

**Bruno Quaresma Bastos**

**Previsões Pontuais e Intervalares de Séries Temporais de  
Alta Frequência com Sistema de Lógica Fuzzy**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Reinaldo Castro Souza  
Co-orientador: Prof. Fernando Luiz Cyrino Oliveira

Rio de Janeiro  
Setembro de 2016

**Bruno Quaresma Bastos**

**Previsões Pontuais e Intervalares de Séries Temporais de  
Alta Frequência com Sistema de Lógica Fuzzy**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**Prof. Reinaldo Castro Souza**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

**Prof. Fernando Luiz Cyrino Oliveira**

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Profa. Marley Maria Bernardes Rebuzzi Vellasco**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. José Francisco Moreira Pessanha**

CEPEL

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico

Rio de Janeiro, 13 de Setembro de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização do autor, do orientador e da universidade.

## **Bruno Quaresma Bastos**

Graduou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) em 2013. Antes de iniciar seu mestrado, foi estagiário e analista em uma empresa de geração de energia elétrica. É membro do grupo de pesquisa “Modelagem Estatística e de Séries Temporais: Aplicações na Área de Energia”. Participa de projetos de pesquisa e desenvolvimento (P&D) relacionados a planejamento energético e modelagem e previsão de séries temporais. Seus interesses de pesquisa incluem: previsão de séries temporais, lógica fuzzy, inteligência computacional, planejamento de sistemas elétricos, machine learning, entre outros.

### Ficha Catalográfica

Bastos, Bruno Quaresma

Previsões pontuais e intervalares de séries temporais de alta frequência com sistema de lógica Fuzzy / Bruno Quaresma Bastos ; orientador: Reinaldo Castro Souza ; co-orientador: Fernando Luiz Cyrino Oliveira. – 2016.

100 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Lógica fuzzy. 3. Séries temporais. 4. Previsão intervalar. 5. Bootstrap. 6. Energia elétrica. I. Souza, Reinaldo Castro. II. Oliveira, Fernando Luiz Cyrino. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

## Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Prof. Reinaldo, e ao meu co-orientador, Prof. Fernando, pelo apoio e incentivo que me deram durante o mestrado, pela confiança em meu trabalho, pelos ensinamentos valiosos e pelas oportunidades que me concederam.

Agradeço à PUC-Rio pela estrutura disponibilizada, e ao CNPq, CAPES, e Eneva pelos auxílios concedidos e pelo suporte, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Agradeço aos meus amigos, em geral, pelo apoio e amizade. Agradeço aos meus amigos do IEPUC, em específico, pelas jornadas do dia-a-dia, pela descontração, pela paciência.

Agradeço aos meus familiares, pelo apoio, carinho e compreensão.

Agradeço à Juliana, meu amor, pelo companheirismo, pelo carinho, e por sempre conseguir, com seu sorriso característico e cativante, me tornar a pessoa mais feliz de todas.

Agradeço aos meus pais, por serem meus guias e guardiões em vida, pelo carinho que me dão e pelos conselhos. Todas as minhas conquistas só foram e são possíveis por causa de vocês.

Agradeço ao meu irmão, pela alegria que sempre me dá (mesmo com as menores das coisas), por ser a melhor pessoa deste mundo, por me inspirar a ser o melhor que posso ser, por acreditar em mim, por ser o meu grande e melhor amigo, meu irmão gêmeo.

À minha irmãzinha, pela luz e alegria que traz, pelo carinho, por me fazer ser uma pessoa melhor.

## Resumo

Bastos, Bruno Quaresma; Souza, Reinaldo Castro (Orientador). **Previsões Pontuais e Intervalares de Séries Temporais de Alta Frequência com Sistema de Lógica Fuzzy**. Rio de Janeiro, 2016. 100p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A previsão de séries temporais é um assunto de grande importância para diversas áreas, podendo servir como base para planejamento e controle, entre outros. As formas mais comuns de previsão são as pontuais. É arriscado, no entanto, planejadores tomarem decisões unicamente com base em previsões pontuais, pois séries reais são compostas por uma parte aleatória que não pode ser definida por modelagem matemática. Um modo de contornar este problema é realizando previsões intervalares. Estas fornecem informações sobre as incertezas das previsões pontuais, o que auxilia o planejador em suas decisões. Modelos de lógica fuzzy têm sido investigados na literatura de previsão devido a sua capacidade de modelar incertezas. Apesar disso, sistemas de lógica fuzzy Mamdani (MFLS) foram pouco investigados no tema, comparando-se a outros tipos de modelagens fuzzy. Ademais, entende-se que a literatura de previsão intervalar com modelos fuzzy é limitada. Neste contexto, este trabalho propõe um método para construção de previsões intervalares a partir das previsões pontuais do modelo MFLS de tipo-1 (T1 MFLS). O método proposto para construção de previsões intervalares do MFLS é baseado na reamostragem de erros *in-sample*. O modelo T1 MFLS é construído com uma heurística (para partição do universo de discurso das variáveis do modelo) e com a seleção da entrada do modelo. Previsões pontuais e intervalares são produzidas para séries horárias de carga de energia elétrica. A literatura de modelos fuzzy de previsão é revisada.

## Palavras-Chave

Lógica fuzzy; previsão de séries temporais; previsão de curto prazo da carga de energia elétrica.

## Abstract

Bastos, Bruno Quaresma; Souza, Reinaldo Castro (Advisor). **Point and Interval Forecasting of High-Frequency Time Series with Fuzzy Logic System**. Rio de Janeiro, 2016. 100p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Time series forecasting is an important subject for many areas; it can serve as basis for planning and control, among others. The most common type of forecast is the point forecast. It is, nevertheless, risky to make decisions based on point forecasts, considering that real time series are composed by a random part that cannot be exactly defined by mathematical modeling. One way to by-pass this problem is by producing interval forecasts. These provide information about point forecasts reliability, what helps the planner make his decisions. Fuzzy logic models have been investigated in the forecasting literature due to their ability to model uncertainties. In spite of this, Mamdani fuzzy logic systems (MFLS) have been less investigated in this subject than other types of fuzzy modeling approaches. Furthermore, it is understood that the literature of interval forecasting with fuzzy models is very limited. In this context, this work proposes a method for creating interval prediction from point forecasts of a type-1 MFLS (T1 MFLS). The proposed method for interval forecast construction is based on the resampling of *in-sample* errors. The T1 MFLS model is constructed with a heuristic (that makes the partition of the universe of discourse of the model's variables) and with selection of the model's inputs. Point and interval forecasts are produced for hourly electricity load series. The literature of fuzzy models applied in forecasting is reviewed.

## Keywords

Fuzzy logic; time series forecasting; short-term electric load forecasting.

# Sumário

1 Introdução .....	9
1.1 Previsão de Curto Prazo da Carga de Sistemas Elétricos de Potência .....	10
1.2 Previsões Intervalares .....	11
1.3 Objetivos da Dissertação .....	11
1.4 Organização da Dissertação.....	12
2 Revisão da Literatura de Modelos Fuzzy de Previsão.....	14
2.1 Pesquisa Bibliográfica .....	14
2.2 Análise da Literatura Seleccionada .....	17
2.3 Revisão dos Modelos Fuzzy de Previsão .....	20
3 Modelo de Sistema de Lógica Fuzzy Mamdani para Previsão Pontual .....	31
3.1 Elementos dos Sistemas de Lógica Fuzzy .....	32
3.2 Aplicação no Problema de Previsão de Séries Temporais .....	36
3.3 Construção do Modelo de Sistema de Lógica Fuzzy Mamdani .....	37
3.4 Algoritmo do Modelo .....	42
3.5 Métrica para Avaliação das Previsões Pontuais .....	43
4 Construção de Previsões Intervalares .....	45
4.1 Construção Clássica de Previsões Intervalares com Bootstrap .....	46
4.2 Método Proposto para Construção de Previsões Intervalares .....	47
4.3 Métrica para Avaliação das Previsões Intervalares .....	51

5 Resultados.....	52
5.1 Séries Temporais Estudadas .....	52
5.2 Construção do Modelo MFLS Proposto .....	55
5.3 Resultados das Previsões Pontuais .....	61
5.4 Resultado das Previsões Intervalares.....	67
5.5 Comentários Gerais .....	72
6 Conclusão .....	74
6.1 Trabalhos Futuros .....	75
7 Referências Bibliográficas.....	78
Apêndice A – Conceitos da Teoria de Conjuntos e de Lógica Fuzzy .....	95
Apêndice B – Modelos Utilizados para Previsões Pontuais.....	98



# 1

## Introdução

A previsão de séries temporais é um assunto de grande importância para diversas áreas. Previsões acuradas são imprescindíveis para a economia, para o comércio, para a indústria, para o mercado financeiro, etc., podendo servir, por exemplo, como base para o planejamento de negócios e de investimentos, para o planejamento econômico, controle de estoque e de produção, e para a previsão de vendas [1,2].

Inúmeros são os modelos que podem ser utilizados para realizar a previsão de séries temporais. Estes podem ser classificados em, basicamente, quatro categorias: modelos estatísticos (que podem ser subdivididos em modelos de estatística clássica [1,3] e de estatística bayesiana [4,5]), modelos de inteligência computacional (que podem ser subdivididos em modelos de lógica fuzzy [6,7], de redes neurais [8,9], de *support vector regression* [10,11] e outros), modelos híbridos (que combinam diferentes modelos, e.g. [12,13]), e outros tipos de modelos (e.g. *judgemental forecasting* [14]).

Convencionalmente, a previsão de séries temporais é realizada com modelos estatísticos clássicos [15]. Estes modelos assumem que o processo gerador da série temporal é um processo linear, e fazem hipóteses sobre as características da série temporal [16]. Por este motivo, não são adequados quando a série apresenta padrões não lineares e eventos excepcionais ao longo do histórico da série [16]. As dificuldades dos modelos estatísticos em lidar com não linearidades fomentaram a busca e o interesse pelo uso de técnicas computacionais na previsão de séries temporais [16].

As redes neurais [17] e os sistemas de lógica fuzzy [18] provaram ser aproximadores universais, com habilidade de modelar relações não lineares entre variáveis [19]. Consequentemente, modelos de previsão que adotam estas técnicas se tornaram populares, representando ótimas alternativas para modelagem e previsão de séries temporais [19].

## 1.1

### Previsão de Curto Prazo da Carga de Sistemas Elétricos de Potência

A previsão de curto prazo da carga<sup>1</sup> (*short-term load forecasting*, STLF) é uma ferramenta essencial para um sistema elétrico de potência [20]. Ela é utilizada no planejamento da operação do sistema, afetando o agendamento de unidades geradoras para despacho, e a segurança e o custo da operação do sistema, além de servir de base para análises *off-line* [21].

O planejamento da operação horária de unidades geradoras necessita de previsões de curto prazo da carga, com o intuito de estipular a geração suficiente para atender a demanda de modo mais econômico e seguro. Neste sentido, a previsão afeta decisões quanto ao cometimento de geradores térmicos, nível de geração e nível dos reservatórios de usinas hidrelétricas, e coordenação hidrotérmica [21].

Além de se preocupar em programar a geração de energia elétrica de modo a atender a demanda, o planejamento da operação também se preocupa em programar a reserva de energia para o caso de haver alguma contingência no sistema. Este planejamento visa mitigar o custo de operação do sistema e os riscos de não atendimento da demanda, e está intimamente ligado às incertezas da previsão de curto prazo e da indisponibilidade de elementos do sistema.

Erros na previsão de curto prazo podem afetar as funções de operação e controle do sistema de potência. A proposição de modelos que melhorem a acurácia da previsão é, portanto, justificada, pois estes podem vir a reduzir os custos de operação do sistema elétrico e a aumentar sua confiabilidade [22].

Não há modelo que sempre desempenhe melhor que outros na previsão de curto prazo da carga elétrica [19]. Estudos recentes, no entanto, apontam que modelos de inteligência computacional frequentemente desempenham melhor que modelos estatísticos tradicionais [19].

---

<sup>1</sup> A previsão de curto prazo da carga de sistemas de potência é geralmente considerada como sendo a previsão horária (ou a cada meia hora) da carga em até 168 horas à frente do instante presente [21]. Gross e Galiana [21] incluem, também, dentro do escopo da previsão de curto prazo da carga, a previsão de picos diários de carga no sistema, de valores de carga do sistema em certas horas do dia, de valores horários (ou a cada meia hora) de energia do sistema, e de energia diária ou semanal do sistema.

## 1.2

### Previsões Intervalares

As formas mais comuns de previsões de séries temporais são as pontuais [23]. Dados de séries temporais, no entanto, são geralmente ruidosos, fazendo com que previsões pontuais não sejam acuradas [24]. É arriscado, portanto, operadores de um sistema elétrico e agentes do setor elétrico tomarem decisões com base em previsões pontuais [25].

Um modo de se contornar este problema é realizando previsões intervalares (PIs). As PIs fornecem informações sobre as incertezas associadas às previsões pontuais [25]. Intervalos amplos indicam um alto nível de incerteza referente às previsões (pontuais), o que faria o tomador de decisões ser mais cauteloso em suas decisões. Ao contrário, intervalos da previsão estreitos indicam previsões mais acuradas, o que faria o tomador de decisões ter maior confiança em suas decisões [26].

Inúmeros métodos podem ser utilizados para realizar previsões intervalares: métodos bayesianos, método delta, estimação de média e variância, *bootstrap*, entre outros [26,27]. Dentre os inúmeros métodos existentes, o método *bootstrap* é conhecido por ter bom desempenho na produção de intervalos de previsão [28]. A aplicação do *bootstrap* pode ser realizada de diversas maneiras, tendo vertentes paramétricas e não paramétricas, o que o torna flexível em sua aplicação [29].

Apesar do método *bootstrap* já ter sido utilizado junto a modelos estatísticos (e.g., [30,31]) e a modelos de inteligência computacional (e.g., [26,28]) para previsão intervalar, não há na literatura aplicação junto a modelos fuzzy de previsão. Além disso, previsão intervalar, no geral, é um tema pouco abordado na literatura de previsão temporal com modelos fuzzy.

## 1.3

### Objetivos da Dissertação

#### 1.3.1

#### Revisão da Literatura de Modelos Fuzzy Utilizados na Previsão de Séries Temporais

A teoria de lógica fuzzy, inicialmente proposta por Zadeh [32], proporciona um ferramental extenso para a modelagem de processos. É possível, por exemplo,

traduzir o comportamento entre variáveis utilizando regras fuzzy de diferentes configurações [18,33,34]. De outro modo, entre muitos outros (e.g., [35,36]), é possível descrever este comportamento modelando-o via relações equacionais fuzzy [37]. Existe, portanto, uma gama de tipos de modelagem baseada na teoria de lógica fuzzy. Por este motivo, um dos objetivos da dissertação é o de investigar quais modelagens fuzzy já foram aplicadas na previsão de séries temporais, e qual é o estado-da-arte de modelos fuzzy de previsão.

### 1.3.2

#### **Construção de Previsões Intervalares para o Sistema de Lógica Fuzzy Mamdani**

A criação de previsões intervalares é importante, pois busca reduzir o risco de agentes que tomam decisões e se planejam com base em previsões. Neste contexto, o objetivo é o de propor a construção de previsões intervalares para o modelo T1 MFLS proposto (que realiza a previsão de maneira *multi-step*), que sejam consistentes com o horizonte de previsão. Para tanto, é utilizado um método baseado em reamostragem com reposição, proposto por este autor, e inspirado no método *bootstrap* [29].

Para construir as previsões intervalares, o modelo T1 MFLS proposto é utilizado para realizar previsões *in-sample* com o mesmo horizonte de previsão que a previsão *pseudo-out-of-sample*. Para cada passo à frente, são obtidos erros *in-sample*. Estes são reamostrados com reposição, produzindo uma distribuição de erros para cada passo à frente. Estes são somados à previsão pontual do passo a que se referem, produzindo, então, uma distribuição de pseudo-realizações para o passo previsto. Os percentis são adotados como valores de previsão intervalar.

Como este tema é pouco discutido na literatura de modelos fuzzy de previsão (i.e., o de previsões intervalares), um objetivo mais geral da dissertação é o de trazê-lo à tona, propondo um método específico para modelos que realizam previsão *multi-step*, como o T1 MFLS em questão.

## 1.4

### **Organização da Dissertação**

Após o capítulo de introdução, o segundo capítulo da dissertação apresenta a revisão da literatura de modelos fuzzy de previsão, que foi realizada com o

intuito de investigar o estado-da-arte dos modelos fuzzy de previsão de séries temporais. A revisão dá ênfase às modelagens de séries temporais fuzzy e de sistemas de lógica fuzzy Mamdani.

No terceiro capítulo, é apresentado o modelo T1 MFLS utilizado para previsão pontual de séries temporais. Descreve-se, brevemente, quais são os elementos existentes no sistema de lógica fuzzy, e como este é aplicado no problema de previsão de séries temporais. Detalha-se a construção do modelo para a previsão: a heurística utilizada para partição do universo de discurso é apresentada, e o método de seleção do número de antecedentes também é descrito.

No quarto capítulo, é detalhado o método proposto para a construção de previsões intervalares a partir do modelo MFLS proposto. No quinto capítulo, são apresentadas as previsões pontuais e intervalares produzidas para as séries estudadas. A avaliação dos resultados (em termos de métricas) também são fornecidas. As previsões pontuais são comparadas com previsões de modelos fuzzy clássicos na literatura e com o modelo estatístico mais utilizado na previsão de séries temporais. As previsões intervalares do método proposto são comparadas com as previsões intervalares obtidas para o modelo Box & Jenkins com o software Forecast Pro Windows. O sexto capítulo apresenta as conclusões da dissertação e as propostas de trabalho futuro.

## 2

## Revisão da Literatura de Modelos Fuzzy de Previsão

### 2.1 Pesquisa Bibliográfica

Com o objetivo de entender o estado-da-arte dos modelos fuzzy utilizados para a previsão séries temporais, foi realizada pesquisa bibliográfica utilizando-se uma metodologia de pesquisa composta por duas etapas. A primeira etapa consiste na busca por documentos em bases bibliográficas, enquanto que a segunda etapa consiste na seleção dos documentos encontrados na primeira etapa.

A metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho foi inspirada na metodologia aplicada em [42]. A Figura 2.1 resume as atividades relacionadas a cada etapa da metodologia utilizada.

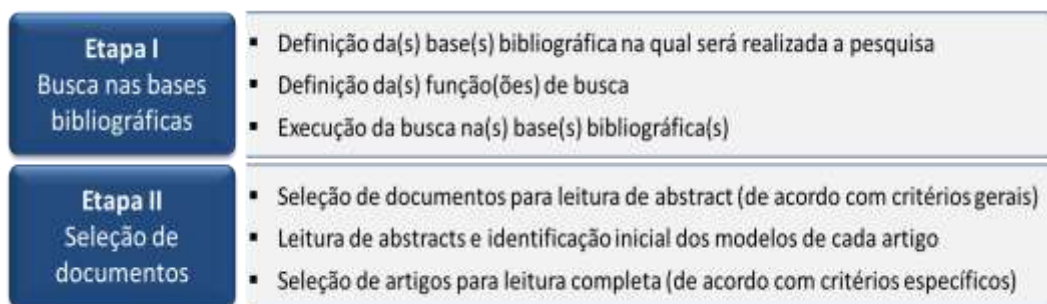


Figura 2.1 – Resumo das etapas da metodologia de pesquisa

#### 2.1.1

#### Busca em Bases Bibliográficas

A busca por artigos foi realizada na base bibliográfica *Scopus*. Esta foi escolhida, porque é uma das mais completas, e porque é de fácil uso em termos de operacionalização da busca e extração de informações.

As funções de busca, utilizadas para encontrar artigos relevantes à pesquisa, foram construídas considerando-se as palavras-chave “*fuzzy*”, “*forecasting*”, e “*time series*”. Duas funções de busca foram aplicadas (ver Tabela 2.1). Ambas foram idealizadas de modo a retornarem apenas artigos de língua inglesa

publicados em periódicos indexados relevantes ao tema de modelos fuzzy de previsão de séries temporais.

Tabela 2.1 – Funções de busca utilizadas no trabalho<sup>2</sup>

Funções de Busca	
1	KEY("fuzzy") AND KEY("forecasting") AND TITLE-ABS-KEY("time series") AND (LIMIT-TO(DOCTYPE,"ar")) AND (LIMIT-TO(LANGUAGE,"English")) AND (LIMIT-TO(SRCTYPE,"j"))
2	TITLE-ABS("fuzzy") AND TITLE-ABS("forecasting") AND (LIMIT-TO(DOCTYPE,"ar")) AND (LIMIT-TO(LANGUAGE,"English")) AND (LIMIT-TO(SRCTYPE,"j"))

A pesquisa, com as duas funções de busca, foi executada na base *Scopus* e retornou um total de 1941 artigos em periódicos. A seguir é descrito o procedimento de seleção dos artigos relevantes ao tema.

### 2.1.2 Seleção de Documentos

A seleção dos documentos foi realizada de acordo com critérios gerais e critérios específicos. Os critérios gerais compreendiam tipo de documento (artigo), idioma (inglês), e tipo de publicação (periódico internacional). Adotou-se mais o seguinte critério geral: apenas aceitar artigos de periódicos que tinham, no mínimo, um artigo com mais de 40 citações. A adoção deste último critério foi motivada pelo grande número de artigos resultantes das duas buscas (1941); foi utilizado como um meio de se filtrar ainda mais os artigos. O valor de corte baseado no número de citações foi obtido avaliando-se a quantidade de artigos aceitos para diferentes valores de corte. O número de “40 citações” retornou uma quantidade factível de artigos para leitura de abstract.

Sabendo que artigos relevantes ao tema poderiam ser excluídos no processo, resolveu-se adotar o seguinte critério para inclusão de artigos (antes de se iniciar a leitura dos abstracts): incluir todos os artigos de autores que possuem, no mínimo,

<sup>2</sup> “KEY” – a busca pelo termo é feita nas palavras-chave do artigo; “TITLE-ABS” – a busca pelo termo é feita no título e no abstract do artigo; “TITLE-ABS-KEY” – a busca pelo termo é feita no título, no abstract e nas palavras-chave do artigo; “LIMIT-TO” – limita a busca com base em algum parâmetro (e.g. tipo de documento, “DOCTYPE”; idioma, “LANGUAGE”; tipo de publicação, “SRCTYPE”).

um artigo com mais de 100 citações. O número de 100 citações foi escolhido da mesma forma que o número de 40 para o critério exposto no parágrafo anterior.

Do total de 1941 artigos, resultados da primeira etapa, foram excluídos 360 artigos repetidos. Em seguida, foram excluídos 878 artigos, pois estes haviam sido publicados em periódicos sem ao menos um artigo de mais de 40 citações. Finalmente, foram incluídos 22 artigos de autores com ao menos um artigo de mais de 100 citações; estes haviam sido excluídos devido ao critério anterior. Após a aplicação destes critérios gerais, restou um total de 725 artigos para leitura de *abstract*.

Após definir os critérios gerais pré-leitura de abstracts, foram definidos critérios específicos para exclusão de artigos de acordo com seu escopo e conteúdo. Os critérios adotados incluíam: excluir artigos que não tratassem ou não incluíssem modelos de previsão de séries temporais, e apenas aceitar artigos que têm como base modelos fuzzy de previsão.<sup>3</sup> Em seguida, foi feita a leitura dos *abstracts*. Na fase de leitura, buscava-se obter as seguintes informações: Qual é o escopo do artigo? Qual é o modelo utilizado no artigo ou proposto por ele? Qual é o modelo-base que foi referência ao modelo proposto? Qual foi a área de aplicação do modelo?

Foram, então, excluídos da base de resultados 111 artigos que não tratavam de previsão de séries temporais, ou de modelos de previsão de séries temporais. Também foram excluídos 383 artigos que não utilizavam como modelo base de previsão um modelo fuzzy. Neste último quesito, foram excluídos artigos que não tratavam de lógica fuzzy, ou que utilizavam lógica fuzzy apenas como ferramenta de suporte a um sistema de previsão não-fuzzy [43,44]. Artigos baseados em modelos híbridos – como os modelos baseados na modelagem *Fuzzy Neural Network* (FNN) (e.g., [45,46]), e outros também foram excluídos, e.g., *Fuzzy ARTMAP* [47], *Fuzzy Granular Support Vector Machine* [48], *Adaptive Neuro-based Fuzzy Inference System* (ANFIS) (e.g. [49,50]).

Após as exclusões baseadas nos critérios gerais e específicos, restaram 231 artigos, que foram selecionados para análise. A Figura 2.2 apresenta um resumo dos resultados do processo de seleção de artigos.

---

<sup>3</sup> Este segundo critério significa que não se incluiria artigos de modelos não fuzzy, mesmo que utilizassem ferramentas fuzzy em sua modelagem. Foram incluídos, no entanto, artigos de modelos fuzzy que utilizam ferramentas não-fuzzy em sua modelagem, fato que permitiria análise da evolução dos modelos fuzzy.



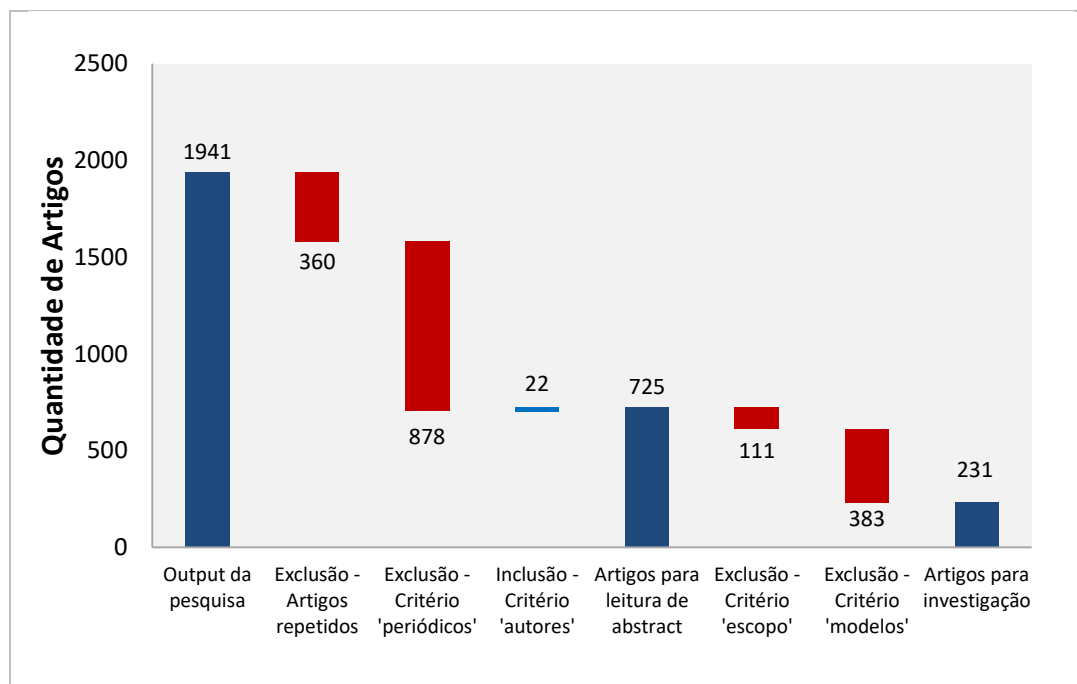


Figura 2.2 – Resultado do processo de seleção de artigos para análise

Os 231 artigos restantes foram analisados, tendo-se como base as informações extraídas durante a fase de leitura do abstract. A seguir é apresentada uma breve revisão dos modelos fuzzy conhecidos na fase de análise dos artigos selecionados.

## 2.2 Análise da Literatura Selecionada

Durante a fase de leitura dos abstracts, foram encontradas, do conjunto de modelos identificados, cinco classes de modelos fuzzy aplicados na previsão de séries temporais: modelo de séries temporais fuzzy (*fuzzy time series*, FTS), modelo fuzzy Takagi-Sugeno-Kang (*Takagi-Sugeno-Kang fuzzy model*, TSK)<sup>4</sup>, sistema de lógica fuzzy Mamdani (*Mamdani fuzzy logic systems*, MFLS), modelo de regressão fuzzy (*fuzzy regression*, FR) e outros (*others*).<sup>5</sup> Estas classes se referem a modelos originais. A Tabela 2.2 apresenta a proporção de modelos fuzzy na literatura pesquisada.

<sup>4</sup> O modelo TSK também é encontrado na literatura com outras denominações: “sistema de lógica fuzzy TS”.

<sup>5</sup> Os modelos MFLS e TSK são ambos considerados sistemas de lógica fuzzy; ambos são sistemas construídos por regras; a principal diferença do primeiro para o segundo são as regras; seus antecedentes são iguais, mas seus consequentes são diferentes; esta diferença será explicitada mais à frente.

É possível notar que a maioria (53.2%) dos artigos que utilizam modelos fuzzy para previsão de séries temporais, faz uso da modelagem FTS. Outros 19.0% dos artigos obtidos da pesquisa utilizam, por sua vez, a modelagem TSK, enquanto que 13.0% utilizam a modelagem MFLS. A modelagem FR é utilizada por apenas 8.7% dos artigos resultantes da pesquisa, enquanto que 6.1% dos artigos utilizam outro tipo de modelagem fuzzy.

Um fator, que poderia explicar a maior incidência dos modelos FTS na literatura de previsão de séries temporais com modelos fuzzy, é o fato da modelagem FTS ter sido criada especificamente para tratar o tema de previsão de séries temporais. Os outros tipos de modelagem não foram criados especificamente para a previsão de séries, tendo sido aplicados para inúmeras tarefas (e.g., modelagem, controle, processamento de sinais, comunicações) [18].

Tabela 2.2 – Quantidade de artigos, por classe de modelo fuzzy, encontrados na pesquisa bibliográfica

Classe de modelo	Quantidade de artigos	%
FTS	123	53,2%
TSK	44	19,0%
MFLS	29	13,0%
FR	20	8,7%
Other	15	6,1%
<b>Total</b>	<b>231</b>	<b>100,0%</b>

As áreas de aplicação dos modelos fuzzy encontrados na pesquisa eram recorrentes, pois muitos artigos tratavam da mesma série temporal, visando comparar seus modelos a outros já utilizados na literatura. Este é, por exemplo, o caso da aplicação na área de educação e na área de finanças, com as séries do número de matrículas na Universidade de Alabama (e.g., [51,52,53]), e do índice de ações TAIEX (e.g., [54,55,56]), respectivamente. A Figura 2.3, apresenta as áreas nas quais se encontrou aplicação de modelos de previsão fuzzy.

A área onde há maior aplicação de modelos fuzzy de previsão é a de Finanças, com 30.5% do total de aplicações. A área de segunda maior aplicação é a de Educação (17.7%), seguida da área de Sistemas Elétricos de Potência (12.8%), Meio Ambiente e Meteorologia (11.3%), e outras áreas.

As aplicações na área de finanças tratam da previsão de índices de ações (e.g. TAIEX [57], KOSPI [58], NASDAQ [59]) ou de taxas de câmbio de moedas (e.g., [60,61,62]). Nesta área, há a predominância de aplicações com modelos da classe FTS (74.4% das aplicações são com modelos FTS). Na área de Educação, todas as aplicações tratam da série de matrículas na universidade de Alabama. A predominância nesta área é da aplicação de modelos FTS (96.0%), pois o artigo que propôs a modelagem FTS aplicou esta série, e os desenvolvimentos seguintes do modelo foram feitos comparando-se resultados para esta série.

Na área de Sistemas Elétricos de Potência, os modelos fuzzy são geralmente utilizados para a previsão de carga ou de demanda de eletricidade. A grande maioria das aplicações na área se refere à previsão de curto prazo da carga de eletricidade (*short-term load forecasting*, em inglês) (e.g., [63,64,19]). Algumas aplicações realizam previsões da velocidade do vento dentro do contexto da área [65,66]. Nesta área, 36.1% das aplicações utilizam modelos da classe MFLS, enquanto que 27.8% utilizam modelos da classe TSK. Na área ‘Meio Ambiente e Meteorologia’, as aplicações compreendiam a previsão de enchentes [67,68], a previsão de temperatura [69,70], previsão de vazões [71,72], de chuva [73], entre outras. Nas outras áreas, mesmo com menor influência na literatura, é digno de nota a previsão de séries caóticas (e.g., [74,75]).

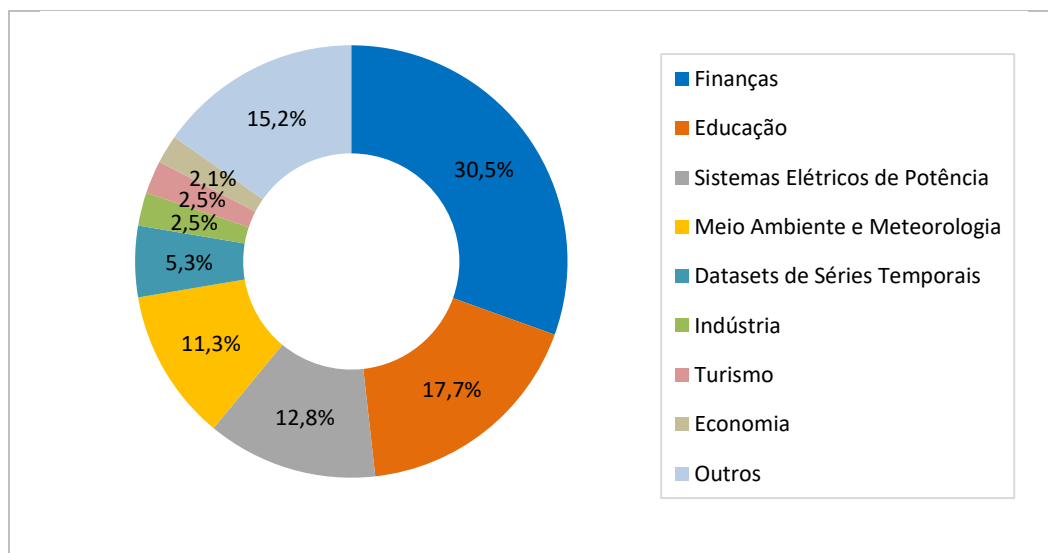


Figura 2.3 - Áreas com aplicações de modelos fuzzy na literatura acadêmica

Levando-se em consideração o total de aplicações com modelos da classe FTS, percebe-se uma concentração nas áreas de Finanças e Educação. Cada qual concentra 38.6% e 28.9% das aplicações, respectivamente. No tocante a modelos

da classe TSK, há certa heterogeneidade nas áreas de aplicação. A área ‘Meio Ambiente e Meteorologia’ concentra 28.6% das aplicações, enquanto que as áreas ‘Sistemas Elétricos de Potência’ e ‘Finanças’ concentram, respectivamente, 23.8% e 21.4% das aplicações desta classe. As aplicações de modelos da classe MFLS têm, por sua vez, notada concentração na área ‘Sistemas Elétricos de Potência’, com 37.1% das aplicações. As aplicações dos modelos da classe FR têm pequena concentração na área ‘Sistemas Elétricos de Potência’, com 27.3% das aplicações.

A seguir será apresentada a revisão dos modelos FTS e MFLS aplicados na previsão de séries temporais (nas Subseções 2.3.1. e 2.3.2, respectivamente). Estas duas modelagens recebem destaque, pois (i) modelos FTS são os mais presentes na literatura de previsão de séries temporais, e (ii) o modelo proposto nesta dissertação é do tipo MFLS<sup>6</sup>. As modelagens do tipo TSK e FR são apresentadas brevemente nas subseções 2.3.3 e 2.3.4, respectivamente. Os tipos de modelagem restantes são citados na subseção 2.3.5 deste capítulo. Na subseção 2.3.6, são apresentados artigos que utilizam modelos fuzzy no contexto de previsões intervalares. Caso o leitor não tenha familiaridade com os conceitos básicos da teoria de lógica fuzzy e de sistemas de lógica fuzzy, pede-se referir ao Apêndice A – Conceitos da Teoria de Conjuntos e de Lógica Fuzzy.

## 2.3

### Revisão dos Modelos Fuzzy de Previsão

#### 2.3.1

##### Modelos de Séries Temporais Fuzzy

O conceito dos modelos *fuzzy time series* foi originalmente proposto por Song e Chissom [37,76,77] com o objetivo de tratar da previsão de séries temporais, quando estas, ao invés de terem valores numéricos como observações, têm valores linguísticos como observações. Para tratar da série temporal fuzzy, os autores assumem a existência de relação causal entre observações no tempo presente e no tempo passado, e propõem o uso de relações equacionais fuzzy para construir os modelos FTS [37,76]. Song e Chissom [37] destacam que a essência

---

<sup>6</sup> A motivação da escolha deste modelo foi apresentada no capítulo de introdução.

da modelagem FTS é o desenvolvimento de relações fuzzy entre observações de diferentes tempos.

A abordagem de Song e Chissom [37], que propõe o uso de relações fuzzy para construção dos modelos FTS, foi tida como custosa à época, o que motivou Chen [78] a simplificar o modelo original [51]. Chen [78] propõe o uso de operações aritméticas simples, em substituição das operações *max-min* das relações fuzzy, no processo de desenvolvimento de relações fuzzy [79]. O modelo de Chen é reconhecido como a forma mais comum de modelo FTS [7].

Com o intuito de se realizar a previsão de uma série temporal com o modelo FTS, Song e Chissom [76] propuseram um procedimento de seis passos: (i) partição do universo de discurso da série temporal em intervalos, (ii) definição de conjuntos fuzzy de acordo com os intervalos determinados, (iii) fuzzificação do histórico de dados da série temporal, (iv) obtenção das relações fuzzy da série temporal fuzzificada, (v) previsão da série temporal fuzzy e (vi) defuzzificação dos outputs. Visando melhorar a acurácia dos modelos FTS, pesquisadores buscaram aprimorar diferentes passos deste procedimento, e também buscaram aprimorar a própria estrutura do modelo.

No geral, modelos FTS podem ser de apenas uma ordem (*first-order*) (e.g., [76,78,80]), que consideram a variável no instante anterior (i.e., apenas uma defasagem) para a construção de relações fuzzy, ou de muitas ordens (*high-order*) (e.g., [81,82,83]), que consideram a variável em instantes passados, com mais de uma defasagem. Os modelos também podem ser invariantes no tempo (e.g., [78,84]), quando suas relações fuzzy independem do tempo, ou variantes no tempo (e.g., [85,86]), caso contrário. Os modelos FTS podem, ainda, considerar apenas uma variável em sua estrutura (e.g., [78]) ou múltiplas variáveis (e.g., [87]). A seguir é apresentada a modelagem FTS básica, conforme [37,76].

### 2.3.1.1

#### Tamanho do Intervalo dos Universos de Discurso

Um fator importante na modelagem FTS, e uma das questões mais abordadas na literatura acadêmica FTS, é a partição do universo de discurso (das variáveis utilizadas para modelar a série temporal) em intervalos, que, entende-se, afeta consideravelmente o desempenho da previsão [88,89]. Huarng [39] foi o

primeiro a levantar a questão da definição do tamanho dos intervalos, indicando que Song e Chissom [76] e Chen [78] determinaram arbitrariamente o tamanho dos intervalos do universo de discurso de sua variável de interesse, sem motivações explícitas. Huarng [39] então propôs duas heurísticas para determinar o tamanho dos intervalos, chamadas abordagens *distribution-based* e *average-based*. Ele utilizou estas heurísticas para determinar o tamanho dos intervalos do modelo de Chen [78], e obteve melhores resultados de ajuste. Nesta linha, inúmeros trabalhos na literatura acadêmica propuseram o uso de diferentes técnicas para aprimorar a partição do universo de discurso.

Uma abordagem utilizada para a construção de intervalos do universo de discurso inclui o uso de técnicas heurísticas, meta-heurísticas e de técnicas de computação evolucionária (e.g., algoritmos genéticos [90], *particle swarm optimization* [91], algoritmo imperialista competitivo [92], otimização de colônia de formigas [93]). Outro tipo de abordagem propõe o uso de técnicas de clusterização para a partição do universo de discurso (e.g., *fuzzy c-means* [94], algoritmo automático de clusterização [95], *fuzzy c-means* combinado com informação granular [89], método Gath-Geva de clusterização [96] combinado com informação granular [97]).

Alguns trabalhos utilizam técnicas de clusterização diretamente para a fuzzificação do histórico, dispensando a criação de intervalos no universo de discurso [98,94,99,100]. Askari et al. [100] relatam que esta abordagem de clusterização, que dispensa o uso de intervalos, é preferível à abordagem que busca obter a melhor partição do universo de discurso. Outras técnicas para a partição incluem otimização a uma variável e informação granular, entre outros.

A partição do universo de discurso, para obtenção de intervalos ótimos, continua a ser um problema em aberto na literatura [100]. A Tabela 2.3 apresenta um resumo das técnicas encontradas na literatura, que foram utilizadas para partição do universo de discurso em intervalos. São relacionados alguns dos artigos obtidos na pesquisa.

Tabela 2.3 – Técnicas para partição do universo de discurso em intervalos encontradas na literatura

Tipo	Técnicas
<b>Heurística</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Distributed-Based e Average-Based [39];</li> <li>- Ratio-Based [101]</li> </ul>
<b>Meta-Heurística</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Otimização Enxame de Partículas [54,102,55,103,58];</li> <li>- Algoritmos Genéticos [69,57,104,105];</li> <li>- Otimização Colônia de Formigas [106];</li> <li>- Algoritmo Imperialista Competitivo [107]</li> </ul>
<b>Clusterização</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Técnicas Automáticas de Clusterização [108,87,109,70,95];</li> <li>- Fuzzy C-Means [110,111,73]</li> </ul>
<b>Outras</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Otimização a uma Variável [88];</li> <li>- Informação Granular [51];</li> <li>- Informação Granular e Clusterização Fuzzy C-Means [89];</li> <li>- Informação Granular e Clusterização Gath-Geva [112]</li> </ul>

### 2.3.1.2

#### Construção das Equações Relacionais Fuzzy

Conforme exposto anteriormente, o desenvolvimento de relações fuzzy tem um papel central na modelagem FTS, afetando diretamente os resultados do modelo [113,114]. No trabalho que propôs a teoria da modelagem FTS [37], os autores propuseram o uso do método proposto por Mamdani [115] para computar as relações fuzzy, que foi tido, à época, como muito custoso computacionalmente [7]. Desde então, muitos trabalhos se dedicaram a criar e testar métodos que reduzissem o esforço computacional dos modelos FTS, causado pelo cálculo das relações fuzzy.

Algumas abordagens incluem o uso de redes neurais artificiais (ANN) para estabelecer as relações fuzzy das equações relacionais fuzzy (FLRs); outras juntam as FLRs em grupos e utilizam operações aritméticas para calcular a resposta do modelo; outras utilizam a técnica *particle swarm optimization* [91], *fuzzy c-means* [94], e outras técnicas. A Tabela 2.4 apresenta um resumo das técnicas encontradas na literatura, que foram empreendidas no estágio de determinação das FLRs. São relacionados alguns dos artigos obtidos na pesquisa.

Tabela 2.4 – Técnicas utilizadas no estágio de determinação de FLRs

Técnicas	Referências
<b>Matriz Relacional Fuzzy</b>	[76,77]
<b>Tabelas Relacionais</b>	[78,39,81,57,69,116]
<b>Redes Neurais Artificiais</b>	[113,117,118,119,120,121,122]
<b>Particle Swarm Optimization</b>	[84,99]
<b>Rough Sets</b>	[79]

### 2.3.1.3

#### Definição da Ordem dos Modelos High-Order

O conceito de modelo FTS *high-order* foi apresentado por Song e Chissom [37], mas foi Chen [81] quem primeiro propôs seu uso para melhoria da acurácia dos resultados [73], uma vez que modelos *high-order* são considerados mais acurados que modelos de *first-order* [7]. Desde então, muitos autores passaram a aplicar este tipo de modelo (e.g., [7,99,107]).

Sua principal vantagem sobre os modelos de primeira ordem é que considera mais informações sobre a série em sua modelagem. Enquanto os modelos de primeira ordem consideram que a observação no instante seguinte é causada unicamente pela observação no instante presente, os modelos *high-order* consideram que ela é causada pela observação no instante presente e por  $m$  observações passadas. Deste modo, representa a série com mais variáveis (defasadas); apresentaria, portanto, melhores resultados de previsão que os modelos *first-order*.

Uma questão importante nos modelos *high-order* é a definição da ordem apropriada do modelo [73]. Neste sentido, Li e Cheng [123] buscaram sobrepor o obstáculo de definir a ordem do modelo *high-order* FTS de Chen [81]. Egrioglu et al. [119], com o mesmo objetivo, propuseram a utilização do método Box & Jenkins [1], de análise de séries temporais, para a definição da ordem dos modelos *high-order* FTS. Nesta linha, Enayatifar et al. [107] e Sadaei et al. [64] utilizaram a análise da função de autocorrelação (FAC) para determinar a ordem de seus modelos. O uso da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial é contraindicado, no entanto, para séries de alta frequência [41]. Seria, portanto, contraindicada para definir a ordem de modelos aplicados aos problemas de previsão de curto e curtíssimo prazo da carga de sistemas elétricos.



Outras questões relacionadas à modelagem FTS incluem modelos de múltiplas variáveis (e.g., [7,87,120]), e melhora do algoritmo e da estrutura do modelo (e.g., [114,124,125,126]).

#### **2.3.1.4 Previsão**

Um fato importante a constatar da revisão da literatura FTS é o equívoco, pelos primeiros artigos da literatura, em alcunhar de “previsão” o que desempenhavam com seus modelos. A maioria dos artigos da literatura FTS não realiza previsão: estima os próprios dados utilizados para estabelecer as FLRs – o que pode ser relacionado a um problema de interpolação ou aproximação, e não a um problema de previsão<sup>7</sup> [127,7]. Contornando este equívoco, mais recentemente, os autores passaram a tratar do problema de previsão com os modelos FTS (e.g., [7,100,112]).

#### **2.3.2 Modelos de Sistemas de Lógica Fuzzy Mamdani**

Sistemas de lógica fuzzy (FLS) – também conhecidos como sistemas fuzzy, controladores de lógica fuzzy, sistemas de inferência fuzzy, etc. – são sistemas não lineares capazes de inferir comportamentos não lineares entre variáveis [128]. Eles têm como base a teoria de lógica fuzzy proposta por Zadeh [32]. O mapeamento não linear entre a entrada e a saída do sistema é feito a partir de regras fuzzy SE-ENTÃO, que podem ser estabelecidas por especialistas ou a partir de dados.

Os modelos de lógica fuzzy do tipo Mamdani (MFLS) foram desenvolvidos a partir dos modelos de inferência fuzzy propostos por Mamdani em [129,115]. Neles, os antecedentes e os consequentes das regras fuzzy SE-ENTÃO são conjuntos fuzzy. Diferentemente dos modelos de séries temporais fuzzy, têm sido aplicados para inúmeros fins, e.g., modelagem, controle, processamento de sinais [18], não apenas para a previsão de séries temporais. Por este motivo, os desenvolvimentos deste tipo de modelagem não aparecem com frequência nos

---

<sup>7</sup> Este fato não desmerece a teoria criada, pois os modelos podem, de fato, ser utilizados para prever séries temporais.

artigos específicos ao tema da previsão de séries temporais. As principais vertentes de desenvolvimento deste tipo de modelagem dizem respeito à estrutura do modelo, à geração de regras e à otimização do modelo. O T1 MFLS é um dos sistemas mais utilizados em engenharia [130]. A seguir é feita uma breve descrição sobre a modelagem básica de um T1 MFLS.

### 2.3.2.1

#### Estrutura do Sistema de Lógica Fuzzy

Inicialmente, os sistemas de lógica fuzzy Mamdani representavam valores linguísticos utilizando conjuntos fuzzy de tipo-1. Estes sistemas foram chamados de sistemas de lógica fuzzy de tipo-1 (T1 MFLS) [18]. Ao longo do tempo, foi crescendo a necessidade de se considerar maiores graus de incerteza nos sistemas de lógica fuzzy. Neste sentido, com intuito de incluir na modelagem MFLS a incerteza associada a entradas ruidosas (incertezas numéricas), foi desenvolvido o sistema *nonsingleton* de lógica fuzzy de tipo-1 (T1 NS MFLS) [131].

Depois, foram desenvolvidos os sistemas de lógica fuzzy de tipo-2 (T2 MFLS) [132,74,133], com o intuito de se incluir na modelagem MFLS incertezas linguísticas nos próprios conjuntos fuzzy que representam os valores linguísticos (este tipo de sistema fuzzy seria, então, útil quando não se tem certeza sobre os valores exatos de pertinência de um conjunto fuzzy [132]). Dentre os sistemas de lógica fuzzy tipo-2, destaca-se o que modela a incerteza do conjunto fuzzy tipo-2 como um intervalo, o *interval type-2 fuzzy logic system* (IT2 MFLS), proposto por Liang e Mendel [74].

A linha de desenvolvimento que permitiu a passagem de sistemas de lógica fuzzy tipo-1 (T1 MFLS) para sistemas de lógica fuzzy tipo-2 (T2 MFLS) está presente na literatura do Prof. Jerry Mendel (ver as principais referências deste autor na Seção de Bibliografia).

Na literatura de séries temporais investigada, a maioria dos artigos utiliza o T1 MFLS. Dois artigos na literatura [74,134] utilizam o IT2 MFLS, e o comparam com os demais MFLSs (i.e., T1 MFLS, T1 NS MFLS, T2 MFLS, T2 NS MFLS). Apenas um artigo foca e utiliza o modelo T1 NS MFLS [131], e apenas um artigo foca e utiliza o modelo T2 MFLS [75]. A Tabela 2.5 apresenta alguns dos artigos

que utilizam T1 MFLS, e também apresentam os artigos que tratam dos demais MFLSs.

Tabela 2.5 – MFLSs utilizados na literatura de previsão de séries temporais

Sistema Fuzzy	Referências
<b>Singleton Tipo-1</b>	[63,6,135,136,137]
<b>Nonsingleton Tipo-1</b>	[131,74,134]
<b>Singleton Tipo-2</b>	[75,74,134]
<b>Nonsingleton Tipo-2</b>	[74,134]
<b>Intervalar Tipo-2</b>	[74,134]

### 2.3.2.2 Geração de Regras Fuzzy

Outra linha de desenvolvimento da modelagem MFLS se refere à geração de regras para o modelo. Este tópico é essencial aos modelos MFLS, pois a representação do processo estudado se dá a partir do conjunto de regras. Caso a geração de regras não seja feita de forma adequada, o modelo MFLS pode não conseguir capturar adequadamente o comportamento do processo.

Regras podem ser construídas por especialistas, ou a partir de dados. Guillaume [138] distingue, ainda, os métodos de geração de regras a partir de dados em três classes: métodos que utilizam técnicas de partição em grade, métodos que são baseados em técnicas de clusterização, e métodos híbridos.

Os artigos obtidos da literatura investigada utilizavam, majoritariamente, métodos baseados em partição em grade e métodos híbridos. Alguns poucos artigos utilizavam o conhecimento de especialistas para a construção da base de regras, e não foram encontrados artigos que utilizavam apenas técnicas de clusterização para gerar regras (considerando as definições em [138]). A Tabela 2.6 apresenta alguns dos artigos encontrados para cada classe de geração de regras.

Tabela 2.6 – Métodos de geração de regras fuzzy encontrados na literatura de previsão de séries temporais

Método de Geração de Regras	Referências
<b>Especialista</b>	[6,139]
<b>Partição em Grade</b>	[136,66,140,128]
<b>Clusterização</b>	Não foi encontrado
<b>Híbrido</b>	[63,141,142,143]

### 2.3.2.3

#### Otimização do Sistema de Lógica Fuzzy

Na literatura MFLS, a otimização de um sistema de lógica fuzzy pode recair em uma de duas categorias: otimização dos parâmetros do sistema, ou otimização da estrutura do sistema [138]. Neste contexto de otimização do FLS, Guillaume [138] apresenta as principais técnicas de seleção de variáveis (e.g., algoritmos genéticos, *cross-validation*, árvores de decisão, entre outros) e as principais técnicas de otimização da base de regras fuzzy (e.g., clusterização, *radial basis function*, mínimos quadrados ordinários, entre outros). Para informações mais detalhadas sobre as técnicas, pede-se referir ao artigo [138].

Alguns artigos da literatura de modelos MFLS aplicados à previsão também utilizaram técnicas para otimização de seu modelo. Chang et al. [143] utilizam algoritmos genéticos (GA) para otimizar a partição dos termos das variáveis (i.e., para otimizar a partição do universo de discurso), e utilizam mapas auto organizáveis para aprimorar as regras do sistema.

Os artigos [144,145] utilizam algoritmos genéticos para regular as funções de pertinência do modelo. O artigo [142], além de utilizar GA para regular as funções, de pertinência, utiliza o método de clusterização *k-means* para reduzir o ruído na entrada do modelo. Nesta mesma linha, o artigo [146], ao invés de *k-means*, aplica SOM para clusterizar os dados de entrada, antes de apresentá-los ao sistema, que utiliza GA para otimizar tanto as funções de pertinência, como a composição das regras. Outras técnicas também são utilizadas para fins semelhantes (ver, por exemplo, o artigo [141]).

### 2.3.3

#### Modelos de Sistemas de Lógica Fuzzy Takagi-Sugeno

Os modelos TSK foram propostos por Takagi e Sugeno [33,147] no contexto de sistemas de controle. Assim como modelos MFLS, são considerados como sistemas de lógica fuzzy (FLS). Modelos TSK utilizam regras SE-ENTÃO para modelar processos. A distinção entre os modelos TSK e MFLS reside na estrutura das regras fuzzy, e, conseqüentemente, na inferência realizada. O conseqüente das regras dos modelos TSK é uma função do tipo  $y = c_0 + c_1x_1 + \dots + c_px_p$ , enquanto que os conseqüentes das regras dos modelos MFLS são conjuntos fuzzy. Alguns dos artigos da literatura de previsão que se basearam neste tipo de modelagem foram [13,148,149,150]. Os desenvolvimentos deste modelo incluem alterações na estrutura do modelo (e.g., T2 TSK), e desenvolvimento de um framework chamado *evolving* Takagi-Sugeno models (eTS).

### 2.3.4

#### Modelos de Regressão Fuzzy

Os modelos FR foram criados a partir do trabalho de Tanaka, Uejima e Asai [151], que propuseram o conceito de análise de regressão fuzzy. Neste trabalho originário, os autores modificaram a regressão linear clássica, fazendo seus coeficientes, e os dados de output, serem números fuzzy triangulares. A resolução deste sistema seria feita, então, com um método de programação linear, proposto por aqueles autores [152]. Esta abordagem foi, logo depois, aprimorada por Tanaka [153], Tanaka e Watada [154], e Tanaka, Hayashi e Watada [155]. Alguns artigos que utilizaram este tipo de modelagem para a previsão de séries temporais foram [156,157,158].

### 2.3.5

#### Outros Modelos

Outros tipos de modelos fuzzy encontrados na literatura investigada compreendem as seguintes técnicas: Árvores de Decisão Fuzzy (*Fuzzy Decision Trees*, FDT) [35], Mapas Cognitivos Fuzzy (*Fuzzy Cognitive Maps*, FCMs) [36], Funções Fuzzy (*Fuzzy Functions*, FF) [159], entre outros. A aplicação de

FDT é feita nos artigos [160,72]; a aplicação de FCMaps é feita em [161], outras modelagens são aplicadas em [162,163] e em outros artigos.

### 2.3.6

#### **Modelos Fuzzy no Contexto de Previsões Intervalares**

Durante o processo de pesquisa bibliográfica empreendida nesta dissertação, apenas um artigo utilizava um modelo fuzzy para produzir previsões que serviam ao contexto de previsões intervalares: Sáez et al. [164] utilizaram um modelo T1 TSK para obter previsões pontuais de carga e de recursos eólicos e solares; os intervalos de previsão associados a este modelo eram, então, obtidos a partir de uma função de sua saída.

Outros artigos sobre o tema, encontrados no processo da pesquisa, utilizavam lógica fuzzy apenas para auxiliar a produção dos intervalos; ou seja, o modelo fuzzy não era utilizado para realizar previsões. Pinson e Kariniotakis [165] utilizaram o modelo TSK para inferir a função de probabilidade dos erros de previsão com base nas “condições” da previsão realizada. Os autores utilizam, então, técnicas de reamostragem para produzir previsões intervalares com base na distribuição inferida. Uma metodologia semelhante é utilizada por Chen e Yu [166]; este, no entanto, utiliza um modelo T1 MFLS.

De uma pesquisa adicional, que buscou especificamente por artigos sobre previsões intervalares com lógica fuzzy, foram encontrados outros artigos que utilizavam modelos fuzzy no contexto das previsões intervalares. Em [167], o modelo T2 MFLS é utilizado para produzir previsões pontuais e intervalares do tráfego. Os autores destacam que o uso do T2 MFLS é vantajoso, pois seu processo de previsão (inferência) tem como subproduto um intervalo de previsão (e não apenas um valor pontual). Em [168] e em [169], o modelo IT2 TSK é utilizado para produzir previsões intervalares; a própria resposta do IT2 TSK é um intervalo de previsão.

### 3

## Modelo de Sistema de Lógica Fuzzy Mamdani para Previsão Pontual

O sistema de lógica fuzzy Mamdani tipo-1 (T1 MFLS) univariado será utilizado para produzir previsões pontuais de séries temporais de alta frequência. Ele foi escolhido como modelo por ser um modelo de inteligência computacional que pode capturar comportamentos não lineares nas séries temporais. Além disso, a pesquisa bibliográfica mostrou que, comparado a outros tipos de modelagem, o MFLS não foi amplamente abordado para previsão pela literatura acadêmica visitada. A escolha também foi motivada pelo fato da literatura de previsões intervalares com modelos fuzzy (no geral) e modelos T1 MFLS (especificamente) ser bastante limitada.

A investigação dos modelos da literatura mostrou, dentre outras coisas, que a partição do universo de discurso da variável estudada é essencial para o desempenho da previsão, assim como a seleção das variáveis de entrada. Com base nisto, é proposto o uso de uma heurística para se particionar o universo de discurso das séries temporais estudadas. Também é proposto que a seleção das variáveis de entrada seja refletida na seleção do número de antecedentes (defasagens consecutivas da variável de interesse); e que seja feita com base na avaliação de previsões *in-sample* de diferentes configurações de entrada (em um conjunto de validação).

O sistema de lógica fuzzy Mamdani tipo-1 (T1 MFLS) é um sistema baseado em regras (i.e., *fuzzy rule-based system*), que tem, em sua estrutura, basicamente quatro elementos: fuzzificador, base de regras fuzzy, mecanismo de inferência fuzzy, e defuzzificador. A entrada numérica é apresentada ao T1MFLS, o fuzzificador transforma a entrada numérica em um conjunto fuzzy no espaço da entrada. O mecanismo de inferência mapeia o conjunto fuzzy no espaço da entrada em um conjunto fuzzy no espaço da saída. (O mapeamento é feito com base nas regras fuzzy contidas na base de regras). O defuzzificador, por fim, transforma o conjunto fuzzy de saída em uma saída numérica (que poderia ser, por

exemplo, a previsão um passo à frente). A Figura 3.1 apresenta a estrutura básica de um sistema de lógica fuzzy. Cada elemento do sistema é brevemente descrito a seguir.

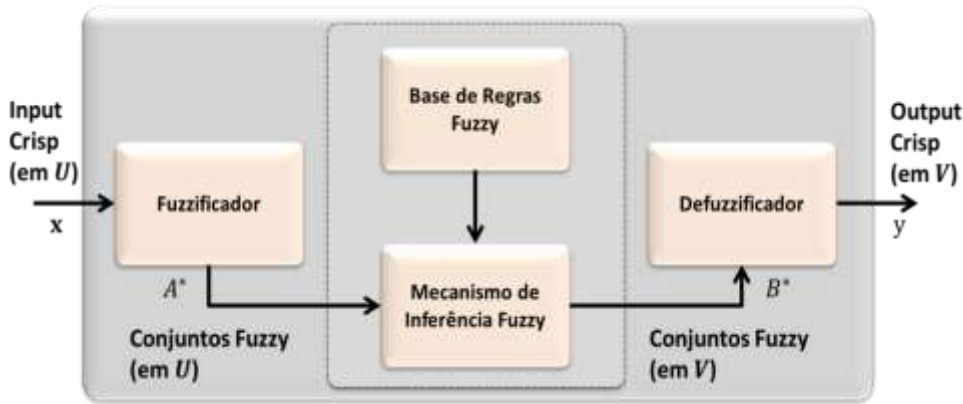


Figura 3.1 – Estrutura básica de um sistema de lógica fuzzy

### 3.1 Elementos dos Sistemas de Lógica Fuzzy

#### 3.1.1 Fuzzificador

O fuzzificador de um sistema de lógica fuzzy mapeia a entrada numérica (input *crisp*),  $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ , pertencente ao espaço  $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_p$ , em um conjunto fuzzy,  $A^*$ , também pertencente ao espaço  $U$  [18,128,170].<sup>8</sup> A função de pertinência do input  $p$ -dimensional (*crisp*) no conjunto fuzzy  $A^*$  é da forma:

$$\mu_{A^*}(\underline{x}) = \mu_{X_1}(x_1) * \dots * \mu_{X_p}(x_p) \quad (3.1)$$

Onde ‘ $*$ ’ é qualquer t-norma (e.g., mínimo, produto), e  $\mu_{X_p}(x_p)$  é a função de pertinência de  $x_p$  no conjunto fuzzy  $X_p$ . Neste trabalho, o fuzzificador *singleton* é utilizado no modelo, devido à sua simplicidade. A função de pertinência referente à fuzzificação *singleton* é  $\mu_{A^*}(\underline{x}) = 1$  [18].

<sup>8</sup> O fuzzificador mais comum na literatura FLS é o fuzzificador singleton [18,131], que transforma o valor crisp em um conjunto fuzzy singleton, cuja função de pertinência,  $\mu_{A^*}(\underline{x})$ , é igual a um para  $\underline{x} = \underline{x}$ , e igual a zero para  $\underline{x} \neq \underline{x}$ . (Ou seja, a função de pertinência tem valor diferente de zero em apenas um ponto do universo de discurso, no seu suporte.) O fuzzificador *singleton* é simples, e de fácil implementação, mas não é o mais adequado para situações em que os dados são corrompidos por ruídos [131]. Quando os dados são ruidosos, o fuzzificador *nonsingleton* é mais adequado para uso. Ele mapeia um valor *crisp* em um número fuzzy, que tem uma função de pertinência associada [18]. No caso do fuzzificador não-*singleton* (*nonsingleton*), o valor numérico  $x \in U$  é mapeado em um conjunto fuzzy com suporte  $x_i$ , onde o valor de  $\mu_x$  atinge seu máximo em  $x_i = x$ , e decresce à medida que se afasta de  $x_i = x$ .



### 3.1.2 Base de Regras

A base de regras fuzzy consiste de uma coleção de regras fuzzy SE-ENTÃO, que podem ser criadas a partir dos próprios dados históricos (*data-driven systems*) ou a partir de especialistas (*expert systems*). Ela é considerada o cerne do sistema fuzzy [171]. As regras SE-ENTÃO têm o objetivo de mapear o espaço de entrada,  $U$ , no espaço de saída,  $V$ . Os modelos MFLS utilizam regras do tipo Mamdani, cujos antecedentes e consequentes são conjuntos fuzzy. A equação (3.2) exemplifica uma regra de um T1MFLS com múltiplos antecedentes e um único consequente.

$$R^l: \text{SE } (x_1 \text{ é } A_1^l) \text{ E } (x_2 \text{ é } A_2^l) \text{ E } \dots \text{ E } (x_p \text{ é } A_p^l) \text{ ENTÃO } y \text{ é } B^l \quad (3.2)$$

Onde  $l = 1, 2, \dots, L$ , é o número de regras da base,  $A_i^l$  e  $B^l$  são conjuntos fuzzy definidos em  $U_i \subset \mathcal{R}$  e  $V \subset \mathcal{R}$ , respectivamente<sup>9</sup>.

As regras fuzzy SE-ENTÃO do tipo Mamdani podem ser interpretadas como relações fuzzy de implicação<sup>10</sup> [18], com função de pertinência  $\mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y) \in [0, 1]$  da forma apresentada na equação (3.3). Esta função de pertinência mede o “grau de verdade” da relação de implicação fuzzy entre  $\underline{x}$  (entrada, antecedente) e  $y$  (saída, consequente).

$$\mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y) = f_{\rightarrow}(\mu_{A^l}(\underline{x}), \mu_{B^l}(y)) \quad (3.3)$$

Onde  $f_{\rightarrow}$  é o operador de implicação, podendo ser o mínimo ou o produto, seguindo, respectivamente, Mamdani [129] e Larsen [172].

Seja um sistema de entrada  $p$ -dimensional e regras com  $p$  antecedentes, os múltiplos antecedentes podem ser combinados por meio do conectivo ‘E’, conforme a equação (3.4). Deste modo, a função de pertinência  $\mu_{A^l}(\underline{x})$ , que representa a pertinência dos valores numéricos de input  $p$ -dimensional aos conjuntos fuzzy dos antecedentes da regra  $R^l$ , pode ser descrita como:

<sup>9</sup> O espaço  $\mathcal{R}$  é o conjunto de números reais.

<sup>10</sup> Ver Apêndice A para detalhamento sobre relações fuzzy.

$$\mu_{A^l}(\underline{x}) = f_E\left(\mu_{A_1^l}(x_1), \mu_{A_2^l}(x_2), \dots, \mu_{A_p^l}(x_p)\right) \quad (3.4)$$

Onde  $f_E$  é o operador referente ao conectivo ‘E’, que pode ser qualquer  $t$ -norma. Deste modo, é possível reescrever a função de implicação (3.3) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y) &= f_{\rightarrow}\left(\mu_{A^l}(\underline{x}), \mu_{B^l}(y)\right) = \\ &= f_{\rightarrow}\left(f_E\left(\mu_{A_1^l}(x_1), \mu_{A_2^l}(x_2), \dots, \mu_{A_p^l}(x_p)\right), \mu_{B^l}(y)\right) = \end{aligned} \quad (3.5)$$

No modelo FLS deste trabalho, o operador adotado para a função de implicação foi o mínimo (segundo o que foi proposto por Mamdani) e o operador escolhido para a  $t$ -norma de combinação de antecedentes também foi o mínimo (segundo o escolhido para a implicação).

### 3.1.3 Mecanismo de Inferência Fuzzy

O mecanismo de inferência fuzzy combina as regras fuzzy para realizar um mapeamento do conjunto fuzzy da entrada, no espaço da entrada  $U$ , no conjunto fuzzy de saída, no espaço da saída  $V$ , utilizando operações de lógica fuzzy [18,128,170].<sup>11</sup> Para uma regra  $R^l$ , e para a entrada  $p$ -dimensional mapeada no conjunto fuzzy  $A^*$ , o conjunto de saída será determinado como o conjunto  $B^l = A^* \circ R^l$ . Deste modo, o mapeamento é representado como uma composição de duas relações fuzzy, onde a primeira relação é um conjunto fuzzy e a segunda é uma relação fuzzy de implicação. A função de pertinência associada a  $A^*$  é  $\mu_{A^*}(\underline{x})$ , e a função de pertinência associada a  $R^l$  é  $\mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y)$ . Deste modo, a equação matemática referente ao mapeamento do conjunto de entrada  $A^*$  no conjunto de saída  $B^l$ , para a regra  $R^l$ , é a composição *sup-star*:

<sup>11</sup> Existem dois modos de se realizar a inferência a partir de um conjunto de regras: uma, a partir da inferência baseada em composição, e outra, a partir da inferência baseada em regras individuais [171]. No primeiro modo, todas as regras na base de regras fuzzy são combinadas em uma única relação fuzzy, que mapeia o espaço de entrada,  $U$ , no espaço de saída,  $V$ . Essa relação é vista como uma única regra fuzzy SE-ENTÃO [171]. No segundo modo, cada regra na base de regras fuzzy determina um conjunto fuzzy de saída, e o *output* do mecanismo de inferência é a combinação dos conjuntos de saída das regras individuais [171]. Neste trabalho, o segundo modo de inferência é utilizado.

$$\mu_{B^l}(y) = \sup_{x \in A^*} [\mu_{A^*}(\underline{x}) * \mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y)] \quad (3.6)$$

Onde  $\mu_{B^l}(y) = \mu_{A^* \circ R^l}(y)$ .

Sabendo que o fuzzificador utilizado é o fuzzificador *singleton*, e que, portanto,  $\mu_{A^*}(\underline{x}) = 1$  para  $\underline{x} = \mathbf{x}$ , então a operação *supremum* desaparece, e a equação (3.6) é simplificada para a equação (3.7) [18].

$$\begin{aligned} \mu_{B^l}(y) &= [\mu_{A^*}(\underline{x}) * \mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y)] = \\ &= [1 * \mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y)] = \\ &= \mu_{A^l \rightarrow B^l}(\underline{x}, y) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Este é o resultado do conjunto de saída para a regra  $l$ . O resultado final do mecanismo de inferência fuzzy é obtido combinando-se os conjuntos de saída de todas as  $L$  regras [171]. Esta combinação é geralmente feita utilizando-se a *t-conorma* (i.e., união fuzzy) [18]. Nesta dissertação, a combinação de regras é feita com o operador máximo.

### 3.1.4 Defuzzificador

O defuzzificador transforma o conjunto fuzzy de saída do mecanismo de inferência em um valor numérico [128]. Os métodos de defuzzificação incluem os defuzzificadores baseados no máximo valor do conjunto fuzzy de saída (*maximum defuzzifier*), na média dos máximos (*mean of maxima defuzzifier*), no centroide do conjunto fuzzy (*centroid defuzzifier*), na altura (*height defuzzifier*), e outros (ver [18,171]). Wang [171] sugere três critérios para a escolha do método de defuzzificação: plausibilidade, simplicidade computacional, e continuidade.

No modelo aplicado nesta dissertação, o método de defuzzificação utilizado foi o *height defuzzifier*, por este ser de fácil implementação: os centros de gravidade das regras são conhecidos [18]. Para o centro de gravidade de cada regra  $R^l$  ativada,  $\bar{y}^l$ , a função de pertinência do conjunto fuzzy de saída  $B^l$  é avaliada. A saída do sistema de lógica fuzzy é computada, então, conforme a seguinte equação (3.8).

$$y = \frac{\sum_{l=1}^L \bar{y}^l \mu_{B^l}(\bar{y}^l)}{\sum_{l=1}^L \mu_{B^l}(\bar{y}^l)} \quad (3.8)$$

Na subseção que segue, é apresentado, de modo geral, como o sistema de lógica fuzzy é aplicado para realizar a previsão de uma série temporal, tendo em vista sua estrutura.

### 3.2

#### Aplicação no Problema de Previsão de Séries Temporais

Séries temporais são coleções de observações feitas sequencialmente no tempo [173]. A maioria das séries temporais é estocástica, sendo apenas parcialmente determinadas pelos valores passados [173]. O modelo proposto utilizará apenas valores passados (dados históricos) para tentar reproduzir o comportamento das séries estudadas.

Considerando  $t$  um tempo qualquer a partir do qual se deseja realizar a previsão, a entrada do modelo será composta por  $n$  variáveis, que representam valores da série nos tempos  $t - w$ ,  $w = 0, \dots, n - 1$ , i.e.,  $\mathbf{x} = (x_{t-n+1}, \dots, x_{t-1}, x_t)$ . A saída do modelo será composta por uma única variável, que representa o valor da série um passo à frente do tempo  $t$  qualquer, i.e.,  $x_{t+1}$ .<sup>12</sup> Para o tempo  $t$  qualquer, a previsão um passo à frente, realizada pelo modelo fuzzy, é representada, portanto, por uma função  $x_{t+1} = f(x_{t-n+1}, \dots, x_{t-1}, x_t)$ , onde  $f$  representa a função (sistema fuzzy) que mapeia  $x_{t+1}$  a partir de  $x_{t-n+1}, \dots, x_{t-1}, x_t$ ,

$$f: (x_{t-n+1}, \dots, x_{t-1}, x_t) \rightarrow x_{t+1}.$$

Seja  $\underline{x}_T = (x_1, x_2, \dots, x_T)$  a série temporal de tamanho  $T$ . O algoritmo do modelo mapeará os  $T$  dados para gerar regras do tipo (3.9).

$$R^l: \text{SE } (x_{t-n+1} \text{ é } A_{t-n+1}^l) \text{ E } \dots \text{ E } (x_{t-1} \text{ é } A_{t-1}^l) \text{ E } (x_t \text{ é } A_t^l) \text{ ENTÃO } x_{t+1} \text{ é } A_{t+1}^l \quad (3.9)$$

Uma vez geradas as regras fuzzy, por meio da apresentação dos dados históricos, a previsão até  $\tau$ -passos à frente é realizada de forma *multi-step*: os últimos  $n$  valores observados da série (janela de tamanho  $n$ ) são apresentados ao

<sup>12</sup> Neste caso, a saída seria uma variável da própria série, de modo que o espaço de saída seria o mesmo que o espaço da entrada.

modelo, que produz, com base neles, via inferência fuzzy, a previsão um passo à frente. Sabendo que o histórico possui  $T$  dados, a previsão um passo à frente da série temporal, será a previsão para o instante  $T + 1$ , denotada  $\hat{x}_T(1)$ ,

$$\hat{x}_T(1) = f(x_T, x_{T-1} \dots, x_{T-n+1}).$$

Move-se a janela, de tal modo que os  $n$  valores apresentados como *input* ao modelo incluirão o valor previsto um passo à frente,  $\hat{x}_T(1)$  (descartando-se o valor observado em  $T - n + 1$ ,  $x_{T-n+1}$ ), para produzir a previsão para o instante  $T + 2$ ,  $\hat{x}_T(2)$ ,

$$\hat{x}_T(2) = f(\hat{x}_T(1), x_T \dots, x_{T-n}).$$

A janela é movida novamente, incorporando o valor  $\hat{x}_T(2)$ , e descartando o valor  $x_{T-n}$  do conjunto de  $n$  valores de input, para produzir a previsão para o instante  $T + 3$ ,  $\hat{x}_T(3)$ ,

$$\hat{x}_T(3) = f(\hat{x}_T(2), \hat{x}_{T+1} \dots, x_{T-n+1}).$$

Este procedimento *multi-step* é feito até se atingir o  $\tau$ -ésimo instante, obtendo-se então, o valor  $\hat{x}_T(\tau)$ , que completa a previsão  $\tau$ -passos à frente.

### 3.3

#### Construção do Modelo de Sistema de Lógica Fuzzy Mamdani

Os sistemas de lógica fuzzy, compostos pelos elementos descritos na Seção 3.1., podem ser construídos a partir de inúmeros métodos [128]. Um dos métodos mais utilizados para sistemas de lógica fuzzy tipo Mamdani (MFLS) é o Wang-Mendel (WM) [38] (também conhecido como *table look-up method* ou *one-pass method*), devido à sua simplicidade [128,63]. Este método gera regras a partir de dados históricos. As regras geradas são ajuntadas em uma base de regras, e combinadas utilizando técnicas de teoria de conjuntos fuzzy, para construir o sistema fuzzy final [128]<sup>13</sup>.

O método utilizado para construir o modelo aplicado neste trabalho é o método Wang-Mendel [38]. O universo de discurso das séries é particionado em regiões fuzzy com uma heurística (adaptada de [39]), e a seleção do número de

<sup>13</sup> Aprimoramentos do clássico método WM podem ser encontrados em [170,63].

antecedentes do modelo é feita via avaliação *in-sample* de previsões em um conjunto de validação. (A escolha da quantidade de regiões fuzzy e do número de antecedentes não é feita, portanto, de forma arbitrária.) A seguir é descrita a heurística proposta para a partição do universo de discurso das séries temporais, e, em seguida, é apresentado o procedimento de seleção do número de antecedentes do modelo.

### 3.3.1

#### Partição do Universo de Discurso com Heurística

A partição do universo de discurso da série temporal estudada é essencial para o desempenho dos modelos fuzzy. A divisão do universo de discurso em poucas e extensas regiões poderia ocasionar a criação de regras muito gerais, comprometendo a capacidade de representação do sistema (i.e., comprometendo sua acurácia em representar uma função estudada).

A divisão do universo de discurso em muitas regiões de pequeno tamanho poderia ocasionar a criação de regras muito específicas, comprometendo a capacidade de generalização do sistema (e sua interpretabilidade). Como consequência, pode acontecer de regras nunca serem acionadas<sup>14</sup>.

Conforme visto na revisão dos modelos fuzzy, muitos artigos utilizaram técnicas que visaram melhorar a partição do universo de discurso das variáveis utilizadas na previsão. Os métodos incluíram técnicas heurísticas, meta-heurísticas, técnicas de clusterização, entre outras.

Neste contexto, a heurística *average-based length* de Huarng [39], desenvolvida no âmbito da modelagem FTS, foi adaptada aos modelos T1 MFLS. O objetivo, ao adapta-la, foi o de auxiliar na partição do universo de discurso (mais especificamente, auxiliar na definição do número de conjuntos fuzzy do universo de discurso).

A seguir é apresentado o algoritmo da heurística adaptada. Os passos de 1-6 são originais de Huarng [39], enquanto que os passos de 7-10 são propostas do autor da dissertação, com o intuito de adaptar a heurística ao modelo T1 MFLS.

Sejam os valores históricos da série temporal  $x_1, x_2, \dots, x_T$ :

---

<sup>14</sup> Dependendo do tamanho do histórico de dados utilizado para criar a base de regras.

- 1) Definir o universo de discurso com base em valores históricos: o limite superior inicial do universo de discurso ( $LS_0$ ) é igual ao valor máximo observado do histórico ( $D_{máx}$ ), arredondado para cima (*teto*) de acordo com a ordem dos dados ( $ord_{dados}$ ). O limite inferior inicial ( $LI_0$ ) é igual ao valor mínimo do histórico ( $D_{mín}$ ), arredondado para baixo (*piso*) também com a ordem dos dados:

$$LS_0 = teto(D_{máx}/ord_{dados}) * ord_{dados}$$

$$LI_0 = piso(D_{mín}/ord_{dados}) * ord_{dados}$$

- 2) Calcular a primeira diferença dos valores da série:  $dif_1 = x_2 - x_1$ ;  $dif_2 = x_3 - x_2$ ;...  $dif_{T-1} = x_T - x_{T-1}$ ;
- 3) Calcular a média das primeiras diferenças:

$$\overline{dif} = \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^{T-1} dif_i$$

- 4) Definir o valor inicial do tamanho dos intervalos ( $v_0$ ) como sendo a metade do valor da média das primeiras diferenças:  $v_0 = \overline{dif}/2$ ;
- 5) Tendo em vista o valor  $v_0$ , determinar um valor-base, de acordo com a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Tabela de mapeamento do valor-base de  $v_0$

Valor obtido para $v_0$	Base
0,01 – 0,10	0,01
0,10 – 1,00	0,10
1,00 – 10,00	1,00
10,00 – 100,00	10,00
100,00 – 1000,00	100,00
1000,00 – 10000,00	1000,00

- 6) Obter novo valor para o tamanho dos intervalos, arredondando-o de acordo com a base definida:  $v_1 = round(v_0/base) * base$ ;
- 7) Somar  $v_1$  ao limite inferior inicial do universo de discurso,  $LI_0$ , até atingir, ou ultrapassar uma vez, o limite superior inicial,  $LS_0$ ;
- 8) Computar a quantidade de regiões fuzzy,  $nr$ , sendo estas o número de vezes em que se somou  $v_1$  a  $LI_0$  até se atingir  $LS_0$ . Se  $nr$  for par, fazer  $nr = nr + 1$ ;

- 9) Redefinir limites superior e inferior do universo de discurso, de modo que sejam divisíveis pelo número de regiões fuzzy;
- 10) Construir  $nr$  conjuntos fuzzy triangulares.

### 3.3.2

#### Seleção do Número de Antecedentes do Modelo

O número de antecedentes utilizado nas regras fuzzy do modelo MFLS afeta o desempenho de sua previsão, de sorte que é essencial buscar fazer a melhor escolha deste número. Uma das etapas de construção do modelo T1 MFLS a ser aplicado para previsão *out-of-sample* de uma série temporal, consiste, então, em definir a melhor configuração de entrada (refletida em número de antecedentes) para o modelo da série.

A série temporal em estudo é dividida em três conjuntos: de histórico, de validação e de teste. São esquematizados  $n$  modelos, cada qual com uma configuração de entrada diferente (refletida nos antecedentes das regras): o primeiro modelo tem como variáveis de entrada o valor da série no tempo  $t$  qualquer e o valor da série no tempo  $t - 1$ ; o modelo terá, portanto, duas variáveis de entrada e terá regras com apenas dois antecedentes. O segundo modelo tem como entrada o valor da série no tempo  $t$  qualquer, no tempo  $t - 1$  e no tempo  $t - 2$ ; o modelo terá, portanto, três variáveis de entrada e terá regras de três antecedentes. Por fim, o  $n$ -ésimo modelo tem como entrada o valor da série no tempo  $t$ ,  $t - 1$ , ...,  $t - n + 1$ ; o modelo terá  $n$  entradas e terá regras com  $n$  antecedentes. Ou seja, os  $n$  modelos diferem uns dos outros na quantidade de defasagens que consideram em sua entrada (e no número de antecedentes).

A base de regras de cada um dos  $n$  modelos é gerada a partir dos dados do conjunto de histórico. As regras são geradas com o método WM [38], considerando-se o universo de discurso particionado pela heurística proposta (ver Seção 3.3.1). Após construídos os modelos, os últimos dados observados (do conjunto de histórico) são apresentados a cada um dos  $n$  modelos<sup>15</sup>, e, então, é realizada a previsão *multi-step* até  $\tau$  passos à frente para cada modelo. Estas  $n$

---

<sup>15</sup> Dependendo do número de antecedentes, a quantidade de observações apresentadas variará. Por exemplo, para o modelo de apenas duas entradas (dois antecedentes), apenas os dois últimos dados observados serão apresentados ao modelo. Para o modelo de  $n$  entradas ( $n$  antecedentes), os últimos  $n$  dados observados serão apresentados ao modelo.



previsões são avaliadas com métrica de acurácia *mean absolute percentage error* (MAPE)<sup>16</sup> no conjunto de validação. A configuração de entrada (número de antecedentes) do modelo que fornecer o melhor valor de MAPE é escolhida para o modelo que realizará a previsão *pseudo-out-of-sample* da série temporal. O procedimento é ilustrado na Figura 3.2.

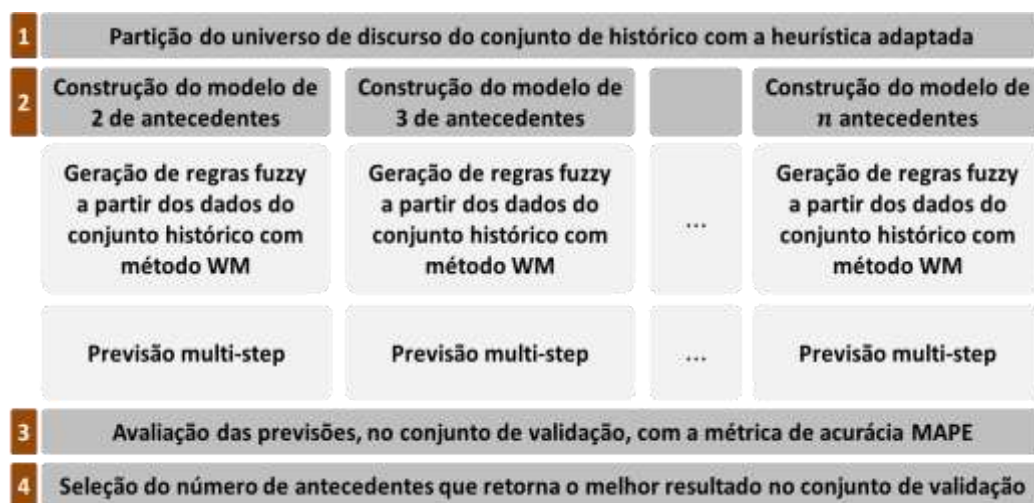


Figura 3.2 – Esquema de seleção do número de antecedentes do modelo MFLS

Esta estratégia de seleção do número de antecedentes é bastante simples (busca intensiva), mas não incorre em inconsistências – que poderiam estar presente, caso fossem utilizadas medidas lineares (e.g., regressão *stepwise*, funções de autocorrelação, análise espectral) para o tipo de série tratado nesta dissertação (i.e., de alta frequência), que apresenta características não lineares<sup>17</sup>. Um dos tópicos listados como trabalho futuro, consiste na utilização de um método de seleção de variáveis avesso aos problemas apresentados por métodos lineares; propõe-se, por exemplo, o uso do método de Informação Mútua [40], conhecido por já ter sido abordado no problema de *feature selection* em séries temporais. De maneira diferente, outra possibilidade de trabalho futuro seria de otimizar a abordagem proposta (de avaliação de previsões *in-sample* para diferentes números de antecedentes) com alguma meta-heurística.

<sup>16</sup> Ver Seção 3.5 para detalhes da métrica MAPE.

<sup>17</sup> A contraindicação do uso de medidas lineares para séries de alta frequência pode ser encontrada em [41].

### 3.4

#### Algoritmo do Modelo

Uma vez selecionado o número de antecedentes das regras do modelo, os conjuntos de histórico e de validação, combinados, são utilizados para geração de regras para a previsão *pseudo-out-of-sample* com o modelo. As regras, novamente, são geradas com o método WM [38], considerando o universo de discurso particionado pela heurística proposta. Após este procedimento, o modelo estará com sua base de regras construída, podendo ser, portanto, utilizado para previsão. A seguir é detalhado o algoritmo do modelo, considerando que o número de antecedentes já foi selecionado. O modelo T1 MFLS utilizado neste trabalho é composto por um fuzzificador *singleton*, por regras de estrutura igual à regra da equação (3.9), e pelo defuzzificador *heigh*. O modelo foi programado em MATLAB<sup>18</sup> pelo autor.

##### Algoritmo

- 1) Utilizar o método descrito na Seção 3.3.1 para particionar o universo de discurso e para estabelecer os conjuntos fuzzy referentes à série temporal.
- 2) Gerar regras fuzzy a partir de dados históricos, conforme [38]. Determina-se a pertinência de cada par input-output  $(\underline{x}, x_{t+1})$  (para  $t = 1, \dots, T$ ) do histórico nas diferentes regiões fuzzy do universo de discurso. Em seguida, associa-se o par ao esquema de maior pertinência. Por fim, obtém-se a regra para cada par, de acordo com as regiões a ele conferidas [38]. (Em [38] são apresentados exemplos, para melhor entendimento.)
- 3) Designar um peso a cada regra: é designado um peso a cada regra gerada na etapa 3. O peso conferido à regra é definido como o produto das pertinências do par input-output utilizado para gera-la. Isto é feito, pois há a possibilidade de haver regras conflitantes (i.e., regras com mesmo antecedente, mas consequentes distintos). Ao se conferir peso às regras, é possível selecionar a regra mais pertinente dentro de um grupo de regras conflitantes. Após este processo, as regras conflitantes são eliminadas, e se terá um conjunto de regras mapeadas a partir de dados históricos, a base de regras.

---

<sup>18</sup> <http://www.mathworks.com/products/matlab/>

- 4) Determinar o mapeamento a partir da base de regras combinada: com a base de regras construída, são apresentados os antecedentes ( $k$  últimos dados históricos observados da série de tamanho  $T$ ) ao sistema fuzzy, para obtenção do consequente (previsão um passo à frente). É nesta etapa que o sistema fuzzy é posto para funcionar como sistema de mapeamento, constituído pela fuzzificação, inferência com base nas regras, e defuzzificação.

Os valores numéricos dos  $k$  antecedentes são apresentados ao sistema fuzzy, ativando regras fuzzy com determinado grau de pertinência. Para cada regra, o mínimo grau de pertinência dos antecedentes é atribuído ao grau de pertinência do output no conjunto fuzzy de saída<sup>19</sup>, conforme a equação (3.10) [38].

$$\mu_{A_{T+1}^l} = \min \left[ \mu_{A_{T-n-1}^l}(x_{T-k-1}), \dots, \mu_{A_T^l}(x_T) \right] \quad (3.10)$$

De posse dos pesos do output para todas as regras, é possível realizar a defuzzificação, conforme a equação (3.11):

$$\hat{x}_T(1) = \frac{\sum_{l=1}^L x_{\text{centróide}}^l \mu_{A_{T+1}^l}(x_{\text{centróide}}^l)}{\sum_{l=1}^L \mu_{A_{T+1}^l}(x_{\text{centróide}}^l)} \quad (3.11)$$

- 5) Retirar o último valor apresentado ao sistema. Mover a janela, incorporando o valor previsto no passo anterior. Refazer o passo 5 com a nova janela, e obter o valor previsto para mais um passo à frente. Repetir até obter o valor de  $\tau$  passos à frente,  $\hat{x}_T(\tau)$ . (Procedimento de previsão *multi-step*.)

### 3.5

#### Métrica para Avaliação das Previsões Pontuais

As previsões pontuais obtidas com os diferentes modelos são comparadas com base nas métricas de acurácia MAPE. A métrica MAPE (*mean absolute percentage value*), apresentada na equação (3.12), é recomendada para avaliação de previsões em inúmeros livros [174]. Seu uso, no entanto, é criticado em certas

<sup>19</sup> Wang e Mendel [38] propõem o uso do produto para combinar os antecedentes.

situações, e.g., quando os valores da série são próximos de zero [174]. Como este não é o caso das séries estudadas, o MAPE foi a métrica escolhida para avaliação das previsões.

$$MAPE = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} \frac{|\hat{x}_T(i) - x_{T+i}|}{x_{T+i}} \quad (3.12)$$

Onde  $\hat{x}_T(i)$  é o valor previsto para a série no tempo  $T + i$ , onde  $x_{T+i}$  é o valor observado (que havia sido escondido para teste) da série no tempo  $T + i$ , e onde  $\tau$  é o número de passos previstos à frente.

## 4

### Construção de Previsões Intervalares

Da revisão empreendida, verificou-se que a utilização de modelos fuzzy no problema de previsão intervalar não foi amplamente investigada, mesmo sendo esta de grande importância para tomadores de decisão. A revisão apresentou artigos que apresentavam modelos cujas próprias saídas eram intervalares (i.e., modelos de lógica fuzzy de tipo-2, ver, por exemplo, [168]). A revisão também apresentou um artigo que utilizava um modelo T1 TSK para realizar previsão pontual, e construía os intervalos de previsão como uma função da saída do modelo. Neste contexto, este trabalho propõe outra abordagem para a previsão intervalar com modelos fuzzy, uma que combina o modelo de previsão pontual com uma técnica de simulação. É proposto o uso de um método de reamostragem (de erros *in-sample*) com reposição, inspirado no método *bootstrap* [29], para construir intervalos de previsão a partir das previsões pontuais obtidas com o modelo T1 MFLS.

O *bootstrap* é um método de simulação, que pode ser utilizado para realizar inferência estatística [29]. O método é considerado uma técnica de reamostragem, que tem como objetivo aproximar uma distribuição desconhecida a partir de uma distribuição empírica [29,175]. O esquema original do método *bootstrap* é apresentado na Figura 4.1. A partir de um conjunto de dados ( $\mathbf{u}$ ), são reamostrados (com reposição) valores  $(u_1, \dots, u_n)$ , para compor  $B$  amostras *bootstrap* de tamanho  $n$ . Para cada amostra *bootstrap*, a estatística que se deseja avaliar é obtida. Deste modo, é obtida uma distribuição da estatística que se deseja avaliar.

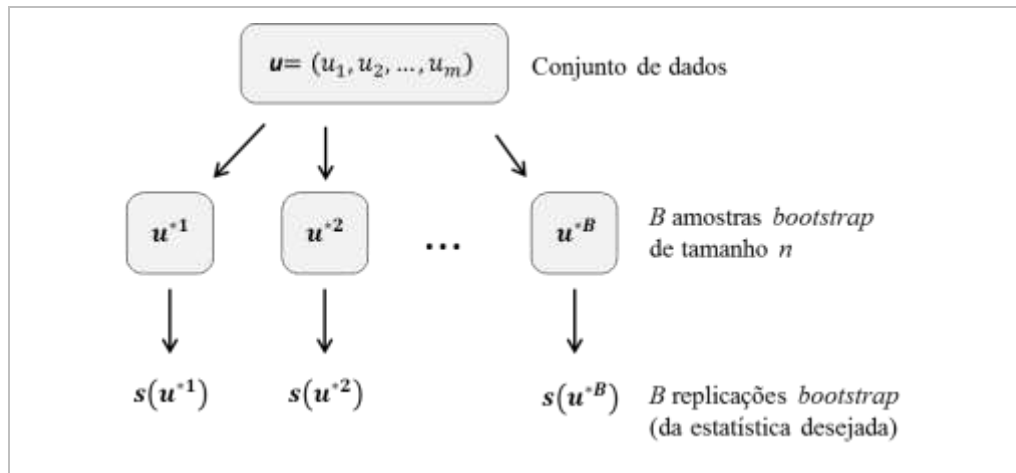


Figura 4.1 – Esquema do processo *bootstrap* para estimação de uma estatística

#### 4.1

#### Construção Clássica de Previsões Intervalares com Bootstrap

A construção de intervalos de previsão com o *bootstrap* pode ser feita de inúmeras formas (e.g., *bootstrap* de blocos móveis [176], *bootstrap* paramétrico [30], *bootstrap* não paramétrico [30]). Uma das formas mais comuns (o *bootstrap* não paramétrico, ou “ordinário”) consiste em simular  $B$  “caminhos” de previsão a partir da reamostragem (com reposição) de erros obtidos do ajuste do modelo de previsão (como em [30]). Os intervalos de previsão adotados são os percentis dos  $B$  caminhos para cada passo à frente previsto.

O procedimento segue: de posse da previsão pontual até  $\tau$ -passos à frente,  $\hat{x}_T(1), \hat{x}_T(2), \dots, \hat{x}_T(\tau)$ , e dos erros obtidos do ajuste do modelo de previsão ao histórico de dados,  $\underline{e} = (e_1, \dots, e_T)$ , reamostra-se  $\tau$  erros de  $\underline{e}$ . Estes erros são somados à previsão pontual, produzindo, então, a amostra *bootstrap* da previsão.

Por exemplo, para a primeira amostra *bootstrap*, seriam amostrados  $e_{T+1}^{\{1\}}, e_{T+2}^{\{1\}}, \dots, e_{T+\tau}^{\{1\}}$ , onde (por exemplo)  $e_{T+1}^{\{1\}} = e_4, e_{T+2}^{\{1\}} = e_1, \dots, e_{T+\tau}^{\{1\}} = e_4$ . Para se produzir o primeiro “caminho” *bootstrap* para o futuro da série, os erros são somados à previsão pontual:  $x_{T+1}^{\{1\}} = \hat{x}_T(1) + e_{T+1}^{\{1\}}, \dots, x_{T+\tau}^{\{1\}} = \hat{x}_T(\tau) + e_{T+\tau}^{\{1\}}$ . Este procedimento é realizado  $B$  vezes, de sorte que se terão  $B$  caminhos para a série estudada ( $B$  “pseudo-realizações” da série). O esquema deste método é ilustrado na Figura 4.2.

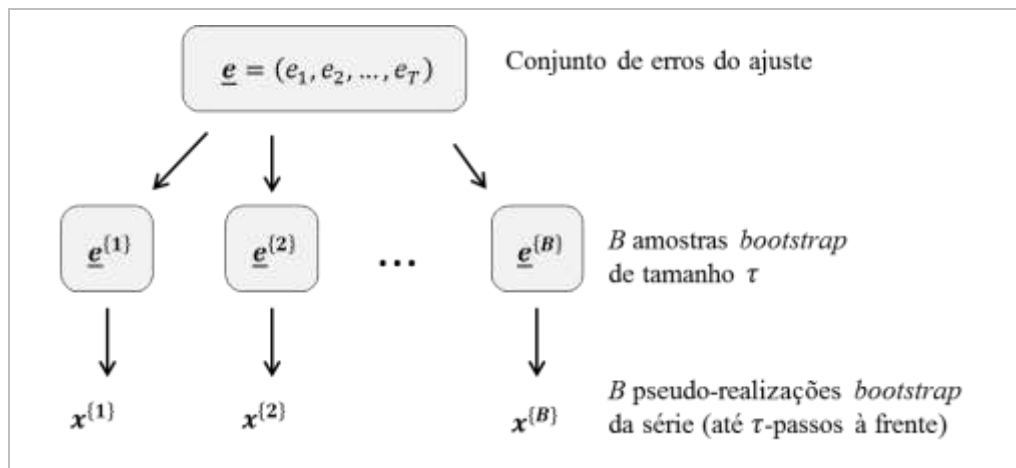


Figura 4.2 – Esquema do processo de geração de  $B$  pseudo-realizações de uma série temporal com o método *bootstrap* ordinário

Com este procedimento, se terá, portanto, para cada passo à frente do horizonte de previsão,  $B$  valores *bootstrap*. Portanto, para  $T + i$ , se terá  $x_{T+i}^{\{1\}}, \dots, x_{T+i}^{\{B\}}$ ; onde  $i = 1, \dots, \tau$ .

Para construir a previsão intervalar, adota-se, para cada passo à frente, os valores superior e inferior referentes ao percentil desejado dos  $B$  valores obtidos da etapa anterior. Para o primeiro passo previsto, se terá o intervalo inferior como  $\hat{x}_{T+1}^{INF} = \hat{x}_{T+1}^{\alpha\%}$ , e o intervalo superior como  $\hat{x}_{T+1}^{SUP} = \hat{x}_{T+1}^{(1-\alpha)\%}$ . Para o  $i$ -ésimo passo à frente, se terá  $\hat{x}_{T+i}^{INF} = \hat{x}_{T+i}^{\alpha\%}$  e  $\hat{x}_{T+i}^{SUP} = \hat{x}_{T+i}^{(1-\alpha)\%}$ . Obtendo estes valores para os  $\tau$  passos à frente, as previsões intervalares estarão definidas.

O método proposto nesta dissertação, que será apresentado na Subseção a seguir, difere do método acima exposto, mas, assim como ele, tem como base a reamostragem com reposição.

## 4.2

### Método Proposto para Construção de Previsões Intervalares

O método proposto tem como o objetivo produzir intervalos de previsão consistentes com o horizonte de previsão. Para tanto, o método constrói uma distribuição empírica de erros para cada passo à frente do horizonte de previsão, com base em erros obtidos de previsões *in-sample* e em reamostragem com reposição. Os erros referentes a cada passo à frente são somados às previsões pontuais *out-of-sample* do referido passo à frente, produzindo uma distribuição de

pseudo-realizações da série para cada passo à frente. As previsões intervalares são os percentis das distribuições de pseudo-realizações.

Diferente do método *bootstrap* descrito na seção anterior, que tem um conjunto de erros de ajuste, do qual reamostra com reposição, para produzir  $B$  caminhos *bootstrap* para a série, o método proposto constrói um conjunto de erros *in-sample* para cada passo à frente previsto do horizonte desejado (no caso deste trabalho,  $\tau$ ), e reamostra com reposição  $B$  valores a partir deste conjunto, para construir uma distribuição de  $B$  erros *in-sample* condizente com o passo à frente previsto. Deste modo, são criadas, para cada passo à frente, uma distribuição de  $B$  erros *in-sample*, que são consistentes com o passo à frente previsto.

A construção da distribuição de erros *in-sample* (e, subsequentemente, da distribuição de pseudo-realizações) seria suficiente para a produção de previsões intervalares, caso haja disponibilidade de dados históricos. Os intervalos construídos a partir de erros *in-sample* (i.e., erros obtidos com previsões realizadas no conjunto de histórico) são conhecidos como “intervalos de previsão empíricos” (*empirical prediction intervals*). O artigo [177] apresenta um estudo sobre as propriedades destes intervalos, e apresenta a técnica de construção destes intervalos de previsão. O método proposto neste trabalho parte do mesmo pressuposto dos intervalos de previsão empíricos, mas aumenta o tamanho da distribuição dos erros reamostrando-os com reposição. A seguir é descrito o procedimento.

#### 4.2.1

##### **Obtenção de erros *in-sample***

Para se realizar as previsões intervalares pseudo-out-of-sample com o método proposto, é preciso utilizar o modelo para obter previsões *in-sample*. De posse das previsões *in-sample*, é possível obter os erros *in-sample*, e, então, utilizá-los para construir intervalos de previsão. O modelo T1 MFLS construído para a série temporal estudada é aplicado no conjunto de histórico para produzir previsões *multi-step in-sample* até  $\tau$ -passos à frente, conforme descrito a seguir.

Seja  $T$  o total de dados históricos da série temporal, seja  $n$  o número de antecedentes do modelo MFLS construído para a série, e seja  $\tau$  a quantidade de passos à frente para a qual será realizada a previsão:



- Para a primeira entrada (primeiros valores do histórico de dados) apresentada ao modelo, i.e.,  $x_1, \dots, x_n$ , é produzida a previsão até  $\tau$ -passos à frente, obtendo-se  $\hat{x}_n(1), \dots, \hat{x}_n(\tau)$ . Os erros referentes a esta previsão são calculados:  $e_{n+1} = x_{n+1} - \hat{x}_n(1), \dots, e_{n+\tau} = x_{n+\tau} - \hat{x}_n(\tau)$ , de sorte que se terá um erro para cada passo à frente previsto, i.e.  $e_{t+1,1} = e_{n+1}, \dots, e_{t+\tau,1} = e_{n+\tau}$ .
- Para a segunda entrada apresentada ao modelo,  $x_2, \dots, x_{n+1}$ , é produzida a previsão até  $\tau$ -passos à frente, obtendo-se  $\hat{x}_{n+2}, \dots, \hat{x}_{n+\tau+1}$ . Os erros referentes a esta previsão são produzidos, obtendo-se mais um erro para cada passo à frente previsto (totalizando 2 erros para cada passo à frente), i.e.,  $e_{t+1,2} = e_{n+2}, \dots, e_{t+\tau,2} = e_{n+\tau+1}$ .
- ...
- Para a última entrada apresentada ao modelo,  $x_{T-n-\tau+1}, \dots, x_{T-\tau}$ , é produzida a previsão até  $\tau$ -passos à frente, obtendo-se  $\hat{x}_{T-\tau+1}, \dots, \hat{x}_T$ . Os erros referentes a esta previsão são produzidos, obtendo-se, assim, mais um erro para cada passo à frente previsto (totalizando  $J = T - n - \tau + 1$  erros para cada passo à frente previsto), i.e.,  $e_{t+1,J} = e_J, \dots, e_{t+\tau,J} = e_{J+n-1}$ .

Após o procedimento, terão sido produzidas  $J$  previsões *in-sample* e  $J$  erros *in-sample* para cada passo à frente previsto. Ou seja, cada passo à frente da previsão terá uma amostra de  $J$  erros *in-sample* condizente com sua colocação (posição) no horizonte de previsão:

Para o primeiro passo à frente:  $e_{t+1} = (e_{t+1,1}, e_{t+1,2}, \dots, e_{t+1,J})$ ; para o segundo passo à frente:  $e_{t+2} = (e_{t+2,1}, e_{t+2,2}, \dots, e_{t+2,J})$ ; ...; para o  $\tau$ -ésimo passo à frente:  $e_{t+\tau} = (e_{t+\tau,1}, e_{t+\tau,2}, \dots, e_{t+\tau,J})$ .

#### 4.2.2

#### Produção de Previsões Intervalares

Após o procedimento descrito na seção anterior, cada passo à frente terá associado a si um conjunto de  $J$  erros. A partir do conjunto de  $J$  erros, são, então, reamostrados (com reposição)  $B$  erros. Deste modo, se terá, para cada passo à frente, uma distribuição *bootstrap* de  $B$  erros.

O modelo T1 MFLS é, então, aplicado para produzir a previsão pontual pseudo-*out-of-sample* até  $\tau$ -passos à frente,  $\hat{x}_T(1), \hat{x}_T(2), \dots, \hat{x}_T(\tau)$ . De posse desta previsão pontual pseudo-*out-of-sample*, são produzidos, para cada passo à frente,  $B$  valores de previsão, associados a cada um dos  $B$  erros reamostrados. Estes são ordenados. Os valores de previsão intervalar são os percentis desejados.

Para o  $i$ -ésimo passo à frente, onde  $i = 1, \dots, \tau$ :

- São reamostrados, com reposição,  $B$  erros a partir do conjunto de  $J$  erros,  $\underline{e}_{t+i}: e_{t+i}^{(1)}, e_{t+i}^{(2)}, \dots, e_{t+i}^{(B)}$ , onde, por exemplo,  $e_{t+i}^{(1)} = e_{t+i,J}$ ,  $e_{t+i}^{(2)} = e_{t+i,J-10}$ , etc;
- Cada erro reamostrado é somado ao valor da previsão pontual feita para o  $i$ -ésimo passo à frente, produzindo, então,  $B$  pseudo-realizações para o  $i$ -ésimo passo à frente:  $x_{t+i}^{(1)} = \hat{x}_T(i) + e_{t+i}^{(1)}, \dots, x_{t+i}^{(B)} = \hat{x}_T(i) + e_{t+i}^{(B)}$ ;
- As  $B$  pseudo-realizações do  $i$ -ésimo passo à frente são ordenadas em ordem crescente. As previsões intervalares, para o  $i$ -ésimo passo, são definidas como os percentis inferior e superior das  $B$  pseudo-realizações ordenadas:  $x_{t+i}^{INF} = x_{t+i}^{\alpha\%}$  e  $x_{t+i}^{SUP} = x_{t+i}^{(1-\alpha)\%}$ .

O esquema de produção de  $B$  pseudo-realizações para o  $i$ -ésimo passo à frente é ilustrado na Figura 4.3.

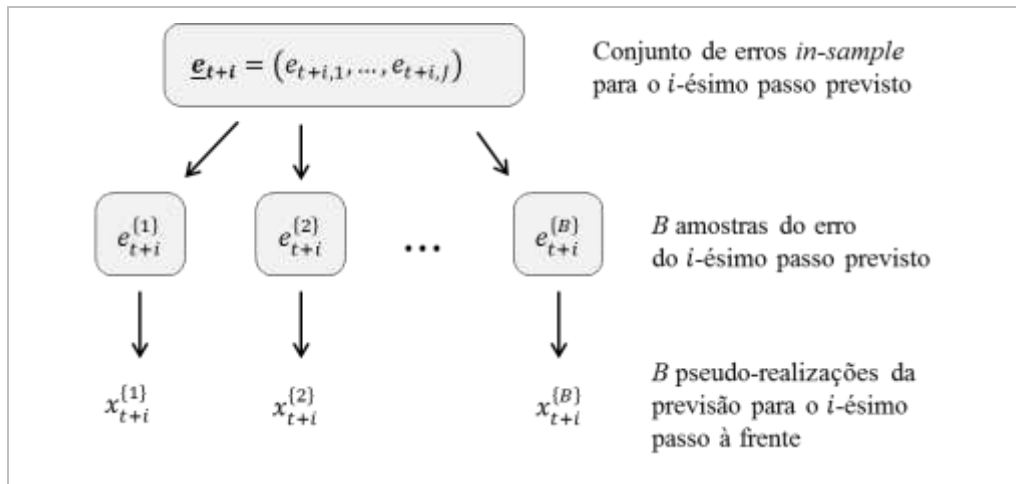


Figura 4.3 – Esquema do processo de geração de  $B$  pseudo-realizações do  $i$ -ésimo passo à frente com o método proposto

Realizando-se este procedimento para todos os  $\tau$  passos à frente, se terá a previsão intervalar até  $\tau$ -passos à frente<sup>20</sup>.

<sup>20</sup> Uma nota a ser feita é que seria possível, ainda, produzir novas estimativas de previsão até  $\tau$ -passos à frente a partir dessas distribuições obtidas para todos os passos previstos. Por

### 4.3

#### Métrica para Avaliação das Previsões Intervalares

A avaliação de previsões intervalares pode ser feita considerando-se sua probabilidade de cobertura do intervalo de previsão criado, utilizando-se a métrica PICP (*prediction interval coverage probability*). Também pode ser feita considerando-se a largura do intervalo criado, utilizando-se a métrica MPIW (*mean prediction interval width*) ou NMPIW (*normalized MPIW*). Ou pode ser feita considerando ambas as métricas, via métrica CWC (*coverage width-based criterion*) [26,27].

Neste trabalho, serão utilizadas duas métricas para avaliar as previsões intervalares: a PICP e a MPIW. A PICP foi escolhida, pois a probabilidade de cobertura é a característica mais importante dos intervalos de previsão [176]. A PICP é medida pela contagem do número de valores cobertos pelos intervalos de previsão construídos:

$$PICP = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} c_i \quad (4.1)$$

Onde  $c_i = 1$  se  $y_i \in [L_i, U_i]$  (sendo  $L_i$  e  $U_i$ , respectivamente, os limites inferior e superior do intervalo da previsão em  $i$ ), caso contrário,  $c_i = 0$  [176]; e onde  $np$  é o número de valores utilizados para teste. Essa métrica mede a validade do intervalo de previsão construído, com base no nível de confiança com o qual ele foi construído [176]. PICP deve ser maior ou igual a  $(1 - \alpha)\%$ . Caso isto não aconteça, os intervalos de previsão construídos devem ser descartados, pois não são confiáveis [176].

A métrica MPIW é, geralmente, mais informativa que a PICP, motivo pelo qual também será utilizada para avaliar as previsões intervalares. A MPIW consiste na média da largura entre os intervalos superiores e inferiores construídos para a previsão intervalar:

$$MPIW = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} (U_i - L_i). \quad (4.2)$$

---

exemplo, seria possível obter a média ou a mediana dos  $B$  valores para cada passo à frente, e utilizá-la como a previsão do novo modelo (um *bootstrap-based* MFLS), que seria novo na literatura, e que é um dos tópicos de pesquisa sendo investigados pelo autor desta dissertação.

## 5 Resultados

A metodologia proposta é utilizada para produzir previsões intervalares de séries temporais. Os resultados são comparados com resultados de previsão intervalar obtidos para o modelo Box & Jenkins [1] com o software Forecast Pro Windows (FPW). As previsões pontuais do modelo T1 MFLS (particionado com a heurística proposta) são comparadas com as previsões de modelos fuzzy de previsão bem estabelecidos na literatura de séries temporais fuzzy (FTS Chen [78] e FTS Huarng [39]), com o modelo Box e Jenkins [1] (um dos mais proeminentes na previsão de carga de energia elétrica), e com o método Naïve (geralmente utilizado como baseline das previsões). Uma breve descrição dos modelos utilizados é apresentada no Apêndice B. Todos os modelos fuzzy foram programados pelo autor desta dissertação em MATLAB, e o modelo B&J foi implementado no software Forecast Pro Windows (FPW).

A seguir são apresentadas as séries temporais utilizadas neste trabalho. Em seguida, é apresentada a construção do modelo T1 MFLS para as séries, e são apresentados os resultados de todos os modelos, em termos de MAPE. Por fim, são apresentados os resultados de previsão intervalar.

### 5.1 Séries Temporais Estudadas

Duas séries temporais de alta frequência foram escolhidas para a aplicação do modelo proposto. As duas séries são séries horárias de carga de energia elétrica. Com o intuito de avaliar o desempenho do modelo para previsões em diferentes horários do dia, foram destacadas quatro subséries de cada série estudada. Cada subsérie representa um horário no qual o modelo será avaliado: madrugada, manhã, tarde e noite. O modelo é aplicado, separadamente, a cada uma destas subséries.

As subséries utilizadas nas previsões feitas no horário da madrugada têm um conjunto de teste com início na primeira hora do dia, i.e., 1h, e com fim na hora

zero do dia seguinte, i.e., 0h. Esta será referida, daqui em diante, como ‘Madrugada’. As subséries utilizadas nas previsões feitas no horário da manhã têm um conjunto de teste com início na sexta hora do dia, i.e., 6h, e com fim na quinta hora do dia seguinte, i.e., 5h. Esta será referida, daqui em diante, como ‘Manhã’. As subséries utilizadas nas previsões feitas no horário da tarde têm um conjunto de teste com início na décima segunda hora do dia, i.e., 12h, e com fim na décima primeira hora do dia seguinte, i.e., 11h. Esta será referida, daqui em diante, como ‘Tarde’. As subséries utilizadas nas previsões feitas no horário da noite têm um conjunto de teste com início na décima oitava hora do dia, i.e., 18h, e com fim na décima sétima hora do dia seguinte, i.e., 17h. Esta será referida, daqui em diante, como ‘Noite’.

Cada uma das subséries tem 1048 observações. Estas são divididas em três conjuntos – conjunto de histórico (1000 observações), conjunto de validação (24 observações) e conjunto de teste (24 observações). Na primeira etapa de construção do modelo T1 MFLS (i.e., a de seleção do número de antecedentes), o conjunto histórico é utilizado para geração de regras dos diferentes modelos. O conjunto de validação é utilizado para avaliação das previsões dos diferentes modelos e para seleção da configuração do melhor modelo. Após a seleção da melhor configuração, o conjunto de histórico é ajuntado com o conjunto de validação. Este novo conjunto (de 1024 observações) é utilizado para geração de regras do modelo T1 MFLS (cuja configuração foi selecionada na etapa anterior), que será aplicado a previsão pontual *pseudo-out-of-sample*.

A primeira série investigada é uma série horária de carga do Operador de Sistema Independente (ISO<sup>21</sup>) ERCOT (*Electric Reliability Council of Texas*), referente à zona norte da região de atuação da ERCOT<sup>22</sup>. Daqui em diante, esta série será referida como série ERCOT North.

Na Tabela 5.1 são apresentados os períodos referentes ao conjunto do histórico de dados e ao conjunto de teste para cada subsérie ERCOT-North. Estes foram escolhidos para que as previsões fossem realizadas bastante próximas uma das outras, o que permitiria avaliar, de maneira mais acertada, o potencial do modelo em prever diferentes horários do dia. A Tabela apresenta os horários e

---

<sup>21</sup> *Independent system operator*.

<sup>22</sup> A ERCOT divide o território sob o qual atua em oito regiões, associadas a oito zonas climáticas. Esta divisão pode ser vista em [179] ou no documento do website <http://www.ercot.com>.

datas referentes aos conjuntos históricos utilizados para gerar as regras fuzzy do modelo, e apresenta os horários e datas referentes aos conjuntos de teste utilizados para avaliação do modelo.

Tabela 5.1 – Subséries da série ERCOT North destacadas para aplicação

Subsérie	Início do Histórico	Fim do Histórico	Início do Teste	Fim do Teste
Madrugada	8h, 1/3/2015	0h, 13/4/2015	1h, 13/4/2015	0h, 14/4/2015
Manhã	12h, 1/3/2015	5h, 13/4/2015	6h, 13/4/2015	5h, 14/4/2015
Tarde	19h, 1/3/2015	11h, 13/4/2015	12h, 13/4/2015	11h, 14/4/2015
Noite	1h, 2/1/2015	17h, 13/4/2015	18h, 13/4/2015	17h, 14/4/2015

A série ERCOT North, compreendida no início do histórico da subsérie referente à previsão na madrugada (8h00 do primeiro dia de março de 2015) até o fim do conjunto de teste da subsérie referente à previsão na noite (17h do décimo quarto dia de abril de 2015), é apresentada na Figura 5.1.

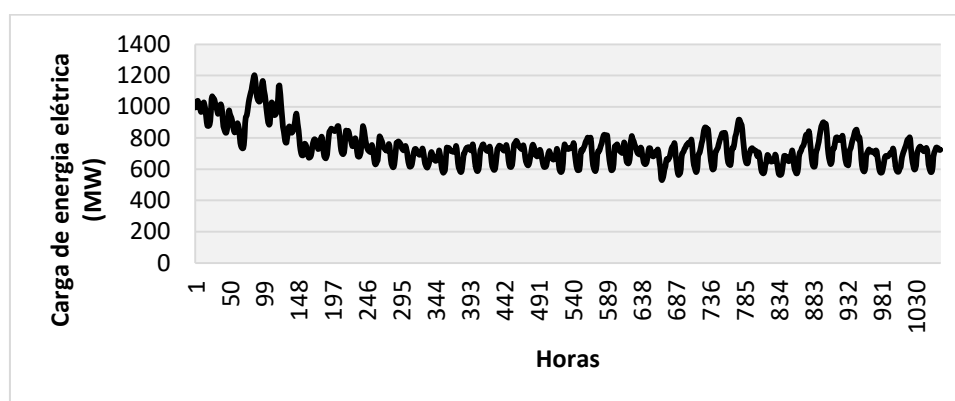


Figura 5.1 – Série temporal ERCOT North

A segunda série investigada neste trabalho é uma série horária de carga do Subsistema Sudeste do Brasil, obtida junto ao Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Na Tabela 5.2 são apresentados os períodos referentes às subséries destacadas. Daqui em diante, esta série será referida como série SIN-Sudeste.

Tabela 5.2 – Subséries da série SIN-Sudeste destacadas para aplicação

Subsérie	Início do Histórico	Fim do Histórico	Início do Teste	Fim do Teste
Madrugada	9h, 13/5/2016	0h, 24/6/2016	1h, 24/6/2016	0h, 25/6/2016
Manhã	14h, 13/5/2016	5h, 24/6/2016	6h, 24/6/2016	5h, 25/6/2016
Tarde	20h, 13/5/2016	11h, 24/6/2016	12h, 24/6/2016	11h, 25/6/2016
Noite	2h, 14/5/2016	17h, 24/6/2016	18h, 24/6/2016	17h, 25/6/2016

A série SIN-Sudeste, compreendida no início do histórico da subsérie referente à previsão na madrugada (9h00 do décimo terceiro dia de maio de 2016) até o fim do conjunto de teste da subsérie referente à previsão na noite (17h do vigésimo quinto dia de junho de 2016), é apresentada na Figura 5.2.

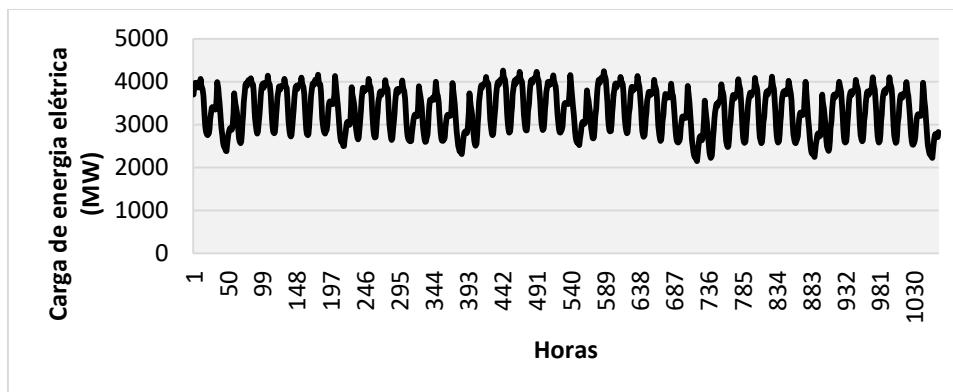


Figura 5.2 – Série temporal SIN-Sudeste

É possível notar que a primeira série temporal possui um padrão não tão bem comportado quanto à segunda série, que tem um padrão diário bem definido, com oscilações de nível referentes aos dias da semana. Todas as subséries das duas séries são apresentadas diretamente ao modelo, sem tratamento algum. A seguir, é exposta a construção do modelo T1 FLS para as diferentes subséries estudadas.

## 5.2 Construção do Modelo MFLS Proposto

### 5.2.1 Definição do Número de Antecedentes

A definição do número de antecedentes do modelo T1 MFLS foi realizada avaliando-se as previsões *in-sample* do modelo com diferentes configurações de entrada (refletidas em números de antecedentes), conforme descrito na Seção 3.3.2. Neste trabalho, foram avaliadas onze configurações de entrada para o modelo: uma contendo 2 variáveis de entrada, outra contendo 3, ..., e a última contendo 12 variáveis de entrada. Deste modo, as funções (que mapeiam a saída a partir de dados históricos) associadas às configurações, têm a estrutura  $\hat{x}_T(1) = f(x_T, \dots, x_{T-n-1})$ , com  $n = 0, \dots, 10$ . Ou seja, o modelo MFLS com dois

anteriores terá função  $\hat{x}_T(1) = f(x_T, x_{T-1})$ ; o modelo com três antecedentes terá função  $\hat{x}_T(1) = f(x_T, x_{T-1}, x_{T-2})$ , e assim por diante.

Para cada uma das subséries, as primeiras 1000 observações do conjunto histórico são utilizadas para construir o modelo fuzzy de cada configuração, e as 24 observações do conjunto de validação são utilizadas para avaliação da previsão dos modelos. Cada um dos modelos construídos é aplicado para prever a referida subsérie em até 24 passos à frente. O número de antecedentes selecionado para a subsérie é aquele referente à configuração que produz melhor MAPE de 24 passos à frente. O Quadro 5.1 apresenta um resumo do procedimento. A seguir são fornecidos os resultados da seleção do número de antecedentes.

Quadro 5.1 – Procedimento de seleção do número de antecedentes do modelo para as subséries estudadas

Definir as  $c$  configurações de entrada do modelo;

Para cada uma das  $s$  subséries, fazer:

- Para cada uma das  $c$  configurações, fazer:
  - Particionar universo de discurso com a heurística proposta;
  - Gerar regras fuzzy a partir do histórico (procedimento WM);
  - Realizar previsão *multi-step* até 24 passos à frente;
- Avaliar previsões de cada configuração com MAPE;
- Escolher o número de antecedentes referente à configuração que produz melhor MAPE;

Fim.

### 5.2.1.1 Série ERCOT-North

A utilização da heurística proposta particionou o universo de discurso de todas as subséries da série ERCOT-North em 79 regiões fuzzy. A quantidade de regras produzidas com o procedimento do método WM, para cada configuração e subsérie da ERCOT-North, é apresentada na Tabela 5.3<sup>23</sup>. É possível observar,

<sup>23</sup> É válido lembrar que a quantidade de pares apresentada para geração de regras irá variar de acordo com o número de antecedentes (considerando que o número de consequentes é fixado em um).



conforme esperado, que, à medida que o número de antecedentes aumenta, o número de regras também aumenta<sup>24</sup>.

Tabela 5.3 – Quantidade de regras fuzzy geradas para as diferentes configurações do modelo para as subséries ERCOT-North

Nº de antecedentes do modelo	Subsérie			
	Madrugada	Manhã	Tarde	Noite
2	164	164	163	161
3	364	362	362	359
4	574	571	574	570
5	725	724	726	725
6	845	845	846	846
7	911	911	912	912
8	944	944	944	944
9	962	962	962	962
10	972	972	972	972
11	978	978	978	978
12	983	983	983	983

Os resultados de MAPE obtidos para a previsão *multi-step* 24-passos à frente de cada configuração do modelo, para cada subsérie ERCOT-North, são expostos na Tabela 5.4. Nesta, destaca-se, para cada subsérie, o melhor MAPE. O número de antecedentes é selecionado com base nos melhores MAPEs: para as subséries ERCOT-North Madrugada, Manhã, Tarde e Noite, os números de antecedentes definidos foram 4, 3, 4 e 2, respectivamente. Estes números selecionados configurarão os modelos que serão aplicados para a previsão *pseudo-out-of-sample* das subséries a que se referem.

É possível observar, na tabela, que o modelo construído com 9 ou mais antecedentes, para a subsérie ERCOT-North Noite, não produz resultados de previsão. Isto acontece, pois os valores apresentados para a previsão *multi-step* desta subsérie não ativam regras da base de regras, o que impossibilita a inferência.

<sup>24</sup> Isto ocorre, pois, para poucos números de antecedentes, haverá muitas regras fuzzy repetidas (geradas a partir dos dados históricos), que são eliminadas no procedimento WM. Outros aspectos interessantes de se observar na Tabela 10, são (i) que o crescimento do número de regras cai, à medida que cresce o número de antecedentes (verifique, por exemplo, o plot *quantidade de regras vs número de antecedentes*), e (ii) que, para o número de 12 antecedentes, são geradas praticamente uma regra por par apresentado ao sistema de lógica fuzzy (foram geradas 983 regras para a subsérie Madrugada, sendo que o número de pares apresentados ao sistema foi de 988).

Tabela 5.4 – MAPE (%) das previsões das diferentes configurações do modelo para as subséries ERCOT-North

Nº de antecedentes do modelo	Subsérie			
	Madrugada	Manhã	Tarde	Noite
2	11,6%	9,3%	11,5%	5,0%
3	7,7%	8,4%	9,1%	6,6%
4	4,2%	8,8%	8,6%	6,9%
5	8,6%	11,0%	10,6%	12,4%
6	10,0%	9,7%	9,9%	6,8%
7	9,9%	8,6%	9,0%	12,3%
8	7,6%	10,4%	9,2%	11,7%
9	8,9%	10,0%	9,8%	-
10	10,8%	11,2%	9,7%	-
11	8,7%	9,7%	9,0%	-
12	20,9%	9,7%	10,4%	-

### 5.2.1.2 Série SIN-Sudeste

A utilização da heurística proposta particionou o universo de discurso de todas as subséries da série SIN-Sudeste em 37 regiões fuzzy. A quantidade de regras produzidas com o procedimento do método WM, para cada configuração e subsérie da SIN-Sudeste, é apresentada na Tabela 5.5<sup>25</sup>.

Tabela 5.5 – Quantidade de regras fuzzy geradas para as diferentes configurações do modelo para as subséries SIN-Sudeste

Nº de antecedentes do modelo	Subsérie			
	Madrugada	Manhã	Tarde	Noite
2	273	273	273	273
3	588	586	584	583
4	777	774	769	769
5	883	881	876	876
6	934	932	929	929
7	960	958	956	955
8	974	973	972	971
9	982	982	982	982
10	985	985	985	985
11	987	987	987	987
12	988	988	988	988

<sup>25</sup> É possível observar, que, para dois antecedentes, o número de regras geradas para as subséries SIN-Sudeste é maior do que para as subséries ERCOT-North. Isto leva a crer que há mais eliminações devido a regras repetidas neste último caso.

Os resultados de MAPE obtidos para a previsão *multi-step* 24-passos à frente de cada configuração do modelo, para cada subsérie SIN-Sudeste, são expostos na Tabela 5.6. Com base nos MAPEs, os números de antecedentes definidos para as subséries SIN-Sudeste Madrugada, Manhã, Tarde e Noite, foram, respectivamente, 12, 2, 10 e 8. Estes números selecionados configurarão os modelos que serão aplicados para a previsão *pseudo-out-of-sample* das subséries a que se referem.

Tabela 5.6 – MAPE (%) das previsões das diferentes configurações do modelo para as subséries SIN-Sudeste

Nº de antecedentes do modelo	Subsérie			
	Madrugada	Manhã	Tarde	Noite
2	8,8%	9,7%	19,4%	16,5%
3	14,1%	16,4%	19,9%	26,2%
4	14,2%	18,2%	25,1%	28,1%
5	11,6%	19,7%	23,5%	33,5%
6	17,6%	17,7%	23,5%	6,1%
7	17,9%	19,7%	7,1%	6,0%
8	19,7%	13,3%	4,3%	4,8%
9	19,0%	14,4%	4,3%	-
10	18,7%	15,9%	3,3%	-
11	17,1%	13,5%	-	-
12	2,5%	13,1%	-	-

### 5.2.2

#### Partição do Universo de Discurso com Heurística

O procedimento de partição do universo de discurso das séries temporais estudadas, com a heurística proposta, segue o procedimento apresentado na Seção 3.3.1. A aplicação da heurística retorna o espaço das variáveis particionado em conjuntos fuzzy (de forma triangular). O procedimento depende apenas dos dados da série temporal e da forma que se deseja adotar para os conjuntos. Com isso em mente, a partição do universo de discurso, referente a cada uma das séries, será igual para qualquer modelo T1 MFLS<sup>26</sup>. (Estes diferem apenas na estrutura das regras e na inferência.)

<sup>26</sup> Um aspecto digno de nota, e que foi apontado anteriormente, é que o universo de discurso de determinada série temporal (e sua partição), será igual para as variáveis que constam no antecedente e no consequente.

Para as oito subséries estudadas, o procedimento foi aplicado. A heurística particionou o universo de discurso das quatro subséries ERCOT-North em 79 regiões fuzzy<sup>27</sup>. Para todas elas, o limite inferior do universo de discurso foi estabelecido como 110 MW, e o limite superior, como 1690 MW. O universo de discurso das quatro subséries SIN-Sudeste, por sua vez, foi particionado em 37 regiões fuzzy. O limite inferior foi estabelecido em 2090 MW, e o limite superior, em 4310 MW.

É possível perceber que a heurística retornou partições muito granuladas (i.e., com muitas regiões fuzzy), o que pode comprometer a ativação da base de regras (dependendo da disponibilidade de dados para produzir as regras), e o que compromete a interpretabilidade do modelo. Quanto a esta última questão, observa-se que o modelo foi desenvolvido com o intuito de aprimorar a acurácia de previsões, de modo que a interpretabilidade não seria analisada<sup>28</sup>.

### 5.2.3 Geração de Regras Fuzzy

Após a etapa de partição do universo de discurso, e de definição do número de antecedentes do modelo, o procedimento de geração de regras fuzzy WM foi aplicado para gerar as regras fuzzy. A quantidade de regras fuzzy gerada para o modelo proposto, para previsão *pseudo-out-of-sample* das subséries ERCOT-North e SIN-Sudeste, é apresentada nas Tabelas 5.7 e 5.8, respectivamente.

Tabela 5.7 – Quantidade de regras fuzzy geradas para previsão *pseudo-out-of-sample* das subséries ERCOT-North

Subsérie	Modelo	Quantidade de Regras
Madrugada	4 antecedentes	581
Manhã	3 antecedentes	364
Tarde	4 antecedentes	578
Noite	2 antecedentes	161

<sup>27</sup> É fácil entender por que todas as subséries da série tiveram a mesma partição de seu universo de discurso: as séries são praticamente iguais, há apenas de cinco a quinze observações (de um total de 1000 observações) diferentes de uma série a outra.

<sup>28</sup> Este tipo de abordagem (que busca melhorar a acurácia, sem observar a interpretabilidade) é criticado, de certa maneira, em [178].

Tabela 5.8 – Quantidade de regras fuzzy geradas para previsão *pseudo-out-of-sample* das subséries SIN-Sudeste

Subsérie	Modelo	Quantidade de Regras
Madrugada	12 antecedentes	1012
Manhã	2 antecedentes	273
Tarde	10 antecedentes	1009
Noite	8 antecedentes	995

### 5.3

#### Resultados das Previsões Pontuais

O modelo T1 MFLS particionado com a heurística proposta, e os modelos utilizados para comparação, foram então, aplicados às subséries, produzindo previsões pontuais horárias 24 passos à frente. A avaliação das previsões é feita para 3, 6, 12, 18 e 24 horas à frente.

#### 5.3.1

##### Resultados para as Subséries ERCOT-North

A acurácia das previsões do modelo proposto, e dos diferentes modelos utilizados para comparação, é apresentada em termos da métrica MAPE na Tabela 5.9. Esta tabela mostra que o modelo proposto apresenta bons resultados nas previsões dos primeiros passos à frente, não conseguindo apresentar resultados tão satisfatórios nas previsões de 18 e 24 passos à frente para a série temporal em questão (ERCOT-North). Para todas as subséries, o modelo Box & Jenkins<sup>29</sup> retornou os melhores resultados 24 passos à frente.

Comparando os resultados do modelo proposto com os resultados dos modelos FTS, i.e., FTS Chen<sup>30</sup>, e FTS Huarng (já bem estabelecidos na literatura), o modelo T1 MFLS particionado com heurística apresenta resultados superiores para a previsão de até 12 passos à frente. Para a previsão de 18 e 24 passos à frente, nem sempre apresenta os melhores resultados.

Um fato digno de nota, é que, dos valores apresentados no Apêndice B, é possível verificar que os modelos FTS Chen e FTS Huarng não conseguem reproduzir o padrão da série, apresentando valores previstos praticamente

<sup>29</sup> O FPW selecionou o modelo ARIMA(2,0,2)\*(1,0,3) para todas as subséries ERCOT-North.

<sup>30</sup> Universo de discurso particionado em 7 intervalos.

constantes. (De certa forma, este resultado não surpreende, pois ambos utilizam apenas uma variável para mapear a observação seguinte<sup>31</sup>.)

Tabela 5.9 – Resultados de MAPE das previsões para as subséries ERCOT-North

Subsérie	Passos à frente	Naïve	B&J	FTS Chen	FTS Huarng	MFLS Proposto
Madrugada	3	8,05%	<b><u>2,86%</u></b>	12,04%	8,48%	3,77%
	6	9,67%	<b><u>3,28%</u></b>	13,72%	10,11%	3,76%
	12	8,04%	<b><u>5,12%</u></b>	8,82%	8,07%	7,83%
	18	7,68%	<b><u>4,88%</u></b>	7,06%	7,58%	8,69%
	24	7,19%	<b><u>5,55%</u></b>	6,40%	7,05%	8,32%
Manhã	3	10,32%	4,08%	5,58%	4,53%	<b><u>1,28%</u></b>
	6	14,19%	3,86%	4,99%	6,75%	<b><u>2,18%</u></b>
	12	16,03%	3,92%	4,59%	7,76%	<b><u>3,05%</u></b>
	18	16,01%	5,48%	4,04%	7,39%	<b><u>2,91%</u></b>
	24	12,68%	<b><u>5,19%</u></b>	7,31%	8,42%	6,48%
Tarde	3	<b><u>0,63%</u></b>	2,66%	5,32%	1,19%	0,66%
	6	1,80%	5,37%	4,18%	0,89%	<b><u>0,76%</u></b>
	12	2,95%	7,45%	3,57%	<b><u>1,30%</u></b>	1,51%
	18	10,10%	<b><u>6,89%</u></b>	8,08%	7,76%	8,18%
	24	9,29%	<b><u>5,33%</u></b>	7,29%	7,03%	7,41%
Noite	3	<b><u>0,22%</u></b>	0,69%	2,34%	0,63%	0,77%
	6	1,50%	<b><u>1,00%</u></b>	2,95%	1,72%	3,45%
	12	10,82%	<b><u>2,15%</u></b>	10,03%	11,20%	7,47%
	18	8,76%	<b><u>2,91%</u></b>	8,33%	9,08%	7,04%
	24	6,99%	<b><u>2,47%</u></b>	7,28%	7,11%	8,04%

As Figuras 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6 apresentam os gráficos das previsões do modelo proposto e do modelo B&J (que apresentou os melhores resultados, no geral) obtidas para as subséries ERCOT-North Madrugada, Manhã, Tarde e Noite, respectivamente.

É possível observar que o modelo proposto reproduz muito bem o padrão inicial da série, mas não consegue, no entanto, reproduzir o comportamento até o final do horizonte de previsão. Este tipo de desempenho do modelo pode ser explicado pelo uso da previsão *multi-step*: à medida que a janela de input é movida para frente, valores previstos passam a ser apresentados ao modelo, no

<sup>31</sup> Apesar disso, o modelo FTS de primeira ordem tem sido utilizado, na literatura, como base para comparação de resultados (e.g., em [180]).

lugar de valores reais (observados). Deste modo, à medida que se aumenta o passo previsto (i.e., que se afasta do último valor observado), mais e mais incertezas são incorporadas na previsão. Este desempenho justifica, de certo modo, a previsão intervalar, pois esta fornece mais informações ao operador do que uma previsão pontual, cuja presença de erro é certa.

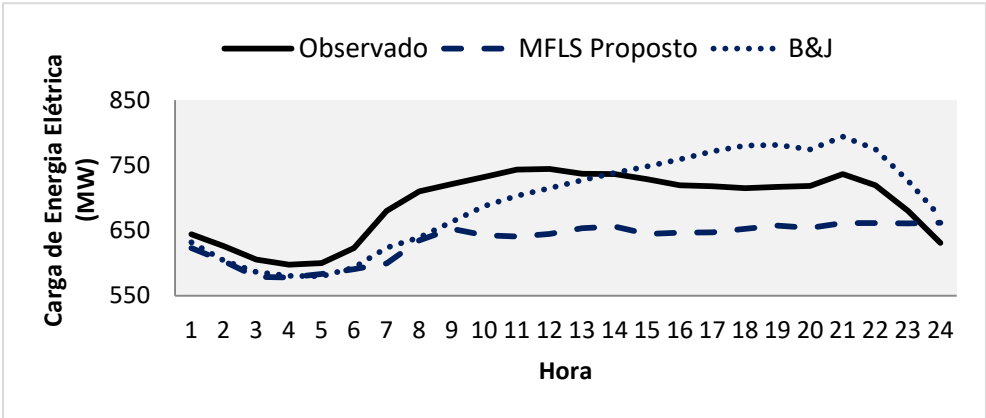


Figura 5.3 – Valores observados da subsérie ERCOT-North Madrugada vs previsões do modelo proposto e B&J

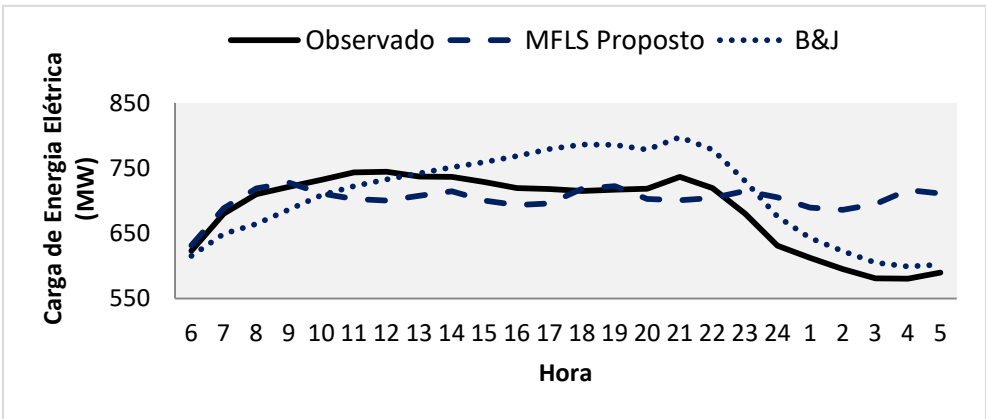


Figura 5.4 – Valores observados da subsérie ERCOT-North Manhã vs previsões do modelo proposto e B&J

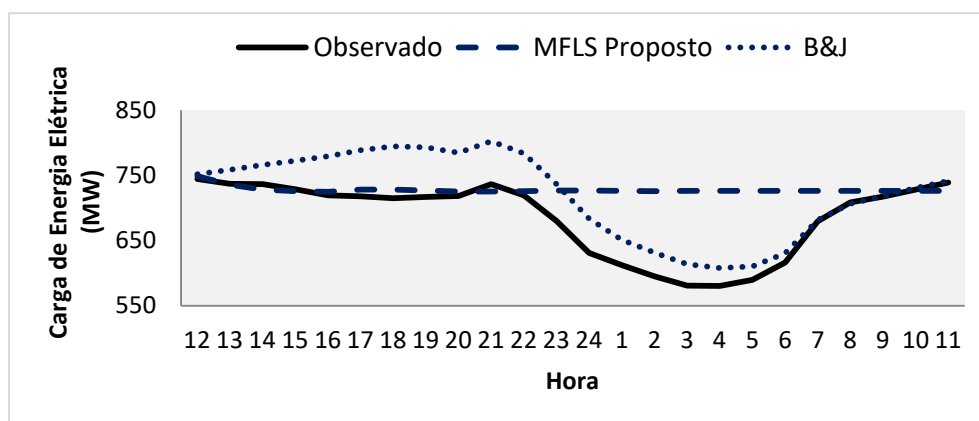


Figura 5.5 – Valores observados da subsérie ERCOT-North Tarde vs previsões do modelo proposto e B&J

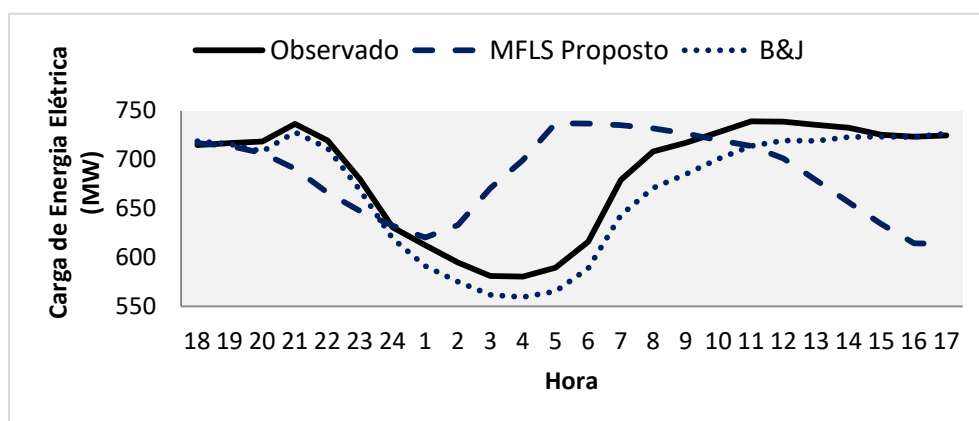


Figura 5.6 – Valores observados da subsérie ERCOT-North Noite vs previsões do modelo proposto e B&J

### 5.3.2 Resultados para as Subséries SIN-Sudeste

A acurácia das previsões do modelo proposto, e dos diferentes modelos utilizados para comparação<sup>32</sup>, é apresentada em termos da métrica MAPE na Tabela 5.10. Os valores numéricos das previsões (e dos valores observados da série) são apresentados no Apêndice B.

As mesmas colocações feitas para as subséries ERCOT-North podem ser feitas para as subséries SIN-Sudeste. Para as subséries SIN-Sudeste, no entanto, o modelo apresentou resultados mais satisfatórios: produziu melhor resultado de MAPE para todos os horizontes de previsão para duas subséries (SIN-Sudeste

<sup>32</sup> O FPW selecionou o modelo  $ARIMA(2,0,2)*(1,0,2)$  para as subséries SIN-Sudeste Madrugada e Noite; selecionou o modelo  $ARIMA(2,0,2)*(1,0,3)$  para a subsérie SIN-Sudeste Manhã; e selecionou o  $ARIMA(0,1,4)*(0,1,2)$  para a SIN-Sudeste Tarde.



Madrugada e Noite), e apresentou bons resultados de 3 a 12 passos à frente para outra subsérie (SIN-Sudeste Tarde).

Novamente, para as subséries SIN-Sudeste, o modelo proposto apresenta desempenho melhor que os modelos FTS (com exceção apenas na subsérie SIN-Sudeste Manhã para o modelo FTS Chen). Além disso, novamente os modelos FTS Chen e FTS Huarng apresentam valores praticamente constantes como previsão (como se fossem Naïve).

Tabela 5.10 – Resultados de MAPE das previsões para as subséries SIN-Sudeste

Subsérie	Passos à frente	Naïve	B&J	FTS Chen	FTS Huarng	MFLS Proposto
Madrugada	3	16,49%	1,30%	16,38%	19,29%	<b><u>1,20%</u></b>
	6	21,22%	3,03%	21,10%	24,33%	<b><u>1,39%</u></b>
	12	15,02%	8,16%	14,94%	17,71%	<b><u>1,13%</u></b>
	18	10,76%	9,26%	10,73%	12,84%	<b><u>1,67%</u></b>
	24	10,67%	8,52%	10,65%	12,08%	<b><u>3,75%</u></b>
Manhã	3	4,09%	7,97%	8,94%	<b><u>0,88%</u></b>	6,67%
	6	11,23%	8,87%	15,72%	<b><u>4,19%</u></b>	6,64%
	12	16,41%	9,65%	20,64%	<b><u>4,53%</u></b>	12,19%
	18	20,59%	7,84%	24,61%	<b><u>7,46%</u></b>	9,83%
	24	17,30%	<b><u>8,27%</u></b>	20,19%	11,30%	17,46%
Tarde	3	0,40%	1,03%	0,95%	1,51%	<b><u>0,37%</u></b>
	6	<b><u>0,63%</u></b>	0,99%	0,80%	1,88%	0,77%
	12	5,37%	<b><u>3,49%</u></b>	5,70%	5,45%	3,95%
	18	13,10%	<b><u>4,25%</u></b>	12,95%	13,98%	14,71%
	24	18,71%	<b><u>5,65%</u></b>	18,30%	20,02%	21,93%
Noite	3	13,94%	5,65%	15,37%	12,99%	<b><u>0,38%</u></b>
	6	9,65%	4,28%	10,60%	9,02%	<b><u>1,67%</u></b>
	12	19,63%	4,37%	19,02%	20,02%	<b><u>3,14%</u></b>
	18	25,30%	10,10%	24,13%	26,06%	<b><u>3,21%</u></b>
	24	23,56%	12,97%	22,19%	24,45%	<b><u>3,22%</u></b>

As Figuras 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10 apresentam os gráficos das previsões do modelo proposto e do modelo B&J obtidas para as subséries SIN-Sudeste Madrugada, Manhã, Tarde e Noite, respectivamente.

É possível observar que o modelo proposto reproduz bem os valores iniciais de todas as subséries (exceto a SIN-Sudeste Manhã). Para subsérie SIN-Sudeste

Noite, em específico, o modelo apresenta um desempenho muito satisfatório, conseguindo capturar o comportamento inteiro desta subsérie. Para a subsérie SIN-Sudeste Madrugada, o modelo proposto reproduz bem o comportamento, mas não consegue reproduzir o pico existente entre 17h e 21h (que acontece a partir do 17º passo previsto). De modo geral, o modelo apresenta melhores resultados para a série SIN-Sudeste do que para a série ERCOT-North.

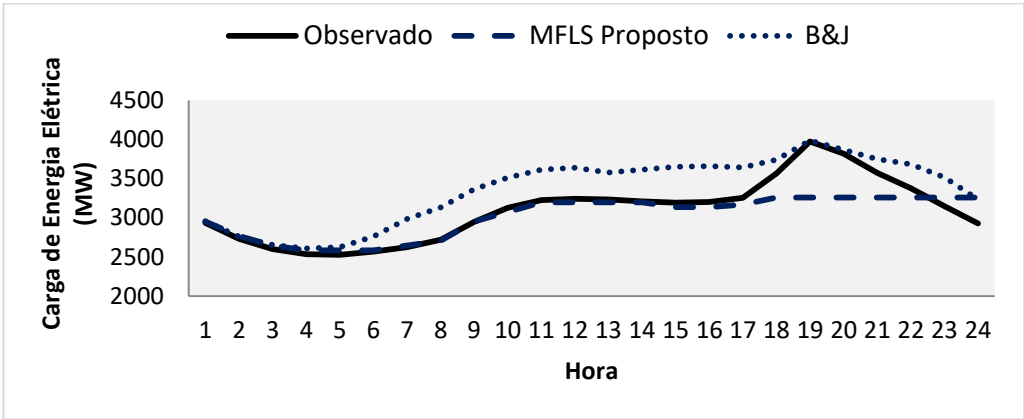


Figura 5.7 – Valores observados da subsérie SIN-Sudeste Madrugada vs previsões do modelo proposto e B&J

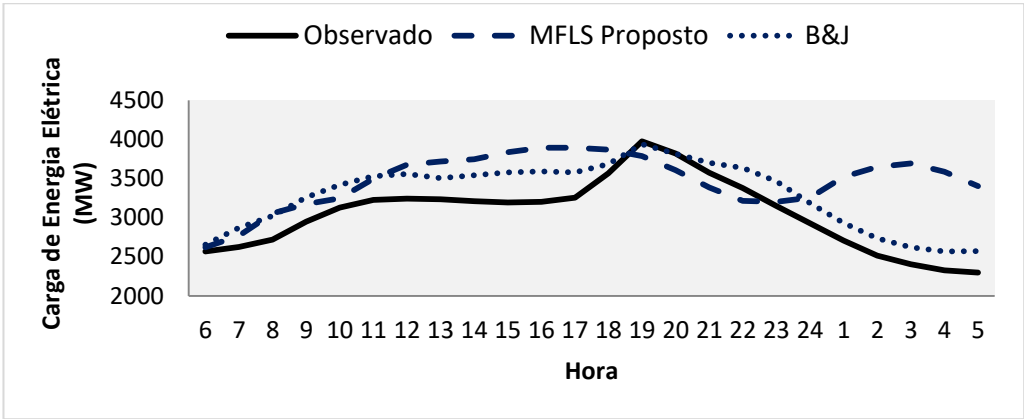


Figura 5.8 – Valores observados da subsérie SIN-Sudeste Manhã vs previsões do modelo proposto e B&J

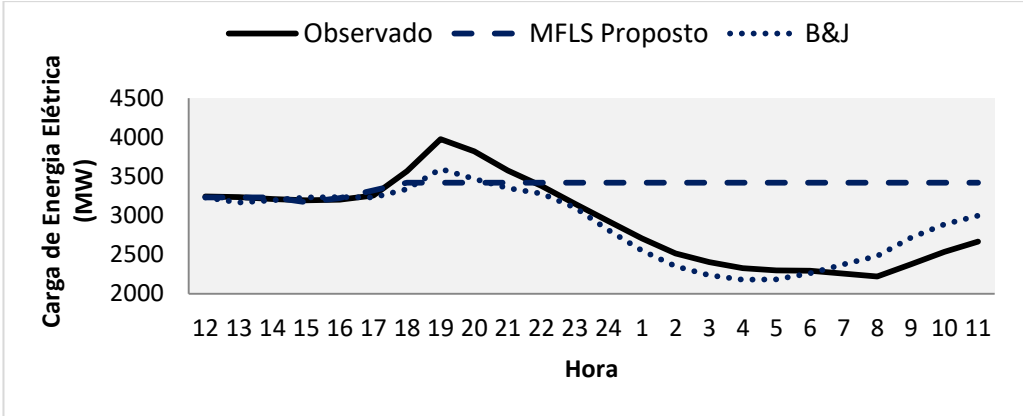


Figura 5.9 – Valores observados da subsérie SIN-Sudeste Tarde vs previsões do modelo proposto e B&J

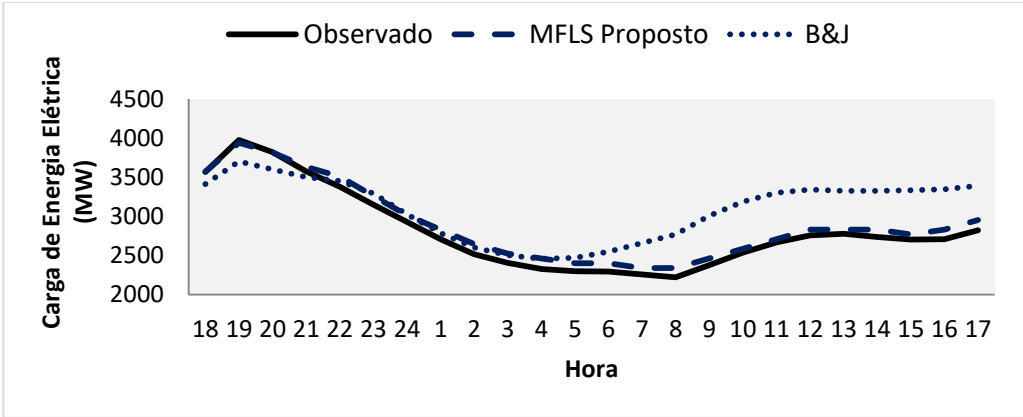


Figura 5.10 – Valores observados da subsérie SIN-Sudeste Noite vs previsões do modelo proposto e B&J

5.4  
Resultado das Previsões Intervalares

Para produzir as previsões intervalares, os modelos construídos na Seção 5.2 foram aplicados no conjunto de dados históricos, conforme procedimento descrito na Seção 4.2. A quantidade  $J$  de erros *in-sample* produzidos para os  $\tau$ -passos à frente previstos, é apresentada na Tabela 5.11 (para as subséries ERCOT-North) e na Tabela 5.12 (para as subséries SIN-Sudeste).

Tabela 5.11 – Quantidade de erros produzidos para cada um dos 24 passos previstos (subséries ERCOT-North)

Madrugada	Manhã	Tarde	Noite
997	998	997	999

Tabela 5.12 – Quantidade de erros produzidos para cada um dos 24 passos previstos (subséries SIN-Sudeste)<sup>33</sup>

Madrugada	Manhã	Tarde	Noite
935	999	986	985

Para cada subsérie, os  $J$  erros de cada passo à frente são reamostrados com reposição para produzir  $B$  erros de cada passo à frente. O valor previsto para cada passo à frente (pelo modelo T1 MFLS proposto) é somado a cada um dos  $B$  erros, produzindo  $B$  valores previstos. Estes são ordenados do menor para o maior, e os valores 5% e 95%, são adotados como intervalos da previsão do primeiro passo à frente. Isto é feito para os 24 passos à frente (para todas as subséries estudadas). Este procedimento foi detalhado na Seção 5.2. O número  $B$  de reamostragens foi definido como 5000, seguindo o artigo de Hyndman et al [30].

#### 5.4.1

##### Previsões intervalares para as subséries ERCOT-North

As previsões intervalares das subséries ERCOT-North Madrugada, Manhã, Tarde e Noite, obtidas com o método proposto, são apresentadas nas Figuras 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14, respectivamente.

É possível notar, a partir das figuras, que os intervalos inferior e superior criados para as previsões são bastante consistentes, contendo, em quase todos os pontos, os valores observados (em todas as subséries, há apenas um valor, na subsérie ERCOT-North Manhã, fora do intervalo criado). Nota-se, também, que, no início do horizonte de previsão, os intervalos são mais estreitos. Esta característica é importante, pois indica o modelo tem maior acurácia na previsão dos primeiros passos da série. Além disso, os intervalos se tornam mais informativos quanto à realização da série.

Esta característica é consequência do método proposto: cria conjuntos de erros para cada passo à frente, a partir dos erros *in-sample*, e produz distribuições

<sup>33</sup> A quantidade de erros  $J$  produzida para as subséries SIN-Sudeste Madrugada e Noite não foi aquela que indica a fórmula  $J = m - n - \tau + 1$ . Para a subsérie SIN-Sudeste Madrugada, isto aconteceu, pois buscou-se reduzir o esforço computacional, limitando a quantidade de padrões apresentados ao modelo, para previsão *in-sample*. Para as subséries SIN-Sudeste Tarde e Noite, isto aconteceu, pois alguns padrões apresentados ao modelo não produziram previsões para todos os passos à frente (erro na inferência, por não ativação das regras), de modo que estas foram descartadas. Entende-se que essa (pequena) redução no número  $J$  não afeta a construção dos intervalos de previsão com o método.

*bootstrap* para cada um destes conjuntos. Com isso, consegue replicar uma característica natural de modelos *multi-step*: erros de previsão dos primeiros passos são menores que os erros de previsão dos últimos passos do horizonte de previsão.

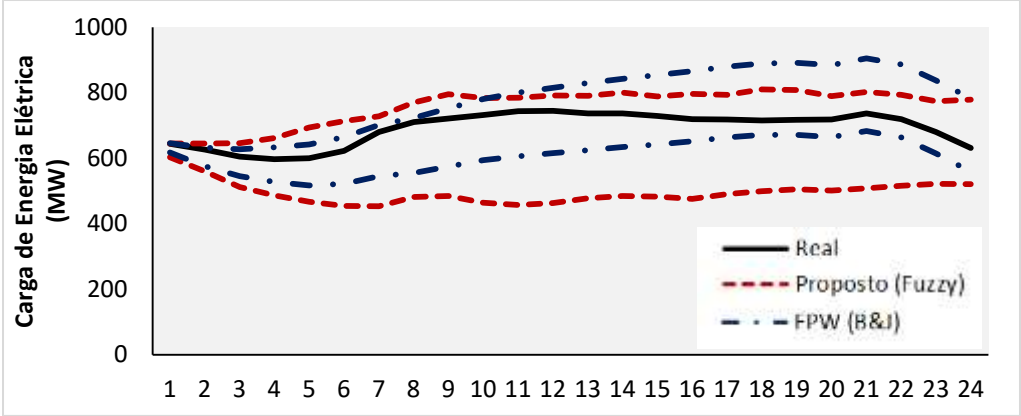


Figura 5.11 – Previsões intervalares para a subsérie ERCOT-North Madrugada

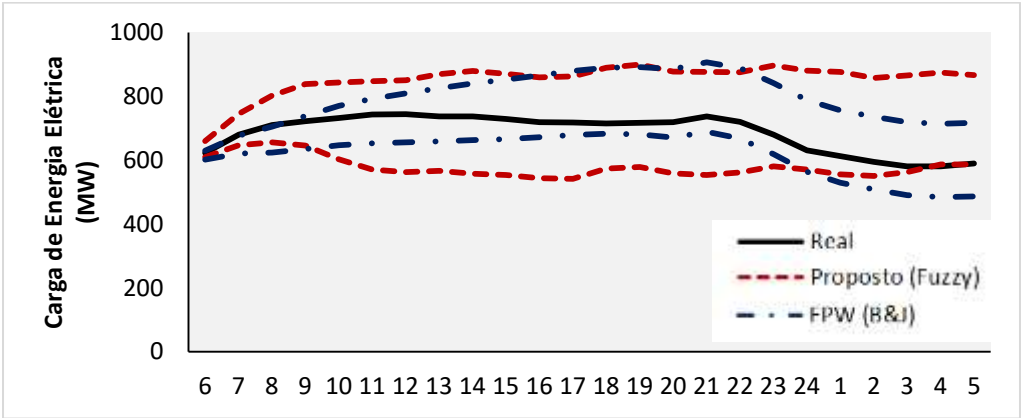


Figura 5.12 – Previsões intervalares para a subsérie ERCOT-North Manhã

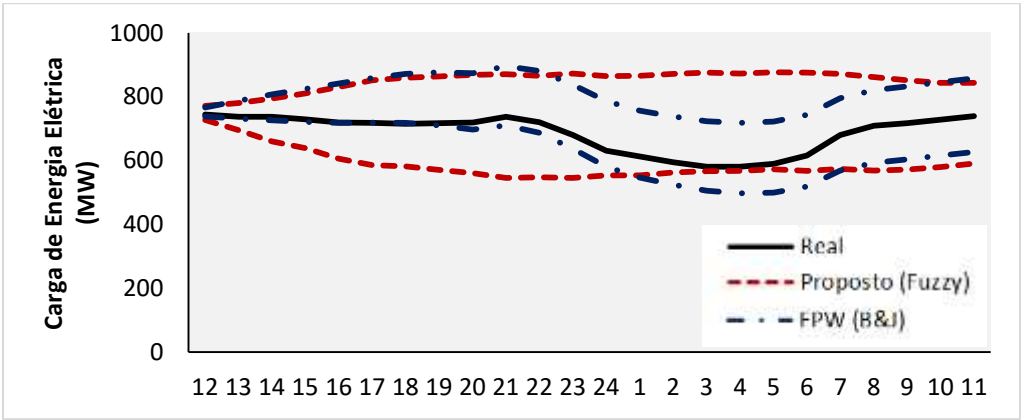


Figura 5.13 – Previsões intervalares para a subsérie ERCOT-North Tarde

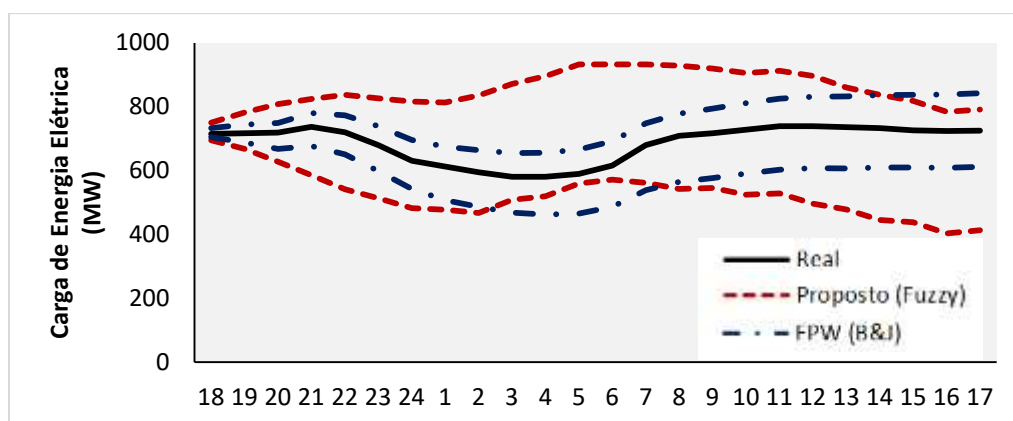


Figura 5.14 – Previsões intervalares para a subsérie ERCOT-North Noite

A cobertura dos intervalos de previsão (PICP) e a largura média dos intervalos (MPIW) de cada subsérie ERCOT-North são apresentados na Tabela 5.13. Conforme exposto no parágrafo anterior, em apenas uma subsérie os intervalos criados não cobriram todos os dados. Mesmo assim, ficou dentro do valor aceitável para a métrica, i.e.,  $PICP \geq (1 - \alpha)\%$ . É possível observar que os intervalos criados pelo FPW tinham uma largura menor que o intervalo criado pelo método proposto, o que é desejável. A cobertura, no entanto, foi prejudicada nas séries da Manhã e da Tarde.

Tabela 5.13 – PICP e MPIW para as previsões intervalares das subséries ERCOT-North

Subsérie	PICP		MPIW	
	Proposto (Fuzzy)	FPW (B&J)	Proposto (Fuzzy)	FPW (B&J)
<b>Madrugada</b>	100,00%	100,00%	263,16	176,17
<b>Manhã</b>	95,83%	91,67%	274,18	177,78
<b>Tarde</b>	100,00%	91,67%	263,00	177,65
<b>Noite</b>	100,00%	100,00%	329,75	177,54

#### 5.4.2

#### Previsões intervalares para as subséries SIN-Sudeste

As previsões intervalares das subséries SIN-Sudeste Madrugada, Manhã, Tarde e Noite, obtidas com o método proposto, são apresentadas nas Figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18, respectivamente.

Alguns pontos a ressaltar das previsões intervalares para as subséries SIN-Sudeste, com o método proposto, são: elas são consistentes, no geral, mas, quando

os erros de previsão são muito baixos (como nas subséries Madrugada e Noite), a cobertura dos PIs é prejudicada (principalmente nos primeiros passos da previsão). Este fato é refletido na métrica PICP.

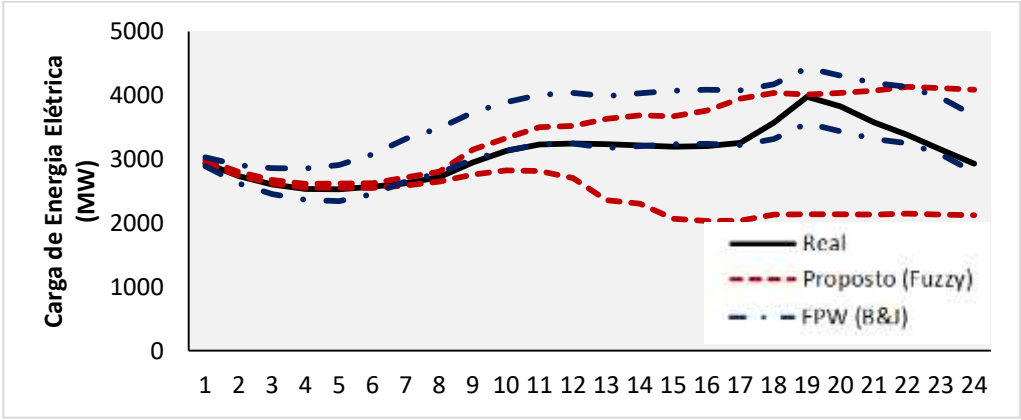


Figura 5.15 – Previsões intervalares para a subsérie SIN-Sudeste Madrugada

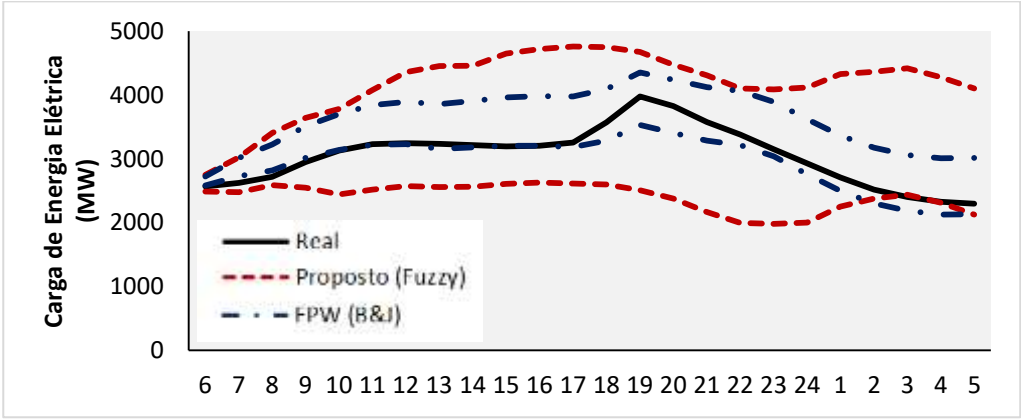


Figura 5.16 – Previsões intervalares para a subsérie SIN-Sudeste Manhã

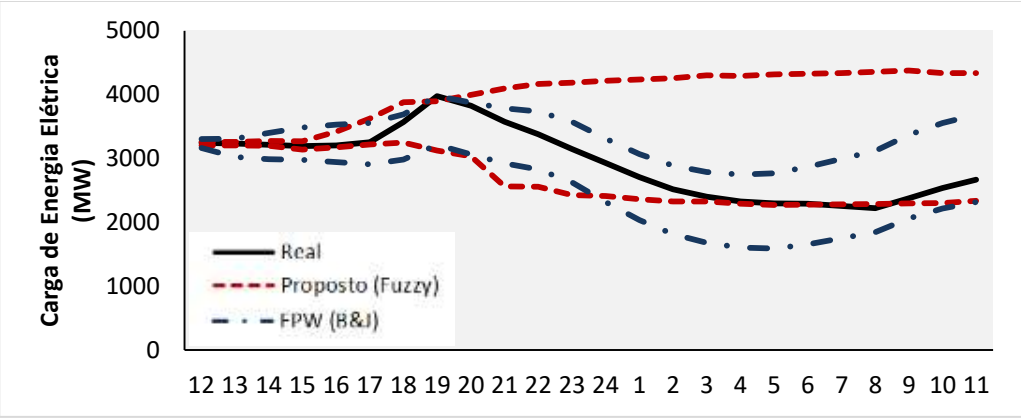


Figura 5.17 – Previsões intervalares para a subsérie SIN-Sudeste Tarde

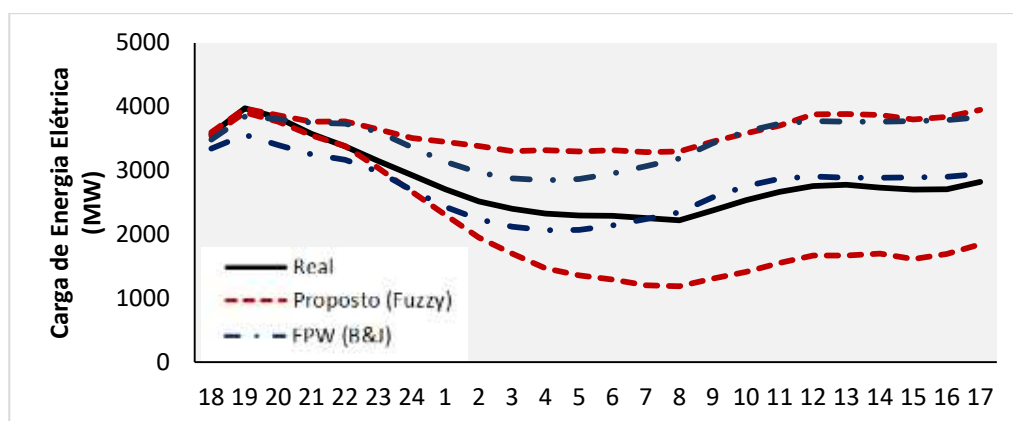


Figura 5.18 – Previsões intervalares para a subsérie SIN-Sudeste Noite

A cobertura dos intervalos de previsão (PICP) e a média da largura dos intervalos (MPIW) de cada subsérie SIN-Sudeste, são apresentados na Tabela 5.14. Conforme exposto anteriormente, o pequeno erro nos primeiros passos da previsão contribui para a cobertura não tão adequada dos intervalos de previsão criados para os primeiros passos da previsão: os PICPs das previsões intervalares das subséries SIN-Sudeste Madrugada e Noite estão abaixo do corte desejado, i.e.,  $PICP \geq (1 - \alpha)\%$ . As previsões intervalares do FPW novamente apresentaram largura menor que a do método proposto; sua cobertura, no entanto, demonstrou ser baixa para quase todas as séries SIN-Sudeste estudadas, o que não é desejável. A cobertura do método proposto, neste sentido, foi maior que a do FPW.

Tabela 5.14 – PICP e MPIW para as previsões intervalares das subséries SIN-Sudeste

Subsérie	PICP		MPIW	
	Proposto (Fuzzy)	FPW (B&J)	Proposto (Fuzzy)	FPW (B&J)
<b>Madrugada</b>	83,33%	70,83%	1019,94	718,54
<b>Manhã</b>	95,83%	75,00%	1763,04	714,56
<b>Tarde</b>	87,50%	100,00%	1339,02	909,95
<b>Noite</b>	91,67%	45,83%	1497,41	720,54

## 5.5 Comentários Gerais

O modelo de sistema de lógica fuzzy T1 MFLS particionado com a heurística proposta apresentou bons resultados de MAPE para as séries estudadas. Analisando os resultados, é possível perceber que o modelo tem um ótimo



desempenho na previsão dos 6-7 primeiros passos à frente, principalmente. No geral, o modelo desempenhou notavelmente melhor que os modelos clássicos de séries temporais fuzzy (FTS Chen e FTS Huarng).

A partição do universo de discurso com a heurística proposta, juntamente com a disponibilidade de uma base de dados relativamente grande para cada uma das séries, foram cruciais para a obtenção destes resultados. A seleção do número de antecedentes também contribuiu para a produção de previsões mais acuradas, em comparação ao caso em que se escolhe, arbitrariamente, esse número. Apesar do modelo ter produzido bons resultados com a heurística e com a metodologia de seleção proposta, há espaço para melhoras. Algumas propostas são apresentadas no Capítulo 6.

As previsões intervalares criadas para as séries estudadas foram satisfatórias. O objetivo de criar previsões intervalares consistentes com o horizonte de previsão foi atingido. O método proposto é promissor, e produz ótimos resultados para a série ERCOT-North, e resultados razoáveis para a série SIN-Sudeste. O estudo de técnicas de previsão intervalar com modelos *multi-step* de inteligência computacional, no entanto, precisa ser mais aprofundado. Novos esquemas de produção de previsões intervalares devem ser investigados, assim como o aprimoramento do método proposto. Técnicas de simulação, como o *bootstrap*, podem ser utilizadas, também, para produzir melhores previsões pontuais com modelos computacionais (conforme sugerido na Seção 5.2).

## 6 Conclusão

Modelos de previsão baseados em inteligência computacional têm sido cada vez mais estudados pela academia, por sua capacidade em representar comportamentos não lineares. Dentre os modelos utilizados na tarefa de previsão, os modelos fuzzy estão entre aqueles mais utilizados, junto aos modelos de redes neurais artificiais. Neste contexto, este trabalho realizou uma extensa pesquisa bibliográfica de modelos fuzzy de previsão de séries temporais, de onde se concluiu que os modelos mais utilizados na literatura são aqueles baseados em séries temporais fuzzy, seguido daqueles baseados em sistemas de lógica fuzzy Takagi-Sugeno e Mamdani. O trabalho, então revisou a literatura sobre modelos fuzzy de previsão, dando ênfase àqueles de séries temporais fuzzy e de sistemas de lógica fuzzy Mamdani.

Dentre as principais questões abordadas na literatura, aquelas que sobressaíram se referiam à partição do universo de discurso das variáveis do modelo e à seleção das variáveis de entrada (este último no contexto da otimização dos modelos). Neste sentido, o trabalho propôs (i) o uso de uma heurística para a partição do universo de discurso das séries temporais, e (ii) a seleção do número de antecedentes do modelo via avaliação de previsões *in-sample*. Ademais, este modelo foi proposto objetivando uma acurácia melhor que a de modelos tradicionais da literatura de previsão de séries temporais.

Os resultados obtidos mostram que o modelo T1 MFLS utilizado apresenta melhor desempenho que os modelos fuzzy clássicos de previsão (i.e., FTS Chen, FTS Huarng), e se mostra competitivo com o modelo estatístico de Box e Jenkins. Os resultados também mostram que o modelo é mais adequado para a previsão de, no máximo, 12 passos à frente, pois o modelo não consegue reproduzir o comportamento das séries para horizontes mais longos (i.e., de 24 passos à frente). Isto acontece devido à natureza da previsão *multi-step*, que, ao mover a janela de entrada, utiliza valores previstos para realizar a previsão.

As previsões pontuais contêm erros em relação aos valores observados, pois a séries temporais reais são estocásticas, ou seja, as realizações futuras dependem de componentes aleatórias, que não podem ser exatamente determinadas por modelos matemáticos. Deste modo, é importante fornecer ao tomador de decisões informações sobre possíveis valores de realização da série temporal e meios de avaliar se o modelo sendo utilizado é acurado ou não. Um modo de se fornecer estas informações é através de previsões intervalares consistentes.

Neste contexto, o trabalho propôs um método de construção de intervalos de previsão para o modelo fuzzy proposto na dissertação. O método é baseado em reamostragem com reposição, e é inspirado no método *bootstrap*. O método proposto produz uma distribuição de erros *bootstrap* para cada passo à frente, com base em erros *in-sample*, de modo que produz previsões intervalares consistentes com o horizonte de previsão. Ele foi elaborado para ser aplicável a modelos que realizam previsões de maneira *multi-step*. Os resultados das previsões intervalares mostram que o método proposto é promissor.

Levando em conta os aspectos expostos, a dissertação atingiu os objetivos propostos, e serve como referência para os temas de modelos fuzzy de previsão de séries temporais, e de construção de sistemas de lógica fuzzy para previsão de séries temporais. Além disso, serve como ponto de partida na discussão de previsões intervalares no âmbito de modelos fuzzy de previsão.

## 6.1 Trabalhos Futuros

O modelo T1 MFLS de previsão pontual, apesar de ter apresentado bons resultados, pode ser aprimorado de diversas maneiras. O método proposto para previsão intervalar, por sua vez, deve ser investigado mais profundamente, verificando-se seu desempenho para diferentes números de  $J$  e  $B$ , e para modelos de diferentes desempenhos (em termos de acurácia *in-sample*). A seguir, algumas propostas específicas de trabalhos futuros:

- Uma das questões mais abordadas da literatura de modelos fuzzy de previsão é a partição do universo de discurso das variáveis sendo modeladas. Esta compromete ou aprimora a previsão feita por um modelo fuzzy. Nesta dissertação, uma heurística foi utilizada para realizar a partição do universo de discurso das séries temporais. Ela

particionou o universo em conjuntos fuzzy triangulares uniformemente distribuídos no universo. Uma proposta de trabalhos futuros consiste em implementar algoritmos que particionem o discurso em conjuntos não uniformes, e que se investigue outras formas de conjuntos fuzzy (e.g., gaussianos, trapezoidas).

- A seleção das variáveis de entrada de um sistema de lógica fuzzy afeta consideravelmente sua previsão. Para séries de características lineares, um meio de se fazer esta seleção (para modelagem univariada) seria através da análise de funções de autocorrelação. Para séries de alta frequência parecidas com a da carga horária de eletricidade, outros métodos de seleção devem ser utilizados. Neste sentido, uma proposta de trabalho futuro consiste em utilizar o método de Informação Mútua para selecionar as variáveis de entrada do modelo de sistema de lógica fuzzy. Outra proposta consiste em aprimorar o modelo selecionando a entrada do modelo a partir de avaliação *in-sample* e meta-heurísticas.
- O defuzzificador de um sistema de lógica fuzzy também afeta a acurácia da previsão. Neste trabalho, foi implementado um defuzzificador bastante simples, o *height defuzzifier*. Uma proposta de trabalho futuro consiste em implementar defuzzificadores que extraiam mais informações do conjunto de saída mapeado pelo modelo, e.g., defuzzificador centroide. Com isso, seria possível aprimorar o modelo proposto nesta dissertação.
- Quando se possui um histórico muito grande de uma série que apresenta múltiplos ciclos, a geração de regras pode ficar comprometida (e.g., devido a um grande número de regras conflitantes). Deste modo, é importante que o sistema de lógica fuzzy priorize regras referentes a períodos mais recentes de tempo, sem, no entanto, recusar regras nunca antes vistas que são geradas a partir de dados referentes a períodos mais longínquos do tempo. No método Wang-Mendel de geração de regras, uma das etapas consiste em atribuir um peso a cada regra. A proposta, então, é adicionar um fator que considere o instante no tempo em que a regra foi gerada. Deste modo, seria possível penalizar regras geradas a um instante de tempo

muito distante do presente, ao mesmo tempo em que seria possível considerar regras sem equivalente, geradas a partir de dados antigos. As regras geradas seriam, então, mais representativas dos valores presentes das séries temporais.

- Verificando que o modelo T1 MFLS utilizado teve melhor desempenho no curto prazo, outra proposta de trabalho futuro é a de construir novos esquemas de previsão com modelos fuzzy (principalmente para previsão de curto prazo de carga elétrica); por exemplo, um esquema de previsão onde cada hora é modelada por um modelo fuzzy.
- Outro trabalho futuro compreende a construção de um modelo MFLS (para previsão pontual) que seja baseado no método de construção de intervalos apresentado nesta dissertação. Neste modelo, as distribuições amostradas para cada passo à frente seriam utilizadas para calcular um novo valor de previsão. Este novo modelo seria, portanto, um *bootstrap-based* MFLS.
- Outro trabalho seria o de criar modelos T2 MFLS e T2 TSK para produção de previsões intervalares de carga.
- Outro trabalho seria o de incluir variáveis exógenas na modelagem fuzzy (e.g., temperatura).
- Por fim, outro trabalho futuro é o de criar um método automático para previsão com sistemas de lógica fuzzy, que contemple (i) seleção de variáveis de entrada do modelo, (ii) construção do sistema fuzzy, e (iii) previsão pontual e intervalar.

- [1] BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. San Francisco: Holden-Day Inc., 1976.
- [2] CHATFIELD, C. **Time-series Forecasting**. Boca Raton: Chapman & Hall / CRC, 2000.
- [3] HOLT, C. C. Forecasting Trend Seasonal by Exponentially Wheighted Averages. **International Journal of Forecasting**, 20, 2004. 5-13.
- [4] HARRISON, P. J.; STEVENS, C. F. Bayesian forecasting. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, 38, n. 3, 1976. 205-247.
- [5] HARRISON, J.; WEST, M. Practical bayesian forecasting. **Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)**, 36, n. 2/3, 1987. 115-125.
- [6] KOROL, T. A fuzzy logic model for forecasting exchange rates. **Knowledge-Based Systems**, 67, September 2014. 49-60.
- [7] ASKARI, S.; MONTAZERIN, N. A high-order multi-variable fuzzy time series forecasting algorithm based on fuzzy clustering. **Expert Systems with Applications**, 42, n. 4, March 2015. 2121-2135.
- [8] KAASTRA, I.; BOYD, M. Designing a neural network for forecasting financial and economic time series. **Neurocomputing**, 10, n. 3, April 1996. 215-236.
- [9] HIPPERT, H. S.; PEDREIRA, C. E.; SOUZA, R. C. Neural networks for short-term load forecasting: A review and evaluation. **IEEE Transactions on Power Systems**, 16, n. 1, February 2001. 44-55.
- [10] SANTAMARÍA-BONFIL, G.; REYES-BALLESTEROS, A.; GERSHENSON, C. Wind speed forecasting for wind farms: A method based on support vector regression. **Renewable Energy**, 85, January 2016.

790-809.

- [11] PAI, P.-F. et al. Time series forecasting by a seasonal support vector regression model. **Expert Systems with Applications**, 37, n. 6, June 2010. 4261-4265.
- [12] KOCADAGLI, O.; ASIKGIL, B. Nonlinear time series forecasting with Bayesian neural networks. **Expert Systems with Applications**, 41, n. 15, November 2014. 6596-6610.
- [13] CHANG, P.-C.; WU, J.-L.; LIN, J.-J. A Takagi-Sugeno fuzzy model combined with a support vector regression for stock trading forecasting. **Applied Soft Computing Journal**, 38, January 2016. 831-842.
- [14] LAWRENCE, M. et al. Judgmental forecasting: A review of progress over the last 25 years. **International Journal of Forecasting**, 22, n. 3, 2006. 493-518.
- [15] YAN, W. Toward automatic time-series forecasting using neural networks. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, 23, n. 7, June 2012. 1028-1039.
- [16] SUDHEER, G.; SUSEELATHA, A. Short term load forecasting using wavelet transform combined with Holt-Winters and weighted nearest neighbor models. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, 64, January 2015. 340-346.
- [17] HAYKIN, S. **Neural Networks: A Comprehensive Foundation**. [S.l.]: Prentice Hall, 1999.
- [18] MENDEL, J. M. Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial. **Proceedings of the IEEE**, 83, n. 3, March 1995. 345-377.
- [19] KHOSRAVI, A. et al. Interval type-2 fuzzy logic systems for load forecasting: A comparative study. **IEEE Transactions on Power Systems**, 27, n. 3, February 2012. 1274-1282.
- [20] GHAYEKHLOO, M.; MENHAJ, M. B.; GHOFRANI, M. A hybrid short-term load forecasting with a new data preprocessing framework. **Electric Power Systems Research**, 119, February 2015. 138-148.
- [21] GROSS, G.; GALIANA, F. D. Short-term load forecasting. **Proceedings of the IEEE**, 75, n. 12, December 1987. 1558-1573.

- [22] KHWAJA, A. S. et al. Improved short-term load forecasting using bagged neural networks. **Electric Power Systems Research**, 125, August 2015. 109-115.
- [23] PASCUAL, L.; ROMO, J.; RUIZ, E. Bootstrap prediction intervals for power-transformed time series. **International Journal of Forecasting**, 21, n. 2, April 2005. 219-235.
- [24] SHENG, C. et al. Prediction intervals for a noisy nonlinear time series based on a bootstrapping reservoir computing network ensemble. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, 24, n. 7, March 2013. 1036-1048.
- [25] ZHANG, C. et al. Direct interval forecasting of wind speed using radial basis function neural networks in a multi-objective optimization framework. **Neurocomputing**, 205, September 2016. 53-63.
- [26] KHOSRAVI, A.; NAHAVANDI, S.; CREIGHTON, D. Quantifying uncertainties of neural network-based electricity price forecasts. **Applied Energy**, 112, December 2013. 120-129.
- [27] KHOSRAVI, A. et al. Comprehensive review of neural network-based prediction intervals and new advances. **IEEE Transactions on Neural Networks**, 22, n. 9, September 2011. 1341-1356.
- [28] WAN, C. et al. Probabilistic forecasting of wind power generation using extreme learning machine. **IEEE Transactions on Power Systems**, 29, n. 3, May 2014. 1033-1044.
- [29] EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. **An Introduction to the Bootstrap**. New York: Chapman & Hall, 1993.
- [30] HYNDMAN, R. J. et al. A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. **International Journal of Forecasting**, 18, n. 3, July-September 2002. 439-454.
- [31] LAM, J.-P.; VEALL, M. R. Bootstrap prediction intervals for single period regression forecasts. **International Journal of Forecasting**, 18, n. 1, January-March 2002. 125-130.
- [32] ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. **Information and Control**, 8, n. 3, June 1965. 338-353.



- [33] TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, SMC-15, n. 1, January 1985. 116-132.
- [34] NOZAKI, K.; ISHIBUCHI, H.; TANAKA, H. A simple but powerful heuristic method for generating fuzzy rules from numerical data. **Fuzzy Sets and Systems**, 86, n. 3, March 1997. 251-270.
- [35] JANIKOW, C. Z. Fuzzy decision trees: Issues and methods. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics**, 28, n. 1, February 1998. 1-14.
- [36] KOSKO, B. Fuzzy cognitive maps. **International Journal of Man-Machine Studies**, 24, n. 1, January 1986. 65-75.
- [37] SONG, Q.; CHISSOM, B. S. Fuzzy time series and its models. **Fuzzy Sets and Systems**, 54, n. 3, March 1993. 269-277.
- [38] WANG, L.-X.; MENDEL, J. M. Generating Fuzzy Rules by Learning from Examples. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, 22, n. 6, November/December 1992. 1414-1427.
- [39] HUARNG, K. Effective lengths of intervals to improve forecasting in fuzzy time series. **Fuzzy Sets and Systems**, 123, n. 3, 1 November 2001. 387-394.
- [40] STOJANOVIC, M. B. et al. A methodology for training set instance selection using mutual information in time series prediction. **Neurocomputing**, 141, October 2014. 236-245.
- [41] CRONE, S. F.; KOURENTZES, N. Feature selection for time series prediction - A combined filter and wrapper approach for neural networks. **Neurocomputing**, 73, n. 10-12, June 2010. 1923-1936.
- [42] THOMÉ, A. M. T. et al. Sales and operations planning: A research synthesis. **International Journal of Production Economics**, 138, n. 1, July 2012. 1-13.
- [43] LIAO, G.-C. Hybrid improved differential evolution and wavelet neural network with load forecasting problem of air conditioning. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, 61, October 2014. 673-682.

- [44] SENJYU, T. et al. Next day load curve forecasting using hybrid correction method. **IEEE Transactions on Power Systems**, 20, n. 1, February 2005. 102-109.
- [45] BAKIRTZIS, A. G. et al. Short term load forecasting using fuzzy neural networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, 10, n. 3, August 1995. 1518-1524.
- [46] KUO, R. J.; XUE, K. C. Fuzzy neural networks with application to sales forecasting. **Fuzzy Sets and Systems**, 108, n. 2, December 1999. 123-143.
- [47] MANDAL, P. et al. A novel hybrid approach using wavelet, firefly algorithm and fuzzy ARTMAP for day-ahead electricity price forecasting. **IEEE Transactions on Power Systems**, 28, n. 2, May 2013. 1041-1051.
- [48] RUAN, J.; WANG, X.; SHI, Y. Developing fast predictors for large-scale time series using fuzzy granular support vector machines. **Applied Soft Computing Journal**, 13, n. 9, September 2013. 3981-4000.
- [49] WANG, F.-K.; CHANG, K.-K.; TZENG, C.-W. Using adaptive network-based fuzzy inference system to forecast automobile sales. **Expert Systems with Applications**, 38, n. 8, August 2011. 10587-10593.
- [50] YUN, Z. et al. RBF neural network and ANFIS-based short-term load forecasting approach in real-time price environment. **IEEE Transactions on Power Systems**, 23, n. 3, 2008. 853-858.
- [51] LU, W. et al. Using interval information granules to improve forecasting in fuzzy time series. **International Journal of Approximate Reasoning**, 57, February 2015. 1-18.
- [52] EGRIOGLU, E. et al. Finding an optimal interval length in high order fuzzy time series. **Expert Systems with Applications**, 37, n. 7, July 2010. 5052-5055.
- [53] HUARNG, K.-H.; YU, T. H.-K.; HSU, Y. W. A multivariate heuristic model for fuzzy time-series forecasting. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics**, 37, n. 4, August 2007. 836-846.
- [54] CHENG, S.-H.; CHEN, S.-M.; JIAN, W.-S. Fuzzy time series forecasting based on fuzzy logical relationships and similarity measures. **Information**

- Sciences**, 327, January 2016. 272-287.
- [55] CHEN, S.-M.; KAO, P.-Y. TAIEEX forecasting based on fuzzy time series, particle swarm optimization techniques and support vector machines. **Information Sciences**, 247, October 2013. 62-71.
- [56] HUARNG, K. Heuristic models of fuzzy time series for forecasting. **Fuzzy Sets and Systems**, 123, n. 3, November 2001. 369-386.
- [57] LEE, L.-W.; WANG, L.-H.; CHEN, S.-M. Temperature prediction and TAIEX forecasting based on fuzzy logical relationships and genetic algorithms. **Expert Systems with Applications**, 33, n. 3, October 2007. 539-550.
- [58] PARK, J.-I. et al. TAIEX and KOSPI 200 forecasting based on two-factors high-order fuzzy time series and particle swarm optimization. **Expert Systems with Applications**, 37, n. 2, March 2010. 959-967.
- [59] TEOH, H. J. et al. A hybrid multi-order fuzzy time series for forecasting stock markets. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 4, May 2009. 7888-7897.
- [60] CHEN, S.-M.; CHEN, S.-W. Fuzzy forecasting based on two-factors second-order fuzzy-trend logical relationship groups and the probabilities of trends of fuzzy logical relationships. **IEEE Transactions on Cybernetics**, 45, n. 3, March 2015. 405-417.
- [61] LEU, Y.; LEE, C.-P.; JOU, Y.-Z. A distance-based fuzzy time series model for exchange rates forecasting. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 4, May 2009. 8107-8114.
- [62] CHEN, S.-M. et al. Fuzzy forecasting based on two-factors second-order fuzzy-trend logical relationship groups and particle swarm optimization techniques. **IEEE Transactions on Cybernetics**, 43, n. 3, June 2013. 1102-1117.
- [63] GOU, J. et al. Improving Wang-Mendel method performance in fuzzy rules generation using fuzzy C-means clustering algorithm. **Neurocomputing**, 151, n. P3, March 2015. 1293-1304.
- [64] SADA EI, H. J. et al. Short-term load forecasting using a hybrid model with a refined exponentially weighted fuzzy time series and an improved

- harmony search. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, 62, November 2014. 118-129.
- [65] WANG, J.; XIONG, S. A hybrid forecasting model based on outlier detection and fuzzy time series - A case study on Hainan wind farm of China. **Energy**, 76, November 2014. 526-541.
- [66] MONFARED, M.; RASTEGAR, H.; KOJABADI, H. M. A new strategy for wind speed forecasting using artificial intelligent methods. **Renewable Energy**, 34, n. 3, March 2009. 845-848.
- [67] LOHANI, A. K.; GOEL, N. K.; BHATIA, K. K. S. Improving real time flood forecasting using fuzzy inference system. **Journal of Hydrology**, 509, February 2014. 25-41.
- [68] NAYAK, P. C.; SUDHEER, K. P.; RAMASASTRI, K. S. Fuzzy computing based rainfall-runoff model for real time flood forecasting. **Hydrological Processes**, 19, n. 4, March 2005. 955-968.
- [69] LEE, L.-W.; WANG, L.-H.; CHEN, S.-M. Temperature prediction and TAIEX forecasting based on high-order fuzzy logical relationships and genetic simulated annealing techniques. **Expert Systems with Applications**, 34, n. 1, January 2008. 328-336.
- [70] WANG, N.-Y.; CHEN, S.-M. Temperature prediction and TAIEX forecasting based on automatic clustering techniques and two-factors high-order fuzzy time series. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 2 (Part 1), March 2009. 2143-2154.
- [71] ÖZGER, M. Comparison of fuzzy inference systems for streamflow prediction. **Hydrological Sciences Journal**, 54, n. 2, 2009. 261-273.
- [72] HAN, D. et al. River flow modelling using fuzzy decision trees. **Water Resources Management**, 16, n. 6, 2002. 431-445.
- [73] LI, S.-T. et al. Deterministic vector long-term forecasting for fuzzy time series. **Fuzzy Sets and Systems**, 161, n. 13, July 2010. 1852-1870.
- [74] LIANG, Q.; MENDEL, J. M. Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and design. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 8, n. 5, October 2000. 535-550.
- [75] KARNIK, N. N.; MENDEL, J. M. Applications of type-2 fuzzy logic

- systems to forecasting of time-series. **Information Sciences**, 120, n. 1, November 1999. 89-111.
- [76] SONG, Q.; CHISSOM, B. S. Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part I. **Fuzzy Sets and Systems**, 54, n. 1, February 1993. 1-9.
- [77] SONG, Q.; CHISSOM, B. S. Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part II. **Fuzzy Sets and Systems**, 62, n. 1, February 1994. 1-8.
- [78] CHEN, S.-M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series. **Fuzzy Sets and Systems**, 81, n. 3, 1996. 311-319.
- [79] LIU, T.-K.; CHEN, Y.-P.; CHOU, J.-H. Extracting fuzzy relations in fuzzy time series model based on approximation concepts. **Expert Systems with Applications**, 38, n. 9, September 2011. 11624-11629.
- [80] YU, H.-K. A refined fuzzy time-series model for forecasting. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 346, n. 3-4, February 2005. 657-681.
- [81] CHEN, S.-M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series. **Cybernetics and Systems**, 33, n. 1, January 2002. 1-16.
- [82] OWN, C.-M.; YU, P.-T. Forecasting fuzzy time series on a heuristic high-order model. **Cybernetics and Systems**, 36, n. 7, October 2005. 705-717.
- [83] GANGWAR, S. S.; KUMAR, S. Partitions based computational method for high-order fuzzy time series forecasting. **Expert Systems with Applications**, 39, n. 15, November 2012. 12158-12164.
- [84] ALADAG, C. H. et al. A new time invariant fuzzy time series forecasting method based on particle swarm optimization. **Applied Soft Computing Journal**, 12, n. 10, October 2012. 3291-3299.
- [85] SINGH, S. R. A simple time variant method for fuzzy time series forecasting. **Cybernetics and Systems**, 38, n. 3, March 2007. 305-321.
- [86] WONG, W.-K.; BAI, E.; CHU, A. W.-C. Adaptive time-variant models for fuzzy-time-series forecasting. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics**, 40, n. 6, December 2010. 1531-1542.
- [87] CHEN, S.-M.; TANUWIJAYA, K. Multivariate fuzzy forecasting based on fuzzy time series and automatic clustering techniques. **Expert Systems**

- with Applications**, 38, n. 8, August 2011. 10594-10605.
- [88] YOLCU, U. et al. A new approach for determining the length of intervals for fuzzy time series. **Applied Soft Computing Journal**, 9, n. 2, March 2009. 647-651.
- [89] WANG, L.; LIU, X.; PEDRYCZ, W. Effective intervals determined by information granules to improve forecasting in fuzzy time series. **Expert Systems with Applications**, 40, n. 14, October 2013. 5673-5679.
- [90] GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- [91] KENNEDY, J.; EBERHART, R. **Particle swarm optimization**. IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, WA: [s.n.]. 1995. p. 1942-1948.
- [92] ATASHPAZ-GARGARI, E.; LUCAS, C. **Imperialist competitive algorithm**: An algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. IEEE Congress on Evolutionary Computation. [S.l.]: [s.n.]. 2007. p. 4661-4667.
- [93] DORIGO, M.; STÜTZLE, T. **Ant Colony Optimization**. Londres: The MIT Press, 2004.
- [94] BEZDEK, J. C.; EHRLICH, R.; FULL, W. FCM: The fuzzy c-means clustering algorithm. **Computers and Geosciences**, 10, n. 2-3, 1984. 191-203.
- [95] CHEN, S.-M.; WANG, N.-Y.; PAN, J.-S. Forecasting enrollments using automatic clustering techniques and fuzzy logical relationships. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 8, October 2009. 11070-11076.
- [96] GATH, I.; GEVA, A. B. Unsupervised optimal fuzzy clustering. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, 11, n. 7, July 1989. 773-780.
- [97] PEDRYCZ, W.; VUKOVICH, G. Abstraction and specialization of information granules. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics**, 31, n. 1, February 2001. 106-111.
- [98] EGRIOGLU, E. et al. Fuzzy time series forecasting method based on

- Gustafson-Kessel fuzzy clustering. **Expert Systems with Applications**, 38, n. 8, August 2011. 10355-10357.
- [99] EGRIOGLU, E. PSO-based high order time invariant fuzzy time series method: Application to stock exchange data. **Economic Modelling**, 38, February 2014. 633-639.
- [100] ASKARI, S.; MONTAZERIN, N.; ZARANDI, M. H. F. A clustering based forecasting algorithm for multivariable fuzzy time series using linear combinations of independent variables. **Applied Soft Computing Journal**, 35, October 2015. 151-160.
- [101] HUANG, K.; YU, T. H.-K. Ratio-based lengths of intervals to improve fuzzy time series forecasting. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics**, 36, n. 2, April 2006. 328-340.
- [102] SINGH, P.; BORAH, B. Forecasting stock index price based on M-factors fuzzy time series and particle swarm optimization. **International Journal of Approximate Reasoning**, 55, n. 3, March 2014. 812-833.
- [103] HUANG, Y.-L. et al. A hybrid forecasting model for enrollments based on aggregated fuzzy time series and particle swarm optimization. **Expert Systems with Applications**, 38, n. 7, July 2011. 8014-8023.
- [104] CHEN, S.-M.; CHUNG, N.-Y. Forecasting enrollments of students by using fuzzy time series and genetic algorithms. **International Journal of Information and Management Sciences**, 17, n. 3, September 2006. 1-17.
- [105] CHEN, S.-M.; CHUNG, N.-Y. Forecasting enrollments using high-order fuzzy time series and genetic algorithms. **International Journal of Intelligent Systems**, 21, n. 5, May 2006. 485-501.
- [106] CAI, Q. et al. A new fuzzy time series forecasting model combined with ant colony optimization and auto-regression. **Knowledge-Based Systems**, 74, January 2015. 61-68.
- [107] ENAYATIFAR, R. et al. Imperialist competitive algorithm combined with refined high-order weighted fuzzy time series (RHWTFs-ICA) for short term load forecasting. **Energy Conversion and Management**, 76, December 2013. 1104-1116.
- [108] CHEN, S.-M.; TANUWIJAYA, K. Fuzzy forecasting based on high-order

- fuzzy logical relationships and automatic clustering techniques. **Expert Systems with Applications**, 38, n. 12, November 2011. 15425-15437.
- [109] CHEN, S.-M.; WANG, N.-Y. Fuzzy forecasting based on fuzzy-trend logical relationship groups. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics**, 40, n. 5, October 2010. 1343-1358.
- [110] LI, S.-T. et al. A vector forecasting model for fuzzy time series. **Applied Soft Computing Journal**, 11, n. 3, April 2011. 3125-3134.
- [111] LI, S.-T.; CHENG, Y.-C.; LIN, S.-Y. A FCM-based deterministic forecasting model for fuzzy time series. **Computers and Mathematics with Applications**, 56, n. 12, December 2008. 3052-3063.
- [112] WANG, L. et al. Determination of temporal information granules to improve forecasting in fuzzy time series. **Expert Systems with Applications**, 41, n. 6, May 2014. 3134-3142.
- [113] HUARNG, K.; YU, T. H.-K. The application of neural networks to forecast fuzzy time series. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 363, n. 2, May 2006. 481-491.
- [114] YU, H.-K. Weighted fuzzy time series models for TAIEX forecasting. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 349, n. 3-4, April 2005. 609-624.
- [115] MAMDANI, E. H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. **IEEE Transactions on Computers**, C-26, n. 12, December 1977. 1182-1191.
- [116] USLU, V. R. et al. A fuzzy time series approach based on weights determined by the number of recurrences of fuzzy relations. **Swarm and Evolutionary Computation**, 15, April 2014. 19-26.
- [117] YU, T. H.-K.; HUARNG, K.-H. A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX. **Expert Systems with Applications**, 34, n. 4, May 2008. 2945-2952.
- [118] ALADAG, C. H. et al. Forecasting in high order fuzzy time series by using neural networks to define fuzzy relations. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 3 (Part 1), April 2009. 4228-4231.
- [119] EGRIOGLU, E. et al. A new hybrid approach based on SARIMA and



- partial high order bivariate fuzzy time series forecasting model. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 4, May 2009. 7424-7434.
- [120] EGRIOGLU, E. et al. A new approach based on artificial neural networks for high order multivariate fuzzy time series. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 7, September 2009. 10589-10594.
- [121] YU, T. H.-K.; HUARNING, K.-H. A neural network-based fuzzy time series model to improve forecasting. **Expert Systems with Applications**, 37, n. 4, April 2010. 3366-3372.
- [122] ALADAG, C. H.; YOLCU, U.; EGRIOGLU, E. A high order fuzzy time series forecasting model based on adaptive expectation and artificial neural networks. **Mathematics and Computers in Simulation**, 81, n. 4, December 2010. 875-882.
- [123] LI, S.-T.; CHENG, Y.-C. Deterministic fuzzy time series model for forecasting enrollments. **Computers and Mathematics with Applications**, 53, n. 12, June 2007. 1904-1920.
- [124] HUARNING, K.; YU, H.-K. A type 2 fuzzy time series model for stock index forecasting. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 353, n. 1-4, August 2005. 445-462.
- [125] CHEN, S.-M.; HSU, C.-C. A new approach for handling forecasting problems using high-order fuzzy time series. **Intelligent Automation and Soft Computing**, 14, n. 1, 2008. 29-43.
- [126] ALADAG, C. H. et al. Fuzzy lagged variable selection in fuzzy time series with genetic algorithms. **Applied Soft Computing Journal**, 22, September 2014. 465-473.
- [127] STEPNIKA, M. et al. A linguistic approach to time series modeling with the help of F-transform. **Fuzzy Sets and Systems**, 180, n. 1, October 2011. 164-184.
- [128] MENDEL, J. M.; MOUZOURIS, G. C. Designing fuzzy logic systems. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing**, 44, n. 11, November 1997. 885-895.
- [129] MAMDANI, E. H. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**,

- 121, n. 12, December 1974. 1585-1588.
- [130] LIANG, Q.; MENDEL, J. M. **An introduction to type-2 TSK fuzzy logic systems**. 1999 IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings. Seoul: [s.n.]. 1999. p. 1534-1539.
- [131] MOUZOURIS, G. C.; MENDEL, J. M. Nonsingleton fuzzy logic systems: Theory and application. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 5, n. 1, February 1997. 56-71.
- [132] KARNIK, N. N.; MENDEL, J. M.; LIANG, Q. Type-2 fuzzy logic systems. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 7, n. 6, December 1999. 643-658.
- [133] MENDEL, J. M. General type-2 fuzzy logic systems made simple: A tutorial. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 22, n. 5, October 2014. 1162-1182.
- [134] LIANG, Q.; MENDEL, J. M. Designing interval type-2 fuzzy logic systems using an SVD-QR method: Rule reduction. **International Journal of Intelligent Systems**, 15, n. 10, October 2000. 939-957.
- [135] COSGUN, Ö.; EKINCI, Y.; YANIK, S. Fuzzy rule-based demand forecasting for dynamic pricing of a maritime company. **Knowledge-Based Systems**, 70, November 2014. 88-96.
- [136] YANG, X. et al. An improved WM method based on PSO for electric load forecasting. **Expert Systems with Applications**, 37, n. 12, December 2010. 8036-8041.
- [137] LIANG, Q. Ad hoc wireless network traffic - Self-similarity and forecasting. **IEEE Communication Letters**, 6, n. 7, July 2002. 297-299.
- [138] GUILLAUME, S. Designing fuzzy inference systems from data: An interpretability-oriented review. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 9, n. 3, June 2001. 426-443.
- [139] CHOW, M.-Y.; TRAM, H. Application of fuzzy logic technology for spatial load forecasting. **IEEE Transactions on Power Systems**, 12, n. 3, August 1997. 1360-1366.
- [140] LI, G. et al. Day-ahead electricity price forecasting in a grid environment. **IEEE Transactions on Power Systems**, 22, n. 1, February 2007. 266-274.

- [141] GHANBARI, A. et al. A cooperative ant colony optimization-genetic algorithm approach for construction of energy demand forecasting knowledge-based expert systems. **Knowledge-Based Systems**, 39, February 2013. 194-206.
- [142] HADAVANDI, E.; SHAVANDI, H.; GHANBARI, A. An improved sales forecasting approach by the integration of genetic fuzzy systems and data clustering: Case study of printed circuit board. **Expert Systems with Applications**, 38, n. 8, August 2011. 9392-9399.
- [143] CHANG, P.-C.; LIU, C.-H.; WANG, Y.-W. A hybrid model by clustering and evolving fuzzy rules for sales decision supports in printed circuit board industry. **Decision Support Systems**, 42, n. 3, December 2006. 1254-1269.
- [144] DIMITRIOU, L.; TSEKERIS, T.; STATHOPOULOS, A. Adaptive hybrid fuzzy rule-based system approach for modeling and predicting urban traffic flow. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, 16, n. 5, October 2008. 554-573.
- [145] HADAVANDI, E. et al. Tourist arrival forecasting by evolutionary fuzzy systems. **Tourism Management**, 32, n. 5, October 2011. 1196-1203.
- [146] HADAVANDI, E. et al. Developing a hybrid artificial intelligence model for outpatient visits forecasting in hospitals. **Applied Soft Computing Journal**, 12, n. 2, February 2012. 700-711.
- [147] SUGENO, M.; KANG, G. T. Structure identification of fuzzy model. **Fuzzy Sets and Systems**, 28, n. 1, October 1988. 15-33.
- [148] MASTOROCOSTAS, P. A.; THEOCHARIS, J. B.; BAKIRTZIS, A. G. Fuzzy modeling for short term load forecasting using the orthogonal least squares method. **IEEE Transactions on Power Systems**, 14, n. 1, February 1999. 29-36.
- [149] VERNIEUWE, H. et al. Comparison of data-driven Takagi-Sugeno models of rainfall-discharge dynamics. **Journal of Hydrology**, 302, n. 1-4, February 2005. 173-186.
- [150] BIREK, L.; PETROVIC, D.; BOYLAN, J. Water leakage forecasting: The application of a modified fuzzy evolving algorithm. **Applied Soft Computing Journal**, 14, n. PART B, January 2014. 305-315.

- [151] TANAKA, H.; UEJIMA, S.; ASAI, K. Linear regression analysis with fuzzy model. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, SMC-12, n. 6, November 1982. 903-907.
- [152] AZADEH, A.; ZIAEI, B.; MOGHADDAM, M. A hybrid fuzzy regression-fuzzy cognitive map algorithm for forecasting and optimization of housing market fluctuations. **Expert Systems with Applications**, 39, n. 1, January 2012. 298-315.
- [153] TANAKA, H. Fuzzy data analysis by possibilistic linear models. **Fuzzy Sets and Systems**, 24, n. 3, December 1987. 363-375.
- [154] TANAKA, H.; WATADA, J. Possibilistic linear systems and their application to the linear regression model. **Fuzzy Sets and Systems**, 27, n. 3, September 1988. 275-289.
- [155] TANAKA, H.; HAYASHI, I.; WATADA, J. Possibilistic linear regression analysis for fuzzy data. **European Journal of Operational Research**, 40, n. 3, June 1989. 389-396.
- [156] HONG, T.; WANG, P. Fuzzy interaction regression for short term load forecasting. **Fuzzy Optimization and Decision Making**, 13, n. 1, March 2014. 91-103.
- [157] AZADEH, A.; KHAKESTANI, M.; SABERI, M. A flexible fuzzy regression algorithm for forecasting oil consumption estimation. **Energy Policy**, 37, n. 12, December 2009. 5567-5579.
- [158] SONG, K.-B. et al. Short-term load forecasting for the holidays using fuzzy linear regression method. **IEEE Transactions on Power Systems**, 20, n. 1, February 2005. 96-101.
- [159] DEMIRCI, M.; RECASENS, J. Fuzzy groups, fuzzy functions and fuzzy equivalence relations. **Fuzzy Sets and Systems**, 144, n. 3, June 2004. 441-458.
- [160] LAI, R. K. et al. Evolving and clustering fuzzy decision tree for financial time series data forecasting. **Expert Systems with Applications**, 36, n. 2 PART 2, March 2009. 3761-3773.
- [161] STACH, W.; KURGAN, L. A.; PEDRYCZ, W. Numerical and linguistic prediction of time series with the use of fuzzy cognitive maps. **IEEE**

- Transactions on Fuzzy Systems**, 16, n. 1, February 2008. 61-72.
- [162] GOLEC, A. et al. Forecasting model of Shanghai and CRB commodity indexes. **Expert Systems with Applications**, 39, n. 10, August 2012. 9275-9281.
- [163] DI MARTINO, F.; LOIA, V.; SESSA, S. Fuzzy transforms method in prediction data analysis. **Fuzzy Sets and Systems**, 180, n. 1, October 2011. 146-163.
- [164] SÁEZ, D. et al. Fuzzy prediction interval models for forecasting renewable resources and loads in microgrids. **IEEE Transactions on Smart Grid**, 6, n. 2, March 2010. 548-556.
- [165] PINSON, P.; KARINIOTAKIS, G. Conditional prediction intervals of wind power generation. **IEEE Transactions on Power Systems**, 25, n. 4, November 2010. 1845-1856.
- [166] CHEN, S.-T.; YU, P.-S. Real-time probabilistic forecasting of flood stages. **Journal of Hydrology**, 340, n. 1-2, June 2007. 63-77.
- [167] LI, L.; LIN, W.-H.; LIU, H. Type-2 fuzzy logic approach for short-term traffic forecasting. **IEEE Proceedings: Intelligent Transport Systems**, 153, n. 1, 2006. 33-40.
- [168] KHOSRAVI, A.; NAHAVANDI, S. An interval type-2 fuzzy logic system-based method for prediction interval construction. **Applied Soft Computing**, 24, November 2014. 222-231.
- [169] KHOSRAVI, A. et al. **Prediction interval construction using interval type-2 fuzzy logic systems**. 2012 IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Brisbane: [s.n.]. 2012.
- [170] WANG, L.-X. The WM method completed: A flexible fuzzy system approach to data mining. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, 11, n. 6, December 2003. 768-782.
- [171] WANG, L.-X. **A Course in Fuzzy Systems and Control**. [S.l.]: Prentice Hall International, Inc, 1997.
- [172] LARSEN, P. M. Industrial applications of fuzzy logic control. **International Journal of Man-Machine Studies**, 12, n. 1, January 1980. 3-10.

- [173] CHATFIELD, C. **The analysis of time series: An introduction**. 4<sup>a</sup>. ed. London: Chapman and Hall, 1989.
- [174] HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. Another look at measures of forecast accuracy. **International Journal of Forecasting**, 22, n. 4, October 2006. 679-688.
- [175] KHOSRAVI, A. et al. Constructing optimal prediction intervals by using neural networks and bootstrap method. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, 26, n. 8, August 2015. 1810-1815.
- [176] KHOSRAVI, A.; NAHAVANDI, S.; CREIGHTON, D. Prediction intervals for short-term wind farm power generation forecasts. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, 4, n. 3, July 2013. 602-610.
- [177] LEE, Y.-S.; SCHOLTES, S. Empirical prediction intervals revisited. **International Journal of Forecasting**, 30, n. 2, April 2014. 217-234.
- [178] CORDÓN, O. A historical review of evolutionary learning methods for Mamdani-type fuzzy rule-based systems: Designing interpretable genetic fuzzy systems. **International Journal of Approximate Reasoning**, 52, n. 6, September 2011. 894-913.
- [179] ERCOT. **2016 ERCOT System Planning - Long-Term Hourly Peak Demand and Energy Forecast**. [S.l.]. 2015.
- [180] WEI, L.-Y. A hybrid ANFIS model based on empirical mode decomposition for stock time series forecasting. **Applied Soft Computing Journal**, 42, May 2016. 368-376.

# Apêndice A – Conceitos da Teoria de Conjuntos e de Lógica Fuzzy

## Universo de Discurso

O universo de discurso  $U$  é o conjunto que contém todos os elementos possíveis em determinado contexto ou aplicação [171].

## Variáveis Linguísticas

Uma variável linguística  $u$  (e.g., velocidade do vento) tem valores numéricos denotados como  $x$ , com  $x \in U$  [18]. Variáveis linguísticas podem ser decompostas em termos linguísticos (e.g., baixa, média, alta), que cobrem todo o universo de discurso [18].

## Funções de Pertinência

Nas aplicações da lógica fuzzy, a função de pertinência,  $\mu_A(x)$ , é geralmente associada a um termo linguístico. A função de pertinência  $\mu_A(x)$  toma valores no intervalo entre 0 e 1 [18]<sup>34</sup>. Ela indica a pertinência de  $x$  (um valor escalar) no conjunto fuzzy  $A$ . Esta função, portanto, associa cada elemento  $x$ , do universo de discurso  $U$ , a um número  $\mu_A(x)$  no intervalo  $[0,1]$ :

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

As funções de pertinência podem ter diferentes formas, sendo mais comuns as funções de forma triangular, trapezoidal, linear por partes e gaussiana [18].

## Conjuntos Fuzzy

Um conjunto fuzzy  $A$ , definido em um universo de discurso  $U$ , é caracterizado por uma função de pertinência  $\mu_A(x)$  que toma valores no intervalo

---

<sup>34</sup> Diferentemente, a função de pertinência associada a um conjunto *crisp* pode adotar apenas os valores 0 ou 1 [18].

entre 0 e 1 [18]. Um conjunto fuzzy  $A$  pode ser representado como o conjunto de pares ordenados de um elemento genérico  $x$  e seu nível de pertinência ao referido conjunto:  $A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U\}$ . Quando  $U$  é contínuo,  $A$  é comumente escrito como  $A = \int_U \mu_A(x)/x$ , onde a integral, neste caso, não representa a integração; representa a coleção de todos os pontos de  $x$  em  $U$ . Quando  $U$  é discreto,  $A$  é comumente escrito como  $A = \sum_U \mu_A(x)/x$ , onde o somatório, neste caso, não representa adição aritmética; representa a coleção de todos os pontos de  $x$  em  $U$ . Para mais informações, ver [18].

## Operações com Conjuntos Fuzzy

Na teoria de lógica fuzzy, as operações de união, interseção e complemento com conjuntos fuzzy são definidas em termos de suas funções de pertinência. Sejam os conjuntos fuzzy  $A$  e  $B$ , descritos por suas funções de pertinência  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(x)$ , o conjunto resultante da operação de união entre ambos é representado pela função de pertinência

$$\mu_{A \cup B}(x) = [\mu_A(x) \oplus \mu_B(x)],$$

Onde  $\oplus$  é o operador  $t$ -conorma escolhido para realizar a união [18]. O operador  $t$ -conorma mais comum é o máximo.

O conjunto resultante da operação de interseção é representado pela função de pertinência:

$$\mu_{A \cap B}(x) = [\mu_A(x) \star \mu_B(x)],$$

Onde  $\star$  é o operador  $t$ -norma escolhido para realizar a interseção [18]. Os operadores  $t$ -norma mais comuns são o mínimo e o produto.

A função de pertinência associada ao conjunto fuzzy complementar é

$$\mu_{\overline{B}}(x) = 1 - \mu_B(x).$$

## Relações Fuzzy

Relações fuzzy representam um grau de presença ou ausência de associação, interação, ou interconexão entre os elementos de dois ou mais conjuntos fuzzy [18]. Alguns exemplos de relações entre duas variáveis fuzzy são:  $x$  é muito maior



que  $y$ ;  $x$  está muito próximo de  $y$ , etc. Relações fuzzy têm um papel importante em sistemas de lógica fuzzy [18].

Sejam  $U$  e  $V$  dois universos de discurso, a relação fuzzy  $R(U, V)$  é um conjunto fuzzy no espaço  $U \times V$ , i.e.,  $R(U, V)$  é um subconjunto fuzzy de  $U \times V$ , e é caracterizado pela função de pertinência  $\mu_R(x, y)$  onde  $x \in U$  e  $y \in V$ , i.e.,  $R(U, V) = \{(x, y), \mu_R(x, y) | (x, y) \in U \times V\}$ . Exemplos numéricos de relações fuzzy podem ser vistos em [18].

Como relações fuzzy são conjuntos fuzzy definidos em um determinado espaço (e.g.,  $U \times V$ ), elas podem ser operadas da mesma maneira que conjuntos fuzzy “convencionais”. Por exemplo, duas relações fuzzy de mesmo espaço  $U \times V$ ,  $R(U, V)$  e  $S(U, V)$  podem ser operadas com união, interseção, etc.:

$$\mu_{R \cup S}(x, y) = [\mu_R(x, y) \oplus \mu_S(x, y)].$$

### Composição de Relações Fuzzy

São consideradas, agora, relações fuzzy que estão definidas em espaços distintos, mas que compartilham um conjunto fuzzy, a saber,  $R(U, V)$  e  $S(V, W)$ , e.g.,  $x$  é menor que  $y$  e  $y$  está perto de  $z$ .

A composição destas relações, denotada  $R \circ S$ , pode ser descrita por um diagrama sagital, no qual cada ramo é rotulado com o valor de pertinência da função, ou por uma matriz fuzzy relacional, na qual cada elemento é um número positivo real entre zero e um. A fórmula matemática para  $\mu_{R \circ S}(x, z)$  é dada pela composição *sup-star* de  $R$  e  $S$ :

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in V} [\mu_R(x, y) \star \mu_S(y, z)].$$

Onde o operador *supremum* é geralmente o máximo. Exemplos numéricos da composição de relações fuzzy podem ser encontrados em [18].

## Apêndice B – Modelos Utilizados para Previsões Pontuais

### Modelo FTS de Chen

O modelo FTS de Chen [78] é reconhecido como a forma mais comum de modelo FTS [7]. O algoritmo do modelo é composto por, basicamente, 4 passos: (1) definição do universo de discurso e dos intervalos do universo de discurso<sup>35</sup>; (2) definição dos conjuntos fuzzy no universo de discurso; (3) estabelecimento das relações lógicas fuzzy e agrupamento das relações de acordo com seu estado presente; (4) cálculo dos outputs. O detalhamento dos passos do modelo pode ser encontrado em [78].

O modelo foi programado em MATLAB. A programação foi testada no problema de estimação da série de matrículas da Universidade de Alabama, o mais comum da literatura FTS. Os exatos valores obtidos por Chen em seu artigo foram obtidos com o modelo programado [78], o que qualifica a programação.

Para este modelo, foi escolhida a partição do universo de discurso em sete regiões fuzzy (seguindo o proposto para o modelo MFLS construído com o método WM).

### Modelo FTS de Huarng

O modelo FTS de Huarng [39] utilizado neste trabalho é aquele que utiliza a heurística *average-based length* no modelo FTS de Chen. O algoritmo do modelo é composto pelos mesmos 4 passos do modelo de Chen. A diferença reside no primeiro passo, pois a definição dos intervalos do universo de discurso é feita com base na referida heurística. O detalhamento dos passos do modelo pode ser encontrado em [39].

O modelo utilizado em Huarng foi programado em MATLAB e aplicado pelo autor desta dissertação no problema da estimação de matrículas da Universidade de Alabama. O valor de MSE obtido (único meio de se realizar a

---

<sup>35</sup> A definição do universo de discurso e do tamanho do intervalo é feita de maneira arbitrária, seguindo Song e Chissom em [76].

comparação com o artigo [39]) foi o mesmo obtido por Huarng em seu artigo, o que qualifica a programação feita.

## Modelo Box e Jenkins

Os modelos estocásticos propostos por Box e Jenkins (B&J) são baseados na ideia de que séries temporais podem ser descritas como combinações lineares de seus valores passados e de “choques aleatórios” no instante presente e em tempos passados. A metodologia B&J consiste em ajustar um modelo estocástico ao conjunto de dados da série temporal, de forma que este seja o melhor modelo que represente a série.

De maneira geral, os modelos B&J estão contemplados na formulação do modelo SARIMA (*Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average*), apresentada na equação (18).

$$\nabla_S^D \nabla^d \phi_p(B) \Phi_P(B^S) X_t = \theta_q(B) \Theta_Q(B^S) a_t \quad (18)$$

Onde  $X_t$  é o valor da série temporal no instante  $t$ ;  $a_t$  é o choque aleatório no instante  $t$ ;  $B$  é o operador de atraso;  $\phi_p$ ,  $\Phi_P$ ,  $\theta_q$ , e  $\Theta_Q$  são polinômios de ordem  $p$ ,  $P$ ,  $q$ , e  $Q$ , respectivamente; e  $d$  é a ordem de diferenciação simples da série;  $D$  é a ordem de diferenciação sazonal da série;  $p$  é a ordem autorregressiva simples da série;  $q$  é a ordem de médias móveis simples da série;  $P$  é a ordem autorregressiva sazonal da série;  $Q$  é a ordem sazonal de médias móveis da série; e  $S$  é a sazonalidade da série.

O algoritmo para construção de modelos B&J, e para a previsão de determinada série temporal, compreende um procedimento em quatro etapas. A primeira etapa consiste na identificação do modelo adequado à série; nesta etapa, busca-se identificar as ordens ‘ $p$ ’, ‘ $d$ ’, ‘ $q$ ’, ‘ $P$ ’, ‘ $D$ ’, ‘ $Q$ ’, e ‘ $S$ ’ da série<sup>36</sup>. A segunda etapa consiste da estimação dos parâmetros do modelo identificado na primeira etapa, podendo ser realizada pelo método de Máxima Verossimilhança ou por métodos bayesianos [1]. A terceira etapa consiste na verificação do modelo (procedimento chamado de *model diagnostic checking*)<sup>37</sup>. Caso não seja adequado

<sup>36</sup> Geralmente, são avaliados o gráfico e as funções de autocorrelação e de autocorrelação da série temporal para se identificar estas ordens

<sup>37</sup> São realizados testes para verificar se o modelo é adequado para a série estudada. Métodos utilizados para se avaliar a adequação do modelo são: análise da FAC dos resíduos de ajuste do modelo, e análise do periodograma cumulativo dos resíduos de ajuste do modelo [1].

o modelo, volta-se à primeira etapa, para que seja reiniciado o processo. Caso o modelo seja adequado, é realizada a quarta etapa, que consiste na previsão da série temporal com o modelo estimado.

Nesta dissertação, os modelos B&J foram implementados utilizando-se o software Forecast Pro Windows (FPW). A seleção do melhor modelo, para cada uma das séries, foi realizada automaticamente pelo FPW, sem intervenção do autor. Para mais detalhes sobre os modelos B&J, pede-se referir a [1].

## Método Naïve

O método Naïve, ou Ingênuo, é um modelo simples, que assume o último valor observado da série temporal como a previsão, conforme exposto na equação (19). Este método é comumente utilizado como base de comparação para métodos de previsão mais sofisticados.

$$\hat{X}_T(\tau) = X_T \quad (19)$$

Onde  $\hat{X}_T(\tau)$  é a valor estimado para a série  $\tau$ -passos à frente, previsto no instante  $T$ , e onde  $X_T$  é o valor observado da série no instante  $T$ .

---

Outro meio utilizado para se fazer esta verificação é estimando-se os parâmetros de um modelo mais genérico do que o originalmente identificado e estimado (teste de *overfit*). Nem sempre este é um bom método, no entanto (nada garante que o modelo “genérico” escolhido pelo analista esteja mais próximo do modelo “real” da série) [1].