágios do redutor.

- Décimo terceiro passo: determinar o fator de espessura do aro.

Figura 3.1-14: Entrada do fator de espessura do aro.

KB =	1
------	---

No programa foi considerado que  $m_B \geq 1,2$  sempre, logo segundo a equação 2.21-2, o fator de espessura do aro é sempre  $KB = 1$ .

### 3.2 - Opções

Após inserir as entradas através dos 12 passos descritos anteriormente, faltam ser definidos dois parâmetros; o módulo  $m$  e a largura da face  $F$ . Como esses são parâmetros importantes para o dimensionamento de engrenagens, o programa abre as combinações possíveis para visualização do usuário. Assim quem estiver dimensionando as engrenagens pode determinar a melhor opção sem ter que ficar mudando o módulo e largura da face.

Tabela 3.2-1: Opções de escolha de módulo e de largura da face.

Opções		1	2	...	5	6	...	29	30	...
1	<b>m (mm)</b>	5	5		4	4		2,5	2,5	
2	<b>F=Xm</b>	14	12		16	15		15	14,5	
3	<b>F (mm)</b>	70	60		64	60		37,5	36,25	
4	<b>dp (mm)</b>	80	80		64	64		40	40	
5	<b>dG (mm)</b>	275	275		220	220		137,5	137,5	
6	<b>V (m/s)</b>	15	15		12	12		8	8	
7	<b>Wt (N)</b>	445	445		557	557		890	890	
8	<b>KV</b>	1,71	1,71		1,64	1,64		1,51	1,51	
9	<b>Cpf</b>	0,08	0,07		0,09	0,09		0,07	0,07	
10	<b>Cma</b>	0,17	0,16		0,17	0,16		0,15	0,15	
11	<b>KH</b>	1,25	1,23		1,26	1,25		1,22	1,22	
12	<b>F flex (mm)</b>	4,57	4,48		6,87	6,82		15,76	15,70	
13	<b>F desg (mm)</b>	4,98	4,89		7,49	7,43		17,18	17,12	
14	<b>F (mm)</b>	70	60		64	60		37,5	36,25	
15	<b>σp (MPa)</b>	23,28	26,65		38,29	40,50		149,81	154,41	
16	<b>SF p</b>	15,32	13,38		9,31	8,80		2,38	2,31	
17	<b>σG (MPa)</b>	15,71	17,99		25,85	27,34		101,12	104,22	
18	<b>SF G</b>	23,90	20,88		14,53	13,74		3,71	3,60	
19	<b>σc p (MPa)</b>	363,84	389,30		466,66	479,93		923,04	937,09	
20	<b>SH p^2</b>	14,05	12,27		8,54	8,07		2,18	2,12	
21	<b>σc G (MPa)</b>	363,84	389,30		466,66	479,93		923,04	937,09	
22	<b>SH G^2</b>	14,87	12,99		9,04	8,55		2,31	2,24	

A linha 2 da tabela 3.2-1, onde se determina o fator multiplicador do módulo para determinar a largura da face (F), é destacada em verde claro pois o valor pode ser alterado pelo usuário. O programa varia esse fator de 8 a 16 pois são números comumente utilizados no mercado, porém o usuário pode optar por uma escolha diferente.

A linha 4 e 5 da tabela 3.2-1 que referem-se ao diâmetro primitivo do pinhão e da coroa respectivamente, são calculados com:

Equação 3.2-1

$$d = mN$$

em mm.

A velocidade no diâmetro primitivo  $V$  na linha 6 da tabela 3.2-1 é determinado com a seguinte equação:

Equação 3.2-2

$$V = \omega d_p / 2$$

Para que a saída seja em m/s, o módulo deve estar em metros. O programa faz essa conversão automaticamente.

Em seguida a carga transmitida  $W^t$  é calculada a partir da potência  $H$  e, da velocidade no diâmetro primitivo.

Equação 3.2-3

$$W^t = H/V$$

em Newtons.

Na linha 8 da tabela 3.2-1 é calculado o fator dinâmico respeitando a equação 2.12. Caso a velocidade no diâmetro primitivo do pinhão seja maior que a velocidade máxima ( $V_{max}$ ) permitida pelo número de qualidade da engrenagem ( $Q_v$ ), deve-se optar por outro módulo.

O fator de distribuição de carga expresso na linha 11 da tabela 3.2-1 é calculado conforme a equação 2.16-1. Nas linhas 9 e 10 da tabela 3.2-1 encontram-se valores que variam com o diâmetro primitivo e com a largura da face.

Até esse ponto são feitas escolhas e contas que fornecem todos os dados necessário para se calcular as tensões de flexão  $\sigma_t$  e contato  $\sigma_c$ . Em diante serão realizadas contas para verificar se as escolhas feitas atendem os requisitos de projeto e os coeficientes de segurança.

A primeira verificação a ser feita é se a largura da face  $F$  escolhida é grande o suficiente para suportar as tensões de flexão e desgaste superficial considerando coeficientes de segurança AGMA  $S_F$  e  $S_H$  iguais a 1. Para isso iguala-se as equações 2.8-2 e 2.9-2 e isola-se  $F$ .

Equação 3.2-4

$$F_{flexão} = W^t K_O K_V K_S K_H K_B Y_Z Y_\theta / (m S_t Y_J Y_N)$$

e as equações 2.8-4 e 2.9-4 para:

Equação 3.2-5

$$F_{desgate} = W^t K_O K_V K_S K_H \frac{Z_R}{Z_I d_p} \left( \frac{Z_E Y_\theta Y_Z}{S_c Z_N} \right)^2$$

Nas linhas 12 e 13 da tabela 3.2-1 são calculados a largura de face mínima para tolerar a tensão de flexão e desgaste superficial respectivamente. A linha 14 da tabela 3.2-1 repete o valor de  $F$  calculado no início para ficar mais fácil de comparar com os  $F$  mínimos.

Para verificar os coeficientes de segurança AGMA atingidos por cada opção, devem ser calculados as tensões de flexão e desgaste superficial nos dentes das engrenagens conforme as equações 2.8-2 e 2.8-4. As linhas 15 e 17 da tabela 3.2-1 calculam a tensão de



flexão no dente do pinhão e da coroa ( $\sigma_p$  e  $\sigma_G$ ), respectivamente e as linhas 19 e 21 da tabela 3.2-1 calculam a tensão de desgaste superficial do pinhão e da coroa ( $\sigma_{cp}$  e  $\sigma_{cG}$ ), respectivamente. O coeficiente de segurança de resguardo contra falha por fadiga flexional (SF) do pinhão é calculado na linha 16 da tabela 3.2-1 e, da coroa na linha 18 da tabela 3.2-1. O coeficiente de segurança de resguardo contra falha de crateramento (SH) do pinhão é calculado na linha 20 da tabela 3.2-1 e, da coroa na linha 22 da tabela 3.2-1.

Para os outros estágios do redutor, as forças atuantes no par de engrenagens mudam já que a velocidade angular que chega no pinhão não é a mesma que chega no pinhão do estágio anterior. Com isso a velocidade no diâmetro primitivo do pinhão muda e carga transmitida também.

Equação 3.2-6

$$\omega_2 = \omega_1/r_1$$

em que,

$\omega_2$  é a velocidade angular no pinhão do segundo estágio.

$\omega_1$  é a velocidade angular no pinhão do primeiro estágio.

$$r_1 = N_G/N_p$$

Além disso, há como escolher diferentes opções para o par de engrenagens dos diferentes estágios do redutor. Logo o programa possui onde o usuário pode observar as opções para o par de engrenagens do estágio do redutor correspondente.

### 3.3 - Escolha

Essa etapa consiste em analisar as opções que o conjunto de módulos e largura da face fornecem como resultado e escolher a melhor opção se adequa ao projeto. Para facilitar a escolha que o usuário deve fazer, o programa possui um espaço onde se pode escolher, dentre todas as opções possíveis, quatro para serem comparadas de perto.

Figura 3.3-1: Escolhas para compara opções com mais facilidade.

Escolha #1		Escolha #2		Escolha #3		Escolha #4	
Opção	9	Opção	14	Opção	28	Opção	30
m (mm)	4	m (mm)	3	m (mm)	2,5	m (mm)	2,5
F=Xm	8	F=Xm	12	F=Xm	16	F=Xm	14,5
F (mm)	32	F (mm)	36	F (mm)	40	F (mm)	36,25
dp (mm)	64	dp (mm)	48	dp (mm)	40	dp (mm)	40
dG (mm)	220	dG (mm)	165	dG (mm)	138	dG (mm)	138
V (m/s)	12	V (m/s)	9	V (m/s)	8	V (m/s)	8
Wt (N)	556,54	Wt (N)	742,06	Wt (N)	890,47	Wt (N)	890,47
KV	1,64	KV	1,56	KV	1,51	KV	1,51
Cpf	0,03	Cpf	0,06	Cpf	0,08	Cpf	0,07
Cma	0,15	Cma	0,15	Cma	0,15	Cma	0,15
KH	1,18	KH	1,20	KH	1,23	KH	1,22
F flex (mm)	6,41	F flex (mm)	11,09	F flex (mm)	15,87	F flex (mm)	15,70
F desg (mm)	6,99	F desg (mm)	12,10	F desg (mm)	17,31	F desg (mm)	17,12
F (mm)	32	F (mm)	36	F (mm)	40	F (mm)	36,25
$\sigma_p$ (Mpa)	71,40	$\sigma_p$ (Mpa)	109,86	$\sigma_p$ (Mpa)	141,48	$\sigma_p$ (Mpa)	154,41
SF p	4,99	SF p	3,25	SF p	2,52	SF p	2,31
$\sigma_G$ (Mpa)	48,20	$\sigma_G$ (Mpa)	74,16	$\sigma_G$ (Mpa)	95,50	$\sigma_G$ (Mpa)	104,22
SF G	7,79	SF G	5,06	SF G	3,93	SF G	3,60
$\sigma_c p$ (Mpa)	637,25	$\sigma_c p$ (Mpa)	790,44	$\sigma_c p$ (Mpa)	897,01	$\sigma_c p$ (Mpa)	937,09
SH p <sup>2</sup>	4,58	SH p <sup>2</sup>	2,98	SH p <sup>2</sup>	2,31	SH p <sup>2</sup>	2,12
$\sigma_c G$ (Mpa)	637,25	$\sigma_c G$ (Mpa)	790,44	$\sigma_c G$ (Mpa)	897,01	$\sigma_c G$ (Mpa)	937,09
SH G <sup>2</sup>	4,8	SH G <sup>2</sup>	3,15	SH G <sup>2</sup>	2,4	SH G <sup>2</sup>	2,2
dp (mm)	64	dp (mm)	48	dp (mm)	40	dp (mm)	40
de p (mm)	72	de p (mm)	54	de p (mm)	45	de p (mm)	45
dG (mm)	220	dG (mm)	165	dG (mm)	137	dG (mm)	137
de G (mm)	228	de G (mm)	171	de G (mm)	143	de G (mm)	143

A figura 3.3-1 mostra opções com os resultados vistos anteriormente e, em adição, o diâmetro primitivo (d) e diâmetro externo (de) do pinhão e da coroa. O tamanho das engrenagens pode ser requisito de projeto e por isso devem ser levados em consideração.

Por último, o usuário escolhe a melhor opção para o seu projeto e o programa exibe um pequeno resumo com as características das engrenagens.

Figura 3.3-2: Resultado final.

Pinhão 1		Coroa 1	
Opção:	30	Opção:	30
N =	16 dentes	N =	55 dentes
m =	2,5 mm	m =	2,5 mm
F =	36,3 mm	F =	36,25 mm
$\phi$ =	20 °	$\phi$ =	20 °
d =	40 mm	d =	137,5 mm
de =	45 mm	de =	142,5 mm
ht =	5,6 mm	ht =	5,6 mm
Material:	AISI 4340	Material:	AISI 4340
Grau:	Grau 3	Grau:	Grau 3
Tratamento:	Carboneto e endurecido	Tratamento:	Carboneto e endurecido

Para os demais estágios do redutor, essa etapa é feita seguindo o mesmo procedimento.

## 4 - Requisitos de projeto de engrenagens do mini-Baja

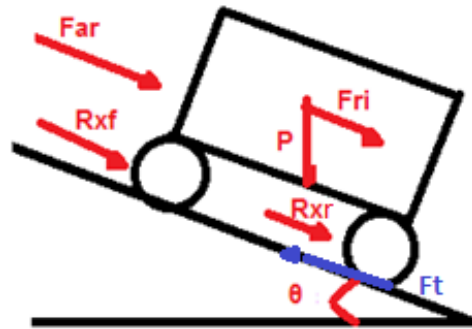
Os requisitos de projeto são as demandas que o resultado final deve visar atender. Caso um requisito não seja atendido, deve-se justificar o motivo pelo qual não foi. Quanto mais especificado e detalhado forem os requisitos de projeto, melhor será o resultado final.

### 4.1 - Torque

Um mini-Baja é construído para rodar sobre terreno *off-road* com obstáculos a serem superados. Por isso é comum iniciar o projeto de uma redução fixa de mini-BAJA a partir do torque necessário nas rodas para superar os desafios da competição. Calcula-se o torque necessário nas rodas através de uma capacidade de rampa.

A capacidade de rampa é a angulação máxima que o carro consegue subir partindo do repouso. Para calculá-la é considerado a redução máxima da CVT e o torque máximo do motor.

Figura 4.1-1: Diagrama de forças numa rampa de ângulo  $\theta$ .



Como mostrado na figura 4.1-1, as forças que atuam no carro são:

- $F_{ar}$ : força de resistência aerodinâmica.
- $R_{xf}$ : força de resistência ao rolamento dianteiro.
- $R_{xr}$ : força de resistência ao rolamento traseiro.
- $P$ : Peso.
- $F_{ri}$ : força de resistência inercial.
- $F_t$ : força trativa.

Como a força de resistência aerodinâmica depende da velocidade e o carro parte do repouso, pode-se considerar  $F_{ar} = 0$ .

Para simplificar a análise, a força de resistência inercial será desconsiderada. Logo tem-se que a força trativa é:

Equação 4.1-1

$$F_t = P_x + R_{xf} + R_{xr}$$

no caso da rampa:

Equação 4.1-2

$$P_x = mg \sin \theta$$

onde,

$m$  é massa do conjunto massa piloto.

$g$  é a aceleração da gravidade.

$\theta$  é o ângulo da rampa.

Para  $\theta = 30^\circ$ ,  $m = 260 \text{ kg}$  e  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ :

$$P_x = 1275,3 \text{ N}$$

A força de resistência ao rolamento depende do peso do carro e do coeficiente de resistência ao rolamento que varia de acordo com o solo. Juntando o coeficiente traseiro e dianteiro tem-se:

Equação 4.1-3

$$R_x = R_{xf} + R_{xr} = f_r P_y$$

em que,

$f_r$  é o coeficiente de resistência ao rolamento.

$P_y$  é o peso do conjunto carro piloto no eixo  $y$ .

Como o veículo está numa subida, o peso considerado é a componente que atua contraria a força normal, ou seja, a componente vertical ao veículo.

Tabela 4.1-1: Coeficientes de resistência ao rolamento.

Road surface	Rolling resistance coefficient $f_R$
<i>Firm road surface</i>	
Smooth tarmac road	0.010
Smooth concrete road	0.011
Rough, good concrete surface	0.014
Good stone paving	0.020
Bad, worn road surface	0.035
<i>Unmade road surface</i>	
Very good earth tracks	0.045
Bad earth tracks	0.160
Tracked tractor on acre soil	0.070–0.120
Clamp wheels on acre soil	0.140–0.240
Loose sand	0.150–0.300

A tabela 4.1-1 mostra coeficientes de resistência ao rolamento para diferentes tipos de solo. Considerando que o mini-Baja encara terrenos com lama e muito irregulares,  $f_r = 0,16$ , equivalente a *bad earth tracks*.

Assim, a força de resistência ao rolamento é:

$$R_x = f_r mg \cos \theta = 353,4 \text{ N}$$

Portanto a força trativa é:

$$F_t = 1628,7 \text{ N}$$

O torque está relacionado à força trativa. Para achar o torque necessário nas rodas do mini-Baja para subir uma rampa de 30° utiliza-se a seguinte equação.

Equação 4.1-4

$$T = F_t r_D$$

em que,

$T$  é torque requerido na roda.

$r_D$  é raio dinâmico do pneu.

Com  $r_D = 0,24 \text{ m}$ ;

$$T = 390,9 \text{ Nm}$$

## 4.2 - Redução

Com o torque requerido na roda definido, é necessário saber o torque máximo que o motor com a CVT são capazes de fornecer para determinar a redução que as engrenagens do redutor devem fornecer.

Equação 4.2-1

$$T_{ent} = T_m r_{CVT} e_{CVT}$$

em que,

$T_{ent}$  é o torque de entrada no redutor.

$T_m$  é torque do motor.

$r_{CVT}$  é a redução da CVT.

$e_{CVT}$  é a eficiência da CVT.

Considerando o torque máximo que o motor é capaz de fornecer  $T_m = 17,50 \text{ Nm}$ , a maior redução da CVT  $r_{CVT} = 2,5$  e a eficiência da CVT  $e_{CVT} = 0,9$ .

$$T_{ent} = 39,4 \text{ Nm}$$

Assim define-se:

Equação 4.2-2

$$r = T / T_{ent} = 9,92$$

em que  $r$  é redução do redutor.

Perdas na caixa redutora foram desprezadas visto que dentes de engrenagens, se bem fabricadas, rolam entre si sem deslizar. Essa característica faz com que as perdas sejam muito pequenas.

## 5. Resultados

A partir da formulação AGMA para engrenagens de dentes retos com ângulo de pressão de  $20^\circ$ , foi implementado um sistema que facilita o dimensionamento de engrenagens conforme requisitos de projeto. Os resultados a seguir foram obtidos com a ajuda do sistema.

Como dados iniciais temos um motor que fornece 10 hp de potência rodando a 3600 rpm. A redução deve ser de 9,92 com engrenagens de menor tamanho possível.

### 5.1 - Decisões iniciais

- Número de estágios do redutor.

Como a redução requisitada é elevada, seria necessário escolher uma coroa com o número de dentes alto considerando que tamanho do sistema é uma preocupação. A coroa poderia exceder 150 dentes para atender a demanda da redução. Por isso, é escolhido um redutor com dois estágios. Logo, dois pares de engrenagens.

- Número de dentes do pinhão e da coroa para cada passe.

Determinar o número de dentes do pinhão e da coroa de cada estágio também é determinar a redução de cada estágio. Por isso é importante ter em mente que os dois pares de engrenagem, em conjunto, devem atender o torque requisitado. Além disso, não se deve escolher número de dentes do pinhão e da coroa que causem interferência e que tenham uma relação de contato  $RC$  pequena.

Com isso, usando o auxílio da tabela 3.1-1 foi definido o número de dentes do pinhão  $N_{p1}$  e da coroa  $N_{G1}$  do primeiro estágio e o número de dentes do pinhão  $N_{p2}$  e da coroa  $N_{G2}$  do segundo estágio, respeitando  $RC \geq 1,5$  como AGMA recomenda.

$$N_{p1} = 16$$

$$N_{G1} = 55$$

$$r_1 = 3,44$$

$$N_{p2} = 16$$

$$N_{G2} = 46$$

$$r_2 = 2,88$$

onde  $r = N_G / N_p$

## 5.2 - Primeiro estágio do redutor

### Determinações para o estágio do redutor.

- Fator geométrico de resistência à flexão.

Uma vez definido o numero de dentes do pinhão e da coroa, determina-se o fator geométrico de resistência à flexão  $Y_f$ .

$$Y_{Jp} = 0,27$$

$$Y_{JG} = 0,40$$

- Confiabilidade.

Para ter uma confiança maior do que a AGMA baseia seu cálculo, foi escolhido  $R = 0,999$ . Com  $R$  determinado, o fator de confiabilidade é  $Y_Z = 1,25$ .

- Numero de ciclos.

Com  $N = 10^9$ , considerando a maior rotação do motor de 3600 rpm e que a CVT tem uma redução mínima de 1, o primeiro pinhão duraria 6 meses. Pode parecer pouco mas não é sempre que a rotação máxima do motor com a redução mínima da CVT se apresentam no carro. Essa condição aparece um momentos que o mini-Baja pode atingir um velocidade elevada, o que, devido as características da competição, é raro. Por isso pode ser considerado uma decisão conservadora.

Determinando o numero de ciclos, obtemos o fator de ciclagem de tensão do pinhão  $Y_{Np}$  e da coroa  $Y_{NG}$  e fator de ciclagem de tensão para resistência ao crateramento do pinhão  $Z_{Np}$  e da coroa  $Z_{NG}$ .

$$Y_{Np} = 0,86$$

$$Y_{NG} = 0,91$$

$$Z_{Np} = 0,90$$

$$Z_{NG} = 0,92$$

- Fator de sobrecarga.

Como o motor do mini-Baja é um motor a combustão interna monocilíndrico e o sistema do trem de força está submetido a choques intensos,  $K_O = 2$ . Não foi determinado  $K_O = 2,25$  porque a CVT é que está diretamente acoplada ao motor.



- Fator geométrico da resistência superficial.

$$Z_I = 0,12.$$

- Material e tratamento térmico e químico.

Essa é uma etapa importante de um projeto que se deseja manter o tamanho do sistema o menor em tamanho possível. A maneira mais simples de fazer com que as engrenagens suportem as cargas exigidas é aumentando o seu tamanho (módulo e largura de face), o que pode resultar em engrenagens grandes para o projeto. Outra maneira é escolher um material com tratamento térmico e químico adequado para os requisitos do projeto.

Para o projeto mini-Baja foi escolhido o aço AISI 4340 carbonetado e endurecido que levam à resistência ao contato  $S_C = 1986 \text{ MPa}$  (275 kPsi), e à resistência à flexão  $S_t = 517 \text{ MPa}$  (75 kPsi).

- Fator de razão de dureza.

Como nesse caso o pinhão e a engrenagem são do mesmo material e possuem mesmo tratamento térmico, suas durezas são iguais. Logo o fator de razão de dureza é  $Z_W (C_H) = 1$ .

- Número de qualidade.

Adotou-se um número de qualidade comercial  $Q_V = 6$  e segundo a equação a velocidade máxima permitida é  $V_{m\acute{a}x} = 19,7 \text{ m/s}$ .

- Fator de espessura do aro.

Como  $m_b \geq 1,2$ , determina-se o fator de espessura do aro  $K_b = 1$ .

- Fator de tamanho.

São aplicados em peças grandes, quando não se pode garantir a uniformidade do material da engrenagem. Seguindo a recomendação da AGMA que diz que fator de tamanho  $K_S$  deve ser maior que a unidade e levando em conta que as engrenagens não são grandes, adotou-se  $K_S = 1,2$ .

- Fator de acabamento de superfície.

Além do acabamento superficial, esse fator está relacionado com tensões residuais que podem ser originadas no tratamento térmico. A AGMA recomenda fator de acabamento superficial maior que a unidade, por isso foi definido  $Z_R = 1,2$ .

- Fator de temperatura .

Ao menos que as engrenagens estejam trabalhando em ambientes com temperaturas superiores a  $120^\circ\text{C}$  não há porque achar gerarem calor visto que engrenagens são projetadas para trabalhar sem deslizamento. Dito isso, fator de temperatura  $Y_\theta = 1$ .

### **Decisões variáveis.**

As decisões variáveis são aquelas que podem ser alteradas conforme os requisitos de projeto e o fator de segurança estabelecido. Os parâmetro que podem ser alterados são o módulo e a relação entre largura de face e o módulo. Apesar de ser apenas dois parâmetros, eles implicam grandes mudanças no sistema.

Foi escolhido o módulo  $m = 3$  e seguindo uma prática comum foi adotado largura de face  $F = 12m = 36\text{ mm}$ .

Assim podemos definir o diâmetro primitivo do pinhão  $d_p$  e da coroa  $d_G$ .

$$d_p = 48\text{ mm}$$

e

$$d_G = 165\text{ mm}$$

Com os diâmetros primitivos definidos, calcula-se a velocidade  $V$  do par de engrenagens:

$$V = 9,0\text{ m/s}$$

Em seguida, tem-se que:

$$W^t = 742\text{ N}$$

Determina-se o fator dinâmico  $K_V = 1,56$ .

Para o coeficiente de distribuição de carga  $K_H$  obteve-se  $K_H = 1,20$ .

O próximo passo é para descobrir se o módulo e a largura de face escolhida inicialmente suportam as tensões de flexão e desgaste superficial.

Com  $Z_E = 191\sqrt{MPa}$  e todas outras entradas das equações determinadas.

$$F_{flexão} = 11,09 \text{ mm}$$

$$F_{desgate} = 12,10 \text{ mm}$$

comparando com a largura de face determinado inicialmente,

$$F = 36 \text{ mm}$$

Pode parecer excessivo mas permite uma margem de segurança.

Atendendo as tensões de flexão e desgaste superficial pode-se avançar para a determinação dos coeficientes de segurança.

Determina-se a tensão de flexão nos dentes do pinhão:

$$\sigma_p = 109,86 \text{ MPa}$$

O fator de segurança AGMA do pinhão em flexão é:

$$S_{F_p} = 3,25$$

Para a coroa:

$$\sigma_G = 74,16 \text{ MPa}$$

O fator de segurança AGMA

$$S_{F_G} = 5,06$$

A tensão de contato, que causa desgaste na superfície do dente do pinhão é:

$$\sigma_{c_p} = 790,44 \text{ MPa}$$

e o fator de segurança é:

$$S_{H_p} = 2,98$$

A tensão de contato na coroa é a mesma que no pinhão visto que as durezas são as mesmas e  $S_C$  são iguais.

$$\sigma_{c_G} = 790,44 \text{ MPa}$$

Assim para a coroa sob desgaste

$$S_{H_G} = 3,15$$

As dimensões das engrenagens do primeiro estágio são:

**Pinhão 1**

N =	16 dentes
m =	3 mm
F =	36,0 mm
$\phi$ =	20 °
d =	48 mm
de =	54 mm
ht =	5,6 mm
Material:	AISI 4340
Grau:	Grau 3
Tratamento:	Carbonetado e endurecido

**Coroa 1**

N =	55 dentes
m =	3 mm
F =	36 mm
$\phi$ =	20 °
d =	165 mm
de =	171 mm
ht =	5,6 mm
Material:	AISI 4340
Grau:	Grau 3
Tratamento:	Carbonetado e endurecido

O fator segurança pretende levar em consideração incertezas que os demais fatores não consideram, assim como:

- Análise do desenho da peça.
- Análise de tolerâncias.

A AGMA não indica valores de fatores de segurança a serem tomados, porém indica pontos que devem ser considerados para determinar o fator de segurança do seu projeto. As consequências de segurança e econômicas são aspectos para se ter em mente. Quanto maior suas incertezas, maior deve ser seu fator de segurança.

Valores normalmente utilizados como fator de segurança são:  
em condições ambientais.

- Idênticas aos testes,  $S = 1,3$ .
- Essencialmente igual ao ambiente de um laboratório comum,  $S = 2$ .
- Ambiente moderadamente desafiador,  $S = 3$ .
- Ambiente extremamente desafiador,  $S = 5$ .

com modelos analíticos para forças de tensões.

- Testado em experimentos,  $S = 1,3$ .
- Representam precisamente o sistema,  $S = 2$ .
- Representam aproximadamente o sistema,  $S = 3$ .
- Aproximações grosseiras,  $S = 5$ .

Devido as recomendações da AGMA e considerando os fatores de segurança normalmente usados, foi determinado para esse projeto um fator de segurança de aproximadamente 3. Caso as engrenagens venham falhar, a segurança do piloto ou das pessoas em volta não será comprometida já que as engrenagens ficam dentro de uma carcaça. Por outro lado as consequências econômicas podem ser graves. Uma falha por fadiga de uma

engrenagem pode danificar os outros componentes dentro da caixa de redução, logo, existe o risco de comprometer toda a caixa de redução. Além do prejuízo econômico, caso uma engrenagem falhe, pode significar o abandono da competição.

### 5.3 - Segundo passe no redutor

As engrenagens do segundo estágio estão submetidas à cargas diferentes das engrenagens do primeiro estágio. Logo alguns parâmetros devem ser redefinidos para esta engrenagem.

#### Determinações para o estágio do redutor.

Algumas decisões tomadas no primeiro estágio são mantidas aqui, como:

- Fator de ciclagem de tensão e fator de ciclagem de resistência ao crateramento.

$$Y_{Np} = 0,86$$

$$Y_{NG} = 0,91$$

$$Z_{Np} = 0,90$$

$$Z_{NG} = 0,92$$

- Fator de sobrecarga.

$$K_O = 2$$

- Fator geométrico da resistência superficial.

$$Z_I = 0,12$$

- Material e tratamento térmico e químico.

$$S_C = 1986 \text{ MPa (275 kPsi)}$$

$$S_t = 517 \text{ MPa (75 kPsi)}$$

- Fator de razão de dureza.

$$Z_W = 1$$

- Número de qualidade.

$$Q_V = 6$$

$$V_{m\acute{a}x} = 19,7 \text{ m/s.}$$

- Fator de espessura do aro.

$$K_b = 1$$

- Fator de tamanho.

$$K_S = 1,2$$

- Fator de acabamento de superfície.

$$Z_R = 1,5$$

- Fator de temperatura.

$$Y_\theta = 1$$

Manter esse parâmetros iguais para as engrenagens de ambos os estágios não é uma obrigação de projeto. É comum determinar diferentes tratamentos térmicos e químicos para os diferentes pares de engrenagem visto que não são submetidos à mesma força.

### Decisões variáveis

- Módulo.

$$m = 4 \text{ mm}$$

- Largura da face.

$$F = 14m = 64 \text{ mm}$$

- Diâmetro primitivo.

$$d_p = 64 \text{ mm}$$

$$d_G = 184 \text{ mm}$$

- Velocidade angular.

$$\omega_2 = \omega_1/r_1 = 110 \text{ rad/s}$$

- Velocidade.

$$V = \omega d_p/2 = 3,5 \text{ m/s}$$

- Força aplicada.

$$W^t = 1913 \text{ N}$$

- Fator dinâmico.

$$K_V = 1,35$$

- Coeficiente de distribuição de carga.

$$K_H = 1,26$$

- Largura de face mínima para tolerar a tensão de flexão nos dentes da engrenagem.

$$F_{flexão} = 19,50 \text{ mm}$$

- Largura de face mínima para tolerar o desgaste superficial nos dentes da engrenagem.

$$F_{desgate} = 22,19 \text{ mm}$$

- Tensão de flexão nos dentes do pinhão.

$$\sigma_p = 108,60 \text{ MPa}$$

- Fator de segurança do pinhão com dentes sob flexão.

$$S_{F_p} = 2,92$$

- Tensão de flexão nos dentes da coroa.

$$\sigma_G = 75,19 \text{ MPa}$$

- Fator de segurança AGMA da coroa com dentes sob flexão.

$$S_{F_G} = 4,99$$

- Tensão de contato no pinhão.

$$\sigma_{c_p} = 803,04 \text{ MPa}$$

- Fator de segurança AGMA do pinhão ao desgaste.

$$S_{H_p} = 2,88$$

- Tensão de contato na coroa.

$$\sigma_{c_G} = 803,04 \text{ MPa}$$

- Fator de segurança AGMA da coroa ao desgaste

$$S_{H_G} = 3,03$$

As dimensões das engrenagens do segundo estágio são:

#### Pinhão 2

N =	16 dentes
m =	4 mm
F =	64,0 mm
$\phi$ =	20 °
d =	64 mm
de =	72 mm
ht =	9,0 mm
Material:	AISI 4340
Grau:	Grau 3
Tratamento:	Carbonetado e endurecido

#### Coroa 2

N =	46 dentes
m =	4 mm
F =	64 mm
$\phi$ =	20 °
d =	184 mm
de =	192 mm
ht =	9,0 mm
Material:	AISI 4340
Grau:	Grau 3
Tratamento:	Carbonetado e endurecido

## 6. Conclusão

Através de três etapas, determinação de entradas, análise das opções e escolha definitiva, o programa para dimensionar engrenagens de dentes retos desenvolvido cobre todos os procedimentos que o projeto de pares de engrenagens deve ter. Indo além disso, o programa abre a opção de projetar o pinhão e a coroa de diferentes estágios de uma caixa de redução fixa.

Na primeira etapa o usuário do programa deve determinar as entradas do projeto. Essas entradas são os requisitos de projeto e um conjunto de decisões úteis. Cada uma dessas entradas impacta o resultado final das engrenagens. A segunda etapa consiste em analisar todas as opções possíveis e os resultados que elas geram. Para cada módulo e largura da face os resultados são diferentes, o que resulta numa vasta gama de opções. A terceira etapa visa aprofundar a análise feita na etapa anterior acrescentando mais resultados à quatro opções preferidas pelo usuário. Assim fica mais fácil para o operador do programa tomar a decisão final. Como resultado, o programa resume características essenciais das engrenagens que melhor atendem os requisitos de projeto.

Por ser baseado na norma da American Gear Manufacturers Association (AGMA) para engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão de  $20^\circ$ , o programa garante confiabilidade ao resultado. Os métodos que essa organização apresenta estão em uso geral quando resistências e desgastes são considerações primordiais.

Em relação as engrenagens projetadas para o mini-Baja da PUC-Rio, o resultado final se enquadra dentro do que o projeto visa apesar de apresentar um tamanho relativamente grande para um veículo mini-Baja. O que levou a esse tamanho elevado foram as decisões conservativas tomadas. Boa confiabilidade de projeto, longa vida útil da peça e grande coeficiente de segurança contra fadiga podem não ser ideais para tal veículo. Porém diminuir o coeficiente de segurança e outros parâmetros sem o embasamento apropriado é irresponsabilidade. O ideal é aprofundar os conhecimentos, aprimorar as contas e realizar testes antes tomar decisões menos conservadoras para depois sim, redimensionar as engrenagens. Isso, agora com o programa, ficou muito mais simples.

Assim o programa cumpre o papel para o qual foi desenvolvido. Simplifica e automatiza a maior parte do dimensionamento de engrenagens de dentes retos, seja o projeto uma caixa de redução fixa ou algo similar. Contudo, cabem melhorias no programa. Para tornar o programa mais completo deve abranger uma maior opção de materiais e mais



possibilidades de tratamento térmico. Além disso, poderia ser acrescentado um projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão igual a 25° segundo uma norma, para não comprometer a confiabilidade do resultado.

## 7. Bibliografia

- [1] BUDYNAS, Richard G. *Elementos de máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica*. 8 ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.
- [2] NAUNHEIMER, Harald; BERTSCHE, Bernd; RYBORZ, Joachim; NOVAK, Wolfgang. *Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application*. 2ed. Springer, 2010.
- [3] CASTRO, Jaime. “Engrenagens”
- [4] ANDRADE, Alan Sulato. “Elementos orgânicos de máquinas I”. Disponível em <http://www.madeira.ufpr.br/disciplinasalan/AT096%20-%20Aula%2002.pdf> Acesso em 29 de Novembro de 2016.
- [5] Disponível em <http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil> Acesso em 10 de Dezembro de 2016.
- [6] Disponível em <http://ciencia.hsw.uol.com.br/engrenagens3.htm> Acesso em 10 de Dezembro de 2016.
- [7] Disponível em <http://www.solucoesindustriais.com.br/empresa/metal-mecanica-e-usinagem/merati/produtos/ferramentaria-e-modelacao/engrenagem-cilindrica-de-dentes-retos> Acesso em 10 de Dezembro de 2016.
- [8] Disponível em [http://www.solucoesindustriais.com.br/images/produtos/imagens\\_10090/p\\_engrenagens-conicas-30.jpg](http://www.solucoesindustriais.com.br/images/produtos/imagens_10090/p_engrenagens-conicas-30.jpg) Acesso em 10 de Dezembro de 2016.
- [9] Disponível em [https://scontent.fsdu5-1.fna.fbcdn.net/v/t1.0-9/14713553\\_1200487590023516\\_6305178785840840824\\_n.jpg?oh=2b5be0f28bbf8fae392a015c6890fb76&oe=58F1848E](https://scontent.fsdu5-1.fna.fbcdn.net/v/t1.0-9/14713553_1200487590023516_6305178785840840824_n.jpg?oh=2b5be0f28bbf8fae392a015c6890fb76&oe=58F1848E) Acesso em 10 de Dezembro de 2016.