

## 2 Revisão Bibliográfica

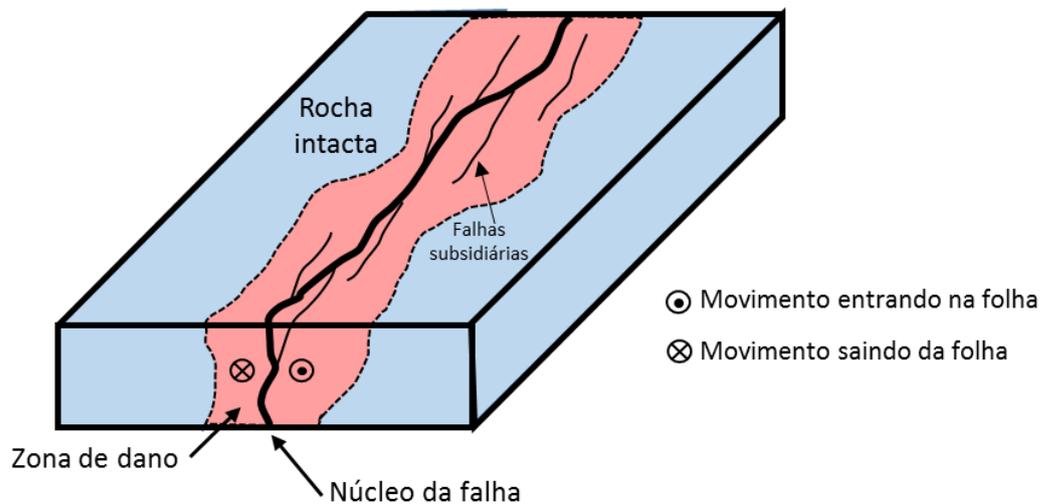
Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica dos tópicos mais importantes contextualizando o trabalho realizado nesta dissertação. Abrange de forma geral, os principais aspectos dos assuntos relacionados à zonas de falha, reativação de falhas, modelos constitutivos, método de elementos finitos e estudos anteriores de outros autores que se associam com a presente dissertação.

### 2.1

#### Zonas de falha

Zonas de falha são descontinuidades presentes nas rochas. Twiss & Moores (2007) definem falha como uma superfície ou zona estreita na crosta da Terra onde um lado se moveu relativamente ao outro, na direção paralela à superfície ou zona. Podemos observar falhas em diversas escalas, desde a escala regional (França, 2012), passando à meso-escala (Hausegger *et al.*, 2010) e às microestruturas somente vistas em microscópios (Billi, 2005, Molli *et al.*, 2010)

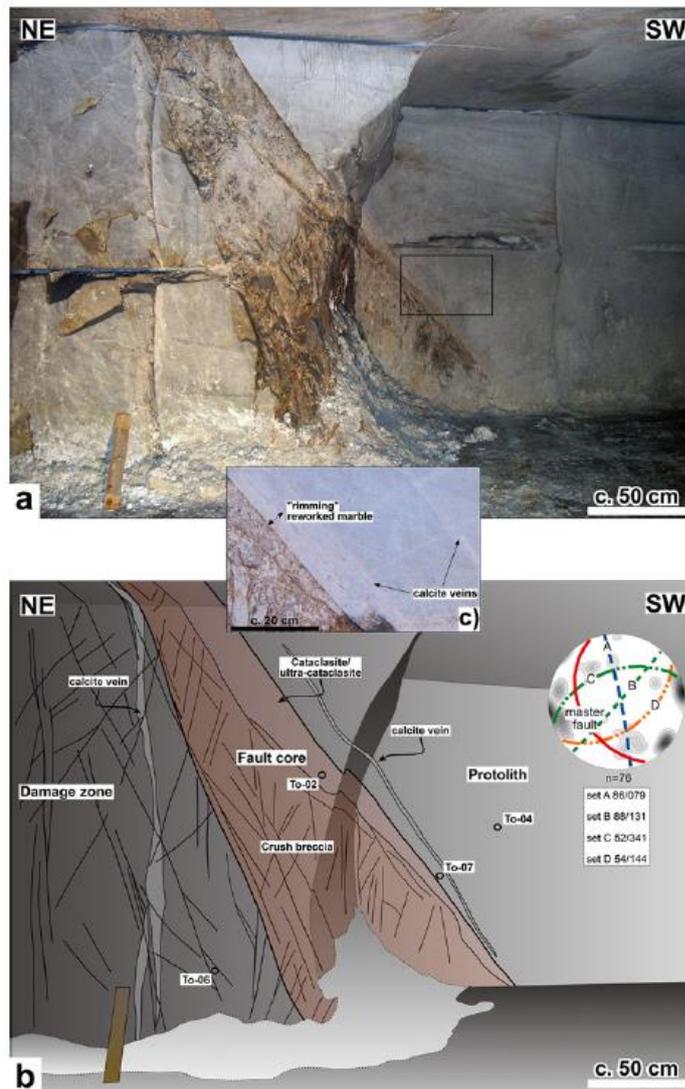
Idealmente, zonas de falha são compostas por duas regiões distintas, um núcleo de falha, também chamado de *gouge* de falha, que acomoda a maior parte do deslocamento e uma zona de dano associada (Figura 1) (Caine *et al.*, 1996; Chester & Logan, 1986). Contudo, nem sempre estas regiões são encontradas conjuntamente em uma dada zona de falha e, eventualmente, podem ocorrer separadamente um da outra.



**Figura 1** - Bloco diagrama das regiões da zona de falha de Punchbowl, Califórnia – EUA (modificado de Chester & Logan, 1986).

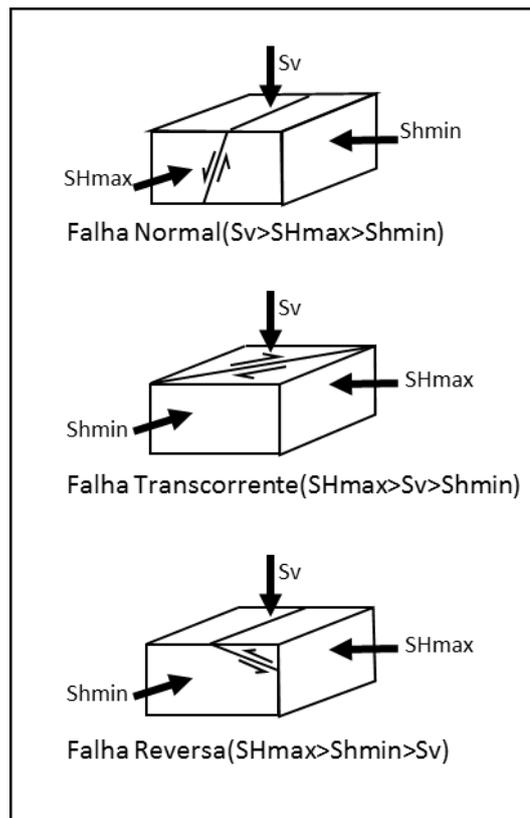
O núcleo da falha, em geral, é formado por rochas de falha definidas como brechas, protocataclasitos, cataclasito/ultracataclasitos (Molli *et al.*, 2010, Sibson, 1977), que são rochas portadoras de um material cominuído e que têm, em grande parte das vezes, sua permeabilidade diminuída em relação a rocha intacta.

A zona de dano, região que normalmente se encontra entre a parte não deformada da rocha e o núcleo de falha, se caracteriza por apresentar materiais com significativa quantidade de fraturas (Figura 2), em geral sub-paralelas à direção da falha principal, que podem estar preenchidas com mineralizações (Molli *et al.*, 2010) ou abertas. As fraturas encontradas na zona de dano podem ter, eventualmente, outras orientações.



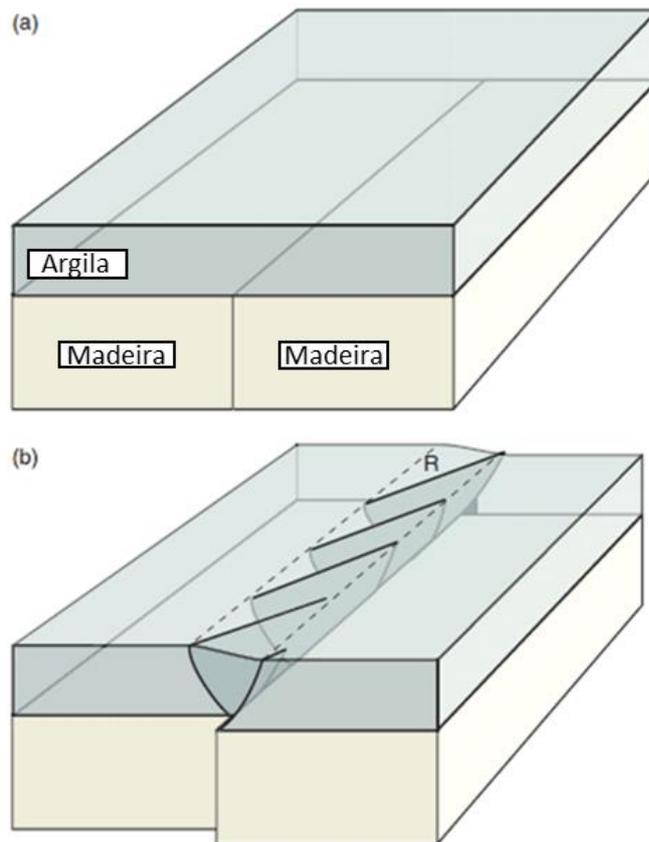
**Figura 2** - Foto e interpretação de uma zona de falha formada em rocha carbonática. Toscana, Itália. Molli *et al.*, (2010).

Zoback (2007) apresenta uma revisão dos modelos propostos por Anderson em 1951 (Figura 3), onde são apresentados três tipos de regimes tectônicos, relacionados à formação das falhas considerando as tensões principais (neste caso  $S_v$ ,  $S_{Hmax}$  e  $S_{Hmin}$ ).  $S_v$ , chamada tensão vertical, se relaciona ao peso que o soterramento incide sobre um ponto, e é portanto relacionada à espessura de rocha sobreposta.  $S_{Hmax}$  e  $S_{Hmin}$  chamadas tensão horizontal máxima e tensão horizontal mínima, respectivamente, são mais relacionadas às condições tectônicas impostas sobre o terreno analisado, variando assim direções e magnitudes. A relação das direções e magnitudes relativas entre estas três grandezas, é o que determina cada um dos regimes tectônicos de Anderson.

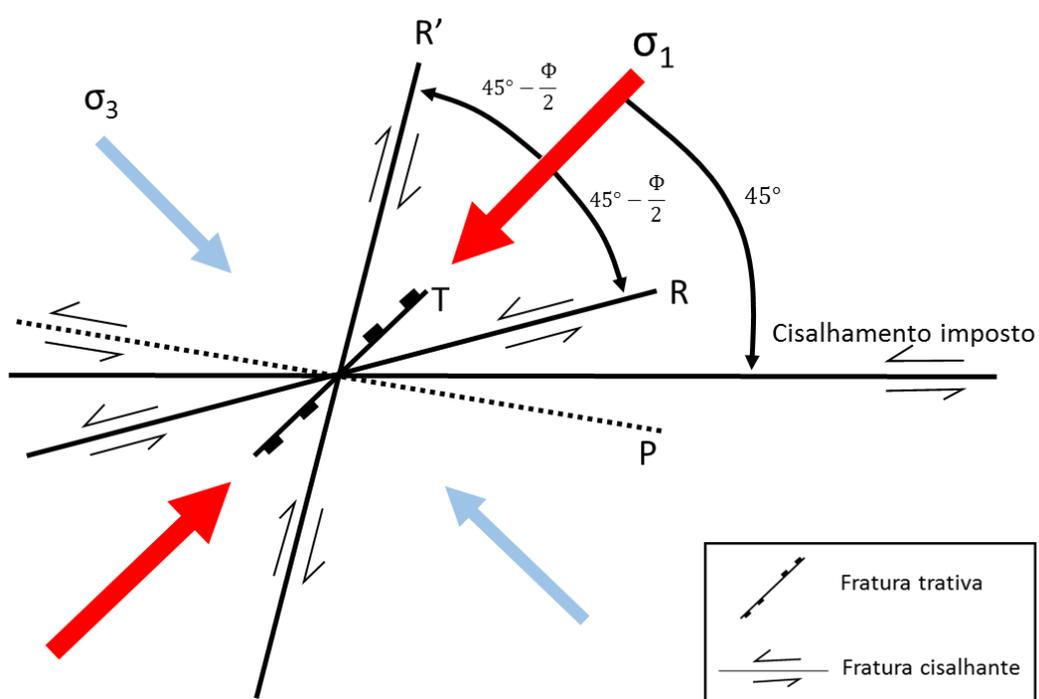


**Figura 3** - Bloco diagrama ilustrando os regimes tectônicos de formação de falhas, propostos em 1951 por Anderson.  $S_v$ =Tensão Vertical;  $S_{Hmax}$ =Tensão horizontal máxima;  $S_{Hmin}$ =Tensão horizontal mínima (modificado de Zoback, 2007).

Fossen (2010) comenta o importante experimento com argila realizado por Riedel no início do século XX. O experimento consistiu em movimentar dois blocos rígidos de madeira sobrepostos por uma camada de argila como ilustrado na Figura 4. Os blocos de madeira foram deslizados, um em relação ao outro, e a tensão proveniente do deslocamento foi transferida à camada de argila que se deformou. Como resultado da deformação, a camada de argila mostrou uma série de estruturas subsidiárias, ao invés de uma grande falha única, formando uma zona de deformação, onde tais estruturas puderam ser classificadas com base na direção, geometria e cinemática. As estruturas subsidiárias geradas com maior frequência, são as fraturas de cisalhamento de Riedel (Fraturas-R), que tem baixo ângulo em relação à direção principal de cisalhamento. Ocorrem também estruturas como as Fraturas-R', que são cisalhantes e simétricas às Fraturas-R, as Fraturas-P, que são raras e se formam por alívio de tensões, e as Fraturas-T, estas últimas geradas por pura tração e paralelas à direção da tensão principal maior ( $\sigma_1$ ) (Figura 5).



**Figura 4** - Esquema do experimento realizado por Riedel no início do Sec.XX. (Fossen, 2010). a) Configuração do experimento antes do cisalhamento. b) Configuração do experimento após o cisalhamento, mostrando as fraturas-R.



**Figura 5** - Conjunto de estruturas subsidiárias geradas a partir do cisalhamento realizado no experimento de Riedel (modificado de Davis & Reynolds, 1996).

## 2.2

### Reativação de falhas

Sabe-se que a produção de hidrocarbonetos e injeção de água ou gás em um reservatório de petróleo pode induzir rupturas no reservatório e nas suas vizinhanças (Streit *et al.*, 2002; Segall, 1989). Os efeitos no estado de tensões efetivas em uma região causados pela mudança da poro-pressão no reservatório são importantes grandezas a serem quantificadas devido ao risco associado à ruptura de planos de fraqueza pré-existentes no reservatório. Dentre os riscos conhecidos, ligados à reativação das falhas no reservatório, podemos citar subsidência, geração de terremotos, danificação de poços de petróleo e de equipamentos ligados à exploração da jazida e vazamento de hidrocarbonetos na superfície (Streit *et al.*, 2002).

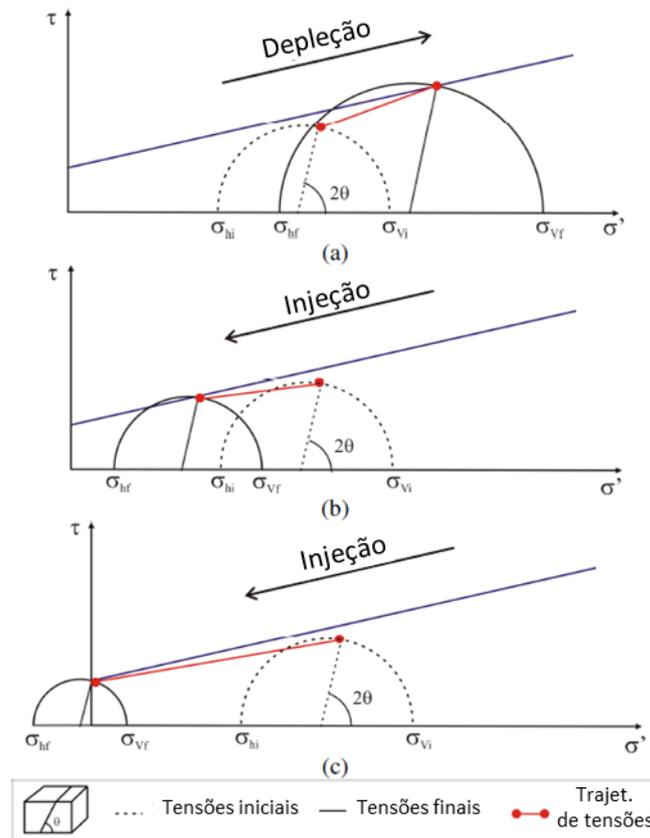
Entende-se que a reativação de falha ocorre quando a tensão cisalhante atuante ao longo da falha ( $\tau$ ) se iguala à resistência ao cisalhamento do material da falha ( $\tau_f$ ) (Sibson, 1994), que quando adotado o critério de Mohr-Coulomb, pode ser definido por:

$$\tau_f = c + (\sigma - p)\tan\phi \quad \text{eq.(1)}$$

Onde  $c$  é a coesão do material,  $\sigma$  é a tensão normal na falha,  $p$  é a poro-pressão e  $\phi$  é o ângulo de atrito.

Logo, se  $\tau = \tau_f$ , a falha se rompe ou reativa.

Tais condições podem ser obtidas aumentando a tensão cisalhante, diminuindo a tensão normal, ou aumentando a pressão de fluidos. Nacht *et al.* (2010) realizaram um estudo que demonstra casos de reativação de falhas em reservatórios de petróleo em cenários de depleção e injeção, utilizando para isso o método analítico e modelos em elementos finitos (Figura 6). Devido ao efeito distinto que a variação de poro-pressão pode ter sobre a tensão principal mínima, o diâmetro do círculo de Mohr pode variar em casos de depleção ou injeção, como discutido em Hillis (2001).



**Figura 6** – Diagramas Mohr-Coulomb para: a) falha reativada durante depleção; b) falha reativada durante injeção; c) uma falha aberta durante injeção. (modificado de Nacht *et al.*, 2010).

Wiprut & Zoback (2000) analisaram a estabilidade de uma falha no campo petrolífero de Visund, localizado no Mar do Norte. Observando as poro-pressões em conjunto ao estado de tensões presentes na área, os autores chegaram à conclusão que uma das falhas que compartimentava o campo teria alta possibilidade de estar reativada, aumentando assim o risco de vazamento de gás ao longo da falha, exsudação de hidrocarboneto no fundo do mar e comunicação hidráulica ao longo da falha durante exploração do campo. Interpretações sísmicas prévias já haviam reconhecido, nesta mesma região indicada, uma anomalia de amplitude, corroborando a interpretação de que parte do gás daquela região havia escapado pela falha supostamente reativada. Tais ocorrências em campos de petróleo ao redor do mundo trazem à luz a importância de se determinar com precisão os parâmetros que controlam reativações de falhas.

## 2.3

### Modelos constitutivos

Modelos constitutivos são leis que descrevem a deformação da rocha em resposta a uma tensão aplicada (Zoback, 2007). De maneira geral, também pode-se dizer que modelos constitutivos são leis físicas que caracterizam o comportamento de materiais. Existem uma série de modelos constitutivos que descrevem o comportamento de vários tipos de materiais geológicos, no entanto, neste breve resumo serão abordados o modelo linear-elástico e o modelo de plasticidade Mohr-Coulomb, que são os usados neste trabalho.

#### 2.3.1

#### Elasticidade

A maioria dos materiais tem capacidade para resistir e recuperar-se de deformações produzidas por uma força qualquer, tal habilidade é chamada elasticidade (Fjaer *et al.*, 2008). A teoria da elasticidade foi iniciada por Robert Hooke, no ano de 1660, quando este postulou uma relação linear entre a tensão aplicada sobre uma mola e a elongação gerada (Davis e Selvadurai, 2000). Na elasticidade linear, é importante definir-se alguns parâmetros a serem utilizados:

- Módulo de Elasticidade (E) ou módulo de Young: É definido como a razão entre a tensão desviadora e a deformação na mesma direção, em condição de carregamento uniaxial.

$$E = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} \quad \text{eq.(2)}$$

- Módulo de Compressão Volumétrica (K): é definido como a razão entre a tensão média ( $\sigma_m$ ) e a deformação volumétrica ( $\varepsilon_{vol}$ ).

$$K = \frac{\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}}{\varepsilon_{vol}} = \frac{\sigma_m}{\varepsilon_{vol}} \quad \text{eq.(3)}$$

- Coeficiente de Poisson: É definido como a razão entre expansão lateral ou radial e contração longitudinal ou axial, em condição de carregamento uniaxial.

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_{radial}}{\varepsilon_{axial}} \quad \text{eq.(4)}$$

- Parâmetro de Lamè ( $\lambda$ ): é um módulo de elasticidade, criado por Gabriel Lamé. Não tem uma representação física clara (Zoback, 2007).

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{eq.(5)}$$

- Módulo de deformação cisalhante (G): é definido como a razão entre a tensão cisalhante e a deformação cisalhante na mesma direção.

$$G = \frac{1}{2} \left( \frac{\tau_{xz}}{\varepsilon_{xz}} \right) = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{eq.(6)}$$

Na elasticidade linear, a lei constitutiva utilizada é a “Lei de Hooke”, que relaciona tensões e deformações. A Lei de Hooke generalizada para três dimensões, pode ser escrita na seguinte forma matricial (Goodman, 1989):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{eq.(7)}$$

A matriz que contém as constantes elásticas é chamada de matriz de elasticidade.

É importante notar que para o caso de materiais isotrópicos a lei de Hooke têm somente duas variáveis independentes a partir das quais consegue-se calcular todas as outras. Logo, a lei pode ser simplificada da seguinte forma:

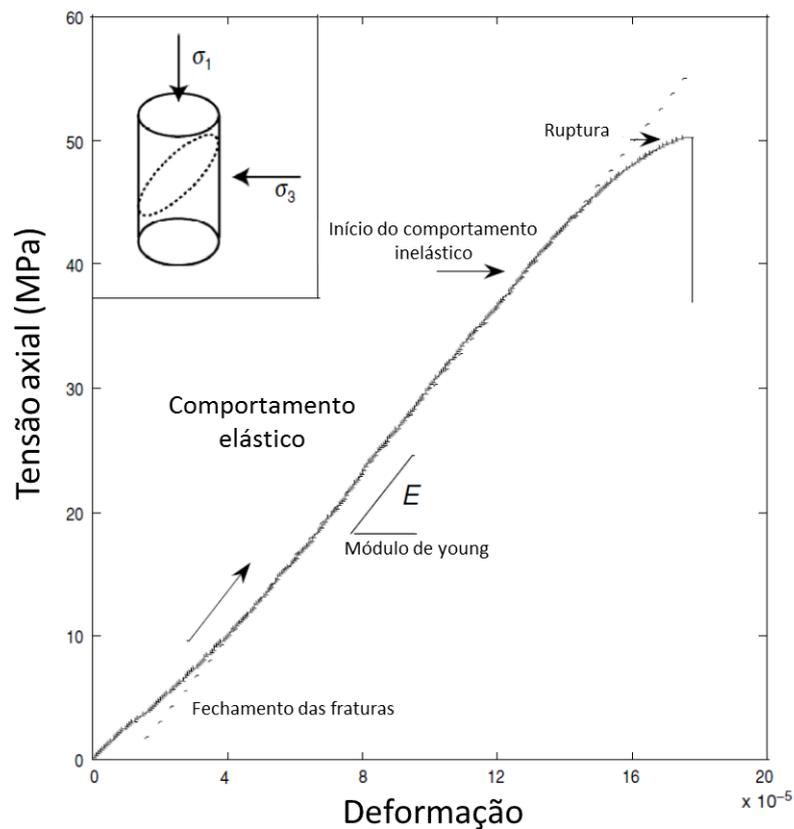
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{eq.(8)}$$

Ou para a forma algébrica (Davis e Selvadurai, 2000):

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{2G} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{2G} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{2G} \tau_{zx} \end{aligned} \quad \text{eq.(9)}$$

O comportamento linear elástico é idealizado, e a maioria dos materiais, mesmo na fase elástica não apresenta comportamento perfeitamente linear. Zoback (2007) apresentou um típico ensaio de tensão-deformação realizado em um arenito (Figura 7), onde é possível perceber

o comportamento não linear nas regiões de baixa tensão e na região próximo da ruptura, devido à manifestação de deformações não elásticas.



**Figura 7** - Curva tensão deformação de um arenito cimentado (Modificado de Zoback, 2007).

### 2.3.2

#### Plasticidade

Se olharmos em escala microscópica dentro de um solo ou uma rocha sendo comprimida, esperaríamos ver partículas fraturando ou sendo esmagadas e algum rearranjo da estrutura do solo. Estes efeitos irreversíveis são classificados de inelásticos e são alvo de aproximações utilizando os recursos da teoria da plasticidade (Davis & Selvadurai, 2002).

### 2.3.2.1

#### Superfície de escoamento

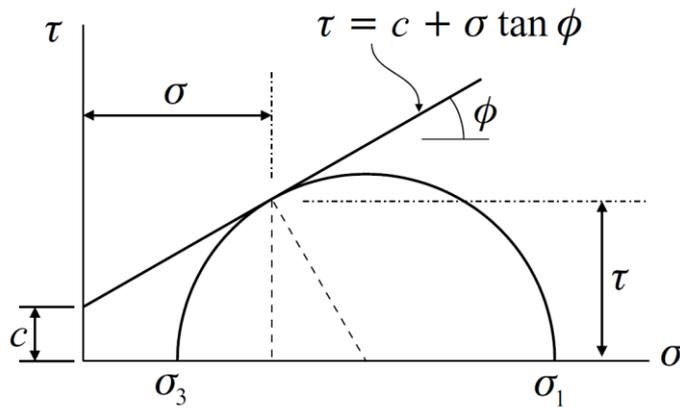
O termo ponto de escoamento refere-se ao estado de tensões que define o início do comportamento inelástico descrito por um material. O conjunto de vários pontos de escoamento forma uma superfície de escoamento e as condições matemáticas estabelecidas para ocorrer o escoamento são denominadas critérios de escoamento (Davis & Selvadurai, 2002). Em 1864, o engenheiro francês H. Tresca propôs o primeiro critério de escoamento para metais. Seus experimentos sugeriam que o comportamento plástico iniciava quando a tensão cisalhante alcançava um valor crítico. O segundo critério de escoamento para metais foi proposto por R. Von Mises, em 1913, que sugeriu que o escoamento ocorreria toda vez que a tensão desviadora alcançasse um valor crítico. No entanto, Coulomb definiu o primeiro critério de escoamento para solos já em 1773, tendo se tornado o mais popular critério utilizado em geomateriais desde então.

Coulomb era um engenheiro que se envolveu com construção de grandes estruturas. Ele observou que a resistência dos materiais derivava de duas fontes, sua coesão e do atrito ocorrido. Escrevendo então, seu conhecido critério de escoamento:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad \text{eq.(10)}$$

Onde,  $\tau$  é a tensão cisalhante,  $c$  é a coesão,  $\sigma$  é a tensão normal e  $\phi$  é o ângulo de atrito.

Podemos visualizar o critério de Coulomb no plano  $\tau \times \sigma$  como uma linha reta, com inclinação igual a  $\tan \phi$  (Figura 8).



**Figura 8** - Representação do critério de Coulomb no espaço  $\tau \times \sigma$  (Davis & Selvadurai, 2002).

O critério de ruptura de Coulomb pode ser estendido para o espaço tridimensional das tensões principais. Neste espaço, a superfície de escoamento é vista como um prisma (Figura 9, 10) que se alarga ao passo que as tensões aumentam, e que tem seção hexagonal irregular no plano octaédrico. A formulação do critério de Coulomb em função das tensões principais efetivas é a seguinte:

$$f(\sigma'_1, \sigma'_3) = \sigma'_1 - C_0 - \sigma'_3 \tan(\alpha) = \sigma'_1 - C_0 - \sigma'_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad \text{eq.(11)}$$

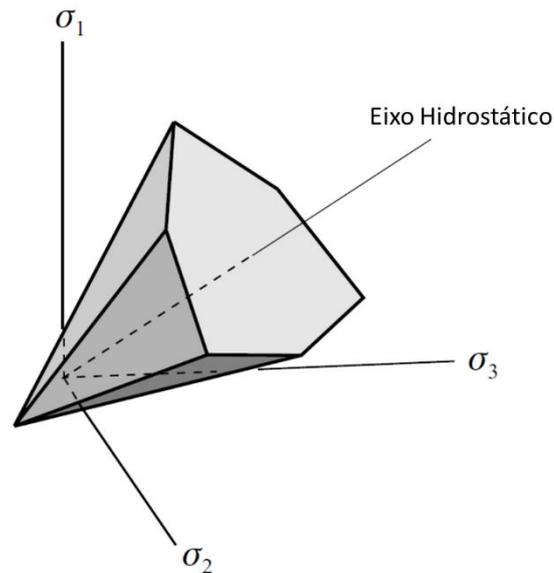
Onde  $C_0$  é a resistência a compressão simples,  $\phi$  é o ângulo de atrito e  $\alpha$  é a inclinação do critério de escoamento no plano  $\sigma'_1 \times \sigma'_3$

Quando escrita em função dos invariantes de tensão a eq.(11) toma a seguinte forma:

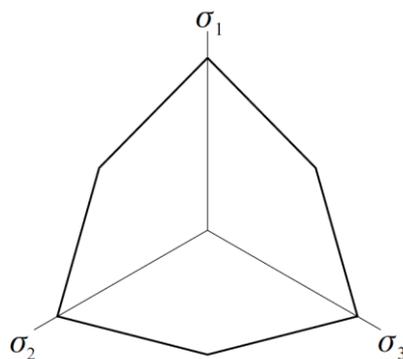
$$f = J_1 \sin \phi + \sqrt{J_{2D}} \cos \theta - \frac{\sqrt{J_{2D}}}{3} \sin \phi \sin \theta - c \cos \phi = 0 \quad \text{eq.(12)}$$

$$\theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left( -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3D}}{J_{2D}^{3/2}} \right) \quad \text{eq.(13)}$$

Onde  $J_1$  é o primeiro invariante do tensor de tensões totais,  $J_{2D}$  é o segundo invariante do tensor de tensões desviadoras e  $J_{3D}$  é o terceiro invariante de tensões desviadoras.



**Figura 9** – Imagem em perspectiva da superfície de escoamento, definida pelo critério de Coulomb, no espaço das tensões principais e eixo diagonal do estado de tensões hidrostático. (Modificado de Davis & Selvadurai, 2002)



**Figura 10** – Seção no plano octaédrico da superfície de escoamento, definida pelo critério de Coulomb, no espaço das tensões principais. (Davis & Selvadurai, 2002)

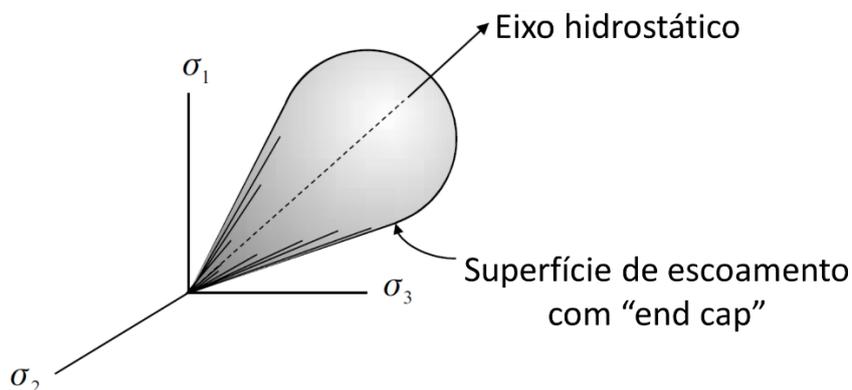
Modificações do critério de Coulomb foram propostas por Drucker e Prager (1952), Lade e Duncan (1975) e Matsuoka e Nakai (1974). No entanto, não utilizaremos tais critérios neste trabalho e, portanto, não serão detalhados. Maiores informações podem ser obtidas em Davis & Selvadurai, (2002) e Fjaer *et al.*, (2008).

É importante observar que o critério de ruptura de Coulomb só prevê escoamento quando há tensão desviadora e, conseqüentemente, tensão cisalhante. Sendo assim, um grupo de pesquisadores da Universidade de Cambridge, liderados por K.H. Roscoe, desenvolveu um critério que também levasse em conta as deformações causadas pelo aumento da tensão média, também chamado de ruptura por compactação ou colapso

de poros. No espaço das tensões principais, este tipo de ruptura é representado pelo chamado “*end cap*” (Figura 11), que fecha a superfície de ruptura em tensões médias muito altas. O grande interesse com os modelos de ruptura por compactação foi o de conseguir modelar o comportamento plástico de solos em situação hidrostática, onde somente a tensão média aumenta e mesmo assim observa-se deformações inelásticas devido ao empacotamento e esmagamento dos grãos. A formulação apresentada abaixo foi proposta por K.H. Roscoe, na década de 50.

$$q^2 = M^2 \sigma_m (2p_c - \sigma_m) \quad \text{eq.(14)}$$

Onde  $q$  é a tensão desviadora,  $\sigma_m$  é a tensão média,  $M$  e  $p_c$  são parâmetros do material.



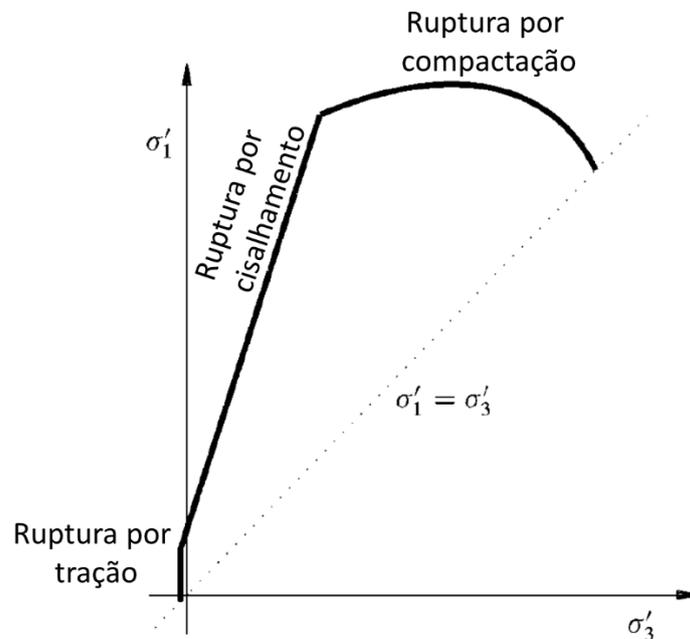
**Figura 11** – “End cap” no espaço das tensões principais. (modificado de Davis & Selvadurai, 2002)

Por último, é necessário estabelecer um critério de ruptura para condições de tração. Tal critério, em geral, é simplista e leva em conta a resistência à tração da rocha que pode ser obtida por meio de ensaios brasileiros.

$$\sigma' = -T_0 \quad \text{eq.(15)}$$

Onde  $\sigma'$  é a tensão efetiva e  $T_0$  é a resistência à tração

A junção de critérios de ruptura por cisalhamento, tração e compactação formam as chamadas superfícies de escoamento “capped” (Figura 12), que definem completamente os pontos onde materiais geológicos plastificam.



**Figura 12** – Superfície de escoamento completa. Nesta superfície as rupturas por cisalhamento, compactação e tração estão definidas. (modificado de Fjaer *et al.*, 2008).

### 2.3.2.2

#### Fluxo Plástico

O fluxo plástico descreve o comportamento inelástico de um material após o escoamento. Qualquer deformação de natureza plástica é irreversível, diferentemente das deformações elásticas que podem ser recuperadas (Davis & Selvadurai, 2002). Uma rocha que está sob um estado de tensões além do limite indicado pela superfície de escoamento, tem seu arcabouço gradualmente destruído, principalmente devido à compactação dos grãos, mudanças no empacotamento e fraturamento.

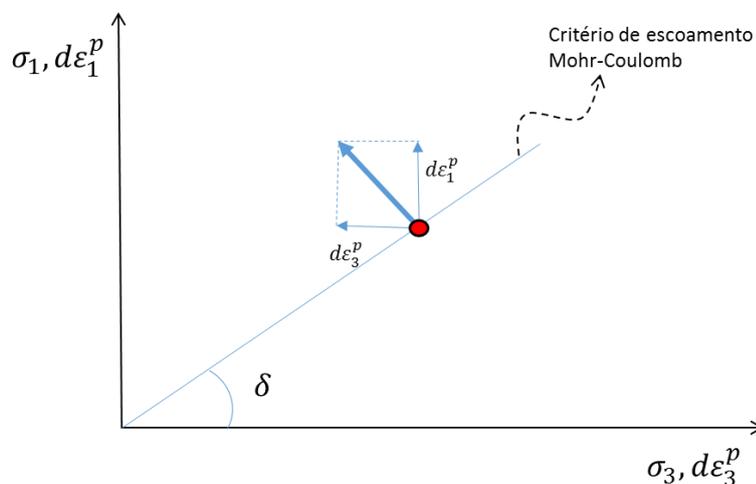
A premissa básica de uma regra de fluxo plástico leva em conta a hipótese de Saint-Venant, definida no século 19, que assume que as direções principais de tensão estão alinhadas com as direções principais

de incrementos de deformação plástica ( $d\varepsilon^p$ ) (Davis & Selvadurai, 2002; Fjaer *et al.*, 2008). Uma importante simplificação posteriormente proposta por Drucker no ano de 1950, descreve que o incremento de deformação plástica é função de um potencial plástico (Fjaer *et al.*, 2008) que pode ser aproximada pela superfície de escoamento estabelecida, como por exemplo, o critério de Coulomb. Sugerindo assim a seguinte equação (Davis & Selvadurai, 2002):

$$d\varepsilon_k^p = \delta \frac{\partial f}{\partial \sigma_k} \quad k=1,2,3 \quad \text{eq.(16)}$$

Onde,  $d\varepsilon_k^p$  é o incremento de deformação plástica principal,  $\delta$  é o multiplicador de Lagrange,  $f$  é a função que define a superfície escoamento eq.(11) e  $\sigma_k$  é uma tensão principal.

Como observado na eq.(16), a taxa de deformação plástica resultante ( $d\varepsilon^p$ ), por ser paralela ao gradiente da função  $f$  eq.(11), está sempre em posição normal à superfície do critério de escoamento estabelecido, e paralela às forças aplicadas, denotando a conhecida “regra da normalidade” (Figura 13). Esta regra preserva a condição de maior taxa de trabalho realizado pela força, e é outra importante premissa da teoria da plasticidade. Tal fluxo plástico associado ao critério de escoamento do material, é chamado de “fluxo plástico associado”.



**Figura 13** – Gráfico ilustrando a regra da normalidade.

De maneira análoga, a função  $f$  eq.(11) pode ser substituída por uma função  $g$  qualquer de potencial plástico, diferente do critério de escoamento estabelecido para o material. Isso pode ser obtido, por exemplo, trocando o ângulo de atrito ( $\phi$ ), pelo ângulo de dilatância ( $\psi$ ), na formulação do critério de Mohr-Coulomb (Fjaer et al., 2008) de modo que:

$$g(\sigma'_1, \sigma'_3) = \sigma'_1 - C_0 - \sigma'_3 \tan(\psi) = \sigma'_1 - C_0 - \sigma'_3 \frac{1+\text{sen}\psi}{1-\text{sen}\psi} \text{ eq.(17)}$$

Um significado físico pode ser atribuído para cada valor de ângulo de dilatância:

- Quando  $\psi > 0$ : temos dilatação após o escoamento.
- Quando  $\psi = 0$ : temos deformação sem variação do volume após o escoamento.
- Quando  $\psi < 0$ : temos diminuição do volume após o escoamento.

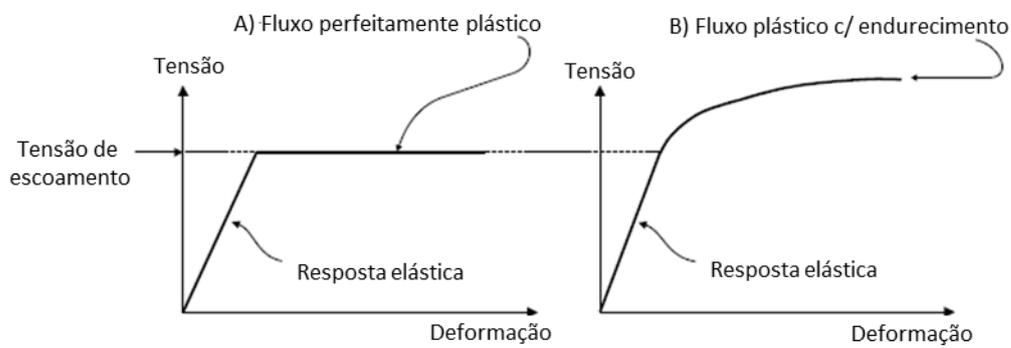
Tal fluxo plástico, que leva em conta uma função diferente do critério de escoamento estabelecido para o material, é chamado de “fluxo plástico não-associado”. A grande vantagem de se utilizar uma lei de fluxo plástico não-associado é a de podermos representar melhor as deformações inelásticas do material representado.

### 2.3.2.3

#### Endurecimento

Materiais com endurecimento, ao contrário de materiais com comportamento perfeitamente plástico, apresentam resistência cada vez maior após o escoamento. As mudanças são acompanhadas pela alteração do formato ou tamanho da superfície de escoamento enquanto o fluxo plástico ocorre (Davis & Selvadurai, 2002). O conceito de endurecimento foi desenvolvido para ter uma representação mais detalhada do comportamento dos materiais, além do que o modelo perfeitamente plástico

pode fornecer. Um exemplo claro da necessidade da lei do endurecimento pode ser dado a seguir. Imagine que um material sofrendo compressão hidrostática toca a superfície de escoamento e entra em fluxo plástico. Neste instante, de acordo com o comportamento perfeitamente plástico, o aumento de tensão é limitado pelo valor do escoamento. No entanto, tal limitação não é real e os modelos devem permitir o aumento indefinido de tensão hidrostática, o que implica na modificação da superfície de escoamento e que um endurecimento deve ocorrer (Davis & Selvadurai, 2002) (Figura 14).



**Figura 14** - Diferença entre os comportamentos perfeitamente elástico (a) e com endurecimento (b) (Modificado de Davis & Selvadurai, 2002).

A regra de endurecimento ( $f_{endurecimento}$ ), pode ser descrita como a mudança na superfícies de escoamento  $f$ , como função de um parâmetro  $k$ , que está relacionado com as deformações plásticas ( $\varepsilon^p$ ) (Fjaer *et al.*, 2008).

$$f_{endurecimento} = k \cdot f(\sigma_1, \sigma_3) \quad \text{eq.(18)}$$

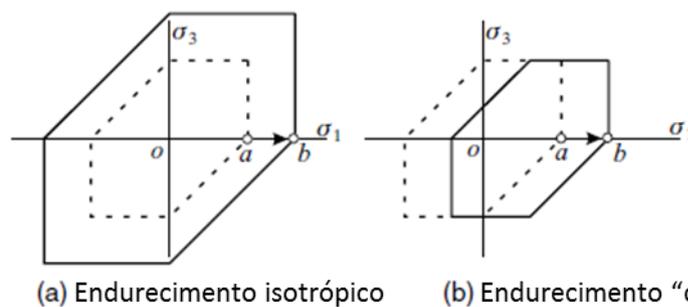
Existem duas maneiras mais comuns de relacionar o parâmetro  $k$  com as deformações plásticas para se obter uma função de endurecimento. Uma delas é assumir que  $k$  é função da deformação plástica total, chamado endurecimento por deformação ou *strain hardening*.

$$k = k\left(\int_s d\varepsilon_{ij}^p\right) \quad \text{eq.(19)}$$

Outra maneira é assumir que  $k$  é função do trabalho da deformação plástica, chamado endurecimento por trabalho plástico ou *work hardening*.

$$k = k\left(\int_s \sigma'_{ij} d\varepsilon_{ij}^p\right) \quad \text{eq.(20)}$$

A modificação da superfície de escoamento pode ocorrer das formas isotrópicas (*isotropic hardening*) ou cinemáticas (*kinematic hardening*), que são ilustradas na Figura 15. No caso de endurecimento isotrópico (Figura 15a), a superfície de escoamento se expande isotropicamente no gráfico  $\sigma_1 \times \sigma_3$ , enquanto que no endurecimento cinemático (Figura 15b) a superfície de escoamento se translada na mesma direção que ocorreu a ruptura.



**Figura 15** - Diferença entre endurecimento isotrópico e endurecimento cinemático (modificado de Davis & Selvadurai, 2002)

Em geral, o endurecimento de um material continua até que o estado de tensão atinja a superfície de ruptura, significando que o material atingiu sua resistência última. Após, o material atingir a ruptura não há mais endurecimento e o material perde totalmente sua capacidade de resistir a incrementos de tensão (Figura 16).

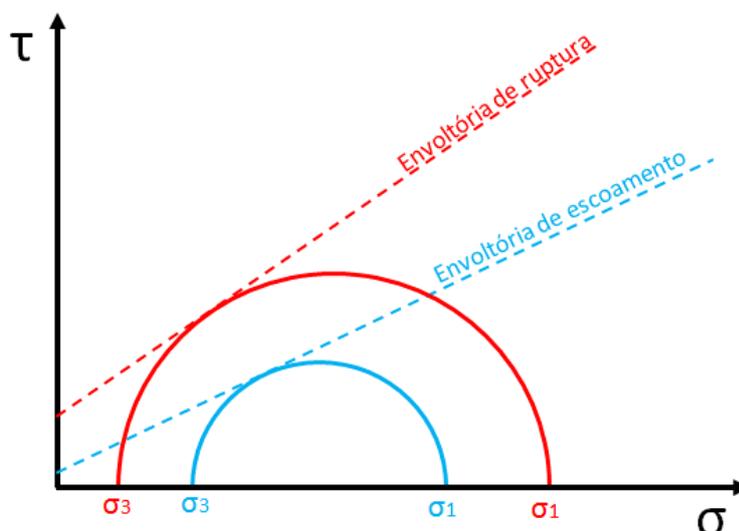


Figura 16 - Gráfico com as envoltórias de escoamento e envoltória de ruptura plotadas.

## 2.4

### Método de Elementos finitos (MEF)

A limitação da mente humana é tal, que não podemos compreender o comportamento complexo do meio em uma única operação. O processo de subdividir os sistemas em componentes ou elementos os quais se pode compreender, chamado discretização, é uma maneira natural na qual a engenharia e a ciência se baseiam (Zienkiewicz & Taylor, 2000). Para se sobrepor às dificuldades de se resolver complexos problemas contínuos, vários métodos de discretização foram propostos, todos envolvendo aproximações, como o método de diferenças finitas e o método de elementos finitos (MEF).

Na década de 40, alguns pesquisadores do campo de engenharia estrutural usaram uma malha de elementos unidimensionais lineares (barras e vigas) para a solução de problema de tensões em meios contínuos (Logan, 2007). Desta analogia, nasceu o termo “elemento finito”, utilizado pela primeira vez por Clough em 1960.

Até o início dos anos 50, o MEF não era possível de ser utilizado para resolver os problemas propostos, devido à grande quantidade de equações que eram geradas durante a utilização do MEF, tornando seu uso impraticável. No entanto, com o advento da computação, cálculos de

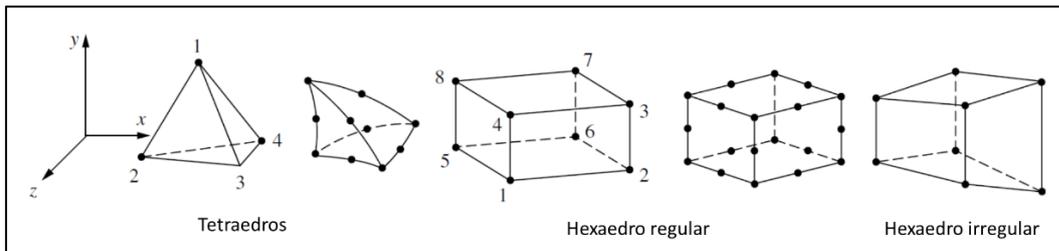
grandes proporções se viabilizaram, em curto intervalo de tempo, o que ajudou a desenvolver a aplicabilidade do método. Hoje em dia, o método de elementos finitos é utilizado pelas mais diversas ciências, como um método para se discretizar problemas contínuos, facilitando assim a obtenção de uma solução aproximada.

Logan (2007) apresenta de forma bem organizada os passos realizados durante a formulação do MEF e solução de um problema mecânico. Apresentam-se abaixo de forma sintética os sete passos da formulação do MEF:

- Passo 1: Discretizar o espaço e selecionar o tipo de elemento.

Nesta etapa, a geometria principal do corpo modelado é discretizada em múltiplos elementos finitos e seus nós, de forma que se possa representar a geometria contínua real em uma forma discretizada através destes elementos. A quantidade de elementos utilizada para a representação de cada problema é variável e deve-se levar em conta que uma grande quantidade de elementos aumenta substancialmente a demanda computacional, e também que uma malha muito grosseira feita com elementos muito grandes, pode não representar muito bem a geometria proposta além de acarretar em maiores erros na solução.

Existem vários tipos de elementos disponíveis para serem utilizados na solução de um problema por elementos finitos, os mais comuns nos caso tridimensionais são os tetraedros e hexaedros (Figura 17), que podem ter nós somente nos cantos (elemento linear) ou terem além dos nós nos cantos, nós no meio das faces/arestas dos elementos (elemento quadrático).



**Figura 17** - Elementos tridimensionais simples e quadráticos mais comuns (Logan, 2007).

- Passo 2: Escolher uma função deslocamento ou função interpolação.

O método de elementos finitos sempre resolve os problemas nos nós dos elementos. No entanto, os valores entre os nós são estimados através das funções deslocamento/interpolação. As funções utilizadas são sempre funções das coordenadas dos nós e são expressas nas variáveis calculadas (tensão, deslocamento, etc.). Em geral, estas funções estão ligadas ao elemento e podem ser lineares, quadráticas ou polinômios de ordem maior.

- Passo 3: Definir a relação tensão x deformação

Definir as relações entre deslocamento e deformação, e entre tensão e deformação, são necessárias para escrever as equações dos elementos. Para isso, utiliza-se das leis constitutivas disponíveis, sendo estas já discutidas no capítulo 2.3.

- Passo 4: Montar a matriz de rigidez do elemento

Existem várias maneiras de se desenvolver as matrizes de rigidez dos elementos e equações, dentre elas as formulações diretas e formulação variacional. No entanto, a maneira mais utilizada na análise mecânica em elementos finitos é o método de deslocamentos virtuais. A técnica afirma que para qualquer situação de equilíbrio, o trabalho virtual interno de um corpo é igual ao trabalho virtual externo, demonstrada na eq.(21) (Bathe, 1996). A aplicação do método de deslocamentos virtuais é equivalente à aplicação do método de Galerkin em equações diferenciais.

Trabalho interno virtual

Trabalho externo virtual

$$\int_V \bar{\epsilon}^T \tau dV = \int_V \bar{U}^T f^B dV + \int_{S_f} \bar{U}^{S_f T} f^{S_f} dS + \sum_i \bar{U}^{iT} R_C^i$$

$\uparrow$                      $\uparrow$                      $\uparrow$                      $\uparrow$                      $\uparrow$   
 Tensões em equilíbrio com as cargas aplicadas  
 Deformações virtuais correspondentes aos deslocamentos virtuais U

eq.(21)

A partir da solução da equação acima, obtêm-se um sistema com várias equações e com a seguinte forma matricial:

$$[K]\{d\} = \{f\} \quad \text{eq.(22)}$$

Onde [K] é a matriz de rigidez global, {d} é a matriz dos deslocamentos e {f} é a matriz das forças

Como a integral que define a matriz de rigidez pode ser resolvida para cada elemento, em geral primeiro se constrõem as matrizes de rigidez de todos os elementos e, em seguida, se constrói a partir destas a matriz de rigidez global, juntando-se os dados de todos os elementos em uma matriz maior. As condições de contorno devem ser consideradas nas matrizes de deslocamento ou de força, nas posições respectivas aos nós que estão sob tais condições.

- Passo 5: Resolver deslocamentos

Com o conjunto de matriz completo, têm-se também um conjunto de equações que podem ser resolvidas através de um método de eliminação como método de Gauss, por exemplo. Os deslocamentos são então a primeira solução advinda do método de elementos finitos.

- Passo 6: Resolver tensões e deformações

A partir da solução dos deslocamentos, e utilizando as leis constitutivas já definidas previamente, calculam-se as deformações usando os deslocamentos e as tensões a partir da lei constitutiva (ex: Lei de Hooke)

- Passo 7: Interpretação dos resultados

Com os resultados da simulação resolvidos, pode-se utilizar programas de computador, que pós-processam os resultados de forma a facilitar a interpretação e utilização das informações obtidas.

## 2.5

### **Estudos experimentais**

O trabalho realizado nesta dissertação de mestrado, utilizou parte da análise experimental de Kiewiet (2015), Kiewiet et al. (2016) e também do projeto com o CSIRO, citado no Capítulo 1 (Falcão et al., 2014; Nogueira et al., 2013a, b, c, d). Portanto, faz-se necessário expor os principais pontos referentes a metodologia de trabalho utilizados nestes estudos, para fins de contextualização desta dissertação.

A pesquisa realizada no CSIRO em conjunto com a Petrobras, iniciada em 2013, já citada anteriormente, teve como base a realização de ensaios mecânicos (cisalhamento direto, uniaxiais e triaxiais), em amostras de grainstones sintéticos e travertinos obtidos na região de Acquasanta Terme, Itália (Figura 18). Como o foco deste trabalho são os travertinos, não abordaremos os estudos realizados nos grainstones sintéticos.

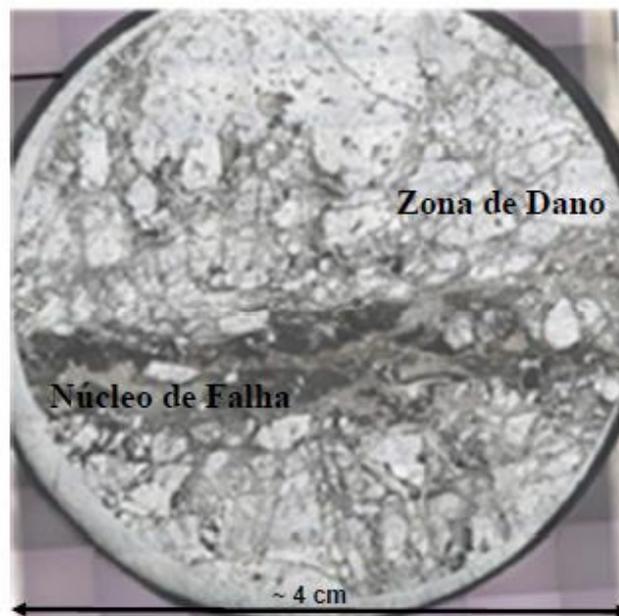
Uma larga campanha de ensaios foi realizada em corpos de prova de travertino, para se caracterizar tanto a rocha intacta, como materiais representativos de zonas de falha que foram gerados em laboratório através de ensaios de cisalhamento direto.



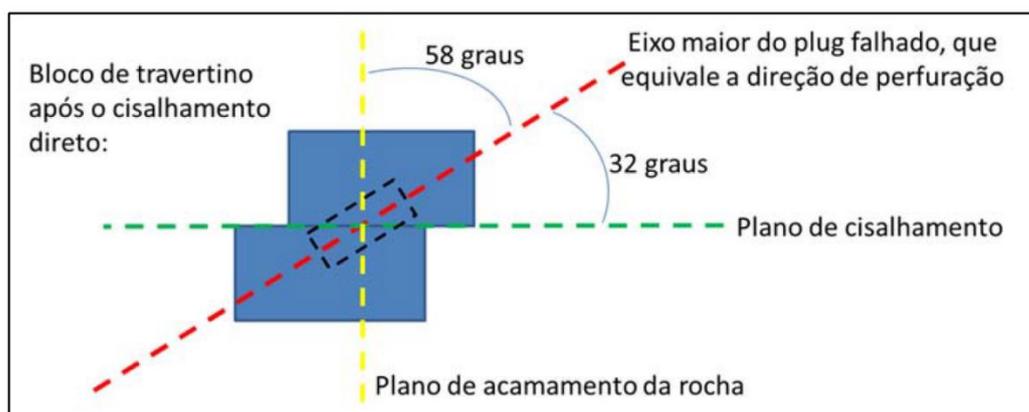
**Figura 18** – Foto da pedreira de onde as amostras de travertino foram retiradas. A estrela destaca a posição aproximada onde os blocos foram retirados. (Kiewiet, 2015)

Com o objetivo de gerar zonas de falha artificiais em travertino, blocos com dimensões 11 x 15 x 24 cm foram submetidos a ensaios de cisalhamento direto com deslocamentos de 20 mm e 120 mm, formando assim duas feições distintas, respectivamente semelhantes a zonas de dano e núcleo de falhas geológicas, considerando como base para esta comparação características apresentadas em Caine *et al.* (1996) para cada um destes entes geológicos (Figura 19) (Kiewiet, 2015). Após o cisalhamento direto, os blocos cisalhados foram perfurados para extração de corpos de prova cilíndricos de aproximadamente 3,8 cm de diâmetro (Figura 20), constituídos tanto por rocha intacta como por zona de falha. Os corpos de prova amostrados foram submetidos a ensaios triaxiais multi-estágio, chamados por Kiewiet (2015) de ensaios triaxiais de reativação, com confinamentos totais variáveis de 3, 6, 12, 20 e 30 MPa, como forma de definir o comportamento mecânico dos materiais. Todos os ensaios foram realizados com uma poro-pressão constante de 1 MPa, e com as amostras saturadas com água. Devido a ocorrência de porosidade vugar nas amostras de travertinos, estas tiveram que ser ensaiadas em membranas espessas, o que pode ter afetado as medidas de deslocamento radial em algumas amostras. A cada estágio do teste triaxial um diferencial

de pressão foi aplicado para induzir fluxo através do corpo de prova, como forma de avaliar a permeabilidade em diferentes situações. As permeabilidades foram medidas em condições hidrostáticas, onde somente o confinamento foi aplicado, e em condições de tensão desviadora máxima, onde o corpo de prova já sofreu deformações provenientes da tensão axial aplicada.

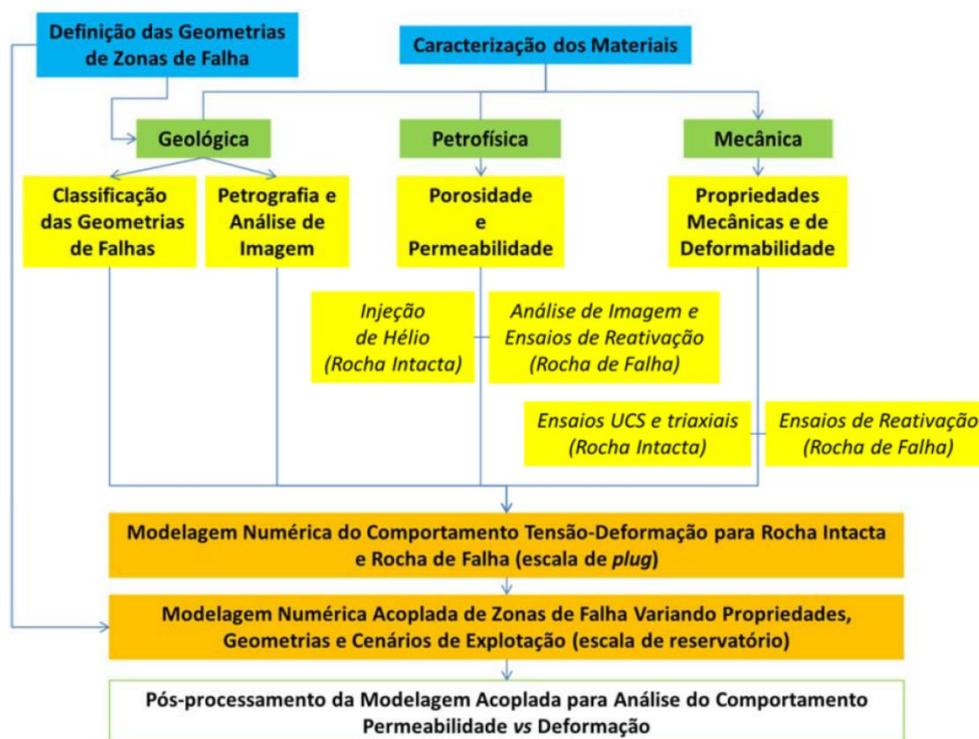


**Figura 19** – Imagem de microtomografia da rocha de falha gerada no laboratório através do ensaio de cisalhamento direto. (Falcão et al., 2014)



**Figura 20** – Esquema de perfuração do bloco cisalhado para extração do corpo de prova contendo parte da falha gerada. Cores: Azul=bloco de travertino cisalhado; Linha amarela=direção do acamamento do travertino; linha verde=direção do plano de cisalhamento; linha vermelha=direção do eixo maior do corpo de prova. (Kiewiet, 2015)

Com base na análise destes dados, Kiewiet (2015) sugere parâmetros mecânicos médios para as rochas intactas e para rochas de falha nos confinamentos efetivos de 2 MPa e 19 MPa, e os utiliza em modelagens numéricas no Tectos 2D (PUC-Rio/Tecgraf – Petrobras) e no ABAQUS® em escala de corpo de prova, como forma de avaliar se os parâmetros previamente calculados conseguiram representar razoavelmente sem ajustes numéricos o comportamento tensão-deformação do material equivalente (rocha intacta + rocha de falha) observado nos experimentos laboratoriais. Na Figura 21, apresenta-se o fluxograma de trabalho adotado por Kiewiet, 2015.



**Figura 21** – Fluxograma com as etapas da pesquisa realizada por Kiewiet, 2015.