

### Wallace José Damasceno do Nascimento

Avaliação de Portfólio em Geração Termelétrica sob Incerteza: Uma Metodologia Híbrida Utilizando Números Fuzzy, Opções Reais e Otimização por Algoritmos Genéticos

### Tese de Doutorado

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Marco Aurélio Cavalcanti Pacheco



#### Wallace José Damasceno do Nascimento

Avaliação de Portfólio em Geração Termelétrica sob Incerteza: Uma Metodologia Híbrida Utilizando Números Fuzzy, Opções Reais e Otimização por Algoritmos Genéticos

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marco Aurelio Cavalcanti Pacheco**Orientador
Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. Marco Antonio Guimarães Dias** Departamento de Engenharia Industrial- PUC-Rio

Prof. Juan Guillermo Lazo Lazo CEFET/RJ

**Prof. Leonardo Lima Gomes**Departamento de Administração - PUC-Rio

**Profa. Maria Augusta Soares Machado**Faculdades IBMEC

Prof. Leonardo Alfredo Forero Mendoza
UERJ

Prof. Márcio da Silveira Carvalho Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico

Rio de Janeiro, 13 de abril de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### Wallace José Damasceno do Nascimento

Graduado em Engenharia Elétrica pela UERJ (2001), Mestre em Engenharia Elétrica pela PUC-Rio (2008). Trabalhou no ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico), na Gerência de Estudos Especiais e na Eletrobrás, no Departamento de Comercialização de Energia. Desde 2003 trabalha na Petrobras, onde atua em Coordenação e Gerenciamento de Projetos e Implementação de Empreendimentos

Ficha Catalográfica

### Nascimento, Wallace José Damasceno do

Avaliação de portfólio em geração termelétrica sob incerteza: uma metodologia híbrida utilizando números fuzzy, opções reais e otimização por algoritmos genéticos / Wallace José Damasceno do Nascimento; orientador: Marco Aurélio Cavalcanti Pacheco. – 2016.

149 f.; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2016.

### Inclui bibliografia

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. Geração termelétrica. 3. Investimento sob incerteza. 4. Opções reais. 5. Números fuzzy. 6. Otimização de portfólios. I. Pacheco, Marco Aurélio Cavalcanti. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

### **Agradecimentos**

À vida, pela própria.

À minha família, em especial aos meus pais, Pedro José do Nascimento e Iraci Damasceno do Nascimento, pela educação, formação, apoio, dedicação e amor oferecidos a mim, durante todos os momentos de minha vida.

Aos professores orientadores Marco Aurélio Cavalcanti Pacheco e Marco Antonio Guimarães Dias, pela oportunidade, orientação, generosidade, paciência, apoio, ajuda, motivação e confiança na realização deste trabalho. Sem estes mestres, a conclusão do curso não teria se tornado realidade.

Ao professor Ricardo Prada, coordenador de Pós-graduação do Departamento de Engenharia Elétrica (DEE), pela compreensão e ajuda na solução de todas as dificuldades enfrentadas por mim durante o doutorado.

À Petrobras, pelo apoio para a realização deste curso.

Aos professores e demais funcionários dos Departamentos de Engenharia Elétrica (DEE), Engenharia Industrial (DEI) e do IAG da PUC-Rio, pelos conhecimentos transmitidos, colaboração e ajuda.

À PSR Consultoria, pelo fornecimento dos resultados dos modelos SDDP.

Aos colegas da PUC-Rio, pela ajuda, incentivo e trocas de experiências.

À FAETEC (Fundação de Apoio à Escola Técnica) e à PUC-Rio, pelo suporte financeiro e infra estrutura oferecidos.

E a todas as pessoas (familiares, amigos, médicos, parceiros, colegas, alunos, etc), que de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para possibilitar a conclusão deste projeto. Esta conquista é nossa!

### Resumo

Nascimento, Wallace José Damasceno do; Pacheco, Marco Aurelio Cavalcanti (Orientador). Avaliação de Portfólio em Geração Termelétrica sob Incerteza: Uma Metodologia Híbrida Utilizando Números Fuzzy, Opções Reais e Otimização por Algoritmos Genéticos. Rio de Janeiro, 2016. 149p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os grandes agentes do mercado de energia dedicam muitos esforços na avaliação e decisão da alocação ótima de capital para a implementação de projetos, em decorrência do grande número de projetos candidatos em seus portfólios de investimentos. Essas decisões visam escolher o subconjunto de projetos a ser implementado, pois os recursos orçamentários são geralmente menores que o necessário para a implementação de todos eles. Muitos são os riscos apresentados, e quanto mais riscos e incertezas, maiores se tornam as dificuldades de avaliação e decisões de investimento de maneira otimizada. As metodologias clássicas para avaliação de portfólios de projetos de investimento são baseadas em maximizar os retornos (VPL, TIR, etc) e minimizar o risco (desvio-padrão do VPL, variância, etc). Muitas vezes, estes métodos tradicionais de avaliação podem não conseguir tratar adequadamente as flexibilidades gerenciais (Opções Reais) características dos projetos, assim como os riscos e incertezas, devido às possíveis dificuldades de solução e modelagem matemática (multi-variáveis) dos problemas. O desenvolvimento e aplicação de modelos alternativos, tais como os baseados na Teoria de Opções Reais, inclusive com a utilização de métodos de Inteligência Computacional, podem se mostrar mais adequados para estes problemas. Nesta tese é desenvolvida uma metodologia híbrida, apresentando um modelo de "Opções Reais Fuzzy" para a avaliação de projetos de Revamp por um agente do mercado de Geração Termelétrica de Energia, a partir de um Portfólio de Opções Reais em ambiente de incertezas. Para a seleção do subconjunto de projetos por faixa orçamentária, é aplicado um Algoritmo Genético para otimização multi-critério, através da utilização de um índice de ponderação retorno x risco ( $\lambda$ ).

### Palayras-chave

Geração Termelétrica; Investimento sob Incerteza; Opções Reais; Números Fuzzy; Otimização de Portfólios; Algoritmos Genéticos.

### **Abstract**

Nascimento, Wallace José Damasceno do; Pacheco, Marco Aurelio Cavalcanti (Advisor). **Thermal Power Portfolio Valuation Under Uncertainty: A Hybrid Methodology Using Fuzzy Numbers, Real Options and Optimization by Genetic Algorithms**. Rio de Janeiro, 2016. 149p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Large players in energy market dedicate many efforts in valuation and optimal capital allocation decision for their project implementation, due the large candidate projects number in their investment portfolios. These decisions aim to choose the projects subset to be implemented, because the monetary resources are generally smaller than necessary for all projects implementation. There are many risks, and with risks and uncertainties, greater become the difficulties in analysis and optimally investment decisions. The classical methods to investment portfolios are based on to maximize returns (NPV, IRR, among others) and to minimize risks (NPV standard deviation, variance, among others). Often, these traditional methods may not be able to handle properly the projects managerial flexibilities (Real Options), as well the risks and uncertainties, due to possible solution difficulties and mathematical modeling problems (multi variables). Alternative models development and implementation, such as those based on Real Options Theory, including the use of Computational Intelligence methods, may be more suitable for these problems. In this thesis, a hybrid methodology is developed, presenting a "Fuzzy Real Options" model for Revamp projects valuation by a Thermoelectric Power Generation market player, from a Real Options Portfolio in uncertainties environment. For selecting the projects subset by budget range, a multi-criteria Genetic Algorithm optimization is applied, using a weighting return x risk index ( $\lambda$ ).

### **Keywords**

Thermal Power Generation; Investment under Uncertainty; Real Options; Fuzzy Numbers; Portfolio Optimization; Genetic Algorithms.

## Sumário

1	Introdução	. 15
1.1	Motivação	
1.2	Objetivos	
1.3	Contribuições da Tese	. 18
1.4	Estrutura da Tese	. 19
1.5	Investimento sob Incerteza	. 20
2	Geração Termelétrica no Brasil	.21
2.1	Introdução	
2.2	Estratégia Operativa das Usinas Termelétricas	. 23
2.3	Modelo de Comercialização das Usinas Termelétricas	
	Teoria de Opções Reais	
3.1	Introdução	
3.2	Opções	
3.2.	$\mathcal{E}$	
3.2.	ı	
3.2.		
3.2.		
3.3		
3.3.		
3.3.		
3.3.		
	3.1 Lema de Itô	
3.3.	,	
3.3.	,	
3.3.	6 Movimento de Reversão à Média (MRM)	. 43
3.4	Métodos de avaliação de Opções Reais	. 44
3.5	Simulação de Monte Carlo	
3.5.	1 Simulação de Monte Carlo na precificação de Opções	. 48
	Opções Reais em Energia e Geração Térmica de Eletricidade	
	Introdução	. 50
4.2	Avaliação de Termelétricas Utilizando a Teoria das Opções Reais	
4.3	Opção de Flexibilidade Operacional	
4.3.	1 Aplicações no Sistema Elétrico Brasileiro	. 55
	Opções Reais Fuzzy	
5.1	Introdução	. 58
5.2	"Fuzzy Pay-Off" para a Avaliação de Opções Reais a partir de Números	
	zy	
5.3	Abordagem Híbrida para Avaliação de Opções Reais	
5.4	Abordagem de Avaliação Binomial Fuzzy	. 64

6 Seleção e Otimização de Portfólios de Investimentos	
6.1 Introdução	
6.2 Modelos de Otimização de Portfólio na Área Econômico-Financeira	. 68
6.3 O Modelo de Markowitz	
6.3.1 O Modelo de Markowitz em Ativos Reais	. 71
6.4 Risco e Retorno do Portfólio de Projetos	73
6.5 Otimização por Algoritmos Genéticos	76
6.5.1 Operadores Genéticos	79
6.5.2 Parâmetros de Evolução.	80
6.5.3 Algoritmos Genéticos na Otimização de Portfólios	
7 Avaliação do Portfólio de Projetos de Revamp em Usinas	
Termelétricas	.83
7.1 Introdução	
7.2 Portfólio de Oportunidades de Investimento (Portfólio de Opções Reais)	. 84
7.3 Parâmetros do Modelo Proposto	. 85
7.3.1 Prazo de Implementação dos Projetos	86
7.3.2 Custos de Investimento	. 88
7.3.3 Custos de Operação da Termelétrica (Custos Variáveis Unitários)	. 89
7.3.4 Preço "Spot" (PLD)	
7.3.5 Nível de Contratação	
7.3.6 Preço do Contrato	
7.3.7 Taxa de Desconto	95
7.3.8 Taxa de Desconto Livre de Risco	96
7.4 Modelagens do Problema.	
7.5 Avaliação das Opções	
7.5.1 Ampliação de Usinas Existentes (Opção de Expansão)	
7.5.2 Transformação de Usinas de Ciclo Térmico Simples para Ciclo	., .
Combinado (Opção de Repotencialização)	98
7.5.3 Conversão de Usina a Gás Natural para Operação Bicombustível	.,.
(Opção de Mudança de Insumo).	. 99
7.6 Processos de Avaliação	
7.7 Resultados da Avaliação do Portfólio de Opções Reais	
7.7.1 Caso Base	
7.7.2 Análises de Sensibilidade da Avaliação	
7.7.2.1 Sensibilidade ao Nível de Contratação	
7.7.2.1 Sensibilidade à Taxa Livre de Risco	
7.7.2.2 Sensibilidade à raxa Elvie de Risco	
7.7.2.5 Schsiolidade a voiatilidade do Gas Natural	111
8 Otimização do Portfólio de Projetos de Revamp em Usinas	
Termelétricas	
8.1 Introdução	
8.2 Descrição do Problema	
8.3 Funções de Avaliação	
8.4 Resultados da Otimização	
8.5 Análises de Sensibilidade da Otimização	
8.5.1 Sensibilidade ao Índice de Ponderação Retorno x Risco	
8.5.2 Sensibilidade ao Nível de Contratação	
8.5.3 Sensibilidade à Taxa de Desconto Livre de Risco	
8.5.4 Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural	134

9	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	
	Introdução	
	Conclusões	
9.3	Sugestões para trabalhos futuros	141
10	Referências bibliográficas	143

# Lista de figuras

Figura 1-1 – Metodologia Híbrida Proposta	17
Figura 2-1 – Distribuição da Capacidade Instalada (Fonte: Aneel)	21
Figura 2-2 – Evolução da Capacidade de Geração do Brasil (Fonte: EPE)	22
Figura 3-1 – Valor (pay-off) de uma opção de compra no vencimento	29
Figura 3-2 – Valor (pay-off) de uma opção de venda no vencimento	30
Figura 3-3 – Variância e Tendência no MGB (Fonte: Dias)	41
Figura 3-4 – Simulação MGB Real x MGB Neutro ao Risco (Fonte: Dias)	42
Figura 3-5 – Valor (pay-off) de uma opção em cada período	45
Figura 3-6 – Etapas da Simulação de Monte Carlo	48
Figura 5-1 – Fluxos de Caixa como Número Fuzzy Trapezoidal	63
Figura 5-2 – Distribuição do VPL Fuzzy	67
Figura 6-1 – Fronteira Eficiente do Portfólio	70
Figura 6-2 – Estrutura Geral de um Algoritmo Genético	78
Figura 6-3 – Crossover	79
Figura 6-4 – Mutação	80
Figura 7-1 – Modelo de Opções Reais Fuzzy	84
Figura 7-2 – Prazo de Implementação como um Número Fuzzy Triangular	87
Figura 7-3 – Custos de Investimento como Número Fuzzy Triangular	89
Figura 7-4 – Evolução dos preços de Gás Natural (UK Heren NBP Index)	90
Figura 7-5 – Evolução dos preços do Óleo Diesel (EIA-Ultra Low Sufur 2)	91
Figura 7-6 – Preço de Liquidação de Diferenças SE (série 15)	94
Figura 7-7 – Distribuição Fuzzy dos Valores Esperados da Opção Real (EFROV)	100
Figura 7-8 – Distribuição do Valor da Opção Real de Expansão (Pessimista).	102
Figura 7-9 – Distribuição do Valor da Opção Real de Expansão (Mais Provável)	102
Figura 7-10 – Distribuição do Valor da Opção Real de Expansão (Otimista)	103
Figura 7-11 – Distribuição do Valor da Opção Real de Repotencialização (Pessimista)	103
Figura 7-12 – Distribuição do Valor da Opção Real de Repotencialização (Mais Provável)	104
Figura 7-13 – Distribuição do Valor da Opção Real de Repotencialização (Otimista)	104

Figura 7-14 – Distribuição do Valor da Opção de Mudança de Insumo (Pessimista)
Figura 7-15 – Distribuição do Valor da Opção de Mudança de Insumo (Mais Provável)
Figura 7-16 – Distribuição do Valor da Opção de Mudança de Insumo (Otimista)
Figura 7-17 – Valor da Opção Real em relação ao Nível de Contratação (Expansão)
Figura 7-18 – Valor da Opção Real em relação ao Nível de Contratação (Repotencialização)
Figura 7-19 – Valor da Opção Real em relação ao Nível de Contratação (Mudança de Insumo)
Figura 7-20 – Valor da Opção Real em relação à Taxa Livre de Risco (Expansão)
Figura 7-21 – Valor da Opção Real em relação à Taxa Livre de Risco (Repotencialização)
Figura 7-22 – Valor da Opção Real em relação à Taxa Livre de Risco (Mudança de Insumo)
Figura 7-23 – Valor da Opção Real x Volatilidade CVU do Gás Natural (Expansão)
Figura 7-24 – Valor da Opção Real x Volatilidade CVU do Gás Natural (Repotencialização)
Figura 7-25 – Valor da Opção Real x Volatilidade CVU do Gás Natural (Mudança de Insumo)
Figura 8-1 – Algoritmo Genético de Otimização
Figura 8-2 – Representação do Cromossomo
Figura 8-3 – Frequência Relativa dos Projetos nos Portfólios
Figura 8-4 – Variação da Função de Avaliação do AG
Figura 8-5 – Variação do VPL
Figura 8-6 – Evolução do Coeficiente de Variação Risco/Retorno

## Lista de tabelas

Tabela 2-1 – Capacidade Instalada de Geração do Brasil (Fonte: Aneel)	21
Tabela 3-1 – Quadro comparativo entre Opções Financeiras e Opções Reais	33
Tabela 7-1 – Projetos de Revamp (Portfólio de Opções Reais)	85
Tabela 7-2 - Parâmetros considerados na Avaliação dos Projetos	86
Tabela 7-3 – Prazos de Implementação dos Projetos	88
Tabela 7-4 – Custos de Investimento dos Projetos	89
Tabela 7-5 – Parâmetros do Processo Estocástico MGB	91
Tabela 7-6 – Valores Esperados das Opções Reais (Caso Base)	101
Tabela 7-7 – Evolução dos Valores das Opções em relação aos Níveis de Contratação	107
Tabela 7-8 – Evolução dos Valores das Opções em relação à Taxa Livre de Risco	109
Tabela 7-9 – Evolução dos Valores das Opções em relação à volatilidade do CVU do Gás Natural	112
Tabela 8-1 – Dados de entrada do Algoritmo Genético de Otimização	117
Tabela 8-2 – Combinações de projetos gerados pelo AG de Otimização (Caso Base)	122
Tabela 8-3 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda$ =0,3)	125
Tabela 8-4 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda = 0,4$ )	126
Tabela 8-5 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda = 0.6$ )	127
Tabela 8-6 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda = 0.7$ )	127
Tabela 8-7 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=60%)	128
Tabela 8-8 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=70%)	129
Tabela 8-9 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=90%)	130
Tabela 8-10 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=100%)	130
Tabela 8-11 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 3%)	131
Tabela 8-12 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 4%)	132
Tabela 8-13 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 6%)	133
Tabela 8-14 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 7%)	133
Tabela 8-15 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$ = 25%)	134
Tabela 8-16 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$ = 30%)	135
Tabela 8-17 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$ = 40%)	136
Tabela 8-18 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$ = 45%)	136

"Repito por pura alegria de viver: a salvação é pelo RISCO, sem o qual a vida não vale a pena!" (Clarice Lispector)

### 1

### Introdução

### 1.1

### Motivação

Um dos principais problemas apresentados aos agentes do Mercado de Energia e Geração de Eletricidade é a avaliação e decisão de alocação ótima de capital para a implementação de seus projetos de investimento, devido ao grande número de projetos candidatos em seus portfólios e às incertezas envolvidas.

Os tomadores de decisão devem escolher o subconjunto de projetos a ser implementado, pois geralmente, as empresas não dispõem de recursos financeiros (próprios ou captados no mercado financeiro), para a implementação de todos os projetos candidatos.

Segundo AÏD (2012), as empresas atuantes neste mercado possuem diferentes oportunidades de investimento. E independente do porte da companhia, os tomadores das decisões desses agentes tentam responder às seguintes questões:

- Deve-se investir em produção de energia ou os clientes devem ser atendidos através de posições nos mercados atacadistas?
  - Em qual(is) tipo(s) de ativo(s) de produção deve-se investir?
  - Quanto de cada tipo de ativo o agente deve possuir?
  - Deve-se investir agora ou esperar?

De fato, essas questões poderiam se resumir na seguinte questão:

- Como se deve escolher entre os diferentes projetos de investimento disponíveis?

Geralmente, estas decisões são tomadas pelos investidores visando obter o maior rendimento/lucratividade possível, procurando minimizar os riscos envolvidos. E as mesmas devem ser baseadas nas abordagens de avaliação econômico-financeira e otimização de portfólios de investimentos.

Muitos são os riscos apresentados a esses agentes, e quanto maiores os riscos e incertezas, maiores se tornam as dificuldades de avaliação desses projetos e das decisões de investimento de forma otimizada. Problemas complexos e

possíveis mudanças de cenários econômicos e empresariais podem dificultar ainda mais.

De acordo com April (2003), diversas vezes, estes gestores e decisores não utilizam a seu favor as ferramentas computacionais para a análise de um grande número de projetos, baseando ainda em intuição, na experiência e em métodos simples e limitados para a tomada de decisões de investimento tão relevantes. Evidentemente, essas ferramentas podem conduzir a decisões equivocadas. Porém, muitos desses casos de insucesso não são divulgados pelas empresas.

Em outros casos, são utilizadas apenas as metodologias clássicas para avaliação e otimização desses projetos de investimento, que são baseadas na busca da maximização dos retornos (VPL, TIR, etc.), juntamente com a minimização do risco (desvio-padrão do VPL, variância, etc.).

Ainda assim, frequentemente, estes métodos tradicionais de avaliação podem não conseguir tratar de maneira adequada as flexibilidades gerenciais (Opções Reais) características dos projetos e atender à grande necessidade de previsão para o gerenciamento das imprecisões, riscos e incertezas, devido às possíveis dificuldades intrínsecas de solução e modelagem matemática (multivariáveis) dos problemas e ao tratamento dessas opções reais. Dessa forma, existindo ainda um amplo espaço para o desenvolvimento e aplicação de modelos alternativos, tais como os baseados na Teoria de Opções Reais, inclusive os complementados pela a utilização dos métodos de Inteligência Computacional.

Este trabalho apresenta um modelo de avaliação de portfólio de projetos de investimento em "Revamps" em usinas termelétricas no Brasil. Na área industrial, utiliza-se o termo genérico "Revamp" para definir qualquer projeto referente à adequação, modificação, modernização, revitalização, ampliação e reformas em geral, de plantas industriais de qualquer natureza, inclusive usinas de geração termelétrica.

### 1.2

### **Objetivos**

- Desenvolver um modelo de Opções Reais Fuzzy para a avaliação de projetos de Revamp candidatos à implementação por um agente integrado do mercado de Geração Termelétrica de Energia, considerando as flexibilidades

gerenciais em ambiente de incerteza, estes projetos são representados como opções de expansão, repotencialização e mudança de insumo. De acordo com a abordagem de Luehrman (1998), a estratégia de uma empresa está totalmente relacionada ao seu portfólio de oportunidades de investimentos, podendo este portfólio ser considerado como um portfólio de opções reais;

- Realizar a seleção ótima dos subconjuntos de projetos a serem implementados através da aplicação de um Algoritmo Genético (AG), por nível de valor total de investimento, representando a limitação real orçamentária das organizações. Geralmente, os recursos financeiros (próprios e/ou captados no mercado financeiro) são menores que necessário para a implementação de todos os projetos candidatos.
- Realizar análises de sensibilidade e comparações de resultados do modelo proposto avaliação de opções reais e na seleção dos portfólios.

A figura (1-1) apresenta, de forma esquemática a metodologia híbrida proposta pela tese:

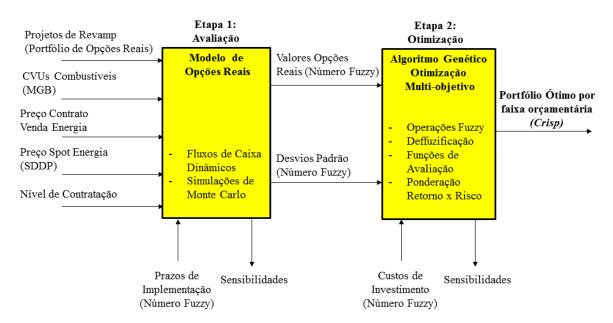


Figura 1-1 – Metodologia Híbrida Proposta

### 1.3

### Contribuições da Tese

Este trabalho se insere no contexto da necessidade de constante aprimoramento dos modelos de avaliação e otimização de projetos de investimento em ambiente de incerteza, devido ao fato de que constantemente, grandes corporações atuantes no Mercado de Energia se deparam com o problema de um número de projetos candidatos à implementação maior que o número que poder ser implementado pelos recursos financeiros disponíveis para os investimentos neste ambiente incerto. Podemos citar como contribuições científicas e inovações desta tese e da metodologia híbrida proposta:

- Desenvolvimento e aplicação de um modelo de "Opções Reais Fuzzy" para a avaliação de projetos de investimento em energia, mais especificamente Geração Térmica de Eletricidade, levando em conta as incertezas e especificidades da avaliação de projetos no mercado de energia elétrica no Brasil, representando o conjunto de projetos como um "Portfólio de Opções Reais". Como resultado, são obtidos valores de retorno (valores esperados das opções reais) e risco (desvios padrão dos valores das opções) representados através de números fuzzy triangulares.
- Desenvolvimento e aplicação de um algoritmo genético para a otimização do portfólio de projetos de investimentos em ativos de geração termelétrica no Brasil a partir dos valores fuzzy de retorno, risco e custos de investimento. No algoritmo são criadas funções de avaliação de retorno e risco, assim como um índice de ponderação, que visa indicar a preferência do agente em relação a retorno e risco na decisão de investimento e permitir a conversão das funções de avaliação em uma única função objetivo.
- Desenvolvimento em metodologia única de uma combinação de várias teorias e conceitos: Opções Reais, Números Fuzzy, Algoritmos Genéticos, Teoria de Portfólio e Gerenciamento de Projetos.

### 1.4

### Estrutura da Tese

A presente Tese de Doutorado é constituída por 9 capítulos, e além deste capítulo introdutório, este trabalho será apresentado pelos seguintes capítulos:

O capítulo 2, que aborda a situação atual da geração termelétrica inserida no contexto do Mercado de Energia Elétrica no Brasil, com ênfase na estratégia operativa e no modelo de operação e comercialização de um agente termelétrico.

No capítulo 3, é abordada a Teoria de Opções Reais, teoria básica para o desenvolvimento do modelo de avaliação desenvolvido nesta tese. São abordados os conceitos de opções financeiras, processos estocásticos, tipos de opções reais, métodos de avaliação de opções e Simulação de Monte Carlo.

No capítulo 4, são apresentadas aplicações da Teoria de Opções Reais em Energia e Geração Termelétrica, abordando os diversos tipos de opções apresentadas, dando ênfase às flexibilidades operacionais e às aplicações no Sistema Elétrico Brasileiro, desenvolvidas até a atualidade.

No capítulo 5, são norteados os conceitos de Opções Reais Fuzzy, seus modelos alternativos que combinam a Teoria dos Conjuntos Fuzzy aos métodos tradicionais de avaliação de Opções Reais (especificamente, os modelos de Black & Scholes e Árvores Binomiais) e algumas aplicações. O modelo de avaliação de portfólio de projetos objeto desta tese, é embasado nestas teorias e conceitos.

O capítulo 6 aborda os conceitos de seleção e otimização de portfólios de investimentos, com ênfase aos portfólios de ativos reais e à aplicação de algoritmos genéticos.

No capítulo 7, é desenvolvido e aplicado o modelo proposto a para a avaliação de portfólio de 15 projetos de investimentos em Revamps de Usinas de Geração Termelétrica. Serão apresentados os parâmetros propostos para o modelo, com os devidos embasamentos teóricos e as modelagens da devidas incertezas. Neste modelo, o conjunto de projetos é apresentado como um Porftólio de Opções Reais de Expansão, Repotencialização e Mudança de Insumo, tendo as avaliações baseadas na Teoria de Opções Reais e Simulações de Monte Carlo. As incertezas de prazo de implementação dos projetos é representada através de números fuzzy, assim como os resultados dos valores esperados das opções reais.

No capítulo 8 é realizada a otimização do portfólio avaliado anteriormente, a partir dos valores fuzzy dos retornos (valores esperados das opções reais), riscos (desvio padrão/ variância) e os custos de investimento dos projetos. Nesta otimização, é aplicado um algoritmo genético com o objetivo de encontrar o subconjunto ótimo de projetos a ser implementado por faixa orçamentária, maximizando o retorno e minimizando o risco.

Finalmente, o capítulo 9 são apresentadas as conclusões da tese e as sugestões para trabalhos futuros.

### 1.5

#### Investimento sob Incerteza

Buscando-se uma representação mais adequada das incertezas para a tomada de decisões, Dixit e Pindyck (1994) consideram três elementos importantes e comuns à maioria das decisões de investimento:

- Irreversibilidade do investimento, podendo ser parcial ou completa;
- Incerteza sobre os fluxos de caixa futuros do projeto, especialmente quando a vida útil do projeto é muito longa, tornando-se bastante complexo fazer as estimativas;
- "Timing" do investimento, isto é, o melhor momento para a decisão de investir, pois em muitos casos, é possível esperar para tomar a decisão de investir com o intuito de se obter mais ou melhores informações sobre o futuro, possibilitando a tomada de decisões com mais segurança.

Para o caso desta tese, os investimentos no mercado de geração de energia elétrica representam a construção, montagem, ampliação ou conversão de usinas termelétricas, e seus ativos industriais, que apresentam irreversibilidade completa, pois uma vez implementado, o investimento não poderá ser desfeito; podendo haver grande incerteza sobre os fluxos de caixa futuros, tendo em vista a influência das diversas fontes de incerteza: nível de despacho da usina, preço *spot* da energia elétrica, preços futuros dos combustíveis (Custos Variáveis Unitários). Assim como as incertezas nos valores estimados dos prazos de implementação e os custos de investimento dos projetos.

### Geração Termelétrica no Brasil

### 2.1 Introdução

Segundo o Banco de Informações de Geração, da Agência Nacional de Energia Elétrica (Aneel), a atual capacidade instalada de geração e importação de energia elétrica no Brasil é de cerca de 142.000 MW, sendo aproximadamente 86.000 MW em geração hidráulica, e cerca de 42.000 MW em geração térmica convencional (gás, petróleo, biomassa e carvão) e nuclear. A tabela (2-1) e a figura (2-1) abaixo apresentam a distribuição da capacidade instalada de geração elétrica em operação no Brasil, por fonte primária.

Tabela 2-1 – Capacidade Instalada de Geração do Brasil (Fonte: Aneel).

	Empreendimentos em Operação			
	Tipo	Quantidade	Potência (MW)	%
UHE	Usina Hidrelétrica	203	86.915	61,2
UTE	Usina Termelétrica	2.878	39.501	27,8
EOL	Central Geradora Eólica	346	8.401	5,91
PCH	Pequena Central Hidrelétrica	457	4.818	3,39
UTN	Usina Termonuclear	2	1.990	1,4
CGH	Central Geradora Hidrelétrica	551	417	0,29
UFV	Central Geradora Solar Fotovoltaica	37	23	0,02
	TOTAL 4.474 142.064 10			100

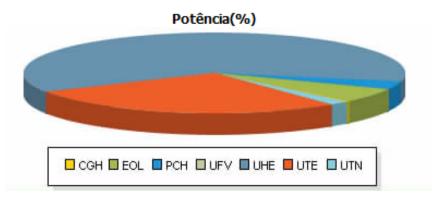


Figura 2-1 – Distribuição da Capacidade Instalada (Fonte: Aneel).

De acordo com o Balanço Energético Anual de 2015, da Empresa de Pesquisa Energética (EPE), considerando-se apenas a capacidade instalada não emergencial, a participação da geração termelétrica (incluindo nuclear), no total passou de 13% médios no período de 1994 a 1998, para 15,3% em 1999, e 30% em 2014. A figura (2-2) abaixo apresenta o gráfico da expansão da capacidade de geração hídrica e térmica em MW no período 1974-2014.

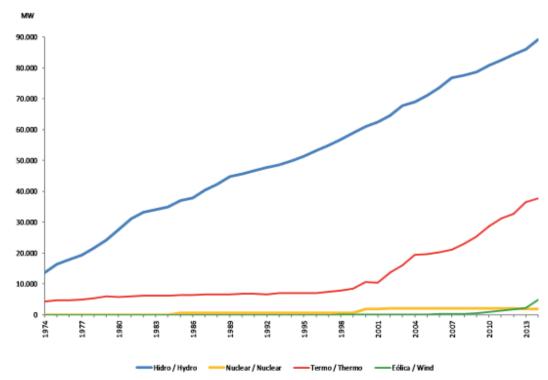


Figura 2-2 – Evolução da Capacidade de Geração do Brasil (Fonte: EPE).

O impulso na geração termelétrica verificado a partir do ano 2000 decorreu, sobretudo, do Programa Prioritário de Termeletricidade (PPT), cujo objetivo foi o de propiciar uma rápida implantação de centrais termelétricas movidas a gás natural. Inicialmente, o programa visava implantar 43 usinas com potência total de 15 mil MW.

Ao longo dos anos, ocorreram seguidas adequações no programa, com a inclusão de alguns empreendimentos e a exclusão de outros.

O PPT não se viabilizou inteiramente. Porém, mesmo o programa não tendo produzido os resultados inicialmente desejados, diversas outras usinas térmicas entraram em operação, e o acréscimo representado na capacidade geradora nacional vem sendo significativo e contribuiu para firmar a energia termelétrica como a secundária do sistema elétrico nacional.

### 2.2

### Estratégia Operativa das Usinas Termelétricas

No Brasil, devido à predominância hidrelétrica, observa-se uma menor volatilidade de preços *spot* da energia no curto prazo e maior volatilidade no médio e longo prazo, e é neste contexto que as usinas termelétricas estão inseridas.

Como no mercado brasileiro os contratos de venda de energia são instrumentos financeiros, sabe-se que uma usina térmica que produz energia somente nos períodos de preço *spot* elevado, pode atender seus contratos de fornecimento de energia com um custo efetivo inferior ao seu custo de operação, pois nos longos períodos de preços baixos, a usina pode comprar energia por um valor menor no mercado de curto prazo. Tratando-se de volatilidade de médio prazo, esta operação flexível permite ainda que a usina possa ser desligada nos meses em que os preços *spot* estão baixos e operar na base nos meses em que eles estão altos. Em outras palavras, a flexibilidade operativa nas usinas térmicas é uma característica atraente no sistema brasileiro para elevar a rentabilidade do projeto.

Entretanto, uma operação flexível dos geradores térmicos, associada a pouca diversificação do mercado de combustíveis, faria com que a remuneração dos produtores/fornecedores de combustíveis pudesse ser excessivamente variável e, como o produtor necessita de um fluxo de caixa estável para atender seus compromissos financeiros decorrentes dos investimentos fixos substanciais de exploração, produção, processamento e transporte, estes podem impor aos geradores térmicos um contrato de compra de combustível com cláusulas do tipo take-or-pay (ToP) e ship-or-pay (SoP). A primeira constitui um instrumento simplesmente financeiro para reduzir a volatilidade da remuneração do produtor, impondo ao gerador a compra antecipada de um determinado volume mínimo de combustível mensal e anual, seja o combustível consumido ou não, e a segunda visa remunerar o investimento feito na infraestrutura necessária ao transporte do combustível até a usina, análogo aos custos associados ao uso das linhas de transmissão da rede elétrica.

Os agentes geradores termelétricos, além de submeterem seus custos de produção e suas disponibilidades ao Operador Nacional do Sistema (ONS), que

definirá então seu despacho, declaram também sua inflexibilidade operativa, ou seja, sua restrição de geração mínima, basicamente devido à necessidade de conservação das unidades geradoras ou decorrente de contrato de compra mínima de combustível (*take-or-pay*). Através dessa declaração de inflexibilidade, os geradores térmicos podem impor seu despacho ao Operador do Sistema, mesmo que seus custos operativos sejam altos. No entanto, de acordo com as regras vigentes do ONS, apenas a parcela sem inflexibilidade da capacidade dos geradores é considerada na formação de preços de energia, garantindo que tais restrições não sejam onerosas para o consumidor o que acarreta um consumo ineficiente do insumo das térmicas, as quais geram com um custo operativo maior ao da receita que recebem.

### 2.3 Modelo de Comercialização das Usinas Termelétricas

De acordo com Street (2006), a remuneração líquida de uma empresa geradora no Brasil depende, essencialmente, dos seguintes fatores:

- Venda de energia no mercado de curto prazo, dada pelo produto do preço de curto prazo (*PLD*) com a energia total produzida, deduzidos os custos operativos, tais como os custos de combustível variáveis e os fixos de operação e manutenção (O&M);
- Devido ao fato da venda de energia no mercado *spot* ser arriscada, por conta da grande volatilidade e assimetria dos preços, contratos bilaterais são utilizados como uma forma de proteção contra esta volatilidade e formam a segunda parcela de renda de um gerador, que é a venda de contratos de suprimento, dada pelo produto do preço do contrato (*P*) pelo montante contratado (*Ec*), subtraídos os custos de compra dos montantes contratados no mercado de curto prazo, cujo preço é uma variável aleatória, em função da incerteza no pagamento ("*default*" das distribuidoras). Esta é a abordagem dos chamados "contratos por quantidade", onde o risco do suprimento está alocado ao gerador;
- A contratação multilateral nos leilões leva a assinatura de contratos entre cada gerador vencedor do leilão e todas as distribuidoras. Embora estes contratos estejam respaldados por cláusulas de garantias, pode existir a percepção do "risco de crédito" de algumas distribuidoras por parte dos geradores. Este risco é

encarado como uma redução do preço efetivamente pago por elas, que pode ser modelado por uma variável aleatória que engloba a composição agregada de reduções de todas as distribuidoras que estão contratadas com cada gerador.

Observa-se que, mesmo em caso de *default*, a obrigação de suprimento continua sob responsabilidade do gerador.

Sendo assim, a expressão da renda líquida do gerador termelétrico para um período "t" (base mensal) pode ser expressa, de maneira simplificada, pela equação (2-1) abaixo:

$$Rts = (Ec)P + (Gts - Ec) \pi ts - (Gts)ct - Cf$$
(2-1)

Onde:

Rts = Receita operacional líquida, em R\$ (variável aleatória);

Ec = Montante contratado, em MWh;

P = Preço do contrato, em R/MWh;

Gts = Despacho da térmelétrica, em MWh (variável aleatória)<sup>1</sup>;

 $\pi ts = PLD$  (preço spot), em R\$/MWh (variável aleatória);

Ct = Custo variável de operação (CVU) no período t, em R\$/MWh. (valor conhecido);

Cft = Custo fixo no período "t", em R\$. (valor conhecido).

O modelo de avaliação proposto neste trabalho será desenvolvido a partir dessa expressão de renda líquida, sendo novamente abordada no capítulo 7 desta tese.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> No caso de uma hidrelétrica, esta parcela seria representada pela geração alocada pelo Mecanismo de Realocação de Energia (MRE).

### Teoria de Opções Reais

### 3.1

### Introdução

A literatura de finanças relativa à Análise de Investimentos em ativos reais vem abordando métodos e modelos de avaliação similares aos tradicionais métodos de avaliação de ativos financeiros, particularmente, opções. Essas novas metodologias são inseridas no contexto da Teoria de Opções Reais, similar à Teoria das Opções Financeiras. O conceito teórico de Opção é o contrário de obrigação, ou seja, é o direito de investir ou não, é a liberdade de decisão, é a flexibilidade gerencial.

Na prática das organizações e dos mercados, inclusive o de Energia Elétrica, o dia-a-dia das decisões é dado por flexibilidades gerenciais. Os métodos tradicionais de avaliação de investimentos, como o Valor Presente Líquido (VPL), Fluxo de Caixa Descontado (FCD) e a Taxa Interna de Retorno (TIR) não consideram as incertezas e flexibilidades. Segundo Dias (2010), a Teoria de Opções Reais permite a incorporação destas flexibilidades e incertezas nos métodos tradicionais de avaliação, ou seja, Opções Reais é uma metodologia moderna para análise econômica de projetos e decisões de investimento sob incerteza.

Existem vários tipos de flexibilidades, tais como a opção de espera, de investir, de expansão, de parada temporária, de mudança de uso (*switch-use*), de mudança de insumo (*switch-input*).

Neste capítulo, será apresentada uma abordagem sobre a Teoria das Opções Reais. Esta teoria é utilizada para a avaliação de ativos reais, ou seja, ativos que não são diretamente negociados no mercado financeiro, tais como projetos de investimentos de capital, patentes, imóveis, plantas industriais, empresas e outros ativos não financeiros. Dessa forma, os diversos projetos possíveis de implementação por um agente gerador de termeletricidade, são exemplos de ativos reais que podem ter suas avaliações e valorações a partir dessa teoria.

Um portfólio de investimentos em geração termelétrica pode se traduzir como um conjunto de opções reais. O objeto central do estudo desenvolvido nesta tese parte desta ideia. Por exemplo, a construção de uma nova usina termelétrica pode ser considerada uma opção de compra, a construção de novos turbo geradores em uma usina existente pode ser considerada como uma opção de expansão, a transformação das turbinas de uma usina de ciclo térmico simples para ciclo combinado, pode ser considerada uma opção de repotencialização, a conversão de uma usina para bicombustível pode ser vista como uma opção de mudança de insumo. Nestes casos, as incertezas básicas relacionadas a serem levadas em conta na análise destes investimentos são os prazos de implementação e os custos dos investimentos, o preço futuro da energia elétrica, o preço futuro dos combustíveis, o rendimento da usina e a quantidade de energia despachada (gerada) pela termelétrica.

A teoria das opções usada como ferramenta para avaliação de investimentos em ativos reais é relativamente nova. Seu conceito principal fundamenta-se na Teoria das Opções Financeiras, já que decisões gerenciais ao longo da vida útil de um projeto de investimento podem ser consideradas análogas às opções.

O desenvolvimento teórico inicial da Teoria das Opções Financeiras foi apresentado por Black e Scholes (1973). Neste trabalho, foi desenvolvida uma fórmula analítica para avaliação de uma opção de compra europeia, através da formação de uma carteira de ativos financeiros dinâmica sem risco, portanto, que não dependia das preferências ao risco de seu detentor<sup>2</sup>.

Posteriormente, Merton (1973) generalizou alguns conceitos apresentados por Black e Scholes. Dentre os conceitos, uma opção de compra europeia cujo ativo objeto pagava dividendos foi avaliada, mostrando que uma opção de compra americana sobre um ativo objeto que não paga dividendos, tem o mesmo valor de uma opção europeia de compra sobre o mesmo ativo objeto<sup>3</sup>. Porém, uma opção Americana vale mais que a Europeia caso o ativo básico pague dividendos, sendo este o caso mais comum em Opções Reais.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Black e Scholes derivaram a fórmula utilizando o CAPM, mas apresentaram também a dedução da fórmula feita por Merton, que utiliza um portfólio sem risco. Sendo sem risco este portfólio, esta avaliação foi feita através da utilização de uma taxa de juros livre de risco para descontar as remunerações futuras do portfólio com a opção.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> No trabalho, concluiu-se que não é ótimo exercer antecipadamente uma opção de compra americana quando o ativo objeto não paga dividendos.

Já a Teoria de Opções Reais é uma metodologia para avaliação de ativos reais, como os projetos de investimento, que leva em conta as flexibilidades operacionais e gerenciais ao longo da vida útil do projeto. Sua característica dinâmica, diferentemente de técnicas tradicionais como Valor Presente Líquido (VPL), conduz a resultados mais realistas.

Um dos primeiros trabalhos a considerarem uma oportunidade de investimento como uma opção e não uma obrigação foi desenvolvido por Tourinho (1979). Neste trabalho, foi avaliado o valor de uma reserva de recurso natural, dado que o preço do recurso era estocástico e considerando que a reserva era uma opção perpétua sobre os recursos extraídos.

Define-se Opção Real como a flexibilidade que um gerente tem para tomar decisões sobre ativos reais. À medida que novas informações surgem e as incertezas sobre o fluxo de caixa revelam-se, o gerente pode tomar decisões que influenciarão positivamente o valor final do projeto. As decisões mais comuns são: saber o momento certo de investir<sup>4</sup> ou abandonar um projeto<sup>5</sup>, modificar as características operacionais de um ativo ou trocar um ativo por outro. Assim, um investimento de capital pode ser considerado um conjunto de opções reais sobre um ativo real.

Um investimento retorna um fluxo de caixa futuro que é afetado pelas incertezas e pelas decisões que a empresa e seus competidores tomarão no futuro. Para tomar uma decisão hoje, a empresa precisa levar em conta essas considerações futuras. As técnicas de avaliação de investimentos que consideram as decisões gerenciais devem ser capazes de lidar com contingências futuras.

Este capítulo apresenta os conceitos fundamentais da Teoria das Opções Reais, com as definições necessárias para o entendimento da teoria na Avaliação de Investimentos. Serão apresentadas as definições básicas de opções, os processos de Avaliação de Investimentos sobre ativos reais como Direitos Contingenciais, Programação Dinâmica, Processos Estocásticos e Simulação de Monte Carlo.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Mc Donald e Siegel (1986) consideraram a opção de espera análoga a uma opção americana de compra, onde o ativo objeto é o valor presente do projeto e o preço de exercício é o custo de investimento.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Esta, análoga à uma opção americana de venda.

### 3.2

### Opções

No mercado financeiro, opções são contratos de compra/venda de ativos, cujo preço depende do valor do ativo objeto, ou seja, são derivativos. Hull (1997) aborda que uma opção de compra (*call*) é um direito que o detentor do contrato tem de comprar o ativo objeto por um preço de exercício preestabelecido, em uma data futura determinada. A função de remuneração de uma opção de compra, no vencimento, é dada pela equação (3-1) a seguir:

$$C(T) = \max(S(T)-K, 0)$$
(3-1)

Onde:

C(T) = "pay-off" (valor) da opção de compra;

T = data de vencimento da opção;

S(T) = preço de mercado do ativo objeto;

K = preço de exercício da opção.

A figura (3-1) abaixo mostra como o valor da opção varia em função do preço do ativo objeto, na data de vencimento. A figura mostra que a opção só tem valor quando o preço do ativo objeto for superior ao preço de exercício.

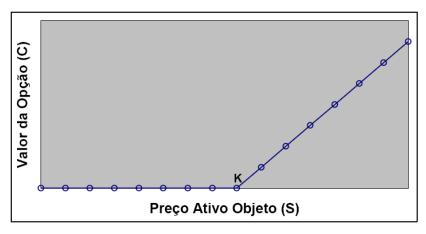


Figura 3-1 – Valor (pay-off) de uma opção de compra no vencimento.

Onde se pode observar que:

 $S \le K$  – Região de Não-Exercício da Opção;

S > K – Região de Exercício da Opção.

Uma opção de venda (*put*) dá ao seu detentor o direito de vender o ativo objeto por um preço de exercício numa data futura. A função de remuneração da opção de venda, no vencimento, é dada pela equação (3-2) a seguir:

$$P(T) = \max(K-S(T), 0) \tag{3-2}$$

Onde:

P(T) = "pay-off" (valor) da opção de venda em T.

A figura (3-2) abaixo mostra como o valor da opção de venda varia em relação ao preço do ativo objeto na data de vencimento. Neste caso, a opção tem valor quando o preço do ativo objeto for menor do que o preço de exercício.

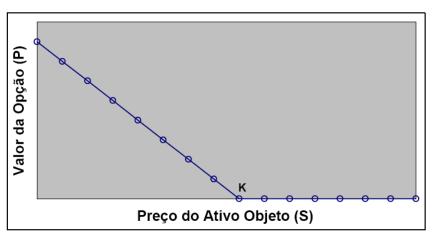


Figura 3-2 – Valor (pay-off) de uma opção de venda no vencimento.

Onde se pode observar que:

S < K – Região de Exercício da Opção;

 $S \ge K - \text{Região de Não-Exercício da Opção.}$ 

Opções também podem ser classificadas quanto à data de exercício. Opções europeias são aquelas as quais o exercício somente poderá ser realizado no vencimento do título. Já as opções americanas são aquelas em que o detentor pode exercê-las em qualquer período até a data de vencimento. Essa característica confere às opções americanas um valor no mínimo igual ao valor de opções europeias semelhantes.

A avaliação de opções americanas requer a determinação da política ótima de exercício antecipado da opção de investimento, ou seja, a cada instante (t) deve-se determinar a partir de qual valor do preço do ativo objeto, a opção deve ser exercida de modo a maximizar o valor presente de sua remuneração.

Para a Teoria de Opções Reais, a determinação desta política é o fator central, já que poderia estar sendo determinado o melhor momento para investir em um projeto de investimento.

### 3.2.1 Arbitragem

Conforme a abordagem da seção anterior, opções são derivativos, e um dos conceitos centrais da teoria de avaliação de ativos derivativos é o de arbitragem. Este conceito também foi utilizado por Black e Scholes (1973) e por Merton (1973). A definição de arbitragem é relativamente simples, e significa a possibilidade de ter lucro no mercado, sem ter risco de perder dinheiro em nenhum cenário e sem fazer nenhum investimento líquido (sem ter dinheiro). Se este lucro existir então há uma oportunidade de arbitragem no mercado. Ou seja, é um plano de consumo que tem custo inicial não-positivo e que é sempre não negativo e estritamente positivo em pelo menos um cenário.

Os conceitos de arbitragem são utilizados para definir o preço justo de um ativo financeiro, como Contratos a Termo, Contratos Futuros, *Swaps* e Opções. O preço justo de um ativo é aquele obtido em um ambiente livre de oportunidades de arbitragem.

### 3.2.2

### **Mercado Completo**

Um mercado é dito completo quando existem ativos suficientes para reproduzir a remuneração de um título derivativo como, por exemplo, uma opção. Já um mercado incompleto é considerado o que onde a remuneração de um título derivativo não pode ser replicada utilizando os ativos existentes.

A completude é uma característica altamente desejável para avaliação de direitos contingenciais ("Contingent Claims"). Se um mercado é dito completo, então uma opção pode ser avaliada utilizando argumento de ausência de arbitragem, ou seja, o valor da opção seria obtido montando um portfólio livre de risco cujo valor presente utilizaria uma taxa de juros livre de risco. Se o mercado não for completo, este portfólio não pode ser montado.

Uma outra maneira de avaliar opções é através de uma mudança na medida de probabilidade, a chamada medida equivalente de martingale (Q). Neste caso, o valor esperado do ativo básico (V) é penalizado e prova-se que sob medida "Q" pode-se descontar os resultados de funções ou derivativos F(V) com a taxa livre de risco. Entretanto, se o mercado for incompleto, a medida Q não é única e teria que ser selecionada.

# 3.2.3 Investimento Irreversível

O custo de investimento irreversível (total ou parcialmente) é aquele que uma vez feito, não pode ser recuperado totalmente caso o investidor não queira mais investir. Normalmente, a irreversibilidade se dá quando o capital a ser investido é específico da indústria. Não existe a possibilidade do "desinvestimento", ou seja, a recuperação total do capital investido. Por exemplo, ao investir em um projeto de geração termelétrica, o investidor estará investindo em projeto específico da indústria de energia elétrica, ou seja, a planta não poderá ser utilizada para outros fins, a não ser produzir eletricidade.

A irreversibilidade desempenha um papel importante no processo de avaliação de projeto de investimento por Opções Reais, já que o exercício da opção é irreversível, enquanto que a espera é reversível.

# 3.2.4 Modelos de Decisões Gerenciais

A partir dos conceitos desenvolvidos pela Teoria das Opções Financeiras, a Teoria das Opções Reais é utilizada para avaliação de diversos tipos de investimentos de capital. Existem modelos para avaliação de investimentos na indústria do petróleo, modelos para avaliação de projetos de pesquisa e desenvolvimento, modelos para avaliação de ativos de propriedade intelectual, além de aplicações em outras indústrias. A tabela (3-1) apresenta um quadro comparativo entre as opções financeiras e as opções reais:

Tabela 3-1 – Quadro comparativo entre Opções Financeiras e Opções Reais.

Opções Financeiras	Opções Reais
Preço da Ação	Valor do Projeto
Preço de Exercicio da Opção	Custo de Investimento
Taxa de Dividendos	Fluxos de Caixa do Projeto
Taxa de Desconto Livre de Risco	Taxa de Desconto Livre de Risco
Volatilidade da Ação	Volatilidade do Valor do Projeto
Tempo de Expiração da Opção	Tempo de Expiração da Oportunidade de Investimento

Com a desregulamentação da indústria de energia elétrica em vários países, inclusive no Brasil, a demanda por modelos de avaliação de ativos reais e ferramentas de gerenciamento de risco aumentou consideravelmente. Nesta tese, serão abordadas aplicações da Teoria na indústria de Energia e de Geração Termelétrica, para a avaliação do valor de projetos de investimento nesta área.

### 3.3 Processos Estocásticos

Dixit e Pindyck (1994), abordam que um processo estocástico  $X = \{X(t), t \in T\}$  é definido como uma lei de probabilidade para a evolução de X(t). Logo, para cada t no conjunto de índices T, X(t) é uma variável aleatória, sendo t normalmente interpretado como tempo. Uma realização de X(t) num intervalo de tempo é chamada de amostra de caminho *("sample path")*. Podendo ser em tempo discreto ou em tempo contínuo.

Os processos estocásticos podem ser classificados como estacionários, onde as propriedades estatísticas, média e variância, da variável são assintóticas; ou como não estacionários, onde o valor esperado da variável aleatória pode crescer sem limite e sua variância, T intervalos de tempo à frente, aumenta com T de forma ilimitada.

Um processo estocástico é definido por uma lei de probabilidade de evolução da variável aleatória. A equação (3-3) abaixo define o processo a cada intervalo:

$$X(t) = E[X(t)] + erro(t)$$
(3-3)

Onde:

E[X(t)] = previsão do valor esperado da variável aleatória;

erro(t) = erro da previsão.

Pelo fato de ser considerada a natureza estocástica dos valores dos preços e dos custos, os métodos de avaliação de opções reais se utilizam largamente dos Processos Estocásticos para determinar estas variações. Por isso, faz-se necessário calcular para cada processo estocástico sua tendência e sua volatilidade (erro) para a determinação destes valores. Alguns dos Processos Estocásticos comumente utilizados nas avaliações de opções reais serão apresentados a seguir.

#### 3.3.1

#### Processos de Markov

São processos estocásticos onde somente o valor corrente de uma variável é relevante para prever o valor futuro desta variável. A propriedade de Markov diz que a distribuição de probabilidades dos valores em qualquer tempo no futuro depende única e exclusivamente de seu valor atual. Esta apresenta como principal vantagem o fato de simplificar a análise dos processos estocásticos, pois desconsidera nestas análises, os valores passados das variáveis.

Considerando um processo em tempo discreto  $\{XI, X2,..., Xt\}$ , com distribuição de probabilidade conjunta  $F(\chi I, \chi 2,..., \chi t)$ , este processo é

considerado um Processo de Markov se as suas probabilidades condicionais satisfazem as propriedades da equação (3-4) a seguir:

$$P((X t+s) \le x t+s/xt, ..., x1) = P(X t+s \le x t+s/xt)$$
 (3-4)

Com P (. /It) representando a probabilidade condicional ao conjunto de informações It.

### 3.3.2

#### Processo de Wiener

Também conhecido como Movimento Browniano, o Processo de Wiener em tempo contínuo possui as seguintes propriedades:

- 1- É um processo de Markov, logo, para a previsão do valor futuro da variável necessita-se somente da sua distribuição de probabilidades e de seu valor atual;
  - 2- Possui incrementos independentes;
- 3- Mudanças sobre qualquer intervalo de tempo são normalmente distribuídas, com o aumento linear da variância com o intervalo de tempo.

Uma variável aleatória Z que segue um processo de Wiener possui as seguintes propriedades:

- 1- A relação entre  $\Delta Z$  e  $\Delta t$  é dada por:  $\Delta Z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ , onde  $\varepsilon \sim N(0,1)$ ;
- 2 A variável aleatória  $\epsilon t$  não possui correlação serial, sendo  $E(\epsilon t, \epsilon s) = 0$ , para  $t \neq 0$ . Assim, os valores de  $\Delta Z$  para quaisquer intervalos diferentes são independentes, de forma que Z(t) segue um processo de Markov.

Dessa propriedade segue que,  $\Delta Z$  tem distribuição normal com média 0 e variância igual a  $\Delta t$ , ou seja,  $\Delta Z \sim N(0, \Delta t)$ .

Considerando-se o intervalo de tempo  $\Delta t \rightarrow 0$ , o incremento do processo de Wiener pode ser representado em tempo contínuo, conforme demonstrado abaixo:

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt} \tag{3-5}$$

$$E(dz) = 0 ag{3-6}$$

$$Var(dz) = dt \quad \leftrightarrow \quad dz \sim N(0, dt)$$
 (3-7)

$$Devpad(dz) = \sqrt{dt} \tag{3-8}$$

Observa-se que este processo não apresenta derivada em relação ao tempo no sentido convencional, conforme apresentado a seguir:

$$\frac{\Delta Z}{\Delta t} = dz = \varepsilon \sqrt{dt}$$

$$Logo, se \Delta t \to 0, \quad \Delta Z/\Delta t \to \infty$$
(3-9)

### 3.3.3

### **Movimento Browniano Generalizado**

Também conhecido como Processo de Itô, o Movimento Browniano Generalizado é dado pela equação (3-10):

$$dx = a(x,t) dt + b(x,t) dz$$
(3-10)

Onde:

dz = incremento de Wiener;

a(x,t) = taxa instantânea de crescimento esperada (tendência do processo);

b(x,t) = taxa instantânea de variância esperada (volatilidade do processo).

A média e a variância de "dx" são definidas pelas equações (3-11) e (3-12) a seguir:

$$E(dx) = a(x,t) dt ag{3-11}$$

$$Var(dx) = [b(x,t)]^2 dt$$
(3-12)

### 3.3.3.1

### Lema de Ito

Sendo, segundo Duffie (1992), um dos resultados mais importantes do cálculo estocástico, e também conhecido como Teorema Fundamental do Cálculo Estocástico, o Lema de Itô providencia uma fórmula analítica que simplifica a

manipulação de diferenciais estocásticas. Pode ser considerado como a versão estocástica da Expansão de Taylor<sup>6</sup> apresentada em cálculo diferencial.

Considerando-se a função F(x,t) diferenciável duas vezes em relação a "x" e uma vez em relação a "t". A equação (3-13) abaixo apresenta esta derivada utilizando-se o Lema de Itô:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}dx^2 + R(x)$$
(3-13)

Onde:

$$R(x) = \frac{1}{6} \frac{\partial F}{\partial x^3} dx^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial F}{\partial x^4} dx^4 + \dots$$
 (3-14)

Sendo *R(x)* conhecido como "resto de Itô".

Para dt infinitesimal, adota-se  $dt^n = 0$  para n > 1,  $dz^2 = dt$ Além disso, considerando que:

$$dx^{2} = a^{2}(x,t)dt^{2} + b^{2}(x,t)dt + a(x,t)b(x,t)dt^{3/2} = b^{2}(x,t)dt$$
(3-15)

Para n > 2,  $dx^n = 0$ , logo, os termos do "Resto de Itô" são eliminados da equação.

Com a substituição deste resultado, obtém-se o Lema de Itô, conforme a equação (3-16) abaixo:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + a(x,t)\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2}b^2(x,t)\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right]dt + b(x,t)\frac{\partial F}{\partial x}dz$$
 (3-16)

No caso particular do Movimento Geométrico Browniano, que será abordado posteriormente nesta tese:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + ax\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma^2 x\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right]dt + \sigma x\frac{\partial F}{\partial x}dz$$
(3-17)
$$\operatorname{Se} F(x,t) = \ln(x):$$

\_

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Também conhecida como Regra da Cadeia.

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0 : \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{x} : \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}$$
 (3-18)

Logo:

$$dF = (\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dz \tag{3-19}$$

# 3.3.4

# **Movimento Aritmético Browniano (MAB)**

Também conhecido como modelo de Bachelier, ou como Movimento Browniano com "drift" para uma variável, o Movimento Aritmético Browniano pode ser definido pela seguinte expressão (3-20):

$$dx = \alpha \, dt + \sigma \, dz \tag{3-20}$$

Onde:

dz = incremento de Wiener;

 $\alpha$  = tendência ("drift") do processo, surge do produto de dois valores conhecidos, neste caso, a tendência é constante;

 $\sigma$  = volatilidade (desvio padrão) do processo, que representa a incerteza do processo, neste caso, a volatilidade também é constante.

A mudança do valor de x, representada por dx, no intervalo de tempo dt, segue uma distribuição normal de probabilidades, com  $E(\Delta x) = \alpha \Delta t$  e variância  $V(\Delta x) = \sigma^2 \Delta t$ , conforme apresentado pela equação (3-21) a seguir:

$$\Delta x \sim N \left( \alpha \Delta t, \ \sigma^2 \Delta t \right)$$
 (3-21)

# 3.3.5

# Movimento Geométrico Browniano (MGB)

Este caso particular de Processo de Itô, geralmente é o processo utilizado para modelar preço de ações, taxas de juros, preços de commodities e outras

variáveis financeiras e econômicas, sendo o MGB, de longe, o processo estocástico mais utilizado tanto em opções financeiras quanto em opções reais.

A equação (3-22) do MGB é apresentada a seguir:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz \tag{3-22}$$

Onde  $\alpha$  (fator de tendência "drift") e  $\sigma$  (volatilidade) de x são constantes.

Através da aplicação do Lema de Itô na equação do MGB, obtém-se a equação (3-23) a seguir:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + ax\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma^2 x\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right]dt + \sigma x\frac{\partial F}{\partial x}dz$$
(3-23)

Onde:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{\partial^{2F}}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

Ou seja:

$$dF = \frac{1}{x}dx - \frac{1}{x^2}(dx)^2$$
 (3-24)

Onde:

$$dx = (adt + \sigma dz)$$

Substituindo as equações:

$$dF = \frac{1}{x}(\alpha dt + \sigma dz) - \frac{1}{x^2}(\alpha dt + \sigma dz)^2$$
(3-25)

$$dF = \alpha dt + \sigma dz - \frac{1}{2x^2} \left(a^2 x^2 dt^2 + 2\alpha \sigma dt dz + \sigma^2 x^2 dz^2\right)$$
(3-26)

$$dF = \alpha dt + \sigma dz - \frac{1}{2}\sigma^2 dt \tag{3-27}$$

$$dF = (a - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dz \tag{3-28}$$

Logo, segundo a equação acima, a variação da função "F" segue uma distribuição normal com média  $(a-\frac{1}{2}\sigma^2)dt$  e variância  $\sigma^2 dt$ .

Considerando que:

$$(dz)^2 = (\varepsilon\sqrt{dt})^2 = \varepsilon^2 dt \tag{3-29}$$

$$Var(\varepsilon) = E(\varepsilon^2) - E^2(\varepsilon) = 1$$
 (3-30)

$$E(\varepsilon^2 dt) = dt E(\varepsilon^2) = dt \tag{3-31}$$

$$Var(\varepsilon^2 dt) = dt^2 Var(\varepsilon^2) = 0$$
(3-32)

Em seguida, substituindo no valor de F(x), encontra-se:

$$F(x_t) - F(x_0) \sim N \left[ \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma^2 T \right]$$
 (3-33)

$$F(x_t) \sim N \left[ F(x_0) + \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma^2 T \right]$$
 (3-34)

Sabendo-se que  $F(x_t) = \ln x_t$ , logo:

$$\ln x_{t} \sim N \left[ \ln x_{0} + \left( \alpha - \frac{\sigma^{2}}{2} \right) T, \sigma^{2} T \right]$$
(3-35)

Após algumas substituições algébricas, o valor esperado (média) e a variância de uma distribuição lognormal, são encontrados e apresentados pelas equações (3-36) e (3-37) abaixo:

$$E(x_t) = x_0 e^{aT} (3-36)$$

$$Var(x_t) = x_0^2 e^{2aT} (e^{\sigma^2 T} - 1)$$
 (3-37)

Vale ressaltar que no caso do MGB, a variância (volatilidade) e a tendência não são constantes. A variância cresce indefinidamente com o horizonte de tempo,

desde que  $\alpha > -\sigma^2/2$ , e a tendência é exponencial de crescimento ou de queda, conforme apresentado pela figura (3-3):

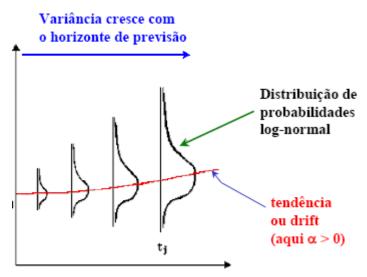


Figura 3-3 – Variância e Tendência no MGB (Fonte: Dias).

Mostra-se importante definir uma variação ou translação vertical do MGB. É o chamado MGB "*livre de risco*". Esse processo é obtido pela subtração de um prêmio de risco  $\pi$  da tendência real  $\alpha$ . Conforme a equação (3-38) abaixo, demonstra-se com facilidade que a tendência *neutra ao risco*  $(\alpha - \pi)^7$  é igual a:

$$\alpha - \pi = r - \delta \tag{3-38}$$

Onde:

r =taxa de desconto livre de risco;

 $\pi$  = prêmio de risco;

 $\delta$  = taxa de conveniência ("convenience yield"), ou taxa de dividendos ("dividend yield").

A taxa de conveniência é relacionada a fenômenos de preços futuros e benefícios de estoques no caso de "commodities", ou à taxa de distribuição de dividendos ("dividend yield") se o ativo básico for uma opção financeira ou um projeto em operação com distribuição de fluxos de caixa.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> A taxa ajustada ao risco é  $\mu = r + \pi$ . Em equilíbrio, essa é a taxa de retorno total de um ativo de risco  $\mu = \alpha + \delta$  (ganho de capital mais dividendos). Logo,  $\alpha + \delta = r + \pi$ , ou  $(\alpha - \pi = r - \delta)$ .

Dessa forma, o MGB neutro ao risco é dado pela equação (3-39):

$$dx = (r - \delta) x dt + \sigma x dz \tag{3-39}$$

Em comparação com a equação do MGB Real, observa-se que apenas o termo de tendência ("drift") é alterado. Geralmente, o processo neutro ao risco (descontado o prêmio de risco) é usado para avaliar opções e derivativos em geral, ao passo que o processo real é usado para fazer previsões e em algumas aplicações como em cálculo de "value at risk" (Var). No modelo desenvolvido na tese, o processo estocástico utilizado para a previsão dos preços futuros dos combustíveis é o MGB neutro ao risco, já que é necessário calcular o valor presente de fluxos de caixa associados a esses preços.

Como exemplo, a figura (3-4) abaixo apresenta 2 amostras de caminho ("sample paths") de preços de barril de petróleo (\$/bbl), seguindo um MGB real e duas amostras de caminho equivalentes (mesmos parâmetros e mesmos choques estocásticos dz) para o caso de um MGB neutro ao risco.

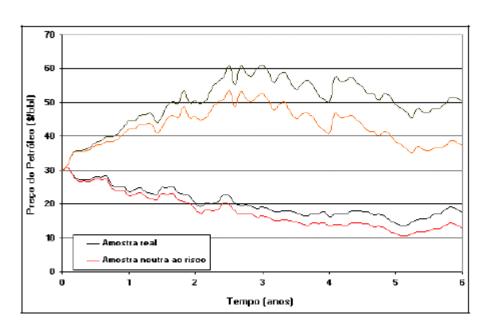


Figura 3-4 – Simulação MGB Real x MGB Neutro ao Risco (Fonte: Dias).

Observa-se que a amostra neutra ao risco é sempre menor que a amostra real (a diferença é o prêmio de risco). Por este motivo, a simulação neutra ao risco de um processo estocástico é a simulação real penalizada por um valor igual ao prêmio de risco.

## 3.3.6

# Movimento de Reversão à Média (MRM)

Foi observado no processo de Movimento Geométrico Browniano, que o valor previsto tende a divergir do seu valor original, dado que o processo apresenta uma tendência exponencial de crescimento ou de queda.

Nos Movimentos de Reversão à Média, que também são processos de Markov, observa-se que o sentido e a intensidade da tendência dependem do valor corrente, e que a variância inicialmente cresce e posteriormente se estabiliza (variância limitada). Logo, o valor tende a reverter para o equilíbrio no valor médio.

A equação (3-40) do caso mais simples de MRM, o MRM aritmético, também conhecido como Ornstein-Uhlenbeck, é apresentada abaixo:

$$dx = \eta (\bar{x} - x) dt + \sigma dz \tag{3-40}$$

Onde:

dz = incremento de Wiener;

 $\eta$  = velocidade de reversão à média (indica a velocidade com que o processo tende a voltar para o valor médio);

 $\bar{x}$  = nível normal de equilíbrio de x (valor para o qual x tende a reverter).

O valor esperado e a variância são dados pelas equações (3-41) e (3-42):

$$E(x_t) = \overline{x} - (x_0 - \overline{x})e^{-\eta(t - t_0)}$$
(3-41)

$$Var(x_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta(t_{0-}t)})$$
 (3-42)

Observa-se quando  $t \rightarrow \infty$ :

$$\lim E(x_T) = \lim [\bar{x} - (x_0 - \bar{x}) \frac{1}{e^{\eta T}}] = \bar{x} - (x_0 - \bar{x}) \lim \left[ \frac{1}{e^{\eta T}} \right]$$

Então:

$$T \to \infty$$
,  $e^{\eta T} \to \infty$  e  $(x_0 - x) \frac{1}{e^{\eta T}} \to 0$ 

$$T^{\xrightarrow{\lim}} \infty$$

Logo:

$$E[x_T] \rightarrow \overline{x}$$

# 3.4

# Métodos de avaliação de Opções Reais

Do mesmo modo que uma opção financeira, uma opção real pode ser avaliada usando técnicas de análise de Direitos Contingenciais ("Contingent Claims"). Independentemente se os investidores são ou não avessos ao risco, o valor da opção pode ser obtido montando-se uma carteira dinâmica, sem risco (independente das preferências dos investidores), que replica o valor do ativo real, evitando-se o problema complexo de estimar a taxa ajustada ao risco de uma opção. Utilizando ferramentas do cálculo estocástico<sup>8</sup>, obtém-se uma equação diferencial parcial que pode ser resolvida analiticamente ou através de métodos numéricos. Este método se mostra limitado, pois se o número de variáveis com incerteza for grande (maior ou igual a 3), o processo de avaliação pode tornar-se pesado computacionalmente ou algebricamente intratável.

Um outro método numérico, conhecido como árvore binomial, foi proposto por Cox, Ross e Rubinstein (1979). Esse método tem o mesmo problema em termos de ser intratável quando o número de processos estocásticos for maior ou igual a 3. A distribuição de probabilidades do ativo em cada período, suposta lognormal, foi aproximada por uma distribuição binomial. Assim, em cada período o preço do ativo pode mudar para somente dois valores possíveis, conforme apresentado pela árvore binomial da figura (3-5):

-

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Normalmente, o Lema de Itô.

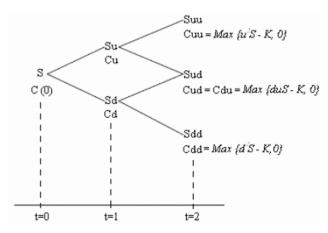


Figura 3-5 – Valor (pay-off) de uma opção em cada período.

Desenvolvido no início dos anos 1970, e publicado em 1973, o modelo de Black e Scholes é considerado até os dias de hoje, como a principal contribuição para a precificação de opções. Inicialmente utilizado para avaliar opções de compra e opções de venda europeias com ativo-objeto que não pagam dividendos. Este modelo tem as seguintes premissas:

- o preço da ação (ativo-objeto) segue um processo estocástico de MGB, com distribuição log-normal;
  - não existem requerimentos de margem de garantia;
  - não há custos de transação e de tributação;
  - os papéis são perfeitamente divisíveis;
  - inexistência de dividendos durante a vida útil do derivativo;
  - inexistência de arbitragem;
  - negociação contínua do ativo-objeto;
  - taxa livre de risco constante e igual para diferentes maturidades;
  - volatilidade constante.

No desenvolvimento das equações do modelo, foi utilizado para eliminar o risco, a montagem de uma carteira composta por ação e opção , com a taxa de retorno dada pela taxa livre de risco.

Pelo Modelo de Black & Scholes, os valores das opções de compra *(call)* e de venda *(put)* europeias são dados pelas equações (3-43) e (3-44) abaixo, respectivamente:

$$Call = SN(d1) - Xe^{-r\tau}N(d2)$$
 (3-43)

$$Put = Xe^{-r\tau}N(-d2) - SN(-d1)$$
(3-44)

Sendo:

$$d1 = \ln\left(\frac{S}{X}\right) + \frac{(r + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d2 = \ln\left(\frac{S}{X}\right) + \frac{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

Onde:

S = preço corrente do ativo básico;

N = função cumulativa da probabilidade normal padronizada;

X = preço de exercício da opção;

r = taxa de desconto;

 $\sigma$  = volatilidade do preço do ativo;

 $\tau$  = prazo até o vencimento da opção

Para complementar o modelo, Merton (1973) derivou a equação de Black & Scholes adaptada para opções em ativos com dividendos. Para tal, foi considerado que os dividendos pagos são conhecidos com antecedência e que o valor corrente do ativo-objeto poderia ser deduzido do valor presente dos dividendos pagos durante a vida útil da opção. Esta dedução é dada pela taxa de dividendos sobre o preço ou "dividend yield" ( $\delta$ ). O modelo ajustado considerando dividendos (Modelo de Black, Scholes e Merton) é dado pelas equações (3-45) e (3-46) a seguir:

$$Call = Se^{-\delta T} N(d1) - Xe^{-rT} N(d2)$$
(3-45)

$$Put = Xe^{-rT}N(-d2) - Se^{-\delta T}N(-d1)$$
(3-46)

Onde:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

Técnicas de simulação estatística, como Monte Carlo e Programação Dinâmica Estocástica, também podem ser utilizadas para a avaliação de opções. Simulação de Monte Carlo normalmente é utilizada para avaliação de opções europeias, pois a regra de exercício é simples e só ocorre na expiração (não é necessário trabalhar *backwards*, como nas opções americanas).

# 3.5 Simulação de Monte Carlo

Desenvolvido durante a Segunda Guerra Mundial, no Projeto Manhattan, por Metropolis e Ulam (1949), o método de Monte Carlo é baseado no uso de números fortuitos e estatística de probabilidade, resolvendo os problemas através da simulação direta do processo físico. Segundo Dias (2005), Monte Carlo se mostra flexível para manusear vários detalhes específicos dos problemas, várias restrições e várias fontes de incertezas.

O método leva este nome devido às roletas de Monte Carlo, no Principado de Mônaco. Os primeiros estudos envolvendo Simulação de Monte Carlo na avaliação de investimentos de capital foram feitos por Hertz (1964). A Simulação de Monte Carlo (SMC) é um método cada vez mais utilizado também para a precificação de derivativos, inclusive opções, pois como o método de Monte Carlo resolve o problema pela simulação direta do processo físico, evita-se de escrever e solucionar a equação diferencial da opção real, além de não ter os problemas de dimensionalidade, que ocorre quando se tem um número grande de fontes de incerteza, e de modelagem, que normalmente exigem esforço computacional e dificultam a solução de problemas reais complexos.

As etapas básicas da solução de um problema através do método de Monte Carlo são apresentadas a seguir:

1 - Especificação da distribuição das variáveis de entrada do problema estudado (*inputs*), inclusive através de processos estocásticos (sequências temporais de distribuições); e das correlações entre as variáveis;

- 2 Operações matemáticas com as amostras dos *inputs* para calcular o resultado (*output*) gerado por essa amostra;
- 3 Repetição N vezes das etapas 1 e 2 apresentadas acima, gerando N *outputs*; e
- 4 Cálculo da média, da variância, do intervalo de confiança e outras propriedades estatísticas da distribuição de *output* que foi gerada.

A Figura (3-6) abaixo ilustra as etapas da Simulação de Monte Carlo:

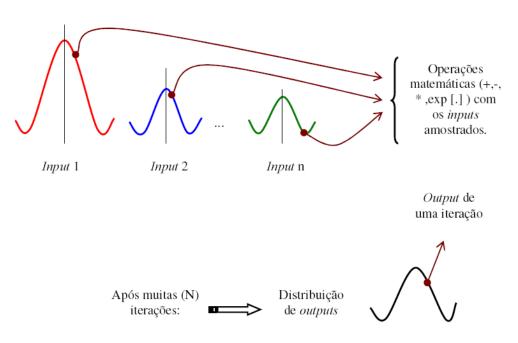


Figura 3-6 – Etapas da Simulação de Monte Carlo.

# 3.5.1 Simulação de Monte Carlo na precificação de Opções

Especificamente na precificação de opções, recomenda-se a utilização da Simulação de Monte Carlo quando as opções dependem de múltiplas variáveis de estado e processos estocásticos diversos e/ou quando os *payoff's* dependem da trajetória de preços do ativo.

Observa-se que, no caso da precificação de opções, as etapas da solução por Simulação de Monte Carlo são as seguintes:

 1 – Simulação neutra ao risco do preço do ativo básico, escolhendo-se adequadamente o processo estocástico, e os parâmetros do mesmo;

- 2 Determinação do *payoff* da opção para cada amostra;
- 3 Cálculo do valor presente de seu *payoff* usando a taxa livre de risco;
- 4 Precificação da opção, através da média da simulação.

A principal vantagem de Monte Carlo sobre outros métodos numéricos na avaliação de opções é a sua flexibilidade de manusear várias fontes de incerteza e vários aspectos práticos de modelagem. Porém, apresenta como desvantagem o fato do erro ser inversamente proporcional ao tamanho da amostra, exigindo para a obtenção de melhores estimativas, maiores amostras e, conseqüentemente, maior esforço computacional. Pelo teorema central do limite, o erro é da ordem de ( $n^{-0.5}$ ), onde n é o número de simulações.

Boyle (1997) utilizou algumas técnicas para melhorar a precisão das estimativas. Estas técnicas são conhecidas como técnicas de redução de variância.

A maioria dos trabalhos utilizando Monte Carlo avaliava opções europeias, inclusive opções mais complexas do que simples opções de compra e venda. Opções americanas são mais difíceis de serem avaliadas por Monte Carlo, por possuírem característica de otimização *backward*, pois podem ser exercidas a qualquer momento até o vencimento. Esta característica *backward* geralmente está ligada à avaliação da política ótima de investimento.

Porém, alguns trabalhos de avaliação de opções americanas com o método já foram desenvolvidos. Boyle, Broadie e Glasserman (1997) utilizaram um modelo de árvore para simular o preço do ativo objeto. Uma outra maneira de avaliar uma opção americana foi apresentada por Ibanez e Zapatero (1999). Neste trabalho, foi utilizado um algoritmo computacionalmente eficiente que calculava a política ótima de investimento, considerando esta política como um ponto fixo no algoritmo de programação dinâmica.

Jorion (2001) ressaltou que com toda a elegância e facilidade, os resultados da Simulação de Monte Carlo dependem fortemente das premissas consideradas nas variáveis de entrada modelo, tais como a distribuição de probabilidades, os parâmetros e as funções de precificação. Logo, deve-se ter o cuidado adequado com os efeitos que possíveis erros nestas premissas podem ter nos resultados da simulação.

4

# Opções Reais em Energia e Geração Térmica de Eletricidade

# 4.1

# Introdução

A desregulamentação do Mercado de Energia Elétrica em diversos países, inclusive no Brasil, incorporou uma série de incertezas e flexibilidades aos agentes, investidores e gestores de risco deste segmento da economia.

Com isso, as ferramentas tradicionais de análise de investimentos podem se tornar limitadas para tratar adequadamente essas incertezas e flexibilidades, abrindo espaço para a utilização da Teoria de Opções Reais na análise de investimentos neste contexto do Mercado de Energia Elétrica no Brasil.

Nas últimas décadas, muitos trabalhos nesta área vêm sendo desenvolvidos na literatura de finanças e análise de investimentos. O objetivo principal deste capítulo é abordar aplicações de opções reais em energia, especificamente em Geração Termelétrica, mostrando a utilização da teoria por empresas, fazendo uma revisão bibliográfica do tema e contextualizando no objetivo deste trabalho.

A crescente utilização pelas empresas da Teoria de Opções Reais para a avaliação de seus investimentos de capital foi abordada por Triantis e Borison (2001), quando foi apresentado um importante levantamento da prática de opções reais, sintetizando as experiências de 34 companhias nesta área. Na ocasião do estudo, estas empresas foram agrupadas em 7 tipos de indústrias, e constatou-se que no segmento de Energia, 14 empresas foram identificadas como usuárias da Teoria de Opções Reais

No Brasil, a utilização de opções reais em aplicações práticas no Mercado de Energia pelas empresas ainda é crescente, destacando-se a Petrobras – Petróleo Brasileiro S.A., empresa integrada de energia. Atualmente, além de petróleo e seus derivados, atua também em Gás Natural, Biocombustíveis e Energia Elétrica (principalmente no segmento de Geração Termelétrica). Segundo Dias (2005), desde 1998, a Petrobras vem tendo uma série de casos de sucesso com a utilização

da Teoria de Opções Reais em diferentes aplicações nas análises de seus investimentos, em suas diversas áreas de atuação, principalmente nas avaliações de projetos de Exploração e Produção de Petróleo e Gás Natural.

#### 4.2

# Avaliação de Termelétricas Utilizando a Teoria das Opções Reais

Uma abordagem geral dos tipos de opções reais existentes na avaliação econômica de termelétricas foi feita por Griffes, Hsu e Kahn (1999), onde eles descrevem e mostram através de simples exemplos, entre outras, as seguintes opções existentes:

- Opção de crescimento;
- Opção de abandono;
- Opção de espera;
- Opção de conversão;
- Opção de repotencialização;
- Opção de flexibilidade operacional.

Em AÏD (2012), também foram abordadas as seguintes alternativas, que podem ser identificadas como opções reais na avaliação das possibilidades de investimento de uma grande empresa de energia:

- substituição de partes de uma turbina que poderiam ter impacto direto na eficiência de produção (opção de troca);
- fechamento da usina antes do final de sua vida útil (opção de abandono/parada);
- fechamento, porém sem a desmontagem, da usina, para que possa ser utilizada anos depois, com a melhora das condições de mercado (opção de parada temporária).

No Brasil, alguns trabalhos também já foram desenvolvidos nesta área. Em um deles, esta identificação foi feita por Angst (2007) para uma Usina Termelétrica a Gás Natural já instalada no Subsistema Sudeste e despachada de forma centralizada pelo ONS. Neste trabalho, foram abordadas as seguintes opções:

- Opção de troca de insumo;
- Opção de redução da oferta de energia ao Sistema Elétrico;
- Opção de expansão.

Utilizando-se do modelo de Despacho Ótimo Centralizado da Geração, Matsumura (2004) formulou um modelo para decisão de investimento em uma nova usina termelétrica no sistema hidrotérmico brasileiro, determinando por Opções Reais o instante ótimo do investimento e considerando que há incerteza no retorno do investimento, incerteza esta, relacionada com as vazões futuras de água e despacho das hidrelétricas.

# 4.3 Opção de Flexibilidade Operacional

De longe, a Opção Real que tem sido mais analisada e precificada na avaliação de termelétricas é a opção de flexibilidade operacional de parar temporariamente. Normalmente, esta avaliação é feita considerando-se que quando o preço *spot* da energia elétrica está acima do custo variável é lucrativo operar a planta. No entanto, se o custo variável for superior, normalmente há a flexibilidade de reduzir o nível de geração ou parar a operação, evitando-se perdas.

Esta análise é de extrema importância, sobretudo no Sistema Elétrico Brasileiro, onde o despacho destas usinas é feito de forma centralizada pelo ONS, a partir da declaração pelo agente proprietário da usina, do custo variável por MWh gerado.

Vários trabalhos utilizaram essa ideia para avaliar usinas termelétricas. Deng, Johnson e Sogomonian (1998) consideraram que o custo do combustível representa o custo variável de operação da térmica. No modelo proposto por eles, o pagamento no instante *T* referente a uma unidade de energia é descrito pela equação (4-1):

$$CT(STe, STg, T) = Max(STe - H.STg, \theta)$$
 (4-1)

Onde:

CT (STe, STg, T) = Valor em T da Opção de Gerar 1 MWh no momento de exercício T;

STe = Preço spot da energia em T, em \$/MWh;

STg = Preço spot do combustível em T, em \$/MMbtu;

 $H = Heat Rate^9$ , em MBtu/MWh.

O custo variável é obtido pelo produto do *Heat Rate* (que mede a eficiência da planta indicando quantas unidades de combustível são necessárias para produzir 1 MWh) com o preço *spot* do combustível , sendo interpretado como o preço de exercício de uma opção de compra. O valor do projeto é determinado integrando-se o valor das opções de gerar a cada instante ao longo da vida útil do projeto, conforme a equação (4-2):

$$V_{Ger} = \int_{t=0}^{VU} C_t(S^0_{E}, S^0_{G}, 0) dt$$
 (4-2)

Neste trabalho foi considerado que os preços *spot* da energia elétrica e do gás seguem processos correlacionados de reversão à média.

Ethier (1999) fez uma avaliação semelhante, complementando o modelo anterior através da introdução da possibilidade de saltos no processo estocástico do preço da energia elétrica.

Winsen (1999) adicionou à formulação de Deng, Johnson e Sogomonian a possibilidade de proteção através de contratos de *swap*, nos quais a termelétrica concorda em pagar o preço flutuante do *pool* em troca de pagamentos fixos. Neste trabalho foi feito um estudo de caso de avaliação de uma termelétrica no mercado australiano, considerando diversas possibilidades de contratação.

Johnson, Nagali e Romine (1999) separaram a flexibilidade operacional por duração em:

- Flexibilidade mensal;
- Flexibilidade diária;
- Flexibilidade na ponta / fora da ponta.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Eficiência das turbinas da usina para transformar energia térmica em energia elétrica.

Utilizando a formulação de Deng, Johnson & Sogomonian, eles fazem uma comparação do valor de operar uma termelétrica entre as diferentes flexibilidades.

A operação de uma termelétrica possui restrições que reduzem o valor da flexibilidade operacional conforme foi mostrado por Tseng e Graydon (1997). As restrições consideradas por eles foram as seguintes:

- Restrições de rampa (há um tempo requerido para/ reiniciar a operação da planta, assim como um custo associado a essa operação, que depende de quanto tempo à planta esteve desligada);
- Restrições de acoplamento (uma unidade de geração térmica não pode trocar entre o modo ligado e o modo desligado a uma frequência arbitrária, ou seja, uma vez em qualquer um dos modos, é necessário a permanência por um tempo mínimo).

Análises de investimentos em usinas termelétricas a gás no mercado norueguês sob preços estocásticos de gás natural e energia elétrica foram feitas por Fleten e Nasakkala (2006). Este trabalho, também aborda as opções de *timing* do investimento, operacionais e de abandono, considerando que fluxo de caixa depende do *spread* entre o preço da energia gerada e o preço do gás (*Spark-Spread*). Para a valoração, os autores levaram em conta 3 premissas, a seguir:

- 1 A existência de contratos *forward* de gás e de energia elétrica, com o mercado de derivativos completo e sem oportunidades de arbitragem;
- 2 O *spark spread* seguindo processo estocástico de Movimento Aritmético Browniano;
- 3 A planta pode ser ativada e desativada instantaneamente com um custo que pode ser amortizado como custo fixo.

Vale ressaltar que, para a aplicação do modelo proposto, principalmente para o caso brasileiro, deve-se levar em conta as especificidades do Sistema e do Modelo de Mercado, e consequentemente, verificar a validade das premissas. Por exemplo, para o Sistema Brasileiro, não seria adequado considerar que o *Spark-Spread* seguiria um processo estocástico, mas sim, a aplicação direta do preço

*spot* do modelo de despacho ótimo centralizado (DOC) do ONS para o cálculo do lucro da usina<sup>10</sup>.

# 4.3.1

# Aplicações no Sistema Elétrico Brasileiro

No Brasil, Castro (2000) estudou o valor da flexibilidade operacional, realizando diversas análises de sensibilidade. Ele incorporou adicionalmente ao modelo de Deng, Johnson e Sogomonian, as características do sistema hidrotérmico brasileiro e a possibilidade de contratação bilateral de energia, conforme apresentado pela equação (4-3):

$$\pi_t = (P_c - P_{spot}) \times G_c + \max(P_{spot} - CO, 0) \times Gt$$
(4-3)

Onde:

 $\pi$  = Lucro operacional da térmica no período t, em R\$;

Pc = Preço da energia contratada da térmica, em R\$/MWh;

*Pspot* = Preço *spot* da energia , em R\$/MWh;

CO = Custo operacional da térmica, em R\$/MWh;

Gc = Montante de energia contratado da térmica, em MWh;

Gt = Montante de energia gerada pela térmica, em MWh;

 $max(P_{spot} - CO,0) =$  flexibilidade operacional.

Além da flexibilidade operacional, Gomes (2002) avaliou o melhor momento de investimento em uma termelétrica e a opção de espera. Neste trabalho, diversas análises foram feitas, considerando incerteza exógena na expansão da oferta, através de modelos de opções, também com esta mesma

\_

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> No modelo a ser desenvolvido na tese, será feita a aplicação direta do preço spot.

incerteza exógena como sendo um problema de duopólio e além desta, foi considerada a incerteza na demanda.

Moreira, Rocha e David (2002) abordaram que o comportamento ótimo do investidor seria um problema de precificação de ativo real (Opção Real), em que o investidor deveria determinar o momento ótimo de exercício da opção (neste caso, o investimento em usinas), de forma a maximizar o valor do investimento. A variável estocástica (ativo subjacente da opção) seria o lucro da usina, que varia para cada estado da natureza e em cada período de tempo. O investidor deveria pagar o investimento (preço de exercício da opção) para ter acesso ao lucro estocástico da usina durante o horizonte de planejamento. A lei de movimento dessa receita líquida estocástica seria definida implicitamente pelo modelo do despacho ótimo centralizado (DOC), utilizado pelo ONS.

Marreco e Carpio (2006) consideraram que em cada período o ONS exerceria a Opção de escolha entre a geração termelétrica e a hidrelétrica para atender a parte da demanda. Esta flexibilidade operacional seria equivalente à opção de escolher o combustível de menor custo para atender a carga. Como entradas do modelo, os autores consideraram o nível inicial dos reservatórios das hidrelétricas, os custos operacionais das térmicas e energia natural afluente (ENA) das bacias hidrográficas.

Nascimento (2008) avaliou a opção real de conversão de uma usina termelétrica interligada ao Sistema Elétrico Brasileiro Interligado para bicombustível (Gás Natural e Óleo Diesel). O valor da opção real foi dado pela diferença entre os fluxos de caixa dinâmicos das remunerações futuras da usina, para o caso bicombustível (VPflexível) e da movida somente a Gás Natural (VPrígido), conforme a equação (4-4):

$$Vopção^{11} = VPflexível - VPrígido$$
 (4-4)

Como método de avaliação do modelo, este trabalho utilizou Simulações de Monte Carlo, considerando o modelo de remuneração da térmica e as incertezas associadas: o nível de despacho da usina, o nível de contratação, preço do contrato

\_

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Segundo Kulatilaka e Trigeorgis (1994), este valor da opção real também pode ser definido como "Prêmio de Flexibilidade".

e preço *spot* da energia elétrica, custos variáveis unitários (custos dos combustíveis) e a possível penalidade paga pela usina no caso de ser chamada a despacho pelo ONS e não despachar por falta de Gás Natural.

# **Opções Reais Fuzzy**

#### 5.1

# Introdução

A origem da Teoria dos Conjuntos Fuzzy se dá a partir do artigo de Zadeh (1965), onde foi desenvolvido e nomeado este então novo tipo de álgebra. Este tipo de álgebra foi desenvolvido para tratar elementos imprecisos em nossos processos de tomada de decisão, e estes elementos se mostram como o fator da teoria que permite o tratamento de praticamente todas as decisões em um ambiente de incerteza. Segundo Bellman e Zadeh (1970). Um Conjunto Fuzzy é definido por uma função chamada de função de pertinência. Cada função de pertinência define um conjunto fuzzy (A), do conjunto universal (U), através da atribuição de um grau de pertinência,  $\mu_A(x)$ , entre 0 e 1 para cada elemento x de U. Sendo este o grau com que x pertence ao conjunto (A), conforme abaixo (5-1):

$$\mu_A: U \to [0,1] \tag{5-1}$$

Um conjunto fuzzy pode ser interpretado como a ponte que liga o conceito impreciso à sua modelagem numérica, atribuindo-se a cada indivíduo no universo um valor entre 0 e 1, que representa o grau de pertinência deste indivíduo ao conjunto fuzzy.

Conforme visto nos capítulos anteriores, a avaliação por Opções Reais é normalmente realizada através dos métodos de Direitos Contingênciais ("Contingent Claims"), Modelo de Black & Scholes, Modelo de Black, Scholes & Merton (considerando o pagamento de dividendos), Árvores Binomiais e a Simulação de Monte Carlo.

Todos esses métodos utilizam a teoria de probabilidades para o tratamento das incertezas, porém, essas incertezas e imprecisões nas estimativas de cenários futuros podem ser tratadas através de outros métodos, utilizando outras teorias, tais como a Teoria dos Conjuntos Fuzzy e a Lógica Fuzzy.

Na clássica Teoria dos Conjuntos, um elemento simplesmente pertence ou não-pertence a um determinado conjunto. Ou pode-se dizer que o elemento é completamente pertinente ou impertinente ao conjunto. Segundo Pacheco e Velasco (2007), este tipo de função característica é denominada Função de Pertinência Bivalente.

Esta lógica bivalente (falso/verdadeiro) é comumente utilizada em aplicações financeiras (e se apresenta como premissa básica da teoria de probabilidades). Porém, a lógica bivalente apresenta um problema, pois geralmente as decisões financeiras precisam ser tomadas em ambientes e/ou situações de incerteza.

Incertezas no contexto das finanças e nas avaliações de investimentos significam que se mostra praticamente impossível a obtenção de estimativas corretas e precisas, tal como, para prazos de implementação de projetos, custos de investimentos e fluxos de caixa futuros. Segundo Knight (1921), existem diversas razões para isso, porém, o principal motivo é que simplesmente estimativas sobre o futuro são imprecisas por natureza, principalmente em Economia, Finanças e Mercado Financeiro.

Tarazo (1997), definiu conjuntos fuzzy como conjuntos em que os elementos tem graus de pertinência, permitindo, por exemplo, a representação de "um custo de investimento em torno de 100 milhões de dólares". Isso significa que os conjuntos fuzzy podem ser utilizados para formalizar a falta de acurácia normalmente existente nas decisões humanas e como uma forma de representação de vagueza, incerteza, ou conhecimento impreciso, tendo como exemplo, a estimativa de fluxos de caixa futuros, onde a razão humana é especialmente adaptável. As metodologias baseadas nos conjuntos fuzzy podem romper a tradicional linha entre as análises qualitativas e quantitativas, desde que a modelagem reflita mais o tipo de informação que está sendo estudada à preferência dos analistas e pesquisadores.

Segundo Ponsard (1988), especialmente na área econômico-financeira, o uso da Teoria dos Conjuntos Fuzzy leva a resultados que não poderiam ser obtidos pelos métodos tradicionais.

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy e a Lógica Fuzzy vêm sendo adotadas em modelos de avaliação de opções financeiras, como por exemplo, na precificação binomial de uma opção com um "Pay-Off" Fuzzy realizada por Muzzioli e

Torricelli (2000) e na precificação de opções financeiras europeias pelo modelo de Black-Scholes feita por Yoshida (2001).

Além disso, também foram propostos modelos de avaliação e precificação de opções reais, com a utilização dos números fuzzy. Alguns trabalhos abordaram esses modelos de forma pioneira, tais quais os desenvolvidos por Carlsson e Fullér (2003); Collan, Carlsson e Majlender (2003); Lazo (2004); e Carlsson e Majlender (2005).

Posteriormente, alguns trabalhos apresentaram aplicações de "Opções Reais Fuzzy" na avaliação de investimentos em algumas áreas, como o de Chen, Zhang, Lin e Yu (2007), onde foram realizadas avaliações de opções reais em projetos de Tecnologia da Informação (TI), e o de Tolga e Kahraman (2008), que avaliou projetos de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D). O modelo desenvolvido por Enevoldsen e Nordaek (2011) que avaliaram o desenvolvimento de um projeto de Biotecnologia.

Outros modelos fuzzy específicos também foram considerados na análise do valor da opcionalidade para investimentos reais de larga escala na área industrial e na aviação, tais como os desenvolvidos por Collan (2004) e Datar e Mattthews (2007).

Nas seções a seguir serão apresentados alguns modelos e métodos para a avaliação de Opções Reais a partir da utilização de Lógica Fuzzy, baseados na literatura já desenvolvida nesta área.

# 5.2 "Fuzzy Pay-Off" para a Avaliação de Opções Reais a partir de Números Fuzzy

Trabalhos mais recentes abordaram um método prático baseado na Teoria das Probabilidades para o cálculo do valor da opção real, tal como o de Mathews e Salmon (2007) e mostram que o método e os resultados do mesmo seriam equivalentes sob o ponto de vista matemático ao modelo de Black & Scholes. O método é baseado na geração e simulação de distribuições de probabilidades para o Valor Presente Líquido (VPL) dos retornos futuros do projeto. Essas distribuições de probabilidades dos fluxos de caixa futuros são utilizadas para gerar uma distribuição de "Pay-Offs", onde os resultados negativos (sujeitos ao

encerramento do projeto) são truncados na partição que resulta no "Pay-Off" nulo, e onde o valor médio da distribuição de "Pay-Offs" resultantes é o valor da Opção Real. Este método mostra que o valor da Opção Real pode ser entendido como a média ponderada probabilística da distribuição de "Pay-Offs".

São utilizados números fuzzy para representar a distribuição futura esperada dos possíveis custos e receitas do projeto de investimento, assim como a lucratividade e rentabilidade desses resultados através do VPL. O VPL Fuzzy é um número fuzzy e representa a distribuição dos "*Pay-Offs*" resultantes desse projeto.

Como o método apresentado por Datar e Matthews (2007) considera que a média ponderada dos resultados positivos da distribuição de "*Pay-Offs*" é o valor da opção real, no caso dos números fuzzy, esta média ponderada é igual ao valor médio dos resultados positivos do VPL. Este valor é possibilístico e o cálculo desse valor médio é derivado do método apresentado por Carlson e Fullér (2001), definido a seguir.

A fórmula (5-2) abaixo apresenta o cálculo do valor da Opção Real a partir do VPL Fuzzy:

$$ROV = \frac{\int_0^\infty A(x) dx}{\int_{-\infty}^\infty A(x) dx} \times E(A_+)$$
(5-2)

Onde:

*ROV* = Valor da Opção Real;

A = VPL Fuzzy;

E(A+) = Valor Médio Fuzzy do lado positivo do VPL.

Observa-se que quando o número fuzzy que representa o VPL é totalmente positivo, o valor da opção real é o próprio valor médio do número fuzzy. E quando o VPL é totalmente negativo, o valor da opção real é zero. Os componentes do método são simplesmente a observação de que o valor da Opção Real é a média ponderada probabilística dos valores positivos da distribuição do "Pay-off" (VPL Fuzzy) do projeto; e que para Números Fuzzy, esta média ponderada probabilística dos valores positivos da distribuição do "Pay-off" é a

média fuzzy ponderada dos valores positivos do VPL Fuzzy, quando são utilizados números fuzzy.

Posteriormente, Collan, Fullér e Mezei (2009), utilizaram este método modificado, com o VPL representado tanto como números fuzzy triangulares (3 valores) quanto Trapezoidais (4 valores), confirmando a aplicabilidade e simplicidade do método para o cálculo da Opção Real em comparação a métodos matematicamente mais complexos.

A regra de cálculo da Opção Real probabilística é caracterizada pelo valor presente dos fluxos de caixas esperados e dos custos esperados como Números Reais ("Crisp"), o que pode não ser uma consideração realista em muitos casos. Carlsson e Fullér (2003) abordam que a utilização da teoria das probabilidades nestas estimativas pode ser defendida para a avaliação de opções financeiras, pois se pode assumir a existência de um mercado eficiente, com muitos ativos e "players", o que justifica a validade da "Lei dos Grandes Números", e conseqüentemente da Teoria das Probabilidades.

No caso das opções reais pode ser muito diferente, por exemplo, a opção de postergar um grande investimento industrial terá consequências diferentes das que teriam no mercado financeiro, pois o número de players no tipo de indústria pode ser muito menor. As imprecisões encontradas nas avaliações e estimativas dos fluxos de caixa futuros não são de natureza estocástica, e o uso da teoria das probabilidades fornece um nível de precisão distorcido e a noção de que as consequências da postergação seriam, de alguma forma, repetitivas. Neste caso se trata de uma incerteza genuína, pois simplesmente não se conhece os níveis exatos dos fluxos de caixa futuros.

Dessa forma, sem a introdução dos modelos de Opções Reais Fuzzy, poderia não ser possível a formulação desta incerteza genuína. Os modelos propostos que incorporam avaliações subjetivas e incertezas estatísticas podem oferecer aos investidores em ativos reais, um entendimento muito melhor do problema para a tomada de decisão de investimentos.

# 5.3

# Abordagem Híbrida para Avaliação de Opções Reais

Em outro trabalho, Carlsson e Fullér (2003) apresentam uma maneira mais realista para a regra de cálculo da Opção Real (a partir da fórmula prevista por Black & Scholes), através da estimação dos valores presentes dos Fluxos de Caixa  $(\widetilde{S}_0)$  e Custos Esperados  $(\widetilde{X})$  por números fuzzy trapezoidais, conforme a figura (5-1):

$$\widetilde{S}_0 = (s_1, s_2, \alpha, \beta), \quad \widetilde{X} = (x_1, x_2, \alpha', \beta')$$

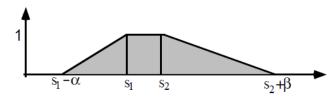


Figura 5-1 – Fluxos de Caixa como Número Fuzzy Trapezoidal.

Sendo proposta a seguinte fórmula (5-3) heurística para a valoração da Opção Real Fuzzy:

$$FROV = \widetilde{S}_0 e^{-\delta T} N(d_1) - \widetilde{X} e^{-rT} N(d_2)$$
(5-3)

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln(E(\widetilde{S}_0)/E(\widetilde{X})) + (r - \delta + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} = \frac{\ln \left( E(\widetilde{S}_0) / E(\widetilde{X}) \right) + \left( r - \delta - \sigma^2 / 2 \right) T}{\sigma \sqrt{T}}.$$

 $E(\widetilde{S}_0)$  = Valor médio possibilístico do valor presente dos fluxos de caixa esperados;

 $E(\widetilde{X})$  = Valor médio possibilístico do valor presente dos custos esperados;

 $\sigma\coloneqq\sigma(\widetilde{S}_0)$  = Desvio padrão possibilístico do valor presente dos fluxos de caixa esperados.

Utilizando-se as fórmulas algébricas para a operação de Números Fuzzy Trapezoidais:

FROV = 
$$(s_1, s_2, \alpha, \beta)e^{-\delta T}N(d_1) - (x_1, x_2, \alpha', \beta')e^{-rT}N(d_2)$$
 (5-4)

FROV = 
$$(s_1 e^{-\delta T} N(d_1) - x_2 e^{-rT} N(d_2), s_2 e^{-\delta T} N(d_1) - x_1 e^{-rT} N(d_2),$$
  
 $\alpha e^{-\delta T} N(d_1) + \beta e^{-rT} N(d_2), \beta e^{-\delta T} N(d_1) + \alpha' e^{-rT} N(d_2)).$ 
(5-5)

Dessa forma, o valor da opção real também se mostra como um número fuzzy:

$$ROV = E (FROV)$$
 (5-6)

### 5.4

# Abordagem de Avaliação Binomial Fuzzy

No estudo de Ho e Liao (2011), é proposta uma abordagem Binomial Fuzzy para a avaliação de projetos de investimento com opções reais inseridas. O valor do projeto é representado pelo seu VPL expandido, porém com os parâmetros para o cálculo estimados por números fuzzy quando este VPL expandido é estimado, assim, sendo chamado de VPL Expandido Fuzzy (VPLEF).

Para o caso de uma Opção de Compra ("Call"), sabe-se que os fatores de subida e descida "u" e "d" do ativo base são os mais importantes para o valor da opção, porém pode não ser tão fácil estimar estes valores de uma forma precisa, dada a incerteza da volatilidade subjacente.

Muitas vezes, os modelos de fluxo de caixa aplicados aos problemas de tomada de decisões financeiras possuem algum grau de incerteza. No caso de dados históricos deficientes, muitos tomadores de decisão tendem a se basear no conhecimento de especialistas sobre as informações financeiras. A natureza deste

conhecimento geralmente tende a ser vaga ao invés de aleatória. Dessa forma, o estudo não considera a incerteza probabilística, mas sim a incerteza possibilística, empregando números fuzzy ao invés de métodos estatísticos para a estimativa desses parâmetros.

Sendo assim, os fatores de subida e descida são representados através dos números fuzzy triangulares  $\widetilde{u} = [u_1, u_2, u_3]$  e  $\widetilde{d} = [d_1, d_2, d_3]$ , reescrevendo as equações (5-7) das probabilidades neutras ao risco conforme apresentado abaixo:

$$\begin{cases}
\widetilde{P}_{u} \oplus \widetilde{P}_{d} = \widetilde{1} \\
\widetilde{u} \otimes \widetilde{P}_{u} \oplus \widetilde{d} \otimes \widetilde{P}_{d} \\
1 + r = \widetilde{1}
\end{cases}$$
(5-7)

Onde:

$$\widetilde{P}_u = [P_{u1}, P_{u2}, P_{u3}] \text{ e } \widetilde{P}_d = [P_{d1}, P_{d2}, P_{d3}]$$

Assim:

$$\begin{cases}
[P_{u1}, P_{u2}, P_{u3}] \oplus [P_{d1}, P_{d2}, P_{d3}] = [1, 1, 1] \\
[u_1, u_2, u_3] \otimes [P_{u1}, P_{u2}, P_{u3}]_u \\
1 + r
\end{cases} \oplus \frac{[d_1, d_2, d_3] \otimes [P_{d1}, P_{d2}, P_{d3}]}{1 + r} = [1, 1, 1]$$
(5-8)

Ou:

$$\begin{cases} P_{ui} + P_{di} = 1\\ \frac{u_i \times P_{ui}}{1+r} + \frac{d_i \times P_{di}}{1+r} = 1\\ para i = 1, 2, 3 \end{cases}$$
 (5-9)

Podendo ser resolvido através da seguinte relação:

$$P_{ui} = \frac{(1+\mathbf{r}) - d_i}{u_i - d_i}$$

$$P_{di} = \frac{u_i - (1+r)}{u_i - d_i}$$

Como a taxa de retorno livre de risco "r", e o preço de exercício "K" são geralmente conhecidos e apresentados como Números "Crisp", porém os valores da opção " $C_{1u}$ " e " $C_{1d}$ " se tornam números fuzzy, como resultado dos fatores de subida e descida terem sido fuzzificados. Assim:

$$\widetilde{C}_{1u} = \max(\widetilde{u}S_0 - K, 0) \text{ e } \widetilde{C}_{1d} = \max(\widetilde{d}S_0 - K, 0)$$
(5-10)

Podendo o ranking dos 2 Números Triangulares Fuzzy  $\widetilde{A} = [a_1, a_2, a_3]$ e  $\widetilde{B} = [b_1, b_2, b_3]$  ser derivado através da seguinte fórmula (5-11):

$$Max(\widetilde{A}, \widetilde{B}) = [max(a_1, b_1), max(a_2, b_2), max(a_3, b_3)]$$
 (5-11)

Logo, a fórmula (5-12) de precificação da Opção de Compra Fuzzy é:

$$\widetilde{C}_0 = \frac{1}{1+r} [\widetilde{P}_d \otimes \widetilde{C}_{1d} \oplus \widetilde{P}_u \otimes \widetilde{C}_{1u}]$$
(5-12)

Em uma aplicação prática, o valor presente do ativo base seria determinado pelo VPL do projeto de investimento, o preço de exercício é o investimento adicional para exercer a opção.

Uma flexibilidade gerencial que possibilite ações futuras introduz uma assimetria na distribuição de probabilidades do VPL do projeto. Na ausência dessas flexibilidades gerenciais, a distribuição de probabilidades do VPL do projeto deve ser considerada simétrica. Porém, na existência de uma flexibilidade como a possibilidade do exercício de opções, a distribuição é incrementada positivamente, sendo deslocada para a direita. A figura (5-2) abaixo ilustra a distribuição do valor esperado do VPL Fuzzy (Fuzzy Expected Net Present Value - FENPV) deslocada para a direita:

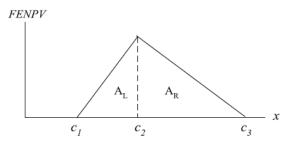


Figura 5-2 – Distribuição do VPL Fuzzy.

Observa-se que, resultados idênticos são obtidos no caso da distribuição possibilística, que é adotada neste estudo para caracterizar o VPL de um projeto de investimento. Resumindo, as características da distribuição deslocada à direita também aparecem no FENPV de um projeto de investimento quando os parâmetros (tais como os fluxos de caixa) são caracterizados como números fuzzy. Dessa forma, é proposto um novo método para computar o valor médio do FENPV baseado neste deslocamento a direita. Este valor médio pode ser utilizado para representar o FENPV como um valor "crisp". De qualquer forma, diferentes FENPVs podem ser comparados de acordo com os seus valores médios. Sendo  $\widetilde{C} = [c_1(\alpha), c_3(\alpha)]$  um número fuzzy e  $\lambda \in [0,1]$ . Então, o valor médio de  $\widetilde{C}$  é definido como (5-13):

$$E(\tilde{C}) = \int_0^1 [(1 - \lambda)c_1(\alpha) + \lambda c_3(\alpha)]d\alpha$$
(5-13)

Onde:

$$\lambda = \frac{AR}{AL + AR}$$
 = "índice de ponderação pessimista-otimista"

Logo, o valor esperado do VPL Fuzzy pode ser calculado por (5-14):

$$E(FENPV) = \frac{(1-\lambda)c_1 + c_2 + \lambda c_3}{2}.$$
(5-14)

# Seleção e Otimização de Portfólios de Investimentos

#### 6.1

# Introdução

Os modelos de otimização de portfólio na área econômico-financeira foram desenvolvidos inicialmente para serem utilizados para auxiliar na determinação da carteira de ativos financeiros que apresente a melhor relação "Retorno x Risco" sob o ponto de vista de um investidor. A principal motivação para o desenvolvimento destes modelos está relacionada à redução do risco a qual o investidor estaria exposto, através da diversificação (balanceamento) da carteira de ativos. Com isto, a exposição ao risco de um investidor que tenha investido em ativos das duas empresas será menor do que a exposição ao risco de um investidor que tenha investidor que tenha investido exclusivamente nos ativos de apenas uma das empresas.

# 6.2 Modelos de Otimização de Portfólio na Área Econômico-Financeira

A teoria do portfólio estabelece que decisões relacionadas à seleção de investimentos devem ser tomadas com base na relação risco-retorno. Para auxiliar neste processo, modelos de otimização de portfólio têm sido desenvolvidos. De acordo com Duarte Jr.(1994), para serem efetivos, tais modelos devem ser capazes de quantificar os níveis de risco e retorno dos investimentos. De grande importância nesta quantificação, está a escolha de métricas para representação do retorno e do risco. De forma geral, existe um consenso quanto ao uso do valor esperado da distribuição dos retornos para representar o retorno de um investimento. Entretanto, existem várias métricas sugeridas para a representação do risco, como por exemplo, o desvio padrão e a variância da distribuição, a semivariância, o mínimo da distribuição, o *VaR* ("Value-at-Risk"), CVaR ("Conditional Value-at-Risk") e o Equivalente-Certo.

# 6.3

#### O Modelo de Markowitz

A origem e o mais conhecido modelo de otimização de portfólio se dá pela proposição do modelo média-variância por Markowitz (1952)<sup>12</sup>. Tal proposição parte do princípio que para o investidor, o retorno esperado e a volatilidade dos prováveis retornos são aspectos cruciais na definição do portfólio ótimo. O modelo utiliza as medidas estatísticas de valor esperado e variância da distribuição dos retornos para descrever, respectivamente, o retorno e o risco do investimento.

A formulação do problema se dá de modo a minimizar o risco do portfólio de ativos para um dado nível de retorno requerido pelo agente, ou, maximizar o nível de retorno esperado do portfólio para um certo nível de risco, utilizando a Teoria das Probabilidades (média e variância). A formulação (6-1) matemática do modelo média-variância de Markowitz para a minimização dos riscos é apresentada abaixo:

$$Minimizar_{x} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_{i} x_{j} \sigma_{ij}$$
 (6-1)

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i = \rho$$
 
$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$
  $i = 1,..., N$   $x_{i \ge 0}$ 

Onde:

N = Número de ativos candidatos a compor o portfólio;

 $x_i$  = Fração do capital a ser aplicado no ativo candidato "i";

 $\sigma_{ii}$  = Covariância entre os retornos dos ativos "i" e "j";

 $\mu_i$  = Valor esperado dos retornos do ativo "i";

 $\rho$  = Valor esperado dos retornos do portfólio.

<sup>12</sup> Harry Markowitz foi um dos ganhadores do prêmio Nobel de Economia em 1990 pelas contribuições à teoria do portfólio.

A função objetivo da fórmula visa modelar o risco do portfólio, que o investidor deseja minimizar. A primeira restrição representa o valor esperado do retorno do portfólio. A variável " $\rho$ " é o valor desejado pelo investidor (dado de entrada para o modelo). A segunda restrição garante que todo o capital disponível seja investido, e a terceira restrição visa garantir que não existirão investimentos negativos.

Resolvendo-se o problema diversas vezes, (com o nível de retorno desejado pelo investidor) assumindo um valor diferente em cada problema, obtém-se, associado a cada um dos níveis de retorno, a composição do portfólio de menor risco. Pode-se então traçar a curva denominada fronteira eficiente, que apresenta graficamente a relação "*Risco x Retorno*" do portfólio, apresentada pela figura (6-1):

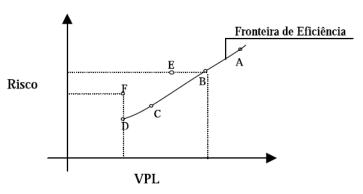


Figura 6-1 – Fronteira Eficiente do Portfólio.

A proposição do modelo média-variância por Markowitz permitiu que os conceitos de risco e retorno fossem utilizados de forma combinada na avaliação de investimentos. Apesar da progressiva aceitação e disseminação do modelo média-variância de Markowitz, este apresenta certas limitações:

- A aplicação do modelo requer três entradas: retornos esperados dos ativos candidatos, correlação entre os retornos destes ativos e respectivas variâncias (medidas de risco). Tais entradas são geralmente estimadas a partir dos dados históricos. Entretanto, o trabalho de Mitra et al. (2003) ressalta que têm-se verificado que os portfólios ótimos obtidos via modelo média-variância são muito instáveis, isto é, pequenas variações nos dados de entrada podem resultar em portfólios completamente diferentes;

- Em situações reais, geralmente outros aspectos devem ser considerados na formulação do problema, como por exemplo, limitação do número de ativos a compor o portfólio, ou eliminação da possibilidade de pequenas alocações de capital em alguns ativos. Jobst et al. (2001) observou que tais aspectos resultam na adição de variáveis inteiras na formulação do problema, o que faz com que o modelo média-variância requeira a solução de problemas de programação quadrática inteira, cuja solução pode ser bastante complexa.

As limitações do modelo média-variância levaram a proposição de modelos alternativos. Sharpe (1971) propôs um modelo que utiliza uma aproximação linear por partes da função objetivo quadrática de Markowitz visando reduzir o esforço computacional necessário à solução do problema quadrático.

#### 6.3.1

#### O Modelo de Markowitz em Ativos Reais

Segundo Graham e Harvey (2002), se forem levados em consideração os métodos utilizados pelas empresas para selecionar projetos de investimento, observa-se que alguns resultados sugerem a aceitação de certos aspectos da teoria de finanças e outros indicam que a teoria possivelmente ainda tenha que evoluir para explicar o que está sendo feito no ambiente empresarial para a avaliação de ativos reais. Pois, conforme abordado na seção anterior, a teoria de Markowitz e os modelos de apreçamento de ativos dela derivados foram desenvolvidos para ativos financeiros.

Lemme (2001) identificou os principais problemas que surgem quando da aplicação do modelo de Markowitz a ativos reais são:

- Indivisibilidade dos ativos;
- Dificuldade / impossibilidade de repetição de certos eventos, reduzindo a aplicação e utilidade das medidas estatísticas tradicionais;
  - Pouca liquidez e custos de transação elevados;
- Assimetria de informação entre os investidores, que em muitos casos é o fator decisivo para a realização de negócios com retorno atrativo;
- Inexistência de um mercado formal que dê transparência às transações efetuadas;

- Concentração dos investidores em determinados segmentos de negócios, em virtude de conhecimentos tecnológicos ou de gestão.

Cord (1964) realizou uma das primeiras tentativas para aplicar a teoria de carteiras aos ativos reais. Jones (1985), Hightower e David (1991), Nepomuceno (1997) e Ball e Savage (1999) estão entre os estudos que propuseram o uso da teoria de carteiras na avaliação de investimentos de empresas industriais. Esses trabalhos combinaram a análise individual do risco dos projetos com sua análise conjunta em uma carteira de oportunidades de investimento, chamando atenção para os possíveis ganhos de eficiência devido à diversificação. Os ativos reais podem ter sensibilidades diferentes em relação aos fatores que influenciam suas receitas e seus gastos, mesmo quando inseridos em um segmento de negócio comum.

Um aspecto importante na avaliação de projetos de investimento é a escolha de medidas de retorno e risco de ativos reais. Brashear, Becker e Gabriel (2000) e Helfat (1989) adotaram como métrica da expectativa de retorno de projetos o índice de lucratividade (IL). Brashear, Becker e Gabriel maximizam o retorno econômico do projeto, enquanto que Helfat (1989) focou na minimização da variância do IL para obter um patamar mínimo de retorno econômico para a carteira de projetos de investimento.

Tavares (1999) destacou que o IL do projeto fornece boas informações quando a empresa atua sob restrição orçamentária porque mede quanto o projeto acrescenta de valor à empresa por unidade de gastos de investimento. O IL produz bons resultados na hierarquia de projetos quando as proporções dos investimentos dos projetos relativas ao orçamento de capital são pequenas, apesar de ter como deficiência a desconsideração da escala dos projetos. A dispersão dos valores observados para o preço de um ativo constitui a base para a quantificação do risco na forma da variância, conforme a teoria de carteiras de Markowitz. Quanto maior a dispersão dos valores observados em relação ao seu valor esperado, maior o risco do ativo. De forma semelhante, quanto maior a variabilidade de um indicador de valor econômico de um projeto, maior o seu risco. Os ativos reais apresentam baixa frequência e não repetição de transações, inexistindo registros que sustentem o tratamento de séries históricas como no caso dos ativos financeiros.

Orman e Duggan (1999), Ball e Savage (1999) e Hightower e David (1991) empregaram métodos de simulação de Monte Carlo em estudos de carteiras de ativos reais. Em geral, esses trabalhos procuraram associar distribuições probabilísticas estimadas pelos especialistas das empresas às variáveis fundamentais dos projetos (preço, produção, gastos de investimento e custo operacional). O retorno, a variância e a covariância dos projetos eram determinados simulando-se possíveis trajetórias de comportamento de variáveis fundamentais selecionadas.

### 6.4 Risco e Retorno do Portfólio de Projetos

Para a determinação de indicadores para retorno e risco de projetos, inicialmente deve-se considerar que a variável retorno (VPL, TIR, etc.) é uma variável aleatória. Este retorno é dado por um indicador econômico, que depende de diversas variáveis, tais como preço, demanda, custo, tributos, custo de capital, entre outras. Portanto, para a estimativa do VPL, devem ser realizadas projeções de todas essas variáveis incertas ao longo de um horizonte de tempo, que pode chegar a décadas. Geralmente, estas projeções utilizam modelos de regressão e/ou séries temporais, juntamente com simulação de Monte Carlo, para a geração de trajetórias distintas para preços, custos, taxas de juros, etc. Segundo Galeno e Suslick (2009), uma vez que todas as trajetórias são equiprováveis, a média aritmética pode ser utilizada para quantificar o valor esperado do VPL do Projeto, conforme a equação (6-2):

$$E[VPL_{pro}] = \frac{\sum_{i=1}^{N} VPL_{i}}{N}$$
(6-2)

Onde:

VPL<sub>(i)</sub> = Valor gerado pela "i-nésima" simulação;

N = Número total de simulações.

Walls (2004) ressalta que tanto para análise do Mercado Financeiro, como na Engenharia Econômica, o desvio-padrão seria a medida mais utilizada para a

quantificação de risco. A equação (6-3) abaixo apresenta o desvio-padrão da distribuição de probabilidades do VPL de cada projeto:

$$\sigma_{pro} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (VPL_i - E[VPL_{pro}])^2}{N}}$$
(6-3)

A equação considera que seriam igualmente indesejáveis, tanto os valores abaixo, como acima da média e isso pode não ser coerente com os objetivos dos tomadores de decisão, pois, geralmente, a preocupação é com as perdas, que se tornam mais graves no caso de distribuições assimétricas. Como alternativa podemos usar um indicador que considere somente a dispersão de valores no lado esquerdo da distribuição, ou seja, o semidesvio-padrão, que é dado por (6-4):

$$\sigma_{pro} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\min[0, x_i - b])^2}{n}}$$
(6-4)

Onde:

 $\sigma_{pro}$  = Semidesvio-padrão do projeto;

 $x_i$  = Valores de VPL do projeto, gerados pela simulação de Monte Carlo;

 b = VPL mínimo aceitável pelo investidor (ponto no qual a dispersão da distribuição à esquerda é medida);

n = Número total de simulações.

O conceito de semidesvio-padrão não é novo, vem desde Markowitz (1959) e suas aplicações em finanças como alternativa ao desvio-padrão, dependem da conveniência, familiaridade, diferenças entre os portfólios produzidos por diferentes métricas, entre outras características. A desvantagem desse conceito é em relação a não considerar o efeito da diversificação ("upsides" de alguns ativos compensarem os "downsides" de outros ativos). Vale ressaltar que o valor

numérico do desvio-padrão é no mínimo, igual ao do semidesvio-padrão, logo, estes valores não devem ser comparados.

No caso em que a análise se referir não a um único projeto, mas a um portfólio de projetos, o retorno do portfólio pode ser dado por (6-5):

$$VPL_{p} = \sum_{i=1}^{n} VPL_{pro_{i}} x_{i}$$
(6-5)

Onde:

 $VPL_p$  = Retorno do portfólio de projetos (grandeza aditiva);

 $VPL_{proi}$  = Média aritmética do VPL do projeto "i";

 $x_i$  = Nível de participação no projeto "i".

E o risco do portfólio por (6-6):

$$\sigma_{p} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} \sigma_{i}^{2} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1\\j \neq i}}^{n} x_{i} x_{j} \sigma_{pro_{i}} \sigma_{pro_{j}} \rho_{i,j}}$$

$$(6-6)$$

Onde:

 $\sigma_p$  = Desvio-padrão (risco) do portfólio;

 $\rho_{i,j}$  = Correlação entre os projetos "i" e "j";

 $\sigma_{proi}$  = Desvio-padrão do projeto "i";

 $\sigma_{proj}$  = Desvio-padrão do projeto "j".

A utilização da equação acima pode não ser fácil, pois depende do coeficiente de correlação entre os valores dos VPLs de cada par de projetos componentes do portfólio. A única forma de se conhecer a correlação futura dos projetos é por meio de simulação, pois não há séries históricas de VPLs de projetos, como ocorre no caso de ativos financeiros.

Costa Lima, Schiozer & Suslick (2006) abordam que a flexibilidade gerencial consiste em escolher o nível de participação em cada um dos projetos. A partir de diferentes valores de alocação de recursos, pode-se obter a curva da fronteira eficiente, ou seja, a curva geométrica composta por um número infinito de portfólios eficientes.

Conforme visto anteriormente, a construção da fronteira eficiente representa um progresso importante no processo de tomada de decisões, mas o decisor deve escolher qual é o melhor portfólio entre aqueles que se encontram na fronteira eficiente. A solução desse problema nem sempre é simples, pois depende de uma série de considerações, tais como estratégia da empresa, nível de diversificação dos acionistas, horizonte das expectativas das empresas, entre outros determinantes.

# 6.5 Otimização por Algoritmos Genéticos

Um dos primeiros pesquisadores a abordar o conceito de algoritmos genéticos (AGs) foi Holland (1975), descrevendo os sistemas adaptativos e sua aplicação a sistemas artificiais. Holland apoiou-se, originalmente, nos conceitos de seleção natural e teste de sobrevivência, ambos criados por Charles Darwin, em 1859. Os algoritmos genéticos estão englobados na área de inteligência artificial, que contém os sistemas inspirados na natureza, os quais utilizam os processos naturais para solucionar problemas complexos reais e que têm um grande espaço de busca.

Os algoritmos genéticos são embasados na genética de organismos vivos para procurar soluções ótimas ou próximas de ótimas. Isto acontece devido à codificação de cada possível solução de um problema em uma estrutura chamada cromossomo, que é formado por uma cadeia de caracteres. Segundo Pacheco (1999), um cromossomo é uma estrutura de dados que representa uma das possíveis soluções do espaço de busca do problema. Cromossomos são então submetidos a um processo evolucionário que envolve avaliação, seleção, recombinação sexual (crossover) e mutação. Após vários ciclos de evolução a população deverá conter indivíduos mais aptos.

Segundo Goldberg (1989), os problemas artificiais podem ser formulados em termos genéticos, ou seja, cada cromossomo pode representar uma situação ou um resultado que daria uma medida de sua adaptabilidade e sua probabilidade de existência. Este fato é a base para o fenômeno de evolução, que consiste no fato de que os indivíduos menos aptos tendem a gerar um número pequeno de descendentes, tendo então menor probabilidade de propagar seus genes através de sucessivas gerações. Os indivíduos que sobrevivem na espécie podem produzir um novo indivíduo, mais adaptado ao meio pela combinação de seus genes.

Os algoritmos genéticos são embasados neste fenômeno de evolução da natureza, em que cada indivíduo representa uma possível solução a um problema proposto. Um valor de adaptação é atribuído a cada indivíduo. Este valor indica se a solução representada por um determinado indivíduo é relativamente boa em comparação aos outros indivíduos de uma população (conjunto de todas as soluções de um sistema). Aos indivíduos mais adaptados ao meio ambiente é dada a oportunidade de se reproduzirem com outros indivíduos da população, dando origem a descendentes com características mútuas.

A evolução inicia-se com a descrição aleatória de indivíduos que formarão a população primária. A partir de um processo de seleção baseado na aptidão de cada indivíduo, são separados alguns espécimes para a reprodução. Através da reprodução, são criadas novas soluções, utilizando-se de operadores genéticos. Em resumo, a aptidão de um indivíduo mede o grau de sobrevivência do mesmo e, portanto, a possibilidade de que o cromossomo possa fazer parte das soluções seguintes. Consequentemente, existe uma tendência de que os indivíduos gerados representem soluções cada vez melhores, à medida que o processo vai se desenvolvendo.

De acordo com Lazo (2000), os algoritmos genéticos são particularmente adaptados a problemas não-lineares e descontínuos e a todos aqueles problemas que podem falhar em um esquema tradicional de otimização. Desta maneira, pode-se inferir que eles são uma boa ferramenta para análise de carteiras de projetos de investimentos.

O beneficio fundamental de um otimizador baseado em algoritmos genéticos é sua habilidade para tratar problemas que têm muitas restrições. Ele não requer que a solução exista para resolver um problema. Ao invés disso, se o

problema apresentar muitas restrições, o otimizador indicará a solução que mais se aproximar da solução ótima.

Este otimizador usa um algoritmo sofisticado que combina geração de números aleatórios e uma metodologia de teste de aptidão. A busca genética é uma rotina iterativa que modela o processo de seleção natural. A combinação do processo randômico e do teste de aptidão resulta em um algoritmo que pode tentar a solução ótima ou sub-ótima, enquanto avalia continuamente novas soluções. Em cada iteração, o otimizador gera um conjunto de portfólios, alguns dos quais são gerados em uma base puramente aleatória, enquanto outros são escolhidos do conjunto de portfólios da última geração (característica controlada pela taxa de migração). Então, um conjunto inicial de portfólios é proposto. A este conjunto aplica-se outro processo randômico: a mutação. Se a taxa de mutação e migração forem altas, a busca será puramente aleatória e não haverá informação genética passada para a próxima iteração. Em resumo, pode-se dizer que um algoritmo genético é uma ferramenta rápida, baseado em uma técnica de busca.

Uma população se desenvolve em direção a uma solução ótima definida pelo usuário. Para finalizar um processo de evolução, pode-se usar os seguintes artifícios: número de indivíduos criados e número de iterações (tempo de processamento), ou pode-se também condicionar o algoritmo a parar quando atingir um ponto ótimo. O fluxograma da figura (6-2) abaixo representa a estrutura geral de um algoritmo genético.

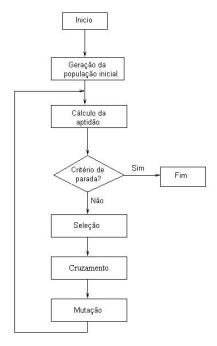


Figura 6-2 – Estrutura Geral de um Algoritmo Genético.

#### 6.5.1

#### **Operadores Genéticos**

Conforme abordado por Goldberg (1989) e Lazo (2000), os operadores genéticos são amplamente conhecidos, e os mais importantes são:

- Reprodução: processo de selecionar e copiar um determinado cromossomo para a população posterior de acordo com sua aptidão, ou seja, cromossomos mais aptos têm maior probabilidade de contribuir para a formação dos indivíduos das gerações posteriores.
- Cruzamento Genético (crossover): é um fator baseado na troca de partes dos "cromossomos-pais", gerando duas novas soluções ou "cromossomos-filhos". Pode acontecer de os "cromossomos-pais" serem repassados sem modificação para a geração seguinte, criando "cromossomos-filhos" idênticos a eles. A figura abaixo representa este operador. A função principal deste operador é tirar vantagem do conteúdo genético de uma população. Entretanto, o crossover pode gerar uma determinada perda de informação, se um determinado gene estiver presente em um indivíduo fraco da população. A figura (6-3) exemplifica um crossover:

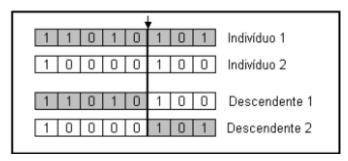


Figura 6-3 - Crossover.

- Mutação: é a troca aleatória do valor contido nos genes de um cromossomo por outro valor. Considerando-se o alfabeto binário, troca-se o 0 por 1 e vice-versa. Este operador sorteia, para cada bit, a probabilidade de ocorrência da mutação. No caso de ocorrência, o bit será trocado por outro valor válido do alfabeto em questão, como mostra a figura abaixo. A mutação garante que nenhuma informação seja perdida definitivamente, aumentando a diversidade das características apresentadas nos indivíduos da população e permitindo que sejam introduzidas informações que não estiveram presentes em nenhum dos indivíduos.

Além disso, proporciona uma busca aleatória assegurando que todos os pontos no espaço de busca sejam atingidos. A figura (6-4) exemplifica uma mutação:

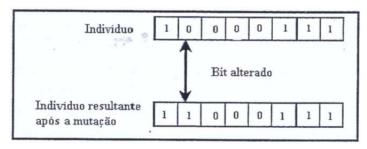


Figura 6-4 - Mutação.

- Migração: este termo significa que um determinado grupo de indivíduos chega de fora do conjunto solução atual. É este conjunto de indivíduos puramente aleatórios que assegura a busca dos algoritmos genéticos para todas as possíveis respostas e não deixa o algoritmo focalizar em um particular conjunto de soluções.

### 6.5.2 Parâmetros de Evolução

Alguns parâmetros influenciam no comportamento dos Algoritmos Genéticos (AGs). É importante analisar como estes parâmetros influenciam no algoritmo para fixá-los de acordo com as limitações do problema. Os parâmetros que mais influenciam o desempenho de um algoritmo genético são:

- Tamanho da População: o tamanho da população afeta o desempenho global e a eficiência de um algoritmo genético. Uma população pequena determina uma pequena cobertura do espaço de busca, causando uma queda no desempenho. Uma população relativamente grande fornece uma melhor cobertura do domínio do problema proposto e evita a convergência prematura. Entretanto, aumentando-se a população, surge a necessidade de recursos computacionais maiores ou aumento do tempo de processamento.
- Taxa de Mutação: este fator não permite que uma dada população fique estática em um valor, além de possibilitar que se chegue a qualquer ponto do espaço de busca. Entretanto, deve-se evitar valores altos, para não tornar a busca essencialmente aleatória, o que prejudica a convergência do processo.

- Taxa de Crossover: quanto maior este fator, maior a probabilidade de novas estruturas serem introduzidas na população. Isto, porém, pode gerar um efeito indesejável, pois a maior parte da população será substituída, ocasionando a perda da variedade genética. Esta perda ocasiona a convergência para uma população com indivíduos muito parecidos, os quais podem representar soluções boas ou ruins. Com uma taxa baixa, o algoritmo genético pode ficar muito lento, tornando-se inviável.

- Número de Gerações: representa o número total de ciclos (iterações) de evolução de um algoritmo genético, constituindo um dos critérios de paradas. Um número de gerações muito pequeno causa um fraco desempenho, pois não cobre todo o espaço de busca. Para um valor alto, é necessário um tempo maior de processamento, porém este valor fornece uma melhor cobertura do domínio do problema.

# 6.5.3 Algoritmos Genéticos na Otimização de Portfólios

Nesta seção, será apresentada uma revisão bibliográfica de trabalhos já desenvolvidos na literatura onde Algoritmos Genéticos foram aplicados para a otimização de portfólios de ativos reais com diferentes abordagens:

Pacheco e Amorim (1999) desenvolveram um modelo genético para a seleção do portfólio de investimentos de uma operadora de telecomunicações no Brasil em função do EVA (Economic Value Added).

Barcelos, Hamacher e Pacheco (2003) investigaram o desempenho de um algoritmo genético para um conjunto de portfolios eficientes de produção de petróleo e gás associado a um método multi-critério. Para tal, foram consideradas a média e a variância dos VPLs dos projetos como as respectivas medidas de retorno e risco, e a função de avaliação do algoritmo tinha como objetivos "Maximizar a Média do VPL da Carteira" e "Minimizar a Variância do VPL da Carteira". O sistema desenvolvido foi testado para carteiras de 15, 25 e 40 projetos de investimento.

Lazo (2004) propôs um algoritmo genético integrado à Simulação de Monte Carlo e à Teoria de Opções Reais para a obtenção de uma regra de decisão ótima para três alternativas de investimento em reservas de petróleo, considerando a

opção de espera e as incertezas de mercado (preço do petróleo seguindo um processo de reversão à média). Neste trabalho, foram realizadas 10.000 iterações da simulação para cada cromossomo, e a regra de decisão ótima obtida pelo algoritmo genético foi comparada com a regra de decisão obtida a partir de Equações Diferenciais Parciais (EDP).

O trabalho de Galeno, Suslick, Pinto e Lima (2009) apresentou uma metodologia para a seleção de portfólios a partir de um algoritmo genético, considerando o desvio-padrão e o semidesvio-padrão como medidas de risco. A metodologia foi aplicada para um conjunto de seis projetos de produção de petróleo localizados na bacia de Campos-RJ, resultando em 19 portfólios na fronteira eficiente. Foi feita a minimização do risco sujeito a um determinado retorno, e considerado que o tomador de decisão não era um agente diversificado (caso mais comum quando esse tomador de decisão se refere a uma empresa e que nem sempre ocorre diversificação, como é o caso de uma empresa integrada de petróleo), sendo seleção do melhor portfólio feita através da maximização do equivalente-certo.

Posteriormente, Yu et al (2010) desenvolveram um algoritmo genético à base de programação inteira não-linear (NIP) para resolver o problema multi-critério (retorno, risco e viabilidade) de seleção de portfólio de projetos. Para demonstração e verificação experimental, foram utilizados 2 exemplos numéricos, com 5 e 50 variáveis do problema de otimização.

### Avaliação do Portfólio de Projetos de Revamp em Usinas Termelétricas

#### 7.1

#### Introdução

Este capítulo apresenta uma das etapas da metodologia proposta pela tese, que é um modelo de avaliação econômica para a posterior otimização de um portfólio de projetos de investimento em Revamps de usinas termelétricas instaladas no Brasil.

Conforme visto nos capítulos anteriores, esta avaliação será feita utilizandose de uma combinação da Teoria das Opções Reais com a Teoria dos Números
Fuzzy, considerando as diversas oportunidades de investimentos como um
portfólio de opções reais, oferecidas ao agente gerador. Para esta avaliação, é
desenvolvido um método para a valoração da Opção Real a partir de fluxos de
caixa dinâmicos. Estes fluxos de caixa são gerados por Simulações de Monte
Carlo, considerando o modelo de remuneração das térmicas e as incertezas
associadas: o nível de despacho da usina, nível de contratação, preço do contrato e
séries futuras de preço *spot* (PLD) da energia elétrica e custos variáveis unitários
(custos dos combustíveis). O cálculo do valor das opções se dá a partir da
diferença entre os fluxos de caixas das usinas com as flexibilidades e os valores
iniciais sem o exercício dessas opções, dentro do horizonte de estudo (no exemplo
numérico, 120 meses).

Cada uma das incertezas associadas tem sua representação adequada no modelo proposto, sendo as incertezas de prazo de implementação e custos de investimento representadas como números fuzzy (daí a identificação do modelo como "Opções Reais Fuzzy").

Como saídas do modelo de avaliação dos projetos, é proposta a quantificação dos índices de retorno e risco para a otimização do portfólio de projetos de investimentos. Para esta otimização, será proposto no capítulo 8 o

desenvolvimento e aplicação de um algoritmo genético de otimização. A figura (7-1) abaixo destaca esta etapa de avaliação na metodologia híbrida proposta:

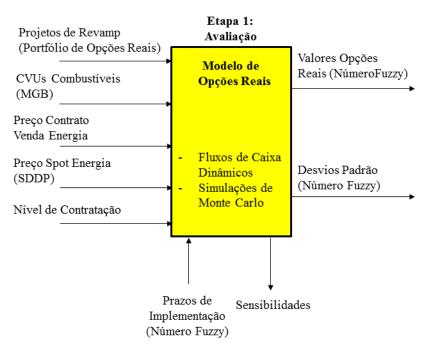


Figura 7-1 – Modelo de Opções Reais Fuzzy.

# 7.2 Portfólio de Oportunidades de Investimento (Portfólio de Opções Reais)

Para a aplicação do modelo proposto, é considerado como exemplo numérico um portfólio de 15 projetos de investimento de um ambiente empresarial real, com a modelagem das incertezas, imprecisões, e possibilidade de exercício das opções reais dos diversos tipos de projetos integrantes da carteira em avaliação.

São considerados os seguintes tipos de projetos, equivalentes a um portfólio de opções reais:

- Ampliação de usinas existentes (Opção de Expansão);
- Transformação de usinas de ciclo térmico simples para ciclo combinado (Opção de Repotencialização);
- Conversão da usina a Gás Natural para operação bi-combustível, com Óleo Diesel como combustível alternativo (Opção de Mudança de Insumo).

A tabela (7-1) abaixo apresenta o portfólio de projetos das usinas termelétricas a serem avaliadas, assim como suas características técnicas e custos fixos operacionais:

Tabela 7-1 – Projetos de Revamp (Portfólio de Opções Reais).

Projeto/ Usina	Submercado	Combustível	Opção de REVAMP	Potência Original (MW)	Potência pós REVAMP (MW)	HeatRate original (MMBTU/ MWh)	HeatRate pós REVAMP (MMBTU/ MWh)	Custo Fixo original (MMR\$/ Mês)	Custo Fixo pós REVAMP (MMR\$/ Mês)
P1	S	GN	Expansão Simples	160	250	10,3	10,3	5,7	7,8
P2	S	GN	Fechamento de Ciclo	320	480	6,3	4,5	7,2	10
P3	SE	GN	Fechamento de Ciclo	250	375	6,872	4,8104	8,5	11,5
P4	SE	GN	Expansão simples	160	320	6,502	6,502	7	11
P5	SE	GN / Diesel	Conversão para Bicombustível	360	360	7,769	7,769	5,5	5,5
P6	SE	GN	Fechamento de Ciclo	160	200	4,499	3,1493	8	10,5
P7	SE	GN / Diesel	Conversão para Bicombustível	90	90	8,689	8,689	2,5	2,5
P8	SE	GN	Fechamento de Ciclo	150	225	9,417	6,5919	4,3	6
P9	SE	GN	Fechamento de Ciclo	340	510	5,87	4,109	7,5	9
P10	NE	GN / Diesel	Conversão para Bicombustível	225	225	8,1	8,1	4,5	4,5
P11	NE	GN	Fechamento de Ciclo	160	200	8,02	5,61	7	7,95
P12	NE	GN	Expansão Simples	100	140	7,5	7,5	5,5	7
P13	N	GN	Expansão Simples	150	180	8	8	8,5	10
P14	N	GN / Diesel	Conversão para Bicombustível	150	150	9,22	9,22	4,5	4,5
P15	N	GN	Expansão Simples	200	260	6,85	6,85	8	9,2

# 7.3 Parâmetros do Modelo Proposto

O modelo reflete as características mais comuns das usinas termelétricas instaladas, em operação e comercialização no Sistema Elétrico Brasileiro. Segue abaixo, a relação dos principais parâmetros do modelo desenvolvido:

- Custos Variáveis dos Combustíveis (Gás Natural e Óleo Diesel);
- Preço do Contrato de Venda da Energia Elétrica;
- Preços *Spot* da Energia Elétrica;
- Nível de Contratação das Usinas;
- Taxa de Desconto;
- Taxa de Desconto Livre de Risco;
- Prazos de Implementação dos Revamps (Números Fuzzy Triangulares);
- Custos de Investimento (Números Fuzzy Triangulares).

A tabela (7-2) abaixo apresenta o resumo dos parâmetros gerais para a avaliação dos 15 projetos no caso base:

Tabela 7-2 - Parâmetros considerados na Avaliação dos Projetos.

Parâmetro	Valor		
Preço Spot do Gás Natural	8 US\$/MMBTU		
Preço Spot do Óleo Diesel	9,5 US\$/MMBTU		
Nível de Contratação das Usinas	80% da Potência Nominal		
Preço do Contrato	200 R\$		
Taxa de Câmbio	4 R\$/US\$		
Impostos	34%		
Taxa de Desconto	10% / ano		
Taxa de Desconto Livre de Risco	5% / ano		
Horizonte de Estudo	10 anos		

# 7.3.1 Prazo de Implementação dos Projetos

O prazo de implementação dos projetos de investimento representa o período de tempo entre a tomada da decisão de investimento e o início da recuperação desse mesmo investimento. Este prazo tem grande influência na avaliação econômica, logo, a sua estimativa deve ser realizada da maneira mais adequada possível.

Porém, a literatura e a experiência na área do Gerenciamento de Projetos mostra que existe um grande risco dos projetos reais não serem implementados nos prazos inicialmente planejados, e quanto maiores e mais complexos são os projetos, maior é este risco. De acordo com o "PMBoK - Project Management Body of Knowledge" (2013), do Project Management Institute (PMI), a imprecisão no processo de estimativa de prazo de um projeto pode ser tratada através de uma estimativa de 3 pontos, considerando os seguintes cenários de prazo, para definir a faixa aproximada do prazo de implementação dos projetos:

- Mais Provável (MP) estimativa baseada na duração do projeto, dadas suas atividades e os recursos prováveis de serem designados, com suas produtividades e disponibilidades para a execução das atividades do projeto, levando em conta as dependências e possíveis interrupções;
  - Otimista (O) o prazo do projeto é baseado no melhor cenário de duração;
  - Pessimista (P) o prazo do projeto é baseado no pior cenário de duração.

As estimativas baseadas em 3 pontos com uma distribuição assumida fornecem o prazo esperado e esclarecem a faixa de incerteza sobre este prazo.

Nesta tese, estes investimentos se referem a construções, ampliações e revitalizações de usinas térmicas, existindo incertezas na realização destas estimativas de prazo. Além da dificuldade de se estabelecer uma distribuição de probabilidades para representar este risco, devido ao provável número reduzido de projetos realmente similares implantados pelo agente, ou com informações históricas confiáveis e/ou disponíveis por outros agentes.

Assim, pode se mostrar adequada a representação desses prazos incertos através de números fuzzy triangulares, incorporando esta incerteza de forma possibilística ao modelo de cálculo do VPL, a partir do conhecimento e informações com certo grau de vagueza pelos especialistas. A figura (7-2) e a tabela (7-3) abaixo apresentam a representação de prazo de implementação dos projetos como um número fuzzy triangular, assim como os valores utilizados no exemplo numérico:

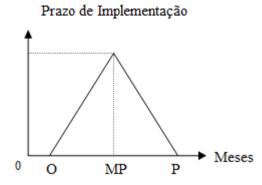


Figura 7-2 – Prazo de Implementação como um Número Fuzzy Triangular.

Tabela 7-3 – Prazos de Implementação dos Projetos.

Projeto /	Prazo de Implementação Fuzzy (Meses)					
Usina	Otimista Mais Provável		Pessimista			
P1	21	24	27			
P2	24	31	36			
P3	20	24	28			
P4	24	30	33			
P5	12	18	22			
P6	16	19	24			
P7	10	15	20			
P8	15	18	23			
P9	24	35	41			
P10	14	21	25			
P11	14	17	22			
P12	13	19	23			
P13	13	18	24			
P14	11	16	20			
P15	15	19	25			

### 7.3.2 Custos de Investimento

Conforme abordado no capítulo 5 ("Opções Reais Fuzzy"), os valores monetários dos custos de investimentos a serem considerados para os VPLs flexíveis e, (consequentemente, para o cálculo das opções), assim como o prazo de implementação dos projetos, também podem ser representados como números fuzzy, permitindo representar por exemplo "um custo de investimento em torno de 100 milhões de dólares", conforme abordado por Tarazo (1997).

Logo, assim como os prazos de implementação, para a representação dos custos de investimento, também é proposta a utilização de números fuzzy triangulares para a representação destes valores incertos no modelo (Mais Provável, Otimista e Pessimista). A figura (7-3) e a tabela (7-4) abaixo apresentam custos de investimento para o portfolio proposto, assim como os valores utilizados no exemplo numérico:

#### Custo de Investimento

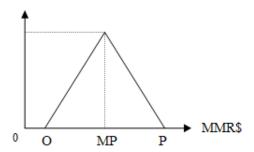


Figura 7-3 – Custos de Investimento como Número Fuzzy Triangular.

Tabela 7-4 – Custos de Investimento dos Projetos.

Projeto /	Custo de Investimento Fuzzy (MMR\$)					
Usina	Otimista Mais Provável		Pessimista			
P1	105	140	205			
P2	320	380	460			
P3	210	240	285			
P4	175	200	250			
P5	35	40	55			
P6	30	40	60			
P7	7	10	15			
P8	155	190	210			
P9	360	410	480			
P10	20	25	35			
P11	85	95	110			
P12	115	138	150			
P13	13	17	21			
P14	11	16	20			
P15	100	120	140			

### 7.3.3 Custos de Operação da Termelétrica (Custos Variáveis Unitários)

As térmicas a serem avaliadas pelo modelo têm como principais componentes do custo de operação o preço dos combustíveis (Gás Natural e Óleo Diesel) e suas respectivas eficiências em transformar energia térmica em energia elétrica (Heat Rate), em MBTU/MWh. Este custo de operação relacionado à geração da usina se mostra como uma variável aleatória e é denominado Custo

Variável Unitário (CVU)<sup>13</sup>, representado em \$/MWh. Este valor é calculado a partir dos valores dos combustíveis em \$/MBTU,

Para geração de séries futuras dos preços dos combustíveis na Simulação de Monte Carlo, considera-se que a variação dos CVUs é a mesma dos preços dos combustíveis, seguindo um processo estocástico de Movimento Geométrico Browniano (MGB).

A escolha desse processo estocástico se mostra adequada para este tipo de análise, tendo em vista que Pindyck e Rubinfeld (1991) não rejeitaram a hipótese de MGB para preços nominais de petróleo em uma série de dados de 34 anos, utilizando o teste da raiz unitária de Dickey-Fuller.

Outras tentativas usando valores reais de preço e séries mais curtas também não conseguem rejeitar o MGB. Pindyck (1999) concluiu que é improvável que a premissa do MGB leve a erros significativos na regra ótima de investimento.

Para a estimativa dos valores de tendência (*drift*) e volatilidade dos CVUs são utilizada uma série histórica com a amostra de dados. Para estes indexadores, as figuras (7-4) e (7-5) abaixo apresentam as amostras com dados da evolução dos preços de Gás Natural e Óleo Diesel:

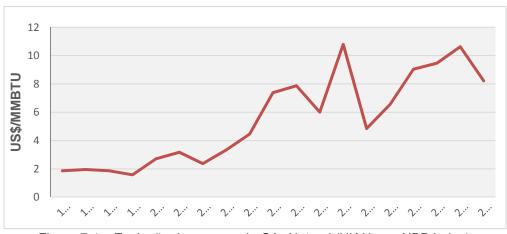


Figura 7-4 – Evolução dos preços de Gás Natural (UK Heren NBP Index).

-

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> No modelo de despacho hidrotérmico, estes CVU são comparados com os Custos Marginais de Curto Prazo (CMCP ou PLD), para definir se as usinas serão ou não despachadas pelo ONS.

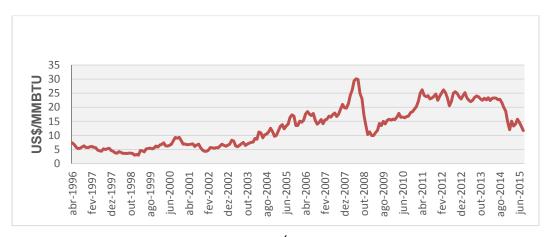


Figura 7-5 – Evolução dos preços do Óleo Diesel (EIA-Ultra Low Sufur 2).

As taxas de variação dos preços *(drift)* do Gás Natural e do Diesel podem ser calculadas a partir da aproximação dada pela fórmula (7-1) abaixo:

$$\alpha = \eta \cdot \left[ E \left[ \ln \left\{ \frac{P_t}{P_{t-1}} \right\} \right] + \frac{\sigma^2}{2\eta} \right]$$
 (7-1)

Para o cálculo da volatilidade será utilizada a equação (7-2) abaixo, que representaria a fórmula de um estimador não-viesado para o desvio padrão de uma amostra:

$$\sigma = \sqrt{\eta \cdot Var \left[ \frac{\ln P_t}{\ln P_{t-1}} \right]} \tag{7-2}$$

A tabela abaixo apresenta estes parâmetros calculados em base anual:

Tabela 7-5 – Parâmetros do Processo Estocástico MGB.

Combustível	Drift (α)	Volatilidade (σ)		
Gás Natural	8,24% / ano	35,17% / ano		
Óleo Diesel	2,45% / ano	33,85% / ano		

Logo, com base na equação do MGB, as variações nos preços do Gás Natural e do Diesel seguem o processo a seguir (7-3) e (7-4):

$$dPgn = 0.0824 \cdot Pgn \cdot dt + 0.3517 \cdot Pgn \cdot dz$$
 (7-3)

$$dPd = 0.0245 \cdot Pd \cdot dt + 0.3385 \cdot Pd \cdot dz$$
 (7-4)

Para as simulações sobre os processos estocásticos dos preços do Gás Natural e do Diesel (*Pgn e Pd*), aplicando-se o Lema de Itô, deriva-se uma equação (7-5) tal que:

$$P_{1} = P_{0} \times e^{\left(\mu - \sigma^{2} / 2\right) \partial t + \sigma \varepsilon \sqrt{\partial t}}$$
(7-5)

Vale ressaltar que se for considerado o valor de μ como simplesmente o parâmetro de "drift" observado na equação acima, seria obtido o Movimento Geométrico Browniano Real. Porém, para a simulação dos fluxos de caixa dinâmicos descontados à taxa livre de risco, faz-se necessária a simulação do Movimento Geométrico Browniano neutro ao risco. Esta medida de probabilidade neutra ao risco é uma medida de martingale<sup>14</sup> equivalente, o que possibilita o desconto dos valores obtidos na simulação do processo estocástico pela taxa livre de risco.

A equação (7-6) abaixo apresenta as formas de cálculo do "drift" neutro ao risco:

$$\mu = \alpha - \pi = r - \delta \tag{7-6}$$

Onde:

 $\mu = "drift"$  neutro ao risco;

 $\alpha = "drift"$  real;

 $\pi$  = prêmio de risco exigido pelo investidor;

r =taxa de juros livre de risco;

 $\delta$  = taxa de conveniência "convenience yield"

#### 7.3.4

#### Preço "Spot" (PLD)

O Preço "Spot" da eletricidade ou Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), dado pelo Custo Marginal de Curto Prazo (CMCP) do Modelo de

 $<sup>^{14}</sup>$  Um processo é considerado um martingale sob a medida de probabilidade P se o seu valor esperado é o seu próprio valor corrente.

Despacho Hidrotérmico, é um dos principais componentes de incerteza do Mercado de Energia Elétrica Brasileiro. Como as receitas de uma usina de geração dependem desta variável, ela deve estar corretamente representada no problema de avaliação dos projetos de investimento.

A previsão de preços "spot" futuros é uma tarefa muito dificil devido às características hidrológicas do sistema de bacias fluviais. Além disso, o cálculo do CMCP é feito por um problema complexo de otimização dinâmica estocástica. Logo, este preço futuro não será representado através de um processo estocástico convencional, será utilizada uma amostra representativa contendo 200 séries futuras de preço, relacionadas com cada cenário hidrológico diferente. Essas séries futuras de preço são dadas como resultados pelo sistema computacional SDDP (Stochastic Dual Dinamic Programing) <sup>15</sup>. Estes preços são calculados em bases mensais e dependem de vários fatores ligados à operação energética do sistema, como por exemplo: as afluências passadas, o volume atual das bacias; o custo de operação das térmicas; o custo de déficit do sistema e os limites de intercâmbio entre os submercados; configuração prevista para o parque gerador e projeção de demanda.

Por simplificação, é considerado que as usinas em questão agiriam como tomadoras de preço no caso do preço *spot* do Subsistema, ou seja, seus custos operacionais (CVUs) não influenciariam na formação do preço no Subsistema. Esta simplificação se mostra adequada, tendo em vista que as potências das usinas representam uma percentagem muito pequena da demanda de cada submercado, e consequentemente, teriam muito pouca influência na formação deste valor de PLD.

Como exemplo, a figura (7-6) abaixo apresenta a evolução deste PLD mensal (120 meses), no submercado Sudeste, para uma das 200 séries hidrológicas:

-

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Desenvolvido pela PSR Consultoria.



Figura 7-6 – Preço de Liquidação de Diferenças SE (série 15)

### 7.3.5 Nível de Contratação

Neste trabalho, é considerado que as termelétricas em questão estariam contratadas por quantidade. Resumidamente, as mesmas podem comercializar sua energia de 2 maneiras. Primeiro, elas podem comercializar parte de sua energia através dos contratos firmados com as distribuidoras e consumidores livres nos leilões da Aneel, e outra parte no mercado de curto prazo (spot), no ambiente da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE).

Tendo em vista a grande influência dos regimes hidrológicos no preço de curto prazo da energia, o nível de contratação influencia diretamente a remuneração das usinas termelétricas, assim como demonstra o grau de aversão ao risco apresentado pelo agente investidor.

O nível de contratação das térmicas é um fator importante na remuneração destas usinas, e consequentemente, no valor da opção. No exemplo numérico desta tese, é considerado que as usinas teriam 80% de suas garantias físicas contratadas. Eventualmente, a estratégia de venda por contrato das usinas pode não se realizar completamente durante toda vida útil das usinas, assim, será explorada uma análise de sensibilidade dos resultados de acordo com a variação dos níveis percentuais de contratação.

#### 7.3.6

#### Preço do Contrato

A definição do preço da venda de energia para contratos de longo prazo é um fator importante para a devida remuneração de uma termelétrica. Além disso, este preço deve refletir a competição entre geradores por contratos de longo prazo. Assim, um preço elevado incentivaria os compradores a fecharem contratos com outros geradores (termelétricos ou hidrelétricos) que oferecessem condições mais favoráveis. Preços baixos provavelmente conduziriam a não remuneração dos investimentos.

Apesar das térmicas poderem disponibilizar energia apenas através do mercado *spot*, este é muito arriscado. A probabilidade de não remuneração do investimento seria muito alta, apesar de, nestes casos, existirem probabilidades de lucros bastante altos.

No modelo, a representação é através de um valor fixo de R\$200,00, tendo como referência alguns valores de oferta e venda dos montantes de energia nos leilões da CCEE. Estes valores nos leilões também são conhecidos como ICB (Índices de Custo Benefício).

#### 7.3.7

#### Taxa de Desconto

Taxa utilizada para descontar os fluxos de caixa futuros de um projeto de investimento. Normalmente estas taxas refletem as expectativas do investidor em relação aos riscos assumidos com o projeto.

No Plano Nacional de Energia 2030, da EPE (2006), foram consideradas as taxas de desconto de 8,1 e 12% ao ano, para projetos de geração termelétrica a gás natural no Brasil na atualidade. Estes níveis de retorno refletiam na época os riscos adicionais do país pelos quais os investidores costumam exigir um prêmio de cerca de 5% ao ano. No modelo, é considerada uma taxa de desconto 10% (fixa) para o caso base.

#### 7.3.8

#### Taxa de Desconto Livre de Risco

Conforme abordado anteriormente, para a simulação dos fluxos de caixa dinâmicos e do MGB neutro ao risco para os preços dos combustíveis, é necessária a utilização de taxa de desconto livre de risco. Esta taxa deve ser determinada através de uma taxa semelhante a taxa de juros real com maturidade semelhante a do prazo considerado como horizonte de estudo. No caso base do modelo, é considerada uma taxa anual de 5% livre de risco e inflação.

#### 7.4

#### Modelagens do Problema

Os valores presentes das remunerações futuras das usinas termelétricas serão calculados de acordo com o modelo apresentado na seção 2.3. Este modelo considera a operação das plantas caso as receitas sejam maiores que os custos de operação, e de suspender a operação caso as receitas não sejam suficientes para cobrir estes custos de operação. No caso da termelétrica, esta somente será despachada pelo ONS, se o custo de operação (CVU) for menor que o preço *spot* de eletricidade (PLD).

Algumas restrições sobre a operação das usinas devem ser feitas. Neste trabalho considerou-se que não existe custo de entrada em operação com qualquer um dos combustíveis. O tempo de desligamento e religamento com qualquer um dos combustíveis são considerados instantâneos, podendo ser desprezados. A equação (7-7) abaixo representa a remuneração líquida das usinas:

$$RT = Ec.P + (Gts - Ec).PLDm - Gts.Cv - Cf$$
(7-7)

Onde:

RT = receita líquida mensal (R\$);

Ec = quantidade de energia contratada, representada pelo nível de contratação (MWh);

P = preço do contrato (R\$/MWh);

Gts = quantidade de energia despachada (gerada) pela usina no período (MWh);

PLDm = PLD médio (R\$);

Cv = custo Variável Unitário (CVU) para a operação (R\$/MWh);

Cf = custo fixo mensal de operação da usina (R\$).

Dessa forma, podem ser simuladas as trajetórias de fluxo de caixa para as usinas já instaladas no período estudado (neste caso, de t=1 até t=120). O Valor Presente destes fluxos de caixa é dado pela equação (7-8):

$$VP_{rigido} = \sum_{t=1}^{120} \frac{RTg_{(t)}}{(1+r)^t}$$
 (7-8)

#### 7.5

#### Avaliação das Opções

Para a avaliação do portfólio, as diversas oportunidades de investimento a serem abordadas são representadas no modelo de forma a possibilitar a obtenção dos valores dos VPLs Fuzzy (retornos) e dos desvios-padrão desses VPLs (riscos), de modo a possibilitar a otimização através do algoritmo genético, a ser apresentada no próximo capítulo desta tese.

No modelo proposto, para os projetos de revamp abordados, além da flexibilidade operacional (gerar ou não gerar) já oferecida a um agente gerador proprietário de uma usina termelétrica no Brasil, conforme apresentado através do "VPrígido", são oferecidos ao agente 3 tipos de opções reais de investimentos nas usinas existentes:

- Expansão Simples (Opção de Expansão);
- Fechamento de Ciclo (Opção de Repotencialização);
- Conversão para Bicombustível (Opção de Mudança de Insumo).

Segundo Trigeorgis (1996), na avaliação de opções reais, o VPL tradicional pode ser expandido da seguinte forma (7-9):

Assim, os valores das usinas com o exercício das opções reais adicionais (VPLs Expandidos), resultantes das flexibilidades gerenciais, representadas pelas demais oportunidades de investimento (Opção de Expansão, Repotencialização e Mudança de Insumo). Os valores dessas opções reais, calculadas a partir das diferenças entre os Valores Presentes dos fluxos de caixa dinâmicos são representados conforme a equação (7-10):

$$Vopção^{16} = VP_{\text{exp} andido} - VP_{rígido}$$
 (7-10)

As seções a seguir apresentam os modelos de remuneração (7-11), (7-12), (7-13) para o cálculo dos VPLs expandidos para cada caso:

#### 7.5.1

#### Ampliação de Usinas Existentes (Opção de Expansão)

$$RTexp = Ec.P + (Gtexp - Ec).PLDm - Gtexp.CV - Cf$$
 (7-11)

Onde:

RTexp = receita líquida mensal da usina expandida (R\$);

*Gtexp* = quantidade de energia despachada (gerada) pela usina expandida (valor maior que o valor original).

#### 7.5.2

Transformação de Usinas de Ciclo Térmico Simples para Ciclo Combinado (Opção de Repotencialização)

$$RTrep = Ec.P + (Gtrep - Ec).PLDm - Gtrep.CVrep - Cf$$
 (7-12)

Onde:

<sup>16</sup> Podendo ser definido também como "Prêmio da Flexibilidade".

RTrep = receita líquida mensal da usina repotencializada;

Gtrep = quantidade de energia despachada (gerada) pela usina repotencializada;

*CVrep* = CVU para a operação da usina repotencializada (valor menor que o original) <sup>17</sup>.

#### 7.5.3

## Conversão de Usina a Gás Natural para Operação Bicombustível (Opção de Mudança de Insumo)

$$RTbi = Ec.P + Max [(Gts - Ec).PLDm - Gts.CVg; (Gts - Ec).PLDm - Gts.CVd]-Cf$$

$$(7-13)$$

Onde:

RTbi = receita líquida mensal da usina bicombustível <sup>18</sup>;

CVg = CVU para a operação a Gás Natural;

CVd = CVU para a operação a Óleo Diesel.

#### 7.6

#### Processos de Avaliação

Para a realização das simulações de Monte Carlo, foram realizadas para cada caso estudado 10.000 simulações. Na primeira fase o programa SDDP é utilizado para gerar a amostra das séries hidrológicas (200 séries), o que acarreta nas amostras dos preços *spot* de eletricidade. Além da amostra da série hidrológica, a cada simulação, é simulado o valor da amostra dos Custos Variáveis Unitários dos combustíveis pelo processo estocástico MGB.

Na segunda fase, para cada valor calculado (VPrígido, VPexpandido) o algoritmo de programação dinâmica é aplicado "backward" nas remunerações

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Com a passagem da usina para operação a ciclo combinado, o "*Heat Rate*" diminui, aumentando o rendimento e diminuindo o CVU da usina.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Com a passagem da usina para bicombustível, quando chamada a despacho, a usina operaria sempre com o combustível de menor custo (menor CVU).

líquidas mensais da usina até que o valor no instante t=1 seja encontrado. E finalmente na terceira fase, é determinado o Valor da Opção e as estatísticas são calculadas.

Como os cálculos dos VPs expandidos se dão a partir de fluxos de caixa mensais, para cada cenário de prazo de implementação do projeto (Otimista, Mais Provável, Pessimista), estes valores são diferentes, pois no modelo a remuneração expandida passa a ocorrer após este prazo, que tem valor diferente em cada cenário. Logo, em cada projeto, o VP expandido apresenta valores diferentes para cada um desses cenários de prazo, passando os valores esperados resultantes da simulação de Monte Carlo a serem representados através um número fuzzy triangular, assim como, os Valores Esperados das Opções Reais (*Opções Reais Fuzzy*) e seus respectivos desvios-padrão. A figura (7-7) abaixo apresenta a representação do Valor da Opção Real através do número fuzzy triangular:

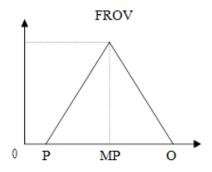


Figura 7-7 – Distribuição Fuzzy dos Valores Esperados da Opção Real (EFROV).

# 7.7 Resultados da Avaliação do Portfólio de Opções Reais

O valor da Opção Real (medida de retorno) de cada projeto é apresentado como um número fuzzy triangular, assim como seus respectivos desvios padrão (medida de risco). Estes resultados serão utilizados na segunda etapa do modelo, para a otimização do portfólio, apresentada no capítulo 8 deste trabalho.

### 7.7.1 Caso Base

A tabela (7-6) abaixo apresenta os valores esperados das opções reais, e seus respectivos desvios padrão, dos 15 projetos, apresentados como números fuzzy triangulares, para as usinas com 80% de sua energia contratada.

Tabela 7-6 – Valores Esperados das Opções Reais (Caso Base).

Projeto	Valor Esperado da Real Fuzzy (MME		Desvio Padrão Fuzzy da Opção Real (MMBR\$)			
	P MP	Ő	P MP Ó			
P1	[ 154,90 ; 162,11 ;	169,65 ] [	55,08 ; 55,74 ; 56,58 ]			
P2	[ 496,19 ; 531,11 ;	579,88 ] [	103,21 ; 104,08 ; 105,78 ]			
P3	[ 303,16 ; 318,21 ;	334,46 ] [	87,12 ; 87,74 ; 88,60 ]			
P4	[ 270,56 ; 283,70 ;	309,08 ] [	92,84 ; 93,57 ; 94,95 ]			
P5	[ 53,27 ; 53,94 ;	54,42 ] [	121,73 ; 122,40 ; 122,86 ]			
P6	[ 51,76 ; 54,18 ;	55,52 ] [	36,11 ; 36,96 ; 37,53 ]			
P7	[ 13,55 ; 13,75 ;	14,03 ] [	30,67 ; 31,05 ; 31,37 ]			
P8	[ 182,69 ; 194,88 ;	202,11 ] [	53,65 ; 54,65 ; 55,09 ]			
P9	[ 451,32 ; 490,16 ;	562,69 ] [	107,44 ; 108,52 ; 111,09 ]			
P10	[ 35,23 ; 35,54 ;	36,14 ] [	78,23 ; 78,99 ; 80,09 ]			
P11	[ 113,28 ; 120,12 ;	124,06 ] [	38,60 ; 39,63 ; 40,16 ]			
P12	[ 49,75 ; 52,80 ;	57,06 ] [	25,58 ; 26,12 ; 26,73 ]			
P13	[ 20,16 ; 22,30 ;	25,51 ] [	19,45 ; 19,74 ; 20,30 ]			
P14	[ 20,74 ; 20,90 ;	21,10 ] [	48,92 ; 49,21 ; 49,32 ]			
P15	[ 128,85 ; 139,85 ;	147,03 ] [	33,19 ; 33,76 ; 34,23 ]			

Para ilustração, as figuras (7-8), (7-9), (7-10), (7-11), (7-12), (7-13), (7-14), (7-15), (7-16) abaixo apresentam as distribuições de probabilidades dos resultados da avaliação de 3 (P1, P8 e P5) dos 15 projetos avaliados, 1 de cada tipo:

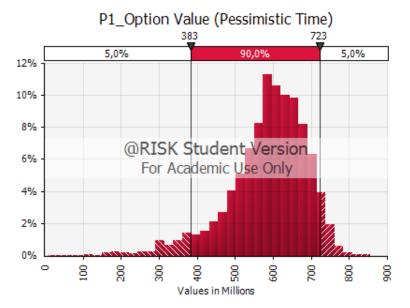


Figura 7-8 – Distribuição do Valor da Opção Real de Expansão (Pessimista).

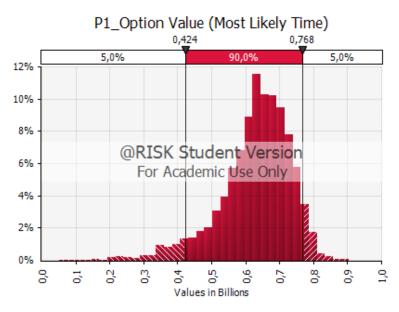


Figura 7-9 – Distribuição do Valor da Opção Real de Expansão (Mais Provável).

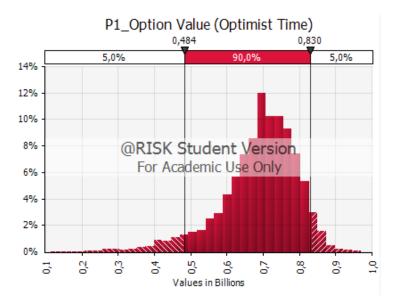


Figura 7-10 – Distribuição do Valor da Opção Real de Expansão (Otimista).

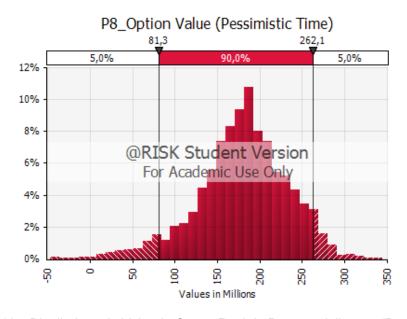


Figura 7-11 – Distribuição do Valor da Opção Real de Repotencialização (Pessimista).

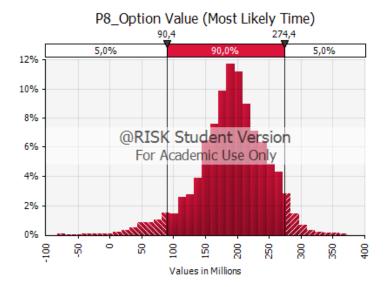


Figura 7-12 – Distribuição do Valor da Opção Real de Repotencialização (Mais Provável).

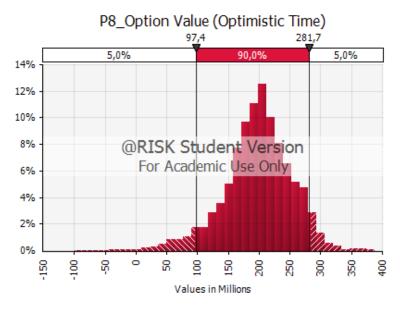


Figura 7-13 – Distribuição do Valor da Opção Real de Repotencialização (Otimista).

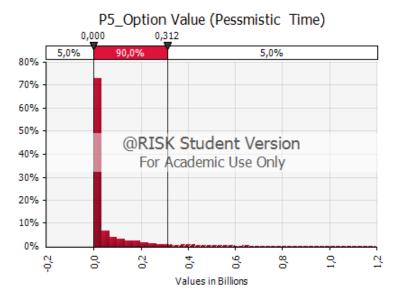


Figura 7-14 – Distribuição do Valor da Opção de Mudança de Insumo (Pessimista).

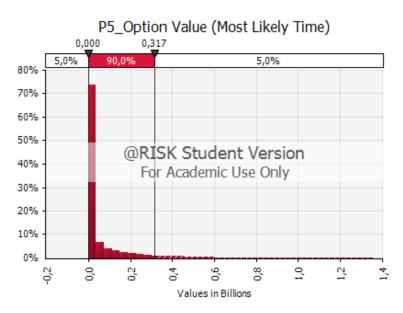


Figura 7-15 – Distribuição do Valor da Opção de Mudança de Insumo (Mais Provável).

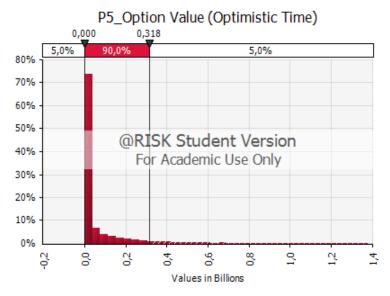


Figura 7-16 – Distribuição do Valor da Opção de Mudança de Insumo (Otimista).

### 7.7.2 Análises de Sensibilidade da Avaliação

# 7.7.2.1 Sensibilidade ao Nível de Contratação

Dentre outros fatores, conforme visto no capítulo 2 desta tese, o nível de contratação influencia diretamente a remuneração das usinas termelétricas, assim como demonstra o grau de aversão ao risco apresentado pelo agente investidor. Para demonstrar esta influência, a primeira análise de sensibilidade apresentada é a variação dos valores das opções reais em relação ao percentual (de 60% a 100%) contratado das potências das usinas. Os resultados são apresentados pela tabela (7-7):

Tabela 7-7 – Evolução dos Valores das Opções em relação aos Níveis de Contratação.

Projeto	Nível de Contratação	Valor Esperado da Opção Real Fuzzy (MMBR\$)			Projeto	Nível de Contratação	Valor Esperado da Opção Real Fuzzy (MMBR\$)		
	,	P	MP	0			Р	MP	0
	60%	97,91	102,43	107,19		60%	362,42	391,01	444,63
	70%	127,62	133,52	139,71		70%	409,03	442,57	505,13
P1	80%	154,90	162,11	169,65	P9	80%	451,32	490,16	562,69
	90%	184,80	193,33	202,24		90%	492,61	536,49	618,44
	100%	213,37	223,28	233,58		100%	537,45	586,51	677,98
	60%	404,84	431,52	469,06		60%	35,35	35,53	36,04
	70%	454,84	485,54	528,69		70%	33,09	33,33	33,94
P2	80%	496,19	531,11	579,88	P10	80%	35,23	35,54	36,14
	90%	540,13	579,25	632,48		90%	33,14	33,31	33,70
	100%	583,59	626,62	686,41		100%	34,12	34,37	34,90
	60%	226,00	235,92	246,83		60%	86,57	91,38	94,03
	70%	262,97	275,32	288,93		70%	99,31	105,12	108,44
P3	80%	303,16	318,21	334,46	P11	80%	113,28	120,12	124,06
	90%	342,16	359,68	378,40		90%	128,16	135,96	140,48
	100%	381,57	401,57	422,94		100%	140,99	149,82	154,96
	60%	175,16	183,44	199,07	P12	60%	23,47	24,93	26,86
	70%	224,09	234,73	255,18		70%	36,80	39,09	42,19
P4	80%	270,56	283,70	309,08		80%	49,75	52,80	57,06
	90%	334,02	359,68	364,12		90%	64,14	67,95	73,37
	100%	364,40	382,43	417,54		100%	77,26	81,95	88,52
	60%	50,46	50,91	51,40	P13	60%	2,35	2,70	3,23
	70%	53,92	54,65	55,19		70%	11,59	12,80	14,65
P5	80%	53,27	53,94	54,42		80%	20,16	22,30	25,51
	90%	54,64	55,37	55,95		90%	29,11	32,15	36,83
	100%	55,30	55,97	56,44		100%	38,79	42,71	48,73
	60%	23,43	23,74	23,82	P14	60%	20,23	20,45	20,72
	70%	38,57	40,06	40,89		70%	20,20	20,41	20,69
P6	80%	51,76	54,18	55,52		80%	20,74	20,90	21,10
	90%	64,85	68,36	70,35		90%	20,99	21,21	21,44
	100%	78,74	83,28	85,93		100%	21,67	21,91	22,18
	60%	13,90	14,01	14,23	P15	60%	88,12	95,39	100,12
	70%	14,01	14,17	14,41		70%	108,32	117,38	123,28
P7	80%	13,55	13,75	14,03		80%	128,85	139,85	147,03
	90%	13,93	14,04	14,26		90%	148,00	160,80	169,14
	100%	13,24	13,37	13,65		100%	166,88	181,49	191,07
	60%	128,12	136,14	140,51					
	70%	153,17	161,08	168,73					
P8	80%	179,83	191,57	198,21					
	90%	205,42	219,34	227,20					
	100%	230,26	246,10	255,07					

Assim como as remunerações das térmicas, observa-se que os valores das opções reais também se mostram sensíveis ao Nível de Contratação das usinas. De uma forma geral, nos projetos de expansão são os mais sensíveis, apresentando uma faixa de variação média de 98% em relação aos valores das opções do caso base. Os projetos de fechamento de ciclo apresentam 56% nesta faixa de variação média. Os projetos de conversão para bicombustível são os menos sensíveis ao Nível de Contratação, com uma faixa de variação média de 6% em relação ao caso base. Vale ressaltar que 2 projetos (P7 e P10) tiveram diminuição nos valores com o aumento da contratação.

Esta sensibilidade, da mesma forma que a remuneração, se deve à grande dependência dos regimes hidrológicos para os despachos das usinas térmicas,

pois, nos casos de baixos níveis de contratação, a receita garantida é menor e a remuneração dependeria mais dos montantes despachados. Para uma melhor visualização do valor das opções em relação ao montante contratado, as figuras (7-17), (7-18), (7-19) a seguir, mostram esta evolução:

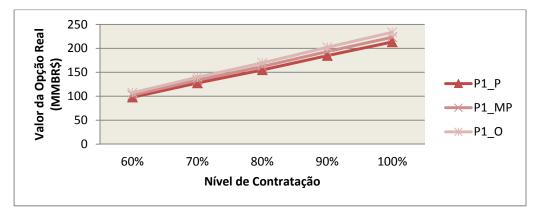


Figura 7-17 – Valor da Opção Real em relação ao Nível de Contratação (Expansão).

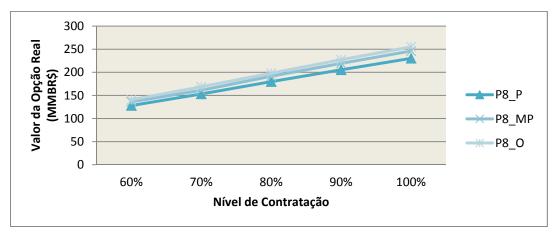


Figura 7-18 – Valor da Opção Real em relação ao Nível de Contratação (Repotencialização).

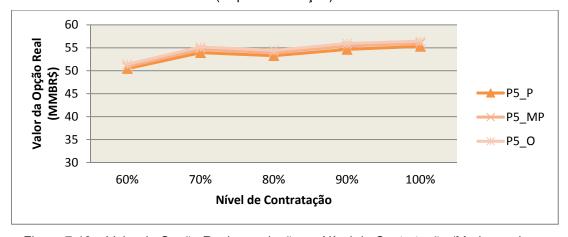


Figura 7-19 – Valor da Opção Real em relação ao Nível de Contratação (Mudança de Insumo).

### 7.7.2.2 Sensibilidade à Taxa Livre de Risco

A taxa de desconto é a taxa utilizada para descontar os fluxos de caixa em qualquer análise de investimento, indicando o retorno esperado pelo investidor. Neste caso de avaliação por Opções Reais, a taxa utilizada, tanto para os fluxos de caixa dinâmicos quanto para a simulação do processo estocástico MGB, deve ser a livre de risco. Nesta seção será apresentada a sensibilidade do valor da opção real em relação às variações no valor desta taxa (de 3% a 7%), conforme a tabela (7-8):

Tabela 7-8 – Evolução dos Valores das Opções em relação à Taxa Livre de Risco.

Projeto	Taxa Livre de Risco	Opçã	Esperad o Real F MMBR\$)	uzzy	Projeto	Taxa Livre de Risco	Opçá	Esperad ão Real Fu MMBR\$)	
		P	MP	0			P	MP	0
	3%	178,73	186,26	194,05		3%	531,60	573,00	649,32
	4%	165,44	172,85	180,61		4%	489,30	529,25	603,44
P1	5%	154,90	162,11	169,65	P9	5%	451,32	490,16	562,69
	6%	146,07	153,14	160,59		6%	414,81	452,31	523,34
	7%	137,09	144,01	151,28		7%	381,87	418,21	487,46
	3%	581,47	618,37	669,53		3%	43,28	43,59	44,24
	4%	536,12	572,14	622,13		4%	39,62	39,90	40,50
P2	5%	496,19	531,11	579,88	P10	5%	35,23	35,54	36,14
	6%	462,05	495,96	543,61		6%	29,06	29,33	29,85
	7%	426,57	459,55	506,03		7%	26,76	27,10	27,69
	3%	356,15	371,80	388,56		3%	132,91	140,19	144,26
	4%	324,79	340,10	356,58		4%	123,14	130,07	134,07
P3	5%	303,16	318,21	334,46	P11	5%	113,28	120,12	124,06
	6%	281,81	296,50	312,46		6%	104,51	111,24	115,07
	7%	258,30	272,58	288,19		7%	96,57	103,19	106,96
	3%	316,21	330,19	356,83		3%	58,33	61,54	65,92
	4%	293,34	306,90	332,84		4%	54,52	57,66	61,94
P4	5%	270,56	283,70	309,08	P12	5%	49,75	52,80	57,06
	6%	249,65	262,47	287,23		6%	46,77	49,76	53,91
	7%	232,18	244,67	269,04		7%	43,82	46,79	50,92
	3%	72,20	72,88	73,30		3%	25,36	27,61	30,92
	4%	63,92	64,72	65,26		4%	23,20	25,43	28,77
P5	5%	53,27	53,94	54,42	P13	5%	20,16	22,30	25,51
	6%	47,38	48,00	48,41		6%	17,84	19,92	23,06
	7%	45,56	46,17	46,56		7%	16,27	18,29	21,35
	3%	64,94	67,53	69,01		3%	26,41	26,65	26,95
	4%	56,92	59,36	60,75		4%	25,12	25,29	25,53
P6	5%	51,76	54,18	55,52	P14	5%	20,74	20,90	21,10
	6%	45,85	48,22	49,56		6%	17,69	17,82	18,04
	7%	41,87	44,25	45,61		7%	14,80	14,96	15,13
	3%	17,47	17,64	17,90		3%	146,96	158,34	165,69
	4%	15,65	15,78	16,06		4%	137,24	148,38	155,65
P7	5%	13,55	13,75	14,03	P15	5%	128,85	139,85	147,03
	6%	11,79	11,90	12,15		6%	120,52	131,26	138,30
	7%	10,39	10,54	10,77		7%	111,38	121,89	128,87
	3%	209,77	222,13	229,00					
	4%	195,64	207,85	214,65					
P8	5%	179,83	191,57	198,21					
	6%	166,28	178,07	184,68					

155,06 166,60 173,13

Em relação à variação dos valores das opções reais de acordo com a taxa livre de risco, todos os projetos apresentam redução desses valores com o aumento da taxa livre de risco. Os projetos de expansão, fechamento de ciclo e conversão para bicombustível apresentaram uma variação média em relação aos valores do caso base de 30%, 33% e 51%, respectivamente. As figuras (7-20, (7-21), (7-22) a seguir apresentam a evolução dos valores das opções em relação à taxa livre de risco:

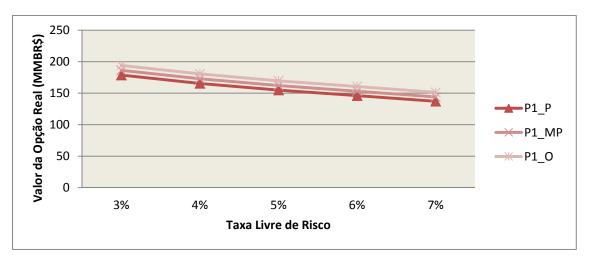


Figura 7-20 – Valor da Opção Real em relação à Taxa Livre de Risco (Expansão).

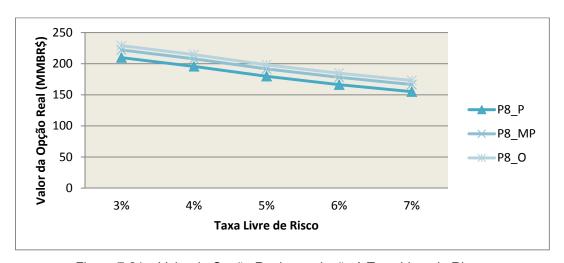


Figura 7-21 – Valor da Opção Real em relação à Taxa Livre de Risco (Repotencialização).

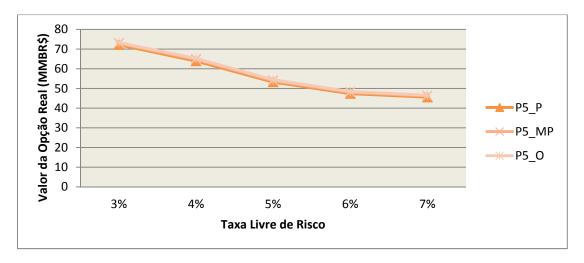


Figura 7-22 – Valor da Opção Real em relação à Taxa Livre de Risco (Mudança de Insumo).

# 7.7.2.3 Sensibilidade à volatilidade do Gás Natural

Considerando que os preços dos combustíveis seriam os principais componentes do custo de operação das térmicas (CVU), e que, conforme abordado no capítulo 3, a volatilidade do ativo objeto influencia diretamente o valor da opção real. Neste contexto, torna-se importante uma análise de sensibilidade em relação às volatilidades dos preços do Gás Natural.

Quanto maior a volatilidade nos preços dos combustíveis, maior é a exposição a incertezas em relação ao custo de operação das usinas. A tabela (7-9) abaixo apresenta as relações das volatilidades anuais dos Custos Variáveis Unitários do Gás Natural e os respectivos valores da Opção Real para as usinas com 80% de suas energias contratadas.

Tabela 7-9 – Evolução dos Valores das Opções em relação à volatilidade do CVU do Gás Natural.

		. ,	o Real Fo MMBR\$)	uzzy	Projeto	Volatilidade CVU Gás	Opçá	io Real Fu MMBR\$)	o da uzzy
	Natural	P	MP	0		Natural	P	MP	0
	25%	140,78	147,98	155,50		25%	429,70	468,13	540,23
	30%	149,89	157,11	164,64		30%	437,18	475,70	548,00
P1	35%	154,90	162,11	169,65	P9	35%	451,32	490,16	562,69
	40%	162,90	170,17	177,79		40%	460,40	499,30	572,23
	45%	178,13	178,13	185,75		45%	474,22	513,41	586,80
	25%	475,41	510,25	558,66		25%	21,64	21,83	22,21
	30%	487,17	521,99	570,52		30%	25,68	25,89	26,30
P2	35%	496,19	531,11	579,88	P10	35%	35,23	35,54	36,14
	40%	509,07	544,05	592,95		40%	42,05	42,43	43,17
	45%	519,18	554,37	603,62		45%	48,05	48,44	49,22
	25%	286,81	301,56	317,61		25%	106,79	113,59	117,42
	30%	294,11	309,09	325,38		30%	111,27	118,10	121,99
P3	35%	303,16	318,21	334,46	P11	35%	113,28	120,12	124,06
	40%	313,26	328,39	344,74		40%	116,59	123,35	127,28
	45%	317,81	333,08	349,47		45%	119,77	126,60	130,55
	25%	245,91	258,91	283,88		25%	44,21	47,29	51,53
	30%	256,90	270,01	295,18		30%	46,59	49,69	53,90
P4	35%	270,56	283,70	309,08	P12	35%	49,75	52,80	57,06
	40%	283,70	296,99	322,44		40%	54,08	57,23	61,52
	45%	299,78	313,09	338,68		45%	58,01	61,15	65,49
	25%	32,64	32,99	33,19		25%	15,07	17,14	20,34
	30%	41,19	41,62	41,96		30%	17,69	19,80	23,01
P5	35%	53,27	53,94	54,42	P13	35%	20,16	22,30	25,51
	40%	65,73	66,55	67,10		40%	22,95	25,09	28,36
	45%	73,61	74,66	75,40		45%	25,79	27,95	31,20
	25%	50,58	53,13	54,55		25%	11,75	11,85	11,99
	30%	49,42	51,96	53,38		30%	15,82	15,98	16,14
P6	35%	51,76	54,18	55,52	P14	35%	20,74	20,90	21,10
	40%	53,64	56,07	57,46		40%	26,27	26,57	26,90
	45%	55,23	57,68	59,05		45%	28,28	28,52	28,93
	25%	8,11	8,19	8,36		25%	117,64	128,51	135,58
	30%	10,09	10,20	10,35		30%	123,77	134,63	141,76
P7	35%	13,55	13,75	14,03	P15	35%	128,85	139,85	147,03
	40%	16,43	16,61	16,93		40%	132,32	143,31	150,51
	45%	18,72	18,91	19,26		45%	138,19	149,21	156,40
	25%	167,17	179,08	185,75					
	30%	173,04	184,93	191,60					
P8	35%	179,83	191,57	198,21					
	40%	187,16	199,11	205,81					
	45%	192,41	204,42	211,20					

Observa-se que os valores esperados das opções reais são sensíveis e crescentes à variação nas volatilidades do Gás Natural, para todos os tipos de projetos. Os projetos de expansão, fechamento de ciclo e conversão para bicombustível apresentaram uma variação média em relação aos valores do caso base de 26%, 10% e 77%, respectivamente. As figuras (7-23), (7-24), (7-25) a seguir apresentam a evolução dos valores das opções em relação à esta volatilidade:

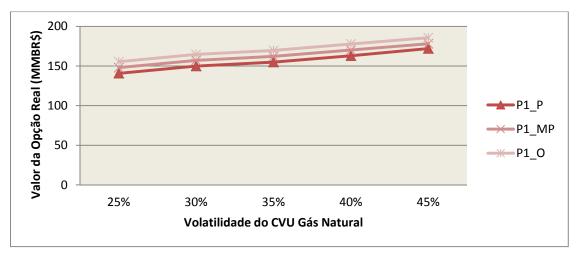


Figura 7-23 – Valor da Opção Real x Volatilidade CVU do Gás Natural (Expansão).

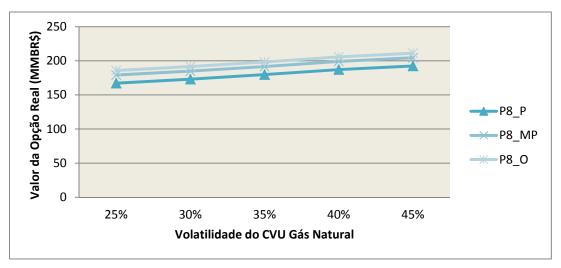


Figura 7-24 – Valor da Opção Real x Volatilidade CVU do Gás Natural (Repotencialização).

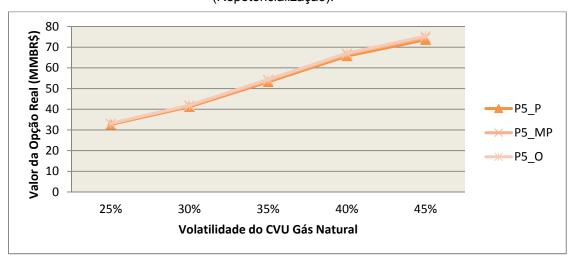


Figura 7-25 – Valor da Opção Real x Volatilidade CVU do Gás Natural (Mudança de Insumo).

## Otimização do Portfólio de Projetos de Revamp em Usinas Termelétricas

### 8.1 Introdução

Neste capítulo, é apresentada a metodologia desenvolvida para a otimização da carteira de projetos avaliada pelo modelo apresentado no capítulo 7. Nesta etapa de otimização, deve ser obtido o Portfólio de Opções Reais a ser implementado, por nível de investimento total, de modo a representar as faixas orçamentárias do agente. Pois conforme abordado anteriormente, geralmente, para a tomada de decisões estratégicas das grandes empresas do mercado de energia, existem mais projetos candidatos à implementação que recursos financeiros para a implementação de todos eles.

Conforme abordado no capítulo 6, na solução de problemas de programação não linear inteira, geralmente, são utilizados métodos de otimização por programação dinâmica. Porém, esses métodos podem apresentar dificuldades para resolver problemas de solução mais complexa, como o da média-variância e a seleção multi-critério de projetos, com as interações dos projetos e preferências dos decisores.

Em comparação com outros métodos tradicionais de otimização, os Algoritmos Genéticos (AGs) são menos dependentes do tipo de problema, alcançando uma maior probabilidade de chegar ao ótimo global. Por exemplo, em comparação com a programação dinâmica, um AG permite aos utilizadores obter uma solução próxima do ótimo, enquanto a programação dinâmica não poderia, o que é muito importante para alguns problemas de otimização de decisões de negócios. Devido a estas vantagens, este trabalho propõe a utilização de um algoritmo genético para resolver o problema da seleção do portfólio. A figura (8-1) abaixo destaca esta etapa de otimização na metodologia proposta:

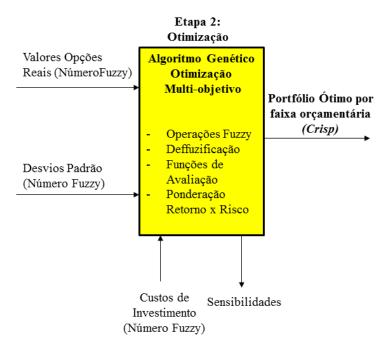


Figura 8-1 – Algoritmo Genético de Otimização.

Para a definição deste subconjunto ótimo de projetos, é necessária a definição de critérios de melhores resultados para esta avaliação. A otimização deve ser feita sempre buscando maximizar o retorno esperado e minimizar o risco do subconjunto de projetos sob incerteza. Para a solução deste problema, o Algoritmo Genético proposto tem como dados de entrada os Valores Esperados da Opção Real, Desvio Padrão do Valor das Opções Reais e os Custos de Investimento de cada um dos projetos. Sendo estes valores representados através de números fuzzy triangulares. A seguir, é apresentada de maneira detalhada a descrição das etapas deste algoritmo:

- a) Definição da função de aptidão. As funções de aptidão/avaliação são desenvolvidas na seção 8.3 deste capítulo.
- b) Reprodução aleatória da população inicial. Nesta representação, é utilizado um cromossomo binário para a representação do portfólio. Cada gene corresponde ao número de um projeto, logo (xi = 0) significa que o projeto (variável) não estaria incluído na carteira e (xi = 1) significa que o projeto está incluído na carteira. A figura (8-2) abaixo apresenta um exemplo da representação deste cromossomo para uma população inicial:

1	P1	P2	Р3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15
1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1

Figura 8-2 – Representação do Cromossomo.

- c) Aplicação das operações de crossover e mutação para a evolução genética do cromossomo, produzindo novos cromossomos com base na alteração dos genes aleatoriamente (de "0" para "1" e vice-versa).
- d) O algoritmo seleciona as populações com maior aptidão. Após realizar as operações de crossover e mutação, uma nova população é criada e a próxima operação irá selecionar os melhores cromossomas com o maior aptidão, através de uma receita. Assim, os cromossomos são alocados para o espaço de busca uma roleta proporcional à sua aptidão e, provocando a seleção dos cromossomos mais aptos.
- e) Avaliação do cromossomo. No passo final, o cromossomo final é avaliado para confirmação da melhor solução. Se sim, então são obtidos os resultados otimizados. Se não, são repetidas as etapas de mutação, crossover e seleção, para nova avaliação até que seja atingido o critério de parada, neste caso, o número de gerações (20.000 gerações).

## 8.2 Descrição do Problema

Nesta seção, é apresentada a metodologia utilizada para a otimização do Portfólio de Opções Reais avaliado no capítulo 7. Nesta tese, é proposta uma adaptação do modelo de Markowitz para a seleção do portfólio a partir de um método multi-critério com Operações Fuzzy. A tabela (8-1) abaixo apresenta os valores do caso base a ser utilizado na etapa de otimização do portfólio de projetos:

Projeto		sperado d Fuzzy (MN			Padrão Fuz Real (MMI		Investin	isto de nento F MBR\$)	uzzy
	P	MP	0	P	MP	0	0	MP	P
P1	[ 154,9 ;	162,11	; 169,65 ]	[ 55,08 ;	55,74 ;	56,58 ]	[ 105 ;	140 ;	205 ]
P2	[ 496,19 ;	531,11	; 579,88 ]	[ 103,21 ;	104,08 ;	105,78 ]	[ 320 ;	380 ;	460 ]
P3	[ 303,16 ;	318,21	; 334,46 ]	[ 87,12 ;	87,74 ;	88,6 ]	[ 210 ;	240 ;	285 ]
P4	[ 270,56 ;	283,7	; 309,08 ]	[ 92,84 ;	93,57 ;	94,95 ]	[ 175 ;	200 ;	250 ]
P5	[ 53,27 ;	53,94	; 54,42 ]	[ 121,73 ;	122,4 ;	122,86 ]	[ 35 ;	40 ;	55 ]
P6	[ 51,76 ;	54,18	; 55,52 ]	[ 36,11 ;	36,96 ;	37,53 ]	[ 30 ;	40 ;	60 ]
P7	[ 13,55 ;	13,75	; 14,03 ]	[ 30,67 ;	31,05 ;	31,37 ]	[ 7 ;	10 ;	15 ]
P8	[ 182,69 ;	194,88	; 202,11 ]	[ 53,65 ;	54,65 ;	55,09 ]	[ 155 ;	190 ;	210 ]
P9	[ 451,32 ;	490,16	; 562,69 ]	[ 107,44 ;	108,52 ;	111,09 ]	[ 360 ;	410 ;	480 ]
P10	[ 35,23 ;	35,54	; 36,14 ]	[ 78,23 ;	78,99 ;	80,09 ]	[ 20 ;	25 ;	35 ]
P11	[ 113,28 ;	120,12	; 124,06 ]	[ 38,6 ;	39,63 ;	40,16 ]	[ 85 ;	80 ;	110 ]
P12	[ 49,75 ;	52,8	; 57,06 ]	[ 25,58 ;	26,12 ;	26,73 ]	[ 115 ;	138 ;	150 ]
P13	[ 20,16 ;	22,3	; 25,51 ]	[ 19,45 ;	19,74 ;	20,3 ]	[ 13 ;	17 ;	21 ]
P14	[ 20,74 ;	20,9	; 21,1 ]	[ 48,92 ;	49,21 ;	49,32 ]	[ 11 ;	16 ;	20 ]
P15	[ 128,85 ;	139,85	; 147,03 ]	[ 33,19 ;	33,76 ;	34,23 ]	[ 100 ;	120 ;	140 ]

Tabela 8-1 – Dados de entrada do Algoritmo Genético de Otimização.

Para a seleção do portfólio, o algoritmo genético apresenta os seguintes objetivos:

- Maximizar o Retorno Total e Minimizar o Risco Total do Portfólio, para certa faixa de valor máximo de investimento total.

No modelo proposto, o retorno do portfólio será dado pelo valor esperado total das opções reais do portfólio, sendo representado pelo somatório dos valores esperados (Fuzzy) de opções reais de cada projeto pertencente a um portfólio, conforme a equação (8-1):

$$FROV_{Portfolio} = \sum_{i=1}^{n} FROV_{Pi} x_{i}$$
(8-1)

Onde:

 $FROV_{Portfolio}$  = Valor total do Portfólio de Opções Reais (Número Fuzzy Triangular);

 $FROV_{Pi}$  = Valor esperado da Opção Real do Projeto "i" (Número Fuzzy Triangular);

 $X_i$  = Participação do Projeto "i" no Portfólio (0 ou 1).

O risco do portfólio será medido pela variância total do portfólio, sendo representada a partir dos desvios-padrão (Fuzzy) decorrentes da avaliação de cada projeto (8-2):

$$\sigma_{Portfolio}^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1\\j \neq i}}^n x_i x_j \sigma_{Pi} \sigma_{Pj} \rho_{i,j}$$
(8-2)

Onde:

 $\sigma_{Portfolio}^2$  = Variância do portfólio (Número Fuzzy Triangular)

 $\sigma_{Pi}$  = Desvio-padrão do projeto "i" (Número Fuzzy Triangular)

 $\sigma_{\textit{Pj}}$  = Desvio-padrão do projeto "j" (Número Fuzzy Triangular)

 $\rho_{i,j}$  = Correlação entre os projetos "i" e "j".

Uma variável do modelo de risco do portfólio é dada por meio da correlação entre os valores presentes dos retornos de cada par de projetos. A estimativa exata dessas correlações não é objeto direto deste trabalho. Para a estimativa simplificada destas correlações entre os pares dos tipos de projetos, foram realizadas simulações entre os diferentes tipos de projetos avaliados simultaneamente e testes de validação dessas correlações estimadas.

Dessa forma, foram encontradas as seguintes correlações entre as opções de Revamp:

- . +0,98 entre projetos de Expansão
- . +0,99 entre projetos de Fechamento de Ciclo
- . +0,99 entre projetos de Conversão para Bicombustível
- . +0,75 entre projetos de Expansão e Fechamento de Ciclo
- . -0,41 entre projetos de Expansão e Conversão para Bicombustível
- . -0,1 entre projetos de Fechamento de Ciclo e Conversão para Bicombustível

A definição do valor limite de investimento total do portfólio é dada conforme a equação (8-3) abaixo, e será representada como uma restrição no modelo:

$$I_{Portfölio} = \sum_{i=1}^{n} x_i I_i$$
(8-3)

Onde:

 $I_{Portfólio}$  = Custo de Investimento do Portfólio (Número Fuzzy Triangular);

 $I_i$  = Custo de Investimento do Projeto "i" (Número Fuzzy Triangular);

 $X_i$  = Participação do Projeto "i" no Portfólio (0 ou 1).

Para o cálculo do retorno total, variância, custo total de investimento do portfólio e VPL total, são aplicadas as operações de soma (8-4), subtração (8-5), multiplicação (8-6) e divisão (8-7) entre números fuzzy triangulares [Pessimista, Mais Provável, Otimista], conforme a seguir:

$$[P_1, MP_1, O_1] \oplus [P_2, MP_2, O_2] = [P_1 + P_2, MP_1 + MP_2, O_1 + O_2]$$
(8-4)

$$[P_1, MP_1, O_1]\Theta[P_2, MP_2, O_2] = [P_1 - O_2, MP_1 - MP_2, O_1 - P_2]$$
(8-5)

$$[P_1, MP_1, O_1] \otimes [P_2, MP_2, O_2] = [P_1P_2, MP_1MP_2, O_1O_2]$$
(8-6)

$$[P_1, MP_1, O_1] \varnothing [P_2, MP_2, O_2] = [P_1 / O_2, MP_1 / MP_2, O_1 / P_2]$$
(8-7)

#### 8.3

#### Funções de Avaliação

Uma vez definidas as metodologias de cálculo para os indicadores de retorno e risco do portfólio, o próximo passo é a definição das respectivas funções de avaliação para estes valores no algoritmo genético, que são calculados a partir dos valores Fuzzy. Neste trabalho, o método de aproximação é desenvolvido para normalizar estas funções de avaliação. Para desenvolvimento das funções de avaliação, os valores obtidos para os retornos e riscos dos portfólios, apresentados como números fuzzy, devem ser defuzzificados, para a avaliação pelo algoritmo dos valores esperados ("crisp") destes indicadores de retorno e risco, assim como para a restrição do valor do custo de investimento total do portfólio, conforme a seguir. Para a deffuzificação dos valores totais de retorno, risco e investimento do portfólio, é aplicado o método de defuzzificação de Goetschel-Voxman (1983) 19,

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> O método de defuzzificação de Goetschel-Voxman é o mesmo utilizado no desenvolvimento do modelo PERT (Program Evaluation and Review Technique), para a representação de estimativas de 3 pontos para prazos e custos em Gerenciamento de Projetos.

no qual é definida a seguinte equação (8-8) para o valor esperado de um número fuzzy triangular:

$$E(A) = \frac{O + 4MP + P}{6} \tag{8-8}$$

Assim, as funções de avaliação de retorno (8.9) e risco (8.10) de cada portfólio podem ser definidas para a otimização, a partir dos respectivos valores "crisp":

$$\mu_{\text{Retorno}} = \begin{cases} 0 & EROV < EROV_{\text{min}} \\ \frac{EROV - EROV_{\text{min}}}{EROV_{\text{max}} - EROV_{\text{min}}} & EROV_{\text{min}} \le EROV < EROV_{\text{max}} \\ 1 & EROV > EROV_{\text{max}} \end{cases}$$

$$(8.9)$$

$$\mu_{Risco} = \begin{cases} 1 & E\sigma^{2} < E\sigma^{2}_{\min} \\ \frac{E\sigma^{2}_{\max} - E\sigma^{2}}{E\sigma^{2}_{\max} - E\sigma^{2}_{\min}} & E\sigma^{2} < E\sigma^{2}_{\min} \\ 0 & E\sigma^{2} > E\sigma^{2}_{\max} \end{cases}$$

$$E\sigma^{2} < E\sigma^{2}_{\min}$$

$$E\sigma^{2} < E\sigma^{2}_{\max}$$

$$E\sigma^{2} > E\sigma^{2}_{\max}$$

Onde:

 $\mu_{\text{Re}\,torno}$  = Função de Avaliação para o valor esperado do retorno do portfólio de opções Reais;

*EROV* = Valor esperado total (crisp) das opções reais do portfólio;

 $EROV_{max}$  = Valor esperado total máximo (crisp) das opções reais, representado pelo valor referente ao portfólio que contempla todos os projetos candidatos;

 $EROV_{min}$  = Valor esperado total mínimo (crisp) das opções reais, representado pelo projeto de menor valor de Opção Real;

 $\mu_{\it Risco}$  = Função de Avaliação para o valor esperado (crisp) do risco do portfolio;

 $E\sigma^2$ =Valor esperado da variância do portfólio;

 $E\sigma^2_{\text{max}}$  =Valor esperado máximo para a variância, representado pela variância do portfólio que contempla todos os projetos candidatos;

 $E\sigma^2_{min}$ =Valor esperado mínimo para a variância, representado pelo projeto de menor variância;

Para a solução do problema multi-objetivo, o modelo desenvolvido apresenta um índice de ponderação ( $\lambda$ ), com coeficientes de variação que visam indicar a preferência do agente em relação à ponderação de retorno e risco na decisão de investimento. Dessa forma o problema de otimização (maximizar retorno e minimizar risco), permite que as funções de avaliação do algoritmo genético possam ser convertidas em uma única função objetivo (8-11), conforme abaixo:

$$Max \quad \mu = \lambda \mu_{Retorno} + (1 - \lambda) \mu_{Risco}$$
(8-11)

Onde:

 $\mu$  = Função de Avaliação do Algoritmo Genético

 $\lambda =$ Índice de Ponderação Retorno x Risco

Para cada portfólio avaliado, a representação do problema de otimização se dá através da obtenção do portfólio ótimo para um valor máximo de investimento total, representando as limitações orçamentárias reais dos agentes. Pois o modelo visa indicar o subconjunto ótimo de projetos a ser implementado, dentro de uma faixa orçamentária, considerando o problema real das organizações muitas vezes não terem disponibilidade de recursos financeiros suficientes para investir em todos os projetos candidatos à implementação. Para cada portfólio, estas limitações orçamentárias serão representadas através da seguinte restrição (8-12) no algoritmo genético:

$$EI_{Portfólio} \le I_{m\'aximo}$$
 (8-12)

Onde:

 $EI_{Portfólio}$  = Valor esperado (crisp) do custo total de investimento do portfólio;

 $I_{m\acute{a}ximo}$  = Valor máximo total a ser investido pelo agente em projetos de Revamp.

# 8.4 Resultados da Otimização

A tabela (8-2) abaixo apresenta os resultados da otimização do exemplo numérico estudado, considerando a mesma importância do agente para as funções objetivo de retorno e risco ( $\lambda$ =0,5), através dos portfólios ótimos encontrados pelo algoritmo genético para cada faixa de investimento total, assim como os valores totais de retorno, desvio padrão, VPL, coeficiente de variação (razão desvio padrão / retorno) e função de avaliação do AG, com 50 % de taxa de crossover e 10% de taxa de mutação.

Tabela 8-2 – Combinações de projetos gerados pelo AG de Otimização (Caso Base).

Investimento Máximo Total						Po	rtfó	lio Ć	Òtim	10 (λ	=0,5)					Retorno Total	Desvio Padrão	VPL (MMBR\$)	Coef. de Variação	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	,	,	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	121,92	84,39	23,80	0,69	0,5122
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	211,95	94,25	9,98	0,44	0,5276
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	412,03	126,08	105,37	0,31	0,5579
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	566,02	152,06	155,16	0,27	0,5782
500	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	672,42	178,14	172,71	0,26	0,5883
600	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	791,21	183,38	185,19	0,23	0,6090
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	978,05	216,32	260,53	0,22	0,6279
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1.027,57	212,52	264,05	0,21	0,6397
900	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1.192,14	256,69	281,22	0,22	0,6446
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.355,60	287,29	339,01	0,21	0,6546
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.400,54	276,14	328,92	0,20	0,6712
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.543,42	304,15	348,14	0,20	0,6774
1300	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.598,66	318,30	335,48	0,20	0,6766
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.741,54	348,11	354,69	0,20	0,6780
1500	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1.863,45	383,59	378,49	0,21	0,6672
1600	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1.988,76	414,03	447,84	0,21	0,6597
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.078,79	436,18	434,03	0,21	0,6522
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.118,97	451,41	347,43	0,21	0,6420
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.240,89	480,91	371,23	0,21	0,6292
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.337,67	516,64	376,83	0,22	0,6008
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.551,41	611,27	421,88	0,24	0,5000

Estes resultados definem para cada faixa de investimento total disponibilizado pelo agente, qual seria o subconjunto ótimo de projetos a ser implementado. A relação retorno x risco de cada portfólio está relacionada ao valor da função objetivo do AG. Neste caso, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1400 milhões, com retorno esperado de R\$1741 milhões, desvio padrão de R\$348 milhões e valor de avaliação do AG de 0,678. Nesta faixa, seriam implementados 7 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

A figura (8-3) abaixo apresenta a frequência relativa dos projetos nos portfólios otimizados e selecionados pelo AG nas 21 faixas de valor de investimento total no caso base. Observa-se que o projeto P4 foi o mais frequente (85%), e o P6 o menos frequente (5%).

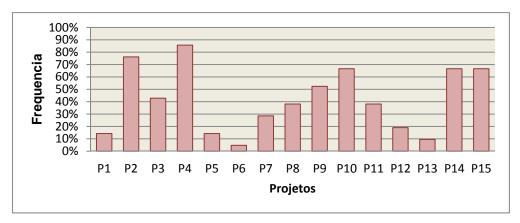


Figura 8-3 – Frequência Relativa dos Projetos nos Portfólios.

Para ilustração, as figuras (8-4), (8-5), (8-6) a seguir apresentam os resultados da evolução da função de avaliação do AG, do VPL e do coeficiente de variação em relação às faixas de investimento total:

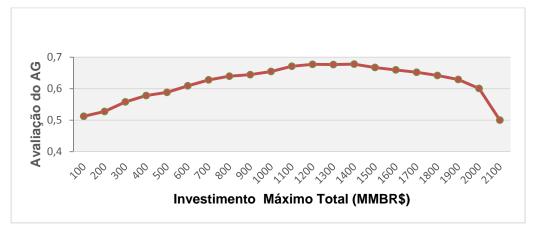


Figura 8-4 – Variação da Função de Avaliação do AG.



Figura 8-5 – Variação do VPL.

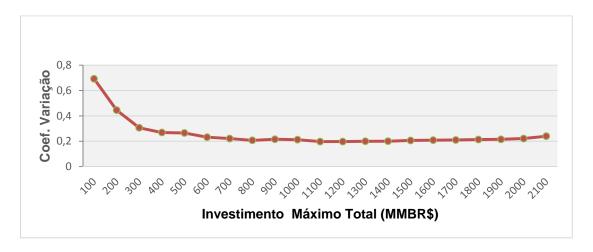


Figura 8-6 – Evolução do Coeficiente de Variação Risco/Retorno.

Os valores de coeficiente de variação se mostram decrescentes em relação ao investimento máximo total para as faixas orçamentárias iniciais, pois nessas faixas, é menor o número de portfólios que atendem a esta restrições. À medida que este valor de investimento total aumenta, mais portfólios passam a atender à restrição, e este coeficiente se mantém praticamente constante, mostrando que a relação risco/retorno dos portfólios ótimos se mantém aproximadamente no mesmo valor (0,2) para todas essas faixas orçamentárias.

# 8.5 Análises de Sensibilidade da Otimização

## 8.5.1 Sensibilidade ao Índice de Ponderação Retorno x Risco

O Índice de Ponderação Retorno x Risco ( $\lambda$ ) visa representar a preferência dos agentes em relação ao risco. No caso base, foi utilizado  $\lambda$ =0,5, o que representa na escala da função de avaliação do AG um comportamento do agente que valoriza na mesma proporção maximizar o retorno e minimizar do risco, pois é dado o mesmo peso para as escalas relativas de retorno e risco. Para  $\lambda$ >0,5, o agente estaria buscando um maior retorno total no portfólio, em detrimento relativo da aversão ao risco, e para  $\lambda$ <0,5, o agente estaria valorizando mais a aversão ao risco que o retorno.

As tabelas (8-3), (8-4), (8-5), (8-6) a seguir apresentam a sensibilidade da otimização do portfólio em relação à variação neste ponderador (de  $\lambda$  =0,3 a  $\lambda$  =0,7).

Tabela 8-3 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda$  =0,3).

Investimento Máximo Total						Po	rtfó	lio (	Ótin	1ο (λ	=0,3)	)				Retorno Total	Desvio Padrão	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	121,92	84,39	0,7001
200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	178,57	72,96	0,7102
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	311,07	86,12	0,7221
400	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	468,69	118,74	0,7282
500	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	523,93	126,72	0,7311
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	849,00	179,49	0,7391
700	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	834,53	170,35	0,7432
800	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	998,36	204,81	0,7382
900	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.053,60	211,60	0,7395
1000	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.196,48	243,65	0,7290
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.400,54	276,14	0,7214
1200	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.250,49	268,68	0,7113
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.598,66	318,30	0,6978
1400	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1.611,26	332,02	0,6825
1500	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.795,55	371,60	0,6520
1600	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1.817,24	386,30	0,6339
1700	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.960,12	417,74	0,6033
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.118,97	451,41	0,5672
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.240,89	480,91	0,5301
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.337,67	516,64	0,4749
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.551,41	611,27	0,3000

Para o caso de  $\lambda$  =0,3, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 700 milhões, com retorno esperado de R\$834 milhões, desvio padrão de R\$170 milhões e valor de avaliação do AG de 0,7432. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 3 projetos, sendo 1 expansão (P4), 1 fechamento de ciclo (P9) e 1 conversão para bicombustível (P10).

Tabela 8-4 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda$  =0,4).

Investimento Máximo Total						Po	ortfó	lio (	Ótin	10 (λ	=0,4)					Retorno Total	Desvio Padrão	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	121,92	84,39	0,6062
200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	178,57	72,96	0,6180
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	412,03	126,08	0,6380
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	566,02	152,06	0,6503
500	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	523,93	126,72	0,6554
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	849,00	179,49	0,6805
700	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	855,49	175,98	0,6833
800	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1.013,74	207,93	0,6887
900	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.053,60	211,60	0,6923
1000	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.196,48	243,65	0,6913
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.400,54	276,14	0,6963
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.543,42	304,15	0,6926
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.598,66	318,30	0,6872
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.741,54	348,11	0,6777
1500	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.795,55	371,60	0,6590
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.919,93	396,56	0,6479
1700	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.960,12	417,74	0,6265
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.118,97	451,41	0,6046
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.240,89	480,91	0,5796
2000	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.405,45	527,58	0,5300
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.551,41	611,27	0,4000

Para o caso de  $\lambda$  =0,4, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1100 milhões, com retorno esperado de R\$1400 milhões, desvio padrão de R\$276 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6963. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 5 projetos, sendo 1 expansão (P4), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

1 1 1 1 0 0 1 1

1 1

Investimento Retorno Desvio Função de Portfólio Ótimo (λ=0,6) Máximo Total Padrão Avaliação Total (MMBR\$) (MMBR\$) do A.G. (MMBR\$) P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11 P12 P13 P14 P15 0,4183 0 0 0 0 0 0 0 0 121.92 84,39 249,44 151,66 0,4316 0 0 0 1 0 417.64 146 50 0.4733 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 0 566,02 152,06 0,5060 184,72 686,25 0,5235 0 1 849.00 179,49 0.5634 0 1 978,05 216,32 0,5784 1.027,57 212,52 0,5917 1 0 1 0 0 0 1.199,27 259,00 0.6090 1 1 1.355,60 287,29 0,6295 0 1 0 0 0 1.400,54 276,14 0,6461 0 1 0 1 0 0 0 1.543,42 304,15 0,6622 1.665,33 339.45 0,6667 0 1 0 0 1.741,54 348,11 0,6783 1 1 0 1 0 0 0 1.906,10 393,37 0,6814 432,27 2.064,96 0.6847 2.186,87 1 1 0 0 0 461,32 0,6857 1 1 1 1 0 0 1 1 1 2.243,36 479,30 0,6812

Tabela 8-5 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda$  =0,6).

Para o caso de  $\lambda$  =0,6, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1700 milhões, com retorno esperado de R\$2187 milhões, desvio padrão de R\$461 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6857. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 9 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 5 fechamentos de ciclo (P2, P3, P8, P9 e P11) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

0 0

1 1

1 1 1 1 0

1 1 1 1 1 1

1 1 0 0 0

1 1 1 1 1 1 1 1

2.365,27

2.405,45

2.551,41

508,68

527 58

611,27

0,6789

0.6674

0,6000

Tabela 8-6 – Sensibilidade ao Ponderador de Retorno x Risco ( $\lambda$  =0,7).

Investimento Máximo Total (MMBR\$)					D.F.					•	=0,7)		B40		D45	Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
,	_	P2	-	-	-	-	_	-	P9	P10	P11	-	_	P14	-	404.00	04.20	0.2044
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	121,92	84,39	0,3244
200	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	247,21	124,53	0,3522
300	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	417,64	146,50	0,3950
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	566,02	152,06	0,4338
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	686,25	184,72	0,4592
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	849,00	179,49	0,5049
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	978,05	216,32	0,5288
800	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1.089,51	249,55	0,5471
900	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1.199,27	259,00	0,5736
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.355,60	287,29	0,6044
1100	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1.491,35	320,40	0,6258
1200	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1.557,25	311,10	0,6475
1300	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1.737,80	370,19	0,6655
1400	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1.859,71	388,21	0,6878
1500	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1.981,63	416,62	0,7031
1600	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	2.064,96	432,27	0,7154
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	2.200,70	464,72	0,7295
1800	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.243,36	479,30	0,7304
1900	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	2.365,27	508,68	0,7408
2000	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	2.419,29	531,83	0,7363
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.551,41	611,27	0,7000

Para  $\lambda$ =0,7, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1900 milhões, com retorno esperado de R\$2365 milhões, desvio padrão de R\$509 milhões e valor de avaliação do AG de 0,7408. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 11 projetos, sendo 3 expansões (P1, P4 e P15), 5 fechamentos de ciclo (P2, P3, P8, P9 e P11) e 3 conversões para bicombustível (P7, P10 e P14).

Dessa forma, pode-se concluir que o índice de ponderação retorno x risco aplicado, teria influencia na formação dos portfólios ótimos, pois quanto maior este índice, maior a faixa orçamentária em que o AG apresenta maior valor em sua Função de Avaliação.

## 8.5.2 Sensibilidade ao Nível de Contratação

Assim como já apresentado na etapa de avaliação dos projetos, a variação no nível de contratação afeta os valores esperados das opções reais. As tabelas (8-7), (8-8), (8-9), (8-10) abaixo, apresentam a influência da variação destes níveis de contratação (60% a 100%) na composição dos portfólios.

Tabela 8-7 - Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=60%).

Investimento Máximo Total		F	ort	fólic	Óti	imo	( <b>λ</b> =	0,5	En	ergia	a Con	trata	da=6	0%)		Retorno Total	Desvio Padrão	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	35,12	24,91	0,5087
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	151,99	93,75	0,5303
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	225,02	91,01	0,5517
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	418,97	159,61	0,5826
500	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	461,94	155,49	0,5960
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	600,72	182,74	0,6229
700	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	651,84	178,43	0,6389
800	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	748,39	205,81	0,6517
900	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	790,64	214,95	0,6585
1000	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	887,19	245,38	0,6666
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.049,47	288,20	0,6816
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.146,02	314,66	0,6871
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.188,27	331,51	0,6846
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.284,81	359,63	0,6855
1500	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.389,56	398,27	0,6758
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.402,76	401,79	0,6758
1700	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1.428,27	422,79	0,6599
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.546,79	463,84	0,6447
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1.574,93	486,29	0,6298
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.707,07	523,97	0,6107
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.774,29	613,33	0,5000

Para o caso das usinas com 60% de energia contratada, a melhor relação retorno x risco se dá na faixa de R\$ 1200 milhões, com retorno esperado de R\$1146 milhões, desvio padrão de R\$315 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6871. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Tabela 8-8 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=70%).

Investimento Máximo Total		F	ort	fólic	Ót	imo	( <b>λ</b> =	0,5	En	ergia	a Con	trata	da=7	0%)		Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MIMDR3)	(MIMDK#)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	74,67	81,24	0,5058
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	179,63	93,54	0,5266
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	347,33	125,56	0,5554
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	515,00	152,22	0,5831
500	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	623,02	197,09	0,5867
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	747,19	178,29	0,6244
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	862,33	217,22	0,6300
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	901,72	211,44	0,6421
900	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.044,13	252,70	0,6489
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.190,21	286,44	0,6578
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.245,83	277,68	0,6763
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.365,29	304,80	0,6821
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.411,87	319,68	0,6804
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.531,33	348,58	0,6814
1500	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.667,18	389,21	0,6722
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.680,78	392,89	0,6715
1700	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1.720,82	415,15	0,6565
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.853,31	451,27	0,6447
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1.961,33	482,30	0,6304
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.044,38	513,93	0,6074
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.218,40	611,45	0,5000

Para o caso das usinas com 70% de energia contratada, a melhor relação retorno x risco se dá na faixa de R\$ 1400 milhões, com retorno esperado de R\$1531 milhões, desvio padrão de R\$349 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6814. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 7 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Investimento Máximo Total					_		_			_	a Con			_		Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	-	-	-	-	-	-	P7	-		-	_	P12	P13	_	-	100.01	100.00	2 5222
100	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	138,61	102,83	0,5086
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	236,19	96,90	0,5271
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	479,40	130,15	0,5601
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	616,56	152,93	0,5752
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	777,73	179,69	0,5925
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	950,75	182,48	0,6209
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1.095,96	219,19	0,6272
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1.136,63	213,75	0,6372
900	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1.346,35	265,23	0,6420
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.520,83	290,64	0,6542
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.552,03	279,06	0,6675
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.716,08	309,76	0,6725
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.774,43	321,85	0,6729
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.938,47	354,56	0,6726
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	2.082,29	389,06	0,6647
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.148,68	405,78	0,6590
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.318,48	440,70	0,6503
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.374,35	456,60	0,6415
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.511,52	486,34	0,6290
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.624,38	525,24	0,5980
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.878,33	620,88	0,5000

Tabela 8-9 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=90%).

Para o caso das usinas com 90% de energia contratada, a melhor relação retorno x risco se dá na faixa de R\$ 1300 milhões, com retorno esperado de R\$1774 milhões, desvio padrão de R\$322 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6729. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 1 expansão (P4), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Tabela 8-10 – Sensibilidade ao Nível de Contratação (Ec=100%).

Investimento Máximo Total							_			_	Cont					Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	_	-	-	P4							P11	P12	-					
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	152,55	88,52	0,5126
200	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	318,32	128,80	0,5277
300	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	552,65	146,64	0,5587
400	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	694,66	161,74	0,5751
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	879,05	186,36	0,5937
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1.046,73	192,40	0,6167
700	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1.186,15	222,34	0,6235
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1.267,02	227,49	0,6328
900	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.302,62	223,04	0,6407
1000	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1.676,80	300,40	0,6496
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.695,05	287,37	0,6612
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.881,78	320,79	0,6651
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.945,82	331,68	0,6664
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	2.132,55	366,97	0,6649
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	2.291,56	399,55	0,6591
1600	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	2.444,12	428,43	0,6534
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.555,92	451,40	0,6458
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.626,26	470,45	0,6350
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.778,81	500,30	0,6230
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.906,88	540,43	0,5915
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3.202,17	634,84	0,5000

Para o caso das usinas com 100% de energia contratada, a melhor relação retorno x risco se dá na faixa de R\$ 1300 milhões, com retorno esperado de R\$1946 milhões, desvio padrão de R\$332 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6664. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 1 expansão (P4), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Dessa forma, pode-se concluir que a variação no nível de contratação das usinas, apesar de ter alto impacto na remuneração, e consequentemente nos valores das opções reais, não tem muita influencia na composição dos portfólios, e na faixa orçamentária em que o AG apresenta maior avaliação.

# 8.5.3 Sensibilidade à Taxa de Desconto Livre de Risco

Conforme abordado no capítulo anterior, os valores das opções reais seriam bastante sensíveis à taxa de desconto livre de risco, pois quanto menor a taxa, maiores os valores das opções reais (retornos) de todos os projetos de Revamp. Nesta seção, será verificada qual seria esta influência na otimização do portfólio. As tabelas (8-11), (8-12), (8-13), (8-14) a seguir apresentam a sensibilidade da otimização do portfólio em relação à variação na taxa de desconto livre de risco (rf = 3% a rf = 7%).

Tabela 8-11 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 3%).

Investimento Máximo Total					Po	rtfó	lio (	Ótin	10 (7	<b>=0</b> ,5	5; Rf=	3%)				Retorno Total	Desvio Padrão	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	<b>P7</b>	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	142,08	99,35	0,5117
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	243,05	106,30	0,5273
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	479,04	147,09	0,5571
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	659,79	173,65	0,5788
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	787,15	204,78	0,5892
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	987,73	205,40	0,6224
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1.138,83	249,54	0,6280
800	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1.175,23	239,87	0,6387
900	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1.381,76	297,14	0,6432
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.581,74	333,31	0,6544
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.633,12	318,54	0,6720
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.794,59	351,70	0,6770
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.858,46	365,39	0,6782
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	2.019,92	400,71	0,6784
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	2.171,79	444,83	0,6672
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.226,45	457,84	0,6647
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.414,84	502,51	0,6540
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.459,93	519,34	0,6444
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.602,01	554,46	0,6310
2000	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.790,82	608,74	0,6002
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.978,35	709,56	0,5000

Para o caso de rf=3%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1400 milhões, com retorno esperado de R\$2020 milhões, desvio padrão de R\$401 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6784. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 7 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Tabela 8-12 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 4%).

Investimento Máximo Total					Po	rtfó	lio (	Ótin	10 (7	l=0,£	5; Rf=	4%)				Retorno Total	Desvio Padrão	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	100,04	86,67	0,5074
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	226,87	99,76	0,5276
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	445,38	136,81	0,5577
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	611,84	163,90	0,5783
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	726,46	191,70	0,5886
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	915,81	193,89	0,6217
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1.057,21	233,36	0,6283
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1.092,62	226,27	0,6383
900	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.291,73	281,44	0,6427
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.461,76	311,11	0,6537
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.513,64	298,83	0,6711
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.665,09	329,33	0,6767
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.724,66	342,12	0,6778
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.876,11	374,71	0,6785
1500	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	2.008,00	412,57	0,6685
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.067,34	427,83	0,6648
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.237,36	468,98	0,6536
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.280,40	484,05	0,6450
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.412,29	515,64	0,6329
2000	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.587,67	566,03	0,6026
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.754,83	660,83	0,5000

Para o caso de rf=4%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1400 milhões, com retorno esperado de R\$1876 milhões, desvio padrão de R\$375 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6785. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 7 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

1 1

1 1 1

Investimento Retorno Desvio Função de Portfólio Ótimo (\(\lambda=0,5\); Rf=6%) Máximo Total Padrão Avaliação Total (MMBR\$) (MMBR\$) do A.G. (MMBR\$) P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11 P12 P13 P14 P15 0 0 113,00 80,23 0.5122 0 0 0 193,10 88,77 0,5270 381,74 119,32 0,5577 527,43 140,97 0,5797 620,97 165,18 0,5890 790.25 167,12 0,6236 0 0 909,17 202,43 0,6290 953,93 196,85 0,6418 1.116,24 239,71 0,6481 267,23 1.262,29 0,6580 1 0 1.296.03 258.72 0.6713 0 0 1.430,25 285,45 0,6775 1.477,17 299,24 0,6753 1.611,39 327,49 0,6767 1.731,86 361,85 0,6666 1.778,91 372,05 0,6651 1 0 0 1.924,96 409,31 0,6519 1.963,95 424,49 0,6409 2.076,96 452,76 0,6271 2.167,68 482,38 0,6046

1 1 1

2.362,27

573,16

0,5000

Tabela 8-13 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 6%).

Para o caso de rf=6%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1200 milhões, com retorno esperado de R\$1430 milhões, desvio padrão de R\$285 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6775. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

1 1

Tabela 8-14 – Sensibilidade à Taxa Livre de Risco (rf = 7%).

Investimento Máximo Total		Portfólio Ótimo (\$\(\lambda=0,5\); Rf=7%)  1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10 P11 P12 P13 P14 P15															Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(WINIDICA)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	104,92	75,10	0,5121
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	180,22	82,65	0,5273
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	355,73	111,39	0,5579
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	487,81	131,92	0,5789
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	573,13	152,66	0,5888
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	734,21	156,29	0,6233
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	843,54	189,38	0,6282
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	886,27	184,92	0,6408
900	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.041,12	224,79	0,6477
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.172,31	249,62	0,6571
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.201,68	240,08	0,6713
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.326,49	265,61	0,6769
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.371,30	277,52	0,6760
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.496,10	304,56	0,6766
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.604,05	335,64	0,6666
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.653,09	345,83	0,6655
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.784,28	379,62	0,6525
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.821,65	393,49	0,6421
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1.926,56	420,08	0,6280
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.014,36	448,48	0,6051
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.193,89	533,04	0,5000

Para o caso de rf=7%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1200 milhões, com retorno esperado de R\$1326 milhões, desvio padrão de R\$266 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6769. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Assim como o nível de contratação, pode-se concluir que a variação da taxa livre de risco, apesar de ter forte impacto nos valores das opções reais, não teria muita influencia na composição dos portfólios, e na faixa orçamentária em que o AG teria maior avaliação.

### 8.5.4 Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural

Conforme abordado no capítulo anterior, os valores das opções reais seriam sensíveis à volatilidade dos CVUs o Gás Natural, pois quanto maior a volatilidade do combustível, maiores os valores das opções reais (retornos) de todos os projetos de Revamp. Nesta seção, será verificada qual seria esta influência na otimização do portfólio. As tabelas (8-15), (8-16), (8-17), (8-18) a seguir apresentam a sensibilidade da otimização do portfólio em relação à variação da volatilidade do Gás Natural ( $\sigma = 25\%$  a  $\sigma = 45\%$ ).

Tabela 8-15 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$  = 25%).

Investimento Máximo Total				Ро	rtfól	io Ć	Òtim	ю (х	=0,	5, V	olat.G	N=25	5%)			Retorno Total	Desvio Padrão	Função de Avaliação
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MMBR\$)	(MMBR\$)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	115,36	82,23	0,5122
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	190,41	86,07	0,5271
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	380,59	117,99	0,5572
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	536,01	135,03	0,5829
500	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	605,01	153,11	0,5898
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	797,60	160,45	0,6265
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	811,28	159,69	0,6298
800	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	953,94	188,48	0,6437
900	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.129,14	237,14	0,6476
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.260,64	254,15	0,6617
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.309,72	246,59	0,6776
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.441,22	274,19	0,6819
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.491,90	286,62	0,6814
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.623,40	315,58	0,6807
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.747,91	347,19	0,6733
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.782,07	360,54	0,6649
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.938,33	392,16	0,6594
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1.978,60	408,43	0,6466
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.093,96	438,81	0,6291
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.162,11	460,92	0,6113
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.357,52	553,12	0,5000

Para o caso de  $\sigma$  = 25%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1200 milhões, com retorno esperado de R\$1441 milhões, desvio padrão de R\$274 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6819. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Tabela 8-16 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma = 30\%$ ).

Investimento Máximo Total				Ро	rtfól	lio (	tim	ο (λ	=0,	5, V	olat.G	N=30	)%)			Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(MINIDKA)	(MIMDK#)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	119,89	84,58	0,5125
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	198,27	91,21	0,5268
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	396,28	123,85	0,5575
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	551,92	144,38	0,5810
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	637,66	168,49	0,5882
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	822,52	171,57	0,6241
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	948,19	209,16	0,6290
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	986,13	200,33	0,6420
900	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.151,21	244,25	0,6473
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.305,94	272,49	0,6578
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1.332,44	264,45	0,6688
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.486,10	291,67	0,6780
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.536,50	305,40	0,6765
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.674,13	334,99	0,6767
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.800,40	370,07	0,6666
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.843,94	379,65	0,6648
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.998,67	417,86	0,6519
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.039,33	433,95	0,6401
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.159,22	464,34	0,6246
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.240,65	489,60	0,6062
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.444,09	583,45	0,5000

Para o caso de  $\sigma$  = 30%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1200 milhões, com retorno esperado de R\$1486 milhões, desvio padrão de R\$292 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6780. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Tabela 8-17 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$  = 40%).

Investimento Máximo Total				Ро	rtfól	lio (	Òtim	ю (х	=0,	5, Vo	olat.G	N=40	)%)			Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(IIIIIBITQ)	(IIIII BICO)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	119,89	84,58	0,5125
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	198,27	91,21	0,5268
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	396,28	123,85	0,5575
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	551,92	144,38	0,5810
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	637,66	168,49	0,5882
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	822,52	171,57	0,6241
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	948,19	209,16	0,6290
800	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	986,13	200,33	0,6420
900	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.151,21	244,25	0,6473
1000	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1.305,94	272,49	0,6578
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1.332,44	264,45	0,6688
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.486,10	291,67	0,6780
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.536,50	305,40	0,6765
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.674,13	334,99	0,6767
1500	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.800,40	370,07	0,6666
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.843,94	379,65	0,6648
1700	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1.998,67	417,86	0,6519
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.039,33	433,95	0,6401
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.159,22	464,34	0,6246
2000	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.240,65	489,60	0,6062
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.444,09	583,45	0,5000

Para o caso de  $\sigma$  = 40%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1200 milhões, com retorno esperado de R\$1486 milhões, desvio padrão de R\$292 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6780. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 6 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 2 fechamentos de ciclo (P2 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Tabela 8-18 – Sensibilidade à Volatilidade do Gás Natural ( $\sigma$  = 45%).

Investimento Máximo Total				Ро	rtfól	lio Ć	tim	ю (х	=0,	5, Vo	olat.G	N=45	5%)			Retorno Total (MMBR\$)	Desvio Padrão (MMBR\$)	Função de Avaliação do A.G.
(MMBR\$)	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	(WINIDIQ)	(WWDIC#)	do A.G.
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	128,40	88,81	0,5116
200	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	226,55	100,80	0,5271
300	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	447,97	137,64	0,5580
400	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	597,07	166,56	0,5750
500	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	734,41	195,08	0,5893
600	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	907,01	197,44	0,6193
700	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1.045,04	234,85	0,6265
800	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1.088,89	231,08	0,6364
900	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.136,56	233,10	0,6439
1000	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.288,81	268,12	0,6518
1100	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1.497,45	304,16	0,6668
1200	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1.649,70	335,01	0,6724
1300	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1.705,00	347,36	0,6732
1400	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1.857,25	380,42	0,6738
1500	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1.985,64	416,01	0,6655
1600	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	2.055,65	434,39	0,6614
1700	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	2.184,04	469,40	0,6494
1800	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	2.258,00	489,33	0,6410
1900	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.386,39	519,11	0,6308
2000	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	2.565,79	569,03	0,6032
2100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2.746,92	667,33	0,5000

Para o caso de  $\sigma$  = 45%, a faixa de investimento com melhor relação retorno x risco é a de R\$ 1400 milhões, com retorno esperado de R\$1857 milhões, desvio padrão de R\$380 milhões e valor de avaliação do AG de 0,6738. Nesta faixa orçamentária, seriam implementados 7 projetos, sendo 2 expansões (P4 e P15), 3 fechamentos de ciclo (P2, P8 e P9) e 2 conversões para bicombustível (P10 e P14).

Assim como o nível de contratação e a taxa livre de risco, pode-se concluir que a variação da taxa livre de risco, apesar de ter forte impacto nos valores das opções reais, não teria muita influencia na composição dos portfólios, e na faixa orçamentária em que o AG teria maior avaliação.

#### Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

#### 9.1

#### Introdução

Nesta tese, foi possível concluir que a utilização da Teoria de Opções Reais na avaliação de projetos de investimentos sob condições de incerteza, pode ser uma alternativa mais adequada que as ferramentas tradicionais de análise de investimentos, inclusive quando combinada com as técnicas de Inteligência Computacional, neste caso, Números Fuzzy e Algoritmos Genéticos.

A escolha do portfólio ótimo de projetos de investimento em Revamps em usinas de Geração Termelétrica de Energia pode ser um destes casos, pois existem várias fontes de incerteza associados aos projetos e remunerações destas usinas, tais como: níveis de contratação e de despacho, Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), Custos Variáveis de Geração para o Gás Natural e para o Diesel, Custos de Investimentos e Prazos de Implementação. Geralmente, nas avaliações de portfólios de projetos em grandes corporações, os projetos são classificados por ordem de prioridade quando avaliados de maneira individual. Podendo, estas avaliações se mostrarem de certa forma inadequadas, pois o subconjunto ótimo pode variar de acordo com o montante total a ser investido. O método de otimização de carteiras pode ser um elemento adicional a ser considerado nas decisões de orçamento de capital.

Este trabalho também visou mostrar que de acordo com a faixa orçamentária e o valor esperado da total das opções do portfólio de opções reais, a prioridade dos projetos pode ser alterada, mostrando-se a relevância da obtenção do portfólio ótimo para cada faixa orçamentária total, ressaltando a utilidade da metodologia desenvolvida como uma ferramenta de apoio às decisões estratégicas de investimento para grandes agentes do mercado de energia, devido ao grande número de oportunidades disponíveis diante de sua capacidade financeira. Fazendo com que as empresas possam decidir, de maneira similar aos investidores financeiros, quais ativos melhor se ajustam às carteiras corporativas.

#### 9.2

#### Conclusões

Face às múltiplas variáveis envolvidas no modelo desenvolvido e aplicado, algumas conclusões podem ser tiradas do trabalho em questão:

- Não se mostraria adequada uma avaliação por modelos tradicionais de análise de investimentos (Valor Presente Líquido, Taxa Interna de Retorno, etc) sem se considerar explicitamente a natureza estocástica das variáveis aleatórias do estudo;
- A avaliação dos projetos de Revamp em termelétricas, tratando estes projetos como um Portfólio de Opções Reais de Expansão, Repotencialização e Mudança de Insumo, buscando o valor dessas opções se mostra como uma forma mais adequada para esta avaliação;
- O modelo de avaliação permite a modelagem e representação das diversas incertezas envolvidas na simulação de Monte Carlo, através de Processo Estocástico para os preços de combustíveis e números fuzzy para a representação da incerteza no prazo de implementação;
- Os resultados da avaliação apresentados como números fuzzy mostram aos decisores as faixas de variabilidade do valor agregado por cada uma das opções, sendo realizada a defuzzificação apenas na etapa de otimização.
- Concluiu-se também que os projetos de Revamp podem se mostrar como alternativas interessantes apresentadas aos agentes detentores de usinas a Gás Natural, em relação à construção de novas usinas. Os valores dessas opções são expressivos em relação às usinas sem os Revamps, e são sensíveis ao Nível de Contratação deste agente.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo para valorar este portfólio de opções, e um algoritmo de otimização para indicar ao agente quais seriam os subconjuntos ótimos a serem implementados, por faixa de investimento total.

Foram desenvolvidos modelos que visam reproduzir as remunerações líquidas e consequentemente, os fluxos de caixa mensais das usinas atualmente em operação e após a implementação dos revamps, para 3 diferentes cenários de prazo de implementação desses projetos (Pessimista, Mais Provável e Pessimista). Estes prazos de implementação incertos e sua influência nas remuneração das

usinas e nos valores das opções foram representados através de números fuzzy triangulares.

Foram utilizados processos estocásticos para modelar os preços futuros dos combustíveis e as séries hidrológicas do modelo de despacho hidrotérmico para determinar o PLD.

Observou-se também a grande sensibilidade do valor da destas opções reais de expansão, repotencialização e mudança de insumo em relação ao nível de contratação das usinas, pois, parte da remuneração, se dá sobre este nível de contratação. Os valores das opções reais também se mostraram sensíveis à taxa livre de risco e à volatilidade do Gás Natural.

Estes resultados se mostram relevantes e importantes na atualidade e no futuro dos mercados energéticos no Brasil, tendo em vista a crescente integração entre os diversos mercados e empresas de energia elétrica, combustíveis e outras fontes de energia.

Na etapa de otimização dos portfólios, foi desenvolvido e aplicado um algoritmo genético para selecionar o melhor subconjunto de projetos a ser implementado por faixa orçamentária. Esta otimização multi-critério teve como objetivos maximizar o retorno e minimizar o risco total de cada portfólio, através do desenvolvimento de um modelo com aplicação de funções de avaliação de retorno e risco, e de um indicador de ponderação retorno x risco ( $\lambda$ ). O AG se mostrou eficiente na seleção destes portfólios, a partir dos valores esperados das opções reais, desvios padrão dessas opções (resultantes da etapa de avaliação) e custos de investimentos dos projetos, todos representados como números fuzzy triangulares.

Foi observado através das análises de sensibilidade, que os resultados da otimização e seleção dos portfólios se mostram bastante sensíveis ao índice " $\lambda$ ", pois este representa a preferência do agente em relação ao retorno e ao risco de maneira ponderada. Os resultados se mostraram pouco sensíveis às variações do Nível de Contratação das usinas, taxa de juros livre de risco e volatilidade do combustível, o que se mostra vantajoso, pois estas variações não acarretariam em grandes diferenças nos portfólios selecionados.

Dessa forma, conclui-se que a combinação dos modelos de avaliação e otimização apresentados nesta tese se mostram como ferramentas importantes e úteis para apoio às decisões de investimentos em projetos de Revamp. Pois

permitem a análise do portfólio de projetos de maneira conjunta, considerando a diversificação, o que resultam em resultados superiores em termos de retorno e risco ao agente do mercado de geração termelétrica, em comparação aos resultados obtidos na análise dos projetos de forma individual.

## 9.3 Sugestões para trabalhos futuros

Os resultados obtidos nesta tese podem ser estendidos para diversos outros estudos, abordagens e linhas de pesquisa. Como sugestão de trabalhos futuros podemos indicar:

- Extensão do modelo proposto na tese para mais a avaliação de projetos de revamp em outros tipos de usinas de geração de energia, e outros tipos de plantas industriais;
- Neste trabalho, para o cálculo do PLD e despacho da usina, foi utilizado o modelo de despacho de usinas termelétricas respeitando-se o critério de ordem de mérito (ou seja, despacho das usinas por ordem crescente dos CVUs), porém, podem ser desenvolvidos modelos de remuneração considerando-se o modelo de despacho fora da ordem de mérito e transferência de geração, e por contratos de disponibilidade, conforme também praticam alguns agentes geradores termelétricos;
- Desenvolvimento de modelos de remuneração das usinas em outros horizontes de tempo, além da mensal, utilizando os resultados de outros modelos de despacho hidrotérmico, por exemplo, o modelo de programação do despacho de geração (DECOMP), de base semanal;
- Utilização de outros processos estocásticos para o modelo de previsão dos preços futuros dos combustíveis, tais como: MGB com saltos ou processos de reversão à média;
- Adaptação do modelo para avaliação de outros tipos de projetos de revamp em usinas de geração de energia, e também para outros tipos de plantas industriais.
- Análise das usinas termelétricas com a utilização de outros combustíveis como alternativas ao Gás Natural além do Diesel, tais como o óleo combustível, etanol e o biodiesel.

- Inclusão das opções reais de espera na avaliação dos portfólios de projetos;
- Representação de outras incertezas como números nuzzy nos modelos de avaliação e otimização, tais como os níveis de contratação das usinas (*Ec*), taxas de juros e volatilidade dos combustíveis.
- Na otimização, utilização de outros métodos para a deffuzificação, e a comparação do AG com outros métodos de avaliação multi-critério;
- Análise estratégica do mercado utilizando Opções Reais combinadas com Teoria dos Jogos (Jogos de Opções Reais), para avaliar os possíveis efeitos da concorrência neste mercado;
- E por fim, a utilização de outras medidas de risco no modelo de otimização, tais como desvio padrão e variância dos números fuzzy, semi desvio padrão, Value-at-Risk (VaR), Equivalente Certo, etc.

### Referências bibliográficas

- AÏD, R. A Review of Optimal Investment Rules in Electricity Generation, Rapport de Recherche, RR-FiME-12-03, Juin 2012.
- ANGST, C. Avaliação de Investimento: Avaliação de Usina Termelétrica a Gás Natural em ciclo aberto no Brasil, sensibilidade a riscos e opções relacionadas. Trabalho de Conclusão de Curso, IBMEC Business School, 2007.
- APRIL, J. et al. Advanced Optimization Methodology in the Oil and Gas Industry: The Theory of Scatter Search Techniques with simple Examples. Texas, Dallas: SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium, Paper, SPE 82009, 7pp, 2003a.
- BALL JUNIOR, B.C.; SAVAGE, S.L. *Holistic vs. Hole-istic E&P Strategies*. **Journal of Petroleum Technology**, v. 51, n. 9, p. 74-84, 1999.
- BELLMAN, R.E.; ZADEH, L.A. *Decision-making in a Fuzzy Environment*, **Management Science**, vol. 17, pp. B141-B164, 1970.
- BARCELOS, F.B.; HAMACHER, S.; PACHECO, M.A. Determinação da Fronteira de Eficiência através da Estratégia de Pareto: Aplicação em Carteiras de Projetos de Petróleo e Gás, XXXV SBPO, 2003.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. **Journal of Political Economy**, 81, 1973.
- BOYLE, P. Options: A Monte Carlo Approach. **Journal of Financial Economics**, 4, 1977.
- BOYLE, P.; BROADIE, M; GLASSERMAN, P. Monte Carlo Methods for Security Pricing. Journal of Economic Dynamics and Control, 21, 1997.
- BRASHEAR, J.P.; BECKER, A.; GABRIEL, S. Managing Scenario Risk in Offshore Development Projects Combining Portfolio Analysis with Scenario Modeling. **Offshore**, v. 60, n. 1, p. 122-124, 2000.
- CARLSSON, C.; FULLÉR, R. *A Fuzzy approach to Real Options Valuation*. **Fuzzy Sets and Systems**, vol. 139, no. 2, pp. 297-312, 2003.
- CARLSON, C.; FULLÉR, R. *On Fuzzy Real Option Valuation*. **TUCS Technical Report No 367**, Turku Centre for Computer Science, Turku, Finland, 2004.
- CARLSON, C.; FULLÉR, R. *On Possibilistic Mean Value and Variance of Fuzzy Numbers*. **Fuzzy Sets and Systems**, vol. 122, no. 2, pp. 315-326, 2001.
- CARLSSON, C.; MAJLENDER, P. *On Fuzzy Real Options Valuation*. In: Proceedings of the 9th Annual International Conference on Real Options, Paris, France, 2005.

- CASTRO, A.L. Avaliação de Investimento de Capital em Projetos de Geração Termoelétrica no Setor Elétrico Brasileiro usando Teoria das Opções Reais. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2000.
- CHEN, T.; ZHANG, S.; YU, B. Fuzzy Real Options Analysis for IT Investment in Nuclear Power Station. In: Proceedings of the 7th International Conference on Computational Science, pp.953-959, Beijing, China, 2007.
- COLLAN, M.; CARLSSON, C.; MAJLENDER, P. Fuzzy Black and Scholes Real Options Pricing. **Journal of Decision Systems**, vol. 12, no. 3-4, pp. 341-416, 2003.
- COLLAN, M.; FULLÉR, R.; MEZEI, J. A Fuzzy Pay-Off Method for Real Option Valuation. Journal of Applied Mathematics and Decisions Sciences, 2009.
- COLLAN, M. Giga-Investments: Modeling the Valuation of Very Large Industrial Real Investments. PhD. Thesis, Turku Centre for Computer Science, Turku, Finland, 2004.
- COOPERS & LYBRAND. Estudo de Restruturação do Setor Elétrico Brasileiro. Sumário Executivo, Relatório do Projeto, Eletrobrás, 1998.
- CORD, J. A method for allocating funds to investment projects when returns are subject to uncertainty. **Management Science**, v. 10, n. 2, p. 335-341, 1964.
- COSTA LIMA, G.A.C.; SCHIOZER, R.F.; SUSLICK, S.B. *The Efficient Frontier of Oil Projects Portfolio as a Tool for Decision-Making*. Anais do Rio Oil & Gas Expo and Conference, Rio de Janeiro, 2006.
- COX, J.; ROSS, S.; RUBINSTEIN, M. Option Pricing. A Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, 7, 1979.
- DATAR, V.; MATTHEWS, S. *A Practical Method for Valuing Real Options: the Boeing Approach*. **Journal of Applied Corporate Finance**, vol. 19, no. 2, pp. 95-104, 2007.
- DENG, S.; JOHNSON, B.; SOGOMONIAN, A. Exotic Eletricity Options and the Valuation of Electricity Generation and Transmission. Proceedings of the Chicago Risk Management Conference, 1998.
- DIAS, M.A.G. *Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC Rio, 2005.
- ———. Análise de Investimentos com Opções Reais teoria e prática com aplicações em petróleo e outros setores. Vol. 1: Conceitos básicos e opções reais em tempo discreto, Rio de Janeiro, Interciência, 2014.
- ————. Análise de Investimentos com Opções Reais teoria e prática com aplicações em petróleo e outros setores. Vol. 2: Processos estocásticos e opções reais em tempo contínuo, Rio de Janeiro, Interciência, 2015.
- DIXIT, A.K.; PINDYCK, R.S. *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press, 1994.
- DUARTE JR., A.M. A Comparative Study of Downside Risk and Volatility in Asset Allocation. **Investigación Operativa**, Vol. 4, n. 3, pp. 213-228, 1994.

- DUFFIE, D. Dynamic Asset Pricing Theory. Princeton University Press, 1992.
- ENEVOLDSEN, A.R.; NORDBAEK, A.V. Real Options Valuation of a Biotech Project using Fuzzy Numbers. Master Thesis, Copenhagen Business School, Denmark, 2011.
- EPE EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. *Plano Nacional de Energia* 2030, 2006.
- EPE EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. Balanço Energético Nacional, 2015.
- ETHIER, R.G. Valuing Electricity Assets in Deregulated Markets: A Real Options Model with Mean Reversion and Jumps. Working Paper, Department of Agricultural, Resource and Managerial Economics, Cornell University, 1999.
- FLETEN, S.E.; NASAKKALA, E. *Gas-Fired Power Plants: Investment Timing, Operating Flexibility and Abandonment*. Working Paper 04-03, Department of Industrial Economics and Technology Management, Norwegian University of Science and Technology, 2006.
- GALENO, R.C.; SUSLICK, S.B.; PINTO, M.A.S.; LIMA, G.A.C. Impacto de Diferentes Métricas de Risco na Seleção de Portfólios de Projetos de Produção de Petróleo. REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, 62(3): 305-313, 2009.
- GOETSCHEL, R.; VOXMAN, W. *Topological Properties of Fuzzy Numbers*. **Fuzzy Sets and Systems**, 9 (87-99), 1983.
- GOLDBERG, D.E. Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning. Dallas, Texs: Addison-Wesley, 1989.
- GOMES, L.L. Avaliação de Termelétricas no Brasil estudando o melhor momento de Investimento por Modelos de Opções Reais. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2002.
- GRAHAM, J.; HARVEY, C. How do CFOs Make Capital Budgeting and Capital Structure Decisions?. **Journal of Applied Corporate Finance**, v. 15, n. 1, p. 8-23, 2002.
- GRIFFES, P.; HSU, M.; KAHN, E. *Power Asset Valuation: Real Options, Ancillary Services, and Environmental Risks*. Chapter 5, The New Power Markets: Corporate Strategies for Risk and Reward, Risk Books, 1999.
- HELFAT, C.E. *Investment in Offshore Oil by Diversified Petroleum Companies*. **The Journal of Industrial Economics**, v. 38, n. 1, p. 79-93, 1989.
- HERTZ, D.B. Risk Analysis in Capital Investment. **Harvard Business Review**, Jan./Feb., 1964.
- HIGHTOWER, M.L.; DAVID, A. Portfolio Modeling: a Technique for Sophisticated Oil and Gas Investors. **SPE Hydrocarbon Economics & Evaluation Symposium**, Dallas, Society of Petroleum Engineers, p. 53-64, 1991.
- HOLLAND, J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: an Introductory Analysis with Applications in Biology, Control and Artificial Intelligence. **MIT Press**, Cambridge, 211pp, 1995.

- HO, S.-H.; LIAO, S.-H.: A Fuzzy Real Option Approach for Investment Project Valuation. Expert Systems with Applications, 38, 15296-15302, 2011.
- HULL, J.C. Options, Futures and Other Derivatives. Prentice Hall, 1997.
- IBÁÑEZ, A.; ZAPATERO, F. Monte Carlo Valuation of American Options through Computation of the Optimal Exercise Frontier. Working Paper, Departamento de Administração, Instituto de Tecnologia do México, 1999.
- JOBST, N.J.; HORNIMAN, M.D.; LUCAS, C.A.; MITRA, G. Computational Aspects of Alternative Portfolio Selection Models in the Presence of Discrete Asset Choice Constraints. Quantitative Finance, vol. 1, pp. 1-13, 2001.
- JOHNSON, B.; NAGALI, V.; ROMINE, B.R. Real Options Theory and the Valuation of Generating Assets: A Discussion for Senior Managers. Chapter 4, The New Power Markets: Corporate Strategies for Risk and Reward, Risk Books, 1999.
- JONES, W.A. How the Portfolio Approach aids Exploration Strategic Planning. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, Las Vegas, Nevada, Society of Petroleum Engineers, 12p, 1985.
- JORION, P. *Financial Risk Manager Handbook*. 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley and sons, 2001.
- KNIGHT, F. Risk, Uncertainty & Profit. Hart, Schaffner & Marx, Boston, Massachussets, USA, 1921.
- KULATILAKA, N.; TRIGEORGIS, L. *The General Flexibility to Switch: Real Options Revisited.* **International Journal of Finance**, 6, no. 2, 1994.
- LAZO, J.G.L. Determinação do Valor de Opções Reais por Simulação Monte Carlo com Aproximação por Números Fuzzy e Algoritmos Genéticos. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 2004.
- LAZO, J.G.L. Sistema Híbrido Genético-Neural para Montagem e Gerenciamento de Carteiras de Ações. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 2000.
- LEMME, C.F. Revisão dos Modelos de Avaliação de Empresas e suas Aplicações nas Práticas de Mercado. **Revista de Administração da USP**, v. 36, n. 2, p. 117-124, 2001.
- LUEHRMAN, T.A. Strategy as a Portfolio of Real Options. Harvard Business Review, September-October, 1998.
- MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. Journal of Finance, pp. 77-91, 1952.
- MARKOWITZ, H.M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. John Wiley & Sons, New York, NY, 1959.
- MARRECO, J.M.; CARPIO, L.G.T. Flexibility Valuation in the Brazilian Power System: A Real Options Approach. Energy Policy, 34, Elsevier Ltd, 2006.
- MATHEWS, S.; SALMON, J. Business Engineering: a Practical Approach to Valuing High-risk, High-return Projects using Real Options. In: **Tutorials in Operational Research**, P. Gray, Ed., Informs, Hanover, USA, 2007.

MATSUMURA, E.H. Thermal Power Plant Investment in the Brazilian Centralized Hydrothermal Power System. **Department of Economics**, PUC-Rio, 2004.

MC DONALD, R.; SIEGEL, D. *The Value of Waiting to Invest.* **Quarterly Journal of Economics**, 101, 1986.

MERTON, R. *The Theory of Rational Option Pricing*. **Bell Journal of Economics and Management Science**, 4, 1973.

METROPOLIS, N.; ULAM, S. *The Monte Carlo Method.* **Journal of the American Statistical Association**, 44, Sep. 1949.

MITRA, G.; KYRIACS, T.; LUCAS, C.; PIRBHAI, M. *A Review of Portfolio Planning: Models and Systems.* **Advances in Portfolio Construction and Implementation**, S E Satchell, A E Scowcroft (Eds.), Butterworth & Heinemann, Oxford, 2003.

MOREIRA, A.; ROCHA, K.; DAVID, P. *Thermopower Generation Investment in Brazil – Economic Conditions*. **Energy Policy**, 32, Elsevier Ltd, 2002.

MUZZIOLI, S.; TORRICELLI, C. A Model for Pricing an Option with a Fuzzy Pay-Off. Fuzzy Economics Review, vol. 6, no. 1, pp. 49-62, 2000.

NASCIMENTO, W.J.D. Conversão de Termelétricas para Bi-combustível em Ambiente de Incerteza: Uma Abordagem por Opções Reais. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 2008.

NEPOMUCENO, F.F. Tomada de Decisão em Projetos de Risco na Exploração de Petróleo. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências, UNICAMP, 1997.

ORMAN, M.M.; DUGGAN, T.E. *Applying Modern Portfolio Theory to Upstream Investment Decision Making.* **Journal of Petroleum Technology**, v. 51, n. 3, p. 50-53, 1999.

PACHECO, M.A.C. Algoritmos Genéticos: Princípios e Aplicações. ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 1999.

PACHECO, M.A.C.; AMORIM, R.F. Seleção do Portfólio de Projetos para Investimento por Computação Evolucionária. ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 1999.

PACHECO, M.A.C. *Computação Evolucionária*. Notas de Aula, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 2009.

PACHECO, M.A.C.; VELLASCO, M.M.B.; (org): Sistemas Inteligentes de Apoio a Decisão, Análise Econômica de Projetos de Desenvolvimento de Campos de Petróleo sob Incerteza. Ed. PUC-Rio, Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 2007.

PINDYCK, R.S.; RUBINFELD, D.L. *Econometric Models and Economics Forecasts*. New York: McGraw-Hill, Inc, 3edition, 1991.

PINDYCK, R.S. *The Long-Run Evolution of Energy Prices*. **Energy Journal**, vol. 20(2), 1999.

PONSARD, C. Fuzzy Mathematical Models in Economics. Fuzzy Sets and Systems, vol. 28, no. 3, pp. 273-283, 1988.

PROJECT MANAGEMENT INSTITUTE. A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK Guide), Fifth Edition, 2013.

PSR CONSULTORIA. SDDP - Manual do usuário.

SHARPE, W.F. A Linear Programming Approximation for the General Portfolio Analysis Problem. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, vol. 6, n. 5, pp. 1263-1275, 1971.

STREET, A. et al. Estratégias de Atuação de Agentes Geradores sob Incerteza em Leilões de Contratos de Energia Elétrica. XVII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE), 2007.

TARAZO, M. A Methodology and a Model for Qualitative Business Planning. **International Journal of Business Research**, vol. 3, n. 1, pp. 41-62, 1997.

TAVARES, M.J.D. *Bidding Strategy for E&P Licensing Opportunities*. Dissertation (Master of Mines), T. H. Huxley School of Environment, Earth Science and Engineering, Royal School of Mines, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, London, 1999.

TOLGA, C.; KAHRAMAN, C. Fuzzy Multiattribute Evaluation of R&D Projects using a Real Options Valuation Model. **International Journal of Intelligent Systems**, vol. 23, no. 11, pp. 1153-1176, 2008.

TOURINHO, O. *The Option Value of Reserves of Natural Resources*. Working Paper, University of California, Berkeley, 1979.

TRIANTIS, A.J.; BORISON, A. Real Options: State of the Practice. **Journal of Applied Corporate Finance**, 2001.

TRIGEORGIS, L. Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. **The MIT Press**, 1996.

TSENG, C.; GRAYDON, B. Short-Term Generation Asset Valuation. **PSERC**, 1997.

WALLS, M.R. Combining Decision Analysis and Portfolio Management to Improve Project Selection in The Exploration and Production Firm. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 44, n. 7, p. 55-65, 2004.

WEB-SITE ANEEL: http://www.aneel.gov.br, acesso em 23/01/2016.

WEB-SITE EPE: http://www.epe.gov.br, acesso em 23/01/2016.

WINSEN, J.K. Real Options and the Valuation of Generation Assets: An Australian National Electricity Market Example. Chapter 6, The New Power Markets: Corporate Strategies for Risk and Reward, Risk Books, 1999.

YOSHIDA, Y. *The Valuation of European Options in Uncertain Environment*. **European Journal of Operational Research**, vol. 135, n. 2, pp. 303-310, 2001.

YU, L.; WANG, S.; WEN, F.; LAI, K. Genetic algorithm-based multi-criteria project portfolio selection, 2010.

ZADEH, L.A. Fuzzy Sets. Information and Control, vol. 8, pp. 338-353, 1965.