

Referências bibliográficas

ADEYANJU, A.O.; OYEKUNLE, L.O. **Experimental Study of Wax Deposition in a Single Phase Sub-Cooled Oil Pipelines.** SPE 167515. Lagos, 2013.

AL-SYABI, Z.; DANESH, A.; TOHIDI, B.; TODD, A. C.; TEHRANI, D. H. **A residual viscosity correlation for predicting the viscosity of petroleum reservoir fluids over wide ranges of pressure and temperature.** Chemical Engineering Science, 56:6997-7006, 2001.

ANSYS, Inc. **Ansys Fluent 12.0 User's Guide.** 2009.

ANTOHE, B.V.; LAGE, J.L. **A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media.** Int J. Heat Mass Transfer, 40: 3013 – 3024, 1997.

ARUMUGAM, S.; ADEBOLA, S. K.; MEHROTRA, A.K. **Modeling of Solids Deposition from “Waxy” Mixtures in “Hot Flow” and “Cold Flow” Regimes in a Pipeline Operating under Turbulent Flow.** Energy and Fuels, 27:6477-6490, 2013.

AYERS, R.R.; REBELLO, A.; WILSON, I.A. **Repair and Intervention of HPHT Flowlines.** Offshore Technology Conference, 2015.

AZEVEDO, L. F. A.; TEIXEIRA, A. M. **A critical review of the modeling of wax deposition mechanisms.** Petroleum Science and Technology, 21(3 e 4):393-408, 2003.

BAHADORI, A.; MOKHATAB, S. **Estimating thermal conductivity of hydrocarbons.** Chemical Engineering, 2008.

BANKI, R.; HOTEIT, H.; FIROOZABADI, A. **Mathematical formulation and numerical modeling of wax deposition in pipelines from enthalpy-porosity approach and irreversible thermodynamics.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 51:3387-3398, 2008.

BHAT, N. V.; MEHROTRA, A. K. **Measurement and prediction of the phase behavior of wax-solvent mixtures: significance of the wax disappearance temperature.** Ind. Eng. Chem. Res., 43:3451, 2004.

BURGER, E. D.; PERKINS, T. K.; STRIEGLER, J. H. **Studies of wax deposition in the trans alaska pipeline.** Journal of Petroleum Technology, 33(6):1075-1086, 1981.

CARMAN, P. C. **Fluid flow through granular beds.** Trans. Inst. Chem. Eng., 15a:150-166, 1937.

CARSLAW, H. S.; JAEGER, J. C. **Conduction of heat in solids.** 2. ed. Oxford University Press: New York, 1959.

CHANDESIRIS, M.; SERRE, G.; SAGAUT, P. **A macroscopic turbulence model for flow in porous media suited for channel, pipe and rod bundle flows.** Heat and Mass Transfer 49: 2379 – 2750, 2006.

CHUEH, P. L.; PRAUSNITZ, J. M. **Vapor-liquid equilibria at high pressures. Calculation of partial molar volumes in nonpolar liquid mixtures.** AIChE Journal, 13(6): 1099-1107, 1967.

CORRSIN, S. **The Isotropic Turbulent Mixer: Part II. Arbitrary Schmidt Number.** AIChE Journal, 6 (10): 870 – 877, 1964.

COUTINHO, J.A.P.; PAULY, J.; DARIDON, J.L. **Modelling Phase Equilibria in Systems With Organic Solid Solutions.** Computer Aided Chemical Engineering: 19: 229-249, 2004.

DWIVEDI, P; SARICA, C.; SHANG, W. **Experimental Study on Wax-Deposition Characteristics of a Waxy Crude Oil Under Single-Phase Turbulent-Flow Conditions.** SPE 163076(2): 61-73, 2013.

ESKIN, D.; RATULOWSKI, J.; AKBARZADEH, K. **Modelling Wax Deposition in Oil Transport Pipelines.** The Canadian Journal of Chemical Engineering, 92: 973 – 998, 2014.

FIROOZABADI, A; GHORAYEB, K.; SHUKLA. **Theoretical model of thermal diffusion factors in multicomponent mixtures.** AIChE Journal, 46(5): 892-900, 2000.

FIROOZABADI, A. **Thermodynamics of hydrocarbon reservoirs**. McGraw-Hill: New York, 1999. 353 p.

GHORAYEB, K.; FIROOZABADI, A. **Molecular pressure and thermal diffusion in nonideal multicomponent mixtures**. AIChE Journal, 46 (5): 883-891, 2000.

HAYDUK, W.; MINHAS, B. S. **Correlations for prediction of molecular diffusivities in liquids**. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 60:295-299, 1982.

HOLDER, G. A.; WINKLER, J. **Wax Crystallization from Distillate Fuels: Part 1. Cloud and Pour Phenomena Exhibited by Solutions of Binary n-Paraffin Mixtures**. J. Inst. Petrol., 51:228-234, 1965a.

HOTEIT, H.; BANKI, R.; FIROOZABADI, A. **Deposition and aging in flowlines from irreversible thermodynamics**. Energy and Fuels, 22(4): 2693-2706, 2008.

JUNG, S.; LEE, D.; LIM, J. **A simulation Study of Wax Deposition in Subsea Oil Production System**. International Ocean and Polar Engineering Conference. Busan, Korea, 2014.

KELKAR, K.M.; PATANKAR, S.V. **Development of generalized block correction procedures for the solution of discretized Navier-Stokes equations**. Computer Physics Communications 53: 329-336, 1989.

LEIROZ, A. T. **Estudo sobre a deposição de parafina em linha de petróleo**. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

LINDELOFF, N.; ANDERSEN, S. I.; STENBY, E. H.; HEIDEMANN, R. A. **Phase-boundary calculations in systems involving more than two phases with application to hydrocarbon mixtures**. Ind. Eng. Chem. Res., 38:1107, 1999.

LIRA-GALEANA, C.; FIROOZABADI, A.; PRAUSNITZ, J. M. **Thermodynamic of wax precipitation in petroleum mixtures**. AIChE Journal, 42:239-248, 1996.

LOHRENZ, J.; BRAY, B. G.; CLARK, C. R. **Calculating viscosities of reservoir fluids from their compositions.** J. Pet. Tech., 16:1171-1176, 1964.

LUND, H. J. **Investigation of paraffin deposition during single-phase liquid flow in pipelines.** M.Sc. Thesis. University of Tulsa, Tulsa, 1998.

MATZAIN, A. **Multiphase flow paraffin deposition modeling.** Ph.D. Thesis. University of Tulsa, Tulsa, 1999.

MASUOKA, T. TAKATSU, Y. **Turbulence flow thru porous media.** Internacional Journal of Heat and Mass Transfer 39(13): 2803-2809,1996.

MORAIS, J.M. **Petróleo em Águas Profundas - Uma história tecnológica da PETROBRAS na exploração e produção offshore.** Ipea, 2013.

MINCHOLA, L. R. M. **Simulação numérica da deposição de parafina em dutos de petróleo. Avaliação dos mecanismos de difusão molecular e difusão browniana.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

NAKAYAMA, A.; KUWAHARA, F. **A Macroscopic Turbulence Model for Flow in a Porous Medium.** Journal of Fluids Engineering 121(2): 427 – 433, 1999.

PASSUT, C. A.; DANNER, R. P. **Heat capacity and entropy.** Ind. Eng. Chem. Process Des. Develop., 11(4):543, 1972.

PATANKAR, S.V. **Numerical heat transfer and fluid flow.** Hemisphere Publishing Corp: Washington, 1980.

POPE, B. P. **Turbulent Flows.** Cambridge University Press: Cambridge, 2000. 802 p.

PEDRAS, M. H. J.; LEMOS, M. J. S. **Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media.** Internacional Journal of Heat and Mass Transfer 44: 1081 – 1093, 2001.

RIBEIRO, F. S.; SOUZA MENDES, P. R.; BRAGA, S. L. **Obstruction of pipelines due to paraffin deposition during the flow of crude oils.** Int. Journal of Heat Mass Transfer, 40:4319-4328, 1997.

ROCHA, N. O.; GONZÁLEZ, G; VAITSMAN, D. S. **Efeito do campo magnético na precipitação de parafinas.** Química Nova, 21(1), 1998.

ROMERO VELASQUEZ, M. I. **Avaliação do mecanismo de difusão molecular para a modelagem da deposição de parafina em dutos de petróleo.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

SINGH, P.; VENKATESAN, R.; FOGLER, H. S.; NAGARAJAN, N. **Morphological evolution of thick wax deposits during aging.** AIChE Journal, 47(1):6-18, 2001a.

SINGH, P.; LEE, H.; SINGH, P.; SARICA, C. **SS: flow assurance: validation of wax deposition models using field data from a subsea pipeline.** OTC 21641. Houston, USA, 2011.

SOUZA, L. B. **Deposição de Parafina em Linhas de Petróleo. Estudo Numérico e Experimental.** Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

TIWARY, R.; MEHROTRA, A. K. **Deposition from wax-solvent mixtures under turbulent flow: effects of shear rate and time on deposit properties.** Energy and Fuels, 23:1299-1310, 2009.

VAN DOORMAL, J.P.; RAITHBY, G.D. **Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows.** Numerical Heat Transfer (2): 147 – 163, 1984.

VEIGA, H. **Study of Wax Deposits in Pipelines.** Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

VEIGA, H.B. SOUZA, L.B. MINCHOLA, L.R. PALOMINO, L.F.NIECKELE, A.O. AZEVEDO, L.F.A **Wax Deposition in Laminar and Turbulent Flow in Pipelines.** OMAE 2012 – 83813. Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

WARDHAUGH, L. T.; BOGER, D. V. **The measurement and description of the yield behavior of waxy crude oil.** Journal of Rheology, 35:1121, 1991.

WILCOX, D.C. **Formulation of the κ - ω Turbulence Model Revisited.** AIA A Journal 46: 2823 – 2838, 2008.

WILCOX, D.C. **Turbulence Modeling for CFD.** DCW Industries: San Diego, 2006. 522 p.

YUPA, L. F. P. **Estudo experimental da deposição de parafina em escoamento turbulento.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

ZHANG, X.; QUEIMADA, A.; SZCZEPANSKI, R.; MOORWOOD, T. **Modelling the shearing effect of Flowing Fluid and Wax Aging on Wax Deposition in Pipelines.** OTC 24797-MS. Kuala Lumpur, Malasya, 2014.

ZHENG, S; SAIDOUN, M.; MATEEN, K.; PALERMO, T.; REN, Y.; FOGLER, H. S. **Wax Deposition Modeling with Considerations of Non-Newtonian Fluid Characteristics.** OTC 26914-MS. Houston, USA, 2016.

Apêndice A1

Propriedades dos Componentes dos Fluidos

As propriedades termofísicas dos fluidos dependem diretamente das propriedades de seus constituintes, conforme apresentado no Capítulo 3. No presente trabalho, dois fluidos foram utilizados. As propriedades do querosene encontram-se descritas na seção A1.1 e do fluido puro na seção A1.2.

A1.1

Parafina dissolvida em querosene

As Tabela A1.1 apresenta a porcentagem de cada componente i do querosene, indicando a massa molecular M_i , a massa específica do componente na fase sólida, ρ_{si} , a temperatura e pressão crítica, $T_{c,i}$ e $P_{c,i}$, o fator acêntrico w_i e volume crítico molar $v_{c,i}$. Estas propriedades são necessárias para determinar a massa específica do fluido e o fator de compressibilidade (seção 3.4.1), viscosidade molecular (seção 3.4.2), coeficiente de difusão molecular (seção 3.4.5) e o calor latente a pressão constante de cada espécie (seção 3.4.4).

Tabela A1.1: Propriedades da composição do querosene com parafina a 20% considerando doze pseudocomponentes.

Pseudo componente	i	x_i (%)	M_i (g/mol)	ρ_{si} (Kg/m ³)	$T_{c,i}$ (K)	$P_{c,i}$ (10 ⁵ Pa)	w_i	$v_{c,i}$ (cm ³ /mol)	$C_{p,si}$ (J/mol.K)
C ₇	1	0,084	96,000	738,0	536,488	29,45	0,3374	475,55	0
C ₈	2	4,426	107,000	765,0	549,101	26,92	0,3743	487,84	0
C ₉	3	11,141	121,000	781,0	554,365	24,36	0,4205	529,18	0
C ₁₀	4	15,747	134,000	792,0	556,167	22,48	0,4628	573,71	0
C ₁₁	5	15,866	147,000	796,0	553,568	20,95	0,5007	627,06	0
C ₁₂	6	15,032	161,000	810,0	554,932	19,62	0,5427	675,17	0
C ₁₃	7	12,732	175,000	825,0	556,165	18,53	0,5837	724,05	0
C ₁₄	8	8,925	190,000	836,0	554,327	17,56	0,6262	782,99	0
C ₁₅	9	5,215	206,000	842,0	558,378	16,69	0,6701	852,15	0
C ₁₆ -C ₁₇	10	2,138	224,479	848,3	575,337	15,87	0,7190	934,15	0
C ₁₈ -C ₂₉	11	5,416	358,737	889,3	685,766	12,69	1,0043	1.577,18	625
C ₃₀ -C ₄₀	12	3,277	451,697	911,8	751,015	11,68	1,1169	2.027,81	916

A Tabela A1.2 apresenta os coeficientes da equação da entalpia molar de gás ideal (Eq. 3.101) para cada componente.

Tabela A1.2: Coeficiente da equação (3.104) para a entalpia molar de gás ideal considerando a solução de querosene com 20% de parafina considerando doze pseudocomponentes.

Pseudocomponente	i	C _{1,i}	C _{2,i}	C _{3,i}	C _{4,i}
C ₇	1	-15,100	0,594	-2,01 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₈	2	-4,000	0,609	-2,36 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₉	3	0,798	0,670	-2,73 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₀	4	1,300	0,743	-3,04 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₁	5	3,110	0,821	-3,33 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₂	6	2,430	0,899	-3,65 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₃	7	1,040	0,975	-3,97 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₄	8	0,290	1,060	-4,31 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₅	9	0,726	1,150	-4,67 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₆ -C ₁₇	10	1,250	1,260	-5,09 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₁₈ -C ₂₉	11	8,450	2,070	-8,21 × 10 ⁻⁴	0,00
C ₃₀ -C ₄₀	12	11,800	2,590	-10,3 × 10 ⁻⁴	0,00

A correlação de Bahadori & Mokhatab (2008) empregada para se calcular a condutividade térmica de cada um dos componentes é dada por:

$$K_i = a + bT + cT^2 + dT^3 \quad (\text{A1.1})$$

onde os coeficientes a, b, c e d são dados por:

$$a = A_1 + B_1M_i + C_1M_i^2 + D_1M_i^3 \quad (\text{A1.2})$$

$$b = A_2 + B_2M_i + C_2M_i^2 + D_2M_i^3 \quad (\text{A1.3})$$

$$c = A_3 + B_3M_i + C_3M_i^2 + D_3M_i^3 \quad (\text{A1.4})$$

$$d = A_4 + B_4M_i + C_4M_i^2 + D_4M_i^3 \quad (\text{A1.5})$$

As constantes das equações acima são apresentadas na Tabela A1.3. O mesmo procedimento foi adotado para calcular as condutividades térmicas dos componentes do fluido puro.

Tabela A1.3: Coeficientes das equações da correlação de Bahadori & Mokhatab (2008)

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
A ₁	-6,48326x10 ⁻²	A ₃	-1,085800x10 ⁻⁵
B ₁	1,565612 x10 ⁻²	B ₃	5,051114x10 ⁻⁷
C ₁	-1,803040x10 ⁻⁴	C ₃	1,764384x10 ⁻¹¹
D ₁	5,880443x10 ⁻⁷	D ₃	-5,552240x10 ⁻⁹
A ₂	2,715015x10 ⁻³	A ₄	9,853917x10 ⁻⁹
B ₂	-1,558330x10 ⁻⁴	B ₄	-4,680300x10 ⁻¹⁰
C ₂	1,758693x10 ⁻⁶	C ₄	5,201365x10 ⁻¹²
D ₂	-5,658980x10 ⁻⁹	D ₄	-1,659440x10 ⁻¹⁴

A1.2 Fluido Puro

Neste caso, as propriedades podem ser obtidas a partir de correlações, uma vez conhecidas as espécies presentes, assim como sua composição. A Tabela A1.4 apresenta a porcentagem molar de cada componente *i* do fluido puro, indicando a massa molecular M_i , a massa específica do componente na fase sólida, ρ_{si} e o calor específico da fase sólida de cada componente *i*.

Tabela A1.4: Composição do fluido puro e propriedades de seus constituintes.

Pseudocomponente	<i>i</i>	$x_i(\%)$	ρ_{si} (Kg/m ³)	M_i (g/mol)	C_{psi} (J/mol.K)
C ₁₂	1	90,261000	800	158	0,0
C ₂₂	2	0,006610	872	288	598,1
C ₂₃	3	0,045888	877	301	625,0
C ₂₄	4	0,249420	881	314	651,4
C ₂₅	5	0,699790	885	327	670,4
C ₂₆	6	1,212300	889	340	677,8
C ₂₇	7	1,556800	893	353	728,1
C ₂₈	8	1,599400	896	366	752,8
C ₂₉	9	1,383800	899	379	777,2
C ₃₀	10	1,045400	902	392	801,2
C ₃₁	11	0,719810	906	405	824,5
C ₃₂	12	0,463100	909	418	867,4
C ₃₃	13	0,290880	912	431	871,0
C ₃₄	14	0,181480	914	444	887,4
C ₃₅	15	0,133300	917	457	916,0
C ₃₆	16	0,071950	919	470	937,5
C ₃₇	17	0,047139	922	483	959,1
C ₃₈	18	0,031575	924	496	980,4
C ₃₉	19	0,020678	926	509	1001,0

O volume crítico molar $v_{c,i}$ foi determinado conforme Lira-Galeana *et al* (1996).

$$w_i = -0,000185397 N_{C,i}^2 + 0,0448946 N_{C,i} - 0,0520750 \quad (\text{A1.6})$$

onde N_C é o número de carbonos do componente i .

$$T_{c,i} = T_b \left(0,5333272 + 0,34381 \times 10^{-3} T_b + 2,52617 \times 10^{-7} T_b^2 - 1,6584 \times 10^{-10} T_b^3 + 4,60774 \times 10^{24} / T_b^{13} \right)^{-1} \quad (\text{A1.7})$$

$$T_{b,i} = \left[\exp(5,17419 + 2,71519\theta - 0,28659\theta^2 - 39,8544\theta^{-1} - 0,122488\theta^2) - 24,7522\theta + 35,3155\theta^2 \right] / 1,8 \quad (\text{A1.8})$$

$$\theta = \ln(M_i) \quad (\text{A1.9})$$

$$P_{c,i} = \left[1,0 + 0,312 \left(1 - \frac{T_{b,i}}{T_{c,i}} \right)^{0,5} + 9,1 \left(1 - \frac{T_{b,i}}{T_{c,i}} \right) + 9,4417 \left(1 - \frac{T_{b,i}}{T_{c,i}} \right)^2 + 27,1793 \left(1 - \frac{T_{b,i}}{T_{c,i}} \right)^3 \right]^2 \quad (\text{A1.10})$$

$$v_{c,i} = \frac{RT_{c,i}}{P_{c,i}} (0,290 - 0,85w_i) \quad (\text{A1.11})$$

A tabela A1.5 apresenta os coeficientes da equação 3.105, extrapolados a partir dos dados apresentados em Passut & Danner (1972):

Tabela A1.5: Coeficiente da equação (3.105) para a entalpia molar de gás ideal.

Coeficiente	Valor
a_i	$43,27953N_{C,i} - 0,18059$
b_i	$-0,022698$
c_i	$4,593475 \times 10^{-4}$
d_i	$-9,909567 \times 10^{-8}$
e_i	$1,073053 \times 10^{-11}$
f_i	$-3,259247 \times 10^{-16}$

Apêndice A2

Validação

O modelo matemático descrito no Capítulo 3 foi implementado com o método numérico apresentado no Capítulo 4 em um programa que vem sendo desenvolvido pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Souza (2014) adaptou o programa existente desenvolvendo o módulo entalpia-porosidade em coordenadas cartesianas. Uma vez que a nova seção de testes foi construída com geometria anular, foi necessário adaptar o programa para coordenadas cilíndricas. A seguir um modelo de turbulência foi adicionado, para que finalmente o fenômeno da deposição na presença do regime turbulento pudesse ser analisado.

Visando validar e verificar a metodologia implementada com relação à adaptação do programa para coordenadas cilíndricas, primeiramente resolveu-se um escoamento laminar. Para a região de escoamento desenvolvido a solução analítica pode ser obtida e os resultados numéricos podem ser avaliados. A seguir, avaliou-se a coerência do modelo de turbulência comparando-se os resultados obtidos com o programa desenvolvido com a solução do problema com o software comercial FLUENT. Esta etapa de verificação do programa não incluiu a modelagem do fenômeno da deposição. Todos os casos de validação foram feitos considerando a malha (77x62) e o passo de tempo (0,02s) determinados nos testes pertinentes, descritos no Apêndice 3.

A2.1

Caso 1 – escoamento no regime laminar sem deposição

Este problema consiste em impor um escoamento com propriedades constantes (ρ e μ - massa específica e viscosidade molecular), com uma velocidade uniforme U_m na entrada de uma tubulação de comprimento L com raio externo $R_{ex}=R$ e raio interno $R_{in}=kR$. O número de Reynolds, Re , do escoamento é

$$Re = \frac{\rho U_m D_h}{\mu} \quad \text{onde} \quad D_h = \frac{4 A_t}{P_m} = 2 R(1 - k) \quad (A2.1)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico, A_t a área transversal do escoamento e P_m o perímetro molhado.

Compara-se a solução obtida na região de escoamento desenvolvido com a solução exata. A razão de raios k selecionada para o teste foi $k=0,5$; e o número de Reynolds igual 2.

O escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido em um duto anular por ser facilmente obtido a partir das equações de Navier-Stokes simplificadas para esta situação, a qual se resume a

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) = \frac{dp}{dz} \quad \text{onde} \quad \tau = \mu \frac{\partial u_z}{\partial r} \quad (\text{A2.2})$$

Como a queda de pressão dp/dz é constante, assim como a viscosidade molecular μ , o perfil de velocidade pode ser obtido integrando-se duas vezes a Eq. (A2.2). Sabendo que a velocidade é nula no raio externo $r = R$ e no raio interno $r = kR$, tem-se

$$u_z = \left(-\frac{dp}{dz} \right) \frac{R^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1-k^2}{\ln(k)} \ln \left(\frac{r}{R} \right) \right] \quad (\text{A2.3})$$

A queda de pressão pode ser relacionada com a velocidade média, ao determinar a vazão integrando na área a Eq. (A2.3)

$$Q = U_m \pi R^2 (1 - k^2) = \int_{kR}^R u_z 2\pi r dr \quad (\text{A2.4})$$

Logo a velocidade adimensional é

$$\frac{u_z}{U_m} = \frac{2}{\left[\frac{(1-k^4)}{(1-k^2)} - \frac{(1-k^2)}{\ln(k)} \right]} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 - \frac{1-k^2}{\ln(k)} \ln \left(\frac{r}{R} \right) \right] \quad (\text{A2.5})$$

e a tensão cisalhante é

$$\frac{\tau_{rz}}{\rho U_m^2} = \frac{1}{Re} \frac{4(1-k)}{\left[\frac{(1-k^2)}{\ln(k)} - \frac{(1-k^4)}{(1-k^2)} \right]} \left[2 \left(\frac{r}{R} \right) + \frac{1-k^2}{\ln(k)} \frac{R}{r} \right] \quad (\text{A2.6})$$

O desenvolvimento do escoamento foi determinado numericamente. A Fig. A2.1 ilustra a variação da tensão cisalhante obtida numericamente ao longo das duas paredes. Observa-se, como esperado, que a tensão cisalhante no raio interno é maior que no raio externo, pois a área superficial é menor. O sinal da tensão na parede interna é oposto da parede externa, devido à convenção de sinais de tensões cisalhantes. Naturalmente, que ambas atuam na mesma

direção. Observa-se ainda que a partir de aproximadamente $z/L=0,25$, as tensões são aproximadamente constantes, indicando que o escoamento encontra-se hidrodinamicamente desenvolvido.

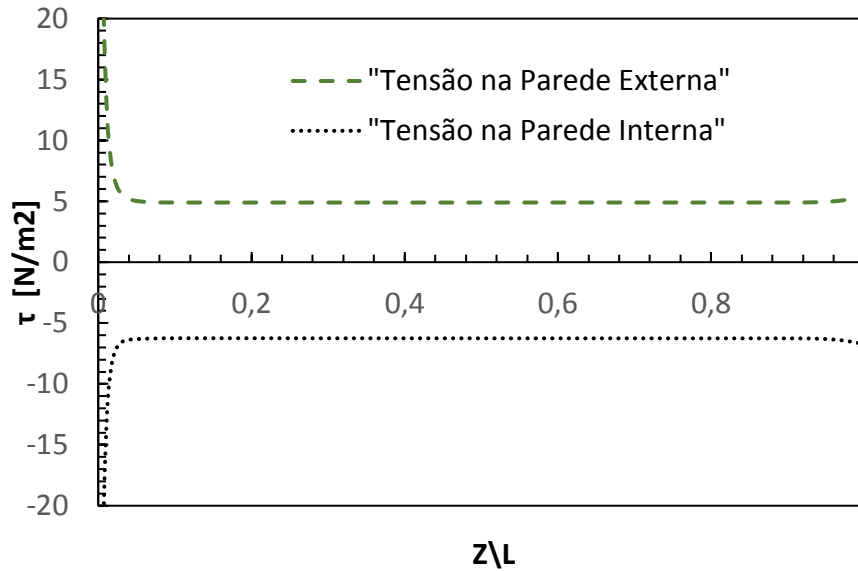


Figura A2.1: Desenvolvimento da tensão cisalhante nas paredes da seção anular.

Selecionou-se então a coordenada axial $z/L = 0,7$ (na região de escoamento desenvolvido) para comparar os perfis radiais de velocidade e tensão cisalhante, obtidos numericamente e a solução exata. O perfil de velocidade axial é ilustrado na Fig. A2.2 e o perfil radial da tensão cisalhante encontra-se na Fig. A2.3. Observa-se excelente concordância entre os resultados, sendo o erro médio para a velocidade igual a 2% e para a tensão cisalhante 4%.

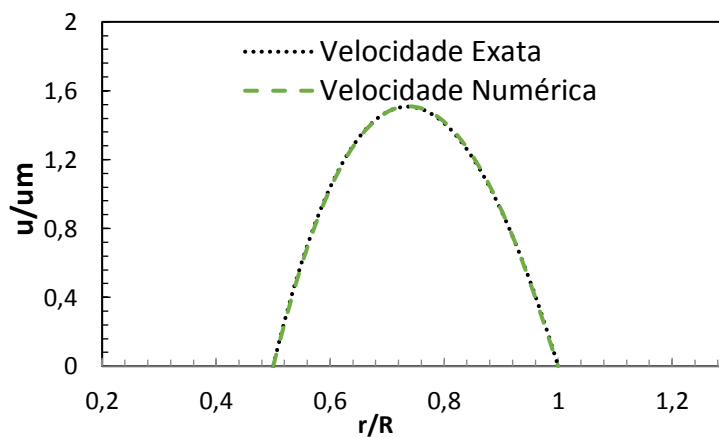


Figura A2.2: Comparação dos perfis numérico e analítico de velocidade hidrodinamicamente desenvolvida na seção anular. Regime laminar.

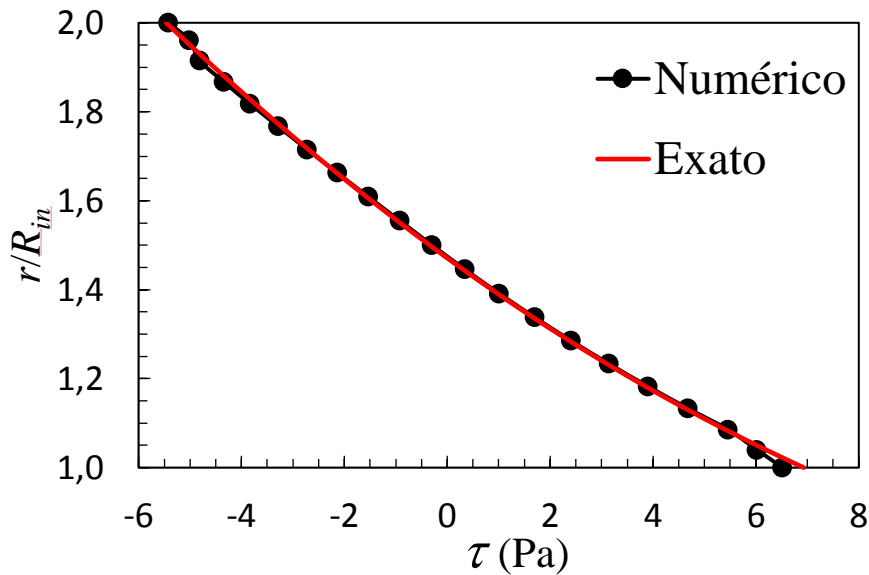


Figura A2.3: Comparação dos perfis numérico e analítico da tensão cisalhante hidrodinamicamente desenvolvida na seção anular ($z/L = 0,7$). Regime laminar.

A2.2

Caso 2 – escoamento no regime turbulento sem deposição

Para validar a implementação do modelo de turbulência, comparou-se os resultados obtidos no presente trabalho para um escoamento turbulento em duto anular, com transferência de calor, na ausência de deposição de parafina, com os resultados da simulação do mesmo problema obtidos com o software comercial FLUENT. O mesmo modelo de turbulência ($\kappa-\omega$) foi utilizado nas duas simulações.

O duto analisado possui raio interno $R_{in} = 9,525$ mm, e raio externo $R_{ex} = 16,758$ mm (e acrílico com 3 mm de espessura), com 1,0 m de comprimento. As propriedades foram, consideradas constantes e encontram-se, listadas na Tabela A2.1.

Tabela A2.1 – Propriedades do fluido

ρ [kg/m ³]	μ [Pa s]	k [W/(mK)]	Cp [J/(kg K)]
797,58	$1,34 \times 10^{-3}$	0,0242	1932

A vazão do escoamento foi considerada como sendo $Q = 1,9352 \times 10^{-4}$ m³/s. Um perfil de velocidade uniforme foi imposto, sendo igual a $U_{in} = Q/A = 0,63$ m/s. Já para as grandezas turbulentas ω e κ , utilizou-se $\omega_{in} = 20,6$ s⁻¹ e $\kappa_{in} = 0,037$ (m/s)². A temperatura na entrada também foi considerada uniforme e igual a

$T_{in}=37^{\circ}\text{C}$. Na saída, fluxo difusivo nulo foi imposto para todas as variáveis. Condição de não deslizamento foi imposta em ambas as paredes, logo, $u_z=u_r=\kappa=0$. Já para a densidade de dissipação ω , considerou-se as paredes lisas, ou seja, a rugosidade das paredes iguais a zero, resultando em $\omega_s=3218 \text{ s}^{-1}$. A temperatura da parede externa foi especificada igual à temperatura da entrada, $T_{se}= T_{in}=37^{\circ}\text{C}$., e a parede inferior foi resfriada, $T_{si}=12,3^{\circ}\text{C}$.

A coordenada $z=0,5$ foi selecionada para comparar os perfis radiais do componente axial de velocidade (Fig. A2.4), energia cinética (Fig. A2.5), dissipação (Fig. A2.6), e temperatura (Fig. A2.7). Analisando a Fig. A2.4 observa-se excelente concordância do perfil de velocidade obtido com o FLUENT. Note um pequeno deslocamento do perfil em direção à parede externa, o que pode ser explicado pela assimetria do escoamento na região anular, captada melhor pela solução presente. Essa assimetria vai ser refletir também nas grandezas turbulentas. Ainda assim, o erro máximo entre os perfis nesta coordenada foi de 6%. Na coordenada $z=0,5 \text{ m}$, o escoamento encontra-se hidrodinamicamente desenvolvido, conseqüentemente, o componente radial de velocidade é nulo (dentro da precisão da máquina) com os dois *solvers*.

Uma comparação dos perfis radiais das grandezas turbulentas κ e ω pode ser analisada nas Fig. A2.5 e A2.6, para $z=0,5 \text{ m}$. Novamente, observa-se ótima concordância entre os resultados. Como a malha utilizado pelo FLUENT é uniforme, o perfil resultante das duas grandezas turbulentas é aproximadamente simétrico, com uma pequena discordância da energia cinética turbulenta κ obtida com o presente método e a obtida com o FLUENT. Já para a dissipação, a concordância é muito boa, com altíssimos valores da dissipação nas paredes.

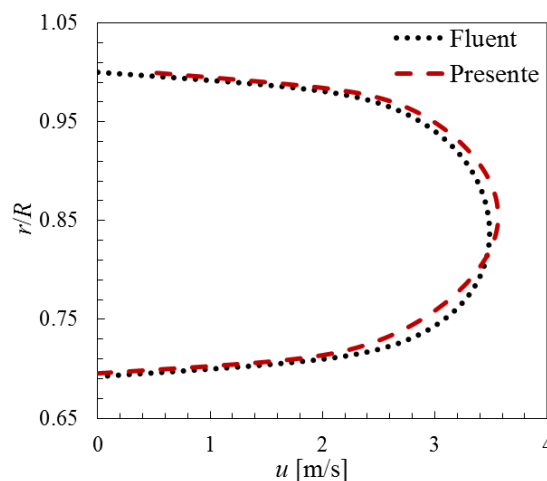


Figura A2.4: Comparação do perfil radial do componente de velocidade axial u_z em $z = 0,5\text{m}$ com FLUENT.

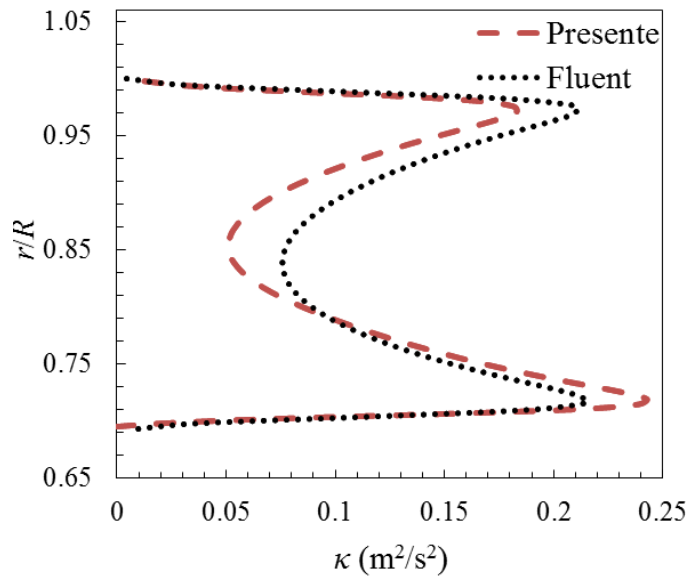


Figura A2.5: Comparação do perfil radial da energia cinética turbulenta κ em $z = 0,5m$ com FLUENT.

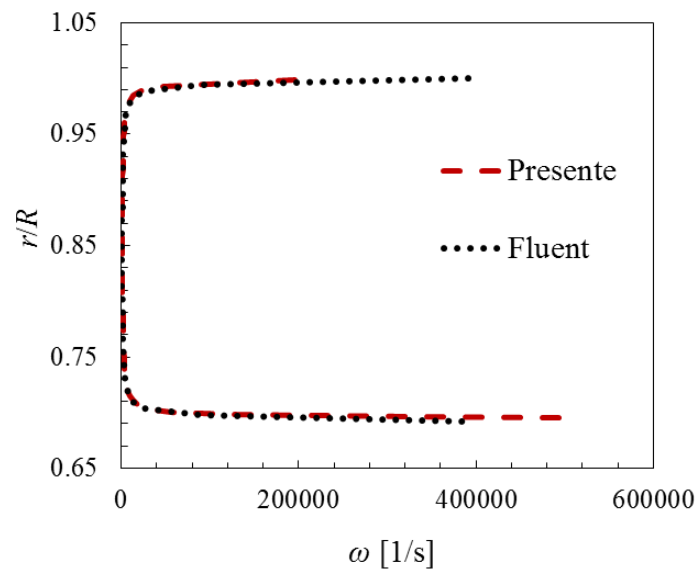


Figura A2.6: Comparação do perfil radial da dissipação específica ω em $z = 0,5m$ com FLUENT.

A Fig. A2.7 ilustra a comparação do perfil de temperatura obtida com o presente modelo e a previsão obtida com o FLUENT para $z=0,5$ e $z=0,25$. Observa-se excelente concordância entre os perfis para ambas as coordenadas, com um pequeno desvio próximo a parede fria. Para melhor avaliar a qualidade da previsão do campo de temperatura, o qual é crítica para o problema de deposição, determinou-se o erro médio entre os perfis radiais das soluções para diversas posições axiais: $z/L = 0,25; 0,5; 0,75$ e $1,0$. Os erros relativos médios encontrados variaram de 1,4% na região de entrada ($z/L = 0,25$) até 3,3% no

final do duto. Apesar de uma maior diferença entre as soluções, a concordância ainda é muito boa.

Para avaliar a previsão do presente modelo na região de desenvolvimento, compara-se a variação axial das grandezas representativas do escoamento em uma coordenada radial constante e igual a $r/R = 0,84$ m.

As Fig. A2.8 e A2.9 ilustram a comparação do perfil axial dos componentes de velocidade axial e radial respectivamente na coordenada $r=0,84$ m. Observa-se que o escoamento pode ser considerado como desenvolvido para $z \geq 0,3$ m. O presente modelo prevê uma velocidade axial ligeiramente maior que o FLUENT. O erro médio entre as soluções para o componente axial nesta coordenada radial foi de 2%. Observa-se uma discrepância do perfil do componente radial na região de desenvolvimento, porém, como as velocidades são muito baixas, esta discrepância pode ser considerada aceitável.

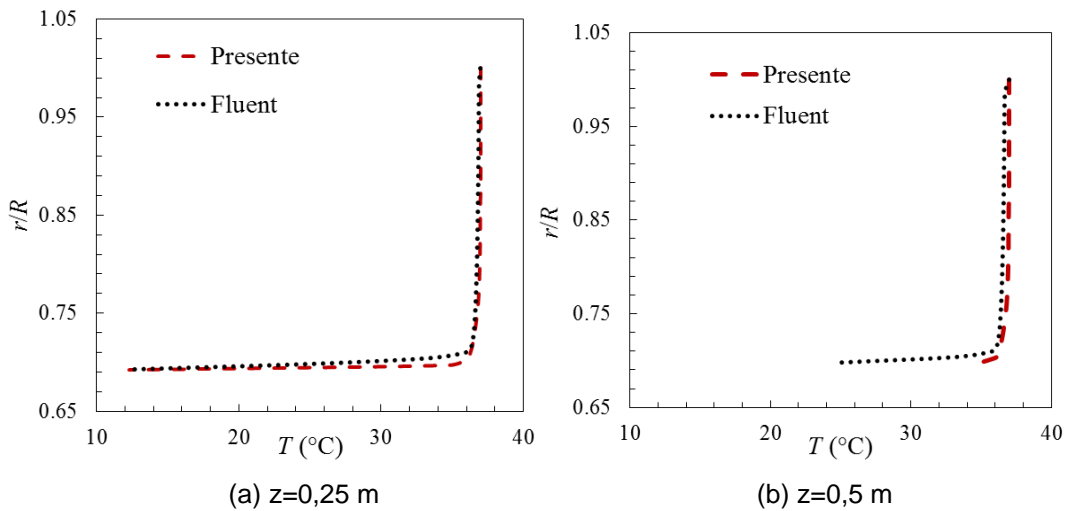


Figura A2.7: Comparação do perfil radial da temperatura T com FLUENT. (a) $z/L=0,25$
(b) $z/L=0,5$.

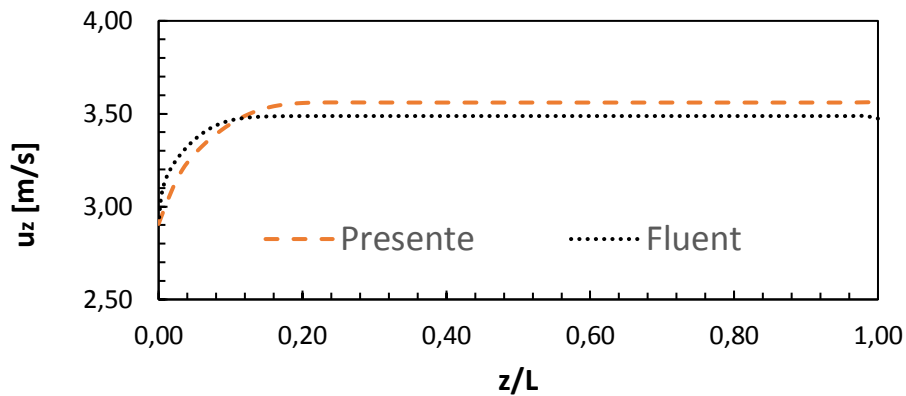


Figura A2.8: Comparação do perfil axial do componente de velocidade axial u em $r/R = 0,84$ m com FLUENT.

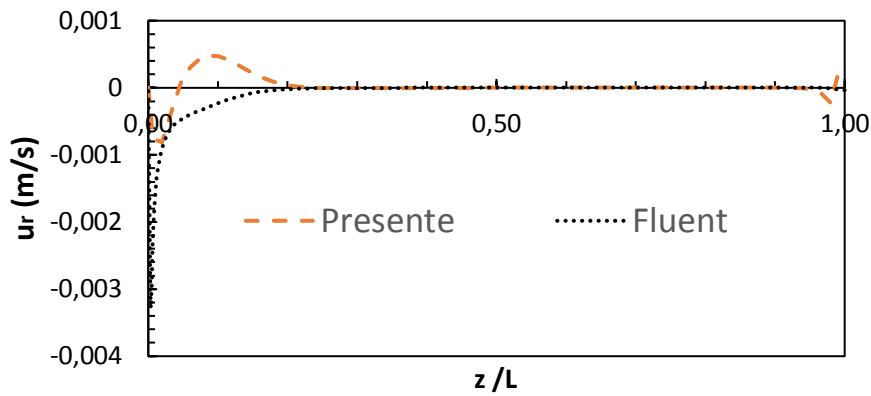


Figura A2.9: Comparação do perfil radial do componente de velocidade axial u em $r/R = 0,84$ com FLUENT.

As comparações da variação axial das grandezas turbulentas κ e ω na coordenada radial $r=0,84$ são apresentadas nas Figs. A2.10 e A2.11. Novamente observa-se boa concordância entre as previsões.

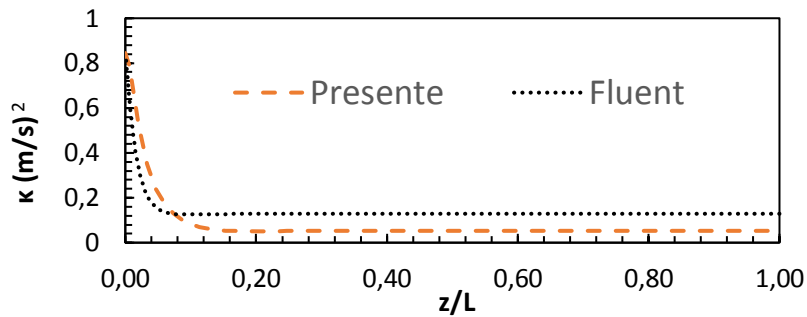


Figura A2.10: Perfil da energia cinética turbulenta κ em $r/R = 0,84$ obtida pelo FLUENT e pelo modelo entalpia-porosidade.

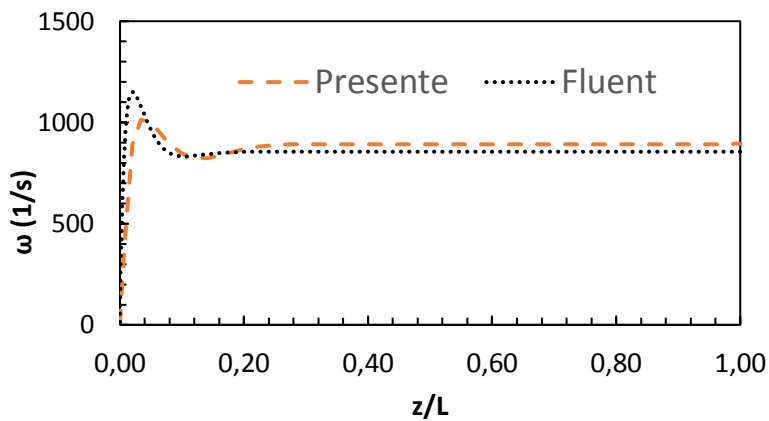


Figura A2.11: Perfil da dissipação especifica ω em $r/R = 0,84$ obtida pelo FLUENT e pelo modelo entalpia-porosidade.

A variação do perfil axial da temperatura em $r=0,84\text{m}$ é apresentada na Fig. A.11, onde pode-se observar excelente concordância entre as soluções. Novamente, para melhor avaliação da qualidade da solução, determinou-se o erro médio da previsão da temperatura obtida com as duas metodologias numéricas ao longo das linhas axiais, passando pelas coordenadas radiais: $r = 0,10; 0,11; 0,12$ e $0,13$. Os erros médios relativos variaram de 0,2% para $r = 0,10$ m e de 1,1% para $r = 0,13$ m.

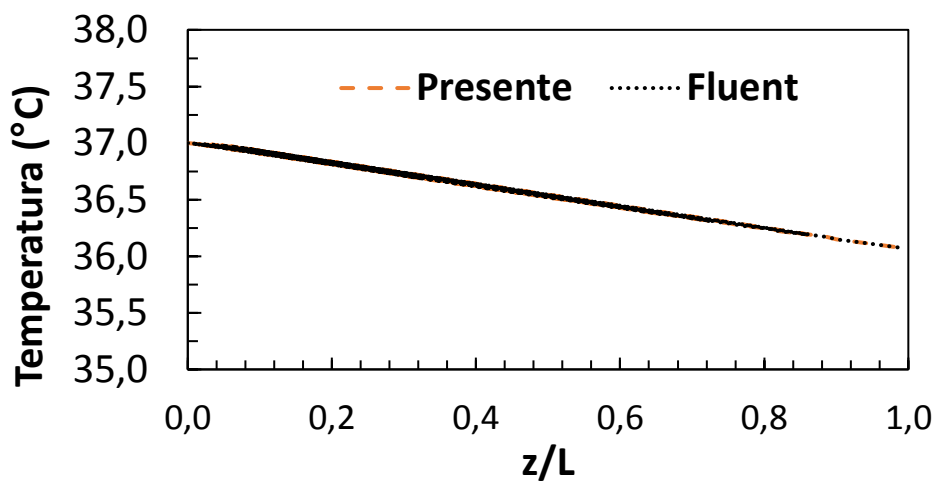


Figura A2.12: Perfil axial de temperatura em $r/R = 0,84$ obtida pelo FLUENT e pelo modelo entalpia-porosidade.

A2.3

Caso 3 – escoamento no regime laminar com deposição

Para realizar este teste de validação, considerou-se o fluido de parafina dissolvida em querosene (conforme descrito no capítulo de Resultados), cuja composição e propriedades encontram-se no Apêndice A1. As seguintes condições de contorno foram utilizadas: $U_{in} = 0,1496\text{m/s}$, correspondente a uma vazão de $Q = 9,32 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$. A temperatura na entrada T_{in} foi mantida igual a temperatura da parede externa $T_{se} = T_{in} = 37^\circ\text{C}$. O número de Reynolds corresponde a este experimento é igual a $Re = 1260$.

Para iniciar a simulação, primeiro obtém-se o campo de velocidade e pressão em regime permanente na seção de teste, com temperatura da parede interna da seção de testes igual a temperatura da entrada (escoamento isotérmico). O experimento se inicia com a introdução de água fria no tubo interno de cobre. Como a parede da seção de testes não é resfriada

imediatamente, mediu-se a variação da temperatura da parede de cobre e estes valores foram prescritos com condição de contorno no raio interno R_{in} . O comportamento da temperatura da parede de cobre com o tempo já foi objeto de discussão do capítulo de resultados e uma representação desta função pode ser vista na Fig. 5.4.

A Fig. A2.13 apresenta uma comparação numérico e experimental da distribuição axial do perfil do depósito em três instantes de tempo: 30 segundos após o início do resfriamento, 2 minutos após e finalmente em regime permanente. Observa-se uma excelente concordância para $t=30s$, seguida de uma pequena deterioração a medida que o tempo avança. Observa-se também uma maior discrepância na entrada da seção de teste. Este comportamento é devido à dificuldade em representar o escoamento na entrada do ensaio, devido aos altíssimos gradientes nesta região. A comparação acima reproduz o comportamento qualitativo do resultado obtido por Souza (2014) para a seção de testes retangular, indicando que a incorporação das coordenadas cilíndricas no programa na presença de deposição foi realizada com sucesso.

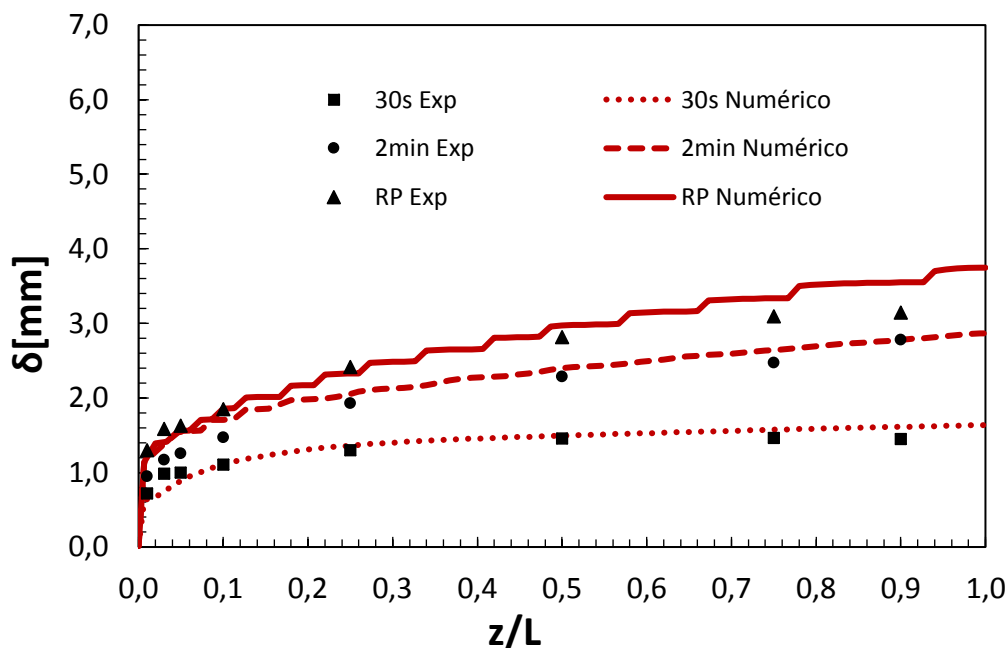


Figura A2.13: Comparação numérica versus experimental da espessura do depósito na seção de testes anular, com parafina dissolvida em querosene, $Re=1260$.

O resultado obtido para o regime laminar com a montagem experimental anular reproduzem os mesmos comportamentos daqueles obtidos por Souza (2014) para o ensaio retangular. Tal coincidência reforça a compreensão de que

a modificação das equações de conservação para a geometria cilíndrica preservou as propriedades do modelo.

Após a realização dos três tipos de testes, conclui-se que o programa desenvolvido foi validado de forma satisfatória, permitindo que o estudo da deposição em escoamento no regime turbulento seja realizado.

Apêndice A3

Testes de Malha e Passo de Tempo

Para a definição da malha adequada para uma simulação é preciso identificar independência da solução na malha, i.e, é preciso realizar um teste de convergência de malha, o qual é apresentado neste apêndice. Em problemas transientes, além da definição da malha espacial adequada, o tamanho do passo de tempo também precisa ser definido de forma a garantir invariância da solução em sua especificação. Ambos os tipos de testes são ilustrados neste apêndice.

A3.1

Teste de Malha

A seção anular numérica foi construída para representar a seção de testes, sendo formada de duas regiões, uma região onde existe fluido e outra correspondente a parede de acrílico, conforme pode ser visto na Fig. A3.1. O domínio computacional foi assim construído, pois o valor conhecido de temperatura é no lado externo da parede de acrílico. Dessa forma, a equação de condução de calor é resolvida na parede de acrílico. Vale ressaltar que o gradiente de temperatura no acrílico é baixo, não necessitando de malha fina nesta região.

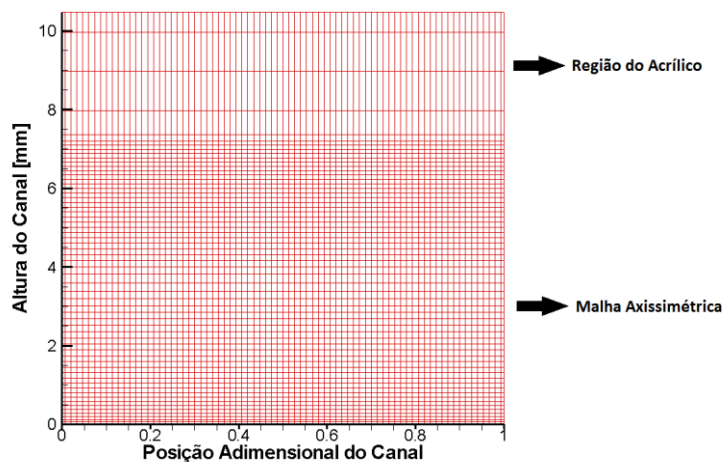


Figura A3.1: Malha computacional representado a seção de teste anular.

Outra particularidade do domínio computacional reside no fato que principalmente no início do processo de deposição, os gradientes de praticamente todas as grandezas são muito elevados na região próxima da parede interna. Isto é verdade especialmente para a temperatura e espécies. Para representar altos gradientes com precisão é necessário utilizar malha fina. À medida que o depósito cresce, contudo, a região de gradiente acentuado se desloca para o interior do domínio. A definição de uma malha adequada é, portanto, um grande desafio. Outro aspecto do domínio empregado para representar o experimento, reside no fato de que na região da entrada altos gradientes também são observados, conforme foi ilustrado no Apêndice A2, para escoamento sem depósito.

De acordo com o exposto, diversos testes foram realizados, investigando a influência do número de pontos e da não uniformidade da malha nas direções axial e radial.

A malha empregada para descrever a bancada anular de ensaios se configura como uma malha não uniforme para a coordenada radial. A malha se inicia com volumes de controle de menor espessura e vai se tornando maior conforme se avança na direção radial até metade da folga anular. Dali em diante a malha torna-se novamente mais fina até a coordenada que representa o acrílico. Ali a malha é construída uniforme. Sendo assim, a malha é mais refinada próximo à parede de cobre, onde o depósito ocorre, e próximo à parede de acrílico devido à condição de não deslizamento

Como proposta para avaliar a malha adequada para representar o ensaio foram propostos uma série de testes, a saber:

- (1) refino da malha em ambos os eixos,
- (2) refino da malha no eixo radial,
- (3) refino da malha no eixo axial,
- (4) influência da construção da malha do acrílico e
- (5) influência do número de volumes do acrílico.

Para cada um destes testes, avaliou-se a solução, em especial a espessura do depósito, para mais de um instante de tempo: 30 s, 3 min e 30 min. A tabela A3.1 ilustra os estudos realizados.

Foi considerada uma vazão de entrada na região anular de $9,32 \times 10^{-5}$ m³/s, correspondente a um fluxo com número de Reynolds de 1260. Para todas as malhas implementadas o passo de tempo considerado foi de 0,05s fixo.

Tabela A3.1: Testes de malha realizados

Teste	Malhas (axial × radial)
Refino da Malha nos Dois Eixos	77×62 114×92 169×138 256×206
Refino da Malha em r	(1) 77×62 – 77×92 (2) 114×62 – 114×92 – 114×138
Refino da Malha em z	(1) 77×62 – 114×62 (2) 114×92 – 114×92 – 169×92 (3) 114×138 – 169×138
Acrílico – Construção da Malha	(1) 77×92 – Acrílico Uniforme e Não Uniforme (2) 114×62 – Acrílico Uniforme e Não Uniforme
Acrílico – Quantidade de Volumes	114×92 – 114×96

A3.1.1 Refino da Malha em Ambos os Eixos

Quatro malhas distintas foram propostas para investigar a influência da malha no resultado de espessura do depósito: 77×62, 114×92, 169×138 e 256×206. O primeiro número designa a coordenada axial e o segundo a coordenada radial.

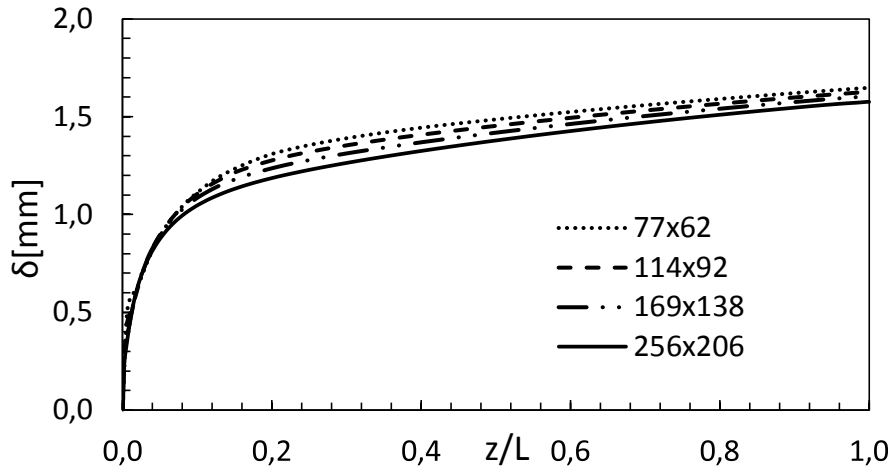
A sensibilidade do resultado ao tamanho da malha é verificada através da espessura do depósito (δ), para diferentes instantes de tempo, na Fig. A3.2. Pode-se observar que todas as curvas tendem para a solução obtida com a malha mais fina (256×206). As diferenças são mais acentuadas nos primeiros instantes (30 s). À medida que se aproxima do regime permanente (30 min) as curvas praticamente coincidem. Neste caso, a solução obtida com a malha mais fina foi omitida, pois convergência de malha já havia sido obtida com a malha de 169×138.

A3.1.2 Refino da Malha no Eixo Radial

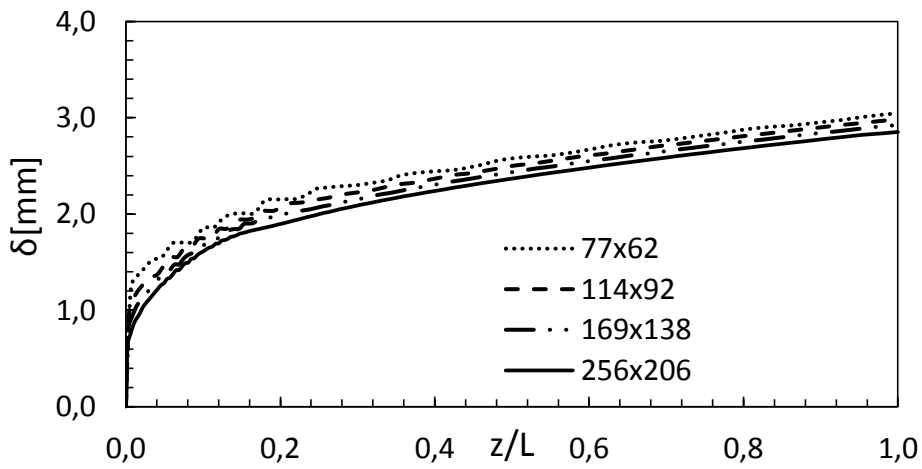
Neste caso, utilizaram-se dois conjuntos de testes para avaliar a influência do refino radial da malha. No primeiro teste, manteve-se o número de pontos na direção axial igual a 77, e no segundo teste, utilizou-se uma malha mais fina na direção axial, igual a 114 pontos.

A Fig. A3.3 mostra solução coincidente da espessura do depósito, após 30s de início do resfriamento, com o refino de malha na direção radial, para os dois conjuntos de malhas.

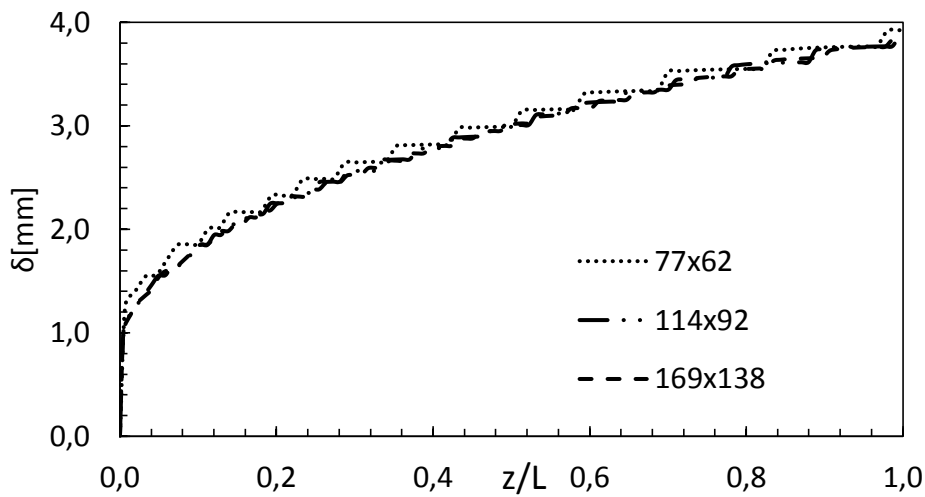
A espessura do depósito 30 segundos após o início do resfriamento encontra-se ilustrada na Fig. A3.4 em três coordenadas ao longo da direção axial, em função do número de nós utilizados na direção radial, N_r . Neste caso, o número de nós na direção axial foi mantido igual a $N_z=144$. Pode-se observar que o refino na direção radial não influenciou na espessura do depósito, pois para os dois testes, a espessura do depósito obtida com as diferentes malhas é coincidente. A utilização de malha concentrada na região da parede é suficiente mesmo com um número menor de pontos. Tal resultado sugere, portanto, que refinar a direção radial constitui um esforço computacional desnecessário e, por isso, 62 volumes são suficientes para solucionar o escoamento.



(a) $t = 30$ s

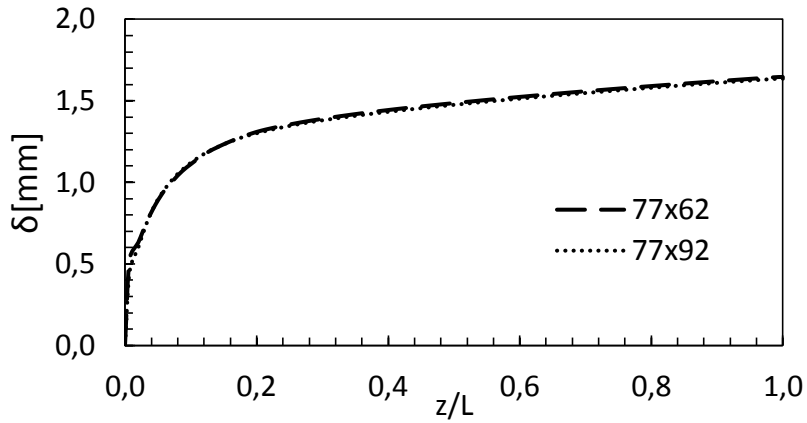


(b) $t = 3$ min

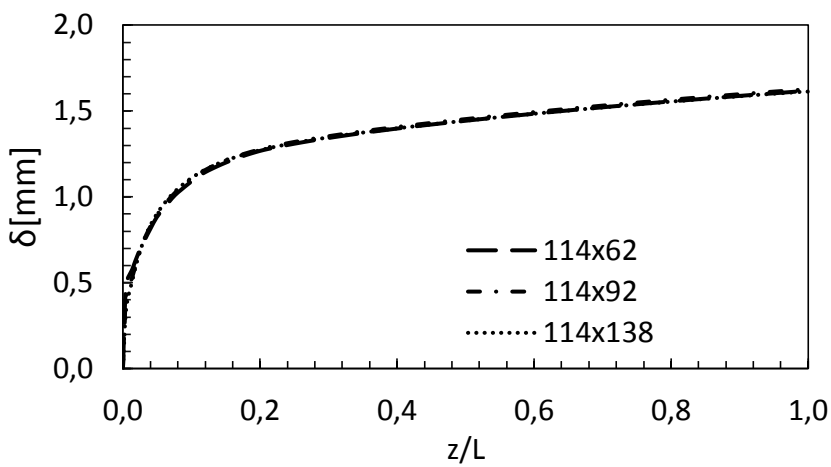


(c) $t = 30$ min

Figura A3.2: Influência do refino simultâneo radial e axial na espessura do depósito para diferentes instantes de tempo



(a) número de volumes na direção axial:77



(b) número de volumes na direção axial:144

Figura A3.3: Influência do refino radial na espessura do depósito para $t = 30s$

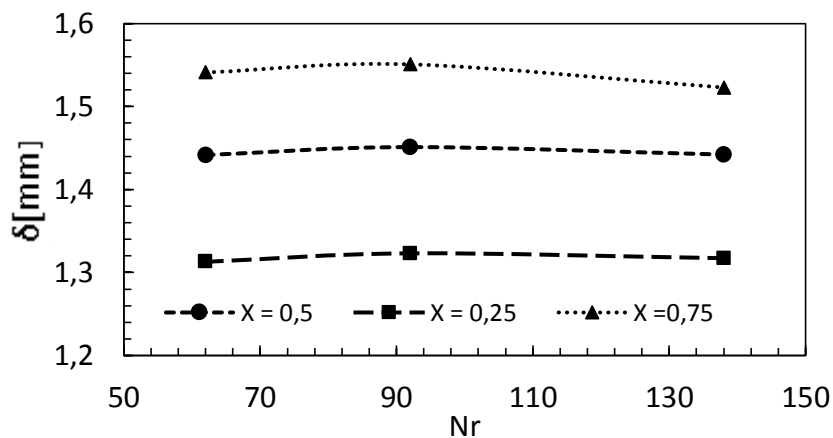
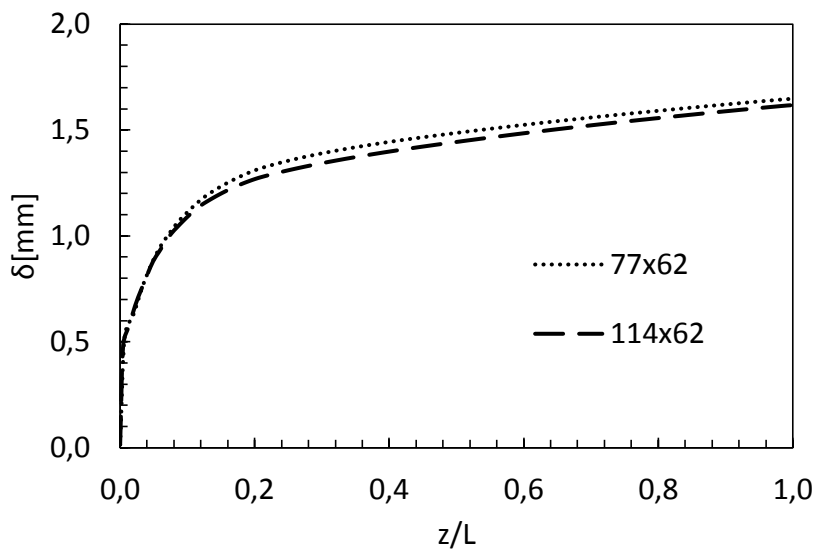


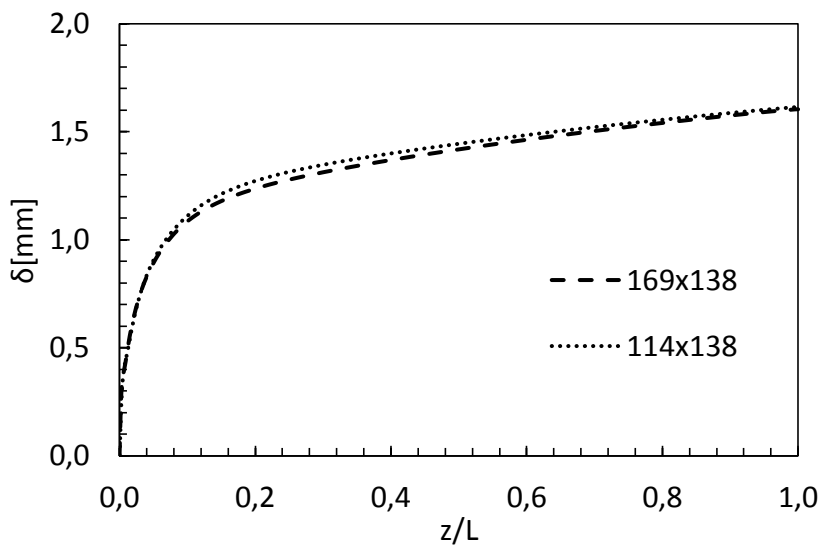
Figura A3.4: Espessura do depósito em 25%, 50% e 75% do domínio aos 30s de resfriamento conforme se refina a malha no sentido radial.

A3.1.3 Refino da Malha no Eixo Axial

Neste caso, dois conjuntos de testes foram realizados, refinando-se a malha na direção axial, porém mantendo a mesma malha na direção radial. Para cada conjunto uma malha mais fina na direção radial foi utilizada. A distribuição axial da espessura de depósito após $t=30$ s do resfriamento obtida com estes testes encontram-se na Fig. A3.5. Para um dado número de volumes fixos no eixo radial, o refino da malha no eixo axial não apresenta divergência entre as curvas obtidas.



(a) número de volumes na direção radial: 62



(b) número de volumes na direção radial: 138

Figura A3.5: Influência do refino axial na espessura do depósito para $t = 30$ s.

A3.1.4 Influência da Malha do Acrílico

Como forma de se verificar a influência da malha utilizada na região do acrílico, foi construída uma malha de forma que o primeiro volume do acrílico tenha espessura correspondente ao volume de fluido imediatamente abaixo dele. Δr_{sup} representa a espessura radial do volume de fluido abaixo do acrílico, e_{acri} é a espessura do acrílico e N_{acri} o número de volumes contidos dentro acrílico. A malha não uniforme é construída, para um dado número de volumes estabelecidos, conforme o seguinte expoente de crescimento:

$$\left(\frac{e_{acri}}{N_{acri}}\right)^\alpha = \Delta r_{sup} \tag{A3.1}$$

logo

$$\alpha = \frac{\log(\Delta r_{sup})}{\log(e_{acri}) - \log(N_{acri})} \tag{A3.2}$$

Avaliou-se, portanto, a influência de ser ter uma malha uniforme e não-uniforme, construído conforme proposto na equação (A3.1). As comparações foram feitas nas Figs. A3.6 e A3.7, para as malhas 77×92 e 114×62, respectivamente, para o instante de 30 minutos após o resfriamento do tubo de cobre. Mais uma vez, observa-se convergência de malha.

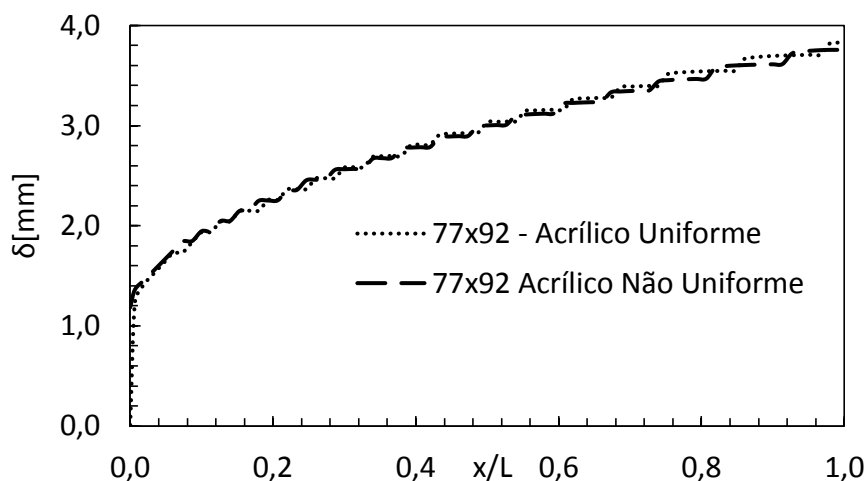


Figura A3.6: Influência da não uniformidade da malha na região do acrílico na espessura do depósito para $t = 30s$ número de volumes: 77×92 .

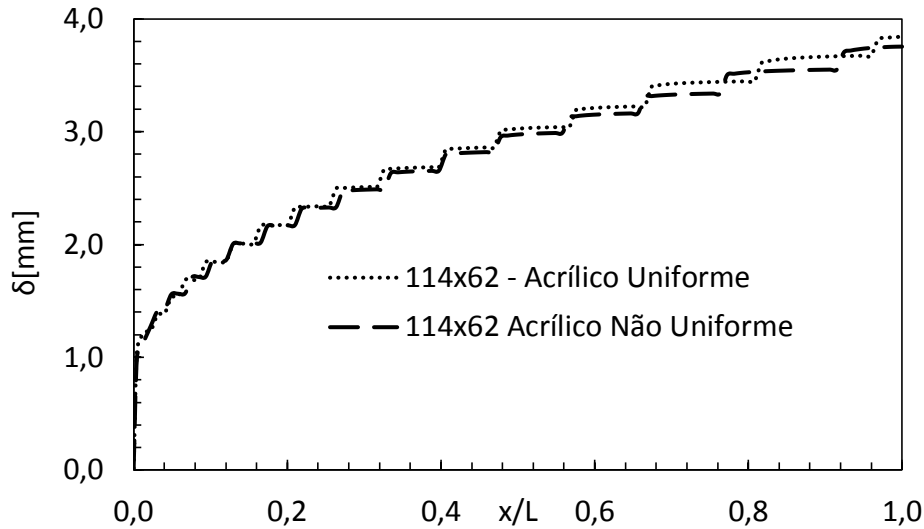


Figura A3.7: Influência da não uniformidade da malha na região do acrílico na espessura do depósito para $t = 30s$ número de volumes: 114×62 .

A3.1.5 Confirmação da distância adimensional da parede

O modelo $\kappa\text{-}\omega$ não considera uma região de subcamada viscosa no interior do domínio como o modelo $\kappa\text{-}\epsilon$. Como a subcamada laminar se situa nas regiões do domínio cuja distância adimensional y^+ da parede é inferior a 5, deve-se garantir que o volume adjacente às paredes sejam pequenos o suficiente de tal forma que y^+ seja inferior a 5. A distância adimensional da parede y^+ é dada por

$$y^+ = \frac{yu^*}{\mu} \quad (\text{A3.3})$$

Conforme pode ser visto na Fig. A3.8, os valores para y^+ de ambas as paredes (inferior e superior) são inferiores a 5. Como a malha possui forte não-uniformidade no sentido radial, os volumes próximos da parede inferior são menores que os da parede superior, incorrendo em valores menores de distância adimensional da parede.

A3.2 Teste de Passo de Tempo

Analogamente ao tamanho da malha, o passo de tempo estipulado deve ser tal que garanta a precisão dos resultados do programa com o menor esforço computacional. Como critério para definir o valor do passo de tempo, pode-se utilizar o número Courant

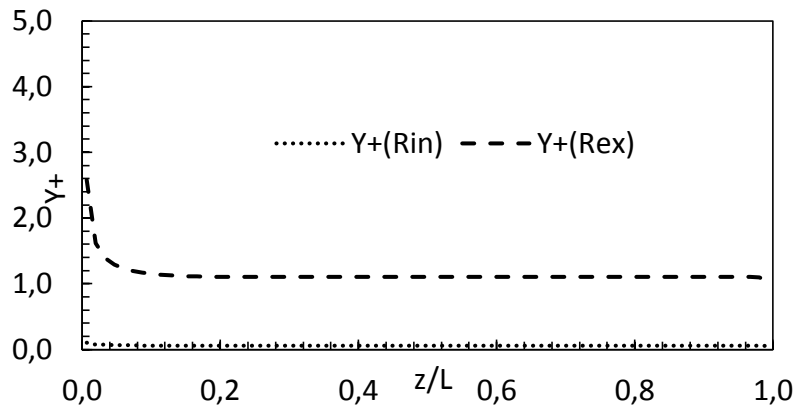


Figura A3.8: Distância adimensional da parede interna e externa no regime permanente.

$$Co = \frac{U_m \Delta t}{\Delta x_{ref}} \tag{A3.4}$$

onde U_m é a velocidade média na entrada do canal e Δx_{ref} é o tamanho de referência do espaçamento da malha na direção axial. O espaçamento de referência é definido como o espaçamento obtido com uma distribuição uniforme de malha.

Recomenda-se que o número de Courant seja inferior a 1, de forma que em um passo de tempo não ocorra um deslocamento maior do que um volume de controle. Como as velocidades médias irão variar para o caso laminar e turbulento, o passo de tempo deverá ser estudado conforme o regime de fluxo.

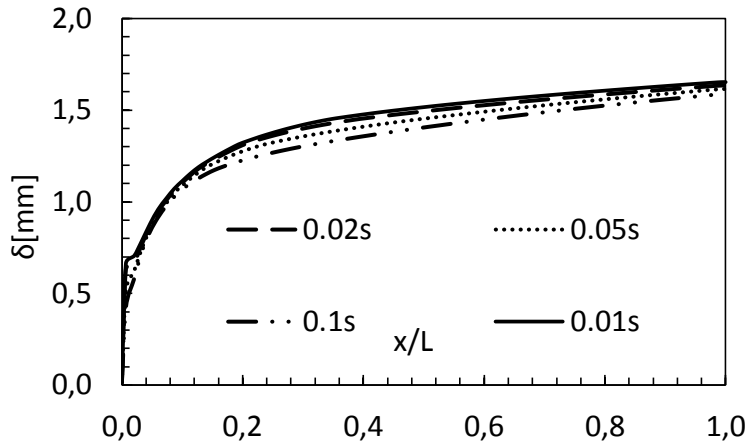
A3.2.1 Passo de Tempo para o Regime Laminar

Para o caso laminar, considerando uma malha de 77×62 e a velocidade média de 0,15 m/s, equivalente a Re 1260, estabelece-se os seguintes números de Courant para cada passo tempo, conforme Tabela A3.2.

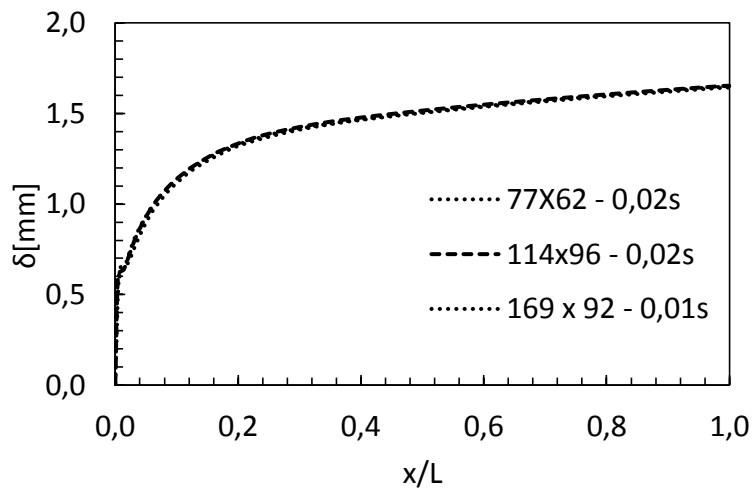
Tabela A3.2: Courant correspondente a cada teste de passo de tempo realizado.

Teste	Passo de tempo (s)	Co
1	0,1	1,1
2	0,05	0,5
3	0,02	0,2
4	0,01	0,1

A Fig. A3.9 ilustra a distribuição da espessura do depósito após 30 s de resfriamento, para todos os passos de tempo utilizados. Verifica-se Na Fig. A3.9(a) para a malha 77×62 que a partir de $\Delta t=0,02$ s, a solução permanece constante. Na Fig. A3.9(b) confirma-se que o passo de tempo $\Delta t = 0,02$ s é adequado, mesmo quando a malha é refinada.



(a) malha: 77×62



(b) variando malha e passo de tempo

Figura A3.9: Influência do passo de tempo na espessura do depósito para $t = 30$ s

De forma análoga ao apresentado no teste de malha, investiga-se em 3 coordenadas axiais diferentes (a $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ do comprimento), a influência do passo de tempo na espessura do depósito, após 30s do início do resfriamento, conforme pode ser visto na Fig. A3.10. Neste caso, observa-se uma pequena dependência do passo de tempo, na parte inicial da seção de teste. O resultado para Δt menor que 0,02 s, entretanto, coincide.

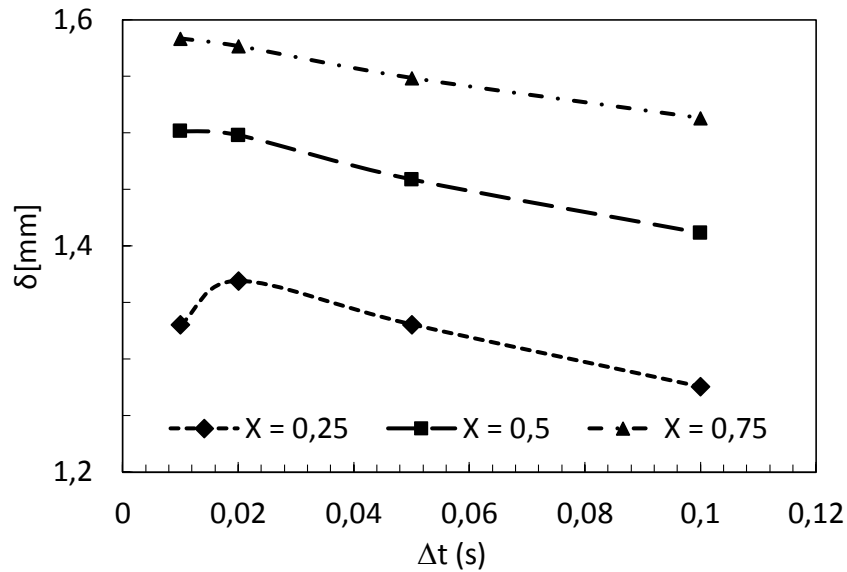


Figura A3.10: Resultado da espessura do depósito em dadas posições do canal para diversos passos de tempo.

A3.2.2 Passo de Tempo para o Regime Turbulento

Os testes para determinar o passo de tempo para escoamento no regime turbulento foram realizados utilizando uma vazão de entrada de $2,59 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, com número de Reynolds equivalente a 3500, ou seja, uma vazão de entrada 2,8 vezes superior a vazão do teste em regime laminar. Deve-se frisar que além do aumento da vazão, as equações de turbulência também passaram a ser solucionadas durante a solução numérica. O mesmo procedimento é adotado para se determinar o passo de tempo para o escoamento em regime turbulento, determinada a malha de 77×62 .

Neste caso, a correspondência entre passo de tempo e número de Courant encontra-se na tabela A3.3.

É possível observar na Fig. A3.11 que variações cada vez menores da espessura são obtidas à medida que se reduz o passo de tempo. A Fig. A3.12, apresenta a influência do passo de tempo nas três coordenadas axiais pré-selecionadas.

Analisando as duas figuras, observa-se que a variação da espessura do depósito se modifica muito pouco, quando se considera seus resultados para passos de tempo de 0,02 s; 0,01 s e 0,005 s. O custo computacional, contudo, se eleva em até 4 vezes para o último caso, o que faz com que se adote o passo de tempo de 0,02 s como sendo o mais adequado ao menor custo computacional.

Tabela A3.3: Courant correspondente a cada teste de passo de tempo realizado para fluxo em regime turbulento.

Teste	Passo de tempo (s)	Co
1	0,05	1,5
2	0,02	0,6
3	0,01	0,3
4	0,005	0,2

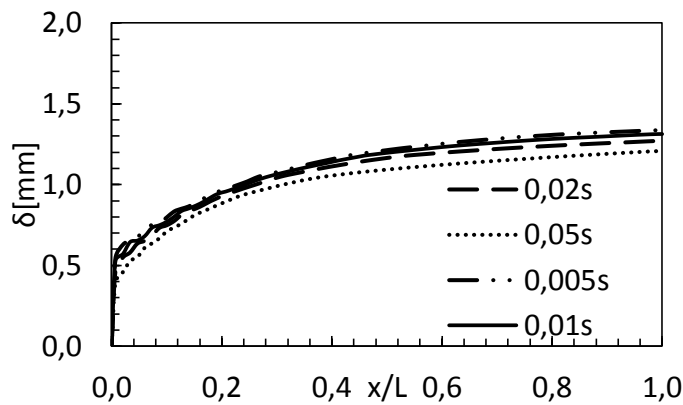


Figura A3.11: Curvas de espessura de depósito após 30s de resfriamento para diversos passos de tempo.

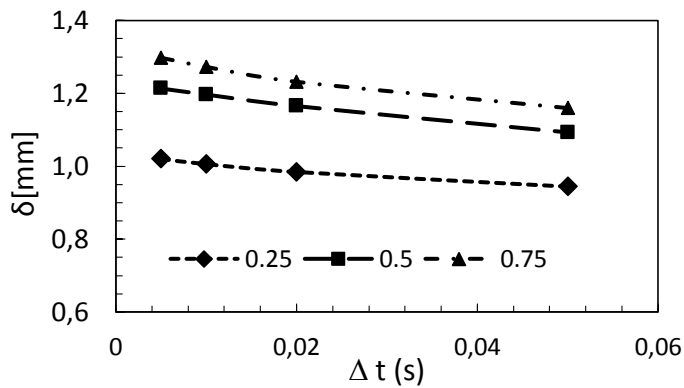


Figura A3.12. Resultado da espessura do depósito em 3 posições fixas para com valores de passo de tempo distintos adotados na solução numérico.

A3.3 Teste de Malha e Passo de Tempo para o Ensaio com Fluido Puro

Considerando o ensaio com fluido puro descrito no Apêndice A1, um novo teste de malha foi feito com o intuito de se verificar se as conclusões obtidas

para a parafina dissolvida em querosene se mantinham. Este teste foi feito considerando diversos instantes de tempo conforme representado na Fig. A3.13.

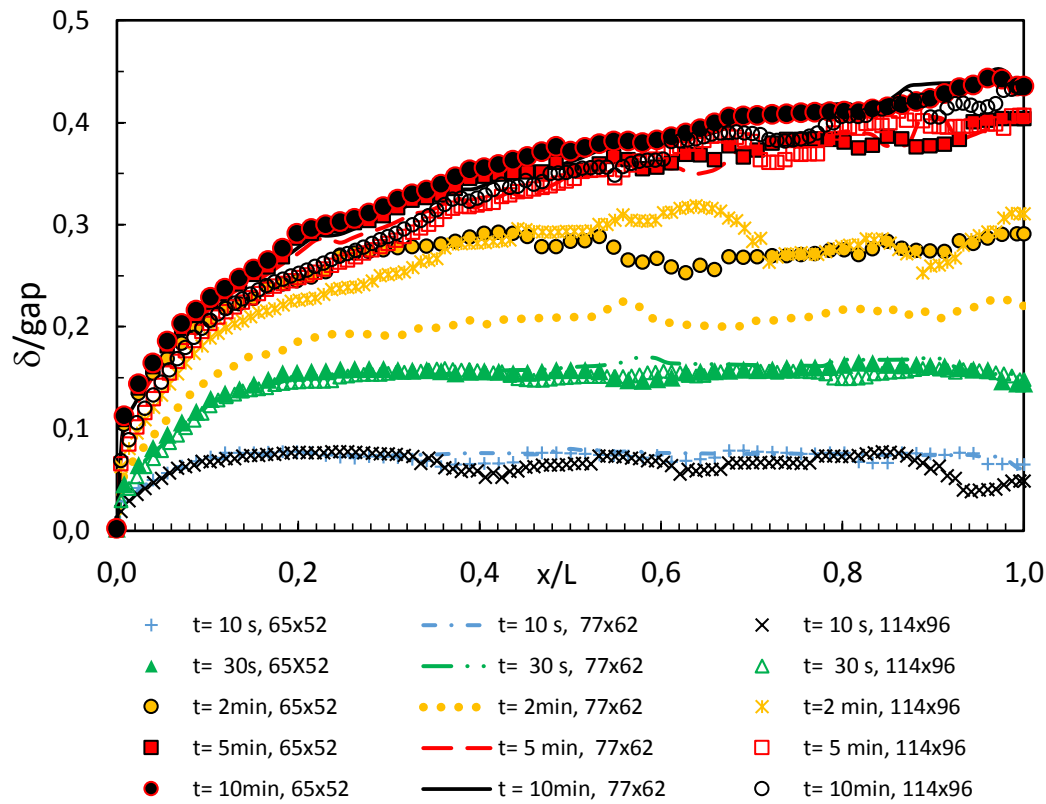


Figura A3.13: Teste de malha para o ensaio com fluido puro. $\Delta t = 0,01$ s.

A menor malha (65x52) parece ser suficiente para descrever o fenômeno nos primeiros instantes mas, aos dois minutos, a discrepância no valor da espessura entre a malha 65x52 e a malha 77x62 é visível, enquanto não se observa a mesma diferença entre esta e a malha de 114x96, motivo pelo qual se entendeu que a malha 77x62 é suficiente para calcular o fenômeno com a menor esforço computacional.

Igualmente, foi refeita a verificação para o passo de tempo, de forma a verificar a independência do resultado com os valores adotados. Para tal, a malha de 77×62 foi selecionada e foram investigados os resultados para diversos instantes de tempo considerando o passo de tempo de 10^{-2} s e 10^{-3} s. Na Fig. A3.14 pode-se verificar que para ambos os passos de tempo os resultados para a espessura do depósito foram idênticos para os instantes investigados. Selecionou-se, portanto, o passo de tempo de 0,01s.

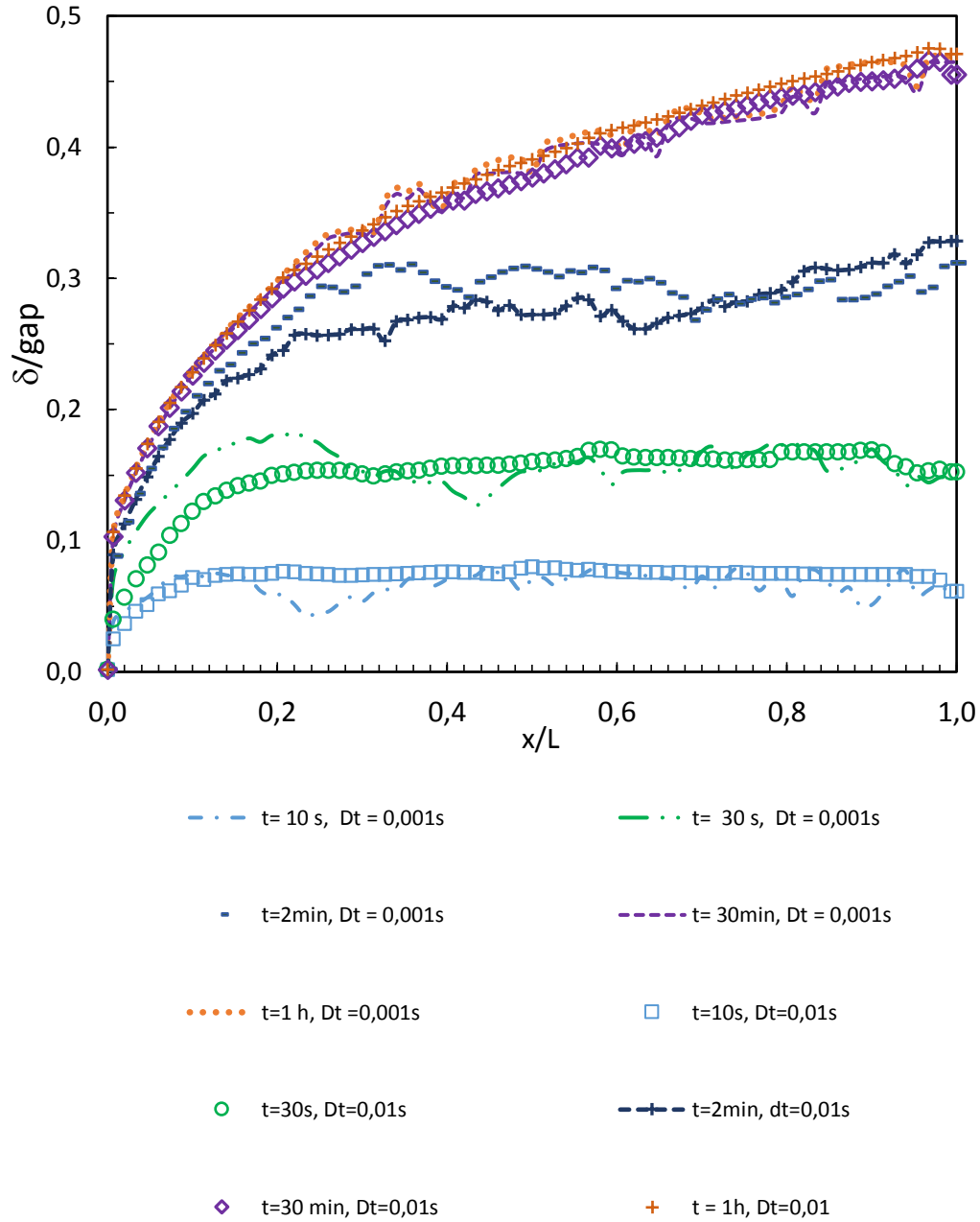


Figura A3.14: Teste de passo de tempo para o ensaio com fluido puro. Malha 77x62.

Apêndice A4

Demonstração das Equações de κ e ω para meio poroso

A segunda abordagem para modelar a viscosidade turbulenta dentro do depósito consiste em obter a equação da energia cinética turbulenta a partir da equação de quantidade de movimento linear, combinando com a equação de conservação de massa.

Inicialmente, vamos obter a equação de conservação de massa da flutuação da velocidade, ao subtrair a equação média, Eq. (3.2) da equação instantânea, resultando em

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o u'_j) = 0 \quad \text{e} \quad \rho_o \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o u'_j) + S_o u'_j \frac{\partial \rho_o}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{A4.1})$$

O procedimento para obter a equação da energia cinética turbulenta consiste em subtrair da equação instantânea

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (S_o \rho_o u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o u_j u_i) = -S_o \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \left(2 S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \\ - S_o \frac{\mu}{K} u_i \end{aligned} \quad (\text{A4.2})$$

da equação média

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (S_o \rho_o \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \bar{u}_j \bar{u}_i) = -S_o \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \left(2 \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \\ - \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \overline{u'_i u'_j}) - S_o \frac{\mu}{K} \bar{u}_i \end{aligned} \quad (\text{A4.3})$$

resultando em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [S_o \rho_o (u_i - \bar{u}_i)] + \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o (u_j u_i - \bar{u}_j \bar{u}_i)] = -S_o \frac{\partial p - \bar{p}}{\partial x_i} + \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \left(\frac{\partial u_i - \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j - \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \mu \frac{\partial u_k - \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \overline{u'_i u'_j}) - \\ S_o \frac{\mu}{K} (u_i - \bar{u}_i) \end{aligned} \quad (\text{A4.4})$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial t} [S_o \rho_o u'_i] + \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o (\bar{u}_j u'_i + u'_j \bar{u}_i + u'_j u'_i)] = -S_o \frac{\partial p'}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \mu \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \overline{u'_i u'_j}) - S_o \frac{\mu}{K} u'_i \quad (\text{A4.5})$$

A seguir, deve-se realizar um produto escalar com a flutuação

$$\begin{aligned} u'_i \frac{\partial}{\partial t} [S_o \rho_o u'_i] + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o \bar{u}_j u'_i] + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o u'_j \bar{u}_i] + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o u'_j u'_i] = \\ -u'_i S_o \frac{\partial p'}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right] + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \mu \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + \\ u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \overline{u'_i u'_j}) - u'_i S_o \frac{\mu}{K} u'_i \end{aligned} \quad (\text{A4.6})$$

Note que podemos escrever o seguinte termo viscoso como

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} u'_i u'_i \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right] = S_o \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A4.7})$$

Rearrmando, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[S_o \rho_o \frac{1}{2} u'_i u'_i \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \rho_o \bar{u}_j \frac{1}{2} u'_i u'_i \right] + S_o \rho_o u'_j u'_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + u'_i \bar{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o u'_j] + \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \rho_o u'_j \frac{1}{2} u'_i u'_i \right] = -\frac{\partial S_o u'_i p'}{\partial x_i} + p' \frac{\partial S_o u'_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} u'_i u'_i \right) \right] - \\ S_o \mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \mu \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \right) + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \overline{u'_i u'_j}) - \\ S_o \frac{\mu}{K} u'_i u'_i \end{aligned} \quad (\text{A4.8})$$

Lembrando que a definição da energia cinética turbulenta é

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (\text{A4.9})$$

e da dissipação da energia cinética turbulenta

$$\rho_o \varepsilon = \mu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (\text{A4.10})$$

A última etapa corresponde a obter a média temporal da Eq. A4.8, resultando em

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [S_o \rho_o \kappa] + \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o \bar{u}_j \kappa] = -S_o \rho_o \overline{u'_j u'_i} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \left(\mu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} - \right. \right. \\ \left. \left. \rho_o u'_j \left(\frac{p'}{\rho_o} + \kappa' \right) \right) \right] - \rho_o S_o \varepsilon - 2 S_o \frac{\mu}{K} \kappa + p' \frac{\partial S_o u'_i}{\partial x_i} + u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \mu \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right] - \end{aligned}$$

$$\frac{2}{3} u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \mu \frac{\partial u'_k}{\partial x_k} \right) \quad (\text{A4.11})$$

Finalmente, desprezando os três últimos termos da Eq. A4.11, obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [S_o \rho_o \kappa] + \frac{\partial}{\partial x_j} [S_o \rho_o \bar{u}_j \kappa] &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[S_o \left(\mu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} - \rho_o u'_j \left(\frac{p'}{\rho_o} + \kappa' \right) \right) \right] + P_\kappa - \\ \rho_o S_o \varepsilon - 2 S_o \frac{\mu}{K} \kappa \end{aligned} \quad (\text{A4.12})$$

Analogamente para a dissipação tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (S_o \rho_o \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \bar{u}_j \varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \left(\mu + \frac{\mu_\varepsilon}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{\kappa} P_\kappa - S_o \rho_o \varepsilon \frac{\varepsilon}{\kappa} - \\ 2 S_o \frac{\mu}{K} \frac{\varepsilon}{\kappa} \end{aligned} \quad (\text{A4.13})$$

Recordando a relação $\omega = \varepsilon/\kappa$, a Eq. (A4.13) fica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (S_o \rho_o \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (S_o \rho_o \bar{u}_j \omega) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(S_o \left(\mu + \frac{\mu_\varepsilon}{Pr_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + S_o P_\omega - \beta_o f_\beta S_o \rho_o \omega^2 + \\ \sigma_d S_o \rho_o \omega^2 \chi_\kappa - 2 S_o \frac{\mu}{K} \omega \end{aligned} \quad (\text{A4.14})$$

onde P_κ e P_ω são dados pelas equações (3.46) e (3.52).