



Jessica Silva Barcellos

***“Esse é mais difícil por causa das palavras”:
uma investigação psicolinguística acerca do
papel da linguagem na resolução de problemas
matemáticos de divisão***

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Estudos da Linguagem da PUC-Rio como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Letras/Estudos da Linguagem.

Orientadora: Prof.^a Erica dos Santos Rodrigues

Coorientadora: Prof.^a Cilene Aparecida Nunes Rodrigues

Rio de Janeiro

Março de 2017



Jessica Silva Barcellos

***“Esse é mais difícil por causa das palavras”:
uma investigação psicolinguística acerca do
papel da linguagem na resolução de problemas
matemáticos de divisão***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Estudos da Linguagem da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof^a. Erica dos Santos Rodrigues

Orientadora

Departamento de Letras – PUC-Rio

Prof^a. Cilene Aparecida Nunes Rodrigues

Coorientadora

Departamento de Letras – PUC-Rio

Prof^a. Marina Rosa Ana Augusto

UERJ

Prof^a. Jane Correa

UFRJ

Profa. Monah Winograd

Coordenadora Setorial do Centro de Teologia
e Ciências Humanas – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 28 de março de 2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, da autora e da orientadora.

Jessica Silva Barcellos

Graduou-se em Pedagogia na Universidade Estadual do Rio de Janeiro, em 2013 e em Licenciatura em Letras Português-Inglês na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, em 2014. Kursou o Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Estudos da Linguagem da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, do qual esse trabalho é resultado. Atua como professora no Colégio Pedro II.

Ficha Catalográfica

Barcellos, Jessica Silva

“Esse é mais difícil por causa das palavras” : uma investigação psicolinguística acerca do papel da linguagem na resolução de problemas matemáticos de divisão / Jessica Silva Barcellos ; orientadora: Erica dos Santos Rodrigues ; co-orientadora: Cilene Rodrigues. – 2017.

178 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Letras, 2017.

Inclui bibliografia

1. Letras – Teses. 2. Resolução de problemas de matemática. 3. Complexidade gramatical. 4. Interface linguagem-matemática. 5. Divisão partitiva. 6. Divisão por quotas. I. Rodrigues, Erica dos Santos. II. Rodrigues, Cilene. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Letras. IV. Título.

CDD: 400

Para minha Berê (*in memorian*) pelo exemplo de perseverança e vontade de
aprender sempre.

Agradecimentos

A Deus, por tudo que tem me permitido realizar e por me dar forças para continuar na busca dos meus sonhos.

À minha orientadora Erica Rodrigues, por desde a iniciação científica, sempre ter me incentivado, me guiado e me ensinado com paciência e afeto os caminhos da pesquisa. Agradeço também pelo olhar cuidadoso que teve com este trabalho.

À minha coorientadora Cilene Rodrigues pelo entusiasmo, pela atenção e pela paciência com que me ajudou a dar forma a este trabalho.

Ao meu pai Eraldo, por ser meu porto-seguro, meu amigo com quem eu sei que posso contar sempre. Obrigada por confiar e acreditar em mim acima de tudo.

À minha mãe Antônia, por me apoiar em todas as minhas decisões e por ser minha certeza de aconchego e escuta em todas as minhas indecisões. Obrigada pelo apoio e incentivo de sempre.

Ao Matheus, por com um simples sorriso, conseguir me acalmar, me trazer paz e me fazer repensar todas as urgências da vida.

Ao Gabriel, por conseguir me falar sempre o que eu preciso ouvir, mesmo que isso seja muito diferente do que eu gostaria de escutar, e por conseguir me fazer gargalhar, mesmo nos momentos mais adversos.

Às professoras Marina Augusto, Jane Correa e Letícia Corrêa pela disponibilidade para leitura e discussão deste trabalho.

Aos companheiros de profissão e amigos queridos que me incentivaram nessa empreitada. Agradecimento especial à Adailda e à Karen, pelas palavras sempre amigas e geniais, pelas conversas reflexivas, por me ouvirem falar por horas e horas sobre essa dissertação e por comemorarem comigo cada nova etapa vencida.

Ao *Dream Team* PUC, um grupo de profissionais competentes e amigos incríveis, que tive a sorte de conhecer e conviver durante o mestrado. Obrigado por tornarem tudo mais leve! Agradecimento especial à Luiza, pela ajuda, pela disponibilidade e pelas risadas de sempre.

À Marcela e ao Francisco, por permanecerem e amadurecerem comigo, compartilhando tantas fases especiais da vida, inclusive o mestrado.

A todos os professores que tive durante minha trajetória e que me inspiram a seguir nessa profissão. Obrigada, mestres!

Ao Colégio Pedro II e à PUC-Rio, instituições da qual muito me orgulho em fazer parte e que têm contribuído imensamente para minha formação acadêmica, profissional e humana.

À PUC-Rio e à CAPES, pelos auxílios concedidos.

Aos meus queridos alunos, motivação principal deste trabalho. Obrigada por suscitarem em mim diferentes questões de pesquisa. Obrigada por me instigarem a querer fazer cada vez mais e melhor.

Resumo

Barcellos, Jessica Silva; Rodrigues, Erica dos Santos; Rodrigues, Cilene. **“Esse é mais difícil por causa das palavras”: uma investigação psicolinguística acerca do papel da linguagem na resolução de problemas matemáticos de divisão.** Rio de Janeiro, 2017. 178 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Letras Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação investiga a interface linguagem-matemática, com foco em tarefas de resolução de problemas de divisão partitiva e por quotas. Investigamos se dificuldades nesse tipo de tarefa podem estar relacionadas à complexidade linguística dos enunciados. Discute-se em que medida o padrão composicional e as estruturas linguísticas utilizadas nos enunciados podem afetar o desempenho dos alunos nesses dois tipos de problemas. Para realizar essa investigação, foram conduzidos três experimentos com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública federal de ensino no Rio de Janeiro. No primeiro experimento, foram utilizados como itens experimentais os enunciados dos livros didáticos e os resultados indicam diferença significativa entre as condições, com maior número de acertos em divisão partitiva. No segundo experimento, novos enunciados foram criados, controlando-se tanto a estrutura informacional quanto a complexidade gramatical nos dois tipos de problemas. Os resultados mostram desempenho similar nas duas condições. No experimento 3, investigamos o tipo de interpretação preferida para enunciados ambíguos com sujeito composto. Verificou-se clara preferência por leituras coletivas e constatou-se que, quando estruturas ambíguas são utilizadas, o desempenho dos alunos volta a diferir entre as condições, com pior desempenho na divisão por quotas. Esta pesquisa indica que a dificuldade dos alunos em enunciados de divisão pode ser reduzida com o controle da complexidade gramatical, o que mostra o papel fundamental da observação de variáveis linguísticas na aferição de conhecimento matemático e na elaboração de materiais didáticos.

Palavras-chave

Resolução de problemas de matemática; complexidade gramatical; interface linguagem-matemática; divisão partitiva; divisão por quotas

Abstract

Barcellos, Jessica Silva; Rodrigues, Erica dos Santos; Rodrigues, Cilene (Advisor). **“The words make this one difficult”: A psycholinguistical investigation about the role of language in mathematical division problems.** Rio de Janeiro, 2017. 178 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Letras Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work investigates the interface of language-mathematics, focusing on partitive and quotative division problem solving tasks. We investigate whether the difficulties students face when solving mathematical verbal problems can be related to linguistic complexity of the commands. We also discuss how the composition and linguistic structures that are used in the verbal problems can affect student's performance. We conducted three experiments with students of the second year of a primary school in Rio de Janeiro. In the first experiment, we used problems extracted from textbooks as experimental items; the results indicate a significant difference between the partitive and quotative conditions, resulting in a bigger number of correct answers regarding partitive division. In the second experiment, we created new commands, controlling their informational structure as well as their grammatical complexity. The results show a similar performance in both conditions. As for experiment 3, our aim was to investigate the type of interpretation students would prefer in ambiguous propositions, in which the subject of the sentence is a compound subject (coordinated structure). A preference for collective readings was observed. Also, when ambiguous structures are present, the performance of the students tends to vary depending on the conditions, declining on quotative division. Thus, the results of this research indicates that the difficulties students usually face in mathematical verbal problems can be reduced when the grammatical complexity is controlled – pointing towards the central role of linguistic variables in mathematical knowledge and in the elaboration of school materials.

Keywords

Mathematical problem solving; grammatical complexity; interface language-mathematics; language processing; partitive division; quotative division

Sumário

1. Introdução.....	16
1.1 Objetivos.....	23
1.2 Organização do trabalho	24
2. Conhecimento matemático anterior à escolarização: o que a criança já sabe?	25
2.1 Senso Numérico	28
2.2 O modelo intuitivo de dealing	28
2.3 Raciocínio matemático em pré-escolares	30
3. Na escola: o que o aluno precisa saber para resolver problemas de matemática?	38
3.1 A influência da complexidade gramatical na resolução de problemas	41
4. Conceitos de divisão trabalhados na escola: divisão partitiva e divisão por quotas	51
5. Enunciados de problemas de divisão: aspectos estruturais e linguísticos	62
5.1 Caracterização dos tipos de instrução propostos nos livros didáticos	65
5.2 Caracterização da estrutura das situações-problema de divisão	68
5.3 Questões de estruturação gramatical e possíveis interpretações semânticas de enunciados de problemas de divisão	77
5.4 Expressões quantificadas e possibilidades de leitura.....	80
5.4.1 Quantificador cada.....	82
5.4.2 Expressões nominais coordenadas.....	86
6. Testando a interação entre estrutura linguística e desempenho matemático	93
6.1 Perfil acadêmico dos participantes da pesquisa	94
6.2 Experimento 1	98
6.3 Experimento 2	116
6.4 Experimento 3	129

7. Considerações finais	148
Referências bibliográficas	153
Anexos	160
Anexo 1: Mapeamento dos enunciados de divisão presentes nos livros didáticos	160
Apêndices	163
Apêndice 1: Estímulos utilizados no experimento 1	164
Apêndice 2: Estímulos utilizados no experimento 2	166
Apêndice 3: Estímulos utilizados no experimento 3	170
Apêndice 4: Termo de consentimento livre e esclarecido (responsáveis)	174
Apêndice 5: Termo de consentimento livre e esclarecido (participantes adultos)	176
Apêndice 6: Termo de assentimento informado	178

Lista de figuras

Figura 1 - Resultados Prova Brasil 5º ano – 2015	18
Figura 2 - Justificativa para um problema que o aluno não conseguiu resolver	18
Figura 3 - Questão de prova na qual o aluno realiza o cálculo apropriado, mas escreve a resposta final de maneira incompatível com o enunciado	20
Figura 4 - Resolução de tarefa envolvendo a expressão quantificadora <i>cada</i>	20
Figura 5 - Resposta compatível com o gabarito do livro didático, leitura coletiva <i>default</i>	21
Figura 6: Resposta guiada pela distributividade dos elementos Agentes	21
Figura 7: Resposta guiada pela distributividade dos elementos agentes e dos objetos	22
Figura 8: Exemplos dos enunciados utilizados no experimento 2 (a) adição, (b) subtração e (c) comparação (Gilmore, McCarthy & Spelke (2007) p.589)	32
Figura 9: Modelo do processo de resolução problemas matemáticos. (Brito, Fini e Garcia, 1994, p. 43)	39
Figura 10: Estrutura da adição e da subtração (Dickson et al, 1984 p. 232).....	52
Figura 11: Estrutura da multiplicação e da divisão (Dickson et al, 1984, p. 233).....	52
Figura 12: Estrutura algorítmica dos dois tipos de divisão (Adaptado de Dickson et al, 1981, p. 236)	54
Figura 13: Critérios que norteiam a avaliação de livros didáticos. (Manual do PNLD, 2016, p.21)	63

Figura 14: Ficha de avaliação dos livros didáticos. (Manual do PNLD, 2016, p.317).....	64
Figura 15: Enunciado retirado do livro Bem-me-quer 2º ano, p.236	66
Figura 16: Enunciado retirado do livro Bem-me-quer 2ºano, p.251	66
Figura 17: Enunciado retirado do livro Aprender, muito prazer 2º ano, p. 200.....	67
Figura 28: Enunciado retirado do livro Bem-me-quer 2º ano, p. 156	68
Figura 19: Representação das informações presentes em um problema partitivo	71
Figura 20: Representação das informações presentes em um problema de divisão por quotas.....	71
Figura 21: Representação da leitura coletiva da sentença (1): uma equipe composta por 3 arquitetos desenhou 4 prédios	81
Figura 22: Representação da leitura distributiva da sentença (1): cada um dos três arquitetos desenhou 4 prédios, totalizando 12 prédios.....	81
Figura 23: Item utilizado para a condição de leitura singular com <i>cada</i> , na presença de sujeitos extras. (VAZ, S; LOBO, M., p.11)	84

Lista de tabelas

Tabela 1: Representação da reformulação conduzida nos enunciados de Davis-Doresey & Morisson (1991).....	48
Tabela 2: Quantidade de situações-problema de divisão em cada livro didático analisado	73
Tabela 3: Ocorrências de padrões de enunciados partitivos por livro didático	73
Tabela 4: Ocorrências de padrões de enunciados quotativos por livro didático	74
Tabela 5: Itens experimentais utilizados no experimento 1	100
Tabela 6: Número de acertos e erros nas condições de divisão partitiva e por quotas	103
Tabela 7: Distribuição de acertos e erros por condição e por item experimental	103
Tabela 8: Itens experimentais utilizados no experimento 2	119
Tabela 9: Número de acertos e erros por condição no experimento 2.....	119
Tabela 10: Número de acertos e erros por item no experimento 2.....	122
Tabela 11: Desempenho dos alunos indicados para a recuperação nos experimentos 1 e 2	128

Lista de gráficos

Gráfico 3: Distribuição dos conceitos nos descritores de Língua Portuguesa	97
Gráfico 4: Distribuição dos conceitos nos descritores de Matemática	97
Gráfico 5: Distribuição dos conceitos A, AR e NA nos descritores em Língua Portuguesa (a) e nos descritores de Matemática (b).....	98
Gráfico 4: Indicações para as aulas de recuperação	99
Gráfico 5: Número de erros e acertos por condição no experimento 1	103
Gráfico 6: Número de acertos e erros por condição no experimento 2.....	121
Gráfico 7: Número médio de respostas corretas em função do tipo de problema de divisão, nos experimentos 1 e 2	122
Gráfico 8: Número médio de leituras coletivas e distributivas (max. Score =8)	136
Gráfico 9: Número de leituras coletivas e distributivas por condição experimental (max. Score = 2).....	136
Gráfico 10: Número de acertos nas condições de retomada pronominal e repetição das expressões nominais no experimento 3 (max.score= 4).....	137
Gráfico 11: Número de acertos nas condições de divisão partitiva e divisão por quotas no experimento 3 (max. score=4).....	137
Gráfico 12: Número de acertos por condição experimental (max Score = 2)	138
Gráfico 13: Taxa de leituras coletivas, distributivas e de erros por condição experimental	139

*So often you find that
the students you're
trying to inspire are
the ones that end up
inspiring you*

Sean Jenkins

1

Introdução

Esta dissertação insere-se na área da Psicolinguística e investiga a interface linguagem-raciocínio matemático, tendo como foco o papel da linguagem na resolução de situações-problema de divisão por crianças em idade escolar. Este trabalho está vinculado ao projeto *Processamento sintático e questões de interpretação na interface sintaxe-semântica*, coordenado pela Professora Erica dos Santos Rodrigues, e insere-se no âmbito da linha de pesquisa *Língua e cognição: representação, processamento e aquisição da linguagem*, do Programa de Pós-graduação Estudos da Linguagem da PUC-Rio. Articula-se, ainda, a outros trabalhos que exploram a relação entre linguagem e habilidades cognitivas superiores, desenvolvidos no Laboratório de Psicolinguística e Aquisição da Linguagem da PUC-Rio (LAPAL).¹

A investigação da interface apresentada é feita, nesta dissertação, tomando como base os conceitos de divisão mais enfatizados na educação básica – divisão partitiva e divisão por quotas. Explora-se como o uso de diferentes estruturas linguísticas nos enunciados matemáticos pode influenciar no desempenho dos alunos. Nesse sentido, o trabalho dialoga com as áreas da Cognição matemática, da Educação matemática e da Psicologia Cognitiva.

Realizou-se uma análise linguística das estruturas presentes nos enunciados de divisão de três livros didáticos que fazem parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2016) e, a partir do levantamento conduzido, investigou-se, por meio de experimentos psicolinguísticos, como o desempenho dos alunos em tarefas de resolução de problemas difere em contextos originais e em contextos nos quais se buscou controlar a complexidade gramatical das estruturas utilizadas. Explora-se também como os alunos interpretam enunciados ambíguos.

Com este trabalho, pretende-se contribuir para a investigação teórica acerca da interface linguagem-matemática, mais especificamente sobre o papel da gramática (língua-interna) em tarefas de resolução de tarefas de situações-

¹ Ver MARCILESE (2011), para trabalho sobre a relação entre linguagem e cognição numérica no desenvolvimento infantil e VILLARINHO (2012), para investigação acerca da relação entre linguagem e Teoria da Mente, ambos sob orientação da Prof^a. Letícia M. S. Corrêa (LAPAL/PUC-RIO).

problema. Ao verificar como diferentes estruturas linguísticas podem influenciar na interpretação feita sobre um mesmo enunciado, este trabalho auxilia no exame de quais tipos de erros e dificuldades são oriundos do domínio da língua e quais são pertencentes ao campo do raciocínio matemático. Do ponto de vista aplicado, esta pesquisa propõe reflexões sobre aspectos gramaticais que precisam ser considerados na elaboração de enunciados matemáticos e na avaliação das respostas dos alunos.

O interesse por investigar o papel da língua no desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores, especificamente, das habilidades matemáticas tem origem na minha observação, como professora de Ensino Fundamental, a respeito do antagonismo, com que são tratadas e trabalhadas, na escola, as habilidades linguísticas e habilidades matemáticas do aluno. Planejamos, ensinamos e avaliamos como se essas esferas fossem independentes e uma não pudesse influenciar na outra.

Muito se fala acerca do baixo desempenho dos alunos brasileiros nas avaliações de matemática e das dificuldades que a maioria dos alunos encontra nesta disciplina. O mito da “má-temática” é presente em grande parte das escolas, como a disciplina que mais reprova e assusta os alunos. No entanto, é evidente para nós, professores, que os alunos apresentam mais dificuldade em resolver tarefas de resolução de problemas do que em realizar cálculos e operar com algoritmos. Portanto, o papel da linguagem no desempenho em tarefas matemáticas é um ponto que necessita ser investigado, visando contribuir para o ensino de matemática nas escolas. As avaliações internacionais e nacionais apontam que o Brasil está abaixo da média na proficiência em matemática. (PISA, 2012; SAEB, 2015). Os resultados da Prova Brasil de 2015 apontam um cenário bastante preocupante no que tange ao desempenho dos municípios brasileiros na avaliação de matemática para o 5º Ano do Ensino Fundamental, que possui como foco a resolução de situações-problema.



Figura 1: Resultados Prova Brasil 5ºano – 2015. Retirado de <http://portal.inep.gov.br/saeb>

Os resultados indicam que, na maioria dos municípios do país, a proficiência em matemática dos alunos do 5º Ano está abaixo da média nacional (ver figura 1).

É preciso questionar até que ponto esses baixos resultados se devem exclusivamente a uma dificuldade ligada à cognição matemática ou até que ponto o domínio da linguagem influencia no processamento e na leitura dos enunciados. É também papel de nós, professores, analisar linguisticamente os enunciados que elaboramos e os enunciados presentes nos materiais didáticos, visando investigar até que ponto a sintaxe e a carga semântica desses textos estão adequadas à faixa etária de nossos alunos e identificar que tipos de estruturas trazem dificuldades do ponto de vista do processamento, de modo a desenvolver a competência leitora dos estudantes.

A parte inicial do título deste trabalho foi retirada da justificativa de uma aluna do 2º ano do Ensino Fundamental para um problema que não conseguiu solucionar.

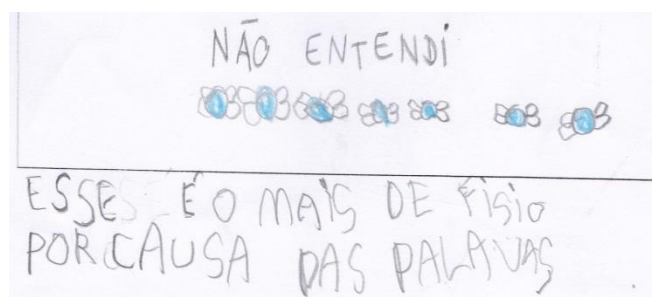


Figura 2: Justificativa para um problema que o aluno não conseguiu resolver

Trata-se de uma resposta que foi dada para um problema retirado de um livro didático de matemática para o 2º Ano do Ensino Fundamental. Tal enunciado possuía duas expressões nominais coordenadas na posição de sujeito, que tornavam o enunciado ambíguo, além de outra ambiguidade causada por um complemento que poderia se referir a dois verbos diferentes do enunciado.² Esse comentário nos faz refletir em que medida as dificuldades que os alunos apresentam em matemática podem estar relacionadas à dificuldade de compreensão do enunciado e, mais do que isso, em que medida a forma como nós, professores, redigimos esses enunciados contribui para que a compreensão desses seja mais custosa.

Apresento a seguir outros exemplos de respostas de alunos para questões matemáticas que me fizeram despertar para a investigação sobre essa área de interface Linguística e matemática.

Ao lecionar para turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, comecei a notar dificuldades de compreensão por parte dos alunos no que tange aos enunciados de situações-problema, especialmente, na leitura e no processamento de determinadas estruturas linguísticas comumente utilizadas nesse tipo de exercício, como quantificadores e expressões distributivas. A interpretação do operador distributivo *cada* e de expressões nominais coordenadas (sujeito composto) foram dois pontos de dificuldade que me chamaram bastante atenção. Enquanto a literatura em teoria linguística aponta que o quantificador *cada* está associado, predominantemente, à interpretação preferencial distributiva, o dia a dia em sala parecia me indicar que, no contexto específico dos enunciados matemáticos, os alunos na faixa etária de 7 a 9 anos não dominavam o tipo de leitura associada ao operador *cada*. Alguns exemplos de respostas dadas pelos alunos ilustram essa percepção. A figura seguinte é a resposta de uma questão de prova, na qual um aluno do 4º ano realiza o raciocínio matemático adequado ao problema, mas, ao formular a resposta final, parece não compreender a leitura de escopo superficial, tradicionalmente associada à expressão-Q *cada*, fazendo uma leitura não distributiva do quantificador.

² Essa resposta, que intitula o presente trabalho, foi dada para o enunciado “Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em dois grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?” Esse exemplo será retomado no capítulo 6 deste trabalho.

6) Para entenderem mais sobre os animais, as 4 turmas de 3º ano visitarão o zoológico.

Turma	Número de Alunos
301	23
302	22
303	21
304	19
Total	85

a) Complete a tabela com o total de alunos do 3º ano.

b) O ingresso para o zoológico custa 15 reais. Qual será o total pago pelo 3º ano para a aquisição dos ingressos?

Resposta: Se cada turma pagar R\$ 1295,00 (de cada) turmas, por todos as

Figura 3: Questão de prova na qual o aluno realiza o cálculo apropriado, mas escreve a resposta final de maneira incompatível com o enunciado

Outro exemplo retirado de uma ficha de exercícios do 4º ano também ilustra a resolução matemática correta do enunciado, mas a resposta final com o quantificador *cada* sugere que talvez o aluno não domine plenamente a relação de distribuição implementada pelo quantificador.

R: A família gastou R\$ 115,00

b) A conta da cafeteria foi dividida igualmente por 5 pessoas. Quanto cada pessoa pagou pelo lanche? (0,4)

Mostre seu raciocínio

R: Cada pessoa pagou R\$ 115,00

Figura 4: Resolução de tarefa envolvendo a expressão quantificadora *cada*

O uso do sujeito composto é uma estrutura linguística que torna os enunciados matemáticos ambíguos e cada uma de suas possibilidades de leitura implica na operação com diferentes quantidades. Uma atividade aplicada em uma turma de 2º ano, com 21 alunos, ilustra bem as diferentes leituras que crianças de 6 a 7 anos fazem desse tipo de estrutura. Para um mesmo enunciado, houve três interpretações diferentes na turma e, conseqüentemente, três estratégias distintas de

resolução. Oito alunos responderam segundo o gabarito do livro didático, que corresponde a uma interpretação coletiva, de acordo com a qual Eduardo e Marcelo ganharam juntos um total de 12 gogos.

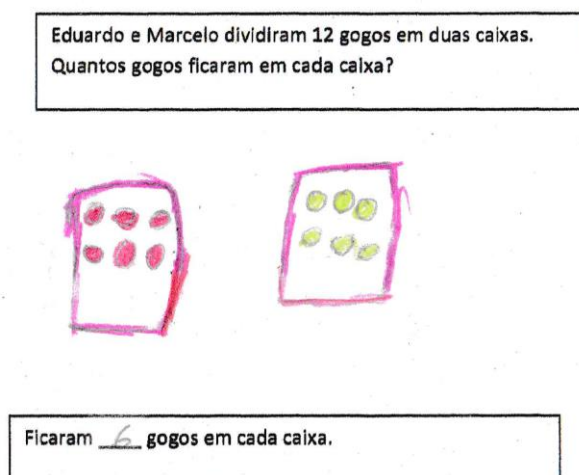


Figura 5: Resposta compatível com o gabarito do livro didático, leitura coletiva default

Doze alunos fizeram uma leitura distinta, possivelmente guiada por uma leitura distributiva. Fizeram a distribuição dos gogos em duas caixas com 12, totalizando 24 itens, ao invés de distribuírem o total de 12 itens. Na resposta final, na sentença que continha o quantificador *cada*, os alunos aplicaram raciocínio aditivo, similarmente, ao que foi realizado nos exemplos anteriores por alunos mais velhos.

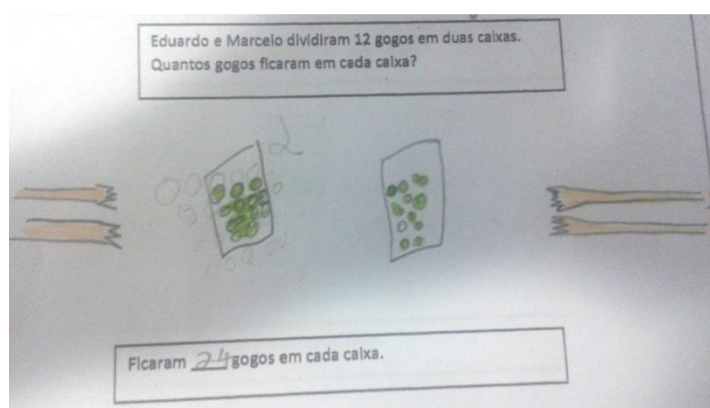


Figura 6: Resposta guiada pela distributividade dos elementos agentes

Um aluno teve outra interpretação e aplicou raciocínio distributivo não apenas aos objetos, mas também aos recipientes, interpretando que seriam 12 itens para cada sujeito e também 2 caixas para cada. Este completou a resposta final com

o número correspondente ao total de elementos e não ao quociente, indicando que não compreendeu a carga semântica do quantificador *cada*.

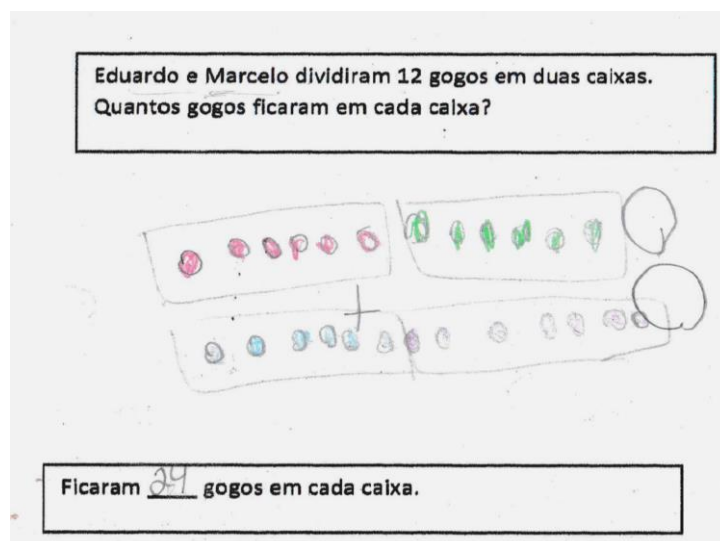


Figura 7: Resposta guiada pela distributividade dos elementos agentes e dos objetos

Esses são apenas alguns exemplos dos cotidianos “erros” que crianças em idade escolar apresentam em questões de resolução de problemas matemáticos. Em tarefas escritas em notação matemática e que exigem raciocínio matemático distributivo, como por exemplo, expressões numéricas e resolução direta de algoritmos, os alunos não costumam apresentar tantas dificuldades. O problema parece estar no processamento linguístico e na compreensão de algumas estruturas da língua, presentes nos enunciados das questões, além da própria ambiguidade presente em alguns problemas.

Poucos trabalhos se preocupam em investigar experimentalmente a relação entre linguagem e raciocínio matemático, focalizando contextos específicos em que essas estruturas linguísticas aparecem. Esta dissertação objetiva fazer tal investigação e o recorte dado neste projeto delimita-se às situações-problemas que envolvem as ideias de divisão partitiva e divisão por quotas.³

O dia a dia em sala de aula indica que os alunos apresentam mais dificuldades em resolver problemas de divisão como medida do que problemas de distribuição. No entanto, na área de cognição matemática não há consenso a respeito do grau de

³ O conceito de divisão partitiva refere-se à distribuição de um dado número de itens em subcoleções, o que resulta em um quociente. Além desse tipo de divisão, a literatura aponta também a divisão por quotas na qual é determinado quantas subcoleções de tamanho fixo podem ser criadas a partir de uma dada coleção (Cormas, 2014). Esses conceitos serão retomados no capítulo 4.

difficuldade de cada uma dessas ideias de divisão. Autores como Fischbein, Deri & Marino (1985) apontam que a distribuição é o conceito mais prototípico de divisão e, por isso, mais simples de ser compreendido pelos alunos. Já outros autores como Zweng (1964) e Burgeois & Nelson (1977) indicam que medir quantas vezes um determinado número cabe em um todo é mais simples e facilita o aprendizado do outro conceito de divisão. A questão de pesquisa desta dissertação é, portanto, investigar se o nível de desempenho dos alunos nos dois tipos de enunciados difere nos contextos originais dos livros didáticos e se, em contextos com o mesmo grau de complexidade gramatical para ambos os enunciados, o desempenho dos alunos é alterado. A seguir explicitamos os objetivos deste trabalho.

1.1

Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral examinar o papel da língua em tarefas de resolução de problemas matemáticos de divisão. Em termos de objetivos específicos, busca-se examinar os seguintes pontos:

- (i) se o desempenho dos alunos na resolução de problemas de divisão partitiva e de divisão por quotas em contextos que mantêm a estrutura linguística utilizada nos livros didáticos é ou não equivalente
- (ii) se o desempenho dos alunos na resolução de problemas de divisão partitiva e de divisão por quotas, em contextos em que ambos os enunciados são gramaticalmente estruturados da mesma forma, é ou não equivalente
- (iii) se há um tipo de leitura privilegiada no processamento de expressões nominais coordenadas em contextos de enunciados de problemas matemáticos

1.2

Organização do trabalho

A dissertação está organizada da seguinte maneira: o capítulo 2 discute as habilidades de senso numérico e *dealing*, tidas como fundamentais para o desenvolvimento da capacidade matemática e apresenta algumas tarefas matemáticas que as crianças já são capazes de solucionar antes da escolarização. O capítulo 3 aborda questões pertinentes à resolução de problemas matemáticos, focalizando que tipos de conhecimento estão envolvidos nesse tipo de tarefa e dando especial atenção ao papel da complexidade gramatical na compreensão dos enunciados. O capítulo 4 apresenta os dois conceitos de divisão investigados neste trabalho: divisão partitiva e divisão por quotas. O capítulo 5 apresenta a análise linguística conduzida nos problemas de divisão presentes em três livros didáticos. O capítulo 6 apresenta a metodologia dos experimentos e seus resultados e o capítulo 7, as considerações finais.

2

Conhecimento matemático anterior à escolarização: o que a criança já sabe?

As primeiras habilidades relacionadas à competência matemática emergem muito cedo nas crianças, muito antes do ingresso na escola. Dessa forma, é importante que o ensino escolar da matemática leve em consideração as capacidades numéricas que a criança já traz consigo, fazendo com que essas sirvam como a base para o aprendizado de outros conhecimentos matemáticos. Como o presente trabalho focaliza a resolução de problemas de divisão, um dos conteúdos escolares de matemática, antes de explorarmos as questões pertinentes a esse tópico, traçaremos um panorama geral, embora longe de exaustivo, sobre algumas tarefas matemáticas que a criança é capaz de realizar antes mesmo de receber instrução formal para tal. Discutiremos as habilidades de senso numérico e de aritmética rudimentar que estão presentes em bebês e crianças em fase pré-escolar, e que muito podem contribuir para o entendimento da trajetória de construção do pensamento lógico-matemático.

2.1

Senso numérico

Andrade, Prado & Carmo (2015) apontam que as contribuições da Psicologia Cognitiva, Neuropsicologia e Neurociência Cognitiva nas últimas décadas têm construído o consenso de que as representações numéricas e o pensamento matemático nos adultos dependem da interação entre o senso numérico e a linguagem. Dessa forma, antes de apresentarmos os conceitos matemáticos de divisão, que são o foco deste trabalho, discutiremos a capacidade de senso numérico, que é anterior ao aprendizado da matemática e não está presente apenas em humanos.

O termo senso numérico foi utilizado pela primeira vez por Dantzig (1954 *apud* Devlin, 2004). O autor o definiu como a faculdade pertencente ao homem mesmo nos estágios mais inferiores de desenvolvimento, que nos permite reconhecer que algo mudou em uma pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, um objeto foi retirado ou acrescentado ao conjunto. O senso

numérico é uma dotação inata, independente dos conceitos de número e contagem, e que se caracteriza pela capacidade de distinção entre um objeto, um grupo de dois objetos e um grupo de três objetos.

É importante resaltar que há uma série de trabalhos que mostram que outras espécies animais também são capazes de operar com pequenas quantidades e avaliar diferenças de caráter não exato e proporções, tendo, portanto, senso numérico (Hauser; Carey e Hauser (2000); McComb et al (1994); Brannon & Terrace (1998); Woodruff & David (1981) e Koehler (1951).

McComb e colaboradores (1994) realizaram experimentos no Parque Nacional do Serengeti, na Tanzânia, e verificaram que leoas são capazes de comparar o número de objetos de diferentes conjuntos, habilidade que contribui para a sobrevivência da espécie. Os autores expuseram leoas a gravações de rugidos de leões e verificaram que, quando o número de rugidos distintos era maior do que o número de leoas do grupo, estas recuavam. No entanto, quando as leoas estavam em número superior aos de rugidos distintos na gravação, elas permaneciam no território, em posição de ataque. Os autores argumentam que as diferentes reações aconteceram porque os animais foram capazes de comparar o número de rugidos que ouviram com o número de leoas do próprio grupo, identificando, portanto, situações em que seria necessário fugir e situações em que o bando seria capaz de lutar contra os invasores.

Mais recentemente, Hauser, Carey e Hauser (2000) testaram 200 macacos *rhesus* e verificaram que, em tarefas de escolha entre dois recipientes com quantidades diferentes de pedaços de maçã, os macacos optam pelo recipiente com maior quantidade quando a diferença entre itens varia de 1 para 2, 2 para 3, 3 para 4 e 3 para 5. Em condições nas quais a comparação envolvia quantidades maiores como 4 e 6; 5 e 6; 4 e 8 ; 3 e 8, os macacos já não conseguem selecionar o recipiente com maior quantidade de alimento. Esses dados indicam que diferentes espécies animais conseguem distinguir e operar com pequenas quantidades.

No âmbito das investigações acerca do senso numérico em humanos, os estudos clássicos de Wynn (1992) sustentam que bebês de 5 meses de idade já são capazes de distinguir quantidades e efetuar operações aritméticas simples. No experimento desenvolvido pelo autor, um grupo de 16 bebês foi exposto a uma situação em que, primeiramente, observavam um palco de fantoches vazio e, logo em seguida, o experimentador, introduzia um boneco e, depois mais um. Um

anteparo era erguido na frente do palco, permitindo que o experimentador retirasse um dos bonecos sem que o bebê visse. Quando o anteparo era abaixado, no palco, poderia haver dois bonecos (resultado esperado) ou apenas um boneco (resultado inesperado). Um segundo grupo de 16 bebês realizou o mesmo experimento, mas, ao invés de os bonecos serem acrescentados, eles eram retirados pelos experimentadores. A cena inicial apresentava a introdução de dois bonecos no palco. Ao ser levantado o anteparo, um era retirado de modo visível para os bebês pela abertura lateral. Quando o anteparo era, finalmente, abaixado, o resultado era ou um boneco (resultado esperado) ou dois bonecos (resultado inesperado). Mediu-se o tempo em que os bebês permaneceram olhando para a cena. Verificou-se que os bebês olharam por mais tempo para as cenas com resultados incorretos do que para as cenas com resultados corretos. A autora argumenta que tais resultados comprovam que bebês de 5 meses possuem senso numérico, sendo capazes de distinguir e operar com pequenas quantidades e salienta que esta é uma habilidade inata, que funciona como base para o desenvolvimento do conhecimento aritmético posterior.

O senso numérico restringe-se à capacidade de distinguir quantidades pequenas, próximas a 4 itens, e a operar com essas quantidades em situações relacionadas à soma ou à subtração. Argumenta-se que essa capacidade, acrescida da aquisição de uma língua humana, é o que possibilita o desenvolvimento de habilidades matemáticas mais sofisticadas, como a construção da noção de número (Andrade, Prado & Carmo, 2015).

No campo da Cognição matemática, postula-se que o aprendizado aritmético também está atrelado a habilidades cognitivas primitivas, que servem como base para o desenvolvimento de conceitos de cálculo. No âmbito do aprendizado operação da divisão, foco deste trabalho, discute-se que a capacidade intuitiva de *dealing* permite que crianças, antes do ensino formal, consigam solucionar problemas de divisão. A próxima sessão é dedicada à análise dessa habilidade.

2.2

O modelo intuitivo de *dealing*

Fischbein e colaboradores (1985), no estudo clássico *The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division*, apontam que cada uma das operações fundamentais da aritmética está associada a um modelo implícito, inconsciente e primitivo. A identificação da operação necessária para a resolução de um problema com dois itens de dados numéricos acontece de forma mediada por esse modelo. O modelo impõe suas próprias restrições ao processo de escolha. Os autores assumem que os modelos associados às operações aritméticas são basicamente de natureza comportamental, o que significa que os modelos são derivados de comportamentos práticos que podem ser associados de forma efetiva com a performidade da operação. A literatura define modelo intuitivo como uma estrutura mental interna que corresponde a um conjunto de estratégias de cálculo. (Mulligan & Mitchkemoore, 1997).

Cormas (2014) pontua que crianças, mesmo antes da instrução formal, conseguem solucionar situações-problema com a ideia de divisão, através do modelo de *dealing*. Segundo o autor, *dealing* pode ser definido como uma espécie de estrutura psicológica evoluída a partir de uma estrutura social antiga que forçava os humanos a dividirem comida para sobreviverem e que contribui para o desenvolvimento do conceito formal de divisão. Davis and Pitkethly (1990) definem *dealing* como distribuição uniforme e cíclica de objetos discretos. Para os autores, o *dealing* possibilita a construção do conceito de divisão.

Cormas (2014) reporta uma série de estudos conduzidos em diferentes partes do mundo que indicam que o *dealing* é parte de estrutura psicológica herdada pela espécie humana e que, portanto, é universal. Os resultados de Hunting & Sharpley (1988) indicam que 206 crianças australianas, falantes nativas de inglês e que não haviam tido instrução formal em divisão, dividiram de forma correta 12 itens para 3 bonecas, em 60% das instâncias experimentais e que 75 crianças de quatro e cinco anos conseguiram dividir 12 biscoitos para 2 bonecas, de forma correta em 77% das vezes. Da mesma forma, crianças de tribos indígenas conseguem solucionar problemas através de *dealing*. Butterworth, Reeve, Reynolds, & Lloyd (2008) realizaram testes de conceitos numéricos com crianças de 4 a 7 anos de idade, falantes monolíngues de duas línguas australianas - Warlpiri and Anindilyakwa.

Ambas as línguas possuem poucas palavras relacionadas à contagem, limitando-se a vocábulos equivalentes a um, dois, poucos e muitos. Os resultados foram contrastados com os de crianças oriundas de tribos indígenas australianas falantes de inglês. A tarefa experimental consistia na resolução de problemas de divisão. Foi pedido que as crianças dividissem alguns discos entre três ursos de pelúcia. O número de discos variava de acordo com o *trial* experimental, podendo ir de 6 a 10 discos. Os resultados indicaram que praticamente todas as crianças conseguiram dividir 6 ou 9 itens entre os três ursos. De forma similar, nos dois grupos, as crianças apresentaram mais dificuldade para dividir 7 e 10 discos. Para os autores, os resultados podem ser explicados pela habilidade matemática herdada, *dealing*, que permite que as crianças, mesmo antes da instrução formal da divisão, consigam solucionar, com base no modelo comportamental, problemas que envolvam a operação de divisão. De acordo com Davis & Pitkethly (1990) e Frydman & Bryant (1988), a habilidade de resolver problemas de divisão por meio de *dealing* é automática e inconsciente.

É preciso ressaltar, como atenta Cormas (2014), que o ato inconsciente de *dealing* não é o mesmo que a compreensão consciente da divisão. As crianças, dessa faixa etária, solucionam os problemas de divisão, mas não entendem as relações entre quociente, dividendo, divisor e resto. Davis & Pitkethly (1990) descobriram que, quando crianças da pré-escola usam *dealing* para resolver problemas de divisão, elas não têm a consciência de que deram a mesma quantidade para cada indivíduo. Sempre que questionadas sobre a quantidade de itens recebida pelos personagens, as crianças contavam os itens de cada personagem, indicando que não percebiam que todos haviam recebido exatamente o mesmo número de itens.

Cormas (2014) tece algumas reflexões sobre a forma como se dá o ensino da matemática na escola, apontando que o conhecimento matemático que o aluno traz consigo antes da instrução formal é enorme e não pode ser ignorado pela escola. O autor argumenta que o conhecimento de *dealing* como uma habilidade inconsciente e automática é uma ferramenta importante para os educadores matemáticos, uma vez que essa pode ser utilizada como o ponto de partida para o ensino de conceitos matemáticos. Esse conhecimento inicial da criança, que não é valorizado na escola, poderia ser usado como o ponto de partida para a apresentação da aritmética formal e poderia contribuir para o maior envolvimento com o estudo da matemática, podendo até mesmo minimizar a forma negativa como os alunos veem a disciplina

e, conseqüentemente, diminuir as dificuldades apresentadas. Iniciar os conteúdos a partir do trabalho com quantidades aproximadas e com tarefas não computacionais em situações atreladas à ideia de dividir e, após o significado dessa operação ser bem estabelecido, partir para a sistematização dos termos e dos algoritmos é uma das possibilidades de contribuir para o ensino contextualizado da matemática.

Nas seções a seguir, apresentamos alguns trabalhos que sustentam, por meio de evidências experimentais, que crianças, antes mesmo do ensino formal, são capazes de realizar operações matemáticas de natureza rudimentar, operando com estimativas e proporções.

2.3

Raciocínio matemático em pré-escolares

No âmbito das pesquisas sobre conceitos matemáticos iniciais e linguagem, Barbosa (2014) aponta uma série de estudos recentes (Baroody, 2000; 2003; Mix, Hunttenlocher, Levine, 2002) que indicam que os conceitos matemáticos iniciais, de natureza informal, parecem ser fundamentais para o posterior desenvolvimento de habilidades e entendimentos mais complexos presentes nas séries mais avançadas do sistema educacional. Por isso, a autora salienta que é de suma importância investigar a trajetória do desenvolvimento cognitivo a partir dos conhecimentos informais que se refinam pelas experiências sociais, culturais e de escolarização, levando à construção de conceitos e procedimentos matemáticos formais. Esses mesmos trabalhos trazem evidências de que crianças no período da educação infantil desenvolvem conceitos quantitativo-numéricos tanto de base não verbal/não simbólica, quanto de base verbal/simbólica, os quais posteriormente serão envolvidos nos atos de contar e calcular.

Gilmore, Mccarthy & Spelke (2007) conduziram três experimentos com tarefas de aritmética simbólica aproximada com crianças em idade pré-escolar (5 a 6 anos), com o objetivo de verificar como as crianças operam com a noção não exata de número. Nas tarefas experimentais, os sujeitos foram expostos a problemas em que não precisavam, de fato, operar com os números, mas fazer uma contagem aproximada, estimando um resultado ou uma comparação entre quantidades.

No primeiro experimento, 20 crianças foram expostas oralmente a problemas de adição por estimativa com números elevados (até 98), e que seguiam

o seguinte padrão: “Se você tem 24 adesivos e eu te der mais 27, você ficará com mais ou menos de 35 adesivos?”.⁴ Os participantes conseguiram solucionar as tarefas e tiveram bom desempenho, acima do nível da chance. (65% de acertos; $p=0,012$). Os autores argumentam que esse resultado mostra que mesmo crianças ainda não expostas ao ensino formal da aritmética simbólica apresentam habilidade para resolver problemas de adição aproximada.

O segundo experimento foi conduzido no ambiente controlado do laboratório com 20 crianças, de 5 a 6 anos, de classes sociais favorecidas. Também foram utilizados problemas de adição aproximada com números até 98. Nesse estudo, além da leitura oral do enunciado pelo pesquisador, também foi utilizado apoio visual, com a representação indo-arábica dos numerais e dos personagens, como ilustrado na figura 8. O recurso visual foi utilizado porque os pesquisadores perceberam que, em experimentos anteriores, crianças dessa mesma faixa etária pareciam não compreender bem a linguagem utilizada. O resultado foi positivo e os alunos conseguiram solucionar os problemas (73.3% de acertos; $p=4 \times 10^{-6}$).

Esse experimento foi replicado no contexto escolar com crianças de classes sociais mais baixas. O desempenho dos alunos foi maior do que o nível da chance, mas um pouco inferior ao do experimento conduzido no laboratório (63,9% de acertos; $p=3 \times 10^{-7}$). O desempenho nesse teste foi contrastado com o desempenho em problemas nos quais precisam operar com a noção exata de número. Os alunos não conseguiram resolver os problemas nos quais precisavam operar com a representação exata do número, como tarefas de soma de parcelas ou a comparação entre quantidades discretas, mesmo com quantidade pequenas até 10. Tais resultados, segundo as autoras, indicam que crianças pequenas que não foram expostas ao ensino formal da aritmética conseguem solucionar problemas de adição quando não precisam operar com a noção exata de número e podem recorrer a aproximações e estimativas.

Um terceiro experimento foi conduzido visando investigar o desempenho dos alunos em tarefas de adição, subtração e comparação de quantidades aproximadas. Deste experimento, participaram 29 crianças da mesma faixa etária (5 a 6 anos). Os problemas foram apresentados verbalmente aos alunos, com apoio visual, como ilustrado na figura 9, e foram utilizados números até 98.

⁴ Do original *If you had twenty-four stickers and I gave you twenty-seven more, would you have more or less than thirty-five stickers?*

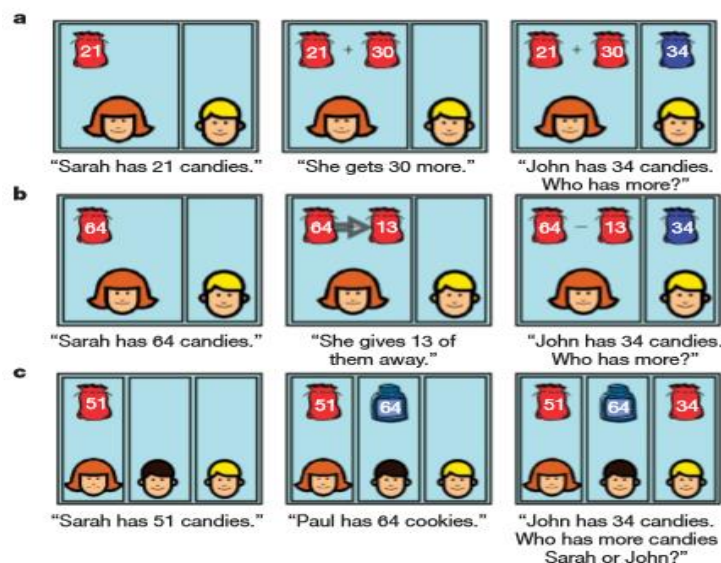


Figura 8: Exemplos dos enunciados utilizados no experimento 2 - (a) adição, (b) subtração e (c) comparação. Gilmore, McCarthy & Spelke (2007) p.589.

Das três condições experimentais, os enunciados de subtração foram os que ocasionaram maior número de erros. A taxa de acerto nos problemas de subtração foi de 67,7% ($p = 7 \times 10^{-6}$) e nos de comparação de 80,4% ($p = 1 \times 10^{-10}$). O desempenho dos alunos nos problemas de comparação não diferiu do desempenho obtido nos problemas de adição e foi maior do que nos problemas de subtração. Esse padrão de desempenho é o mesmo que foi verificado em experimentos anteriores em tarefas de aritmética não simbólica. Segundo os autores, esses padrões similares parecem sugerir que as crianças recrutam o conhecimento não simbólico de número quando são confrontadas com problemas de aritmética simbólica aproximada.

Tomados em conjunto, os resultados indicam que crianças, com diferentes perfis socioeconômicos, que já dominam o sistema de contagem, mas ainda não foram expostas ao ensino formal da aritmética, são capazes de fazer uso de seu sistema de número não simbólico para realizar problemas de adição e subtração aproximada com números elevados. Segundo os autores, ficou claro que o desempenho dos alunos em tarefas de aritmética simbólica aproximada não depende do conhecimento exato de número, já que quando os alunos foram submetidos a tarefas que exigiam a soma de parcelas ou a comparação entre quantidades discretas, eles não conseguiram resolver.

Para as autoras, tais resultados sugerem que a dificuldade em aritmética decorre das exigências de operação com representações exatas de número, uma vez que quando não foi necessário precisar a quantidade, as crianças conseguiram

solucionar problemas de adição e subtração. As autoras pontuam que os professores da escola onde os experimentos foram aplicados ficaram surpresos tanto com o desempenho dos alunos quanto com a motivação destes em realizar as tarefas. É preciso atentar que o currículo escolar tende a priorizar a memorização de fatos básicos e tabuadas com números pequenos, quando, na verdade o conhecimento não simbólico da criança é muito maior e permite com que ela consiga operar com quantidades maiores de forma aproximada. Dessa forma, Gilmore, McCarthy & Spelke (2007) apontam que o uso da aritmética simbólica em sala de aula pode se constituir como uma fonte de envolvimento das crianças com a matemática formal e com um artifício essencial para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.

No âmbito do estudo da operação da divisão, diversos estudos mostram que trabalho com quantidades não discretas é fundamental para o raciocínio matemático e se constitui como base para a construção das noções iniciais de probabilidade e proporção (Correa, Spinillo, Brito & Moro, 1998; Singer, Kohn & Resnick, 1997; Spinillo & Bryant, 1991). Baseado nesse quadro teórico, Corrêa & Meireles (2000) argumentam que tarefas nas quais a aritmética não é requisito para a resolução são facilmente solucionadas por crianças pré-escolares, uma vez que para estas é mais fácil raciocinar com base em estimativas do que realizar o cálculo com o valor absoluto do número. As autoras ressaltam que o trabalho com estimativas é fundamental para a construção inicial das noções de probabilidades e proporção, conceitos importantes para o aprendizado da divisão.

Com o objetivo de investigar a compreensão intuitiva que crianças de 5 a 7 anos têm da divisão partitiva com quantidades contínuas, as autoras conduziram um estudo com 61 alunos de uma escola pública da cidade do Rio de Janeiro, sendo 20 crianças de 5 anos, 22 de 6 anos e 19 de 7 anos. Nesse estudo, a investigação não foi conduzida com base em tarefas de cálculo, mas sim na análise do processo de divisão em termos relativos, por meio das relações *mais que* e *menos que*. Manteve-se o dividendo constante e os sujeitos tiveram que estimar a relação entre o número de divisores e o tamanho do quociente, o que implica em perceber que a relação entre divisor e quociente é inversamente proporcional, de modo que quanto maior for o divisor, menor será o quociente.

Na tarefa experimental, a criança era exposta a dois grupos de bonecos (um grupo de meninos e outro de meninas) dispostos em diferentes lados da mesa. Cada

grupo de bonecos recebia uma quantidade de chocolate e suco, e a criança era questionada sobre o tamanho relativo das partes destinadas a cada boneco. Havia duas condições experimentais, nomeadas de “mesma” e “diferente”. Na condição “mesma”, cada grupo de bonecos tinha o mesmo número de elementos e, na condição diferente, cada grupo de bonecos tinha um número distinto de elementos, podendo variar de 2 a 4 bonecos. Controlou-se também a natureza das quantidades que seriam divididas, por meio de duas condições: contextos numéricos (números de pedaços de chocolate e números de copos de suco) e contextos de tamanho (tamanho do pedaço da barra de chocolate e quantidade de suco na garrafa). O pesquisador questionava à criança se os meninos ou as meninas iriam receber mais chocolate/suco. Além de julgar em termos relacionais, a quantidade de chocolate ou suco a ser recebida por cada boneco, as crianças também precisavam justificar suas respostas.

Os dados foram analisados de três formas distintas: análise do número de acertos, análise dos erros e análise das justificativas. Os resultados da primeira análise indicaram que o índice de acertos aumenta progressivamente com a idade. Não houve diferença entre os contextos numéricos e de tamanho, mas a condição em que os dois grupos tinham a mesma quantidade de bonecos acarretou maior número de respostas corretas do que a condição diferente. No que tange aos erros cometidos, verificou-se que as crianças de 5 anos cometem indistintamente erros por afirmar que quanto maior o divisor maior será o quociente (*“A menina vai receber mais porque tem mais meninas”*) e por não perceber que a diferença no número de bonecos influenciará na distribuição das quantidades (*“Vão ganhar igual porque a barra de chocolate é igualzinha”*). A partir dos 6 anos, já começa a haver um predomínio do erro que pontua que quanto maior o divisor, maior será o quociente. A análise das justificativas indicou que as crianças de 5 anos formulam, predominantemente, “não justificativas” ou justificativas idiossincráticas, que não fornecem nenhuma relação relevante do ponto de vista matemático para a resolução da tarefa (*“Vão ganhar é igual porque é certo e eles não vão brigar”* ou *“Os meninos vão ganhar mais porque eu gosto mais dos meninos”*). O índice desse tipo de justificativa diminui progressivamente com a idade, sendo 35,98% aos 6 anos e apenas 15% aos 7. Nos participantes de 6 e 7 anos há predominância das justificativas em que são expressas uma relação entre divisor e quociente, podendo ser correta ou não. Como por exemplo, *“Eles ganham mais porque têm 2 meninos*

e 3 meninas, então vai sobrar mais chocolate para os meninos”, expressão correta da relação, ou *“Ela vai receber mais porque têm mais menina do que menino*”, onde a relação é expressa de forma errônea. Segundo as autoras, os resultados encontrados possibilitam o delineamento de um quadro teórico acerca do desenvolvimento inicial da criança em estabelecer comparações e fazer julgamentos relativos sobre o processo de divisão em tarefas que não envolvem cálculo numérico. Corrêa e Meirelles (2000) destacam que no período de 5 a 7 anos acontecem importantes desenvolvimentos na forma como as crianças raciocinam sobre relações elementares entre as quantidades no processo de divisão com termos relativos, tanto em termos de número de acertos, quanto no tipo de justificativa dada. No âmbito do desenvolvimento cognitivo, há uma conexão entre a experiência da criança em repartir e o uso do esquema de correspondência como ferramentas básicas e iniciais para o estabelecimento de comparações e inferências acerca de quantidades envolvidas em situações de divisão.

Segundo as autoras, os resultados mostram que as crianças, diferentemente do que se poderia esperar numa perspectiva linear do ensino da aritmética, podem desenvolver um conhecimento informal acerca da operação de divisão a partir do uso de estimativas. Esse conhecimento pode ser muito útil para que a criança possa, inclusive, avaliar a plausibilidade do cálculo realizado quando estiver dominando o uso do algoritmo, aprendido nos anos de escolaridade subsequentes. Corrêa & Meireles (2000) destacam ainda, assim como Cormas (2014), que o modelo primitivo de divisão e as experiências em situações de partilha são aspectos distintos do entendimento formal da operação da divisão. Segundo as autoras, tais aspectos, embora necessários, não são suficientes para que a criança entenda as relações estabelecidas entre os termos envolvidos em situações de divisão.

Os trabalhos aqui reportados e vários outros que também exploram o raciocínio matemático em crianças pequenas ressaltam que essas conseguem operar com quantidades pequenas e/ou numerosidades aproximadas tanto em tarefas de adição, como de subtração e divisão. No âmbito da Psicologia Cognitiva, os trabalhos apontam que esses resultados são decorrentes da existência de dois sistemas não verbais para a representação de número: um sistema que permite representar os números de forma aproximada e outro que fornece informações sobre pequenas quantidades exatas (Izard et al, 2008; Marcilese, 2011). Diversas teorias têm sido discutidas acerca das possibilidades de combinação das representações

provenientes desses dois sistemas e suas implicações para a cognição humana. Uma das principais teorias sobre essa questão é a hipótese dos sistemas nucleares⁵, desenvolvida pela psicóloga cognitiva Elizabeth Spelke. Segundo a autora, a língua possui um papel ferramental no desenvolvimento cognitivo, permitindo que a combinação das representações fornecidas pelos dois sistemas básicos de processamento de numerosidade e a consequente configuração de uma cognição numérica sofisticada e distintiva da espécie humana, que vai além desses dois sistemas nucleares, podendo codificar, manipular e operar com grandes quantidades exatas.

Neste capítulo, apresentamos, de forma geral, discussões acerca da capacidade matemática de crianças antes da escolarização, com o objetivo de ressaltar que a compreensão de situações-problemas matemáticas não depende essencialmente do ensino formal da aritmética. Crianças que ainda não foram expostas ao ensino formal das operações matemáticas conseguem utilizar estratégias não algorítmicas e encontrar respostas corretas para as situações-problema. Buscamos caracterizar parte das capacidades e conhecimentos matemáticos que a criança apresenta muito antes do ensino formal e mostrar que as habilidades matemáticas não seguem ordens lineares e atreladas unicamente à hierarquia estabelecida nos currículos escolares, isto é, a criança é capaz de somar, subtrair e dividir, antes mesmo que tenha sido ensinada ou “treinada” a fazer isso. Vimos que a passagem desse estágio aritmética rudimentar que crianças pré-escolares dominam para o estágio de operação com números exatos e a realização de cálculos mais complexos parece estar atrelada à aquisição da linguagem. Como nosso foco de investigação reside em tarefas que lidam com a manipulação e representação de quantidades em tarefas escolares, nossa intenção nesse capítulo, foi situar algumas habilidades matemáticas que a criança, antes da escolarização, já apresenta. Nos próximos capítulos, nossa atenção se volta para a relação da linguagem no desempenho de crianças já alfabetizadas em tarefas de resolução de problemas. Assim, o referencial teórico adotado no capítulo seguinte se baseia em trabalhos na área da Linguística e da Educação matemática. Exploraremos a relação

⁵ Limitamo-nos apenas a mencionar a discussão da hipótese dos sistemas nucleares, já que o detalhamento sobre esse ponto foge ao escopo deste trabalho. Para uma visão completa dessa hipótese, indicamos a leitura de Spelke (1994; 2003) e Marcilese (2011).

entre linguagem e matemática, focalizando o efeito que a complexidade gramatical dos enunciados pode acarretar no desempenho matemático dos alunos.

3

Na escola: o que o aluno precisa saber para resolver problemas de matemática?

No capítulo anterior, discutimos os tipos de tarefas matemáticas que a criança é capaz de desempenhar antes da escolarização. Neste capítulo, nossa atenção se volta para a resolução de problemas matemáticos por alunos em fase escolar.

Moura (2007) argumenta que em tarefas de resolução de problemas matemáticos muitas capacidades cognitivas estão envolvidas. A autora, que vem desenvolvendo importantes trabalhos na área de Educação matemática, com foco nos tipos de dificuldades de aprendizagem, argumenta que, no âmbito dos problemas escritos, é necessário considerar os aspectos da leitura e da compreensão de enunciados. O sujeito deve compreender o que está sendo expresso no enunciado e a partir dessa informação verbal estabelecer relações matemáticas, elaborar estratégias e planos de ação, tomar decisões escolhendo a opção que lhe dará o melhor resultado.

O psicólogo cognitivo Richard Mayer tem se dedicado ao estudo de teorias de cognição e aprendizado e oferece contribuições relevantes para a investigação da interface linguagem-matemática. Em seu texto clássico *Thinking, problem solving and cognition* (1992), o autor aponta que a compreensão do enunciado matemático é o primeiro passo para sua resolução. Segundo Mayer, para compreender uma questão matemática, o sujeito precisa traduzir a linguagem expressa em informações matemáticas, o que requer o uso de 3 tipos de conhecimento: linguístico, semântico e esquemático. O conhecimento linguístico refere-se ao conhecimento da estrutura gramatical da língua na qual o enunciado está redigido, à compreensão e interpretação desta e ao estabelecimento de relações entre linguagem e as informações matemáticas. O conhecimento semântico é caracterizado pelo conhecimento de como a linguagem codifica e expressa fatos do mundo e é ativado na compreensão do problema, à medida que possibilita a realização de inferências semânticas e pragmáticas, através do acionamento de conhecimentos aprendidos no dia a dia. O conhecimento esquemático informa o leitor sobre qual é o tipo de problema a ser resolvido, isto é, quais são os dados úteis

e quais são as ações necessárias para obter a resolução. Os esquemas se constituem como conhecimentos representados na memória e são essenciais para a resolução de novas situações-problemas. Segundo o autor, a dificuldade de alguns alunos na compreensão dos enunciados escritos dos problemas aritméticos pode ter sua origem na falta de domínio em relacionar elementos linguísticos e informações matemáticas.

Krutetskii (1976 *apud* Brito, Fini e Garcia, 1994), no entanto, ressalta que a compreensão do enunciado não é suficiente para resolver problemas matemáticos. De modo que, segundo o autor, um nível elevado de desenvolvimento do pensamento lógico-verbal, embora seja uma condição necessária para a resolução do problema, não determina, por completo, a capacidade matemática, sendo necessárias também outras habilidades, como por exemplo: flexibilidade do pensamento matemático, habilidade para alcançar e abreviar passos da resolução e memória específica para elementos matemáticos. Por outro lado, o autor argumenta também que baixo nível no raciocínio lógico-verbal tende a dificultar a compreensão e a habilidade matemática, uma vez que a compreensão do enunciado é anterior à compreensão da natureza matemática do problema. Vergnaud (1986) também traz contribuições nessa direção, ressaltando que a compreensão do conceito não é mediada apenas pela representação linguística e sim pela junção do conjunto de situações no qual o conceito pode ser aplicado, com as invariantes lógico-operatórias e com as representações simbólicas.

Brito, Fini e Garcia (1994), com base em trabalhos que exploram a interface linguagem-matemática (Krutetskii, 1976; Davis-Dorsey & Morrison, 1991), elaboraram um modelo para o processo de resolução de problemas matemáticos por escrito, que destaca a relação entre raciocínio verbal e raciocínio matemático (ver figura 7).

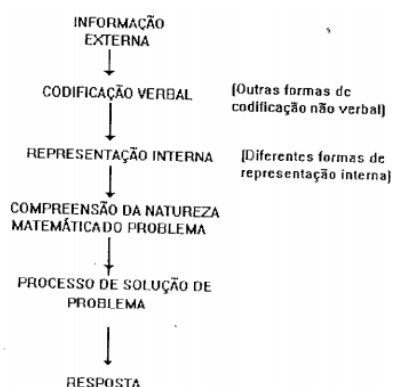


Figura 9: Modelo do processo de resolução problemas matemáticos. (Brito, Fini e Garcia, 1994, p. 43)

Segundo esse modelo, o primeiro passo para a resolução de um problema matemático consiste na identificação das informações verbais escritas e/ou visuais externas. O passo seguinte é a codificação verbal, na qual é produzida a compreensão do problema. Nessa etapa, cada um dos elementos sintáticos é identificado e compreendido, mas ainda não há uma representação matemática correspondente às sentenças. Na etapa seguinte, compreensão da natureza matemática do problema, acontecem as representações matemáticas, algébricas e/ou geométricas do problema, por meio da identificação dos dados relevantes, dos dados acessórios e do tipo de relação estabelecida entre eles. Ao fim dessa etapa, o sujeito tem as ferramentas necessárias para solucionar o problema e formular sua resposta final.

O caráter processual desse modelo evidencia que a resolução de problemas requer uma sequência de atividades analítico-sintéticas de nível superior ao exigido para a resolução de operações algorítmicas, nas quais o processo de resolução é iniciado diretamente nas duas últimas etapas do esquema. A resolução de problemas matemáticos, por implicarem na interligação de componentes lógico-matemáticos e componentes linguísticos, se constitui como um bom campo para a investigação da interface linguagem-matemática.

No âmbito das pesquisas na área de Educação, Lorensatti (2009) reforça a ideia de que o enunciado do problema deve ser abordado também linguisticamente, pois, no interior de seu enunciado, existem uma sintaxe e uma semântica. Essa sintaxe e essa semântica são os instrumentos dos quais os alunos devem fazer uso para buscar uma solução para a tarefa. Daí a necessidade de investigação acerca das propriedades linguísticas e do custo de processamento das estruturas sintáticas presentes nos enunciados matemáticos, com o objetivo de analisar diferentes possibilidades de leitura e ambiguidades estruturais e lexicais.

Segundo Cândido (2011), é possível atribuir à linguagem materna dois papéis em relação à matemática. A autora argumenta que a língua materna é tanto o código no qual são lidos os enunciados, na qual são feitos os comentários e a qual permite interpretar o que se ouve ou lê de modo preciso ou aproximado, como é também parcialmente aplicada no trabalho matemático, já que os elos de raciocínio matemático apoiam-se na língua, em sua organização sintática e em seu poder dedutivo. No âmbito dos estudos pedagógicos, Fruet (2003) ressalta que, algumas

vezes, o aluno não resolve problemas de matemática não porque não saiba matemática, e sim porque não sabe ler ou não consegue compreender o enunciado do problema. Ele sabe resolver as operações básicas, porém, ao ler o problema, não sabe o que fazer.

Assumindo, assim como Kleiman (1997), que é também papel do professor criar oportunidades que permitam o desenvolvimento de processos cognitivos que levem à compreensão, a proposta de conduzir investigações experimentais, de caráter psicolinguístico, que apresentamos nesta dissertação, tem potenciais aplicações no campo do ensino e pode contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas nas quais o aluno seja capaz de conectar sua linguagem, seu conhecimento e suas experiências pessoais com a linguagem da classe e da área de conhecimento que se está trabalhando (Cândido, 2011).

Retomando as reflexões de Mayer (1992), que apresenta três tipos de conhecimento necessários para a compreensão de um enunciado matemático: linguístico, semântico e esquemático, no presente trabalho, nosso foco de análise recai, sobretudo, no conhecimento linguístico. Isto é, sobre a compreensão e interpretação da estrutura gramatical no qual o enunciado foi redigido. Para tanto, na próxima seção, apresentamos um conjunto de trabalhos que, visando investigar a interface linguagem-matemática, manipularam a estrutura gramatical de enunciados com o objetivo de verificar até que ponto a linguagem influencia no desempenho matemático.

3.1

A influência da complexidade gramatical na resolução de problemas matemáticos

Pesquisas na área de educação, com foco em dificuldades de aprendizagem, têm buscado adaptar a linguagem utilizada nos enunciados matemáticos (Abedi, Lord & Hofstetter, 1998; Abedi & Lord, 2001, 2005; Martinello, 2009). No entanto, na Linguística há ainda poucas pesquisas que se ocupem dessa questão. Os poucos trabalhos que se ocupam desse tema fazem as adaptações linguísticas, prioritariamente, buscando reduzir a complexidade lexical (número de palavras de baixa frequência, palavras ambíguas e polissêmicas, expressões idiomáticas) e a complexidade sintática (tamanho das sentenças, tamanho dos sintagmas nominais,

número de sintagmas preposicionados, número de modificadores no participio e presença de sentenças sintaticamente complexas, como relativas, completivas, adverbiais e condicionais). Esse é um campo de pesquisa que tem potenciais aplicados muito amplos, mas que apresenta ainda poucas investigações.

Abedi & Lord (2001) investigaram a importância da linguagem em tarefas de resolução de problema matemáticos. Os autores conduziram dois experimentos nos quais as estruturas linguísticas presentes em enunciados do Programa Nacional de Avaliação em Matemática dos EUA (NAEP) foram manipuladas, com o objetivo de reduzir a complexidade linguística das sentenças. As modificações realizadas consistiram, basicamente, no uso de vocabulário mais frequente, na mudança da voz verbal passiva para ativa, na redução de sintagmas nominais, na substituição de orações condicionais e relativas por orações coordenadas.

No primeiro experimento, os participantes, 36 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental de quatro escolas de Los Angeles, foram instruídos a selecionar, dentre duas situações-problema, qual escolheriam para responder em uma prova e com limite de tempo. Os alunos preferiram os enunciados modificados, em 63% das vezes e os enunciados originais, em apenas 37%.

No segundo experimento, os sujeitos, 1174 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental de 11 escolas de Los Angeles foram instruídos a resolver 25 problemas de matemática, no período de uma hora. Dos 25 estímulos, 10 eram enunciados originais, 10 eram modificados e 5 distratores. Foram utilizadas como variáveis grupais desse estudo a classe econômica dos alunos (classes mais abastadas e classes menos abastadas), o nível de proficiência na língua inglesa (falantes nativos de inglês e falantes de inglês como 2ª língua) e o nível de desempenho nas aulas de matemática (desempenho regular e alto desempenho). Verificou-se que a média de acerto dos participantes, no geral, foi de 14,01. A diferença entre o número de acertos nos itens modificados e nos itens originais foi estatisticamente significativa ($p=.003$), com desempenho mais elevado nos itens modificados. O grupo de estudantes falantes nativos de inglês apresentou maior taxa de acerto (15,14) quando comparado ao grupo de alunos que tinha inglês como segunda língua (11,56). A comparação entre as variáveis classe econômica indicou que alunos de classes sociais mais favorecidas tiveram maior taxa de acerto (14,96) do que os alunos de classes desfavorecidas socioeconomicamente (12,47). O nível de desempenho nas aulas de matemática foi a variável que gerou diferenças mais

expressivas, tendo a taxa de acerto variado de 5,21 nas turmas de menor desempenho a 21,33 nas turmas mais avançadas.

Os resultados dos experimentos indicam que a modificação da estrutura linguística dos enunciados afeta o desempenho dos alunos. Constatou-se que, no geral, estudantes de inglês tiveram desempenho inferior aos falantes nativos de inglês; que as modificações linguísticas favoreceram mais os alunos com baixo desempenho nas aulas de matemática e os alunos oriundos de classes econômicas mais baixas. Segundo os autores, os resultados são compatíveis como a hipótese de que a habilidade linguística é um facilitador da habilidade matemática e que, por isso, a simplificação linguística teve pouco efeito nos alunos com alto desempenho em álgebra. De modo que, alunos mais favorecidos economicamente, falantes nativos e com bom desempenho em matemática, por possuírem amplas habilidades linguísticas, não tiveram problemas em compreender os enunciados originais. Já os alunos que não possuíam um domínio tão grande sobre a língua foram beneficiados pela reestruturação dos enunciados. Os autores pontuam que tais resultados ilustram a relação existente entre habilidades de leitura e resolução de problemas matemáticos e argumentam que é fundamental que essa comprovada relação entre linguagem e cognição matemática seja um ponto crucial na pesquisa e práticas no campo da educação matemática.

No âmbito dos trabalhos em Psicolinguística, Correia (2004) argumenta que para compreender um enunciado não basta ter conhecimento do significado de todas as palavras que o constituem, é fundamental compreender os padrões de constituição da estrutura sintática. A autora aponta que os padrões de organização e as regras específicas de combinação das palavras, numa estrutura hierárquica em que as categorias gramaticais estão organizadas, determinam a complexidade da estrutura sintática.

Partindo do pressuposto teórico de que construções que apresentam maior grau de complexidade sintática induzem um baixo nível de compreensão, Correia (2004) testou de que modo estruturas passivas afetam o processo de compreensão dos enunciados de problemas de matemática. O estudo foi aplicado a alunos portugueses de diferentes níveis de escolaridade (4º, 6º e 9º anos) e também a um conjunto de professores, que funcionou como grupo controle. No total, 80 pessoas participaram do estudo. Para compor o *corpus* utilizado no experimento, foram selecionados exercícios dos manuais didáticos utilizados em cada um dos anos de

escolaridade analisados. Os enunciados foram organizados em três testes, sendo cada teste formado por quatro exercícios em que predominavam, respectivamente, estruturas ativas, estruturas passivas perifrásticas e passivas pronominais. Além de resolverem o enunciado matemático, os participantes foram submetidos a uma tarefa linguística. Essa tarefa consistia em responder a perguntas de compreensão sobre o enunciado. As perguntas eram do tipo “Quem ofereceu?”; “O que foi oferecido?” e “A quem se ofereceu?”. Essa tarefa linguística tinha como objetivo verificar se os participantes interpretavam corretamente os enunciados, através da identificação dos argumentos nucleares do verbo e também de seus argumentos opcionais.

Os resultados foram submetidos a três análises distintas. Primeiramente, analisou-se, isoladamente, o domínio do raciocínio lógico (tarefa de resolução dos problemas) e o domínio da compreensão (respostas às perguntas de compreensão). Posteriormente, estabeleceu-se uma associação entre os dois domínios. No âmbito do raciocínio matemático, procurou-se verificar se a acurácia das respostas variava em cada teste, isto é, em que medida as estruturas sintáticas utilizadas nos enunciados influenciaram no desempenho do raciocínio lógico. De forma geral, todos os grupos obtiveram melhor desempenho no teste com estruturas ativas do que nos testes com passivas e os resultados no teste 3 (com passivas pronominais) foram piores do que no teste 2 (passivas perifrásticas). A diferença de desempenho entre os testes só foi significativa para o grupo de 2º ano, mas nos demais se manteve a mesma tendência.

Na tarefa de compreensão linguística, foram encontrados resultados similares, tendo havido melhor desempenho, em todos os grupos, no teste 1, que continha sentenças ativas e o pior índice de acertos aconteceu no teste 3, com estruturas passivas pronominais. No teste 1, verificou-se o maior número de respostas corretas no que tange à identificação dos vários argumentos dos verbos. Segundo a autora, o menor número de respostas corretas nessa tarefa nos testes 2 e 3 pode ser interpretado como um indício da complexidade de estruturas passivas. A autora aponta também que um possível motivo para o baixo desempenho nos testes 2 e 3 foi a ausência de um argumento com função semântica de agente.

O tempo utilizado na resolução de cada teste também foi tomado como variável dependente. Verificou-se que todos os grupos gastaram mais tempo na resolução do teste 3 (passivas pronominais).

A relação entre o processo de compreensão das construções passivas e a idade e o nível de escolarização dos sujeitos também foi validada. Correia ressalta que os resultados mais baixos tanto no domínio da compreensão quanto no de raciocínio lógico foram obtidos pelos alunos do 4º ano, com melhores resultados no teste 1, seguido pelo teste 2 e, com baixo desempenho no teste 3. Nos demais grupos, a mesma tendência foi mantida, com redução no número de erros.

Os resultados da terceira análise apontaram uma forte associação entre o domínio da compreensão e o domínio do raciocínio lógico. Segundo a autora, os resultados podem ser tomados como evidências de que o desempenho em tarefas de resolução de problemas é condicionado pelo tipo de estrutura sintática na qual o enunciado foi escrito.⁶ No entanto, é preciso ressaltar que a falta de um controle mais robusto nos estímulos utilizados é um ponto crítico do trabalho de Correia. Não foi focalizada nenhuma operação aritmética em específico e nem controladas as razões numéricas utilizadas em cada problema. Além disso, a complexidade dos conteúdos trabalhados em cada um dos anos de escolaridade testados também é bastante diversa, o que pode ter interferido nos resultados encontrados.

Os resultados de Correia mostram que a interferência da complexidade gramatical dos enunciados diminui com a experiência escolar, de modo que os alunos das séries mais avançadas não são tão beneficiados pelas adaptações linguísticas quanto os alunos mais novos. Esses resultados são compatíveis com os encontrados por Davis-Dorsey e Morrison (1991), no estudo clássico *The role of rewording and context personalization in the solving of mathematical Word problems*, no qual os autores encontram evidências experimentais compatíveis com a hipótese de que reformulação do enunciado do problema matemático tem maior

⁶ Em Português brasileiro, um trabalho sobre processamento de passivas em enunciados matemáticos está sendo desenvolvido por Souza e Augusto e resultados preliminares foram apresentados na sessão Linguagem e Cognição do último Encontro Nacional de Aquisição da Linguagem realizado em 2016, na UFSC. As autoras compararam o uso de sentenças ativas, passivas pronominais e passivas perifrásticas. Verificou-se que o desempenho dos alunos na resolução dos problemas é influenciado pelo tipo de estrutura linguística utilizado nos enunciados, de modo que há maior número de acertos nos enunciados compostos por estruturas ativas e os dois tipos de sentenças passivas influenciam na compreensão dos problemas, dificultando a resolução.

efeito no desempenho de alunos mais novos do que de alunos mais velhos. Os autores conduziram um experimento com 68 alunos americanos do 2º ano do Ensino Fundamental e com 59 alunos do 5º ano, no qual buscaram investigar efeitos de personalização do contexto e reformulação dos enunciados dos problemas no desempenho dos alunos.

A hipótese dos autores era que os alunos mais novos, do 2º ano, por serem menos experientes em tarefas de resolução de problemas escritos, seriam beneficiados tanto pela personalização do contexto quanto pela reformulação dos enunciados. Já os alunos do 5º ano, por serem mais experientes nesse tipo de tarefa, se beneficiariam apenas pela personalização dos contextos situacionais. Para personalizar os problemas, antes do experimento, os autores pediram para que todos os alunos respondessem a um questionário biográfico. Nesse questionário, foram solicitadas informações como: filmes preferidos, melhores amigos, nome dos animais de estimação, comida favorita e entre outras. Essas informações foram utilizadas para personalizar o contexto dos problemas, de modo que os personagens que apareciam na escrita original dos problemas dos livros didáticos foram substituídos por nomes de pessoas do convívio do aluno, bem como as situações descritas nos enunciados. Um exemplo do modelo de personalização dos enunciados utilizado é representado abaixo:

Enunciado original: John andou $\frac{3}{5}$ de um quilômetro para ir ao cinema. Depois andou até a casa do Mike. John andou $\frac{4}{5}$ de um quilometro no total. Qual distância John percorreu do cinema até a casa do Mike?⁷

Enunciado com o contexto personalizado: *(Nome do melhor amigo do aluno)* andou $\frac{3}{5}$ de um quilômetro para assistir *(nome do filme favorito do aluno)* no cinema. Depois andou até a casa do *(nome de outro amigo)*. *(Nome do melhor amigo do aluno)* andou $\frac{4}{5}$ de um quilometro no total. Qual distância João percorreu do cinema até a casa do *(nome do outro amigo)*?

O objetivo da personalização dos problemas foi aproximar mais os enunciados da realidade dos alunos e motivá-los a realizar a tarefa. Já a reformulação dos enunciados teve como objetivo criar exercícios mais claros e

⁷ Do original *John walked $\frac{3}{5}$ of a mile to see a movie. Later he walked to Mike's house. John walked $\frac{4}{5}$ of a mile altogether. How far did John walk from the movie to Mike's house?*

evidenciar melhor as relações existentes entre os dados numéricos do problema, que pudessem ser contrastados com os enunciados originais dos livros didáticos, que, geralmente, são breves, ambíguos e requerem pressuposições textuais. As modificações realizadas variaram de acordo com o padrão estrutural e a natureza dos enunciados. Alguns exemplos das modificações realizadas e suas razões são explicitados na tabela a seguir. Apresentamos os enunciados em português (tradução nossa) e logo em seguida os originais em inglês.

Padrão do Enunciado	Enunciado reformulado	Razão para a reformulação
<p><i>Change-start unknown</i></p> <p>Sam deu 13 pêssegos para Ellen. Agora, ela tem 31 pêssegos. Quantos pêssegos Ellen tinha no início?</p> <p><i>Sam gave Ellen 13 peaches. Now she has 31 peaches. How many peaches did Ellen have in the beginning?</i></p>	<p>Ellen tinha alguns pêssegos. Ela recebeu mais 13. Agora, ela tem 31 pêssegos. Quantos pêssegos Ellen tinha no início?</p> <p><i>Ellen had some peaches. She was given 13 more peaches. Now she has 31 peaches. How many peaches did Ellen have in the beginning?</i></p>	<p>A sentença <i>Ellen tinha alguns pêssegos</i> estabelece a existência de um subconjunto no início do problema, antes que a quantidade desse subconjunto seja requerida</p>
<p><i>Change-change unknown</i></p> <p>Lucy tinha 8 distintivos. Shelly lhe deu mais alguns. Agora, Lucy tem 12 distintivos. Quantos distintivos Shelley deu a ela?</p> <p><i>Lucy had 8 badges. Then Shelley gave her some more badges. Now Lucy</i></p>	<p>Lucy tinha 8 distintivos. Shelly lhe deu mais alguns. Agora Lucy tem 12 distintivos no total. Quantos distintivos Shelley deu a ela?</p> <p><i>Lucy had 8 badges. Shelley gave her some more badges. Now Lucy has 12 badges</i></p>	<p>O acréscimo da expressão <i>no total</i> faz com que o subconjunto de distintivos seja considerado como parte do conjunto maior já mencionado.</p>

<i>has 12 badges. How many badges did Shelley give her?</i>	<i>altogether. How many badges did Shelley give her?</i>	
<p><i>Combine – subset unknown</i></p> <p>65 crianças estão bebendo suco. 17 crianças estão bebendo suco de maçã. Quantas crianças estão bebendo suco de uva?</p> <p><i>65 children are drinking juice. 17 children are drinking Apple juice. How many children are drinking grape juice?</i></p>	<p>65 crianças estão bebendo suco. 17 crianças estão bebendo suco de maçã. O restante das crianças está bebendo suco de uva. Quantas crianças estão bebendo suco de uva?</p> <p><i>65 children are drinking juice. 17 children are drinking apple juice. The rest of the children are drinking grape juice. How many children are drinking grape juice?</i></p>	<p>A menção de que o restante das crianças está bebendo suco de uva deixa claro que essas crianças fazem parte do conjunto de 65 crianças já mencionado.</p>
<p><i>Compare- difference unknown</i></p> <p>Há 9 cachorros. Há 3 ossos. Quantos cachorros há a mais que ossos?</p> <p><i>There are 9 dogs. There are 3 bones. How many dogs are there more than bones?</i></p>	<p>Há 9 cachorros, mas só há 3 ossos. Quantos cachorros vão ficar sem osso?</p> <p><i>There are 9 dogs, but there are only 3 bones. How many dogs won't get a bone?</i></p>	<p>O uso da conjunção <i>mas</i> configura a estratégia de comparação e a pergunta elaborada indica a ação apropriada a ser utilizada na resolução do problema.</p>

Tabela 1: Representação da reformulação conduzida nos enunciados de Davis-Doresey & Morisson (1991)

Os enunciados apresentado para os dois grupos eram linguisticamente iguais, apenas os dados numéricos variavam, sendo utilizados números de 10 a 90 para o

2º ano e números maiores que 90 e frações para o 5º ano. O experimento possuía quatro condições experimentais:

- (i) Formulação padrão dos livros didáticos e contexto padrão dos livros didáticos
- (ii) Formulação padrão dos livros didático e contexto personalizado
- (iii) Reformulação dos enunciados e contexto padrão dos livros didáticos
- (iv) Reformulação dos enunciados e contexto personalizado

Os resultados encontrados foram compatíveis com a hipótese inicial dos autores. Verificou-se que os alunos do 2º ano acertaram maior número de itens na condição (iv), na qual a personalização e a reformulação foram utilizadas em conjunto. Não houve efeito isolado das duas variáveis, apenas efeitos de interação. Já os alunos do 5º ano foram beneficiados pela personalização dos contextos tanto nos enunciados com formulação original quanto nos reformulados. Não houve efeito significativo da reformulação. Esse resultado pode ser explicado pelo fato dos alunos do 5º ano terem maior capacidade para compreender as pressuposições textuais transmitidas nos enunciados de problemas, isto é, terem contato com esse gênero textual há mais tempo e estarem mais familiarizados com a natureza das informações que esse tipo de texto, usualmente, envolve.

Correia (2004) reforça a importância do trabalho transversal da Língua Portuguesa com a Matemática e pontua que, no cenário português, não há nos manuais didáticos de matemática preocupações de cunho linguístico e nem no currículo de Língua Portuguesa a presença de trabalhos sistematizados com os tipos de estruturas utilizadas nos enunciados matemáticos. A autora estabelece uma série de sugestões para serem levadas em conta na elaboração de livros didáticos e que também podem servir como guia para professores ao elaborarem enunciados de exercícios, testes e provas. Correia sugere que, na elaboração de materiais pedagógicos, opte-se, preferencialmente, por estruturas ativas; havendo uso de passivas, privilegiar construções perifrásticas, cuja ordem linear dos argumentos parece facilitar a compreensão e recorrer com menor frequência a passivas pronominais; no uso de argumentos verbais opcionais, utilizar apenas os que sejam fundamentais para a resolução dos problemas e evitar a repetição de argumentos opcionais que transmitam a mesma informação semântica. É importante ressaltar que a autora pontua que tais adaptações devem ser mais privilegiadas quanto menor

for o nível de escolaridade e a idade dos alunos os quais os materiais didáticos são destinados. O objetivo não é utilizar sempre estruturas linguísticas menos complexas em todas as etapas de escolaridade, mas sim, optar por reduzir a carga de dificuldade na linguística nos momentos de apresentação inicial desse gênero e desse tipo de tarefa escolar, nas fases iniciais da alfabetização e, nas séries subsequentes, trabalhar a análise linguística das estruturas gramaticais presentes nos problemas matemáticos, contribuindo para o desenvolvimento da compreensão leitora dos alunos.

No presente trabalho, estamos teoricamente alinhados com os pressupostos de Correia, e realizamos experimentos que buscaram uniformizar as estruturas linguísticas utilizadas nos problemas de divisão apresentados para alunos do 2º ano do Ensino Fundamental. Nesse ano de escolaridade, além de ainda estarem se familiarizando com a tarefa de resolução de problemas escritos, os alunos começam a serem apresentados ao ensino formal da operação da divisão. Dessa forma, a adaptação linguística dos enunciados pode ser indicativa acerca da natureza das dificuldades apresentadas pelos alunos: se decorrentes de questões lógico-matemáticas ou se decorrentes de dificuldades de leitura e compreensão. Decidimos, dessa forma, analisar os livros didáticos de matemática desse ano de escolaridade a fim de verificar se há nos manuais didáticos preocupações com questões de âmbito linguístico. Essa análise será apresentada no capítulo 5. No próximo capítulo, nos deteremos à apresentação dos conceitos de divisão explorados no presente trabalho: divisão partitiva e divisão por quotas.

4

Conceitos de divisão trabalhados na escola: divisão partitiva e divisão por quotas

Nas seções anteriores, abordamos a construção do raciocínio matemático antes do ingresso formal na escola e pudemos verificar que, na contramão do que prevê uma perspectiva linear de ensino da aritmética, segundo a qual a criança aprende a operar com números a partir da escolarização, crianças em idade pré-escolar são capazes de solucionar tarefas de adição, subtração e divisão, operando com estimativas e valores relativos. Neste capítulo, discutiremos, a partir de referências da área da Educação Matemática, o ensino formal da aritmética nos anos iniciais do Ensino Fundamental, focalizando dois conceitos da operação de divisão e as dificuldades associadas a cada um deles, a saber, divisão partitiva e divisão por quotas.

Segundo Dickson et al (1984), vários autores, no campo da educação matemática, ressaltam que a compreensão do significado das operações de multiplicação e divisão é consideravelmente mais difícil do que da adição e subtração. Nesher & Katriel (1977 *apud* Dickson et al, 1984) apontam que, do ponto de vista da lógica matemática que define as operações, a multiplicação e a divisão requerem definições muito mais complexas do que as necessárias às operações de adição e subtração. Luria (1969 *apud* Dickson et al, 1984) investigou a resolução de situações-problema em adultos com lesões cerebrais na região do lobo frontal e verificou que os pacientes conseguiam resolver satisfatoriamente bem problemas de adição e subtração, porém, ao serem confrontados com problemas de multiplicação ou divisão, subtraíam ou somavam os dados numéricos. Dickson et al (1984) atribuem a dificuldade extra da multiplicação e da divisão (mesmo em indivíduos saudáveis) à estrutura das operações. Segundo o autor, a adição e a subtração estão associadas a situações nas quais dois conjuntos de objetos similares são combinados ou dissociados. Como ilustrado na figura abaixo, na qual dois conjuntos de carros são combinados, gerando como resposta um terceiro conjunto de carros.

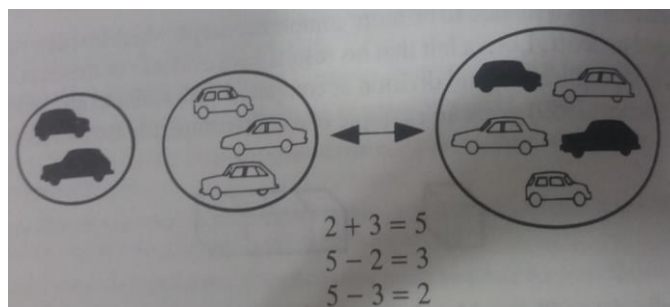


Figura 10: Estrutura da adição e da subtração (Dickson et al, 1984 p. 232)

Já na multiplicação e na divisão, não só os objetos dos conjuntos são de tipos diferentes, como também cada elemento de um dos conjuntos tem que ser associado a um equivalente em um subconjunto. Como ilustrado na figura 7, na qual cada elemento do conjunto de pessoas precisa ser associado a um subconjunto do conjunto de carros, gerando como resposta uma relação entre subconjuntos de conjuntos distintos.

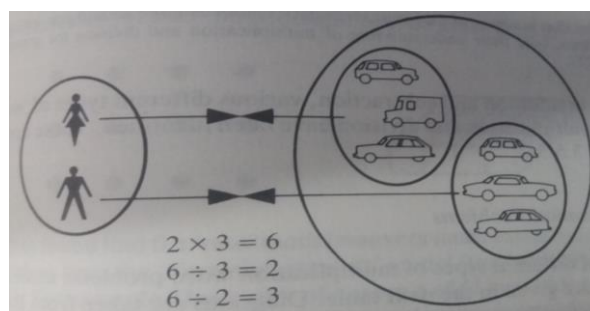


Figura 11: Estrutura da multiplicação e da divisão (Dickson et al, 1984, p. 233)

O presente trabalho concentra-se no estudo da divisão, uma das quatro operações fundamentais da matemática e que ocupa um lugar de destaque no currículo do Ensino Fundamental 1, nas escolas brasileiras. Essa operação é trabalhada nas séries iniciais de forma lúdica, e começa a ser sistematicamente abordada de forma algorítmica a partir do final do 3º ano. No âmbito da divisão há diferentes conceitos a serem trabalhados. Os mais enfatizados no 1º ciclo do ensino fundamental são a divisão partitiva e a divisão por quotas. Nos livros didáticos de matemática, esses conceitos são denominados, respectivamente, de divisão por distribuição e divisão por medida.

A divisão como distribuição também pode ser nominada de divisão como partilha e/ou divisão partitiva.⁸ Carpenter et al (1999) definiu esse tipo de divisão como uma situação em que uma quantidade é partilhada igualmente entre um dado número de receptores e pedimos para determinar quantos objetos há para cada receptor. Nesse tipo de problema, o todo (total de elementos) é conhecido, assim como o número de partes em que o todo será dividido, e o resultado deve ser determinado pelo tamanho de cada parte. Há sempre duas grandezas⁹ diferentes dadas no enunciado e que precisam ser relacionadas para a obtenção do resultado. Por exemplo:

Maria decidiu distribuir 30 figurinhas (**TOTAL DE ELEMENTOS**) entre 3 crianças (**PARTES**). Quantas figurinhas cada uma receberá? (**TAMANHO DAS PARTES**)

Grandezas envolvidas no problema:

30 FIGURINHAS (todo)

3 CRIANÇAS (número de partes)

Grandezas envolvidas no resultado:

10 FIGURINHAS (tamanho das partes)

Já na divisão como medida, também denominada de divisão por quotas ou quotativa,¹⁰ busca-se verificar quantas vezes uma determinada quantidade “cabe” em outra. Esse tipo de divisão refere-se a uma situação-problema em que o total de elementos e o tamanho de cada parte são conhecidos e é preciso determinar a quantidade de partes em que o todo foi dividido. Nesse tipo de problema, trabalha-se apenas com uma grandeza nos dados numéricos do enunciado. Por exemplo:

Maria decidiu distribuir 30 figurinhas (**TOTAL DE ELEMENTOS**) entre as crianças de sua rua (**PARTES**). Ela deu 10 figurinhas para cada criança.

⁸Em inglês, a divisão partitiva é denominada de *sharing*, *distribution* e *partitive division*.

⁹ Nesse contexto, adota-se a definição matemática do termo grandeza: entidades suscetíveis de enumeração.

¹⁰ Em inglês, a divisão por quotas é denominada como *measurement*, *repeated subtraction* e *quotative division*.

(TAMANHO DAS PARTES) Quantas crianças receberam figurinhas?
(QUANTAS PARTES)

Grandezas envolvidas no problema:

30 FIGURINHAS (todo)

10 FIGURINHAS (tamanho das partes)

Grandezas envolvidas no resultado:

3 CRIANÇAS (número de partes)

A estrutura algorítmica desses dois tipos de divisão é ilustrada no diagrama abaixo. Na divisão partitiva (ou distribuição) são dados o tamanho do todo e o número de partes em que ele será dividido e busca-se qual será o tamanho de cada parte. Na divisão por quotas (ou medida) são dados o tamanho do todo e o tamanho de cada quota e busca-se como resultado o número de quotas em que o todo foi dividido.

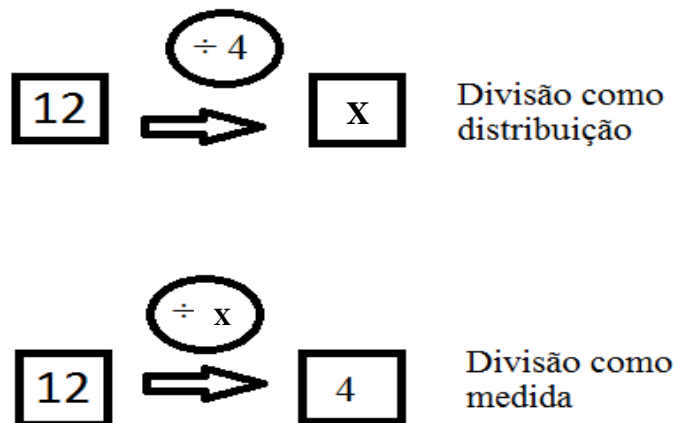


Figura 12: Estrutura algorítmica dos dois tipos de divisão (Adaptado de Dickson et al, 1981, p. 236)

Uma questão bastante importante dentro área de cognição matemática é a complexidade cognitiva envolvida em operações matemáticas. Em relação aos tipos de divisão (partitiva e por quotas), não há consenso na literatura sobre a complexidade cognitiva de cada um deles. No que se segue, apresentamos várias pesquisas que apontam em mais de uma direção, tendo assim diferentes consequências para o ensino formal da divisão.

Pesquisadores como Hill (1952), Brown (1981a), Burton (1992) e Downtown (2009) consideram que há pouca diferença entre o grau de dificuldade dos dois tipos de problemas, uma vez que a estrutura da operação é bem similar nos dois modelos, sendo um o complemento do outro. No estudo clássico *Young children's choices of manipulatives and strategies for solving whole number division problem*, Burton (1992) investigou o desempenho de alunos do 2º ano do Ensino Fundamental em tarefas de divisão partitiva e de divisão por quotas. O autor buscou verificar se o uso de materiais concretos facilitaria a resolução dos problemas. Os resultados indicam que nem o tipo de material utilizado nem o tipo de problema de divisão afetaram o desempenho dos alunos. Além de não ter havido diferença significativa entre o número de acertos entre os dois tipos de problemas, as estratégias utilizadas na resolução de ambos foram muito parecidas. Mais recentemente, Downtown (2009) também defende a mesma posição a partir de evidências experimentais. A autora conduziu um estudo com 26 alunos do 3º ano de escolas públicas de Melbourne, na Austrália, com o objetivo de verificar como os estudantes resolvem problemas de divisão partitiva e divisão por quotas e se há diferença na resolução dos dois tipos de problemas. Os participantes foram expostos a 8 problemas de divisão (4 de divisão partitiva e 4 de divisão por quotas) em entrevistas individuais. Os enunciados eram lidos em voz alta pelo pesquisador e os alunos eram encorajados a resolvê-los mentalmente, mas podiam também utilizar papel e caneta, quando achassem necessário. Além da resolução dos problemas dados, os alunos foram solicitados a explicar como os resolveram e foram também questionados se haveria outra maneira de solucionar o problema mais rapidamente. Os resultados indicaram que tanto a acurácia das respostas como as estratégias de resolução foram equivalentes nos dois tipos de divisão. A autora conclui, portanto, que o processo de resolução dos problemas de divisão independe do conceito de divisão atrelado aos enunciados.

No entanto, há trabalhos que apontam diferenças na complexidade cognitiva dos dois conceitos, defendendo que a divisão por quotas é mais fácil do que a divisão partitiva (Gunderson, 1955; Zweng, 1964; Burgeois & Nelson, 1977 e Mamede & Vasconcellos, 2016). Gunderson (1955) e Zweng (1964), por exemplo, apontam que o ensino formal deve partir dos problemas quotativos, uma vez que calcular o número de partes em que o todo foi dividido é um raciocínio mais facilmente solucionado, por permitir estratégia de subtrações sucessivas para

verificar quantas vezes uma determinada quantidade está contida em uma maior. Essas conclusões baseiam-se em estudos experimentais e nas investigações dos dois autores, alunos 2º Ano do Ensino Fundamental obtiveram maior número de acertos nos problemas de divisão por quotas do que nos de divisão partitiva. Mais recentemente, Mamede e Vasconcellos (2016) também encontraram resultados nessa direção. As autoras conduziram experimentos com 42 alunos do 4º ano (entre 9 e 10 anos) de uma escola pública em Braga, Portugal, com o objetivo de investigar como as crianças compreendem a relação inversa entre divisor e quociente nos problemas de divisão partitiva e por quotas.¹¹ Os alunos que participaram do experimento foram instruídos a responder um questionário com 6 problemas de divisão (3 partitivos e 3 quotativos), em um período de 40 minutos. A tarefa foi realizada em sala de aula, mas sem nenhuma interferência do professor. Os problemas continham respostas de múltipla escolha, que não apresentavam o valor da resposta do problema, e sim a relação estabelecida entre as quantidades. Os enunciados seguiam o seguinte modelo:

Divisão partitiva:

A Maria e o João têm a mesma quantidade de caramelos e eles vão distribuí-los de forma justa. A Maria vai distribuir seus caramelos em 2 potes e o João vai distribuir seus caramelos em 3 potes.

- () A Maria vai colocar mais caramelos em cada pote do que o João.
- () A Maria vai colocar a mesma quantidade de caramelos do que o João.
- () A Maria vai colocar menos caramelos em cada pote do que o João.

Explica tua resposta.

Divisão por quotas:

¹¹ Nesse mesmo experimento, as autoras investigaram também como as crianças compreendem a relação inversa entre os termos de frações. No presente trabalho, nos concentramos em apresentar os resultados das condições que envolvem a divisão partitiva e por quotas de números inteiros.

O João e a Maria têm a mesma quantidade de palitos e eles vão distribuí-los de forma justa. O João vai colocar 3 palitos em cada caixa e a Maria vai colocar 6 palitos em cada caixa.

- () O João vai precisar da mesma quantidade de caixas do que a Maria.
- () O João vai precisar de mais caixas do que a Maria.
- () O João vai precisar de menos caixas do que a Maria.

Explica tua resposta

Os resultados obtidos indicam que houve maior número de acertos nos problemas de divisão por quotas do que nos de divisão partitiva. Na condição de problemas partitivos, 17% dos alunos acertaram os 3 enunciados dados, 14,3% acertaram 2 e 35,7% acertaram apenas um. Já na condição de divisão por quotas, 26,2% dos alunos acertaram todos os 3 problemas, 16,7% acertaram 2 e 33,3% acertaram apenas um. Apesar de a diferença entre as condições não ter sido estatisticamente significativa, segundo as autoras, os resultados indicam que a relação entre os termos da divisão é mais claramente expressa nos enunciados de divisão por quotas do que nos enunciados partitivos, o que facilita o desempenho dos alunos.

Por outro lado, pesquisadores clássicos na área da Educação Matemática, como Fischbein, Deri, Nello & Marino (1985), argumentam, por meio de evidências empíricas e epistemológicas, que a divisão partitiva é mais facilmente compreendida pelas crianças do que a divisão por quotas. Os autores argumentam que o modelo intuitivo e primitivo de divisão, que corresponde a características primárias, naturais e básicas do ser humano, é a divisão partitiva e que a divisão por quotas é adquirida posteriormente, através da instrução de caráter mais formal. Como consequência, sugerem que o ensino da divisão deve ser iniciado via divisão partitiva para que a complexidade cognitiva associada à resolução de problemas matemáticos cresça gradativamente com o auxílio do ensino formal. Nessa linha de argumentação, Brown (1981b) verificou que, em tarefas nas quais se solicita a criação de um problema que corresponda a uma sentença matemática de divisão, as crianças tendem a elaborar problemas partitivos e não problemas de divisão por quotas. Segundo o autor, isso se deve ao fato de as crianças associarem, desde muito pequenas, o sinal de divisão à ideia de repartir um todo em partes (associada a

problemas de divisão partitiva) e não à ideia de medir quantas vezes um determinado número de partes cabe em um todo (associada problemas de divisão por quotas).

Fischbein, Deri, Nello & Marino (1985) conduziram um estudo com 628 alunos de 13 escolas de Pisa, Itália. Desses sujeitos, 228 estavam no 5º ano (10 a 11 anos), 202 no 7º ano (12 a 13 anos) e 198 no 9º ano (14 a 15 anos). Os alunos foram instruídos a resolver um teste com 42 problemas, sendo 12 de multiplicação, 14 de divisão e 16 distratores (adição e subtração). Nos enunciados, buscou-se utilizar uma linguagem simples e direta, com objetivo de manter a atenção dos alunos nas relações numéricas. Foi pedido aos alunos que apenas indicassem qual operação solucionaria o problema, de modo que eles não precisavam calcular de fato o resultado do problema. Nos enunciados de divisão, foram utilizados problemas de divisão partitiva (a) e de divisão quotativa (b), como os ilustrados abaixo:

- (a) Com 75 rosas, você pode fazer 6 buquês iguais. Quantas rosas haverá em cada buquê?¹² (*tradução nossa*)
- (b) As paredes do banheiro têm 280 cm de altura. Quantas cerâmicas serão necessárias para cobrir as paredes se cada cerâmica tem 20 cm?¹³ (*tradução nossa*)

Os resultados obtidos indicaram que os problemas de divisão partitiva foram facilmente solucionados pelos alunos do 7º e do 9º ano. Apenas os alunos mais novos, do 5º ano, tiveram algumas dificuldades com esse tipo de enunciado. Os autores apontam que tais dificuldades podem ter sido acarretadas pela presença de números maiores nesses problemas (e.g 1500) e pelo uso de símbolos possivelmente não conhecidos pelos alunos, como unidades de massa e unidades de comprimento.

Já os problemas de divisão por quotas só foram solucionados corretamente pelo grupo de alunos mais velhos – 9º ano. Segundo os autores, tais resultados

¹² Do original *With 75 pinks you can make 5 equal bouquets. How many pinks will be in each bouquet?*

¹³ Do original *The walls of a bathroom are 280 cm high. How many rows of tile are needed to cover the walls if each row is 20 cm wide?*

evidenciam que, apenas após a instrução formal, os alunos adquirem o modelo de divisão por quotas e podem resolver esses problemas mais facilmente.

Os autores apontam que a escolha metodológica de utilizar a adição repetitiva como modelo para o ensino da multiplicação e de iniciar o ensino da divisão a partir dos problemas de partição e só posteriormente apresentar divisão por quotas é uma estratégia fundamentada em razões epistemológicas e ontogenéticas, uma vez que esses modelos correspondem melhor aos requisitos mentais dos alunos nos anos iniciais de escolarização. Como a divisão partitiva é considerada o modelo prototípico da operação de divisão, esta é mais facilmente resolvida até mesmo pelos alunos que ainda não foram expostos ao ensino formal da divisão, e facilita o aprendizado do conceito de divisão quotativa e dos demais modelos associados à operação da divisão.

Diversos outros autores encontraram resultados compatíveis com a argumentação de que a divisão como distribuição (partitiva) é mais facilmente solucionada pelas crianças do que a divisão por quotas (Correa, Nunes & Bryant, 1998; Selva, 1998, Kornilaki & Nunes, 1997, 2005; Correa, 2004). Os resultados de Correa (2004) são particularmente interessantes porque trazem uma discussão acerca da influência que o tamanho das quantidades escolhidas para os termos da divisão pode acarretar no desempenho dos alunos. A autora conduziu dois estudos com o objetivo de investigar como as crianças resolvem oralmente tarefas de divisão partitiva e por quotas. Em ambos os estudos, participaram 20 crianças de 6 anos, 21 de 7 anos, 21 de 8 anos e 20 de 9 anos, todas alunos de uma escola pública de Oxford, no Reino Unido. O primeiro estudo investigou a divisão partitiva. Os alunos foram apresentados a uma situação na qual determinada quantidade de blocos (representando comida) deveria ser repartida entre um determinado número de ursos de pelúcia. Além de responderem ao problema oralmente, as crianças foram solicitadas a explicar como obtiveram tal resposta. A análise do número de respostas corretas indicou um progressivo aumento na taxa de acerto, de acordo com a idade/escolaridade. Os números utilizados nos enunciados também influenciaram o desempenho dos alunos. Maior número de acertos foi obtido em problemas com números menores para o dividendo e para o divisor. No âmbito das justificativas fornecidas pelos alunos, verificou-se que a idade/escolaridade dos participantes leva uma diminuição considerável de respostas sem explicação ou acompanhadas de explicações arbitrárias. A partir dos 8 anos, momento em que é

iniciado o ensino formal da divisão, o número de justificativas arbitrárias e idiossincráticas começou a decair. No entanto, esse tipo de resposta teve um novo aumento quando o número do dividendo (quantidade grande de blocos a ser distribuída) era alto (e.g 24), mesmo para participantes mais velhos.

O segundo estudo investigou a divisão por quotas. Nesse estudo, as crianças foram apresentadas a uma situação na qual certa quantidade de blocos deveria ser distribuída para ursinhos durante um piquenique. Para cada ursinho, seria feito um pratinho com determinada quantidade de blocos e assim, sucessivamente, até terminar o conjunto de blocos. A criança era questionada sobre quantos ursinhos poderíamos chamar para o piquenique se uma determinada quantidade de pratos fosse preparada. Assim como no primeiro estudo, os resultados indicaram progressivo aumento do número de respostas corretas às tarefas de acordo com a idade/escolaridade e as crianças tiveram melhor desempenho nas situações nas quais foram utilizados números mais baixos para o dividendo. A análise conjunta dos dois experimentos revelou que, no geral, os problemas de divisão partitiva foram mais facilmente resolvidos pelos alunos. No entanto, segundo a autora, o fato da interação entre dividendo, divisor e tipo de divisão ter sido significativa mostra que as observações acima devem ser relativizadas. Dessa forma, com base nesses dados, Correa (2004) pontua que não é possível corroborar a ideia de que a divisão partitiva seja o modelo intuitivo de divisão.

Apesar de Fischbein, Deri, Nello & Marino (1985) considerarem a divisão partitiva mais simples do ponto de vista cognitivo, os autores acreditam que sempre iniciar o ensino a partir do modelo mais simples pode ocasionar uma resistência a outras situações de modelos distintos e prejudicar a compreensão global da operação.

Atualmente, as orientações didáticas no Brasil não indicam em que ordem os tipos divisão devem ser apresentados aos estudantes; isto é, se o ensino da divisão por distribuição deve preceder, ser simultâneo ou por posterior ao ensino da divisão como por quotas. Aponta-se apenas para a necessidade de apresentação das duas ideias como representativas da divisão (Brasil, 1997). Em muitos manuais didáticos e livros-texto esses problemas são apresentados de maneira simultânea.¹⁴ No entanto, o dia a dia em sala de aula e as dúvidas dos alunos evidenciam maior

¹⁴ Essa simultaneidade se apresenta em livros didáticos em geral, e, portanto, também nos livros que analisaremos nos próximos capítulos.

difficuldade na resolução de problemas de divisão por quotas do que nos de divisão partitiva. Como na área da Educação Matemática, não há consenso sobre a complexidade dos dois modelos de divisão, buscamos investigar quais fatores poderiam estar associados à diferença de desempenho dos alunos nos dois tipos de problemas. Uma análise preliminar dos enunciados, bem como a natureza das dúvidas que os alunos, como, por exemplo, “*O que é para fazer nesse problema?*”, “*Não entendi o que está perguntando.*”, nos sugeriam a possibilidade de a linguagem utilizada nos enunciados interferir no raciocínio-lógico matemático necessário para a resolução do problema. Motivados por essa hipótese inicial, conduzimos uma análise linguística de enunciados de problemas de divisão partitiva e por quotas. A análise linguística desses livros realizada será reportada no capítulo seguinte e no capítulo 6 faremos a apresentação dos experimentos por nós conduzidos.

5

Enunciados de problemas de divisão: aspectos estruturais e linguísticos

Conforme apontado na introdução deste trabalho, nossa experiência em sala de aula nos indicou que os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental apresentam maior dificuldade na resolução nos problemas de divisão por quotas do que nos de divisão partitiva. No capítulo anterior, foi visto que no campo da Psicologia da Educação Matemática¹⁵ não há consenso acerca do grau de complexidade cognitiva de cada um desses problemas. A partir das dúvidas apresentadas pelos alunos e pela análise preliminar de alguns enunciados presentes em testes e provas, decidimos investigar se a estrutura linguística utilizada nos problemas pode estar relacionada ao maior ou menor nível de desempenho dos alunos.

Para conduzir essa investigação, buscamos, primeiramente, analisar quais são as características da linguagem utilizada nos livros didáticos de matemática. Foram analisados três livros didáticos participantes do Programa Nacional do Livro didático (PNLD/2016). Os livros analisados foram escolhidos por serem os títulos adotados nos diferentes *campi* da instituição de ensino onde a pesquisa foi realizada. Foram eles: *Alfabetização Matemática*, *Bem-me-quer* e *Aprender, muito prazer*.

O Programa Nacional do Livro didático (PNLD) é o principal e mais antigo programa do Governo Federal brasileiro destinado à distribuição de obras didáticas aos alunos da rede pública de ensino. Para que um livro pertença ao PNLD, as editoras precisam submeter suas obras a um edital que especifica todos os critérios de seleção. Os títulos inscritos são avaliados pelo MEC em parceria com universidades públicas e os livros aprovados passam a fazer parte do Guia do Livro Didático.

Neste guia, há uma resenha sobre cada obra aprovada, com base nos critérios avaliados no edital. A partir desse guia, as escolas escolhem qual será o livro didático utilizado no período de três anos. Há um conjunto de oito critérios principais que norteiam a avaliação dos livros, como ilustrado na figura abaixo:

¹⁵ Adotamos o termo utilizado por Correa et al (1998)

1. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao Ensino Fundamental;
2. observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
3. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
4. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
5. observância das características e finalidades específicas do Manual do Professor e adequação do Livro do Aluno à proposta pedagógica nele apresentada;
6. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra;
7. respeito à perspectiva interdisciplinar, na apresentação e abordagem dos conteúdos;
8. pertinência e adequação dos Objetos Educacionais Digitais do Manual do Professor digital ao projeto pedagógico e ao texto impresso. (Edital do PNLD 2016, p. 51)

Figura 13: Critérios que norteiam a avaliação de livros didáticos. (Manual do PNLD, 2016, p.21)

Como se pode notar, nenhum dos oito critérios principais se refere à linguagem utilizada nos livros. O fator linguagem só aparece na ficha de avaliação como subcritério do item destinado ao projeto gráfico das obras. Ainda assim, de forma muito restrita, limitando o papel da linguagem em termos de vocabulário, clareza e tipos de textos (ver figura 9). A partir desses critérios fica evidente que não há uma análise criteriosa acerca da linguagem utilizada nos enunciados.

5 – Projeto editorial, projeto gráfico e linguagem
5.1. A coleção apresenta, no que concerne ao projeto gráfico-editorial:
5.1.1. sumário que reflete, claramente, a organização e a localização das informações;
5.1.2. títulos e subtítulos claramente hierarquizados por meio de recursos gráficos compatíveis;
5.1.3. legibilidade gráfica adequada para o nível de escolaridade visado, do ponto de vista do: desenho e do tamanho das letras; do espaçamento entre letras, palavras e linhas; do formato, dimensões e disposição dos textos na página;
5.1.4. impressão em preto do texto principal;
5.1.5. isenção de erros de revisão ou de impressão;
5.1.6. referências bibliográficas e indicações de leituras complementares;
5.1.7. quantidade de páginas suficientes para o desenvolvimento dos conteúdos propostos, sem repetições excessivas que gerem ampliações desnecessárias e incompatíveis com o processo de ensino e aprendizagem das crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental;
5.1.8. textos que estimulam a leitura, mesmo os mais longos.
5.2. Na coleção, as ilustrações:
5.2.1. são claras, precisas e adequadas às finalidades para as quais foram elaboradas;
5.2.2. são distribuídas nas páginas de maneira adequada e equilibrada;
5.2.3. retratam, adequadamente, a diversidade étnica da população brasileira e a pluralidade social e cultural do país;
5.2.4. respeitam as proporções entre objetos ou seres representados, quando de caráter científico;
5.2.5. apresentam títulos, fontes e datas, no caso de gráficos e tabelas;
5.2.6. apresentam legendas, escalas, coordenadas e orientação em conformidade com as convenções cartográficas, no caso de mapas e outras representações gráficas do espaço.
5.3. A linguagem utilizada na coleção é adequada ao aluno a que se destina, quanto:
5.3.1. ao vocabulário;
5.3.2. à clareza na apresentação dos conteúdos e na formulação das instruções;
5.3.3. ao emprego de vários tipos de texto.

Figura 14: Ficha de avaliação dos livros didáticos. (Manual do PNLD, 2016, p.317)

As resenhas contidas no Guia do Livro Didático sobre livros analisados no presente trabalho também não se debruçam sobre os aspectos linguísticos dos enunciados. Há apenas breves menções à linguagem, que focalizam o aspecto vocabular. O espaço destinado à análise linguística conta com comentários gerais, como por exemplo, “O vocabulário é claro e adequado ao público a que se destina a coleção”; “De modo geral, os textos são claros” e “A linguagem utilizada na obra é adequada ao nível de escolaridade ao qual se propõe. Tanto os textos de conteúdo quanto os enunciados são de fácil leitura”.

Entendendo, assim como Lorensatti (2009), que o enunciado do problema deve ser abordado também linguisticamente, pois, no interior de seu enunciado, existem uma sintaxe e uma semântica, que se constituem como instrumentos dos quais os

alunos devem fazer uso para buscar uma solução para a tarefa, realizamos neste trabalho uma análise linguística dos enunciados matemáticos que fosse além do aspecto vocabular e investigasse questões de estruturação sintática com impacto na interpretação do texto. Nosso foco residiu nos enunciados de situações-problema de divisão partitiva e divisão por quotas.

Antes de detalharmos os resultados da análise conduzida, apresentaremos respectivamente, nas seções 5.1 e 5.2, uma caracterização acerca dos tipos de instruções e da estrutura esquemática dos enunciados matemáticos de divisão que constam nos livros didáticos. Esta caracterização tem por objetivo (i) examinar, em termos mais globais, o tipo de demanda cognitiva que a própria organização esquemática do exercício pode representar no que tange à recuperação de informação para resolução dos problemas de divisão e (ii) prover elementos para a formulação dos problemas em nossas tarefas experimentais.

5.1

Caracterização dos tipos de instrução propostos nos livros didáticos

Uma característica fundamental para a boa qualidade de um material didático consiste na diversidade dos exercícios propostos. No âmbito do ensino de matemática, os livros, no geral, propõem diferentes tipos de instruções, algumas focalizadas predominantemente na aplicação de um procedimento algorítmico e outras que envolvem tanto cálculo quanto a anterior compreensão de uma situação problema. Por meio da análise dos tipos de exercícios propostos em três livros didáticos de matemática para o 2º Ano do Ensino Fundamental, especificamente, nos capítulos destinados à operação de divisão, agrupamos os exercícios propostos em três categorias, tomando como base a formulação e a estrutura dos enunciados.

- a) **Textos explicativos lacunados:** são exercícios que utilizam textos, predominantemente, instrucionais e solicitam a resposta final, derivada de um cálculo, como complemento do texto. O texto desses enunciados já fornece o passo a passo para resolução da tarefa.

Distribua igualmente e complete.

a) 6 brigadeiros entre 3 crianças.

Para isso, você dividirá 6 por 3.

Escreve-se: $6 \div 3 = \underline{2}$

Lê-se: seis dividido por três é igual a dois.

Cada criança receberá 2 brigadeiros.

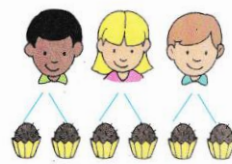


Figura 15: Enunciado retirado do livro Bem-me-quer 2º ano, p.236

- b) **Exercícios numéricos:** focalizam apenas a operação de cálculo, sem qualquer tipo de contextualização; não há propriamente uma situação-problema a ser examinada; é a automatização do cálculo. Nos livros que analisamos, os autores privilegiam relações exatas de divisão, explorando variações possíveis no termo divisor de modo a que o resultado do cálculo não envolva resto.

1. Calcule.

a) $12 \div 2 = \underline{6}$

b) $12 \div 3 = \underline{4}$

c) $12 \div 4 = \underline{3}$

d) $12 \div 6 = \underline{2}$

e) $15 \div 3 = \underline{5}$

f) $15 \div 5 = \underline{3}$

g) $14 \div 2 = \underline{7}$

h) $18 \div 2 = \underline{9}$

Figura 16: Enunciado retirado do livro Bem-me-quer 2ºano, p.251

- c) **Situações-problema:** exercícios que apresentam uma informação inicial, seguida de uma transformação e, por meio de uma pergunta direcionada abrem margem para que estratégias de resolução para uma situação-problema sejam encontradas.

Timóteo tinha 30 mudas de árvore. Ele deu 3 mudas para seu vizinho e dividiu o restante igualmente entre seus 3 irmãos.

Quantas mudas cada um dos irmãos de Timóteo ganhou?

9 mudas

Figura 17: Enunciado retirado do livro Aprender, muito prazer 2º ano, p. 200

No presente trabalho, nosso foco de análise recai sobre os exercícios da categoria situações-problema. Segundo Kintsch & Greeno (1985), a resolução desse tipo de tarefa se dá pela ativação de esquemas cognitivos, constituídos a partir da compreensão dos enunciados. De acordo com essa perspectiva, as frases do problema são transformadas em proposições, isto é, representações mentais da estrutura do problema. A resolução matemática acontece por meio da construção de vários esquemas cognitivos representativos de cada estado do problema. A seleção das informações presentes nos textos (as informações pertinentes para a resolução são armazenadas e as informações irrelevantes são descartadas) e a inferência de informações importantes para a resolução, que não estão presentes na base do texto, são essenciais para a construção dos modelos mentais que guiarão o processo de resolução. Esse tipo de enunciado exige, portanto, que o aluno leia o problema, avalie os dados apresentados, estabeleça as relações existentes entre eles, verifique o que é pedido na questão e busque estratégias para a resolução. É, portanto, um tipo de exercício que implica na compreensão do enunciado para a posterior resolução matemática, sendo antes de um “problema” matemático, um “problema linguístico”, que precisa ser mapeado e compreendido. Nosso foco de investigação recai, justamente, sobre a interface linguagem-matemática, buscando explorar qual a interferência da complexidade gramatical dos enunciados no desempenho do raciocínio matemático. Na seção seguinte, nos dedicamos a explorar a estrutura organizacional dos problemas verbais de matemática, em especial dos problemas de divisão.

5.2

Caracterização da estrutura das situações-problema de divisão

Do ponto de vista linguístico, independentemente do tipo de operação matemática em jogo, os problemas escolares de matemática podem ser caracterizados como textos curtos e diretos, predominantemente, narrativos com alguns momentos de descrição. A construção composicional desse gênero textual foi analisada por Gerofsky (1996) e o autor aponta três componentes tipológicos essenciais:

- (i) **O componente *set-up***, que apresenta as personagens e/ou objetos e contextualiza a suposta história
- (ii) **O componente informativo**, que fornece as informações necessárias para a resolução do problema
- (iii) **A questão**, o desafio que necessita ser solucionado

De acordo com essa caracterização, para uma situação-problema como a ilustrada a seguir, teríamos:

Luciana quer comprar uma boneca. Ela já tinha 13 reais.
No dia de seu aniversário, ela ganhou 35 reais de sua tia.
Com quantos reais ela ficou?

Figura 18: Enunciado retirado do livro Coleção Bem-me-quer 2º ano, p. 156

- (i) O componente *set up* representado na primeira sentença, que apresenta o personagem do problema e contextualiza a situação (*Luciana quer comprar uma boneca*)
- (ii) O componente informativo representado pelas duas quantidades de dinheiro: a quantidade inicial e a quantidade recebida (*Ela já tinha 13 reais. No dia de seu aniversário, ela ganhou 35 reais de sua tia*)
- (iii) A questão representada pela última sentença: a sentença interrogativa (*Com quantos reais ela ficou?*)

O autor aponta também duas possíveis variações dessa estrutura canônica que podem ocorrer, como a junção do *set-up* e do componente informacional em uma única sentença, por meio da subordinação; e a junção do componente informativo com a questão, por meio de uma estrutura condicional.

É preciso destacar que essas duas possibilidades de variação são linguisticamente mais complexas que a ordem canônica, uma vez que tanto subordinações quanto sentenças condicionais são estruturas de aquisição tardia (Gonçalves, Guerreiro e Freitas, 2009).

Nos livros didáticos que analisamos para fins desta pesquisa, verificamos que as variações propostas por Gerofsky são mais frequentes do que a estrutura prototípica dos problemas. Dos 28 problemas analisados, apenas 4 seguiam a construção composicional típica. A seguir apresentamos exemplos desses padrões estruturais: em (a) temos um problema prototípico, com os três componentes propostos por Gerofsky (1996); em (b) o exemplo da variação que aglutina *set-up* e componente informativo, por meio de estruturas subordinadas e em (c) exemplo da variação que aglutina componente informativo e questão, por meio de estruturas condicionais.

(a) Na floricultura, João faz arranjos especiais com o mesmo número de rosas em cada um. Ele tem 40 rosas para fazer 5 arranjos. Qual é o número de rosas em cada arranjo?

Nesse enunciado, temos cada uma das sentenças correspondendo a um dos componentes tipológicos. A primeira sentença é o *set-up*, que contextualiza o problema e apresenta o personagem da mini-história elaborada na situação-problema. A segunda sentença representa o componente informativo, no qual os dois dados numéricos necessários para a resolução do problema bem como a relação entre eles são apresentados. A questão do problema é apresentada na última sentença.

*(b) Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em 2 grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?*¹⁶

¹⁶ Bordeaux, A.L et al. Bem-me-quer, p.240

Nesse enunciado, o *set-up* e o componente informativo estão aglutinados na primeira sentença, por meio da estrutura subordinada “que ganharam”. Numa organização separada, teríamos um enunciado equivalente a *Sérgio e Sandra ganharam balas. Eles ganharam 8 balas e as dividiram em 2 grupos iguais.*

(c) *Juliana tinha 6 bombons e deu metade dessa quantidade a seu amigo Ivan. Se o total de bombons fosse dividido por 3 pessoas, quantos bombons cada um receberia?*¹⁷

Em (c), parte do componente informativo e a questão estão mesclados na última sentença, por meio da estrutura condicional “se...quantos”.

No levantamento realizado nos livros didáticos, identificamos também que grande parte dos problemas não apresenta *set-up*, de modo que os enunciados já são iniciados com os dados numéricos que serão necessários à resolução, com ilustrado em (d). A nosso ver, essa é uma estruturação que pode afetar o desempenho dos alunos, na medida em que descontextualiza a situação-problema, ao não estabelecer uma acomodação pragmática para o enunciado. Além disso, o enunciado se torna menos atrativo para o aluno, perdendo em parte o caráter desafiador, característico de situações-problema.

(d) *Em cada caixa cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas Alex e Marcelo precisarão para guardar 12 garrafas?*¹⁸

Em (d), temos um enunciado descontextualizado, que é iniciado com a expressão locativa “em cada caixa” sem que nenhuma menção ao termo caixa tenha sido feita antes.

No que tange, particularmente, aos dois tipos de problemas de divisão, foco do presente trabalho, realizamos uma proposta de sistematização dos esquemas organizacionais mais recorrentes nos enunciados desses problemas. Essa caracterização também foi construída com base no levantamento realizado em 3 livros didáticos de Matemática para o 2º ano do Ensino Fundamental, descritos no início deste capítulo.

Do ponto de vista semântico/conceitual, os problemas de divisão, tanto de divisão partitiva quanto por quotas, precisam apresentar, no mínimo 3 tipos de

¹⁷Longen, A. Alfabetização Matemática, p.266

¹⁸Longen, A. Alfabetização Matemática, p.260

informações, que denominaremos, respectivamente como X, Y e Z. A informação do tipo X refere-se a uma determinada quantidade inicial de objetos/itens; a Y refere-se ao número de partes em que esse todo é dividido e a Z ao tamanho de cada uma dessas partes. O que difere os dois tipos de problemas é a natureza da incógnita do enunciado. Nos problemas partitivos, as informações do tipo X e Y são dadas e busca-se como resultado o dado Z. Já nos problemas de divisão por quotas, são dadas as informações X e Z, e busca-se como resultado a informação do tipo Y (ver estrutura algorítmica dos problemas no capítulo 4, figura 12).

A seguir apresentamos exemplos de como cada uma dessas informações são apresentadas nos problemas:

Problema de divisão partitiva

Na floricultura, João faz arranjos especiais com o mesmo número de rosas em cada um. Ele tem 40 rosas para fazer 5 arranjos.

Qual é o número de rosas em cada arranjo?

X - 40 rosas

Y- 5 arranjos

Z- Qual é o número de rosas em cada arranjo?



Figura 19: Representação das informações presentes em um problema partitivo

No exemplo acima, temos um problema de divisão partitiva no qual a informação do tipo X (quantidade total de objetos) é representada pela expressão “40 rosas”, a Y (número de parte em que o todo foi dividido) pela expressão “5 arranjos” e a questão do problema solicita a informação Z (tamanho de cada uma das partes). Dessa forma, nesse exemplo, a ordem de apresentação das informações seguiu o padrão X-Y-Z.

Já no problema de divisão por quotas, ilustrado na figura abaixo, essa estruturação segue outro padrão.

Problema de divisão por quotas

Um grupo de 16 amigos irá andar de roda-gigante. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?



X - Um grupo de 16 amigos

Z- Em cada carrinho cabem 4 pessoas

Y - Quantos carrinhos eles ocuparão?

Figura 20: Representação das informações presentes em um problema de divisão por quotas

Nesse exemplo, temos a informação do tipo X (quantidade total de objetos) representada pela expressão “16 amigos”, a informação (tamanho de cada uma das partes em que o todo foi dividido) representada pela expressão “4 pessoas” e a questão do problema solicita a informação Y (número de partes em que o todo foi dividido). Nesse exemplo, portanto, o padrão de ordem de apresentação dessas informações no componente informativo e na questão foi X-Z- Y.¹⁹

Como os exemplos anteriores permitem verificar, a organização e a materialização linguística dessas informações conceituais são bastante distintas entre os dois tipos de problemas. O mapeamento de todas as situações-problemas de divisão propostas nos três livros didáticos citados no início deste capítulo teve como objetivo de verificar se há a predominância de algum padrão específico nos problemas partitivos e nos problemas de divisão por quotas e, se de alguma forma, o modo como as informações conceituais são apresentadas nos enunciados pode afetar a compreensão leitora. Como nosso *corpus* de análise foi composto por livros utilizados no 2º Ano do Ensino Fundamental, os capítulos destinados à operação da divisão são capítulos introdutórios curtos, que apresentam as ideias associadas a essa operação. Ao todo foram encontrados e analisados 28 enunciados do tipo situação-problema.

Apesar de as orientações didáticas indicarem que ambos os conceitos de divisão devem ser apresentados aos alunos desde o início do trabalho com essa

¹⁹ Note que este problema exige do aluno um conhecimento de mundo relativo a rodas gigantes. O aluno precisa realizar uma operação inferencial de que rodas-gigantes têm carrinhos. Esse custo extra poderia ser minimizado se fosse já feita a conexão para o aluno, em uma estrutura similar a: Em cada carrinho da roda-gigante.

operação (PNLD, 2016),²⁰ na análise realizada, ao todo, foram encontrados 27 enunciados, sendo 17 de divisão partitiva e 10 de divisão por quotas. Essa diferença se deu, sobretudo porque um dos livros analisados privilegia sistematicamente o uso de problemas partitivos. Nos demais livros, a quantidade de problemas de divisão partitiva e divisão por cotas é mais equilibrada. A tabela a seguir ilustra a quantidade de enunciados por livro didático.

	Livro 1	Livro 2	Livro 3
Problemas de divisão partitiva	6 (85,7%)	4 (50%)	7 (58,3%)
Problemas de divisão por quotas	1 (14,3%)	4 (50%)	5 (41,7%)

Tabela 2: Quantidade de situações-problema de divisão em cada livro didático analisado

O menor número de situações-problemas foi encontrado no livro 1, que privilegia situações-problema com divisão partitiva, com apenas um problema de divisão por quotas em todo o capítulo de divisão.

A análise conduzida neste trabalho tomou como base a materialização linguística das informações presentes nos problemas de divisão: as informações X, Y e Z, descritas anteriormente. Como o processo cognitivo de extração de proposições depende da linguagem, a ordem de menção de cada uma dessas informações pode influenciar o desempenho dos alunos, ao quebrar o padrão composicional típico de cada um dos tipos de problemas. Dessa forma, nosso primeiro critério de análise foi verificar se havia algum padrão na ordem de menção dessas informações. Foram verificados 2 padrões diferentes para os problemas partitivos e 4 para os problemas de divisão por quotas. Os resultados encontrados nos problemas partitivos estão ilustrados na tabela abaixo.

Padrão de enunciados partitivos	Livro 1	Livro 2	Livro 3
X – Y – Z	5 (83,3%)	4 (100%)	6 (85,7%)
Y – X – Z	1 (16,7%)	-	1 (14,3%)

Tabela 3: Ocorrências de padrões de enunciados partitivos por livro didático

²⁰ Os educadores matemáticos têm defendido a ideia de que os conceitos relevantes para a formação matemática atual devem ser abordados desde o início da formação escolar. Isso vale mesmo para conceitos que podem atingir níveis elevados de complexidade. (p.18)

Nos enunciados partitivos, a maior parte dos problemas seguia o padrão composicional X-Y-Z. No entanto, em dois enunciados as informações estavam organizadas de forma diferente, por meio do padrão composicional Y-X-Z. Exemplos de cada um desses padrões são ilustrados a seguir:

(a) Padrão X-Y-Z

*Ernesto distribuiu igualmente 15 livros em 3 prateleiras. Quantos livros Ernesto colocou em cada prateleira?*²¹

X= 15 livros

Y=3 prateleiras

Z= número de livros por prateleira

(b) Padrão Y-X-Z

*Roberto montou 2 porta-lápis para guardar seus 12 lápis de cor. Quantos lápis haverá em cada porta-lápis se Roberto colocar a mesma quantidade em cada um deles?*²²

Y= 2 porta-lápis

X= 12 lápis de cor

Z= número de lápis em cada porta-lápis

Já nos problemas de divisão por quotas, a diversidade na ordem de menção das informações foi maior. Foram encontrados 4 padrões distintos e, no *corpus* analisado não houve predominância em nenhum deles, como é possível verificar na tabela abaixo:

Padrão de enunciados quotativos	Livro 1	Livro 2	Livro 3
X – Z – Y	-	2 (50%)	1 (20%)
X – Y – Z	-	-	1 (20%)

²¹Bordeaux, A.L et al. Bem-me-quer, p. 238

²² Longen, A. Alfabetização Matemática, p. 264

Z – Y – X	-	1 (25%)	2 (40%)
Z – X – Y	1 (100%)	1 (25%)	1 (20%)

Tabela 4: Ocorrências de padrões de enunciados quotativos por livro didático

(a) Padrão X-Z-Y

*Um grupo de 16 amigos irá andar de roda-gigante. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?*²³

X=16 amigos

Z= 4 pessoas por carrinho

Y= número de carrinhos que serão ocupados

(b) Padrão X-Y-Z

*Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma?*²⁴²⁵

X= 27 tampinhas

Y= número de crianças que receberão tampinhas

Z= 9 tampinhas para cada criança

(c) Padrão Z-Y-X

*A mãe de André faz salgadinhos para festas. Em cada embalagem ela coloca 4 salgadinhos. Quantas embalagens serão necessárias para colocar 28 salgadinhos?*²⁶

Z= 4 salgadinhos por embalagem

Y= número de embalagens necessárias

²³Bordeaux, A.L et al. Bem-me-quer, p. 246

²⁴ Longen, A. Alfabetização Matemática, p.265

²⁵ Este problema causa ainda uma dificuldade de ordem pragmática associada ao uso da expressão definida “às crianças” sem *set up* prévio. Voltaremos a essa questão na seção 5.3.

²⁶ Longen, A. Alfabetização Matemática, p. 261

X= 28 salgadinhos

(d) Padrão Z-X-Y

Em cada caixa de lápis há 1 dúzia de lápis. Se eu tenho 36 lápis, quantas caixas eu tenho?

Z= 1 dúzia de lápis por caixa

X= 36 lápis

Y- número de caixas

Ohtsuka & Brewer (1992) apontam que, em textos narrativos, a ordem canônica de menção dos fatos narrados, isto é, a ordem cronológica tende a ser mais facilmente compreendida do que inversões temporais. Como os problemas matemáticos são predominantemente narrativos, acreditamos que essa observação se aplique também ao gênero textual analisado no presente trabalho. Além disso, como discutido anteriormente, assumindo que as frases do enunciado vão sendo transformadas em proposições, que dão origem a esquemas cognitivos e guiam a resolução do problema, acreditamos que a diversidade nos padrões composicionais pode dificultar os processos de extração de informações linguísticas e, conseqüentemente, acarretar maior complexidade na compreensão e na resolução dos enunciados pelos alunos. A grande questão por trás da ordem de menção das informações é que cada padrão irá exigir que diferentes estruturas linguísticas sejam utilizadas para que se possa estabelecer a relação semântica apropriada entre os elementos mencionados. Dessa forma, os diferentes padrões composicionais descritos acima implicam no uso de estruturas de complexidade gramatical distintas. Com base nesses apontamentos e entendendo que a argumentação de que a organização interna do texto é um fator significativo para sua compreensão, nos experimentos conduzidos no presente trabalho, optamos por manter o mesmo padrão de menção das informações (X-Y-Z) tanto nos problemas de divisão partitiva quanto nos de divisão por quotas, para que pudéssemos também manter o mesmo nível de complexidade gramatical em ambos os enunciados. Nosso objetivo é verificar se a fixação desse padrão alinhado ao controle da complexidade gramatical dos enunciados pode facilitar o desempenho dos alunos na resolução dos problemas.

Nesta seção, procuramos caracterizar os textos utilizados nos problemas verbais de matemática e esmiuçar a estrutura semântica característica dos problemas de divisão. Na seção seguinte, apontaremos, do ponto de vista dos estudos em linguagem e cognição, que tipo de questões gramaticais pode afetar a compreensão leitora desses textos.

5.3

Questões de estruturação gramatical e possíveis interpretações semânticas de enunciados de problemas de divisão

No levantamento dos problemas verbais de divisão presentes nos livros didáticos, independentemente do padrão composicional, identificamos uma série de estruturas linguísticas que acarretam diferentes possibilidades de leitura e que interferem no processamento dos enunciados. Nesta seção, iremos apontar tais estruturas e discutir mais profundamente aquelas que decidimos investigar neste trabalho.

Dentre as questões linguísticas observadas nos enunciados originais dos livros didáticos, destacamos o uso de expressões definidas sem antecedente recuperável, como ilustrado em (1):

- (1) Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir **às crianças**. Quantas delas receberão as tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma? (divisão por quotas)

Para fins de coesão e coerência dos textos, informações novas são introduzidas por pronomes indefinidos e, posteriormente, são retomadas por pronomes definidos (Koch, 1996). Nesse enunciado, porém, a informação definida *as crianças* é introduzida sem nenhuma menção prévia. Esse artifício linguístico causa estranhamento ao leitor, que fica em busca do referente da expressão definida usada, experienciando, assim, dificuldades na interpretação do texto.

Verificamos também enunciados na voz passiva, tanto em construções perifrásticas (2), como em passivas pronominais (3).

- (2) Em uma sala há 30 carteiras, que **foram organizadas** em 5 fileiras. Sabendo que todas as fileiras têm a mesma quantidade de carteiras, quantas carteiras foram colocadas em cada fileira?

(3) **Dividindo-se** 18 bolas em 3 caixas, quantas bolas ficarão em cada caixa?

A voz passiva envolve estruturas sintáticas de aquisição tardia (Borer & Wexler, 1987; Chocarro, 2009; Lima Júnior, 2012). O uso da passiva em enunciados matemáticos foi investigado por Correia (2004, 2013) e Souza e Augusto (2016), e foram encontradas evidências experimentais de que estruturas passivas, quando comparadas a estruturas ativas, impõem maior dificuldade para a resolução dos problemas, de modo que os alunos apresentam desempenho inferior e levam mais tempo para resolvê-los. Além disso, quando estruturas passivas são usadas em sentenças relativas, como em (2), o processamento pode ser tornar ainda mais custoso, uma vez que há o uso de duas estruturas de alto custo computacional.

No âmbito do processamento de estruturas relativas, existe ainda uma assimetria entre relativas de sujeito e relativas de objeto (Miranda, 2008), sendo essas mais custosas que aquelas. Além disso, a posição de encaixamento da relativa (central ou final) também implica em diferenças de custo de processamento da informação na memória de trabalho.

Identificamos também várias ocorrências, em especial nos problemas de divisão por quotas, de estruturas condicionais, com modo verbal *irrealis*.

(4) Cinthia comprou 40 cm de fita para enfeitar alguns presentes. **Se Cinthia dividisse** a fita em 5 pedaços de mesma medida, quantos centímetros teria cada pedaço? (divisão partitiva)

(5) Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão as tampinhas **se dermos 9 unidades para cada uma?** (divisão por quotas)

O uso de condicionais abre margem para respostas como “Nenhuma porque ela não dividiu” (para 4) ou “Nenhuma porque você não deu” (para 5), uma vez que crianças processam o modo *irrealis* de forma estritamente hipotética, supondo que o evento não aconteceu, de fato. Além disso, o *irrealis* quando comparado ao *realis* torna o processamento do enunciado mais custoso, devido as suas distinções conceituais e a sua interação com Teoria da Mente.²⁷ Longchamps & Côrrea (2009)

²⁷ “A distinção de tempo e de modo está relacionada à existência de uma Teoria da Mente (ToM), um dos sistemas intencionais que interagem com a língua, que explicita a habilidade que o ser

trazem contribuições muito pertinentes acerca da aquisição da distinção do modo *realis* e *irrealis* e apontam que o *irrealis* é tanto compreendido como produzido pelas crianças de forma mais custosa, sendo, portanto, adquirido tardiamente. O contraste entre *realis* e *irrealis* em enunciados matemáticos, portanto, é um aspecto importante de análise tanto do ponto de vista do custo de processamento quanto da aquisição da linguagem e a distinção destes modos nos problemas matemáticos pode interferir consideravelmente no processo de compreensão dos enunciados. A partir dos resultados encontrados na literatura acerca da distinção entre modo *realis* e *irrealis*, argumentamos que o modo *irrealis* dificulta o processo de compreensão dos enunciados. Nos enunciados elaborados em nossos experimentos, optamos por usar apenas estruturas no modo *realis*, expresso pelo modo verbal indicativo, a fim de verificar se esse controle de modalidade pode contribuir para o desempenho dos alunos.

Dada a diversidade de questões linguísticas que podem ser exploradas no contexto dos enunciados de problemas matemáticos, fugiria do escopo deste trabalho investigar todas elas. Dessa forma, optamos por restringir nossa atenção a estruturas que envolvem quantificação. Como discutiremos na próxima seção, algumas dessas estruturas podem gerar mais de uma interpretação de leitura, acarretando implicações para a extração de informação sobre as quantidades numéricas das grandezas em jogo nos enunciados. A ambiguidade a que nos referimos diz respeito à possibilidade de as sentenças receberem tanto leituras coletivas quanto leituras distributivas. Considerando os objetivos deste trabalho, dentre as expressões quantificadas que estão associadas à ambiguidade, optamos na presente resenha por fazer referência a trabalhos envolvendo o quantificador “cada” e expressões nominais coordenadas em posição de sujeito. A distinção entre esses dois tipos de interpretação é apresentada na seção a seguir e, nas subseções 5.4.1 e 5.4.2, discutem-se, respectivamente, resultados de pesquisas que exploram especificamente o quantificador *cada* e o uso de expressões nominais coordenadas em posição de sujeito sintático. Observamos que, a despeito de não ter sido realizado um estudo particular com foco no quantificador *cada*, entendemos que o

humano possui de inferir o estado mental de outrem (emoções, intenções, desejos, atitudes, crenças verdadeiras ou falsas, conhecimento e ponto de vista), o que lhe permite explicar o comportamento observado ou prever aquele que ainda está por ocorrer. A ToM pode ser entendida como um módulo cognitivo que se desenvolve concomitantemente à aquisição da língua e que atinge seu ápice com a capacidade de a criança atribuir ao outro uma crença falsa. (Longchamps & Côrrea, 2009)

mesmo merecia uma caracterização mais detalhada, visto que é o operador linguístico tipicamente empregado nos enunciados de divisão e está presente em todos os problemas desta dissertação. Em relação às expressões nominais e suas possibilidades de leitura, essa questão foi examinada especificamente no terceiro experimento. Nos dois anteriores, o que realizamos foi um estudo de caráter mais amplo, de natureza contrastiva, entre o desempenho dos alunos em enunciados originais, tal como aparecem nos livros didáticos, e o desempenho em problemas nos quais padronizamos (i) a estrutura e a sequência de informações X-Y-Z dos problemas de divisão e (ii) os tipos de sentenças empregadas.

5.4

Expressões quantificadas e possibilidades de leitura

Sentenças com expressões quantificadas (*cada, todo, todos os*, numerais e expressões nominais coordenadas) são potencialmente ambíguas, isto é, permitem diferentes possibilidades de leitura. Para os fins deste trabalho, concentramos nossa atenção em duas das possibilidades de leitura associadas a esse tipo de estrutura linguística: leituras coletivas e leituras distributivas. Essa distinção é bastante relevante na nossa pesquisa, uma vez que, em contextos de enunciados de problemas matemáticos, tais leituras alteram consideravelmente o resultado numérico a ser encontrado no problema.

As leituras coletivas acontecem quando os quantificadores são interpretados em ordens inversas às aquelas que ocupam na estrutura superficial da sentença. Já as leituras distributivas correspondem às ordens em que os quantificadores ocorrem na estrutura superficial. Assim, para uma sentença como (1), temos, dentre outras possibilidades, uma leitura coletiva, segundo a qual o total de prédios desenhados é 4 e os três arquitetos juntos, de forma coletiva, desenharam os quatro prédios. Já na possibilidade de leitura distributiva, o total de prédios é 12, uma vez que cada arquiteto desenhou individualmente 4 prédios.

- (1) Três arquitetos desenharam quatro prédios

As figuras abaixo ilustram cada uma das possibilidades de leitura descritas:

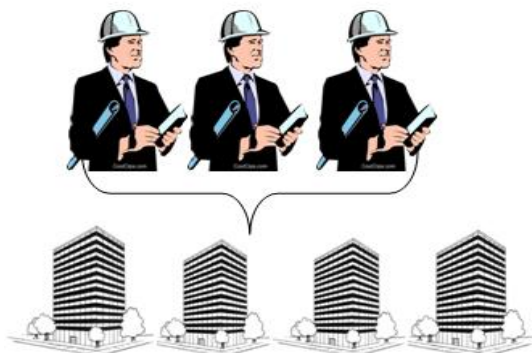


Figura 21: Representação da leitura coletiva da sentença (1): uma equipe composta por 3 arquitetos desenhou 4 prédios

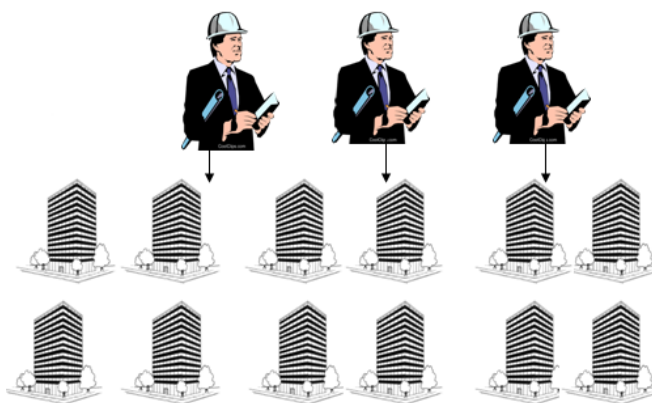


Figura 22: Representação da leitura distributiva da sentença (1): cada um dos três arquitetos desenhou 4 prédios, totalizando 12 prédios.

Essas possibilidades de leitura evidenciam que existe uma relação semântica entre as expressões nominais plurais (e.g. *3 arquitetos* e *quatro prédios*), de tal modo que a maneira como interpretamos uma das expressões interfere na interpretação da outra. Ou seja, a denotação semântica de uma das expressões depende da denotação semântica da outra. Isso é o que a teoria formal denomina de relações de escopo (Haegman, 1994). As relações de escopo são computadas a partir da estrutura sintática na qual os elementos estão inseridos. Portanto, a maneira como estruturamos nossos enunciados pode levar a interpretações diferentes. Por exemplo, segundo a teoria semântica proposta por Kratzer (2003, 2005), a estrutura final para as duas possibilidades de interpretação (coletiva e distributiva) é a

mesma, porém, a interpretação distributiva envolve uma operação sintática a mais. A previsão dessa teoria é que há preferência pelas interpretações coletivas, já que essas interpretações são menos complexas estruturalmente, estando disponíveis lexicalmente, na denotação do verbo. Ou seja, de acordo com Kratzer, a leitura coletiva é gerada automaticamente, por meio da inerente cumulatividade lexical contida nos verbos e a leitura distributiva envolve uma operação sintática adicional.²⁸ Já a teoria proposta por Sternefeld (1998) propõe que as interpretações coletiva e distributiva são derivadas de estruturas distintas. Segundo o autor, a interpretação coletiva não envolve movimento nem do sujeito nem do objeto na estrutura sintática, enquanto a interpretação distributiva envolve movimento tanto do sujeito quanto do objeto. Essa teoria prevê uma escala de custo de processamento que indica a interpretação coletiva como a estruturalmente mais simples, pois não envolve movimento e a interpretação distributiva é a mais complexa, uma vez que envolve duas instâncias de movimento. Em resumo, indica-se, nessas teorias, que cognitivamente temos preferência por estruturas gramaticais mais simples.

A ambiguidade causada pelas expressões quantificadas pode acarretar dificuldades na compreensão dos enunciados matemáticos e, conseqüentemente, afetar a interpretação e a resolução dos problemas. Essa questão se constitui, portanto, como um amplo campo de investigação acerca da interface linguagem-matemática. Nas seções a seguir discutiremos, respectivamente, como o quantificador *cada* e expressões nominais coordenadas podem contribuir para a ambiguidade de interpretação, permitindo tanto leituras coletivas quanto leituras distributivas.

5.4.1

O quantificador *cada*

O quantificador *cada* é uma expressão linguística muito presente nos enunciados de problemas matemáticos de divisão e, por isso, sua análise ocupa um papel de destaque nas propostas de reformulação linguística desenvolvidas no

²⁸ Dado o escopo do trabalho aqui apresentado, sua interface com a área de educação e seu potencial como material de formação para professores da Educação Básica, evitamos, no decorrer da dissertação, a utilização de termos técnicos da Teoria Linguística Formal.

presente trabalho (essas propostas serão explicitadas no capítulo 6, na seção destinada ao experimento 2).

No âmbito dos estudos em teoria linguística, *cada* é considerado um quantificador universal - um operador que atribui leituras exaustivas, isto é, que incide sobre a totalidade de elementos do conjunto ao qual se refere. Isso significa que uma frase como (1), só é verdadeira se todos os meninos presentes no contexto dado tiveram ganhado um doce.

(1) Cada menino ganhou um doce

Do ponto de vista morfológico, *cada* é um operador invariável, sempre associado a um nome singular e, do ponto de vista sintático, funciona como um determinante sendo seguido apenas por um sintagma nominal.

Semanticamente, o *cada* tem sido postulado como um operador que só admite leituras distributivas. No entanto, resultados experimentais indicam que crianças admitem também leituras coletivas associadas a esse quantificador. Vaz e Lobo (2012) investigaram a interpretação de estruturas com quantificação no Português Europeu. As autoras contrastaram as interpretações associadas ao quantificador *todos* e ao quantificador *cada*, ambos considerados linguisticamente como quantificadores universais. As autoras realizaram um experimento de juízo de valor verdade com 60 crianças falantes de português europeu e sem perturbações cognitivas e/ou linguísticas e também com 20 adultos, que serviram como grupo controle. A idade das crianças foi tomada como fator grupal. De modo que, os participantes foram divididos em 3 grupos de 20 indivíduos, de acordo com a faixa etária (3, 4 ou 5 anos). Na tarefa experimental, os participantes precisaram julgar se a sentença dita por um fantoche era falsa ou verdadeira, de acordo com a imagem apresentada. As variáveis independentes manipuladas foram quantificador (*cada/todos*), tipo de leitura (coletiva/ distributiva/ singular somente para *cada*) e elemento extra (sem elemento extra/ objeto extra/ sujeito extra). A situação apresentada na imagem representava situações em que vários sujeitos praticavam uma ação, correspondendo ora a leitura coletivas, ora a leituras distributivas do quantificador. No caso do quantificador *cada*, foi também incluído um contexto em que um só elemento praticava a ação (leitura singular). Assim, o teste continha 13 condições experimentais e mais duas condições de controle. Ao todo foram utilizados 68 estímulos. Para os fins deste trabalho, nos deteremos mais

profundamente no exame das sete condições experimentais associadas ao *cada*. Apresentamos as condições e a resposta esperada quando o quantificador *cada* era incluído na sentença produzida pelo fantoche.

- (i) Leitura coletiva sem elementos extras (resposta esperada: NÃO)
- (ii) Leitura distributiva sem elementos extras (resposta esperada: SIM)
- (iii) Leitura coletiva com objeto extra (resposta esperada: NÃO)
- (iv) Leitura distributiva com objeto extra (resposta esperada: SIM)
- (v) Leitura coletiva com sujeito extra (resposta esperada: NÃO)
- (vi) Leitura distributiva com sujeito extra (resposta esperada: NÃO)
- (vii) Contextos de leitura singular com sujeito extra (resposta esperada: NÃO)

Os resultados indicam diferenças significativas no processo de interpretação dos quantificadores *todo* e *cada*. No âmbito do quantificador *todos*, os resultados mostram que todos os grupos aceitaram quer leituras coletivas, quer leituras distributivas, como já era esperado. No entanto, todos os grupos apresentaram uma taxa de acerto inferior nas condições associadas a contextos de leituras distributivas, sendo esta diferença maior no grupo de crianças. No âmbito do quantificador *cada*, os resultados, diferentemente do que é descrito na teoria linguística, indicam que a maioria das crianças e 15% dos adultos aceitam não só leituras distributivas, mas também leituras coletivas com o *cada*. Além disso, no grupo de crianças de 3 e 4 anos houve considerável taxa de aceite de leituras singulares com o quantificador *cada*, o que significa que as crianças aceitaram como correta uma sentença como (2) quando apresentadas a imagens, como a figura 23, em que de 3 meninas, apenas uma está segurando um balão.

(1) Cada menina está segurando um balão.²⁹

²⁹ Do original *Cada menina está a segurar um balão*. VAZ, S; LOBO, M., p.11



Figura 23: Item utilizado para a condição de leitura singular com *cada*, na presença de sujeitos extras. (VAZ, S; LOBO, M., p.11)

Esses resultados, como apontam as autoras, indicam que as crianças não tratam o *cada* com um quantificador universal. Nas condições de leitura distributiva com objetos extras, não houve dificuldades para nenhum dos grupos. As taxas de acerto, no geral, foram superiores a 82%. No entanto, dificuldades foram recorrentes nas condições com sujeito extra, o que indica que as crianças têm problemas em lidar com a propriedade da exaustividade com o quantificador *cada*. Nessas condições, os resultados foram piores com *cada* do que com *todos* em todas as faixas etárias.

Os resultados de Vaz & Lobo são ilustrativos para a presente pesquisa, pois evidenciam que as crianças parecem não ter adquirido a propriedade de exaustividade associada ao *cada* e apontam uma dupla possibilidade de leitura para enunciados nos quais esse quantificador aparece.

Ressalta-se também que o quantificador *cada* é uma expressão de aquisição tardia (Vaz & Lobo, 2012) e, seu uso acarreta dificuldades para crianças. Os exemplos de exercícios de matemática discutidos no nosso capítulo de introdução indicam que mesmo crianças mais velhas (9-10 anos) apresentam dificuldades em escrever respostas utilizando o quantificador em questão corretamente, usando-o tanto em contextos distributivos quanto em contextos coletivos.

Essa dupla possibilidade de leitura associada ao *cada* também se observa entre adultos. Estudos conduzidos por Rodrigues & Marcilese (2014), com uso de diferentes técnicas experimentais, também indicam que, embora haja uma

preferência por leituras distributivas, não se podem excluir possibilidades de leituras coletivas associadas ao *cada*.

Além disso, o emprego desse quantificador em diferentes posições sintáticas dentro da sentença pode dificultar ainda mais o processamento linguístico dos enunciados, uma vez que pode antecipar a elaboração das duas possibilidades de leitura. Nos enunciados dos três livros didáticos que analisamos, encontramos ocorrências do *cada* na posição de adjunto adverbial no início da sentença, como em (2), e no final da sentença interrogativa, como em (3).

(2) **Em cada caixa** cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas Alex e Marcelo precisarão para guardar 12 garrafas?

(3) Carla distribui 9 biscoitos entre 3 amigos. Quantos biscoitos **cada** amigo ganhou?

Assumindo que duas representações distintas podem ser associadas ao *cada*, em (2) essa dupla representação já começaria a ser construída logo no início do enunciado, interferindo na compreensão do problema. Já no exemplo (3), no qual o quantificador *cada* aparece no final da sentença interrogativa, essa dupla representação só seria construída após a leitura do componente informativo do problema.

Dada a ambiguidade de leitura associada ao *cada*, no experimento que conduzimos (será reportado no capítulo seguinte), optamos por manter em todos os itens experimentais o quantificador no final da sentença que antecede a questão do problema, com o objetivo de facilitar a compreensão do enunciado, evitando que ambas as possibilidades de leitura sejam geradas logo no início do problema.

5.4.2

Expressões nominais coordenadas

Expressões nominais coordenadas na posição de sujeito também são estruturas linguísticas que acarretam ambiguidades semânticas, permitindo leituras coletivas e leituras distributivas. Em enunciados de problemas matemáticos, cada uma dessas leituras gera uma resolução distinta para a situação descrita. Os exemplos (4) e (5) retirados dos livros didáticos analisados ilustram essa questão.

- (4) **Sérgio e Sandra** dividiram as 8 balas que ganharam em dois grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?
- (5) Em cada caixa, cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas **Alex e Marcelo** precisarão para guardar 12 garrafas?

Para o problema de divisão partitiva ilustrado em (4), o livro didático apresenta a resposta “4” como gabarito para a questão. Esse resultado é derivado de uma leitura coletiva, na qual Sérgio e Sandra ganharam juntos 8 balas. No entanto, é preciso ressaltar que esta não é a única possibilidade de resposta. O enunciado possibilita também uma leitura distributiva, na qual cada um dos personagens ganhou 8 balas, totalizando um conjunto de 16 balas.

Para um problema de divisão por quotas, como (5), há também diversas questões relacionadas à ambiguidade: Alex e Marcelo guardarão juntos as 12 garrafas ou cada um dos meninos tem 12 garrafas para serem guardadas? O gabarito proposto no livro didático indica que a resposta para esse problema é “2 garrafas”, o que claramente advém de uma leitura coletiva (segundo a qual o total de garrafas é 12). Dessa forma, o uso do sujeito composto em nada contribui para o raciocínio matemático que se deseja engatilhar e funciona apenas como um “problema linguístico”, que torna ambíguo o enunciado e pode comprometer sua interpretação.

Mesmo que a leitura distributiva seja despreferida quando comparada à leitura coletiva (Kratzer, 2003, 2005; Sternefeld, 1998), os exemplos fornecidos na introdução deste trabalho (ver capítulo 1) ilustram que as crianças resolvem problemas de divisão de forma compatíveis com as duas leituras. Os resultados encontrados nos experimentos conduzidos neste trabalho (ver capítulo 6) também evidenciam como essa ambiguidade afeta a resolução dos problemas matemáticos.

No âmbito dos estudos psicolinguísticos, Frazier & Clifton (2001) também investigaram a preferência por leituras coletivas e distributivas. Os autores realizaram um experimento de julgamento de aceitabilidade visual, no qual os sujeitos indicavam se a sentença era ou não aceitável. As variáveis dependentes manipuladas foram o tipo de sentença. Foram utilizadas sentenças com viés distributivo, como (a) e sentenças que podem ser interpretadas tanto coletiva como distributivamente, como (b) (*tradução nossa*).

(a) Lucy e Susan passaram maquiagem³⁰

(b) Betty e Bem jogaram tênis³¹

Os resultados revelaram tempos de decisão menores para sentenças como (b) do que para sentenças como (a). Como em (b) a sentença pode ser associada aos dois tipos de interpretação, a interpretação coletiva *default* é acessada imediatamente. No entanto, parece haver em (a) um custo adicional associado ao processamento da interpretação distributiva. Segundo os autores, o processador busca a interpretação coletiva, mas como ela não é possível nesse contexto processa, então, a leitura distributiva, que tem maior custo computacional.

Os autores também testaram sentenças com sujeito composto, que são ambíguas entre leituras coletivas e distributivas, como em (c); sentenças coordenadas, como em (d) e sentenças independentes como em (e), que só permitem a leitura distributiva (*tradução nossa*).

(c) Jenny e David ligaram.

(d) Jenny ligou e David também.

(e) Jenny ligou. David ligou também.³²

Verificou-se que as decisões foram mais rápidas para sentenças como (c) do que para sentenças como (d) e (e). Novamente, os resultados indicam, segundo os autores, que os tempos mais lentos para julgar a aceitabilidade das sentenças (d) e (e) sugerem que o processador espera pela leitura coletiva e só quando esta não é possível, ele processa a leitura distributiva de maior custo. Esses dois experimentos fornecem evidências para a hipótese de que há forte preferência pela interpretação coletiva em detrimento da distributiva. Essa preferência indica que interpretações estruturalmente mais simples são privilegiadas.

Kaup, Kelter & Habel (2002) desenvolveram estudos sobre a interpretação de expressões nominais plurais no alemão e encontram resultados indicativos de que o sujeito sentencial pode determinar qual interpretação (coletiva vs. distributiva) é acessada. Os autores investigaram se uma expressão nominal plural é processada como unidades discretas (*tokens*) ou um todo (*assemblage*) e se essas formas de

³⁰ Do original *Lucy and Susan put on make-up*

³¹ Do original *Betty and Ben played tennis*

³² Dos originais: *Jenny and David called; Jenny called and David did too; Jenny called. David did too.*

processamento advêm de uma propriedade do sujeito ou do verbo. O experimento manipulou sentenças com o vocábulo *beide* (ambos) e *sie* (eles). Os participantes foram expostos a sentenças com esses dois tipos de expressões e instruídos a responder uma pergunta sobre a sentença. Alguns exemplos de estímulos utilizados (*tradução nossa*):

- (a) Eles compraram um presente
- (b) Ambos compraram um presente.

Pergunta realizada: Quantos presentes foram comprados?³³

Os resultados indicam que para sentenças com o pronome “eles” houve preferência estatisticamente significativa pela interpretação coletiva, representada pela resposta “um presente”. Para as sentenças com “ambos”, houve maior preferência pela leitura distributiva, representada pela resposta “dois presentes”.

Ussery (2009) realizou três experimentos em inglês com o objetivo de investigar o processamento preferencial para a ambiguidade de leituras coletivas e distributivas e verificou, assim como estudos anteriores (Frazier, Pacht & Rayner, 1999; Frazier & Clifton, 2001; Kaup, Kelter & Habel, 2002), que a interpretação coletiva é preferida em diferentes contextos linguísticos. No experimento 1, buscou-se investigar se a preferência pela leitura coletiva se mantém constante com diferentes formas de sujeito plural e se pode haver efeito de *priming* para a interpretação distributiva quando se cria uma tendência de leitura para eventos múltiplos. Vinte e quatro alunos universitários participaram do experimento, que consistiu em um questionário *off-line*. Todas as perguntas do questionário continham uma sentença na qual havia um numeral quantificador na posição de objeto. Era feita uma pergunta a partir da frase e os sujeitos deveriam indicar entre dois números qual seria a resposta adequada. Dessa forma, os estímulos experimentais seguiam o seguinte formato (*tradução nossa*):

- (a) Três mulheres grávidas comeram 6 pedaços de chocolate.

Quantos pedaços de chocolate foram comidos? ³⁴ 6 18

³³ Dos originais do texto em inglês: *They brought a gift; Both brought a gift; How many gifts were brought?*

³⁴ Do original: *Three pregnant women ate six pieces of chocolate. How many pieces of chocolate were eaten?*

A resposta “6” indica uma interpretação coletiva e a resposta “18” a interpretação distributiva. Manipulou-se o tipo de predicado (predicados neutros, que favorecem a plausibilidade das duas leituras, e predicados que favorecem mais a leitura distributiva). Além disso, manipulou-se também o tipo de expressão nominal na posição de sujeito (sujeito plural com numeral quantificador, sujeito plural com determinante definido, sujeito composto com nomes próprios coordenados e sujeito composto com nomes próprios coordenados em um contexto prévio que privilegia a leitura distributiva). Os estímulos a seguir ilustram as condições experimentais (*tradução nossa*):

- (a) *Sujeito com numeral quantificador*: As pacientes estavam sentadas na sala de espera do consultório. Três mulheres grávidas comeram seis pedaços de chocolate.³⁵ Quantos pedaços de chocolate foram comidos?
- (b) *Sujeito com determinante definido*: Três mulheres grávidas estavam sentadas na sala de espera do consultório. As mulheres comeram seis pedaços de chocolate.³⁶ Quantos pedaços de chocolate foram comidos?
- (c) *Sujeito com nomes próprios coordenados*: Jane, Mary e Susan estão grávidas e estavam sentadas na sala de espera do consultório. Jane, Mary e Susan comeram seis pedaços de chocolate.³⁷ Quantos pedaços de chocolate foram comidos?
- (d) *Sujeito com nomes próprios coordenados e contexto favorecendo a leitura distributiva*: Jane, Mary e Susan estão grávidas e elas vão ao mesmo médico. Elas geralmente comem alguns doces enquanto aguardam na sala de espera do consultório. Na última terça-feira, todas elas tinham consultas. A consulta da Jane foi às 9h, a da Mary às 10h e da Susan às 11h. Jane, Mary e Susan comeram seis pedaços de chocolate.³⁸ Quantos pedaços de chocolate foram comidos?

³⁵ Do original: Patients were sitting in the waiting room at the doctor’s office. Three pregnant women ate six pieces of chocolate.

³⁶ Do original: Three pregnant women were sitting in the waiting room at the doctor’s office. The women ate six pieces of chocolate.

³⁷ Do original: Jane, Mary and Susan are pregnant and were sitting in the waiting room at the doctor’s office. Jane, Mary and Susan ate six pieces of chocolate.

³⁸ Do original: Jane, Mary and Susan are pregnant and they go to the same doctor. They often snack on candy while sitting in the waiting room. It turned out that they all had appointments last Thursday. Jane’s appointment was at 9:00 a.m; Mary’s was at 10:00 a.m; and Susan’s was at 11:00a.m. Jane, Mary and Susan ate six pieces of chocolate.

A previsão dos autores era que nas três primeiras condições haveria preferência pela interpretação coletiva e na condição com contexto favorecedor da leitura distributiva haveria uma tendência pela interpretação de eventos separados e a leitura distributiva estaria mais acessível. Os resultados indicaram preferência pela leitura coletiva em todas as condições, sendo 80,5% na condição de sujeito com numeral quantificador, 89,6% na condição de determinante definido, 83,3% na condição com nomes próprios coordenados e 76,4% na condição em que o contexto prévio privilegiava a leitura distributiva. Segundo os autores, esses resultados indicam que o *parser* se compromete com uma leitura coletiva, a menos que haja outra evidência que favoreça a leitura distributiva. Os resultados são compatíveis com a ideia de que esse tipo de estrutura é ambíguo, sendo a leitura coletiva a interpretação *default*, uma vez que, mesmo com os predicados distributivos, manteve-se a preferência pela leitura coletiva. Houve efeito de *priming* do cenário distributivo, mas esse efeito não foi suficientemente substancial para garantir a preferência pela interpretação distributiva. Os autores pontuam que esses resultados são compatíveis com as previsões de Kratzer e Sternefeld.

O experimento 2 foi uma continuação do experimento 1, e foram usados os mesmos itens experimentais. Neste experimento, o sujeito foi formado pela coordenação de três nomes próprios ou dois nomes próprios seguidos por uma descrição definida. Foram manipuladas também três condições para os predicados (evento neutro, evento distributivo e estativo). A tarefa experimental consistiu na leitura da sentença alvo e na posterior seleção da paráfrase que melhor representasse a interpretação da sentença lida. Setenta e dois universitários participaram do estudo, que aconteceu por meio de um questionário na internet. Um exemplo de item experimental utilizado neste estudo é:

(1) *Bill, Fred e Dan investigaram quatro assassinatos.*

(a) Cada um deles investigou quatro assassinatos.

(b) Todos, juntos, investigaram quatro assassinatos.³⁹

³⁹ Do original: *Bill, Fred and Dan investigated four murderers; Each of them investigated four murderers; Altogether they investigated four murderers.*

Segundo os autores, esse experimento é mais simples, pois não exige a necessidade dos sujeitos realizarem a conta de multiplicação, associada a cada uma das leituras. Assim como no experimento¹, houve clara preferência pela interpretação coletiva, em todas as condições. A tabulação dos dados foi feita de modo que cada participante recebeu a pontuação 1 por escolher a paráfrase distributiva e a pontuação 2 ao escolher a paráfrase coletiva. O *score* médio dos sujeitos foi 1,89, o que evidencia a predominância da leitura coletiva. O *score* médio por condição foi menor (1,81) na condição com eventos distributivos e sujeito formado por 2 nomes próprios e descrição definida. A maior pontuação (1,93) foi verificada nas duas condições com eventos neutros. Não houve efeito significativo do tipo de sujeito em nenhuma das condições. Os autores pontuam que a grande preferência pela leitura coletiva pode ter outras explicações alternativas, que diferem das propostas de Kratzer e Sternefeld, segundo as quais a complexidade estrutural faz com que a leitura distributiva não seja preferida. Frazier, Pacht e Rayner (1999) indicam que as interpretações distributivas são mais difíceis porque o *parser* não postula automaticamente um operador distributivo. Os autores também discutem que essa falta de preferência pode se dar pelo fato de a interpretação distributiva requerer postulação de eventos múltiplos (Crain & Steedman, 1985).

Tomados em conjunto, os resultados dos experimentos são compatíveis com a teorias de Kratzer e Sternefeld, segundo as quais as interpretações distributivas são derivadas de estruturas mais complexas. No que tange ao processamento de eventos singulares e eventos múltiplos, os resultados são inconclusivos e novos estudos são necessários para investigar essa questão.

Dessa forma, vimos que, apesar da ambiguidade causada pelas expressões nominais coordenadas, os estudos experimentais indicam que a leitura coletiva é a leitura preferencial. Nosso ponto de discussão ao trazer essa questão para análise consiste em problematizar que algumas possibilidades de resolução de problemas matemáticos, muitas vezes consideradas como erros tanto pelos livros didáticos quanto pelos professores, são estratégias de fato derivadas de uma interpretação também possível do enunciado dado. Por isso, no experimento 3 realizado neste trabalho e descrito no capítulo seguinte, buscamos investigar como alunos do 2º ano do Ensino Fundamental lidam e interpretam esse tipo de estrutura linguística no contexto específico dos enunciados de problemas matemáticos.

Em resumo, neste capítulo, buscamos caracterizar como os enunciados de problemas de matemática são linguisticamente compostos e também detalhar qual é a estrutura semântica presente em um problema de divisão. Além disso, apresentamos algumas questões linguísticas encontradas nos problemas analisados que podem dificultar a compreensão dos enunciados e detalhamos as duas estruturas que decidimos manipular em nossos experimentos. No próximo capítulo, apresentaremos os três experimentos conduzidos no âmbito da presente pesquisa: o primeiro experimento testou o desempenho dos alunos na resolução de problemas originais dos livros didáticos; o segundo experimento testou o desempenho dos alunos em enunciados nos quais a complexidade gramatical foi controlada; e o terceiro experimento investigou as possibilidades de leitura associadas ao uso de expressões nominais coordenadas.

6

Testando a interação entre estrutura linguística e raciocínio lógico-matemático

Levando em conta o que foi discutido nos capítulos anteriores acerca do papel da linguagem no desempenho matemático, conduzimos um conjunto de três experimentos, com o objetivo de testar em que medida a complexidade gramatical dos enunciados afeta a resolução de problemas matemáticos de divisão partitiva e por quotas. Em cada um dos experimentos tivemos objetivos distintos:

Experimento 1: avaliamos como os alunos resolvem problemas de divisão quando os enunciados não são controlados linguisticamente (enunciados originais dos livros didáticos)

Experimento 2: avaliamos como os alunos resolvem problemas de divisão quando os enunciados seguem o mesmo padrão linguístico, com controle da complexidade gramatical

Experimento 3: avaliamos o tipo de interpretação preferida pelos alunos quando o enunciado apresenta ambiguidade

Participaram da pesquisa alunos do 2º ano do Ensino Fundamental. Na próxima seção, traçaremos o perfil destes alunos. Esse perfil será traçado por meio da análise dos conceitos que obtiveram nas avaliações de Língua Portuguesa e de Matemática que antecederam a participação nos experimentos.

6.1

Correlação do desempenho em Língua Portuguesa e em Matemática

Os experimentos conduzidos na nossa investigação foram realizados em diferentes períodos do ano de 2016, com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública federal, localizada na cidade do Rio de Janeiro.

Com o objetivo de analisar o perfil acadêmico dos alunos do 2º ano dessa escola, no momento em que a pesquisa se deu, fizemos um mapeamento do desempenho que todos eles obtiveram nas avaliações de Língua Portuguesa e Matemática ao final do primeiro trimestre do ano letivo, com base no quadro de competências e habilidades utilizado na escola. Essas avaliações foram finalizadas duas semanas antes da realização dos experimentos que conduzimos com os alunos. O levantamento nos indicou, de forma geral, o nível de desenvolvimento linguístico e matemático dos alunos ao fim do primeiro trimestre do 2º ano, nos permitindo avaliar quais habilidades já dominavam e quais a escola esperava que fossem desenvolvidas até o final do ano letivo.

Na escola analisada, o desempenho acadêmico dos alunos do 2º ano não é medido por notas, e sim por meio de descritores, critérios que preveem competências e avaliam as habilidades dos alunos, de acordo com os conteúdos destinados a cada ano de escolaridade. Esse tipo de avaliação está alinhado às orientações propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) e o trabalho voltado para o desenvolvimento de competências e habilidades previsto nesse documento foi o que motivou o tipo de avaliação conduzido na escola analisada. A avaliação por meio de descritores possui caráter processual, de modo que o aluno é avaliado de forma contínua e sistemática ao longo de todo o trimestre, por meio das atividades realizadas em sala de aula. As fichas de exercícios, as atividades dos livros didáticos, a participação nos jogos pedagógicos, a interação nas discussões das aulas e os momentos de dúvidas e erros se constituem como instrumentos de avaliação, que auxiliam no exame do processo de construção de conhecimento.

Em cada descritor, os alunos são avaliados com os conceitos A, AR ou NA, que significam, respectivamente alcançado, alcançado com restrições e não alcançado. Os descritores são divididos por áreas de conhecimento: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, Estudos Sociais, Literatura, Educação Artística

e Educação Musical. Os alunos que recebem NA nos descritores que expressam pontos nodais⁴⁰ do período letivo são encaminhados às aulas de recuperação paralela na área relacionada e permanecem frequentando essas aulas até a avaliação do trimestre subsequente. As aulas de recuperação são momentos de revisão dos conteúdos trabalhados, que acontecem no contra turno, com um grupo pequeno de alunos. As aulas têm duração de dois tempos semanais e se destinam apenas às áreas de Língua Portuguesa e Matemática. Para os fins deste trabalho, nos concentramos nos descritores de Língua Portuguesa e Matemática estabelecidos para o 1º trimestre do ano letivo, momento que antecedeu a realização dos experimentos aqui descritos. Os descritores analisados foram:

Descritores de Língua Portuguesa
Relatar, recontar, comentar expor ideias próprias e do grupo
Ler com fluência
Interpretar textos, localizando e relacionando informações
Escrever textos com coerência
Escrever textos com marcas de segmentação
Escrever textos de acordo com a ortografia trabalhada

Descritores de Matemática
Ler e representar números com algarismos de acordo com a numeração trabalhada (até 100)
Compor e decompor números de acordo com a numeração trabalhada (até 100)
Ordenar números de acordo com a numeração trabalhada (até 100)
Completar sequências numéricas
Resolver situações-problema que envolvam as ideias de: juntar, acrescentar e retirar
Realizar adições e subtrações utilizando estratégias pessoais e/ou por meio de técnicas convencionais
Realizar trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores

⁴⁰ Por pontos nodais, entende-se o conjunto de conteúdos que serão essenciais para a avaliação do trimestre e indispensáveis para a compreensão dos conteúdos subsequentes.

Interpretar dados presentes em listas, tabelas e gráficos

O mapeamento de desempenho foi realizado nas 4 turmas de 2º ano da escola, totalizando 89 estudantes.⁴¹ Os gráficos abaixo ilustram a distribuição dos conceitos por descritor.

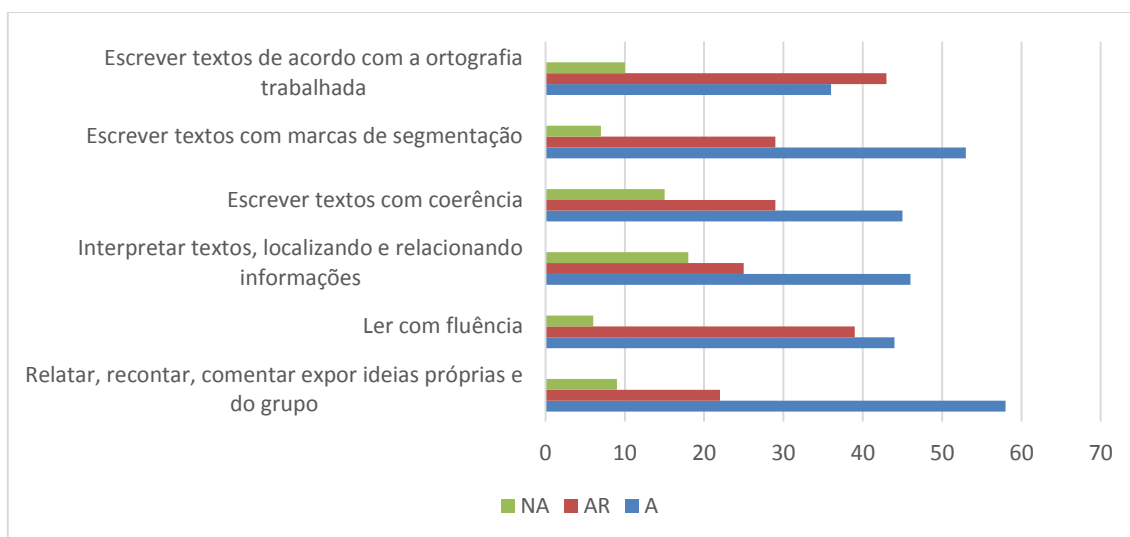


Gráfico 1: Distribuição dos conceitos nos descritores de Língua Portuguesa

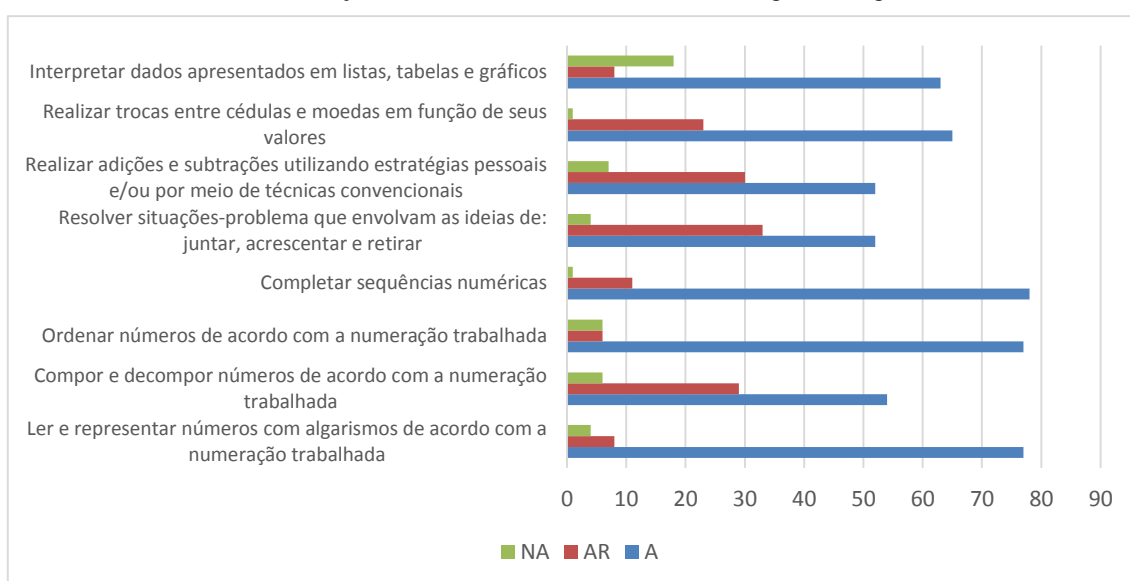


Gráfico 2: Distribuição dos conceitos nos descritores de Matemática

Note que, na avaliação de Língua Portuguesa, o descritor relacionado à interpretação de textos (*Interpretar texto, localizando e relacionando informações* – item 4 do gráfico 1) foi aquele em que grande parte dos alunos obteve conceito

⁴¹ Não houve diferenças significativas entre os desempenhos das quatro turmas da escola. A média de avaliação de todas as turmas era bem similar. Dos 89 alunos de 2º Ano da escola, 60 participaram dos experimentos conduzidos no presente trabalho.

NA. Paralelamente, na avaliação de Matemática, o descritor que envolve habilidades relacionadas à interpretação de textos (*Interpretar dados apresentados em listas, tabelas e gráficos* -item 1 do gráfico 2) foi também o que obteve maior número de conceitos NA. Esse dado pode ser indicativo sobre a existência de um *déficit* em leitura e compreensão de textos, que afeta o desempenho em diferentes disciplinas, incluindo matemática. A distribuição total de conceitos por área está representada nos gráficos abaixo:

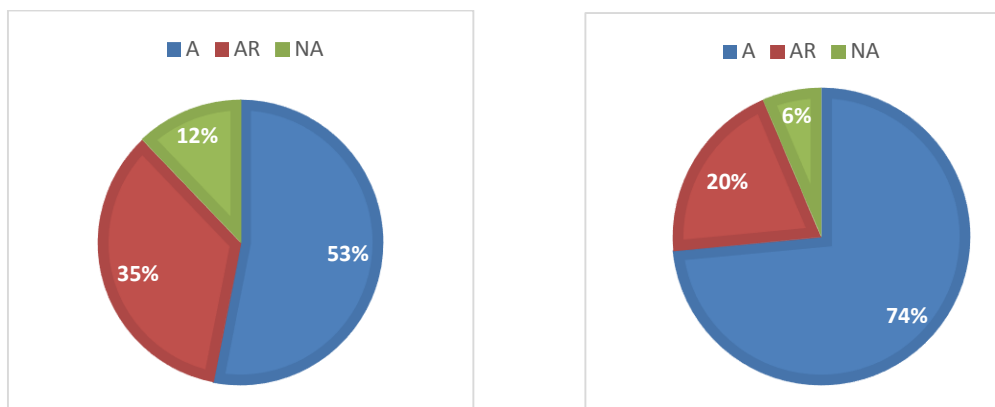


Gráfico 3: Distribuição dos conceitos A, AR e NA nos descritores em Língua Portuguesa (a) e nos descritores de Matemática (b)

Na avaliação de Língua Portuguesa, o maior nível de desempenho (conceito A) foi alcançado por pouco mais da metade dos alunos. Ao passo que, em matemática, esse conceito foi atribuído em uma porcentagem mais elevada. Paralelamente, há maior número de conceitos AR e NA em Língua Portuguesa do que em Matemática. Portanto, de forma geral, é possível dizer que a amostra de alunos analisada possuiu, ao final do primeiro trimestre, melhor desempenho em Matemática do que em Língua Portuguesa e que, os descritores com maior número de conceitos NA em ambas as disciplinas estão relacionados à leitura e compreensão.

Verificou-se também que, dos 89 alunos do 2º Ano desta escola, 20 frequentavam aulas de recuperação (23% do total de alunos), sendo que 80% desses frequentavam as aulas de Língua Portuguesa e Matemática, 15% frequentavam apenas as aulas de Língua Portuguesa e apenas 5% apenas as de Matemática. Os dados coletados indicam que todos os alunos com baixo desempenho em matemática também obtiveram conceito NA nos descritores de Língua Portuguesa relacionados à leitura. Os alunos que frequentavam apenas as aulas de Língua

Portuguesa foram indicados por dificuldades relacionadas à produção textual e não à leitura e compreensão de textos.

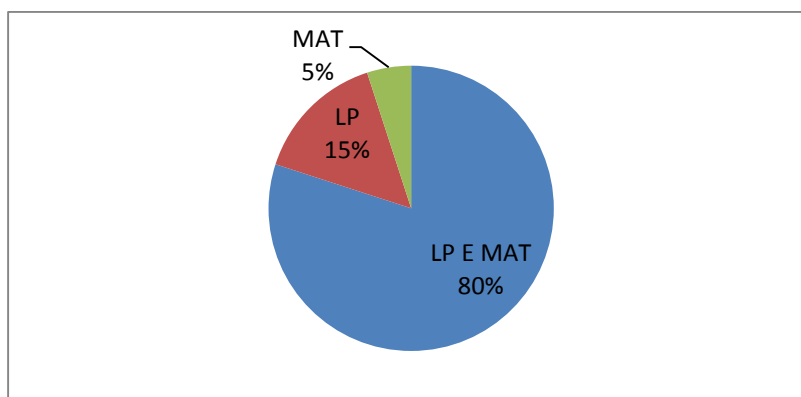


Gráfico 4: Indicações para as aulas de recuperação

Os dados parecem indicar que, neste momento de escolarização em que o aprendizado da matemática ainda não está associado à aplicação mecânica de algoritmos, mas à compreensão geral do sistema de numeração decimal e dos conceitos das operações básicas, há uma estreita relação entre desempenho em tarefas linguísticas e tarefas matemáticas. Os resultados indicam que o baixo desempenho em matemática está correlacionado ao baixo desempenho em leitura e compreensão de textos. Esses resultados podem ser alinhados às reflexões de Freut (2003), segundo as quais o aluno não resolve problemas de matemática não porque não saiba matemática, e sim porque não sabe ler ou não consegue compreender o enunciado do problema.

Partindo desse levantamento inicial que aponta uma relação entre baixo desempenho em leitura e baixo desempenho em matemática, buscamos conduzir atividades experimentais que investigassem se a complexidade gramatical dos enunciados pode interferir na compreensão leitora e, conseqüentemente, no desempenho nas tarefas de resolução de problemas matemáticos.

6.2

Experimento 1

Como discutido no capítulo anterior, a linguagem utilizada nos livros didáticos nos enunciados de divisão é bastante diversa e não há um padrão estrutural para a construção dos enunciados, especialmente para os problemas de divisão por

quotas. O objetivo do experimento 1 foi verificar se, quando os problemas partitivos e quotativos são escritos da maneira feita nos livros didáticos, sem nenhum controle da estrutura linguística, há diferença no desempenho dos alunos na resolução dos dois tipos de enunciados. Buscamos com esse experimento ter um parâmetro para comparação com situações de enunciados com estrutura gramatical controlada.

Desse modo, tanto os itens experimentais como os itens distratores utilizados no experimento 1 foram enunciados retirados de livros didáticos (os mesmos livros didáticos analisados no capítulo 5). A variável independente manipulada foi o tipo de divisão – 4 itens para divisão partitiva e 4 para divisão por quotas. A variável dependente medida foi a taxa de acerto.⁴²

Método

Participantes

Participaram do estudo 20 alunos do 2º ano do Ensino Fundamental (12 meninas e 8 meninos) de uma escola pública do Rio de Janeiro, com média de idade de 7,6 anos, que ainda não tinham sido apresentados ao ensino sistematizado da operação matemática da divisão.⁴³ Para que os alunos participassem dos experimentos, a escola forneceu um parecer favorável à realização da pesquisa e os pais dos alunos assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido, autorizando que seus filhos participassem das atividades deste estudo. Além disso, os próprios alunos assinaram um termo de assentimento, no qual foram informados, em linguagem compatível à faixa etária, sobre os objetivos da pesquisa, as tarefas que precisariam realizar e confirmavam se gostariam ou não de participar dos testes. Também participaram do experimento, como grupo controle, 12 adultos (7 mulheres e 5 homens), com média de idade de 29,6 anos. Os participantes do grupo controle também assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido para participarem da pesquisa. Os modelos dos três termos utilizados constam na seção de anexos do presente trabalho.

⁴² As respostas compatíveis com o gabarito dos livros didáticos foram consideradas como acerto.

⁴³ No 2º Ano do Ensino Fundamental, na escola analisada, é feito um trabalho inicial de caráter lúdico e pontual com as 4 operações básicas. No entanto, apenas a adição e a subtração são trabalhadas de forma sistematizada, por meio de algoritmos.

Estímulos

Foram utilizados 18 enunciados matemáticos, sendo dois de treino, 8 distratores e 8 itens experimentais. Os itens distratores eram compostos por enunciados de adição, subtração e multiplicação. Todos os estímulos foram retirados dos livros didáticos citados anteriormente. Tanto os itens experimentais quanto os distratores foram selecionados de forma aleatória entre os problemas encontrados nos livros didáticos. Os problemas foram dispostos em folhas de tamanho A4 e, embaixo de cada problema, havia o espaço destinado ao desenho. O modelo da folha recebida pelos participantes encontra-se na seção de anexos.

Para reduzir o número de itens aos quais os alunos seriam expostos e, consequentemente, reduzir efeitos de cansaço e fadiga, o teste foi dividido em duas partes,⁴⁴ A e B, contendo 9 enunciados cada, e foram realizadas em dias diferentes. Todos os alunos resolveram os mesmos problemas, mas, para reduzir efeitos de ordem, a sequência de apresentação dos estímulos foi aleatorizada. A tabela abaixo apresenta os estímulos utilizados nas duas partes do teste.⁴⁵

Tipo de divisão	Nº do Problema	Parte do teste	Enunciado
Partitiva	1	A	Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em dois grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?
	2	A	Dividindo-se 18 bolas em 3 caixas, quantas bolas ficarão em cada caixa?
	3	B	Carla distribuiu 9 biscoitos entre 3 amigos. Quantos biscoitos cada amigo ganhou?
	4	B	Roberto montou 2 porta-lápis para

⁴⁴ Essa técnica de divisão de estímulos também foi utilizada no estudo clássico de Fischbein et al (1985)

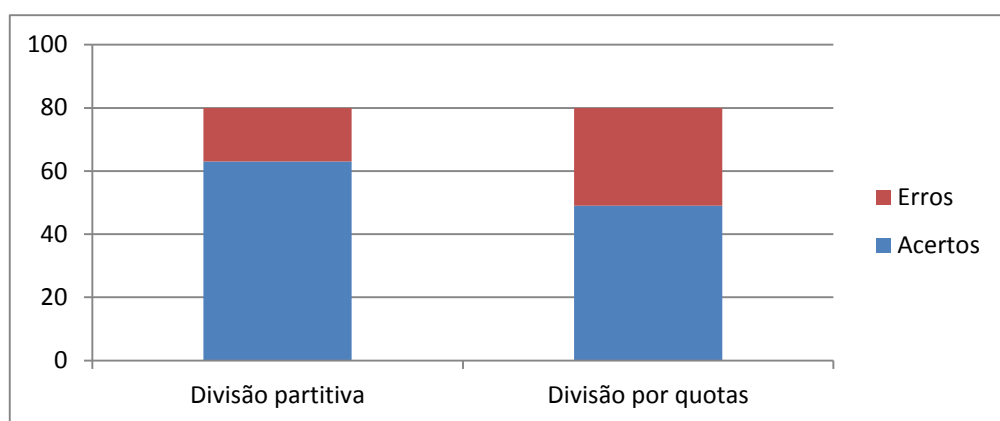
⁴⁵ Os números dos problemas utilizados na tabela não correspondem à ordem de apresentação dos estímulos. São numerações ilustrativas para que possamos, neste texto, identificar e fazer referências aos enunciados específicos.

			guardar seus 12 lápis de cor. Quantos lápis haverá em cada porta-lápis se Roberto colocar a mesma quantidade em cada um deles?
Quotativa	5	A	Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos?
	6	A	Em cada caixa cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas Alex e Marcelo precisarão para guardar 12 garrafas?
	7	B	Um grupo de 16 colegas irá andar na montanha russa. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?
	8	B	Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão as tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma?

Tabela 5: Itens experimentais utilizados no experimento 1

Procedimento

Os alunos foram instruídos a resolver os enunciados por meio de desenhos. O registro por meio de desenho é uma técnica muito utilizada nos estudos acerca da cognição matemática, pois ilustra a compreensão das crianças sobre um determinado enunciado. Segundo Smole & Diniz (2001), o desenho é um pensamento visual que pode adaptar-se a qualquer natureza do conhecimento, e emerge como uma linguagem para a criança, assim como o são o gesto ou a fala. Os alunos realizaram a atividade de forma autônoma, sem mediação do professor.



Não foi estabelecido limite de tempo e os alunos levaram, em média, uma hora para resolver cada parte do teste. O grupo controle realizou as duas partes do teste no mesmo momento e levou cerca de 30 minutos para concluir a tarefa.

Resultados

No experimento 1, a taxa total de acertos na condição de divisão partitiva como distribuição foi maior do que na condição de divisão por quotas, como é possível verificar na tabela 2 e no gráfico 1.

	Divisão Partitiva	Divisão por quotas
Acertos	63 (78,75%)	49 (61,25%)
Erros	17 (21,25%)	31 (38,75%)

Tabela 6: Número de acertos e erros nas condições de divisão partitiva e por quotas

Gráfico 5: Número de erros e acertos por condição no experimento 1

As taxas de acerto nas duas condições foram submetidas à análise, por meio do teste *Wilcoxon*.⁴⁶ A estatística assim obtida foi $Z= 2,15$, $p=0,015$. Portanto, verificou-se diferença estatisticamente relevante entre as duas condições experimentais.

No grupo controle de adultos, o desempenho foi equivalente nas duas condições experimentais, não havendo nenhuma ocorrência de erro. Os resultados parecem indicar que, quando não há controle da complexidade gramatical dos

⁴⁶ Esse teste estatístico foi escolhido por ser um teste não paramétrico utilizado quando se comparam duas amostras relacionadas ou amostras correspondentes.

enunciados, as crianças solucionam mais facilmente os enunciados de divisão partitiva do que os de divisão por quotas. Essa variável, no entanto, não interfere no desempenho dos adultos.

Analizamos também a distribuição de acertos e erros por condição e por item experimental, conforme ilustrado na tabela a seguir:

Tipo de divisão	Nº do problema	Divisão envolvida	Nº de acertos	Nº de erros
Partitiva	1	$8 \div 2$	15	5
	2	$18 \div 3$	16	4
	3	$9 \div 3$	17	3
	4	$12 \div 2$	15	5
Por quotas	5	$20 \div 4$	11	9
	6	$12 \div 6$	13	7
	7	$16 \div 4$	15	5
	8	$27 \div 9$	10	10

Tabela 7: Distribuição de acertos e erros por condição e por item experimental

Na condição de divisão partitiva, os números de erros por item experimental variaram de 3 a 5. Já na condição de divisão por quotas, o número de erros variou de 5 a 10. Analisaremos a seguir a estrutura gramatical dos problemas que tiveram maior e menor taxa de acerto nas duas condições.

Na condição de divisão partitiva, o problema 3 foi o que obteve maior número de acertos. A estrutura gramatical é constituída da seguinte maneira:

Padrão composicional:

componente informativo + questão (sem componente *set-up*)

Padrão estrutural: X – Y -Z

Carla distribuiu 9 biscoitos entre 3 amigos. Quantos biscoitos cada amigo ganhou?

Estrutura gramatical: 2 sentenças

1ª sentença (componente informativo):

sujeito simples + ação no tempo passado – modo *realis*

2ª sentença (questão):

sentença interrogativa com quantificador *cada* em posição final + ação no tempo passado – modo *realis*

Composicionalmente, esse problema não apresenta *set-up* e segue o padrão informacional típico X-Y-Z, apresentando o número total de elementos (9) e o

número de partes em que esse todo foi dividido (3) e questionando o tamanho de cada parte. Do ponto de vista gramatical, esse é um enunciado estruturalmente simples e direto, o que pode ter contribuído para o processo de extração de informações, por conseguinte, para a compreensão do problema e sua resolução.

Já o problema 4, que recebeu maior número de respostas incorretas, segue um padrão bem distinto. Nele temos:

Padrão composicional:

componente informativo + questão (sem componente *set-up*)

Padrão estrutural: Y –X -Z

Roberto montou 2 porta-lápis para guardar seus 12 lápis de cor. Quantos lápis haverá em cada porta-lápis se Roberto colocar a mesma quantidade em cada um deles?

Estrutura gramatical: 3 sentenças

1ª sentença (componente informativo):

sujeito simples + ação no tempo passado – modo *realis*

Período complexo, formado por subordinação:

2ª e 3ª sentenças (questão):

2ª: sentença interrogativa com quantificador no final da sentença + ação no tempo futuro

3ª: sentença condicional (modo *irrealis*) + outra ocorrência do quantificador *cada*

Um possível complicador adicional deste problema é o uso dos vocábulos lápis e do seu derivado porta-lápis, que podem dificultar a compreensão do enunciado.

O período complexo composto por subordinação e a forma verbal no modo *irrealis* foram estruturas linguísticas utilizadas para materializar o padrão semântico Y-X-Z, que quebra com a ordem prototípica da menção das informações narradas. O uso dessas estruturas mais complexas pode ter dificultado o processo de extração de informações e, conseqüentemente, afetado o desempenho dos alunos.

Na condição de divisão por quotas, o problema 7 foi o que obteve maior número de acertos. A estrutura gramatical é constituída da seguinte maneira:

Padrão composicional:

componente informativo + questão (sem componente *set-up*)

Padrão estrutural: X –Y-Z

Um grupo de 16 colegas irá andar na montanha russa. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?

Estrutura gramatical: 3 sentenças

1ª sentença (componente informativo):

sujeito simples + ação no tempo futuro

2ª sentença (componente informativo):

Quantificador cada no início da sentença + verbo no tempo presente

3ª sentenças (questão):

2ª: sentença interrogativa + ação no tempo futuro

Assim como o problema 3, esse problema, do ponto de vista gramatical, é um enunciado estruturalmente simples, o que pode ter contribuído para o processo de extração de informações, por conseguinte, para a compreensão do problema e sua resolução. Já o problema 8, que apresenta uma estruturação sintática bastante distinta, foi o que ocasionou maior número de erros. Nele temos:

Padrão composicional:

componente informativo + questão (sem componente *set-up*)

Padrão estrutural: X –Z -Y

Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma

Estrutura gramatical: 3 sentenças

1ª sentença (componente informativo):

sujeito plural + ação no tempo presente+ problema de referência da expressão nominal as crianças, que é introduzida de forma definida, sem nenhum contexto prévio

Período complexo, formado por subordinação

2ª sentença (questão):

Sentença interrogativa + ação no tempo futuro

3ª sentença (componente informativo):

Sentença condicional + ação no modo *irrealis* + quantificador *cada* na final da sentença

Do ponto de vista gramatical, a estrutura linguística do enunciado 8 é mais complexa do que a do 7, uma vez que apresenta estruturas de alto custo de processamento e problemas de coesão referencial. Essa diferença na complexidade gramatical dos enunciados parece estar relacionada ao nível de desempenho dos alunos em cada um deles.

Outro aspecto a ser considerado ao avaliar o desempenho dos alunos é o valor dos dados numéricos utilizados nos problemas. Na literatura, Correa (2004) observou que o desempenho das crianças nas tarefas de resolução de problemas de divisão é influenciado pelo tamanho do dividendo e do divisor. Nesse primeiro experimento, não controlamos esse fator, pois, como informamos, os problemas foram selecionados de forma aleatória. Logo, não se pode excluir uma possível interferência das quantidades usadas em cada termo da divisão no desempenho dos alunos.⁴⁷ No entanto, não há indícios de que esse fator tenha guiado o desempenho dos participantes. Na condição partitiva, o problema 3, que induziu o menor número de erros, envolve a operação $9 \div 3$ e os problemas 1 e 4, que induziram 5 erros cada, envolviam, respectivamente as divisões $8 \div 2$ e $12 \div 2$. Esses três problemas envolvem o mesmo número como divisores e o dividendos que diferem em poucas unidades. Porém, mesmo assim, houve variação no número de erros e divisões mais baixas acarretaram maior número de respostas incorretas do que divisões com números mais elevados. Na condição por quotas, o mesmo cenário parece se repetir: o problema 7 que envolve a divisão $16 \div 4$ acarretou menor número de erros do que o problema 6, que envolvia $12 \div 6$.

A categorização dos erros que será apresentada a seguir também ajuda a ilustrar que os erros cometidos pelos alunos não parecem estar associados ao tamanho das quantidades envolvidas, mas sim à forma como compreenderam o enunciado. Como utilizamos a tarefa experimental de resolução de problemas por meio de desenhos, só tivemos acesso ao produto final do raciocínio matemático conduzido pelos alunos. Dessa forma, optamos por concentrar nossa análise no exame dos erros cometidos, uma vez que categorizar as estratégias de cálculo sem acompanhar o processo de resolução seria inviável. Fizemos essa opção

⁴⁷ É importante mencionar que os alunos testados operavam com números próximos a centenas em problemas de adição e subtração.

metodológica também por acreditar que o erro pode, muitas vezes, ser mais informativo do que o próprio acerto sobre questões aritméticas e sobre o tipo de leitura que os participantes fizeram do enunciado.

Como os alunos resolveram os enunciados?

Os erros cometidos pelos alunos nos dois tipos de problemas de divisão foram classificados em sete categorias. A seguir, definimos e ilustramos cada uma dessas categorias.

Classificação do erro
Erro tipo 1 – Soma/ Subtração de dados numéricos do problema
Erro tipo 2 - Tomada do divisor como quociente
Erro tipo 3 – Tomada do quociente como divisor
Erro tipo 4 – Aplicação da multiplicação
Erro tipo 5 – Tarefa não solucionada
Erro tipo 6 – Não foi possível precisar a interpretação realizada

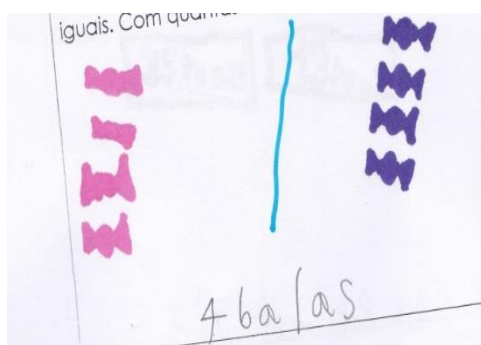
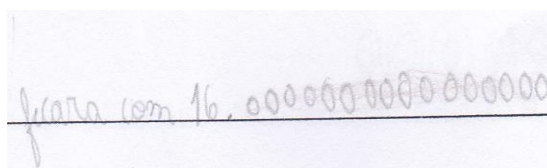
Erro do tipo 1: Soma/ Subtração de dados numéricos do problema

Neste tipo de erro, o aluno parece não compreender o enunciado e aplica a estratégia de soma ou subtração dos dados numéricos, técnicas que neste momento do 2º ano já domina bem. Como estão acostumados a resolver problemas que envolvem adição e subtração, os alunos replicam essa estratégia em outros tipos de enunciados.

Esse tipo de erro aconteceu tanto nos enunciados de distribuição quanto nos enunciados de medida. A seguir, estão ilustrados, por condição e por item experimental, algumas respostas categorizadas como erros do tipo 1.

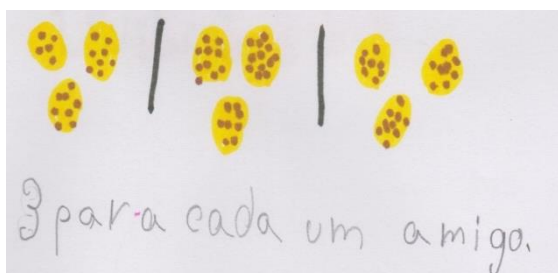
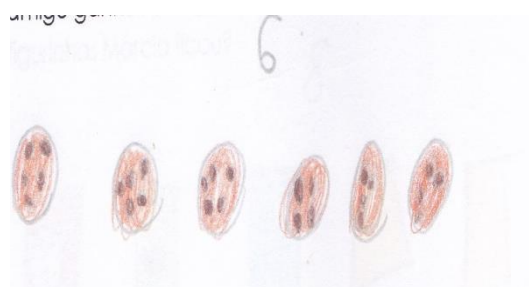
Problemas de Divisão partitiva

Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em dois grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?

Exemplo de resposta correta⁴⁸:**Exemplo de erro do tipo 1: Soma**

O aluno ao invés de dividir as 8 balas em 2 grupos iguais, realizou a soma de dois grupos de 8 balas, encontrando como resposta final 16 balas.

Carla distribuiu 9 biscoitos entre 3 amigos. Quantos biscoitos cada amigo ganhou?

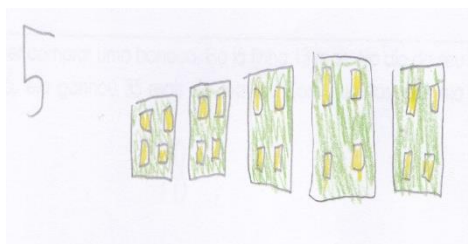
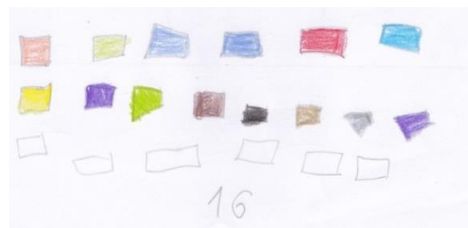
Exemplo de resposta correta:**Subtração****Exemplo de erro do tipo 1:**

Ao invés de dividir 9 biscoitos em 3 grupos, realizou-se uma subtração dos dados numéricos presentes no problema ($9-3=6$).

Problemas de divisão por quotas

Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos?

⁴⁸ Essa resposta tida como correta deriva de uma leitura coletiva das expressões nominais coordenadas.

Exemplo de resposta correta:**Exemplo de erro do tipo 1 – Subtração**

Ao invés de agrupar os 20 adesivos de 4 em 4, o participante subtraiu dos dados numéricos apresentados ($20 - 4 = 16$)

Erro do tipo 2: Tomada do divisor como quociente

O aluno utiliza o valor que corresponderia ao divisor do problema como quociente (resultado) e representa o enunciado de forma diferente do que é pedido. Pode ter sido ocasionado por uma leitura superficial do enunciado, isto é, o aluno não leu o enunciado até o final e apenas apreendeu que seria necessária a divisão e a fez com os dados numéricos encontrados, sem estabelecer o tipo de relação existente entre cada um dos dados numéricos. Esse tipo de erro aconteceu nas duas condições experimentais:

Problemas de divisão partitiva

Dividindo-se 18 bolas em 3 caixas, quantas bolas ficarão em cada caixa?

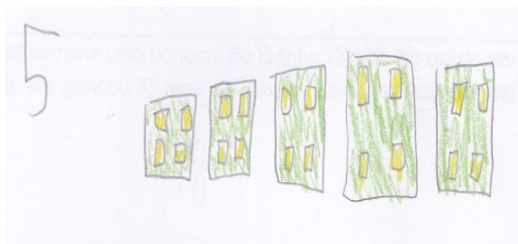
Exemplo de resposta correta:**Exemplo de erro do tipo 2:**

Nesse exemplo, ao invés de dividir as 18 bolas em 3 grupos diferentes, o aluno agrupou as bolas em grupos de 3, totalizando 8 agrupamentos.

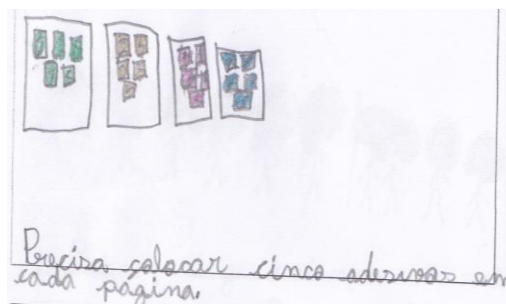
Problemas de Divisão por quotas

Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo de erro do tipo 2:



Nesse exemplo, ao invés de agrupar os 20 adesivos de 4 em 4, totalizando 5 grupos, o aluno realizou 4 agrupamentos com 5 adesivos em cada.

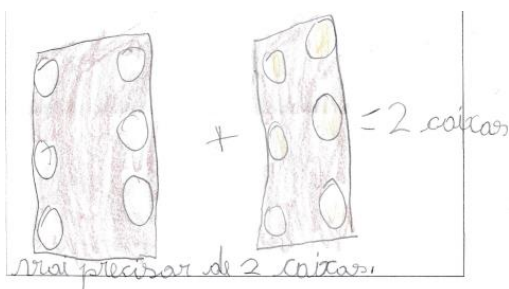
Erro do tipo 3: Tomada do quociente como divisor

O aluno aplica o raciocínio distributivo no problema de medida, tomando o quociente como divisor. Pode ter sido ocasionado por uma leitura superficial do enunciado.

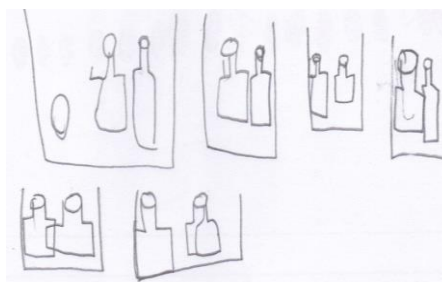
Problemas de divisão por quotas

Em cada caixa cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas Alex e Marcelo precisarão para guardar 12 garrafas?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo de erro do tipo 3:



Ao invés de agrupar as 12 garrafas em grupos de 6, totalizando 2 grupos, foram realizados 6 agrupamentos com 2 garrafas em cada.

Erro do tipo 4: Aplicação da multiplicação

O aluno compreende o enunciado de forma diferente da leitura *default* esperada pelo livro didático e aplica um raciocínio multiplicativo. Este tipo de erro ocorreu nas duas condições experimentais e ilustra a ambiguidade presente em alguns enunciados.

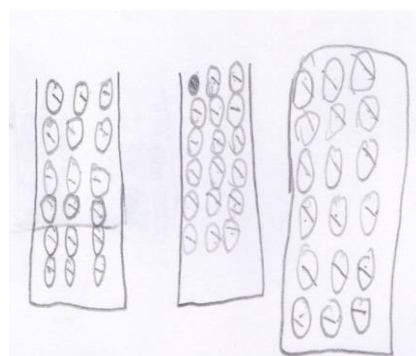
Problemas de divisão partitiva:

Dividindo-se 18 bolas em 3 caixas, quantas bolas ficarão em cada caixa?

Exemplo de resposta correta:

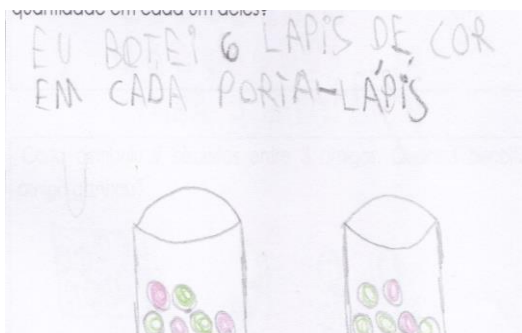
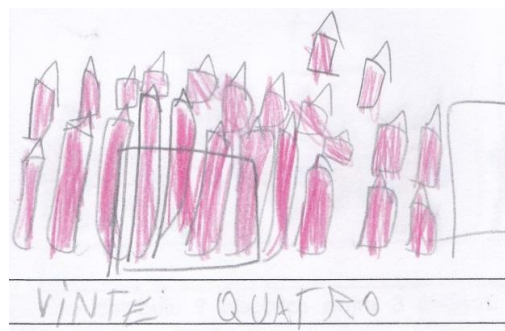


Exemplo de erro do tipo 4:



Nesse exemplo, o aluno compreendeu que em cada uma das 3 caixas foram colocadas 18 bolas.

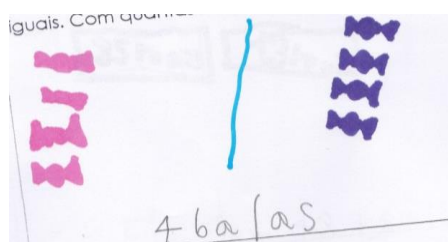
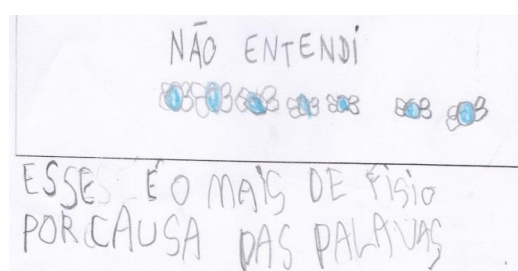
Roberto montou 2 porta-lápis para guardar seus 12 lápis de cor. Quantos lápis haverá em cada porta-lápis se Roberto colocar a mesma quantidade em cada um deles?

Exemplo de resposta correta:**Erro do tipo 4:****Erro do tipo 5: Tarefa não solucionada**

O aluno não conseguiu solucionar a tarefa e escreveu “não entendi” ou justificou porque o problema não poderia ser solucionado. Esse tipo de erro ocorreu nas duas condições experimentais. No entanto, foi mais frequente nos itens da condição de divisão por quotas.

Problemas de divisão partitiva

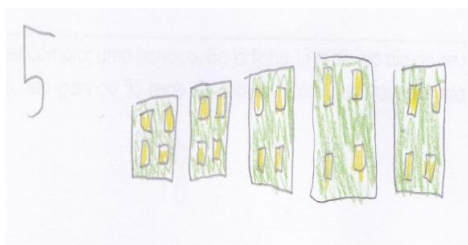
Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em dois grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?⁴⁹

Exemplo de resposta correta:**Exemplo de erro do tipo 5:****Problemas de divisão por quotas**

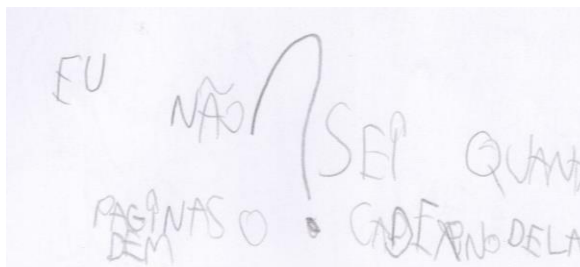
⁴⁹ É importante mencionar que neste problema, além da ambiguidade ocasionada pelo uso de expressões nominais coordenadas na posição de sujeito, há a ambiguidade causada pela expressão “em dois grupos iguais”, que pode estar associada tanto ao verbo ganharam quanto ao verbo dividiram.

Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo de erro do tipo 5:



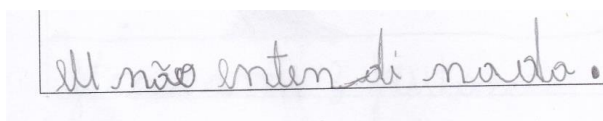
Nesse exemplo de erro, fica claro como a contextualização pragmática é importante para as crianças. Como as crianças tendem a fazer leituras exaustivas, não compreendem facilmente que na pergunta “Quantas páginas do caderno terão adesivos?”, supõe-se que uma parte será preenchida por adesivos e outra não. Para a criança, é importante que haja a informação de quantas páginas há no caderno para ela verificar se poderá esgotar ou não todas as páginas.

Um grupo de 16 colegas irá andar na montanha russa. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?

Exemplo de resposta correta:



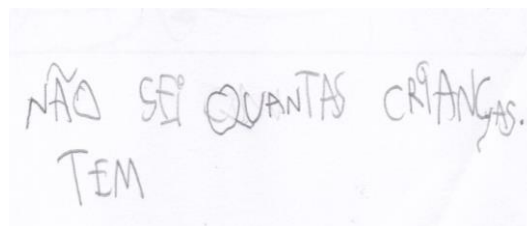
Exemplo de erro do tipo 5:



Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão as tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma?

Exemplo de resposta correta:

Exemplo de erro do tipo 5:



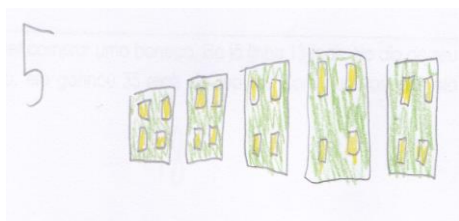
Novamente, nesse exemplo de erro, vimos como a contextualização pragmática é importante para as crianças, uma vez que tendem a fazer leituras exaustivas. O problema de referência causado por uma expressão definida sem menção prévia colabora para a dificuldade de extração de informações desse enunciado.

Erro do tipo 6 - Não foi possível precisar a interpretação realizada/ respostas arbitrárias

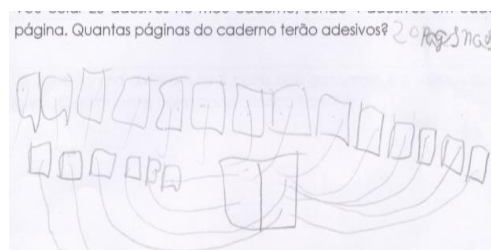
Pela representação feita, não é possível identificar a forma como o aluno compreendeu o enunciado. Esse tipo de erro só ocorreu em uma das condições experimentais - nos problemas de divisão por quotas.

Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos?

Exemplo de resposta correta:

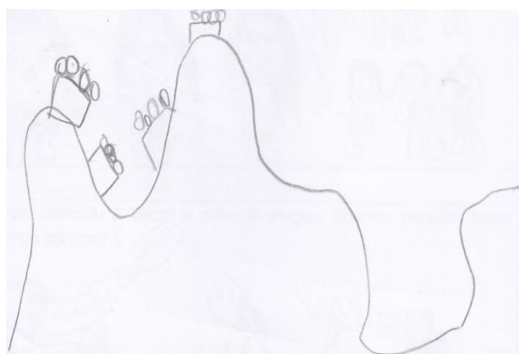
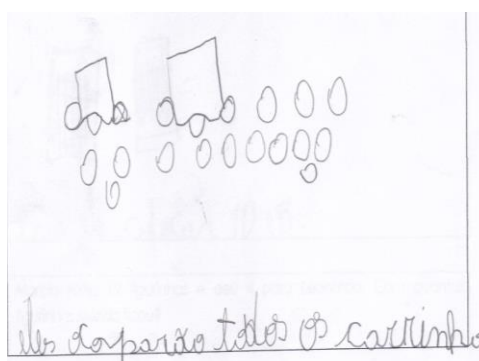


Exemplo de erro do tipo 6:⁵⁰



Um grupo de 16 colegas irá andar na montanha russa. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?

⁵⁰ Nesse desenho, é interessante notar que as linhas que ligam os adesivos às páginas do caderno parecem sinalizar uma tentativa de aplicação de raciocínio de distribuição, por meio da correspondência um a um.

Exemplo de resposta correta:**Exemplo de erro do tipo 6:***Discussão dos resultados*

A diferença de desempenho dos alunos nos dois tipos de problemas, com maior número de acertos nos problemas de divisão partitiva é um achado compatível com os resultados de Fischbein et al (1985), Correa, Nunes & Bryant (1998), Selva (1998), Kornilaki & Nunes (1997, 2005) e Correa (2004), que também encontraram evidências de que os problemas partitivos são mais facilmente solucionados pelas crianças do que os de divisão por quotas. No entanto, dada a ampla diversidade de estruturas linguísticas utilizadas nos problemas deste experimento e ambiguidade existente em alguns desses enunciados, não é possível precisar se a estrutura gramatical influenciou o desempenho dos alunos. Dessa forma, decidimos conduzir um segundo experimento, no qual ambos os tipos de problemas foram linguisticamente estruturados da mesma maneira e sem apresentar estruturas ambíguas, com objetivo de verificar se, nessas condições, ainda haveria diferença no desempenho das crianças nos dois tipos de problemas. Nossa previsão é que, no experimento 2, no qual a estrutura gramatical será uniforme nos dois enunciados, caso a dificuldade não esteja associada ao tipo de raciocínio de divisão mas sim à linguagem, o desempenho dos alunos nos problemas de divisão por quotas será equivalente ao observado nos problemas de divisão partitiva.

6.3

Experimento 2

Este experimento buscou verificar se, padronizando-se a estrutura e os tipos de sentenças nos problemas de divisão partitiva e divisão por quotas, os alunos continuariam tendo melhor desempenho nas tarefas de divisão partitiva. Para isso, uniformizou-se a estrutura linguística dos dois tipos de enunciados, mantendo a mesma complexidade gramatical em ambos. Buscamos identificar nos dados usados no experimento 1 questões gramaticais que poderiam dificultar a interpretação dos enunciados. A partir dessa análise, controlamos nos enunciados alvo usados no experimento 2 a complexidade da estrutura sintática (e suas possíveis interpretações semânticas) com objetivo de reduzir a complexidade gramatical e possíveis problemas de processamento. A variável dependente medida foi taxa de acerto.

A hipótese de trabalho assumida considera que a complexidade gramatical dos enunciados matemáticos de divisão aumenta a dificuldade de resolução do problema. Desse modo, prevê-se que a diferença entre as taxas de acertos nas duas condições (divisão partitiva e divisão por quotas) será menor no experimento 2, do que foi no experimento 1.

Método

Participantes

Os mesmos participantes do experimento 1 realizaram o experimento 2. Foram 20 alunos do 2º ano do Ensino Fundamental (12 meninas e 8 meninos), com média de idade de 7,6 anos, que ainda não tinham sido apresentados ao ensino sistematizado da operação matemática da divisão. Também neste experimento, participaram, como grupo controle, 12 adultos (7 mulheres e 5 homens), com média de idade de 29,6 anos.

Estímulos

Foram utilizados 18 enunciados matemáticos, sendo 2 de treino, 8 distratores e 8 itens experimentais. Os itens distratores eram compostos por enunciados de adição, subtração e multiplicação. Nos itens experimentais, a

variável independente manipulada foi o tipo de raciocínio matemático – 4 itens para divisão partitiva e 4 para divisão por quotas. Todos os participantes tiveram acesso à mesma lista de estímulos, mas em ordens de apresentação distintas.

Todos os itens experimentais seguiram a mesma organização estrutural, de acordo com a composição proposta por Gerofsky (1996) e padrão informacional X-Y-Z (cf. Capítulo 5, seção 5.2). Todos foram formados por uma sentença introdutória de acomodação pragmática (1), uma primeira proposição formada por duas sentenças coordenadas, ambas no passado do modo indicativo (2), uma segunda proposição formada por duas sentenças subordinadas no presente do indicativo com o quantificador *cada* próximo ao final da sentença (3), e uma pergunta retórica de comando (4).

Sentenças	Divisão partitiva	Divisão por cota
1 (<i>set-up</i>)	Antônia adora bala	Gustavo gosta de bola de gude
2 (componente informativo)	Ela comprou 14 balas e precisa guardá-las em 2 potes.	Ele ganhou 10 bolinhas e quer separá-las em saquinhos.
3 (componente informativo)	Antônia não sabe qual o número de balas ela precisa colocar em cada pote.	Gustavo não sabe qual o número de saquinhos ele precisa para colocar 2 bolinhas em cada saquinho.
4 (questão)	Você pode ajudá-la?	Você pode ajudá-lo?

Assim como no experimento 1, o teste foi dividido em duas partes A e B, contendo 9 enunciados cada, apresentados em dias diferentes, com o intuito de reduzir o número de itens aos quais os alunos foram expostos e, conseqüentemente, reduzir os efeitos de cansaço e fadiga

Tipo de divisão	Número do problema	Parte do teste	Enunciado
Divisão partitiva	1	A	Antônia adora bala. Ela comprou 14 balas e precisa guardá-las em 2 potes. Antônia

			não sabe qual o número de balas ela precisa colocar em cada pote. Você pode ajudá-la?
	2	A	Giovana adora conchinha. Ela achou 10 conchinhas na areia e quer usá-las para fazer 5 colares. Giovanna não sabe qual o número de conchinhas ela precisa colocar em cada colar. Você pode ajudá-la?
	3	B	Clara coleciona caneta. Ela tem 14 canetas coloridas e decidiu guardá-las em 7 estojos. Clara não sabe qual o número de canetas ela precisa colocar em cada estojo. Você pode ajudá-la?
	4	B	Mariana ama bichinho de pelúcia. Ela ganhou 6 bichinhos e quer deitá-los em 2 caminhas. Mariana não sabe qual o número de bichinhos ela precisa colocar em cada caminha. Você pode ajudá-la?
Divisão por quotas	5	A	Henrique coleciona carta Pokémon. Ele possui 12 cartas e precisa arrumá-las em envelopes. Henrique não sabe qual é o número de envelopes ele precisa para colocar 4 cartas em cada envelope. Você pode ajudá-lo?
	6	A	Felipe adora adesivo. Ele comprou 6 adesivos e quer colocá-las em cartolinas. Felipe não sabe qual o número de cartolinas ele precisa para colar 3 adesivos em cada cartolina?
	7	B	Gustavo gosta muito de bola de gude. Ele ganhou 10 bolinhas e quer separá-las em saquinhos. Gustavo não sabe qual o número de saquinhos ele precisa para colocar 2 bolinhas em cada saquinho. Você pode ajudá-lo?
	8	B	Pedro adora carrinho. Ele comprou 12 carrinhos e decidiu guardá-los em caixinhas. Pedro não sabe qual o número de caixinhas ele precisa colocar 3 carrinhos em cada caixinha. Você pode ajudá-lo?

Tabela 8: Itens experimentais utilizados no experimento 2

Procedimento

Adotou-se o mesmo procedimento realizado no experimento 1. Os alunos foram instruídos a resolver os enunciados por meio de desenhos, e realizaram a atividade de forma autônoma, sem mediação do professor. Não foi estabelecido

limite de tempo e os alunos levaram, em média, 45 minutos para resolver cada parte do teste. O grupo controle realizou as duas partes do teste no mesmo momento e levou cerca de 20 minutos para concluir a tarefa.

Resultados

Houve 81,25% de acerto nos itens de divisão partitiva e 78,75% nos que envolviam a divisão por quotas, o que indica alto percentual de acerto nas duas condições. A análise estatística dos dados foi feita através do teste *Wilcoxon*. A estatística assim obtida foi $Z = 0,68$, $p = 0,24$. Portanto, não houve diferença significativa entre as condições experimentais.

	Divisão Partitiva	Divisão por quotas
Acertos	66 (82,5%)	63 (78,75%)
Erros	14 (17,5%)	17 (21,25%)

Tabela 9: Número de acertos e erros por condição no experimento 2

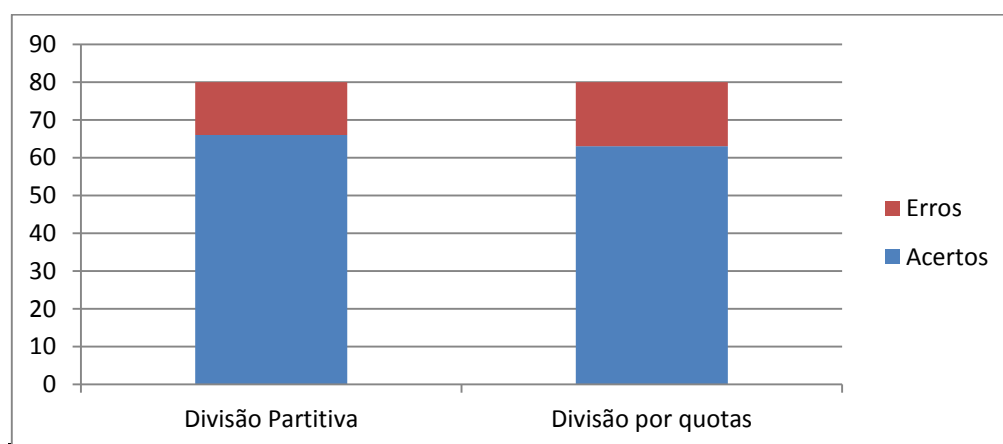


Gráfico 6: Número de acertos e erros por condição no experimento 2

Comparação dos resultados dos experimentos 1 e 2

Uma comparação entre os resultados dos dois experimentos revela que houve uma elevação na taxa de acertos na condição de divisão por quotas, no segundo experimento. Além disso, enquanto no experimento 1, houve diferença significativa entre o nível de desempenho dos alunos nas duas condições, no experimento 2, o desempenho foi equivalente nos problemas de divisão partitiva e por quotas.

Contrastou-se o número de acertos em cada uma das condições nos dois experimentos, por meio do teste *Wilcoxon*. Para a condição de divisão partitiva, não houve diferença significativa ($Z= 1,28$; $p=0,09$). No entanto, a diferença foi significativa para a condição de divisão por quotas ($Z= 2,07$; $p=0,016$). Os resultados indicam que, nos problemas de divisão partitiva cuja estruturação já segue um padrão organizacional prototípico e estruturas linguísticas mais simples, o controle do aspecto gramatical não altera (i.e. facilita ou dificulta) o desempenho dos alunos. No entanto, nos problemas de divisão por quotas, nos quais, geralmente, o enunciado não segue um padrão estrutural e no qual são usadas diferentes estruturas linguísticas, dentre elas estruturas de alto custo, a uniformização gramatical contribui para que os alunos tenham melhor desempenho na resolução dos problemas.

O gráfico a seguir ilustra o número de respostas corretas por condição nos dois experimentos, ressaltando que só se obteve diferença estatisticamente significativa no contraste de desempenho na condição de divisão por quotas.

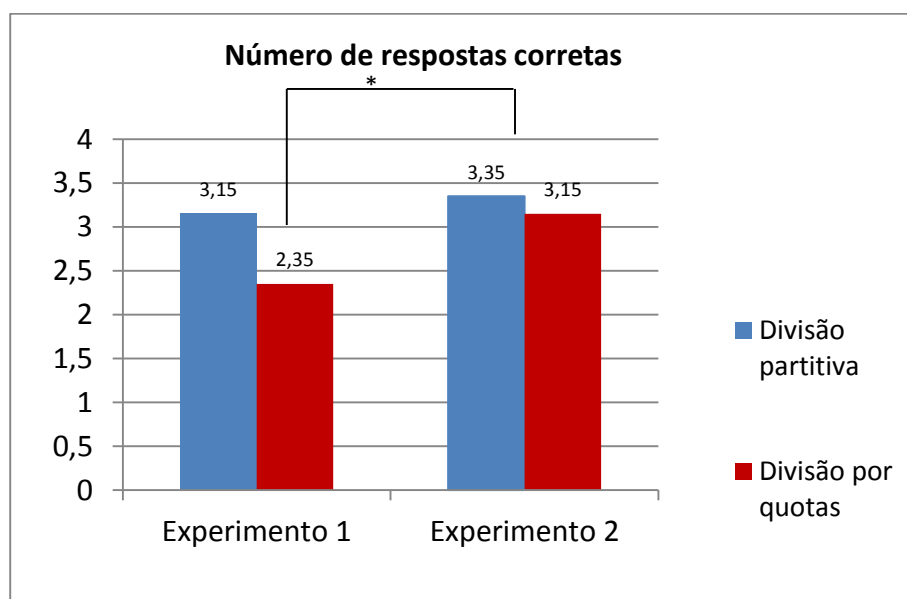


Gráfico 7: Número médio de respostas corretas em função do tipo de problema de divisão, nos experimentos 1 e 2

Assim como no experimento 1, o desempenho do grupo controle foi equivalente nas duas condições e não houve nenhuma ocorrência de erro de resolução.

Os resultados obtidos indicam que, nesse momento da escolarização, o papel da linguagem no desempenho em tarefas de resolução de situações-problema que envolvem a operação da divisão, é bastante representativo e facilita o desempenho das crianças. A comparação entre os resultados obtidos nos experimentos 1 e 2 sugere que o baixo desempenho das crianças em matemática pode criar uma “ilusão” de déficit matemático, quando, na verdade, o déficit pode ser de linguagem, com as crianças apresentando dificuldades no processamento e interpretação de enunciados gramaticalmente complexos. Essa dificuldade leva a uma integração “errônea” das informações necessárias para a resolução de problemas matemáticos com maior demanda cognitiva.

Como os alunos resolveram os enunciados?

Diferentes estratégias de resolução foram utilizadas pelos alunos. Algumas levaram ao acerto da situação-problema e outras a erros. Assim como fizemos no experimento 1, passamos agora à discussão dos erros mais cometidos pelos alunos, com intuito de verificar como os enunciados foram compreendidos pelos participantes. Faremos também (ver *comentário geral*), uma comparação entre os tipos de erros cometidos nos experimentos 1 e 2.

Tipo de divisão	Nº do problema	Divisão envolvida	Nº de acertos	Nº de erros
Partitiva	1	$14 \div 2$	18	2
	2	$10 \div 5$	15	5
	3	$14 \div 2$	16	4
	4	$6 \div 2$	17	3
Por quotas	5	$12 \div 4$	15	5
	6	$6 \div 3$	15	5
	7	$10 \div 2$	16	4
	8	$12 \div 3$	17	3

Tabela 10: Número de acertos e erros por item no experimento 2

Nesse experimento, fica mais claro que o tamanho das quantidades envolvidas nos termos da divisão parece não afetar o desempenho dos alunos em tarefas de resolução de situações-problema por meio de desenhos.

Os erros cometidos pelos alunos foram classificados em categorias, como ilustrado na tabela a seguir:

Classificação do erro

Erro tipo 1 - Soma de dados numéricos do problema
Erro tipo 2 - Tomada do divisor como quociente
Erro do tipo 3 - Agrupamento em quantidade diferente da proposta no enunciado
Erro tipo 4 - Não foi possível precisar a interpretação realizada

A seguir, definimos cada categoria de erro e apresentamos exemplos.

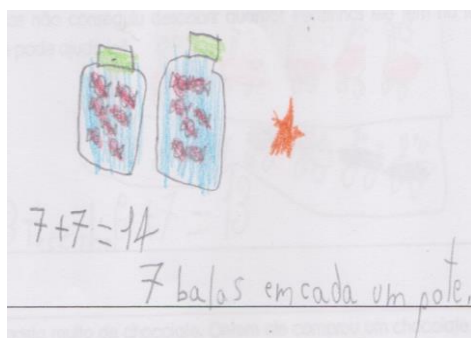
Erro do tipo 1 – Soma de dados numéricos do problema

O aluno parece não compreender o enunciado e aplica a estratégia de soma dos dados numéricos, técnica que neste momento do 2º ano já dominam bem. Como estão acostumados a resolver problemas que envolvem adição, os alunos replicam essa estratégia em outros tipos de enunciados.

Problemas de divisão partitiva

Antonia adora bala. Ela comprou 14 balas e precisa guardá-las em 2 potes. Antonia não sabe qual o número de balas ela precisa colocar em cada pote. Você pode ajudá-la?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo de erro do tipo 1:

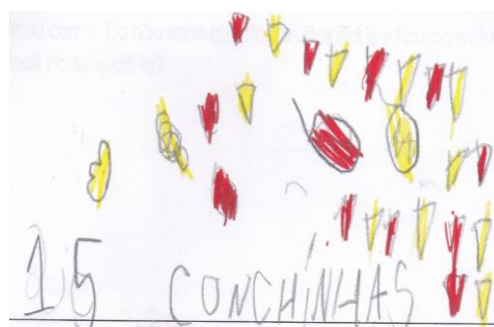
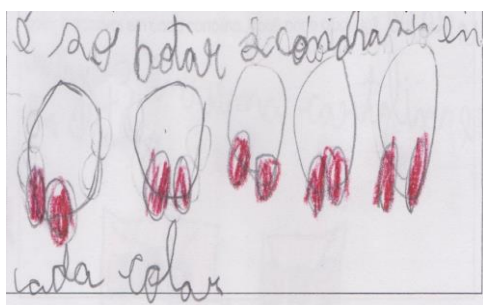


Giovanna adora conchinha. Ela achou 10 conchinhas na areia e quer usá-las para fazer 5 colares. Giovanna não sabe qual o número de conchinhas ela precisa colocar em cada colar. Você pode ajudá-la?

Exemplo de resposta correta:

Exemplo de erro do tipo 1: ⁵¹

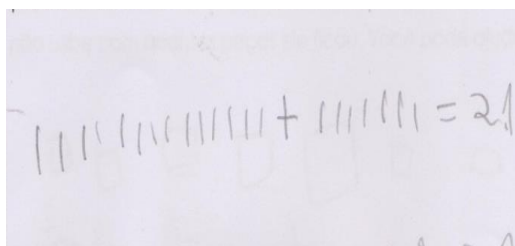
⁵¹ Uma questão que se coloca ao examinarmos os desenhos que ilustram o erro do tipo 1 neste exemplo e no anterior é até que ponto o uso de cores diferentes pode indicar que algum tipo de



Clara coleciona caneta. Ela tem 14 canetas coloridas e decidiu guardá-las em 7 estojos. Clara não sabe qual o número de canetas ela precisa colocar em cada estojo. Você pode ajudá-la a descobrir?

Exemplo de resposta correta:

Exemplo do erro tipo 1:



Problemas de divisão por quotas:

Felipe adora adesivo. Ele comprou 6 adesivos e quer colá-los em cartolinas. Felipe não sabe qual o número de cartolinas ele precisa para colar 3 adesivos em cada cartolina. Você pode ajudá-lo?

Exemplo de resposta correta:

Exemplo de erro do tipo 1:⁵²



divisão deveria ser realizada. No entanto, dadas as restrições da técnica experimental realizada, não há elementos suficientes que possam confirmar essa possibilidade.

⁵²Neste exemplo, é preciso atentar que o desenho é incongruente com a resposta escrita. O aluno parece ter representado visualmente apenas o primeiro dado numérico do problema (6 adesivos) e na resposta final somou as duas informações numéricas $6+3$.

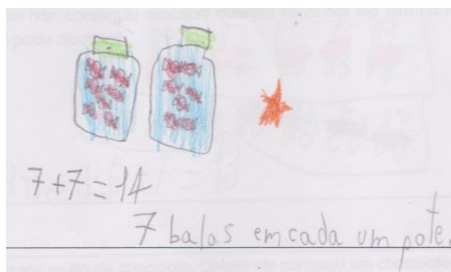
Erro do tipo 2: Tomada do divisor como quociente

O aluno utiliza o divisor do problema como quociente e representa o enunciado de forma diferente do que foi pedido. Pode ter sido ocasionado por uma leitura superficial do enunciado, que impede o leitor de estabelecer o tipo de relação solicitada.

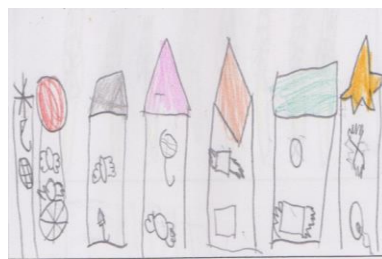
Problemas de divisão partitiva:

Antonia adora bala. Ela comprou 14 balas e precisa guardá-las em 2 potes. Antonia não sabe qual o número de balas ela precisa colocar em cada pote. Você pode ajudá-la?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo do erro tipo 2:



Ao invés de representar 2 recipientes com 7 balas em cada, o aluno representou 7 recipientes, com as balas

Mariana ama bichinho de pelúcia. Ela ganhou 6 bichinhos e quer deitá-los em 2 caminhas. Mariana não sabe qual o número de bichinhos ela precisa colocar em cada caminha. Você pode ajudá-la?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo do erro tipo 2:



Ao invés de representar 2 camas com 3 bichos em cada, o aluno representou 3 camas, com os bichos agrupados de 2 em 2.

Erro do tipo 3 - Agrupamento em quantidade diferente da proposta no enunciado

O aluno não faz o agrupamento dos itens da maneira como foi pedido no enunciado. Pode ter acontecido, em alguns casos, pelo fato de o aluno ter se perdido na contagem, por falta de atenção.

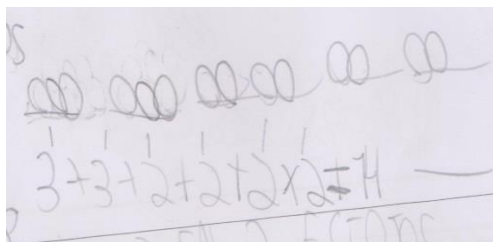
Problemas de divisão partitiva

Clara coleciona caneta. Ela tem 14 canetas coloridas e decidiu guardá-las em 7 estojos. Clara não sabe qual o número de canetas ela precisa colocar em cada estojo. Você pode ajudá-la a descobrir?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo do erro tipo 4:



O aluno provavelmente, por falta de atenção, se perdeu no momento da contagem e fez 6 conjuntos, ao invés de 7, como solicitado no enunciado. É interessante que o aluno percebe que precisa acrescentar mais itens aos primeiros conjuntos para conseguir obter o total de 14.

Problemas de divisão por quotas

Henrique coleciona carta Pokémon. Ele possui 12 cartas e precisa arrumá-las em envelopes. Henrique não sabe qual o número de envelopes ele precisa para colocar 4 cartas em cada envelope. Você pode ajudá-lo?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo de erro do tipo 4:



O aluno fez 2 agrupamentos com 6 cartas em cada envelope, ao invés de colocar 4 cartas em cada, como solicitado no enunciado.

Erro do tipo 4: Não foi possível precisar a interpretação dada

Pela representação feita, não é possível compreender a forma como o aluno compreendeu o enunciado.

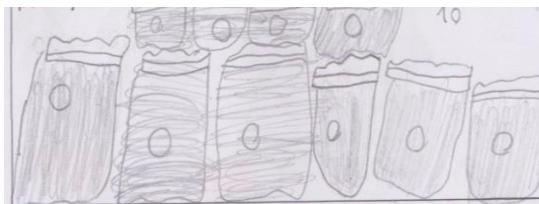
Problemas de divisão por quotas

Gustavo gosta muito de bola de gude. Ele ganhou 10 bolinhas e quer separá-las em saquinhos. João não sabe qual o número de saquinhos ele precisa para colocar 2 bolinhas em cada saquinho. Você pode ajudá-lo?

Exemplo de resposta correta:



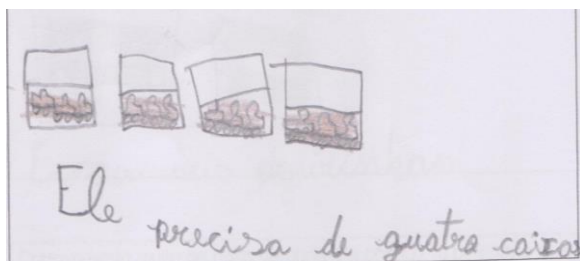
Exemplo de erro tipo 4:



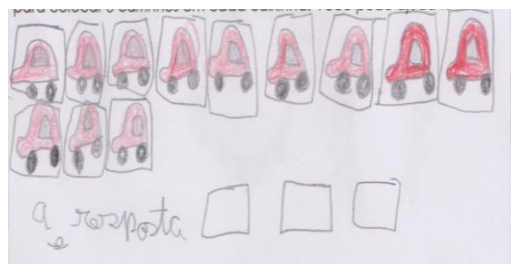
O aluno não compreendeu as relações expressas no enunciado e distribuiu individualmente as 10 bolas em sacos.

Pedro adora carrinho. Ele comprou 12 carrinhos e decidiu guardá-los em caixinhas. Pedro não sabe qual o número de caixinhas ele precisa para colocar 3 carrinhos em cada caixinha. Você pode ajudá-lo?

Exemplo de resposta correta:



Exemplo de erro tipo 5:



O aluno parece não ter compreendido as relações expressas no enunciado. Ele distribuiu individualmente os 12 carros em caixas e apresenta como resposta final

3 caixas. Pela representação realizada, não é possível precisar qual a foi a interpretação que o aluno fez do problema.

Comentário geral

É interessante verificar que não apenas a taxa de erros é diferente entre os experimentos 1 e 2, mas também a natureza dos erros cometidos. Enquanto no experimento 1, tivemos 6 categorias de erros, no experimento 2 tivemos 4. No experimento 2, não tivemos ocorrências de erros relacionados à ambiguidade, como o caso de aplicação da multiplicação e nem ocorrências de tarefas não solucionadas. Isso parece ser indicativo de que algum tipo de extração de informação os alunos conseguiram fazer dos enunciados, permitindo-lhes traçar uma estratégia de representação, seja essa correta ou incorreta.

No início deste capítulo, traçamos por meio da correlação entre desempenho nas avaliações de língua portuguesa e matemática o perfil acadêmico dos alunos participantes da pesquisa. Dentre os 20 alunos que participaram desses dois experimentos, 4 apresentaram baixo desempenho nas duas disciplinas e foram indicados a frequentar aulas de recuperação paralela.⁵³ Analisamos a seguir, em separado, o desempenho desses quatro alunos, em cada um dos experimentos.

Aluno	Nº erros no exp.1 (máx. score 8)	Tipos de erros cometidos no exp. 1	Nº de erros no exp.2 (máx. score 8)	Tipos de erros cometidos no exp. 2
Aluno A	5	Não resolução da tarefa; Não foi possível identificar a estratégia utilizada	4	Soma de dados numéricos; Não foi possível precisar a interpretação realizada
Aluno B	2	Tomada do divisor como quociente	1	Tomada do divisor como quociente
Aluno C	4	Soma de dados numéricos; Leitura diferente do padrão default, com aplicação da multiplicação	2	Agrupamento em quantidade diferente da proposta no enunciado; Soma de dados numéricos

⁵³ No momento da realização dos experimentos, as aulas de recuperação ainda não haviam sido iniciadas.

Aluno D	4	Tarefa não solucionada; Leitura diferente do padrão default, com aplicação da multiplicação		
------------	---	---	--	--

Tabela 11: Desempenho dos alunos indicados para a recuperação nos experimentos 1 e 2

Os dados indicam que mesmo os alunos com baixo desempenho, que possivelmente apresentam dificuldades no campo aritmético, obtiveram desempenho um pouco melhor nas tarefas com complexidade gramatical controlada. Apesar da pequena amostra de alunos indicados para a recuperação, é possível observar que a uniformização gramatical dos enunciados, nesse momento da escolarização, acarreta melhoras no desempenho tanto dos alunos com bom desempenho em matemática quanto nos alunos com baixo desempenho, que frequentam as aulas de recuperação paralela.

Discussão dos resultados

No experimento 2, verificamos que, quando a complexidade gramatical dos enunciados é controlada, o desempenho dos alunos em tarefas de resolução de problemas de divisão partitiva e de divisão por quotas é equivalente. Assim, nesses contextos, nossos resultados são compatíveis com os achados de Hill (1952), Brown (1981^a), Burton (1992) e Downtown (2009), segundo os quais a acurácia do processo de resolução dos problemas de divisão independe do conceito de divisão atrelado aos enunciados. Por mais que tenha havido um pequeno percentual maior de acertos nos problemas partitivos, nossos resultados, não permitem, assim como os de Correa (2004) corroborar as reflexões de Fischbein et al (1985) de que a divisão partitiva seja o modelo intuitivo de divisão.

No que tange à influência da linguagem no desempenho matemático, nossos achados são compatíveis com os encontrados por Abedi & Lord (2001) e Correia (2004), segundo os quais a complexidade gramatical dos enunciados influencia o processo de extração de informação dos problemas e sua, consequente, resolução. A diferença entre os resultados dos experimentos 1 e 2 corrobora a influência da complexidade da linguagem no desempenho matemático.

No experimento 3, buscamos verificar se mantida a mesma estruturação gramatical e acrescida uma estrutura linguística ambígua, qual o tipo de leitura seria

preferida pelos alunos: leitura coletiva ou leitura distributiva. Trabalhamos com o uso de expressões nominais coordenadas na posição de sujeito sintático, um das estruturas linguísticas que tornam os enunciados dos problemas matemáticos ambíguos.

6.4

Experimento 3

No mapeamento das estruturas linguísticas presentes nos enunciados de problemas de divisão, verificou-se que em um número considerável dos problemas presentes nos livros didáticos havia a presença de estruturas de sujeito composto (coordenação de duas expressões nominais). Em atividades exploratórias realizadas com os alunos e no dia a dia da prática pedagógica em sala de aula, observou-se que esse tipo de estrutura causa muitas dúvidas nos alunos e gera também diferentes interpretações sobre a situação-problema, uma vez que o enunciado se torna ambíguo (ver seção 5.4 do capítulo 5). O experimento 3 foi conduzido com o objetivo de analisar quais os tipos de interpretações semânticas essa estrutura pode acarretar e também de verificar se o tipo de retomada dessa estrutura (pronominal ou repetição da expressão nominal) influencia na interpretação realizada.

Assim como no experimento 2, neste experimento os estímulos produzidos seguiram a mesma organização estrutural, de acordo com a composição proposta por Gerofsky (1996) e o padrão informativo (X-Y-Z) (cf. Capítulo 5, seção 5.2). Todos os itens foram estruturados de acordo com o exemplo abaixo, contendo uma sentença introdutória de acomodação pragmática (1), uma primeira proposição formada por duas sentenças coordenadas, ambas no passado do modo indicativo (2), uma segunda proposição formada por duas sentenças subordinadas no presente do indicativo com o quantificador *cada* próximo ao final da sentença (3), e uma pergunta retórica de comando (4).

Sentenças	Divisão partitiva	Divisão por quotas
1 (<i>set-up</i>)	A Giovanna e o Davi adoram picolé.	O Guilherme e a Catarina colecionam carta de Pokémon.

2 (componente informativo)	Hoje de manhã, eles ganharam 12 picolés e querem guardá-los em 6 caixas no congelador	Na semana passada, o Guilherme e a Catarina compraram 16 cartas e agora precisam arrumá-las em envelopes
3 (componente informativo)	mas eles não sabem qual o número de picolés precisam colocar em cada caixa.	mas eles não sabem qual o número de envelopes precisam para colocar 8 cartas em cada envelope.
4 (questão)	Você pode ajudá-los?	Você pode ajudá-los?

Como todos os nossos estímulos apresentam *set-up*, tivemos que manipular também a questão da retomada anafórica dos nomes dos personagens apresentados. Essa é uma questão linguística que não aparece nos enunciados dos livros didáticos, pois a maioria deles omite o componente *set-up*. Para manter a coesão dos enunciados, precisaríamos ou fazer uma retomada pronominal com o uso de “eles” ou repetir as expressões nominais coordenadas contidas no *set-up*. Como cada uma dessas opções poderia favorecer a um tipo específico de leitura, decidimos manipular o tipo de retomada do sujeito e verificar se, de fato, essa variável interferiria no tipo de interpretação dos enunciados. Dessa forma, neste experimento, as variáveis independentes foram tipo de problema de divisão (partitiva x por quotas) e tipo de retomada do sujeito (repetição da expressão nominal x retomada pronominal). As variáveis dependentes foram taxa de acerto e tipo de leitura realizada. Nossa hipótese de trabalho era que as leituras coletivas seriam preferidas às leituras distributivas e que a repetição pronominal privilegiaria interpretação coletiva, por forçar a interpretação das expressões nominais como uma única entidade.

Participantes

Participaram do estudo 40 alunos do 2º ano do Ensino Fundamental (21 meninas e 19 meninos), com média de idade de 7,7 anos, que ainda não foram apresentados ao ensino sistematizado da operação matemática da divisão. Esses alunos não participaram dos experimentos anteriores. O experimento foi aplicado

também a um grupo controle formado por 20 alunos do curso de graduação em Letras da PUC-Rio, como média de idade de 22,9 anos.

Estímulos

Foram utilizados 18 enunciados matemáticos, sendo 2 de treino, 8 distratores e 8 itens experimentais. Os itens distratores eram compostos por enunciados de adição, subtração e multiplicação. Todos os sujeitos tiveram acesso aos mesmos estímulos, mas em ordens de apresentação distintas. A lista com os problemas utilizados encontra-se na seção de anexos.

Em decorrência da faixa etária dos sujeitos participantes, da demanda cognitiva que o tipo de tarefa envolve e da importância de manter o número elevado de itens distratores, foram utilizados apenas dois itens experimentais por condição. Apesar de tal restrição no *design*, neste experimento, tivemos o dobro de participantes dos experimentos anteriores, o que contribuiu para que os resultados encontrados sejam mais representativos.

A seguir apresentamos exemplos dos enunciados utilizados em cada condição experimental:

C1: DIVISÃO PARTITIVA COM RETOMADA PRONOMINAL

A Mariana e o Felipe amam bichinho de pelúcia. No domingo, eles ganharam 6 bichinhos e querem colocá-los em 3 caminhas, mas eles não sabem qual é o número de bichinhos que eles precisam colocar em cada caminha. Você pode ajudá-los?

C2: DIVISÃO PARTITIVA COM REPETIÇÃO DA EXPRESSÃO NOMINAL

A Clara e o Igor colecionam caneta. Semana passada, a Clara e o Igor ganharam 16 canetas e decidiram guardá-las em 8 estojos, mas eles não sabem quantas canetas eles precisam colocar em cada estojo. Você pode ajudá-los?

C3: DIVISÃO POR QUOTAS COM RETOMADA PRONOMINAL

O Pedro e a Heloísa amam pirulito. *Ontem, eles compraram 12 pirulitos e decidiram colocá-los em potes, mas eles não sabem quantos potes eles precisam para colocar 6 pirulitos em cada pote. Você pode ajudá-los?*

C4: DIVISÃO POR QUOTAS COM REPETIÇÃO DA EXPRESSÃO NOMINAL

O Gustavo e a Hannah gostam muito de pipa. *Na semana passada, o Gustavo e a Hannah ganharam 8 pipas e querem guardá-las em sacolas, mas eles não sabem qual é o número de sacolas que eles precisam para colocar 4 pipas em cada sacola. Você pode ajudá-los?*

Com o objetivo de evitar possíveis efeitos decorrentes de dificuldades aritméticas, uma vez que a leitura distributiva envolve o trabalho com o dobro da quantidade expressa no problema, controlou-se a razão entre os dados numéricos em todos os estímulos.

Procedimento

Adotou-se o mesmo procedimento realizado nos experimentos anteriores. Os alunos foram instruídos a resolver os enunciados por meio de desenhos, e realizaram a tarefa de forma autônoma, sem mediação do professor. Não foi estabelecido limite de tempo, e os alunos levaram, em média, 45 minutos para solucionar cada parte do teste. Durante a realização do teste, alguns alunos fizeram perguntas do tipo: “Mas eles ganharam juntos?” e “Foi junto ou separado?”. Essas perguntas não foram respondidas pela pesquisadora, que se limitou a dizer que não poderia ajudar na resolução das tarefas. O grupo controle realizou as duas partes do teste em um único momento e levou em média 30 minutos para concluir a tarefa.

Resultados

No âmbito das respostas corretas, os resultados indicam a presença de dois tipos de leitura distintos nas representações dos alunos (leitura coletiva e leitura distributiva), o que evidencia que o uso de sujeito composto é uma estrutura linguística que proporciona ambiguidade nos enunciados para crianças dessa faixa etária. Já no grupo controle, não houve nenhuma ocorrência de leitura distributiva.

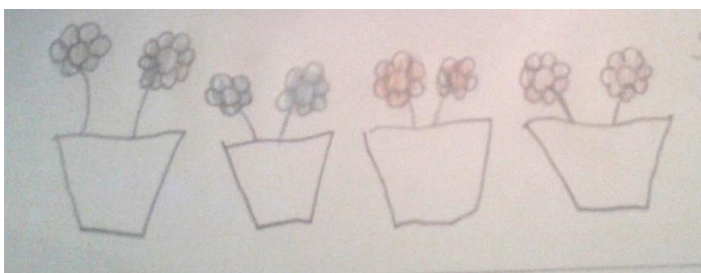
No entanto, diferentemente, do que aconteceu nos experimentos anteriores, neste experimento houve incidências de respostas incorretas também no grupo controle.

Apresentaremos a seguir a definição das leituras coletiva e distributiva encontradas nos desenhos das crianças.

Para um problema como o ilustrado a seguir, duas possibilidades corretas de respostas foram encontradas.

Antônia e Henrique adoram flor. Hoje, Antônia e Henrique ganharam 8 flores e querem colocá-las em 4 vasos, mas eles não sabem qual é o número de flores que eles precisam colocar em cada vaso. Você pode ajudá-los?

1. **Leitura coletiva:** Antônia e Henrique ganharam 8 flores juntos e querem colocar esse total de flores em 4 vasos, de modo que cada vaso ficará com 2 flores.



2. **Leitura distributiva do sujeito:** Antônia e Henrique ganharam 8 flores cada, portanto, 16 flores no total e usarão 4 vasos para guardar as flores. Cada vaso ficará com 4 flores.



Tanto do ponto de vista linguístico quanto do ponto de vista matemático, essas duas leituras apresentadas são possíveis.

No que tange à análise dos tipos de leituras, o índice de leituras distributivas foi baixo e houve ampla preferência pela leitura coletiva em todas as condições

experimentais, como ilustrado no gráfico 8. Os dados foram submetidos análise estatística por meio do teste *Wilcoxon* e verificou-se, como esperado, diferença robusta entre as condições ($Z=5,34$, $p=9,107e-8$).

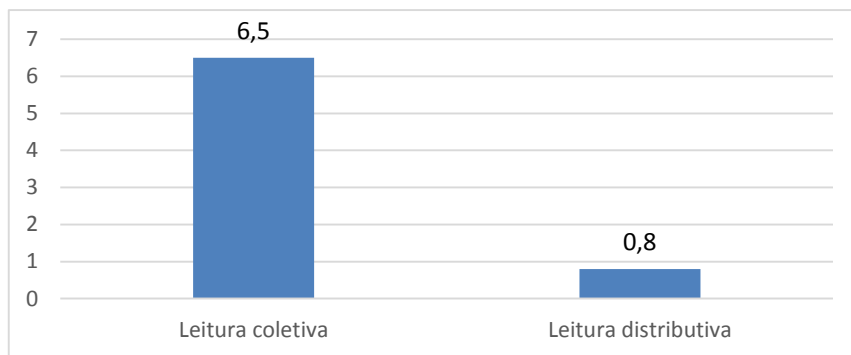


Gráfico 8: Número médio de leituras coletivas e distributivas (max. Score = 8)

A análise estatística do número de leituras coletivas para as condições experimentais *retomada pronominal* e *repetição das expressões nominais* não revelou efeito significativo ($Z=1,0$, $p=0,15$). Como se pode observar no gráfico a seguir, houve uma clara preferência nas duas condições pela leitura coletiva e o total de leituras coletivas na condição com pronome não difere daquela observada para a condição em que se empregou uma expressão nominal coordenada.

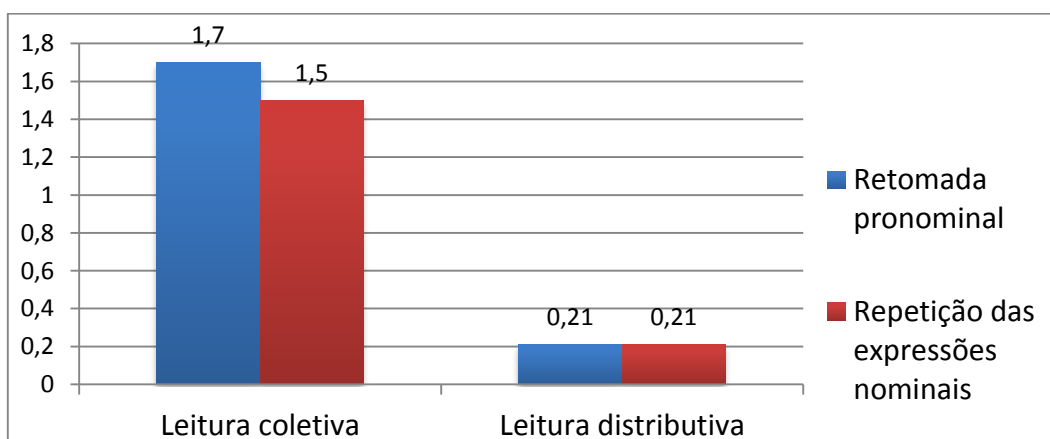


Gráfico 9: Número de leituras coletivas e distributivas por condição experimental (max. Score = 2)

Neste experimento, foram considerados como respostas corretas os desenhos que representavam a divisão tanto por meio de leituras coletivas quanto de leituras distributivas. Essas estratégias foram analisadas e contabilizadas separadamente. Foram considerados erros de resolução as estratégias que não permitiram identificar o tipo de leitura realizada pelo aluno, como por exemplo, a adição ou subtração dos dados numéricos do enunciado e respostas em que a representação do problema era feita de forma diferente da proposta no enunciado, como no caso do aluno usar o dado numérico que expressaria o quociente como o divisor do problema.

Os dados foram submetidos à análise estatística, por meio do teste *Wilcoxon*. A análise acerca da taxa de acertos revelou diferença significativa nas taxas de acertos entre as condições com retomada pronominal e retomada pela repetição da expressão nominal ($Z=1,82$; $p=0,03$), com melhor desempenho nas condições de retomada pronominal.

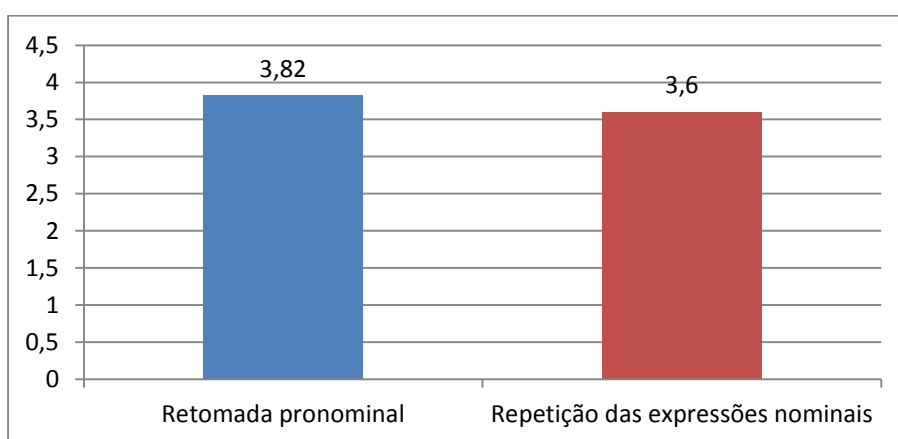


Gráfico 10: Número de acertos nas condições de retomada pronominal e repetição das expressões nominais no experimento 3 (max.score= 4)

A análise do número de acertos por meio do teste *Wilcoxon* revelou também que houve diferença significativa entre as condições de divisão partitiva e divisão por quotas ($Z= 2,42$; $p=0,007$), como ilustrado no gráfico a seguir:

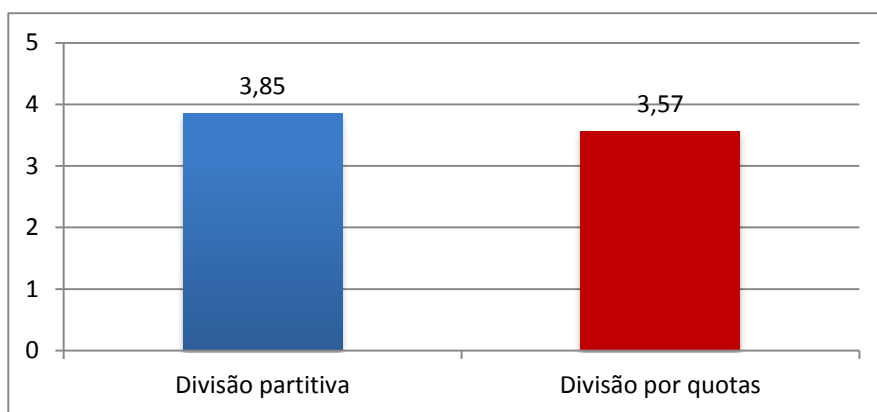


Gráfico 11: Número de acertos nas condições de divisão partitiva e divisão por quotas no experimento 3 (max. score=4)

A princípio esse resultado poderia ser contraditório ao encontrado no experimento 2, já que neste experimento a complexidade gramatical também foi controlada e, portanto era esperado que o desempenho dos alunos nos dois tipos de problemas fosse equivalente. No entanto, a análise mais refinada das quatro condições experimentais revela que tal diferença deveu-se à condição de divisão por quotas sem retomada pronominal. O menor número de acertos nessa condição foi o que fez com que a diferença entre as condições de divisão partitiva e por quotas fosse estatisticamente relevante (ver gráfico 12).

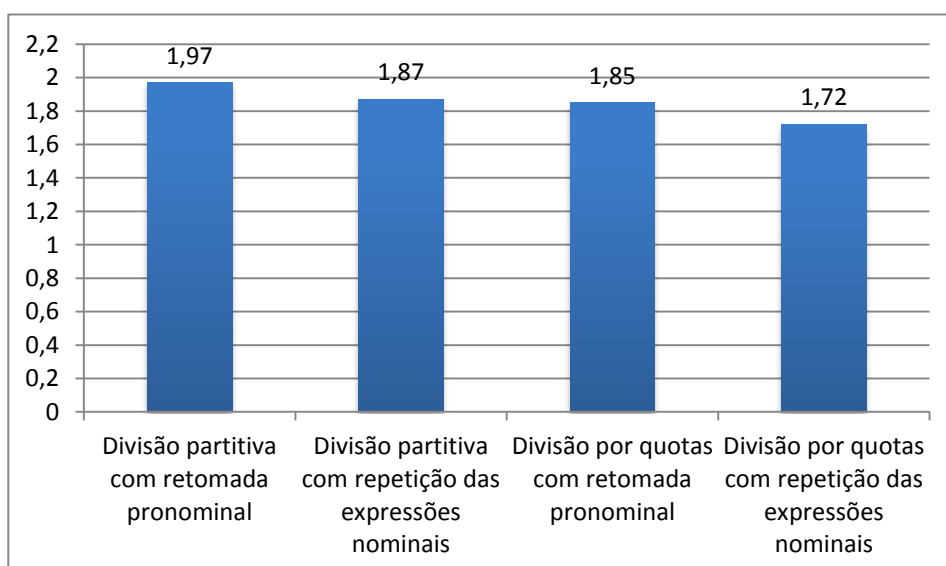


Gráfico 12: Número de acertos por condição experimental (max Score = 2)

Essa condição em particular possui um contexto linguístico mais complexo, uma vez que a retomada com repetição da expressão nominal é mais dificilmente

processada do que a retomada por meio de pronomes (Gordon et al, 1993; Leitão et al, 2012)⁵⁴. Dessa forma, os resultados deste experimento são compatíveis com as análises dos experimentos anteriores que mostram que um contexto linguístico de maior complexidade gramatical altera o desempenho dos alunos nos dois tipos de problemas (divisão partitiva e divisão por quotas). O gráfico 13 representa o número de leituras coletivas, distributivas e de erros em cada condição experimental. Nele é possível verificar a maior taxa de erros na condição de divisão por quotas com repetição das expressões nominais, em comparação às demais condições.

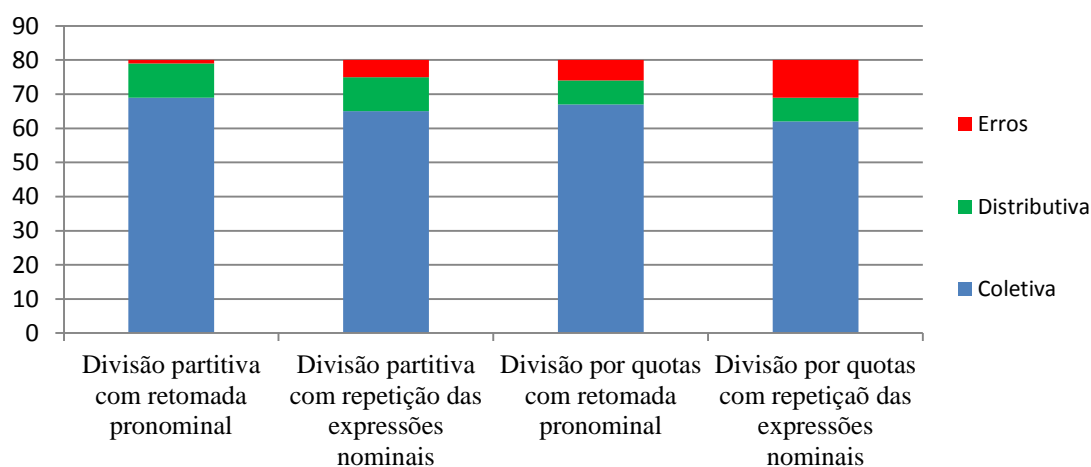


Gráfico 13: Taxa de leituras coletivas, distributivas e de erros por condição experimental

A seguir detalhamos a natureza dos erros cometidos pelos participantes.

Como os alunos resolveram os enunciados?

Os erros cometidos pelos alunos foram classificados em duas categorias, como ilustrado abaixo:

Classificação do erro
Erro tipo 1 – Soma dos dados numéricos
Erro tipo 2 – Tomada do quociente como divisor

⁵⁴ Trabalhos que investigam o processamento da correferência intersentencial têm revelado que a retomada de um antecedente por um nome repetido é mais custosa do que a retomada por um pronome. Isso é explicado a partir da hipótese da Penalidade do nome repetido (Gordon et al. 1993), segundo a qual os pronomes seriam estruturas naturais para o estabelecimento da correferência e teriam menor carga informacional do que nomes repetidos.

Apresentaremos a seguir alguns dos erros cometidos, por condição experimental, juntamente com respostas compatíveis a leituras coletivas e distributivas, que foram consideradas respostas corretas.

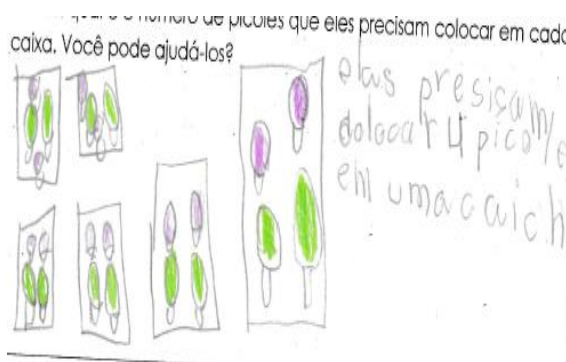
Condição 1: Divisão partitiva com retomada pronominal

A Giovanna e o Davi adoram picolé. Hoje de manhã, eles ganharam 12 picolés e querem guardá-los em 6 caixas no congelador, mas eles não sabem qual o número de picolés precisam colocar em cada caixa. Você pode ajudá-los?

Leitura coletiva:



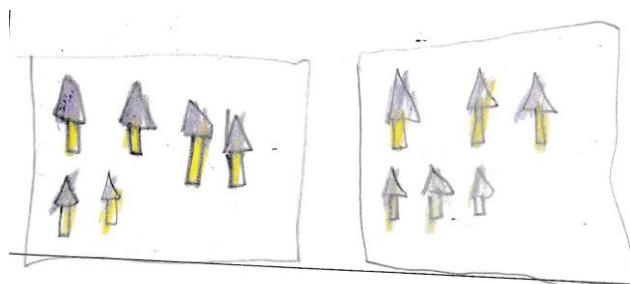
Leitura distributiva:



No primeiro desenho, o aluno interpretou o enunciado de forma coletiva, como se Giovanna e Davi tivessem 12 picolés juntos. Dessa forma, representou, no congelador, seis caixas com 2 picolés em cada uma delas. Já no segundo desenho, o aluno fez uma leitura distributiva, como se cada um dos personagens tivesse 12 picolés e precisasse guardar, portanto, um total de 24 picolés. Dessa forma, o aluno representa seis caixas com 4 picolés em cada.

Nesta condição, só foi verificado erro do tipo 2, como ilustrado abaixo:

Erro do tipo 2 (tomada do quociente como divisor):

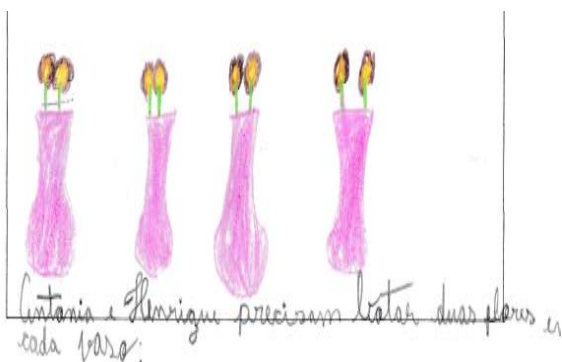


Nesse exemplo de resposta incorreta, o aluno ao invés de representar seis caixas com 2 picolés em cada (resposta compatível à leitura coletiva), representa duas caixas com 6 picolés em cada. O aluno inverteu a relação que precisava ser expressa entre os dados numéricos do problema.

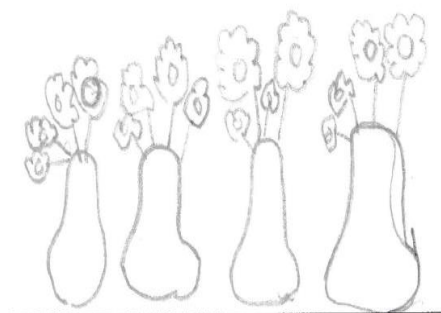
Condição 2: Divisão partitiva com repetição das expressões nominais

A Antônia e o Henrique adoram flor. Hoje, a Antônia e o Henrique ganharam 8 flores e querem colocá-las em 4 vasos, mas eles não sabem qual é o número de flores que eles precisam colocar em cada vaso. Você pode ajudá-los?

Leitura coletiva:

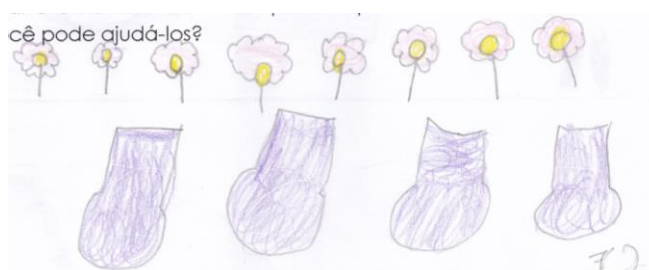


Leitura distributiva:



No primeiro desenho, o aluno interpretou o enunciado de forma coletiva, como se Antônia e Henrique tivessem ganhado 8 flores juntos. Dessa forma, representou quatro vasos com 2 flores em cada. Já no segundo desenho, o aluno fez uma leitura distributiva, com 8 flores para cada personagem, distribuindo, assim, um total de 16 flores em 4 vasos.

Erro do tipo 1 (soma dos dados numéricos):

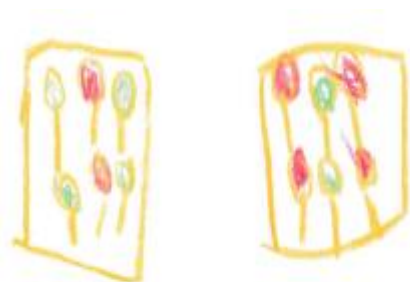


Nesse exemplo de resposta incorreta, o aluno representou as 4 flores e os quatro vasos descritos no problema, mas não aplicou nenhum raciocínio de distribuição desses itens. No final do desenho, colocou o número 12, o que leva a entender que ele somou as flores e os vasos, com o objetivo de encontrar uma resposta para a tarefa.

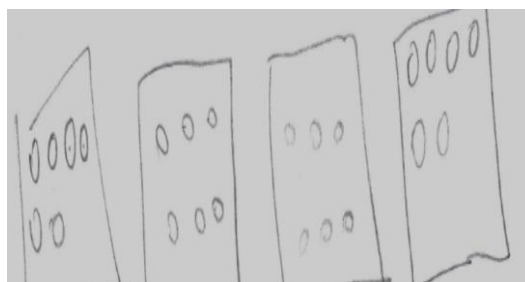
Condição 3: Divisão por quotas com retomada pronominal

O Pedro e a Heloísa adoram pirulito. Ontem, eles compraram 12 pirulitos e decidiram guardá-los em potes, mas eles não sabem qual é o número de potes que eles precisam para colocar 6 pirulitos em cada pote. Você pode ajudá-los?

Leitura coletiva:

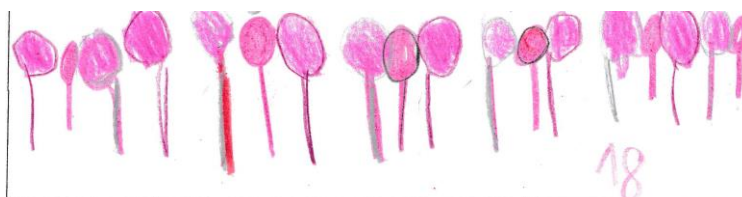


Leitura distributiva:



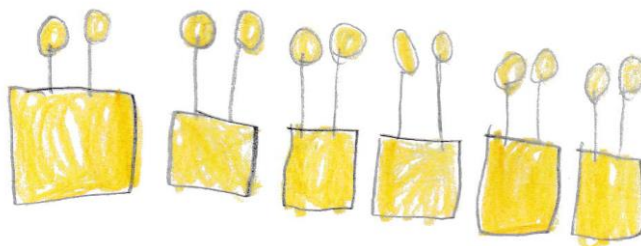
No primeiro desenho, o aluno interpretou o enunciado de forma coletiva, como se Pedro e Heloísa tivessem comprado 12 juntos. Dessa forma, representou dois potes com seis pirulitos em cada. Já no segundo desenho, o aluno fez uma leitura distributiva, interpretando cada um dos personagens como entidades distintas que compraram individualmente 12 pirulitos. Dessa forma, o aluno representa quatro potes com seis pirulitos em cada, totalizando 24 pirulitos: 12 do Pedro e 12 da Heloísa.

Erro do tipo 1 (soma dos dados numéricos):



Nesse exemplo de erro, o aluno representou 18 pirulitos, resposta que possivelmente foi derivada da soma dos dois dados numéricos expressos no problema: $12+6$.

Erro do tipo 2 (tomada do quociente como divisor):

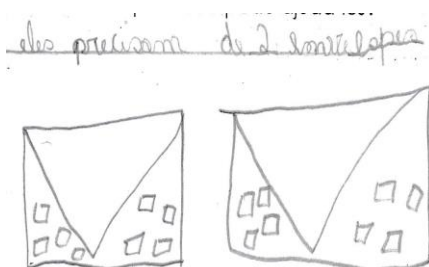


Nesse exemplo, o aluno ao invés de representar dois potes com 6 pirulitos em cada (resposta compatível à leitura coletiva), representa 6 potes com 2 pirulitos em cada. O aluno inverteu a relação que precisava ser expressa entre os dados numéricos do problema.

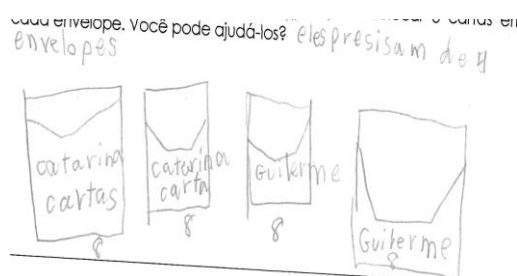
Condição 4: Divisão por quotas com repetição das expressões nominais

O Guilherme e a Catarina colecionam cartas de Pokémon. Na semana passada, o Guilherme e a Catarina compraram 16 cartas e agora precisam arrumá-las em envelopes, mas eles não sabem qual é o número de envelopes que precisam para colocar 8 cartas em cada envelope. Você pode ajudá-los?

Leitura coletiva:



Leitura distributiva:



No primeiro desenho, o aluno interpretou o enunciado de forma coletiva, como se Guilherme e Catarina tivessem 16 picolés juntos. Dessa forma, representou 2 envelopes com 8 cartas cada. Já no segundo desenho, o aluno fez uma leitura distributiva, como se cada um dos personagens tivesse suas próprias 16 cartas e quisesse agrupá-las de 8 em 8, em

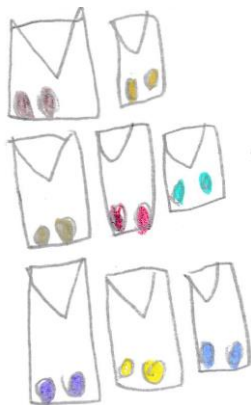
envelopes. Dessa forma, o aluno representou 2 envelopes com 8 cartas cada para Catarina e 2 envelopes com 8 cartas cada para o Guilherme e fornece como resposta final a frase: “Eles precisam de 4 envelopes.”

Erro do tipo 1 (soma dos dados numéricos):

Nesse exemplo de erro, o aluno soma os dois dados numéricos dados no enunciado, com o objetivo de encontrar uma resposta para o problema.



Erro do tipo 2 (tomada do quociente como divisor):



Nesse exemplo, o aluno, ao invés de representar dois potes com 2 envelopes com 8 cartas em cada (resposta compatível à leitura coletiva), representa 8 envelopes com 2 carta em cada. O aluno inverteu a relação que precisava ser expressa entre os dados numéricos do problema.

No grupo controle, não houve nenhuma ocorrência de leitura distributiva. No entanto, diferentemente do que aconteceu nos dois experimentos anteriores, neste experimento, os participantes adultos também cometeram erros de resolução. Houve 8 ocorrências de erro de resolução, classificadas nos seguintes tipos:

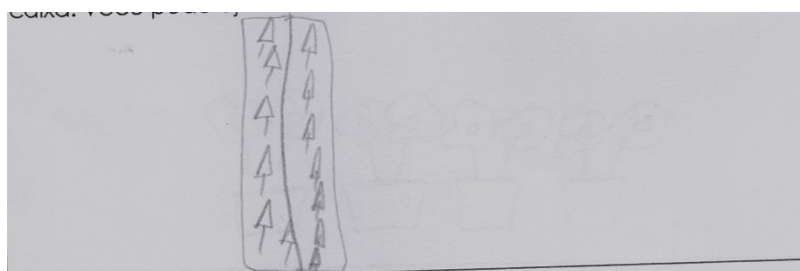
Classificação do erro
Erro tipo 1 - Tomada do divisor como quociente
Erro tipo 2 – Tomada do quociente como divisor

A seguir, são apresentados exemplos de representações dos tipos de erros ocorridos:

Erro tipo 1 - Tomada do divisor como quociente

O aluno utiliza o número que seria o divisor do problema como quociente e representa o enunciado de forma diferente do que é pedido. Pode ter sido ocasionado por uma leitura superficial do enunciado, na qual o participante extraiu informações que lhe permitiram verificar que se tratava de um problema de divisão e realizou a divisão com os dados numéricos fornecidos no enunciado, sem atentar para qual era a relação expressa entre eles.

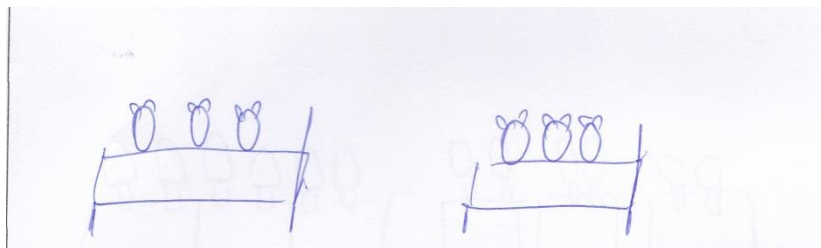
A Giovanna e o Davi adoram picolé. Hoje de manhã, eles ganharam 12 picolés e querem guardá-los em 6 caixas no congelador, mas eles não sabem qual é o número de picolés que eles precisam colocar em cada caixa. Você pode ajudá-los?



Ao invés de representar 6 caixas com 2 picolés em cada, o participante representou 2 caixas com 6 picolés em cada, possivelmente, dividindo o total de 12 itens pelos dois personagens – Giovanna e Davi.

A Mariana e o Felipe amam bichinho de pelúcia. No domingo, eles ganharam 6 bichinhos e querem colocá-los em 3 caminhas, mas eles não sabem qual é o número de bichinhos que eles precisam colocar em cada caminha. Você pode ajudá-los?

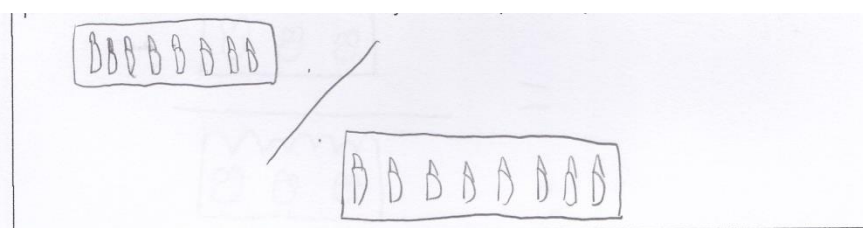
Erro tipo 1 - Tomada do divisor como quociente



Ao invés de representar 3 caminhas com 2 bichinhos de cada, o participante representou 2 caminhas com 3 bichinhos em cada.

A Clara e o Igor colecionam canetinha. Na semana passada, a Clara e o Igor ganharam 16 canetinhas coloridas e decidiram guardá-las em 8 estojos, mas eles não sabem qual é o número de canetinhas que eles precisam colocar em cada estojo. Você pode ajudá-los?

Erro tipo 1 - Tomada do divisor como quociente

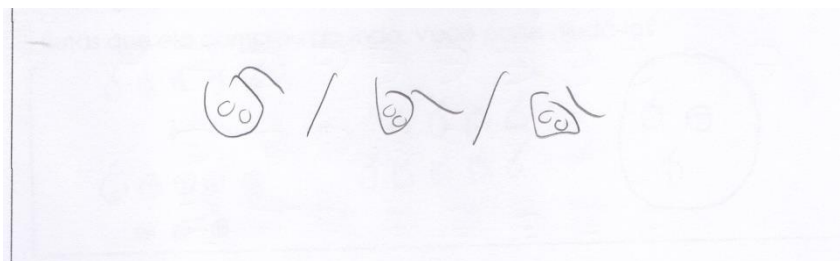


Ao invés de representar 8 estojos com 2 canetas em cada, o participante representou 2 estojos com 8 canetas em cada.

Erro tipo 2 – Tomada do quociente como divisor

O aluno aplica o raciocínio distributivo no problema de divisão por quotas, tomando a quantidade que seria o quociente como divisor. Pode ter sido ocasionado por uma leitura superficial do enunciado

O Matheus e a Ana adoram bolinha de gude. Essa manhã, eles ganharam 6 bolinhas e querem colocá-las em saquinhos, mas eles não sabem qual é o número de saquinhos que eles precisam para colocar 3 bolinhas em cada saquinho. Você pode ajudá-los?



Ao invés de agrupar as bolinhas de 3 em 3, o participante formou duplas de bolinhas, totalizando 3 agrupamentos. A quantidade 2 que seria a resposta para o problema (2 saquinhos – número de quotas necessárias) foi usada como o tamanho das quotas (2 bolinhas por saquinhos). O desenho não corresponde à situação descrita no problema e, provavelmente, o erro foi ocasionado por uma leitura superficial do enunciado.

Os erros cometidos pelo grupo controle indicam que a complexidade gramatical dos enunciados, representada neste experimento, pelo uso de sujeitos coordenados dificulta o desempenho até mesmo de indivíduos adultos, que já dominam a operação da divisão. Tais resultados reforçam a necessidade de uma preocupação com a complexidade gramatical das estruturas linguísticas utilizadas nos enunciados matemáticos e de uma análise acerca de como a estruturação linguística do problema afeta o desempenho dos alunos em tarefas de resolução de situações-problema.

Discussão final

O experimento 1 funcionou como um espécie de diagnóstico do desempenho dos alunos na resolução de problemas de divisão, e os resultados indicam que os alunos resolveram mais facilmente os problemas de divisão partitiva do que os enunciados de divisão por quotas. A análise dos estímulos retirados dos livros didáticos revelou que não havia controle do padrão composicional presente nos enunciados e, também das estruturas linguísticas utilizadas para expressar as

informações semânticas de cada problema. Dessa forma, decidimos investigar, no segundo experimento, se a uniformização da estrutura linguística dos tipos de problemas contribuiria para o melhor desempenho dos alunos. Os resultados do experimento 2 indicam que, quando os problemas de divisão partitiva e divisão por quotas são linguisticamente uniformes, no que tange à complexidade gramatical, o desempenho dos alunos na resolução dos dois tipos de problemas se torna equivalente. Dessa forma, nesse experimento, os alunos tiveram altas taxas de acertos em ambos os tipos de problemas.

No experimento 3, decidimos verificar como ambiguidades ocasionadas pelo uso de expressões nominais coordenadas é interpretada pelos alunos. Utilizamos nesse experimento contextos de retomada anafórica com diferentes níveis de carga informacional (retomada pronominal e repetição das expressões nominais) e verificamos que a repetição das expressões nominais torna o enunciado mais complicado para os alunos, possivelmente por reforçar a ambiguidade causada pelo uso de sujeito composto. Esses resultados são compatíveis com a hipótese da penalidade do nome repetido (Gordon et al. 1993), segundo a qual os pronomes seriam estruturas naturais para o estabelecimento da correferência e teriam menor carga informacional do que nomes repetidos. No que tange ao tipo de leitura preferida, encontramos ampla preferência pela leitura coletiva, o que é compatível com as teorias semânticas de Kratzer (2003, 2005) e Sternefeld (1998), segundo as quais há preferências pelas estruturas gramaticais mais simples.

Observamos que o uso de expressões nominais coordenadas na posição de sujeito causa dificuldades até mesmo para adultos, pois apenas nesse tipo de contexto linguístico o grupo controle realizou representações incorretas dos problemas.

A técnica experimental que utilizamos nos três experimentos não nos permite afirmar com precisão se os alunos resolveram os problemas por meio de *dealing*. Apenas uma técnica que desse conta de registrar todo o processo de resolução, como a filmagem, por exemplo, poderia permitir esse tipo de análise. No entanto, nossos resultados corroboram a argumentação de Cormas (2014), segundo a qual as crianças são capazes de solucionar problemas de divisão, antes mesmo de receberem instrução formal para tal.

Um aspecto a ser explorado em trabalhos futuros é a questão da leitura superficial dos problemas de matemática. Pesquisas em compreensão de sentenças

sugerem que muitas vezes os significados das sentenças não são derivados composicionalmente, isto é, o processador operaria a partir de heurísticas e geraria representações incompletas, superficiais. No caso dos problemas matemáticos, é possível que tanto as crianças quanto os adultos, ao identificarem que estão diante de um problema matemático, recuperem apenas algumas informações do texto e, com base em uma representação não completa, busquem resolver a tarefa. Para referências sobre processamento *good-enough*, remetemos o leitor a Ferreira et al (2002), Ferreira (2003) e Ferreira & Patson (2007).

Tomados em conjunto, os resultados dos três experimentos são representativos da ideia de que a complexidade gramatical dos enunciados influencia no desempenho matemático. O controle gramatical dos enunciados faz com que o desempenho dos alunos nos dois tipos de problemas de divisão seja equivalente. Em contrapartida, quando os enunciados apresentam estruturas linguísticas que dificultam a compreensão, os alunos se saem melhor na resolução dos problemas partitivos, possivelmente o modelo mais prototípico de divisão. Nossos resultados são compatíveis com as conclusões encontradas por Correia (2004), indicando que o desempenho em tarefas de resolução de problemas é afetado pelo tipo de estrutura sintática usada na escrita do enunciado. No entanto, não é possível excluir a influência das invariantes lógicas no desempenho dos alunos, como aponta Vergnaud (1986).

Esperamos que a pesquisa que aqui apresentamos contribua para suscitar discussões e novas investigações sobre a influência da complexidade gramatical na compreensão de enunciados de exercícios, em especial, dos enunciados matemáticos.

7

Considerações Finais

Nesta dissertação, conduzimos um estudo acerca da interface linguagem-matemática, buscando investigar em que medida a complexidade gramatical dos enunciados pode afetar o desempenho dos alunos em tarefas de resolução de situações-problema de divisão. Nosso trabalho foi conduzido a partir de uma perspectiva psicolinguística em articulação com Teoria Linguística, focalizando o aspecto linguístico dos enunciados, mas dialogando com diversas áreas, como a Cognição matemática, a Educação matemática e a Psicologia Cognitiva. Desse modo, o percurso teórico que conduzimos apresentou referências de todas essas áreas, com o objetivo de compreender tanto as habilidades primitivas básicas que permitem o aprendizado da matemática formal, quanto a caracterização dos conceitos de divisão analisados neste trabalho e as estruturas linguísticas que podem dificultar o processo de compreensão e extração de informações dos problemas.

No capítulo 1, apresentamos uma introdução a este trabalho, destacando resultados do PISA e da Prova Brasil, que indicam a baixa proficiência em matemática dos alunos brasileiros e exemplificando erros comuns cometidos pelos alunos em tarefas de solução de problemas. Discutimos em que medida tais resultados e tais erros podem ser decorrentes não apenas de dificuldades em operar com as abstrações de cálculo exigidas na matemática, mas também à compreensão leitora dos enunciados. Ressaltamos a necessidade de um olhar linguístico na elaboração dos enunciados matemáticos, uma vez que esses textos estão, muitas vezes, repletos de ambiguidades, problemas de coesão e falta de contextualização. Essa introdução buscou pontuar a urgência na produção de trabalhos que enfoquem a interface linguagem e matemática.

No capítulo 2, destacamos questões relacionadas ao conhecimento matemático que a criança traz consigo antes da escolarização. Apresentamos resultados de pesquisas que investigam a capacidade de senso numérico e apontam que bebês e crianças bem pequenas são capazes de distinguir e operar com quantidades pequenas (de modo similar aos primatas não humanos). Apresentamos também o conceito de *dealing*, caracterizado como um modelo intuitivo que está na base do raciocínio que permite a resolução de problemas de divisão, antes mesmo

do aprendizado formal desta operação. Discutimos também como crianças em idade pré-escolar são capazes de solucionar tarefas de adição, subtração e divisão com quantidades aproximadas e como esse tipo de tarefa que não exige a noção exata de número pode ser usada como o ponto partida para a sistematização de conteúdos matemáticos. O objetivo do capítulo foi destacar como a criança já sabe muito sobre matemática e sobre a natureza das operações aritméticas, antes do processo de ensino formal.

Posteriormente, no capítulo 3 passamos a discutir a natureza dos problemas matemáticos escolares e quais os tipos de conhecimento os alunos precisam ativar para resolvê-los. Damos especial atenção ao conhecimento linguístico, que trata da compreensão e da interpretação da estrutura gramatical na qual o enunciado está redigido e apresentamos um conjunto de trabalhos que indicam que a redução da complexidade gramatical dos enunciados acarreta melhor desempenho dos alunos na resolução dos problemas.

No capítulo 4, detalhamos os dois conceitos de divisão com os quais trabalhamos em nossos experimentos. Além da definição dos dois termos, apresentamos a discussão existente no campo da Psicologia da Educação Matemática sobre qual desses conceitos é mais facilmente apreendido pelas crianças.

No capítulo 5, apresentamos a caracterização da estrutura dos problemas matemáticos de divisão, destacando que os enunciados partitivos seguem um determinado padrão organizacional prototípico, o que não acontece especialmente nos problemas de divisão por quotas. Neste capítulo também, apontamos questões de natureza gramatical encontradas nos problemas dos livros didáticos que podem dificultar a compreensão dos enunciados, seja por possibilitarem mais de um tipo de leitura, seja por utilizarem estruturas de alto custo computacional e aquisição tardia. Esse levantamento foi importante para prover elementos para a formulação dos problemas utilizados nos experimentos propostos nesse trabalho. Apresentamos também uma resenha mais específica para as questões das quais nos ocupamos em parte da nossa pesquisa. São elas dois tipos de estruturas sintáticas que levam à ambiguidade semântica: o quantificador *cada* e o uso de expressões nominais coordenadas na posição de sujeito sintático.

No capítulo 6 apresentamos os experimentos por nós conduzidos no decorrer da pesquisa. Primeiramente caracterizamos o perfil acadêmico dos alunos

participantes desta pesquisa com base na correlação do desempenho que obtiveram nas avaliações de Língua Portuguesa e Matemática. Buscamos apresentar paralelos em relação ao baixo desempenho apresentado por alguns alunos em ambas as disciplinas. Verificou-se também que, de modo geral, os descritores nos quais há maior número de conceitos AR e NA, nas duas disciplinas, são os descritores relacionados à leitura e compreensão de textos. Passamos depois à apresentação dos três experimentos realizados no presente trabalho. No experimento 1, verificamos que, em contextos originais dos livros didáticos, nos quais os problemas de divisão partitiva e por quotas seguem padrões estruturais diversos, o desempenho dos alunos difere nas duas condições experimentais (divisão partitiva e divisão por quota), com pior desempenho nos problemas de divisão por quotas. No experimento 2, no qual uniformizamos a estrutura gramatical dos dois tipos de enunciados, o desempenho dos alunos foi similar na duas condições experimentais. No experimento 3, investigamos o tipo de interpretação feita pelos alunos para estruturas gramaticais que podem acarretar leituras ambíguas. Dentre os diferentes tipos de “problemas linguísticos” presentes nos problemas matemáticos, optamos pela análise do uso de expressões nominais coordenadas na posição de sujeito sintático. Os resultados desse experimento indicam clara preferência por leituras coletivas e revelam que, quando estruturas ambíguas são utilizadas, o desempenho dos alunos nos problemas de divisão volta a diferir entre divisão partitiva e divisão por quotas, com pior desempenho neste último. É importante ressaltar que tais resultados são representativos do desempenho dessa amostra de alunos no contexto específico do tipo de tarefa realizada. É preciso verificar com outros tipos de tarefas se os resultados se mantêm.

Em conjunto, os resultados dos três experimentos desenvolvidos indicam a importante influência que a complexidade gramatical acarreta no desempenho dos alunos em tarefas de resolução de problemas matemáticos. Tais resultados reforçam a necessidade de um trabalho interdisciplinar e mais integrado entre as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. É de suma importância inserir o enunciado de situações-problema também como um gênero textual a ser trabalhado em sala de aula, esmiuçando o estudo das estruturas linguísticas que estão presentes nesse tipo de texto, e desenvolvendo habilidades de compreensão e de extração de informações do texto. Além disso, é necessário o desenvolvimento de um olhar linguístico, por parte dos professores, sobre os enunciados presentes nos livros

didáticos. Cabe ressaltar que não objetivamos propor que o uso de estruturas linguísticas com maior nível de complexidade seja extinto dos enunciados matemáticos, o que objetivamos é lançar luz a questões linguísticas que, muitas vezes, passam despercebidas pelos professores no momento da elaboração dos enunciados. Buscamos caracterizar pontos críticos e enfatizar que tais construções sejam trabalhadas e discutidas em sala de aula, para que, de fato, os alunos tenham condições de interpretar as questões.

Paralelamente, é importante ressaltar a importância do exame cuidadoso do professor sobre as respostas fornecidas pelos alunos. No tipo de tarefa que realizamos, o desenho produzido pela criança é bastante informativo acerca do tipo de raciocínio desenvolvido. Esse desenho, muitas vezes, é conjugado a uma resposta verbal escrita, que pode ser congruente ou incongruente com o enunciado. De modo que, muitas vezes, o professor é guiado apenas pela resposta verbal, sem analisar a representação visual feita pelo aluno. Essa informação não pode ser desconsiderada e se constitui como um rico instrumento de análise acerca da interpretação realizada pelo aluno.

Os resultados encontrados neste trabalho apontam que não é possível, na análise do desempenho em matemática, desconsiderar questões relativas à leitura e compreensão de textos, uma vez que a aferição do desempenho nessa área é feita, em sua maioria, a partir da resolução de situações-problema. Obviamente, não negamos as dificuldades que os alunos apresentam com a disciplina de matemática, mas ressaltamos que muitas dessas dificuldades se devem a restrições no domínio da língua. De modo que adaptações linguísticas relacionadas à complexidade gramatical facilitam a compreensão leitora e diminuem o número de erros cometidos pelos alunos.

Reforçamos, no entanto, que a linguagem não é o único fator que determina o desempenho dos alunos, as invariantes lógicas também possuem um papel fundamental no processo de resolução de problemas. Como estabelecido na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1986), há relações entre a forma operacional do conhecimento e as expressões linguísticas que representam o conhecimento solicitado no enunciado. O tripé significado, invariantes lógicas e representações contribui para o estabelecimento de relações entre os conceitos e permite a resolução das situações-problemas. Dessa forma, não é apenas a linguagem que

determina o processo de resolução, mas também sua relação com os referentes dos conceitos manipulados e com as invariantes lógico-operatórias.

Este trabalho abre caminhos para vários desdobramentos e investigações futuras. Algo que planejamos, mas não conseguimos realizar devido à suspensão do calendário letivo da escola, foi um experimento que desse conta de investigar não apenas o produto final da resolução dos problemas, mas também todo o processo. A utilização da técnica de filmagem de tarefas de manipulação concretas de objetos em situações de divisão seria um recurso metodológico que permitiria uma análise mais refinada dos diferentes tipos de estratégias utilizadas pelos alunos. Além disso, a análise linguística conduzida neste trabalho indica diferentes estruturas linguísticas, que não testamos especificamente, mas que podem ter potenciais muito interessantes para a investigação da complexidade gramatical dos enunciados matemáticos.

As conclusões desta pesquisa trazem contribuições tanto teóricas quanto aplicadas. Do ponto de vista teórico, buscamos contribuir para os estudos linguísticos acerca das ambiguidades, bem como para a caracterização de possibilidades de investigação na interface linguagem-raciocínio matemático. Do ponto de vista aplicado, apontamos indicações sobre aspectos linguísticos que precisam ser considerados na elaboração de enunciados matemáticos e na avaliação das respostas dos alunos. Os resultados dos experimentos podem ser usados como ilustrações acerca da importância de um olhar linguístico mais cuidadoso para os enunciados matemáticos.

Referências bibliográficas

- ANDRADE, P. E.; PRADO, P. S. T. do; CARMO, J. dos S. Das representações numéricas inatas à matemática culturalmente construída. **Temas psicol.**, Ribeirão Preto, v. 23, n. 1, p. 225-242, 2015. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413389X2015000100016&lng=pt&nrm=iso>. Acessado em 25 fev. 2017.
- BAILLARGEON, R., & DEVOS, J. Object permanence in young infants: Further evidence. **Child Development** 2, 62, 1227-1246, 1991.
- BARBOSA, H. Conceitos matemáticos iniciais e linguagem: um estudo comparativo entre crianças surdas e ouvintes. **Educação e Pesquisa**, Brasil, v. 40, n. 1, p. 163-179, mar. 2014.
- BAROODY, Arthur J. The development of preschoolers' counting skills and principles. In: BIDEAUD, Jacqueline; MELJAC, Claire; FISCHER, Jean-Paul (Eds.). **Pathways to number: children's developing numerical abilities**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1992. p. 99-126.
- _____. **Number and operations: key transitions in the numerical and arithmetic development of typical and special children between the ages of 2 and 6 years**. A paper presented at the Conference on Standards for Preschool and Kindergarten Mathematics Education, sponsored by NSF and Exxon Mobil Foundation, Arlington, VA., 2000.
- _____. The development of adaptive expertise and flexibility: the integration of conceptual and procedural knowledge. In: BAROODY, Arthur J.; DOWKER, Ann (Orgs.). **The development of arithmetic concepts and skills: constructing adaptive expertise**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, p. 1-33, 2003.
- BLOOM, P. **How children learn the meanings of words**. Cambridge: MIT Press, 2000.
- BORDEAUX, A.; RUBINSTEIN, C.; França, E.; et al. **Bem-me-quer Alfabetização matemática**. São Paulo: Editora BRASIL, 2011.
- BOURGEOIS, R., & NELSON, D. Young children's behavior in solving division problems. **Alberta Journal of Educational Research**, 23, 178-185, 1977.
- BRASIL. Ministério de Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- _____. Ministério da Educação. **Resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica 2015**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2015.
- _____. Ministério da Educação. (2007). **Guia de livros didáticos PNLD 2008 : Língua Portuguesa**. Ministério da Educação. Brasília: MEC.
- BRANNON, E.M.; TERRACE, H.S. Ordering of the Numerosities 1 to 9 by Monkeys, In **Science**, 282: 746-749, 1998.
- BRITO, M.R.F; FINI, L.D.T.; & GARCIA, V.J.N. (1994). Um Estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático - **Pro-Posições**, 5 (1), 37-44. 1994.
- BROOKS, P.J & BRAINE, M.D.S. What do children know about the universal quantifiers *all* and *each*? In **Cognition**, 60,235-268,1996.

BROWN, M. Number Operations. In **Children's Understanding of Mathematics: 11-16** (Ed) Hart, K.M. John Murray, 1981a.

BROWN, M. **Levels of Understanding of Number Operations, Place-Value and Decimals in Secondary School Children** – PH.d.Thesis. University of London, Chelsea College, 1981b.

BORER, H., WEXLER, K. The maturation of syntax. In T. Roeper & E. Williams (eds) **Parameter Setting**. Dordrecht: Reidel, 1987.

Burton, G. Young children's choices of manipulatives and strategies for solving whole number division problems. **Focus on Learning Problems in Mathematics**, 14, 2-57, 1992.

BUTTERWORTH, B., REEVE, R., REYNOLDS, F., & LLOYD, D. Numerical thought with and without words: Evidence from indigenous Australian children. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, 105(35), 13179-13184, 2008.

CÂNDIDO, Patrícia T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed. p15-28, 2001.

CARPENTER, T., FENNEMA, E., FRANKE, M. L., LEVI, L., & EMPSON, S. **Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction**. Portsmouth, NH: Heinemann/NCTM, 1999..

CHOCARRO, X. P. **The acquisition of actional passives in Catalan**. Dissertação de Mestrado – Universitat Autònoma de Barcelona, 2009.

CHOMSKY, N. **Language and the problems of knowledge**. Cambridge: MIT Press.,1988.

CRAIN, S. & STEEDMAN, M. J. On not being led up the garden-path: the use of context by the psychological processor. In David Dowty, Lauri Karttunen and Arnold Zwicky (eds.), **Natural Language Parsing**, 320-358. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985..

CORMAS,P. An Evolved Psychological Structure for Dealing, Food Sharing, and Mathematical Division. **Psihologijske teme** 23, 2, 243-263, 2014.

CORREA, J., SPINILLO, A. G., BRITO, M. R. F., & MORO, M. L. F. **O desenvolvimento de conceitos matemáticos: temas de interesse para a educação matemática**. In M. L. S. de Moura, J. Correa & A. G. Spinillo (Orgs.), **Pesquisas Brasileiras em Psicologia do Desenvolvimento** (pp.73-110). Rio de Janeiro: EDUERJ, 1998.

_____. NUNES, T. BRYANT, P. Young children's understanding of division: the relationship between division terms in a non-computational task. **Journal of Educational Psychology**, 90, p.321-329, 1998.

_____.; MEIRELES, E. de S. A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. **Estudos de Psicologia**, v. 5, n. 1, p. 11-31, 2000.

_____. A resolução oral de tarefas de divisão por crianças. **Estudos de Psicologia**, Rio Grande do Norte: Natal, v.9, n.1, p. 145-155, 2004.

CORREIA, D.V.M.. Complexidade sintáctica: Implicações na compreensão de enunciados de exercícios de Matemática. **Actas do XX Encontro Nacional da Associação Portuguesa de Linguística**, Lisboa, APL, pp. 445-469, 2004.

_____. **Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática**. Tese de doutorado. Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

DANTZIG, T. **Number, the language of science**. New York: Doubleday Anchor Books, 1954.

DAVIS, G.E., & PITKETHLY, A. Cognitive aspects of sharing. **Journal for Research in Mathematics Education**, 21(2), 145-153., 1990.

DEHAENE, S. Varieties of numerical abilities. **Cognition**. 44, 1-42, 1992

DEVLIN, Keith. **O Gene da Matemática**. Rio de Janeiro: Record, 2004.

DICKSON, L.; BROWN, M. E GIBSON, O. **Children learning mathematics**. Londres: Cassel for the Schools Council, 1984.

DOWNTON, A. It seems to matter not whether it is partitive or quotitive division when solving one step division problems. In R. Hunter, B. Bicknell & T. Burgess (Eds), *Crossing divides (Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education research Group of Australasia, Vol. 1*, pp. 161-168). Palmerston North, NZ: MERGA, 2009.

EMPSON, S.B. Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first-grade classroom. **Cognition and Instruction**, 17, 283-343, 1999.

FERREIRA, F., V. Ferraro, and K. G. D. Bailey. Good-enough representations in language comprehension. **Current Directions in Psychological Science** 11.11–15, 2002.

FERREIRA, F. The misinterpretation of noncanonical sentences. **Cognitive Psychology** 47.164–203, 2003.

_____.; PATSON, N. D. The ‘Good-Enough’ approach to language comprehension. **Language and Linguistics Compass**, 1, 71-83, 2007.

FISCHBEIN, E., DERI, M. & Marino, M. The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. **Journal for Research in Mathematics Education**, 16, 3-17, 1985.

FRAZIER, L.; CLIFTON, C. **Interpreting plural subjects: collective-distributive Preferences**. Ms. University of Massachusetts, 2001.

FRAZIER, L.; PACHT, J & RAYNER, K. Taking on semantic commitments, II: collective versus distributive readings. **Cognition** (70):87-104, 1999.

FRUET, H. Todos podem compreender. **Nova escola**. São Paulo, agosto/2003, nº164, p. 38-39, 2003.

FRYDMAN, O., & BRYANT, P. E. Sharing and the understanding of number equivalence by young children. **Cognitive Development**, 3, 323-339, 1988.

GARCIA, J. **Aprender, muito prazer**. Curitiba: Base editorial, 2014.

GENTNER, D.; GOLDIN-MEADOW, S. **Language in mind: advances in the study of language and thought**. Cambridge: MIT, 2003. p.277-311

GILMORE, C. K.; MCCARTHY, S.; SPELKE, E. S. Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, London, v.447, p.589-591, 2007.

GEROFSKY, S. A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. **For the Learning of Mathematics**, 16 (2), pp. 36-45, 1996.

GONÇALVES, F.; GUERREIRO, P. E FREITAS, M.J. **O conhecimento da língua: Percursos de desenvolvimento. Lisboa:** Ministério da Educação – DGIDC, 2009.

GUNDERSON, A. G. Thought-patterns of young children in learning multiplication and division. *Elementary School Journal*, 55, 453–461, 1955.

HAEGMAN, L. **Introduction to Government & Binding Theory**. 2nd ed. Oxford, UK: Blackwell, 1994.

HAUSER MD, CAREY S, HAUSER L.B. Spontaneous number representation in semi-free-ranging rhesus monkeys. *Proc R Soc*. ;267:829–833, 2000.

HILL,E.H. Study of Third, Fourth, Fifth and Sixth Grade Children's Preferences and Performances on Partition and Measurement Division Problems – State University of Iowa. *Dissertation Abstracts*, 12, 703, 1952.

HUNTING, R.P., & SHARPLEY, C.F. Preschoolers' cognitions of fractional units. *British Journal of Educational Psychology*, 58, 172-183, 1988.

KAUP, B, KELTER, S & HABEL, C. Representing referents of plural expressions and resolving plural anaphors. *Language and Cognitive Processes* 17(405-450), 2002.

KELLMAN, P. J. **Kinematic foundations of infant visual perception. In C. E. Granrud (Ed.), Visual perception and cognition in infancy** (pp. 121-173). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.

KINTSCH, W. & GREENO, J. G., Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, pp. 109-129, 1985.

KLEIMAN, A. **Oficina de leitura: aspectos cognitivos da leitura**. 6ª Edição. São Paulo: Pontes, 1998.

KLEIMAN, A. **Texto & Leitor: aspectos cognitivos da leitura**. 5ª Edição. São Paulo:Pontes, 1997.

KOCH, 1996. **A coesão textual**. São Paulo: Contexto, 1996.

KOEHLER, O. The Ability of Birds to Count. *Bulletin of Animal Behaviour* 9, pp.41-45, 1951.

KORNILAKI, E., & NUNES, T. Generalising Principles in spite of Procedural Differences: Children's Understanding of Division. *Cognitive Development*, 20, 388-406, 2005.

KRATZER, A.. **The event argument and the semantics of verbs** 2003. Ms. Disponível em: <http://semanticsarchive.net/Archive/GU1NWM4Z/The%20Event%20Argument%20and%20the%20Semantics%20of%20Verbs.%20Chapter%204.pdf>.

KRATZER, A. On the plurality of verbs. In J. Dölling and T. Heyde-Zybatow (eds.) **Event structures in linguistic form and interpretation**. Berlin:Mouton de Gruyter, 2005.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** (TELLER, J. (TRAD.), KILPATRICK, J. E WIRSZUP, I. (Eds)). Chicago: University of Chicago Press. 1976.

LIMA JÚNIOR, J.C. **Revisitando a aquisição de sentenças passivas em português brasileiro: uma investigação experimental com foco na compreensão.** Dissertação de Mestrado. PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2012.

LONGCHAMPS, J. R. **O modo verbal na aquisição do português brasileiro: evidências naturalistas e experimentais da percepção, expressão e compreensão da distinção realis/irrealis.** 2009. 149 f. Dissertação (Mestrado em Letras)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

LONGCHAMPS, J. R.; CORREA, L. M. S. . A percepção e a expressão das distinções de modo por crianças na aquisição do português brasileiro. In: VI Congresso Internacional da ABRALIN, 2009, João Pessoa. **Anais do VI Congresso Internacional da ABRALIN.** João Pessoa: Idéia Editora LTDA, 2009. v. I. p. 1938-1946

LONGEN, A. **Projeto Jimboê - Alfabetização Matemática.** São Paulo: Editora Brasil, 2014.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Revista Conjectura**, vol. 14, n. 2, p. 89-99, maio/ago. 2009.

MACK, N.K. Learning rational numbers with understanding: The case of informal knowledge. In T.P. Carpenter, E. Fennema, & T.A. Romberg (Eds.), **Rational numbers: An integration of research** (pp. 85-106). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.

MAMEDE, E. & VASCONCELOS, I. The Inverse Relation Between the Size and the Number of Parts. **Journal of the European Teacher Education Network** Vol. 11, 86-98, 2016.

MARCILESE, Mercedes. Aquisição da linguagem e habilidades cognitivas superiores: o papel da língua no desenvolvimento da cognição numérica. **Alfa, rev. linguíst. São José Rio Preto**, Dez 2012, vol.56, no.2, p.557-581.

MARCILESE, M. **Sobre o papel da língua no desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores: representação, recursividade e cognição numérica.** 196 f. Tese (Doutorado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Letras, 2011.

MIRANDA, F.V.C. **O custo de processamento de orações relativas: um estudo experimental sobre relativas com pronome resumptivo no Português brasileiro.** 170f. Dissertação de mestrado- Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Letras, 2008.

MCCOMB, K., C. PACKER, & A. PUSEY. Roaring and numerical assessment in contests between groups of female lions, *Panthera leo*. **Animal Behaviour** 47:379-387, 1994.

MCCRINK, K.; SPELKE E.S. Non-symbolic division in childhood. **Journal of experimental child psychology**, 2016.

MIX, Kelly S.; HUTTENLOCHER, Janellen; LEVINE, Susan C. **Quantitative development in infancy and early childhood.** New York: Oxford University Press, 2002.

MULLIGAN, J., & MITCHELMORE, M. Young children's intuitive models of multiplication and division. **Journal for Research in Mathematics Education**, 28(3), 309-329, 1997.

NEGRÃO, E.V. **O Português brasileiro: uma língua voltada para o discurso**. Tese de livre docência, USP, 1999.

OHTSHUKA, K. & BREWER, W.F. Discourse organization in the comprehension of temporal order in narrative texts. **Discourse Processes**, 15,317-336, 1992.

PISA, **Relatório Nacional, 2012**. Publicado em dezembro de 2013. <http://www.inep.gov.br/internacional/pisa/>. Acesso em fev 2016.

RODRIGUES, E. dos S.; MARCILESE, M. **Procedimentos heurísticos no processamento linguístico? Um estudo sobre a interpretação de expressões quantificadas no PB**. Fórum Linguístico (Online), v.11, p. 308-327, 2014.

ROEPER, T., STRAUSS, U., & PEARSON, B. Z. The acquisition path of the determiner quantifier every: Two kinds of spreading. In Tanja Heizmann (Ed.), **Current issues in first language acquisition**, UMOP, 34 (pp. 97-128). Amherst, MA: GSLA, 2006.

SELVA, A. C. V. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In: Schliemann & Carraher (Orgs.) **A compreensão de conceitos aritméticos**. Campinas, SP: Papirus, 1998.

SILVA, A. L. M. L. S. **A apropriação do conceito de divisão por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2014.

SINGER, J. A., KOHN, S. A., & RESNICK, L. B. Knowing about proportions in different contexts. In T. Nunes & P. Bryant (Orgs.), **Learning and teaching mathematics: an international perspective** (pp. 115-132). Hove: Psychology Press, 1997.

SPELKE, E. S. Initial knowledge: six suggestions. **Cognition**, Baltimore v.50, p.431-445, 1994.

SPELKE, E. S. & KINZLER, K.D. Core knowledge. **Developmental Science**, v.10, 89-96, 2007.

SPELKE, E. S. What makes us smart? Core Knowledge and Natural Language. In: Gentner, D. & Goldin-Meadow, S. (Eds.). **Language in Mind. Advances in the Study of language and Thought**. (pp. 277-311). Cambridge, MA: MIT Press, 2003.

SPELKE, E. S. & KINZLER, K.D. Core knowledge. **Developmental Science**, v.10, 89-96, 2007.

SPINILLO, A.G., & BRYANT, P. Children's proportional judgements: the importance of 'half'. **Child Development**, 62, 427-440, 1991.

STERNEFELD, W. Reciprocity and cumulative predication. **Natural Language Semantics** 6: 303-337, 1998.

SQUIRE, S., & BRYANT, P. The influence of sharing on children's initial concept of division, **Journal of Experimental Child Psychology**, 81, 1-43, 2002.

SQUIRE, S., & BRYANT, P.. The influence of sharing in young children's understanding of division. **Journal of Experimental Child Psychology**, 81, 1-43, 2002a.

SQUIRE, S., & BRYANT, P. From sharing to dividing: The development of children's understanding of division. **Developmental Science**, 5, 452-466, 2002b.

USSERY, C. **Processing Plural Dps: Collective, Cumulative, and Distributive Interpretations**. 2009. Disponível em: <https://www.semanticscholar.org/paper/Processing-Plural-Dps-Collective-Cumulative-and-Ussery>

VAZ, S; LOBO, M. Interpretação de estruturas de quantificação universal na aquisição do português europeu", **Verba Volant** 3, 2: 22 – 42, 2012.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica** 1, pp. 75-90, 1986.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. **Human Development**. 52, p. 83-94, 2009.

VILLARINHO, C. **Um papel para a língua no desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores: o traço de ponto de vista em estruturas completivas e o domínio de crenças falsas**. 2012. 205 f. Tese (Doutorado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Letras, 2011.

VYGOTSKY, L. S. **Thought and language**. Mass: MIT, 1986.

WIESE, H. **Numbers, language, and the human mind**. Cambridge University Press, 2003.

WYNN, K. Children's understanding of counting. **Cognition**. 36, 155-193, 1992.

WOODRUFF, G. & PREMACK, D. Primitive Mathematical Concept in the Chimpanzee: Proportionality and numerosity. **Nature** 293, pp.568-70, 1981.

XU, F.; Spelke, E. S. Large number discrimination in 6-month-old infants. **Cognition**, Baltimore, v.74, p.B1-B11, 2000.

ZWENG, M. J. Division problems and the concept of rate. **Arithmetic Teacher**, 11, 547–556, 1964.

Anexos

Anexo 1

Levantamento das situações-problema de divisão propostas nos livros didáticos

Enunciados de divisão partitiva

Livro 1: Aprender, muito prazer	Livro 2: Bem me quer	Livro 3: Alfabetização matemática
Nivaldo comprou 6 balões e pretende dar metade para sua amiga Angélica. Com quantos balões Nivaldo ficou? X – Y- Z	Ernesto distribui igualmente 15 livros em 3 prateleiras. Quantos livros Ernesto colocou em cada prateleira? X – Y- Z	Para um jogo de basquete são necessários 10 jogadores. Foi feita a divisão dos jogadores em 2 times. Quantos jogadores ficaram em cada time? X – Y- Z
Timóteo tinha 30 mudas de árvore. Ele deu 3 mudas para seu vizinho e dividiu o restante igualmente entre seus 3 irmãos. Quantas mudas cada um dos irmãos de Timóteo ganhou? X – Y- Z	Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em 2 grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou? X – Y- Z	Para brincar, os 10 amigos formaram duplas. Quantas são as duplas formadas? X – Y- Z
Cíntia comprou 40 cm de fita para enfeitar alguns presentes. Ela dividiu essa fita em 4 pedaços com a mesma medida. Com quantos centímetros ficou cada pedaço dessa fita? Se Cíntia dividisse a fita em 5 pedaço de mesma medida, quantos centímetros teria cada pedaço? X – Y- Z	Marcos ganhou 30 selos para sua coleção e deu a metade deles para Raimundo. Quantos selos Raimundo ganhou? X – Y- Z	Na floricultura, João faz arranjos especiais com o mesmo número de rosas em cada um. Ele tem 40 rosas para fazer 5 arranjos. Qual é o número de rosas em cada arranjo? X – Y- Z
Em uma sala há 30 carteiras, que foram organizadas em 5 fileiras. Sabendo que todas as fileiras têm a mesma quantidade de carteiras, quantas carteiras foram colocadas em cada fileira? X – Y- Z	Carla distribuiu 9 biscoitos entre 3 amigos. Quantos biscoitos cada amigo ganhou? X – Y- Z	Roberto montou 2 porta-lápis para guardar seus 12 lápis de cor. Quantos lápis haverá em cada porta lápis se Roberto colocar a mesma quantidade em cada um deles? Y-X-Z
Andressa e Hélio foram juntos ao cinema e gastaram 16 reais na compra dos ingressos. Quantos reais custou cada ingresso? Y-X-Z		Juliana tinha 6 bombons e deu metade dessa quantidade a seu amigo Ivan. Com quantos bombons cada um ficou? Se o total de bombons fosse dividido por 3 pessoas, quantos bombons cada um receberia? X – Y- Z

Dividindo-se 18 bolas em 3 caixas. Quantas bolas ficarão em cada caixa? X – Y- Z	Ajude Dona Rosa a decorar o salão de festas. Ela comprou 12 balões e quer colocar metade desses balões de gás em cada lado de uma das paredes. Como ficarão divididos os balões? X-Y-Z	Um grupo de 30 alunos participará de uma gincanade escola no sábado. Para essa competição serão formadas 5 equipes ao todo, com o mesmo número de participantes. Quantos alunos ficaram em cada equipe? X-Y-Z
		Uma fita de papel de 15 cm de comprimento vai ser dividida em 5 partes. Qual será o comprimento de cada parte? X-Y-Z

Enunciados de divisão por quotas

Livro 1	Livro 2	Livro 3
Os cachorros de Fernando consomem 3kg de ração por dia. Para alimentar seus cachorros, Fernando comprou um pacote de ração, como representado ao lado (18kg). Durante quantos dias Fernando poderá alimentar seus cachorros com esse pacote de ração? Z-X-Y	Dona Lúcia tirou uma fotografia de cada m dos seus 12 netos no fim de semana. Ela quer arrumá-las em um álbum, colocando 3 fotografias em cada página. Quantas páginas ela precisará para colar as 12 fotografias? Z-Y-X	Em cada caixa cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas Alex e Marcelo precisarão para guardar 12 garrafas? Z-Y-X
	Um grupo de 16 amigos irá andar de roda-gigante. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão? X-Z-Y	A mãe de André faz salgadinhos para festas. Em cada embalagem ela coloca 4 salgadinhos. Quantas embalagens serão necessárias para colocar 28 salgadinhos? Z-Y-X
	Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos? X-Z-Y	Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma? X-Y-Z
	Em cada caixa de lápis há 1 dúzia de lápis. Se eu tenho 36 lápis, quantas caixas eu tenho? Z-X-Y	Lúcia resolveu desenhar uma régua numa tira de papel de 30 cm. Depois dividiu a régua em partes de 3 cm cada uma. Em quantas partes Lúcia dividiu a régua? X-Z-Y

		Alguns amigos resolveram comprar uma bola de futebol para dar de presente a Jorge. Cada um deu 10 reais, e foi possível comprar uma bola de 30 reais. Quantos amigos são? Z-X-Y

Apêndices

Apêndice 1

Estímulos utilizados no experimento 1 – Parte A

Luís tinha 8 gatinhos para vender. Ana Comprou 4. Com quantos gatinhos Luís ficou?

Tânia tem 6 bonecos e sua irmã Paula tem 4. Quantas bonecas elas têm juntas?

Roberto montou 2 porta-lápis para guardar seus 12 lápis de cor. Quantos lápis haverá em cada porta-lápis se Roberto colocar a mesma quantidade em cada um deles?

Em uma jaqueira havia 18 jacas. Após um tempo, 5 jacas ficaram maduras e caíram. Quantas frutas ficaram na jaqueira?

Temos 27 tampinhas de refrigerante para distribuir às crianças. Quantas delas receberão as tampinhas se dermos 9 unidades para cada uma?

Carla distribuiu 9 biscoitos entre 3 amigos. Quantos biscoitos cada amigo ganhou?

--

Márcio tinha 12 figurinhas e deu 4 para Leonardo. Com quantas figurinhas Márcio ficou?

--

Um grupo de 16 colegas irá andar na montanha russa. Em cada carrinho cabem 4 pessoas. Quantos carrinhos eles ocuparão?

--

Estímulos utilizados no experimento 1 – Parte B

Na papelaria do senhor Luiz, há 13 lapiseiras azuis, 12 lapiseiras vermelhas e 14 amarelas. Quantas lapiseiras vermelhas e amarelas há?

--

Na hora do lanche, Juliana comeu 8 uvas, seu irmão comeu 5 uvas e sua irmã comeu apenas 3. Quantas uvas eles comeram juntos?

--

Sérgio e Sandra dividiram as 8 balas que ganharam em dois grupos iguais. Com quantas balas cada criança ficou?

--

Por causa de uma chuva forte, hoje faltaram 4 meninos e 7 meninas da turma de Rosa. Quantas crianças da turma de Rosa faltaram?

--

Dividindo-se 18 bolas em 3 caixas, quantas bolas ficarão em cada caixa?

Luciana quer comprar uma boneca, Ela já tinha 13 reais. No dia do seu aniversário, ela ganhou 35 reais de sua tia. Com quantos reais ela ficou?

Vou colar 20 adesivos no meu caderno, sendo 4 adesivos em cada página. Quantas páginas do caderno terão adesivos?

Em cada caixa cabem 6 garrafas de refrigerante. De quantas dessas caixas Alex e Marcelo precisarão para guardar 12 garrafas?

Apêndice 2

Estímulos utilizados no experimento 2 – Parte A

Heloísa e sua amiga Ana adoram comer frutas. Elas combinaram de fazer um piquenique. Heloísa levou 5 frutas e Ana levou 8. Elas não sabem quantas frutas as duas levaram juntas. Você pode ajudá-las a descobrir?

Clara coleciona caneta. Ela tem 14 canetas coloridas e decidiu guardá-las em 7 estojos. Clara não sabe qual o número de canetas ela precisa colocar em cada estojo. Você pode ajudá-la a descobrir?

Pedro adora carrinho. Ele comprou 12 carrinhos e decidiu guardá-los em caixinhas. Pedro não sabe qual o número de caixinhas ele precisa para colocar 3 carrinhos em cada caixinha. Você pode ajudá-lo?

Camilla adora animais. Ela foi ao zoológico e viu uma zebra, um leão e duas girafas. Ela tentou contar quantas patas esses animais tinham todos juntos, mas não conseguiu. Você pode ajudá-la?

Mariana ama bichinho de pelúcia. Ela ganhou 6 bichinhos e quer deitá-los em 2 caminhas. Mariana não sabe qual o número de bichinhos ela precisa colocar em cada caminha. Você pode ajudá-la?

Gustavo gosta muito de bola de gude. Ele ganhou 10 bolinhas e quer separá-las em saquinhos. João não sabe qual o número de saquinhos ele precisa para colocar 2 bolinhas em cada saquinho. Você pode ajudá-lo?

Guilherme é um grande colecionador de figurinhas. Ele tinha 10 figurinhas , mas perdeu 4 num jogo com seus amigos. Você pode ajudá-lo a descobrir quantas figurinhas ele ainda tem?

Mateus é um estudioso de aranhas. Ele sabe que uma aranha tem 8 pernas. Ele agora está tentando descobrir quantas pernas 3 aranhas têm. Você pode ajudá-lo?

Estímulos utilizados no experimento 2 – Parte B

Marcos adora carrinho. Ele tem 6 carrinhos vermelhos e 7 pretos. Marcos não conseguiu descobrir quantos carrinhos ele tem no total. Você pode ajudá-lo?

Leticya gosta de bexigas de festas de aniversário. Ela tinha 12 bexigas, mas 4 já estouraram. Você pode ajudá-la a descobrir quantas bexigas ficaram?

Antonia chupa muita bala. Ela comprou 14 balas e precisa guardá-las em 2 potes. Antonia não sabe qual o número de balas ela precisa colocar em cada pote. Você pode ajudá-la?

Miguel gosta muito de chocolate. Ele comprou um chocolate que custou 2 reais. Você pode ajudá-lo a descobrir de quantos reais ele precisa para comprar 3 chocolates?

Henrique coleciona cartas Pokémon. Ele possui 12 cartas e precisa arrumá-las em envelopes. Henrique não sabe qual o número de envelopes ele precisa para colocar 4 cartas em cada envelope. Você pode ajudá-lo?

Giovanna adora conchinhas. Ela achou 10 conchinhas na areia e quer usá-las para fazer 5 colares. Giovanna não sabe qual número de conchinhas ela precisa colocar em cada colar. Você pode ajudá-la?

Igor adora adesivo. Ele comprou 6 adesivos e quer colá-los em cartolinas. Igor não sabe qual o número de cartolinas ele precisa para colar 3 adesivos em cada cartolina. Você pode ajudá-lo?

Catarina ganhou muitas balas da sua avó. Ela comeu 3 balas e ainda ficou com 6 balas. Você pode ajudá-la a descobrir quantas balas ela ganhou?

Apêndice 3

Estímulos utilizados no experimento 3 – parte A

A Ana adora comer fruta. No supermercado, a Ana comprou 5 morangos, 8 laranjas e 10 maçãs. Ela não sabe qual foi o número de frutas que ela comprou ao todo. Você pode ajudá-la?

A Clara e o Igor colecionam canetinha. Na semana passada, a Clara e o Igor ganharam 16 canetinhas coloridas e decidiram guardá-las em 8 estojos, mas eles não sabem qual o número de canetas precisam colocar em cada estojo. Você pode ajudá-los?

O Pedro e a Heloísa adoram pirulito. Ontem, eles compraram 12 pirulitos e decidiram guardá-los em potes, mas eles não sabem qual o número de potes precisam para colocar 6 pirulitos em cada pote. Você pode ajudá-los?

A Camila adora gibi. Na semana passada, ela tinha 7 gibis, ganhou mais 7 da sua mãe e mais 12 da sua tia. Ela não sabe com que número de gibis ela ficou. Você pode ajudá-la?

A Mariana e o Felipe amam bichinho de pelúcia. No domingo, eles ganharam 6 bichinhos e querem colocá-los em 3 caminhas, mas eles não sabem qual o número de bichinhos precisam colocar em cada caminha. Você pode ajudá-los?

O Gustavo e a Hannah gostam muito de pipa. Na semana passada, o Gustavo e a Hannah ganharam 8 pipas e querem guardá-las em sacolas, mas eles não sabem qual o número de sacolas precisam para colocar 4 pipas em cada sacola. Você pode ajudá-los?

O Guilherme é um grande colecionar de figurinha. Ontem, o Guilherme comprou 10 figurinhas, mas ele perdeu 4 no jogo com seus amigos. Ele não sabe com que número de gibis ele ficou no final do jogo. Você pode ajudá-lo?

O Miguel adora bicho. Ele descobriu que uma formiga tem 6 pernas e agora está tentando descobrir que número de pernas 4 formigas têm juntas. Você pode ajudá-lo?

O Marcos adora chiclete. Hoje de manhã, o Marcos chupou 4 chicletes de morango e à tarde, 3 de melancia. Agora ele não sabe qual foi o número de chicletes que ele chupou no total. Você pode ajudá-lo?

A Leticya gosta muito de brigadeiro. Ontem à noite, ela fez 15 brigadeiros e comeu 9. Ela não sabe que número de brigadeiros sobrou. Você pode ajudá-la?

A Antonia e o Henrique adoram flor. Hoje, a Antonia e o Henrique ganharam 8 flores e querem colocá-las em 4 vasos, mas eles não sabem qual o número de flores precisam colocar em cada vaso. Você pode ajudá-los?

O Yago gosta muito de chocolate. Nesta tarde, ele comprou um chocolate que custou 5 reais e pagou com uma nota de 20 reais. Ele não sabe quanto deve receber de troco. Você pode ajudá-lo?

O Guilherme e a Catarina colecionam carta de Pokémon. Na semana passada, o Guilherme e a Catarina compraram 16 cartas e agora precisam arrumá-las em envelopes,

mas eles não sabem qual o número de envelopes precisam para colocar 8 cartas em cada envelope. Você pode ajudá-los?

A Giovanna e o Davi adoram picolé. Hoje de manhã, eles ganharam 12 picolés e querem guardá-los em 6 caixas no congelador, mas eles não sabem qual o número de picolés precisam colocar em cada caixa. Você pode ajudá-los?

O Mateus e a Anna adoram bolinha de gude. Essa manhã, eles ganharam 6 bolinhas e querem colocá-las em saquinhos, mas eles não sabem qual o número de saquinhos precisam para colocar 3 bolinhas em cada saquinho. Você pode ajudá-los?

A Ana Clara adora biscoito. Na padaria, a Ana Clara comprou um pacote de biscoito que custou 7 reais e pagou com uma nota de 10 reais. Ela não sabe quanto precisa receber de troco. Você pode ajudá-la?

Termo de consentimento livre e esclarecido (responsáveis dos alunos)**DEPARTAMENTO DE LETRAS****MESTRADO EM LETRAS – ESTUDOS DA LINGUAGEM**

Mestranda: Jessica Silva Barcellos

Orientadora: Erica dos Santos Rodrigues

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O/A menor _____, sob sua responsabilidade está sendo convidado (a) participar como voluntário da pesquisa *Quantificadores e expressões distributivas: um estudo psicolinguístico sobre o papel da língua na resolução de enunciados matemáticos*. Nesta pesquisa, pretendemos investigar como adultos e crianças falantes de Português Brasileiro processam determinadas estruturas linguísticas que são muito presentes em enunciados de problemas de matemática. O motivo que nos leva a estudar essa questão é verificar de que forma o processamento linguístico pode influenciar no raciocínio matemático.

Para esta pesquisa adotaremos os seguintes procedimentos: a criança irá, através de uma atividade lúdica, executar tarefas de produção ou de compreensão de sentenças e também de mapeamento texto e imagem. Essas tarefas envolvem avaliar sentenças como compatíveis ou incompatíveis com determinadas imagens e/ou produzir sentenças e desenhos. A pesquisa contribuirá para o entendimento dos processos de produção e compreensão da língua materna e também sobre a possível relação existente entre linguagem e habilidades cognitivas superiores, como a resolução de enunciados matemáticos. As tarefas estão diretamente relacionadas aos conteúdos pedagógicos previstos no currículo escolar e serão realizadas na sala de aula da criança, sob a orientação da professora Jessica Barcellos.

Para participar deste estudo, o menor sob sua responsabilidade não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Ele (a) será esclarecido (a) sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar. Você, como responsável pelo menor, poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação dele (a) a qualquer momento.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, no LAPAL (Laboratório de Psicolinguística e aquisição da linguagem) e a outra será fornecida a você. Os dados e

instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após esse período serão destruídos. Os

pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo à legislação brasileira (Resolução N° 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para os fins acadêmicos e científicos.

Eu, _____, portador (a) do documento de identidade _____, responsável pelo (a) menor _____ fui informado dos objetivos da pesquisa *Quantificadores e expressões distributivas: um estudo psicolinguístico sobre o papel da língua na resolução de enunciados matemáticos* de maneira clara e esclareci todas as minhas dúvidas. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido e estou ciente de que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e também retirar o meu consentimento se assim desejar. Declaro que concordo em participar. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Rio de Janeiro, _____ de _____ de 20____.

Assinatura do (a) responsável

Assinatura do (a) pesquisador

Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, você poderá consultar os responsáveis pela pesquisa – Jessica Silva Barcellos (mestranda) e Erica dos Santos Rodrigues (orientadora), no seguinte endereço:

Laboratório de Psicolinguística e aquisição da linguagem (LAPAL)

Rua Marquês de S. Vicente, 225
Ala Kennedy, sala K-121
Gávea - Rio de Janeiro (RJ)
CEP: 22451-900
Telefone: 3527-1297

As pesquisadoras também se disponibilizam a esclarecer eventuais dúvidas através dos emails ericasr@puc-rio.br e profjessicab@gmail.com

Apêndice 5

Termo de consentimento livre e esclarecido (participantes adultos)

DEPARTAMENTO DE LETRAS

MESTRADO EM LETRAS – ESTUDOS DA LINGUAGEM

Mestranda: Jessica Silva Barcellos

Orientadora: Erica dos Santos Rodrigues

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado (a) participar como voluntário (a) a participar da pesquisa *Quantificadores e expressões distributivas: um estudo psicolinguístico sobre o papel da língua na resolução de enunciados matemáticos*. Nesta pesquisa, pretendemos investigar como adultos falantes de Português Brasileiro processam determinadas estruturas linguísticas muito presentes em enunciados de problemas de matemática. O motivo que nos leva a estudar essa questão é verificar de que forma o processamento linguístico pode influenciar no raciocínio matemático.

Para esta pesquisa adotaremos os seguintes procedimentos: você executará tarefas de produção ou de compreensão de sentenças e também de mapeamento texto e imagem, com auxílio de um computador. Essas tarefas envolvem avaliar sentenças como compatíveis ou incompatíveis com determinadas imagens e/ou produzir sentenças e desenhos. A atividade não tem nenhum caráter de avaliação do desempenho e/ou de conhecimento da língua, e dura cerca de 15 minutos. Os riscos envolvidos na pesquisa consistem em “RISCOS MÍNIMOS”, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, ler etc. A pesquisa contribuirá para o entendimento dos processos de produção e compreensão da língua materna e também sobre a possível relação existente entre linguagem e habilidades cognitivas superiores, como a resolução de enunciados matemáticos.

Para participar deste estudo, você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você terá o esclarecimento sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se a participar. A sua participação é voluntária e você poderá suspender o seu consentimento a qualquer momento, sem nenhum tipo de penalização ou prejuízo.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, no LAPAL (Laboratório de Psicolinguística e aquisição da linguagem), e a outra será fornecida a você. Os dados e

instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados por um período de 5 (cinco) anos, e após esse período serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo à legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para os fins acadêmicos e científicos. Você não será, portanto, identificado (a) em nenhuma publicação resultante deste estudo e os resultados da pesquisa estarão a sua disposição quando finalizados.

Eu, _____, portador (a) do documento de identidade _____ fui informado dos objetivos da pesquisa *Quantificadores e expressões distributivas: um estudo psicolinguístico sobre o papel da língua na resolução de enunciados matemáticos* de maneira clara e esclareci todas as minhas dúvidas. Estou ciente de que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e também retirar o meu consentimento se assim desejar. Declaro que concordo em participar. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Rio de Janeiro, _____ de _____ de 20____.

Nome	Assinatura do participante	Data
------	----------------------------	------

Nome	Assinatura do pesquisador	Data
------	---------------------------	------

Em caso de dúvidas, com respeito aos aspectos éticos desta pesquisa, você poderá consultar os responsáveis pela pesquisa – Jessica Silva Barcellos (mestranda) e Erica dos Santos Rodrigues (orientadora), no seguinte endereço:

Laboratório de Psicolinguística e aquisição da linguagem (LAPAL)

Rua Marquês de S. Vicente, 225
Ala Kennedy, sala K-121
Gávea - Rio de Janeiro (RJ)
CEP: 22451-900
Telefone: 3527-1297

As pesquisadoras também se disponibilizam a esclarecer eventuais dúvidas através dos emails ericasr@puc-rio.br e profjessicab@gmail.com

Apêndice 6

Termo de assentimento informado

DEPARTAMENTO DE LETRAS

MESTRADO EM LETRAS – ESTUDOS DA LINGUAGEM

Mestranda: Jessica Silva Barcellos

Orientadora: Erica dos Santos Rodrigues

TERMO DE ASSENTIMENTO INFORMADO

Este formulário de assentimento informado é para crianças de 6 a 10 anos que estamos convidando a participar da pesquisa.

Meu nome é Jessica Barcellos e, no meu curso de mestrado, estou realizando uma pesquisa sobre a forma como as crianças interpretam algumas frases. Eu gostaria de convidá-lo a participar desta pesquisa. Nessa pesquisa, você vai ouvir ou ler algumas frases e, dependendo da tarefa, posso pedir para que você diga o que entendeu da frase, escolha uma imagem que corresponda à frase ouvida, ou mesmo que faça um desenho sobre a frase. Também posso pedir que você faça uma frase a partir de um desenho. Você pode escolher se quer participar ou não. Já conversei com sua família sobre esse trabalho. Eles sabem que você está sendo convidado e estão de acordo com sua participação. Mas se você não desejar fazer parte da pesquisa, não é obrigado, até mesmo se seus pais concordarem. É você quem decide.

Certificado do Assentimento

Eu entendi que a pesquisa é sobre a forma como as crianças interpretam algumas frases e que, dependendo da tarefa, eu poderei desenhar, escolher uma imagem ou mesmo dizer minha opinião sobre algumas frases que eu vou ler ou ouvir. Também posso vir a fazer uma frase uma frase para descrever uma imagem.

Assinatura da criança: _____

Assinatura dos pais/responsáveis: _____

Ass. Pesquisador: _____

Dia/mês/ano: _____