

ABRAMSON, H. N.; PLASS, H. J.; RIPPERGER, E. A. Stress wave propagation in rods and beams, **Advances in Appl. Mech.**, vol.- 5, pp. 111-94, 1958.

ASTM D-4945-00. Standard Test Method for High-Strain Dynamic Testing of Deep Foundations. **ASTM**, 2000.

BARANOV, V.A. On the calculation of excited vibrations of an embedded foundation. **Voprosy Dynamiki I Prochnosti**, No. 14, Polytechnical Institute of Riga, pp. 195-209, 1967.

BARKAN, D. D. **Dynamics of Bases and Foundations**. McGraw-Hill Book Company Inc., New York, 1962.

BOWLES, J. E. **Foundation Analysis and Design**. 5th Edition, McGraw-Hill, 1997.

BURGOS, R. B. **Avaliação de Cargas Críticas e Comportamento Pós-Crítico Inicial de Pórticos Planos**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

CHOWDHURY I; DASGUPTA S. P. **Dynamics of Structure and Foundation - A Unified Approach**. Taylor & Francis Group, London, UK, 2009.

CIMBALA, J.M. **Fourier Transforms**, Penn State University, 2010.

CLOUGH R.; PENZIEN J. **Dynamics of Structures**. Second Edition (revised), Computer and Structures Inc., 2003.

DALBONE, A. R.; SÁNCHEZ, E. S. Análise Dinâmica de Fundações Diretas para Máquina Rotativas, **Engenharia Estudo e Pesquisa**. v. 11 - n. 2 - p. 36-46 - jul./dez. 2011.

DAS, B. M. **Principles of Soil Dynamics**, PWS-Kent Publishing Co., 570 p, 1993.

DEEKS A.J.; RANDOLPH M.F. Accuracy in Numerical Analysis of Pile Driving Dynamics. **4th Int. Conf. Application of Stress Wave Theory to Piles**. The Hague, the Netherlands, pp 85-90, 1992.

WARRINGTON D. C. **Closed Form Solution of the Wave Equations for Piles.** The University of Tennessee at Chattanooga, Thesis of Master of Science Degree, 1999.

GOBLE, G. G.; RAUSCHE, F.; MOSES, F. **Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles; Phase III Volume I Report No. 48.** Division of Solid Mechanics Structures and Mechanical Design School of Engineering Case Western Reserve University: Cleveland, OH, 1970.

GOBLE, G. G.; RAUSCHE, F.; MOSES, F. **Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles; Phase III Volume II Report No. 48.** Division of Solid Mechanics Structures and Mechanical Design School of Engineering Case Western Reserve University: Cleveland, OH, 1970.

GOBLE, G. G.; KOVACS, W. D., RAUSCHE, F., June 1972. Field Demonstration: Response of Instrumented Piles to Driving and Load Testing. **Proceedings of the Specialty Conference on Performance of Earth and Earth-Supported Structures**, American Society of Civil Engineers: Lafayette, IN; 3-38, 1972.

HARDIN, B.O.; RICHART, F.E. Elastic wave velocities in granular media. **JSMFD**, ASCE, Vol. 89, No. SM1, 1963.

HARRIS, C. M.; PIERSOL, A. G. **Harris' Shock and Vibration Handbook.** 5th Ed. 2002.

HETENYI, M. **Beams on elastic foundation.** University of Michigan Press, Ann Arbor, 1979.

HUMAR, J.L. **Dynamics of Structures**, A.A. Balkema Publishers, Lisse, 2001.

KITIYODOM, P.; MATSUMOTO, T.; KOJIMA, E.; KUMAGAI, H.; TOMISAWA, K. Analysis of static and dynamic horizontal load tests on steel pipe piles, **Proc. 10th International Conference on Piling and Deep Foundations**, Amsterdam, The Netherlands; 690-699, 2006.

KITIYODOM, P; MATSUMOTO, T. Dynamic. analysis. of. a. single. pile. in. time. domain. considering. frequency. dependence. of. soil. resistance. **8th International Conference on Application of Stress Wave Theory to Piles**, Lisbon, 2008.

LAGES, E. N. **Formulação hierárquica-espectral de elementos finitos.** Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-RJ, Agosto 1992.

- LEE, S.; CHOW, Y.; KARUNARATNE, G.; WONG, K. (1988). Rational Wave Equation Model for Pile-Driving Analysis. **J. Geotech. Engrg.**, 114(3), 306–325, 1988.
- LYSMER, J.; OSTADAN, F.; CHEN, C. A System for Analysis of Soil Structure Interaction, **SASSI-2000**, University of California, Berkeley, 1999.
- MAXWELL, A. A.; FRY, Z. B.; POPLIN, J. K. Vibratory loading of pile foundations. **ASTM , Special Technical Publication** , 444, 338 - 361. 1969.
- NBR 13208/2007, Estacas - Ensaios de carregamento dinâmico. **ABNT**, 2007.
- NOVAK, M.; BEREDUGO, Y. O. Vertical vibration of embedded footings. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division ASCE**, vol. 98, no. SM12, pp. 1291–1131, 1972.
- NOVAK, M.; HOWELL, J. F.; Torsional Vibration of Pile Foundations. **Journal of the Engineering Mechanics Division** 103, 271–285, 1977.
- NOVAK, M. Vertical Vibration of Floating Piles. **J. Eng. Mech. Div., ASCE**, Vol. 103, No. EM1, pp. 153-168, 1977.
- NOVAK, M.; EL SHARNOUBY, B. Stiffness Constants of Single Piles. **J. Geotech. Engrg.**, 109(7), 961–974, 1983.
- OHSAKI, Y.; IWASAKI, R. On dynamic shear modulus and Poisson's ratio of soil deposits, **Soils and Foundations**, 13(4), pp. 61–73, 1973.
- POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Pile Foundations Analysis and Design**. New York: John Wiley and Sons, 1980.
- PURI, V. K. Observed and Predict Natural Frequency of a Pile Foundation, **Proceedings: Second International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering**, June 1-5, 1988, Paper N° 4.41.
- RANDOLPH, M.F. Pile-soil interaction for dynamic and static loadin', **Application of Stress-Wave Theory to Piles**, Rotterdam, Appendix, pp. 3-11, 2000.
- RICHART, F. E.; HALL, J. R.; WOODS, R. D. **Vibrations of soils and foundations**, Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1970.
- SAMSON, C. H.; HIRSCH, T. J.; LOWRY, L L. Computer study of the dynamic behavior of piling. **Journal of the Structural Division, ASCE**, 89, No. ST-4, pp. 413-449, 1963.
- SEED, H.B.; IDRIS, I.M. Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analysis', **Report No. 70-1, EERC**, Berkeley, California, 1970.

SMITH, E. A. L. Pile Driving Impact. **Proceedings, Industrial Computation Seminar**, International Business Machines Corp., New York, N. Y., p. 44. 1950.

SMITH, E.A.L., Impact and Longitudinal Wave Transmission. **Transactions, ASME**, August, 1955

SMITH, E. A. L. What Happens When Hammer Hits Pile. **Engineering News-Record**. 159, September 5, 1957.

SMITH, E.A.L. Pile Driving Analysis by the Wave Equation. **Journal of Soil Mechanics and Foundations Division**. American Society of Civil Engineers, Vol. 86, 1960.

WINKLER, E. **Die Lehre Von Elasticitaet Und Festigkeit**. 1st Edn., H. Dominicus, Prague, 1867.

YESILCE, Y.; CATAL, H. H. Free vibration of semi-rigid connected Reddy–Bickford piles embedded in elastic soil. **Sadhana**, Vol. 33, Part 6, pp. 781–801, 2008.

ZIENKIEWICZ, O. C., GAGO, J. P. S. R.; KELLY, D. W. The Hierarchical Concept in Finite Element Analysis. **Comp. Struct**. 16: 53-65. 1983.

Apêndice A

Neste apêndice são apresentados os boletins de sondagens realizadas próximo às estacas que foram modeladas matematicamente.

[illegible]

 AV. PRESIDENTE KENNEDY, 3115 PORETO - CUNHA - RJ TEL: (21) 2554-1111 FAX: (21) 2554-1112										SONDAGEM A PERCUSSÃO CLIENTE: DATA: LOCAL: RIO DE JANEIRO - RJ PROJETO: 1/100 DATA: 10/10/08 PROJ: JEFFERSON OLIVEIRA ARELA PR 52237/D PROJETO: 1/100 DATA: 10/10/08 PROJ: JEFFERSON OLIVEIRA ARELA PR 52237/D PROJETO: 1/100 DATA: 10/10/08 PROJ: JEFFERSON OLIVEIRA ARELA PR 52237/D									
NÍVEL (m)		COTA (m)		SOLTES (30 cm)		TORQUE (kgfcm)		ÍNDICE DE RESISTÊNCIA À PENETRAÇÃO (N)						CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS		RESISTÊNCIA RELATIVA			
INICIAL	FINAL	INICIAL	FINAL	Mit	Res	0	10	20	30	40	50								
18,50	19,00	25	27	8	5							18,50-19,00 m: ARGILA, CINZA.							
19,00	19,50	10	12	10	2							19,00-19,50 m: AREIA COM PEDREGULHO, CINZA.							
19,50	20,00	8	5	8	5							20,00-20,50 m: ARGILA, CINZA.							
20,50	21,00	12	15	12	15							21,00-21,50 m: ARGILA, CINZA.							
21,50	22,00	10	12	10	12							22,00-22,50 m: ARGILA, CINZA.							
22,50	23,00	12	15	12	15							23,00-23,50 m: ARGILA, CINZA.							
23,50	24,00	10	12	10	12							24,00-24,50 m: ARGILA, CINZA.							
24,50	25,00	12	15	12	15							25,00-25,50 m: ARGILA, CINZA.							
25,50	26,00	10	12	10	12							26,00-26,50 m: ARGILA, CINZA.							
26,50	27,00	12	15	12	15							27,00-27,50 m: ARGILA, CINZA.							
27,50	28,00	10	12	10	12							28,00-28,50 m: ARGILA, CINZA.							
28,50	29,00	12	15	12	15							29,00-29,50 m: ARGILA, CINZA.							
29,50	30,00	10	12	10	12							30,00-30,50 m: ARGILA, CINZA.							
30,50	31,00	12	15	12	15							31,00-31,50 m: ARGILA, CINZA.							
31,50	32,00	10	12	10	12							32,00-32,50 m: ARGILA, CINZA.							
32,50	33,00	12	15	12	15							33,00-33,50 m: ARGILA, CINZA.							
33,50	34,00	10	12	10	12							34,00-34,50 m: ARGILA, CINZA.							
34,50	35,00	12	15	12	15							35,00-35,50 m: ARGILA, CINZA.							
35,50	36,00	10	12	10	12							36,00-36,50 m: ARGILA, CINZA.							
36,50	37,00	12	15	12	15							37,00-37,50 m: ARGILA, CINZA.							
37,50	38,00	10	12	10	12							38,00-38,50 m: ARGILA, CINZA.							
38,50	39,00	12	15	12	15							39,00-39,50 m: ARGILA, CINZA.							
39,50	40,00	10	12	10	12							40,00-40,50 m: ARGILA, CINZA.							
40,50	41,00	12	15	12	15							41,00-41,50 m: ARGILA, CINZA.							
41,50	42,00	10	12	10	12							42,00-42,50 m: ARGILA, CINZA.							
42,50	43,00	12	15	12	15							43,00-43,50 m: ARGILA, CINZA.							
43,50	44,00	10	12	10	12							44,00-44,50 m: ARGILA, CINZA.							
44,50	45,00	12	15	12	15							45,00-45,50 m: ARGILA, CINZA.							
45,50	46,00	10	12	10	12							46,00-46,50 m: ARGILA, CINZA.							
46,50	47,00	12	15	12	15							47,00-47,50 m: ARGILA, CINZA.							
47,50	48,00	10	12	10	12							48,00-48,50 m: ARGILA, CINZA.							
48,50	49,00	12	15	12	15							49,00-49,50 m: ARGILA, CINZA.							
49,50	50,00	10	12	10	12							50,00-50,50 m: ARGILA, CINZA.							
50,50	51,00	12	15	12	15							51,00-51,50 m: ARGILA, CINZA.							
51,50	52,00	10	12	10	12							52,00-52,50 m: ARGILA, CINZA.							
52,50	53,00	12	15	12	15							53,00-53,50 m: ARGILA, CINZA.							
53,50	54,00	10	12	10	12							54,00-54,50 m: ARGILA, CINZA.							
54,50	55,00	12	15	12	15							55,00-55,50 m: ARGILA, CINZA.							
55,50	56,00	10	12	10	12							56,00-56,50 m: ARGILA, CINZA.							
56,50	57,00	12	15	12	15							57,00-57,50 m: ARGILA, CINZA.							
57,50	58,00	10	12	10	12							58,00-58,50 m: ARGILA, CINZA.							
58,50	59,00	12	15	12	15							59,00-59,50 m: ARGILA, CINZA.							
59,50	60,00	10	12	10	12							60,00-60,50 m: ARGILA, CINZA.							
60,50	61,00	12	15	12	15							61,00-61,50 m: ARGILA, CINZA.							
61,50	62,00	10	12	10	12							62,00-62,50 m: ARGILA, CINZA.							
62,50	63,00	12	15	12	15							63,00-63,50 m: ARGILA, CINZA.							
63,50	64,00	10	12	10	12							64,00-64,50 m: ARGILA, CINZA.							
64,50	65,00	12	15	12	15							65,00-65,50 m: ARGILA, CINZA.							
65,50	66,00	10	12	10	12							66,00-66,50 m: ARGILA, CINZA.							
66,50	67,00	12	15	12	15							67,00-67,50 m: ARGILA, CINZA.							
67,50	68,00	10	12	10	12							68,00-68,50 m: ARGILA, CINZA.							
68,50	69,00	12	15	12	15							69,00-69,50 m: ARGILA, CINZA.							
69,50	70,00	10	12	10	12							70,00-70,50 m: ARGILA, CINZA.							
70,50	71,00	12	15	12	15							71,00-71,50 m: ARGILA, CINZA.							
71,50	72,00	10	12	10	12							72,00-72,50 m: ARGILA, CINZA.							
72,50	73,00	12	15	12	15							73,00-73,50 m: ARGILA, CINZA.							
73,50	74,00	10	12	10	12							74,00-74,50 m: ARGILA, CINZA.							
74,50	75,00	12	15	12	15							75,00-75,50 m: ARGILA, CINZA.							
75,50	76,00	10	12	10	12							76,00-76,50 m: ARGILA, CINZA.							
76,50	77,00	12	15	12	15							77,00-77,50 m: ARGILA, CINZA.							
77,50	78,00	10	12	10	12							78,00-78,50 m: ARGILA, CINZA.							
78,50	79,00	12	15	12	15							79,00-79,50 m: ARGILA, CINZA.							
79,50	80,00	10	12	10	12							80,00-80,50 m: ARGILA, CINZA.							
80,50	81,00	12	15	12	15							81,00-81,50 m: ARGILA, CINZA.							
81,50	82,00	10	12	10	12							82,00-82,50 m: ARGILA, CINZA.							
82,50	83,00	12	15	12	15							83,00-83,50 m: ARGILA, CINZA.							
83,50	84,00	10	12	10	12							84,00-84,50 m: ARGILA, CINZA.							
84,50	85,00	12	15	12	15							85,00-85,50 m: ARGILA, CINZA.							
85,50	86,00	10	12	10	12							86,00-86,50 m: ARGILA, CINZA.							
86,50	87,00	12	15	12	15							87,00-87,50 m: ARGILA, CINZA.							
87,50	88,00	10	12	10	12							88,00-88,50 m: ARGILA, CINZA.							
88,50	89,00	12	15	12	15							89,00-89,50 m: ARGILA, CINZA.							
89,50	90,00	10	12	10	12							90,00-90,50 m: ARGILA, CINZA.							
90,50	91,00	12	15	12	15							91,00-91,50 m: ARGILA, CINZA.							
91,50	92,00	10	12	10	12							92,00-92,50 m: ARGILA, CINZA.							
92,50	93,00	12	15	12	15							93,00-93,50 m: ARGILA, CINZA.							
93,50	94,00	10	12	10	12							94,00-94,50 m: ARGILA, CINZA.							
94,50	95,00	12	15	12	15							95,00-95,50 m: ARGILA, CINZA.							
95,50	96,00	10	12	10	12							96,00-96,50 m: ARGILA, CINZA.							
96,50	97,00	12	15	12	15							97,00-97,50 m: ARGILA, CINZA.							
97,50	98,00	10	12	10	12							98,00-98,50 m: ARGILA, CINZA.							
98,50	99,00	12	15	12	15							99,00-99,50 m: ARGILA, CINZA.							
99,50	100,00	10	12	10	12							100,00-100,50 m: ARGILA, CINZA.							
100,50	101,00	12	15	12	15							101,00-101,50 m: ARGILA, CINZA.							
101,50	102,00	10	12	10	12							102,00-102,50 m: ARGILA, CINZA.							
102,50	103,00	12	15	12	15							103,00-103,50 m: ARGILA, CINZA.							
103,50	104,00	10	12	10	12							104,00-104,50 m: ARGILA, CINZA.							
104,50	105,00	12	15	12	15							105,00-105,50 m: ARGILA, CINZA.							
105,50	106,00	10	12	10	12							106,00-106,50 m: ARGILA, CINZA.							
106,50	107,00	12	15	12	15							107,00-107,50 m: ARGILA, CINZA.							
107,50	108,00	10	12	10	12							108,00-108,50 m: ARGILA, CINZA.							
108,50	109,00	12	15	12	15							109,00-109,50 m: ARGILA, CINZA.							
109,50	110,00	10	12	10	12	</													

 AV. PRESIDENTE KENNEDY, 3115 PORCIÚ - CARIACÁ - RJ										SONDAGEM A PERCUSSÃO CNA-03-0RE-01 ANDRÓS									
CLIENTE: _____ DATA: _____ LOCAL: RIO DE JANEIRO - RJ																			
PROJETO: 1/100 DATA: 12/10/08 REVISOR: JEFFERSON OLIVEIRA PROJ. Nº: 52237/D																			
SONDA: SP-157 DATA: _____ ESCALA: 1:50 DA SONDAGEM: N- E-																			
Nº DE PÊLO	ALCANTARA	COTA (m)	SOLTES 30 cm		TORQUE (kgfcm)		ÍNDICE DE RESISTÊNCIA À PENETRAÇÃO (N)						CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS	RESISTÊNCIA ESTIMADA					
			INICIAL	FINAL	Mín.	Max.	0	10	20	30	40	50							
1	1	0,00	0,00	0,00	10	2								0,00-1,00 m: SÍLICO ARGILOSO	SEDIMENTOS CONSOLIDADOS				
	2	0,10	0,10	5	3									1,00-2,10 m: AREIA PRETA					
	3	0,20	0,20	5	4														
	4	0,30	0,30	5	4									2,10-4,50 m: AREIA CINZA					
	5	0,40	0,40	5	4														
	6	0,50	0,50	5	2														
	7	0,60	0,60	7	2									4,50-7,40 m: AREIA CINZA					
	8	0,70	0,70	5	3														
	9	0,80	0,80	5	3														
	10	0,90	0,90	5	2														
	11	1,00	1,00	5	2														
	12	1,10	1,10	5	3														
	13	1,20	1,20	5	3														
	14	1,30	1,30	5	3														
	15	1,40	1,40	5	2														
	16	1,50	1,50	5	2														
	17	1,60	1,60	5	2														
DETALHE INTERMEDIÁRIO: N/A			MÉTODO: N/A		MÉTODO: N/A		LIMITE DE 5% TEMPO - 10 MIN.						OBS: BOLETIM DE CAMPO E ANÁLISES ESTARÃO DISPONÍVEIS NA EMPRESA POR UM PERÍODO DE 90 DIAS.						
T. SONDAGEM: N/A			T. SONDAGEM: N/A		ESTADO 1 (cm): 0														
T. ESTIMADA: N/A			T. ESTIMADA: N/A		ESTADO 2 (cm): 0														
T. SONDAGEM: N/A			T. SONDAGEM: N/A		ESTADO 3 (cm): 0														

 In Situ AN. PRESIDENTE KENNEDY, 3115 FURTO - CURITIBA - PR.										SONDAGEM A PERCUSSÃO CRA-03-0RE-01 ANDROS									
CLIENTE: DATA:										LOCAL: RIO DE JANEIRO - RJ									
ESCALA: 1/100										DATA: 12/10/08									
SONDAGEM: 157										SOND. LOS. DA SONDAGEM: N - E									
PROFUNDIDADE (m)										CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS									
BOLEIM 30 cm										ÍNDICE DE RESISTÊNCIA À PENETRAÇÃO (N)									
INICIAL FINAL										0 10 20 30 40 50									
10-15										10-15									
15-20										15-20									
20-25										20-25									
25-30										25-30									
30-35										30-35									
35-40										35-40									
40-45										40-45									
45-50										45-50									
50-55										50-55									
55-60										55-60									
60-65										60-65									
65-70										65-70									
70-75										70-75									
75-80										75-80									
80-85										80-85									
85-90										85-90									
90-95										90-95									
95-100										95-100									
100-105										100-105									
105-110										105-110									
110-115										110-115									
115-120										115-120									
120-125										120-125									
125-130										125-130									
130-135										130-135									
135-140										135-140									
140-145										140-145									
145-150										145-150									
150-155										150-155									
155-160										155-160									
160-165										160-165									
165-170										165-170									
170-175										170-175									
175-180										175-180									
180-185										180-185									
185-190										185-190									
190-195										190-195									
195-200										195-200									
200-205										200-205									
205-210										205-210									
210-215										210-215									
215-220										215-220									
220-225										220-225									
225-230										225-230									
230-235										230-235									
235-240										235-240									
240-245										240-245									
245-250										245-250									
250-255										250-255									
255-260										255-260									
260-265										260-265									
265-270										265-270									
270-275										270-275									
275-280										275-280									
280-285										280-285									
285-290										285-290									
290-295										290-295									
295-300										295-300									
300-305										300-305									
305-310										305-310									
310-315										310-315									
315-320										315-320									
320-325										320-325									
325-330										325-330									
330-335										330-335									
335-340										335-340									
340-345										340-345									
345-350										345-350									
350-355										350-355									
355-360										355-360									
360-365										360-365									
365-370										365-370									
370-375										370-375									
375-380										375-380									
380-385										380-385									
385-390										385-390									
390-395										390-395									
395-400										395-400									
400-405										400-405									
405-410										405-410									
410-415										410-415									
415-420										415-420									
420-425										420-425									
425-430										425-430									
430-435										430-435									
435-440										435-440									
440-445										440-445									
445-450										445-450									
450-455										450-455									
455-460										455-460									
460-465										460-465									
465-470										465-470									
470-475										470-475									
475-480										475-480									
480-485										480-485									
485-490										485-490									
490-495										490-495									
495-500										495-500									
500-505										500-505									
505-510										505-510									
510-515										510-515									
515-520										515-520									
520-525										520-525									
525-530										525-530									
530-535										530-535									
535-540										535-540									
540-545										540-545									
545-550										545-550									
550-555										550-555									
555-560										555-560									
560-565										560-565									
565-570										565-570									
570-575										570-575									
575-580										575-580									
580-585										580-585									
585-590										585-590									
590-595										590-595									
595-600										595-600									
600-605										600-605									
605-610										605-610									
610-615										610-615									
615-620										615-620									
620-625										620-625									
625-630										625-630									
630-635										630-635									
635-640										635-640									
640-645										640-645									
645-650										645-650									
650-655										650-655									
655-660										655-660									
660-665										660-665									
665-670										665-670									
670-675										670-675									
675-680										675-680									
680-685										680-685									
685-690										685-690									
690-695										690-695									
695-700										695-700									
700-705										700-705									
705-710										705-710									
710-715										710-715									
715-720										715-720									
720-725										720-725									
725-730										725-730									
730-735										730-735									
735-740										735-740									
740-745										740-745									
745-750										745-750									
750-755										750-755									
755-760										755-760									
760-765										760-765									
765-770										765-770									
770-775										770-775									
775-780										775-780									
780-785										780-785									
785-790										785-790									
790-795										790-795									
795-800										795-800									
800-805										800-805									
805-810										805-810									
810-815										810-815									
815-820										815-820									
820-825										820-825									
825-830										825-830									
830-835										830-835									
835-840										835-840									
840-845										840-845									
845-850										845-850									
850-855										850-855									
855-860										855-860									
860-865										860-865									
865-870										865-870									
870-875										870-875									
875-880										875-880									
880-885										880-885									
885-890										885-890									
890-895										890-895									
895-900										895-900									
900-905										900-905									
905-910										905-910									
910-915										910-915									
915-920										915-920									
920-925										920-925									
925-930										925-930									
930-935										930-935									
935-940										935-940									
940-945										940-945									
945-950										945-950									
950-955										950-955									
955-960										955-960									
960-965										960-965									
965-970										965-970									
970-975										970-975									
975-980										975-980									
980-985										980-985									
985-990										985-990									
990-995										990-995									
995-1000										995-1000									

DESCRIÇÃO INTERLOCUTÓRIA: N.º 44m

DATA: 12/10/08

LOCAL: RIO DE JANEIRO - RJ

PROFUNDIDADE: 100m

USO: SONDAGEM

REVISÃO: 01

PROF. DE PROJETO: 01

ESTADO: 1

ESTADO: 2

ESTADO: 3

USO: SONDAGEM

PROF. DE PROJETO: 01

ESTADO: 1

ESTADO: 2

ESTADO: 3

OBS: BOLEIM DE CAMPO E AMOSTRAS ESTARÃO DISPONÍVEIS NA EMPRESA POR UM PERÍODO DE 30 DIAS.



In Situ
ENGENHARIA

AV. PRESIDENTE KENNEDY, 3115
PARQUE ALVARO DE ARAUJO
COP. 04010-210
JARDIM ALVARO DE ARAUJO
SANTO CARLOS - SP
FONE: (011) 3333-1234
FAX: (011) 3333-5678
E-MAIL: contato@insitu.com.br
WWW.INSITU.COM.BR

SONDAGEM A PERCUSSÃO

CLIENTE: _____

OBRA: _____

LOCAL: RIO DE JANEIRO - RJ

ESCALA: 1:100

DATA: 10/10/05

DESL: DEFERSON GUIMARÃES

CHAMADA: 52237/D

SONDAGEM: SP-157

COTA: 3,287

COTAS: 100 DA SONDAGEM: N: 7466129,065 E: 429818,153

PROFUNDIDADE (m)	COTAGEM (m)	COTAS (m)	COLPES / 30 cm		TORQUE (kg/m)		ÍNDICE DE RESISTÊNCIA À PERCUSSÃO (N)										CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS
			INICIAL	FINAL	INICIAL	FINAL	0	10	20	30	40	50					
1	3,287	3,287	4	8	10	8											0,00-2,40 m: SILTE ARGILOSO
2	3,287	3,287	7	8	13	10											2,40-6,50 m: ARGILA CINZA
3	3,287	3,287	10	8	12	10											
4	3,287	3,287	10	8	12	10											
5	3,287	3,287	10	8	12	10											
6	3,287	3,287	10	8	12	10											
7	3,287	3,287	10	8	12	10											6,50-8,50 m: ARGILA ARENOSA
8	3,287	3,287	10	8	12	10											8,50-12,50 m: ARGILA CINZA ESCURA
9	3,287	3,287	10	8	12	10											
10	3,287	3,287	10	8	12	10											
11	3,287	3,287	10	8	12	10											
12	3,287	3,287	10	8	12	10											
13	3,287	3,287	10	8	12	10											12,50-28,00 m: AREIA FINA
14	3,287	3,287	10	8	12	10											
15	3,287	3,287	10	8	12	10											
16	3,287	3,287	10	8	12	10											
17	3,287	3,287	10	8	12	10											
18	3,287	3,287	10	8	12	10											
19	3,287	3,287	10	8	12	10											
20	3,287	3,287	10	8	12	10											
21	3,287	3,287	10	8	12	10											
22	3,287	3,287	10	8	12	10											

LEITURA: 10/10/05

DESL: DEFERSON GUIMARÃES

CHAMADA: 52237/D

Método: SPT

Profundidade (m): 28,00

Resistência (kg/cm²): 1,00

Resistência (MPa): 1,00

Observações: BOLETIM DE CAMPO E AMOSTRAS ESTARÃO DISPONÍVEIS NA EMPRESA POR UM PERÍODO DE 30 DIAS.

In Situ		AV. PRESIDENTE KENNEDY, 3115 FURTO - CUNHA - RJ		SONDAGEM A PERCUSSÃO		CBA-03-0RE-01 ANDROS									
CLIENTE:															
NOME:															
LOCAL: RIO DE JANEIRO - RJ															
PROJETO: 1/100		DATA: 10/10/08		REQ. JEFFERSON OLIVEIRA		CPL. PR 52237/D									
PROJETO: 1/100		DATA: 10/10/08		REQ. LUCAS DA SONDAGEM		Nº: 7466179,065 E: 620818,153									
Nº	NOME	COTA (m)	SOLTES		TORQUE		ÍNDICE DE RESISTÊNCIA À PENETRAÇÃO (N)						CLASSIFICAÇÃO DOS MATERIAIS	RESCALDO	
			INICIAL	FINAL	Mm	Res.	0	10	20	30	40	50			
1	10	10.00	10	20	10	0									
2	20	10.10	10	15	5	0									
3	30	10.20	10	20	10	0									
4	40	10.30	10	15	5	0									
5	50	10.40	10	20	10	0									
6	60	10.50	10	20	10	0									
7	70	11.00	10	20	10	0									
8	80	11.10	10	20	10	0									
9	90	11.20	10	20	10	0									
10	100	11.30	10	20	10	0									
11	110	11.40	10	20	10	0									
12	120	11.50	10	20	10	0									
13	130	12.00	10	20	10	0									
14	140	12.10	10	20	10	0									
15	150	12.20	10	20	10	0									
16	160	12.30	10	20	10	0									
17	170	12.40	10	20	10	0									
18	180	12.50	10	20	10	0									
19	190	13.00	10	20	10	0									
20	200	13.10	10	20	10	0									
21	210	13.20	10	20	10	0									
22	220	13.30	10	20	10	0									
23	230	13.40	10	20	10	0									
24	240	13.50	10	20	10	0									
25	250	14.00	10	20	10	0									
26	260	14.10	10	20	10	0									
27	270	14.20	10	20	10	0									
28	280	14.30	10	20	10	0									
29	290	14.40	10	20	10	0									
30	300	14.50	10	20	10	0									
31	310	15.00	10	20	10	0									
32	320	15.10	10	20	10	0									
33	330	15.20	10	20	10	0									
34	340	15.30	10	20	10	0									
35	350	15.40	10	20	10	0									
36	360	15.50	10	20	10	0									
37	370	16.00	10	20	10	0									
38	380	16.10	10	20	10	0									
39	390	16.20	10	20	10	0									
40	400	16.30	10	20	10	0									
41	410	16.40	10	20	10	0									
42	420	16.50	10	20	10	0									
43	430	17.00	10	20	10	0									
44	440	17.10	10	20	10	0									
45	450	17.20	10	20	10	0									
46	460	17.30	10	20	10	0									
47	470	17.40	10	20	10	0									
48	480	17.50	10	20	10	0									
49	490	18.00	10	20	10	0									
50	500	18.10	10	20	10	0									
51	510	18.20	10	20	10	0									
52	520	18.30	10	20	10	0									
53	530	18.40	10	20	10	0									
54	540	18.50	10	20	10	0									
55	550	19.00	10	20	10	0									
56	560	19.10	10	20	10	0									
57	570	19.20	10	20	10	0									
58	580	19.30	10	20	10	0									
59	590	19.40	10	20	10	0									
60	600	19.50	10	20	10	0									
61	610	20.00	10	20	10	0									
62	620	20.10	10	20	10	0									
63	630	20.20	10	20	10	0									
64	640	20.30	10	20	10	0									
65	650	20.40	10	20	10	0									
66	660	20.50	10	20	10	0									
67	670	21.00	10	20	10	0									
68	680	21.10	10	20	10	0									
69	690	21.20	10	20	10	0									
70	700	21.30	10	20	10	0									
71	710	21.40	10	20	10	0									
72	720	21.50	10	20	10	0									
73	730	22.00	10	20	10	0									
74	740	22.10	10	20	10	0									
75	750	22.20	10	20	10	0									
76	760	22.30	10	20	10	0									
77	770	22.40	10	20	10	0									
78	780	22.50	10	20	10	0									
79	790	23.00	10	20	10	0									
80	800	23.10	10	20	10	0									
81	810	23.20	10	20	10	0									
82	820	23.30	10	20	10	0									
83	830	23.40	10	20	10	0									
84	840	23.50	10	20	10	0									
85	850	24.00	10	20	10	0									
86	860	24.10	10	20	10	0									
87	870	24.20	10	20	10	0									
88	880	24.30	10	20	10	0									
89	890	24.40	10	20	10	0									
90	900	24.50	10	20	10	0									
91	910	25.00	10	20	10	0									
92	920	25.10	10	20	10	0									
93	930	25.20	10	20	10	0									
94	940	25.30	10	20	10	0									
95	950	25.40	10	20	10	0									
96	960	25.50	10	20	10	0									
97	970	26.00	10	20	10	0									
98	980	26.10	10	20	10	0									
99	990	26.20	10	20	10	0									
100	1000	26.30	10	20	10	0									

DESTINO: INTERVALO DATA (AA-MM-DD)

10/10/08 10/10/08 10/10/08

10/10/08 10/10/08 10/10/08

NETO: 10/10/08 10/10/08 10/10/08

10/10/08 10/10/08 10/10/08

10/10/08 10/10/08 10/10/08

UNIDADE: 10/10/08 10/10/08 10/10/08

10/10/08 10/10/08 10/10/08

10/10/08 10/10/08 10/10/08

OBS: BOLETIM DE CAMPO E ANOTAÇÕES ESTARÃO DISPONÍVEIS NA EMPRESA POR UM PERÍODO DE 30 DIAS.

ALTIMETRIA		PERFIL GRÁFICO		ENSAIO DE PENETRAÇÃO DINÂMICA		SONDAGEM: SPT-092		Início: 17/05/10 Término: 24/05/10	
COTA EM RELAÇÃO AO R.N. (m)		PROF. DO NÍVEL D'ÁGUA FINAL (m)		PESO: 65Kg AMOSTRADOR Ø 3,49cm ALTURA DE QUEDA: 75cm		COTA DA BOCA DO FURO (m): 380,820			
		A V A N C O		R E V E S T I M E N T O		P E R F I L		CLASSIFICAÇÃO DAS CAMADAS	
		2 1/2"		H W N W					
						Nº DE GOLPES / 30cm		GRÁFICO DO Nº DE GOLPES / 30cm	
						INICIAIS FINAIS		INICIAIS FINAIS	
								10 20 30 40	
								PROFUNDIDADE DA MANOBR (m)	
								PROFUNDIDADE DAS CAMADAS (m)	
380,820		S		-	1	-			
		S		2/34	2	2			
		T		2/35	3	2/33			
		T		2/33	4	2/26			
		T		2/35	5	2/29			
		T		1/36	6	1/15			
		T		2/35	7	2/23			
		T		2/33	8	2/31			
		T		2/33	9	2/32			
		T		7/31	10	6/28			
		T		4/31	11	5/29			
		T		3/31	12	4/29			
		T		6	13	7/29			
		T		8	14	9/29			
		T		7/31	15	7/29			
		T		8/31	16	10/29			
		T		10/32	17	11/31			
		T		9	18	12			
		T		9/31	19	10/31			
PROFUNDIDADE DO NÍVEL D'ÁGUA (m)		R E C U P E R A Ç Ã O (%)		Ø D A C O R O A (%)		R Q D (%)		20 40 60 80 (%) DE RECUPERAÇÃO	
DATA	MEDIDA							A1-Sã ou praticam. sã	
19/05/10	SECO							A2-Medianam. alterada	
20/05/10	SECO							A3-Alterada	
21/05/10	SECO							F1-Ocasionalm. fraturada	
								F2-Pouco fraturada	
								F3-Medianam. fraturada	
								F4-Muito fraturada	
								F5-Extrem. fraturada	
								C1-Muito coerente	
								C2-Coerente	
								C3-Pouco coerente	
								C4-Friável	

Areia fina quartzosa, argilosa, com mica, vermelha, fofa a medianamente compacta.

← Fofa

Continua a camada.

ROTATIVA

ALTIMETRIA		PERFIL GRÁFICO		ENSAIO DE PENETRAÇÃO DINÂMICA						SONDAGEM: SPT-092		Início: 17/05/10 Término: 24/05/10	
PESO: 65Kg AMOSTRADOR: Ø 3,49cm Øe 5,08cm		ALTURA DE QUEDA: 75cm		Nº DE GOLPES / 30cm		GRÁFICO DO Nº DE GOLPES / 30cm		COTA DA BOCA DO FURO (m): 380,820					
COTA EM RELAÇÃO AO R.N. (m)	PROF. DO NÍVEL D'ÁGUA FINAL (m)	AVANÇO	REVESTIMENTO	P E R F I L	Nº DE GOLPES / 30cm	INICIAIS	FINAIS	10 20 30 40				PROFUNDIDADE DA MANOBRAS (m)	CLASSIFICAÇÃO DAS CAMADAS
-358,320		T			11	20	14					21,50	Areia fina quartzosa, argilosa, com mica, vermelha, fofa a medianamente compacta.
		T			9	21	13						
		T			10	22	12/28						Areia fina e média quartzosa, siltsosa, com mica, vermelha, medianamente compacta.
		T			12	23	14						
-358,820		T			11	24	14					24,00	Areia fina quartzosa, argilosa, com mica, vermelha, medianamente compacta a compacta.
		T			10/31	25	11/31						
-354,820		T			16	26	22					26,00	
		T			16	27	20						
		T			20	28	24						
		T			17	29	27						
		T			19	30	23						Areia fina e média quartzosa, siltsosa, com pedregulhos de quartzo, mica, vermelha, compacta.
		T			26	31	31						
		T			26	32	30						
		T			23	33	28						
-345,520		T			24	34	30						
		T			32	35	38						
		T			22	36	13/15					35,30	Areia fina quartzosa, siltsosa, com mica, vermelha, compacta e medianamente compacta.
		T			18	37	24						
	T			14	38	20							
----- Continua a camada -----													
PROFUNDIDADE DO NÍVEL D'ÁGUA (m)				R E C U P E R A Ç Ã O (%)	Ø	R Q D (%)	20 40 60 80 (% DE RECUPERAÇÃO)		A1-Su ou praticam. sã	F1-Ocasionalm. fraturada	C1-Muito coerente		
DATA		MEDIDA					A2-Medianam. alterada	F2-Pouco fraturada	C2-Coerente				
24/05/10		SECO					A3-Alterada	F3-Medianam. fraturada	C3-Pouco coerente				
								F4-Muito fraturada	C4-Friável				
								F5-Extrem. fraturada					

ALTIMETRIA		PERFIL GRÁFICO		ENSAIO DE PENETRAÇÃO DINÂMICA		SONDAGEM: SPT-092		Início: 17/05/10 Término: 24/05/10					
COTA EM RELAÇÃO AO R.N. (m)	PROF. DO NÍVEL D'ÁGUA FINAL (m)	AVANÇO	REVESTIMENTO	PERFIL	PESO: 65Kg AMOSTRADOR: Ø 3,49cm ALTURA DE QUEDA: 75cm	Nº DE GOLPES / 30cm	GRÁFICO DO Nº DE GOLPES / 30cm	COTA DA BOCA DO FURO (m): 380,820					
		2 1/2" HW	2 1/2" HW			INICIAIS	FINAIS						
		T				15	39	17					
		T				22	40	25					
		T				24	41	30					
340,370									40,45				
CLASSIFICAÇÃO DAS CAMADAS Areia fina quartzosa, siltosa, com mica, vermelha, compacta e medianamente compacta. Paralizado por limite de capacidade operacional do equipamento. NOTAS: 1) COORDENADAS (m) <table border="1"> <thead> <tr> <th>N</th> <th>E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>7.678.928</td> <td>412.967</td> </tr> </tbody> </table>										N	E	7.678.928	412.967
N	E												
7.678.928	412.967												
PROFUNDIDADE DO NÍVEL D'ÁGUA (m)		R E C U P E R A Ç Ã O (%)		Ø	R Q D (%)	20 40 60 80 (% DE RECUPERAÇÃO)		Alteração	Fraturamento	Coerência			
DATA	MEDIDA					N = Nº DE FRAGMENTOS POR METRO DE MANOBRAS ☒ = AMOSTRA NÃO RECUPERADA NA COLUNA AVANÇO, SE INDICADO "S" (A SECO) OU "T" (TREPANO).		A1-S8 ou praticam. s8	F1-Ocasionalm. fraturada	C1-Muito coerente			
								A2-Medianam. alterada	F2-Pouco fraturada	C2-Coerente			
								A3-Alterada	F3-Medianam. fraturada	C3-Pouco coerente			
									F4-Muito fraturada	C4-Friável			
									F5-Extrem. fraturada				

Apêndice B

Neste apêndice é apresentada a rotina programada para a determinação de frequências longitudinais em estacas.

**Vibrações Axiais em Estacas:
Barra em Base Elástica**

1. Introdução

Metodologia, baseada no método de Rayleigh-Ritz para cálculo de frequências naturais de vibração de barras em base elástica. Para deslocamentos longitudinais são utilizadas funções lineares convencionais enriquecidas por um número NL de e funções adicionais trigonométricas. Essas funções adicionais satisfazem as condições de contorno nulas em deslocamentos e rotações.

$L := 35.9$

Comprimento da estaca

[m]

$K_s := 353695$

Soil Spring
Stiffness [kN/m]

$d := 34.3$

Comprimento imerso em solo

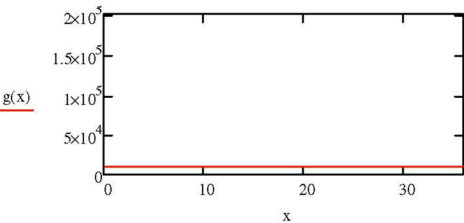
[m]

$K_s = 3.53695 \times 10^5$

Função $g(x) = K_s/L$ (modulus of subgrade reaction).

$g(x) := \frac{K_s}{d}$

Modulus of
Subgrade
Reaction [kN/m²]



$E := 29979 \cdot 10^3$

Módulo de elasticidade longitudinal da estaca

[kN/m²]

$\rho := 24$

Peso específico do material da estaca

[kN/m³]

$A := 2039 \cdot 10^{-4}$

Area da seção transversal da estaca

[m²]

$m := \frac{A \cdot L \cdot \rho}{L \cdot 9.81}$

massa por unid. comprimento da estaca

[kN/m/(m/s²)]

Números de funções adicionais:

$NL := 15$

2. Funções Básicas Longitudinais de uma Barra

No caso de uma barra sujeita apenas a alongamento/encurtamento o campo de deslocamentos convencional é uma função linear dos deslocamentos nodais.

$$ub(x, L) := \begin{pmatrix} 1 - \frac{x}{L} \\ \frac{x}{L} \end{pmatrix} \quad dub(x, L) := \begin{pmatrix} -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix}$$

Funções Adicionais

As funções adicionais longitudinais são obtidas de forma hierárquica. No caso, basta utilizar termos em seno, que atendem à condição de zero deslocamento nos nós.

$$nL := 1..NL$$

$$uL(x, nL, L) := \sin\left(\frac{nL \cdot \pi \cdot x}{L}\right)$$

$$duL(x, nL, L) := \cos\left(nL \cdot \frac{\pi}{L} \cdot x\right) \cdot nL \cdot \frac{\pi}{L}$$

Tomando apenas funções polinomiais básicas ub :

$$i := 1..2 \quad j := 1..2$$

Energia cinética VC -> matriz de massa:

$$M_{CLb_{i,j}} := \int_0^L m \cdot ub(x, L)_i \cdot ub(x, L)_j \, dx$$

Energia de deformação V1 -> matriz de rigidez elástica:

$$K_{ELb_{i,j}} := \int_0^L E \cdot A \cdot dub(x, L)_i \cdot dub(x, L)_j \, dx$$

Interação entre as funções básicas e as funções adicionais:

$$i := 1..2 \quad j := 1..NL$$

Massa:

$$M_{CLbt,i,j} := \int_0^L m \cdot ub(x,L)_i \cdot uL(x,j,L) dx \quad M_{CLb} := M_{CLbt}^T$$

Rigidez elástica:

$$K_{ELbt,i,j} := \int_0^L E \cdot A \cdot dub(x,L)_i \cdot duL(x,j,L) dx \quad K_{ELb} := K_{ELbt}^T$$

Funções Adicionais

$i := 1..NL$

$j := 1..NL$

Massa:

$$M_{CLt_{\text{Adi}}}_{i,j} := \int_0^L m \cdot uL(x,i,L)_i \cdot uL(x,j,L)_j dx$$

Rigidez elástica:

$$K_{ELt,i,j} := \int_0^L E \cdot A \cdot duL(x,i,L)_i \cdot duL(x,j,L)_j dx$$

Formação das matrizes completas a partir das submatrizes

Massa: $M_{cL} := \text{augment}(M_{CLb}, M_{CLbt})$ $Aux := \text{augment}(M_{CLb}, M_{CLt})$ $M_{cL} := \text{stack}(M_{cL}, Aux)$

Rigidez elástica: $K_{EL} := \text{augment}(K_{ELb}, K_{ELbt})$ $Aux := \text{augment}(K_{ELb}, K_{ELt})$
 $K_{EL} := \text{stack}(K_{EL}, Aux)$

3. Inclusão de Base Elástica

Para incluir o efeito de uma base elástica, basta incorporar a energia correspondente, seja como externa ou como interna (incluindo na energia de deformação). Tomando $Ks/L=g(x)$, obtém-se uma matriz de rigidez já acrescida desse efeito, como mostrado abaixo.

Integração ao Longo da Barra

Funções Básicas:

$i := 1..2$ $j := 1..2$

Matriz de rigidez associada à energia de deformação da base: $K_{ELkb,i,j} := \int_0^d g(x) \cdot ub(x,L)_i \cdot ub(x,L)_j dx$

Interação entre as funções básicas e as funções adicionais

$i := 1..2$ $j := 1..NL$

Matriz de rigidez associada à energia de deformação da base:

$$K_{ELkb1,j} := \int_0^d g(x) \cdot ub(x,L)_1 \cdot uL(x,j,L) \, dx \quad K_{ELkb} := K_{ELkb}^T$$

Funções Adicionais $i := 1..NL$ $j := 1..NL$

Matriz de rigidez associada à energia de Deformação da base: $K_{ELkt_{i,j}} := \int_0^d g(x) \cdot uL(x,i,L) \cdot uL(x,j,L) \, dx$

Soma na matriz de rigidez:

$$K_{ELb} := K_{ELb} + K_{ELkb} \quad K_{ELkt} := K_{ELkt} + K_{ELkb} \quad K_{ELtb} := K_{ELtb} + K_{ELkb} \quad K_{ELt} := K_{ELt} + K_{ELkt}$$

Montagem das Matrizes oriundas das diversas energias

Notar que não foi considerado o efeito geométrico na base. Além disso, foi desprezada a massa da base elástica.

$$K_{EL} := \text{augment}(K_{ELb}, K_{ELkt}) \quad \text{Aux} := \text{augment}(K_{ELtb}, K_{ELt})$$

$$K_{EL} := \text{stack}(K_{EL}, \text{Aux})$$

$$K_{EL1,1} = 2.93658 \times 10^5$$

$$K_{EL2,2} = 2.77894 \times 10^5$$

Condições de apoio:

$$cmola_1 := 0 \quad [F]/[L]$$

$$cmola_2 := 0 \quad [F]/[L]$$

Imposição das Condições de Apoio:

$$K_{E2} := K_{EL}$$

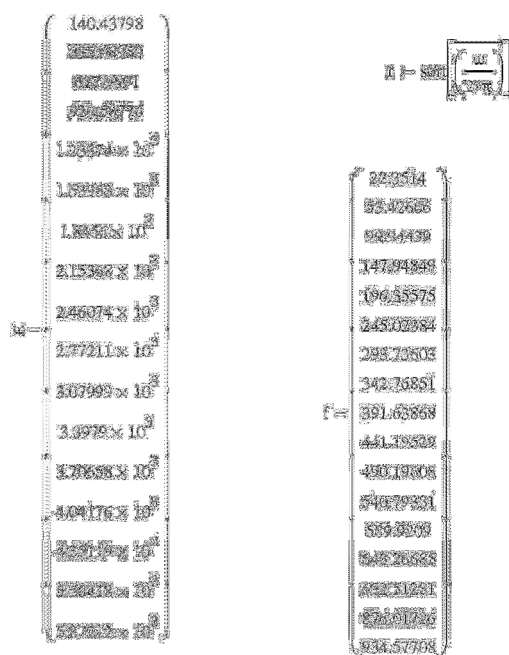
$$i := 1..2$$

$$K_{E2_{i,i}} := K_{EL_{i,i}} + cmola_i$$

Resolvendo o problema de autovalores para as frequências.

$$\omega_{\text{square}} := \text{eigenvals}\left[(M_{cl})^{-1} \cdot (K_{E2})\right]$$

$$\omega := \text{sort}\left(\sqrt{\omega_{\text{square}}}\right)$$



Apêndice C

Neste apêndice é apresentada a rotina programada para a determinação de frequências transversais em estacas.

Vibrações Transversais em Estacas:
Vigas em Base Elástica

1. Introdução

É apresentada uma metodologia, baseada no método de Rayleigh-Ritz para cálculo de frequências e modos de vibração de vigas **esbeltas** (i.e., satisfazendo a aproximação clássica de Euler-Bernoulli) em base elástica. Na modelagem do elemento de viga, utilizam-se para aproximação de deslocamentos transversais funções cúbicas convencionais, enriquecidas por um número NT de funções adicionais que combinam funções polinomiais e trigonométricas. Essas funções adicionais satisfazem as condições de contorno nulas em deslocamentos e rotações.

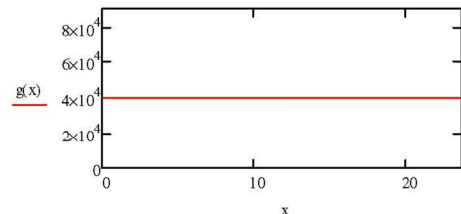
$L_e := 23.6$ Comprimento da estaca [m]

$d := 23.6$ Comprimento imerso em solo [m]

Função $g(x) = K_s/L$ (modulos of subgrade reaction).

$K_s := 944000$ Soil Spring Stiffness [kN/m]

$g(x) := \frac{K_s}{L}$ Modulus of Subgrade Reaction [kN/m²]



$E := 5600\sqrt{20} \cdot 1000$ Módulo de elasticidade da estaca [kN/m²]

$\rho := 24$ Peso específico do material da estaca [kN/m³]

$I := \pi \cdot \frac{(.7^4)}{64}$ Momento de Inércia da seção transversal da estaca [m⁴]

$A := \pi \cdot \frac{.7^2}{4}$ Area da seção transversal da estaca [m²]

$m := \frac{A \cdot L \cdot \rho}{L \cdot 9.81}$ massa por unid. comprimento da estaca [kN/m/(m/s²)]

$P := 1650$ Magnitude da Carga Axial [kN]

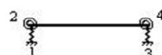
Números de funções adicionais:

$NT := 15$

$NL := 15$

2. Geração das funções transversais cúbicas básicas da viga e suas derivadas

Estas funções $wT(i)$, $i = 1..4$, correspondem a deslocamentos unitários em cada um dos 4 graus de liberdade do elemento de viga indicados na figura.

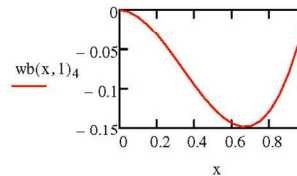
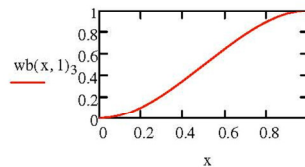
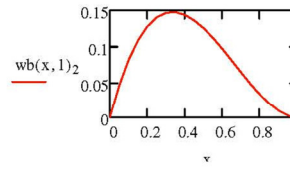
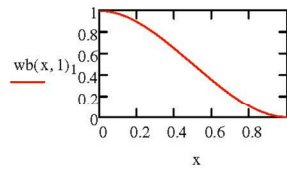


$nbasT := 1..4$

$$wb(x,L) := \begin{pmatrix} 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3} \\ x - 2\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ 3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3} \\ -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{pmatrix} \quad ddbwb(x,L) := \begin{pmatrix} -\frac{6}{L^2} + 12\frac{x}{L^3} \\ -\frac{4}{L} + 6\frac{x}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} - 12\frac{x}{L^3} \\ -\frac{2}{L} + 6\frac{x}{L^2} \end{pmatrix} \quad dwb(x,L) := \begin{pmatrix} -6\frac{x}{L^2} + 6\frac{x^2}{L^3} \\ 1 - 4\frac{x}{L} + 3\frac{x^2}{L^2} \\ 6\frac{x}{L^2} - 6\frac{x^2}{L^3} \\ -2\frac{x}{L} + 3\frac{x^2}{L^2} \end{pmatrix}$$

Gráficos das Funções Básicas das Vigas:

$x := 0, 0.05 \dots 1$



3. Geração das funções adicionais

Estas funções são a soma de funções cúbicas com a função seno, com a propriedade de valores nulos das funções e suas primeiras derivadas nas extremidades $x=0$ e $x=L$. Desta forma, as funções adicionais permitem um refinamento hierárquico, não sendo afetadas pelas condições de contorno essenciais do elemento (deslocamentos e rotações nodais). Para melhorar a aproximação, basta especificar um número maior de funções adicionais (as funções básicas permanecem sempre as mesmas).

Notar que outras famílias de funções (polinômios de grau maior que 3, p.e.) poderiam ser usadas; basta impor as condições de deslocamentos e rotações nulas nas extremidades para tais funções. Para evitar problemas numéricos com uso de várias funções, pode-se utilizar uma família de funções ortogonais com respeito à energia de deformação V_1 .

$n := 1 \dots NT$

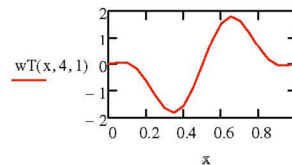
$$wT(x, n, L) := \frac{-n \cdot \pi}{L} \cdot x + \frac{n \cdot \pi}{L^2} \left[2 + (-1)^n \right] \cdot x^2 - \frac{n \cdot \pi}{L^3} \left[1 + (-1)^n \right] \cdot x^3 + \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right)$$

$$dwT(x, n, L) := -n \cdot \frac{\pi}{L} + 2 \cdot n \cdot \pi \cdot \frac{\left[2 + (-1)^n \right]}{L^2} \cdot x - 3 \cdot n \cdot \pi \cdot \frac{\left[1 + (-1)^n \right]}{L^3} \cdot x^2 + \cos\left(n \cdot \frac{\pi}{L} \cdot x\right) \cdot n \cdot \frac{\pi}{L}$$

$$ddwT(x, n, L) := 2 \cdot n \cdot \pi \cdot \frac{\left[2 + (-1)^n \right]}{L^2} - 6 \cdot n \cdot \pi \cdot \frac{\left[1 + (-1)^n \right]}{L^3} \cdot x - \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{L} \cdot x\right) \cdot n \cdot \frac{\pi^2}{L^2}$$

Gráficos das Funções Adicionais:

$x := 0, 0.05 \dots 1$



4. Obtenção das Matrizes de Rigidez Elástica, Massa e Rigidez Geométrica

Notar que:

1) as matrizes de rigidez elástica KE (no caso, apenas com energia de flexão), rigidez geométrica (das tensões) KG ou KS, e massa M, podem ser obtidas, respectivamente, das energias

V1 (de deformação), proporcional à integral de w'^2 ,
V3 (das tensões para carga de direção constante = trabalho das cargas),
proporcional à integral de $w_1'^2$,
e VC (cinética), proporcional à integral de w^2 ;

2) quando as cargas são conservativas, mas não permanecem de direção e magnitude constante no processo de flambagem, é necessário acrescentar a matriz de rigidez (que também as vezes é chamada de "geométrica adicional") das cargas KL, associada à energia V4 (i.e., trabalho das cargas, além do já computado em V3);

3) quando as cargas não são conservativas, é possível gerar a correspondente matriz de rigidez das cargas (não-simétrica) com uso de considerações de equilíbrio ou do trabalho incremental das cargas $-dV_4 = dW$ (aqui não é possível integrar, pois não há função de energia no caso não-conservativo).

Tomando apenas funções polinomiais básicas wT_b :

$i := 1..4 \quad j := 1..4$

Energia cinética VC -> matriz de massa: $M_{Cbt_{i,j}} := \int_0^L m \cdot wb(x, L)_i \cdot wb(x, L)_j dx$

Energia da força axial V3 -> matriz geométrica: $K_{Gbt_{i,j}} := \int_0^L dwb(x, L)_i \cdot dwb(x, L)_j dx$

Energia de deformação V1 -> matriz de rigidez elástica: $K_{Ebt_{i,j}} := \int_0^L E \cdot I \cdot ddwb(x, L)_i \cdot ddwb(x, L)_j dx$

Interação entre as funções básicas e as funções adicionais:

$i := 1..4 \quad j := 1..NT$

Massa: $M_{Cbt_{i,j}} := \int_0^L m \cdot wb(x, L)_i \cdot wT(x, j, L) dx \quad M_{Ctb} := M_{Cbt}^T$

Rigidez Geométrica: $K_{Gbt_{i,j}} := \int_0^L dwb(x, L)_i \cdot dwT(x, j, L) dx \quad K_{Gtb} := K_{Gbt}^T$

Rigidez elástica: $K_{Ebt_{i,j}} := \int_0^L E \cdot I \cdot ddwb(x, L)_i \cdot ddwT(x, j, L) dx \quad K_{Etb} := K_{Ebt}^T$

Funções Adicionais

$$i := 1..NT$$

$$j := 1..NT$$

Massa:
$$M_{Ci,j} := \int_0^L m \cdot wT(x,i,L) \cdot wT(x,j,L) dx$$

Rigidez Geométrica:
$$K_{Gi,j} := \int_0^L dwT(x,i,L) \cdot dwT(x,j,L) dx$$

Rigidez elástica:
$$K_{Ei,j} := \int_0^L E \cdot I \cdot ddwT(x,i,L) \cdot ddwT(x,j,L) dx$$

Formação das matrizes completas a partir das submatrizes

Massa:
$$M_c := \text{augment}(M_{Cb}, M_{Cbt}) \quad \text{Aux} := \text{augment}(M_{Ctb}, M_{Ct}) \quad M_c := \text{stack}(M_c, \text{Aux})$$

Geométrica:
$$K_g := \text{augment}(K_{Gb}, K_{Gbt}) \quad \text{Aux} := \text{augment}(K_{Gtb}, K_{Gt}) \quad K_g := \text{stack}(K_g, \text{Aux})$$

Rigidez elástica:
$$K_E := \text{augment}(K_{Eb}, K_{Ebt}) \quad \text{Aux} := \text{augment}(K_{Etb}, K_{Et}) \quad K_E := \text{stack}(K_E, \text{Aux})$$

5. Inclusão de base elástica

Para incluir o efeito de uma base elástica, basta incorporar a energia correspondente, seja como externa ou como interna (incluindo na energia de deformação). Tomando $K_s/L=g(x)$ como sendo a função da base transversal, obtém-se uma matriz de rigidez já acrescida desse efeito, como mostrado abaixo.

Integração ao Longo da Barra

Funções Básicas:

$$i := 1..4 \quad j := 1..4$$

Matriz de rigidez associada à energia de deformação da base:
$$K_{Ekb,i,j} := \int_0^d g(x) \cdot wb(x,L)_i \cdot wb(x,L)_j dx$$

Interação entre as funções básicas e as funções adicionais

$$i := 1..4 \quad j := 1..NT$$

Matriz de rigidez associada à energia de deformação da base:

$$K_{Ekb,i,j} := \int_0^d g(x) \cdot wb(x,L)_i \cdot wT(x,j,L) dx \quad K_{Ekb} := K_{Ekb}^T$$

Funções Adicionais $i := 1..NT$ $j := 1..NT$

Matriz de rigidez associada à energia de Deformação da base:
$$K_{Ekt,i,j} := \int_0^d g(x) \cdot wT(x,i,L) \cdot wT(x,j,L) dx$$

Soma na matriz de rigidez:

$$K_{Ekt} := K_{Ekt} + K_{Ekt}^T \quad K_{Ekb} := K_{Ekb} + K_{Ekb}^T \quad K_{Ekt} := K_{Ekt} + K_{Ekb}^T \quad K_{Ekb} := K_{Ekb} + K_{Ekt}^T$$

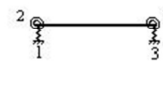
Montagem das Matrizes oriundas das diversas energias

Notar que não foi considerado o efeito geométrico na base. Além disso, foi desprezada a massa da base elástica. Entretanto, as matrizes M_c e K_g são re-geradas abaixo, mostrando que seria possível considerar a massa da base elástica (relevante, em muitos casos) e o efeito geométrico na base (que parece menos importante).

En. Cinética: $M_c := \text{augment}(M_{Cb}, M_{Cl})$ $Aux := \text{augment}(M_{Clb}, M_{Cl})$ $M_c := \text{stack}(M_c, Aux)$
 En. da Força Axial: $K_g := \text{augment}(K_{Gb}, K_{Gbl})$ $Aux := \text{augment}(K_{Glb}, K_{Gl})$ $K_g := \text{stack}(K_g, Aux)$
 En. de Deformação: $K_E := \text{augment}(K_{Eb}, K_{Ebl})$ $Aux := \text{augment}(K_{Elb}, K_{El})$ $K_E := \text{stack}(K_E, Aux)$

A seguir, continua-se a apresentação de exemplos.

Condições de apoio:

$$\begin{array}{llll} cmola_1 := 0 & [F]/[L] & cmola_3 := 0 & [F]/[L] \\ cmola_2 := 0 & [F]/[L] & cmola_4 := 0 & [F]/[L] \end{array}$$


Imposição das Condições de Apoio:

$$\begin{array}{ll} K_{E2} := K_E & K_{E1,1} = 3.50898 \times 10^5 \\ i := 1..4 & K_{E2,2} = 5.05736 \times 10^6 \\ K_{E2,i,i} := K_{E1,i,i} + cmola_i & \end{array}$$

Resolvendo o problema de autovalores para as frequências.

Imposição das Condições de Apoio:

$$\begin{array}{l} i := 1..4 \\ \omega_{\text{square}} := \text{eigenvals} \left[(M_c)^{-1} \cdot (K_{E2} + P \cdot K_g) \right] \\ K_{E2,i,i} := K_{E1,i,i} + cmola_i \end{array}$$

Resolvendo o Problema de Autovalores para a carga crítica (problema é estático):

$$\begin{array}{l} \omega := \text{sort}(\sqrt{\omega_{\text{square}}}) \\ \text{InvP}_{\text{critico}} := \text{eigenvals}(-K_{E2}^{-1} \cdot K_g) \\ P_{\text{critico}} := \text{sort}(\text{InvP}_{\text{critico}})^{-1} \end{array}$$

$$f := \text{sort} \left[\left(\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \right)^2 \right]$$

206.11799
 206.20831
 206.29863
 206.38895
 206.47927
 206.56959
 206.65991
 206.75023
 206.84055
 206.93087
 207.02119
 207.11151
 207.20183
 207.29215
 207.38247
 207.47279
 207.56311
 207.65343
 207.74375
 207.83407
 207.92439
 208.01471
 208.10503
 208.19535
 208.28567
 208.37599
 208.46631
 208.55663
 208.64695
 208.73727
 208.82759
 208.91791
 209.00823
 209.09855
 209.18887
 209.27919
 209.36951
 209.45983
 209.55015
 209.64047
 209.73079
 209.82111
 209.91143
 210.00175
 210.09207
 210.18239
 210.27271
 210.36303
 210.45335
 210.54367
 210.63399
 210.72431
 210.81463
 210.90495
 211.00000

211.09032
 211.18064
 211.27096
 211.36128
 211.45160
 211.54192
 211.63224
 211.72256
 211.81288
 211.90320
 212.00000
 212.09032
 212.18064
 212.27096
 212.36128
 212.45160
 212.54192
 212.63224
 212.72256
 212.81288
 212.90320
 213.00000
 213.09032
 213.18064
 213.27096
 213.36128
 213.45160
 213.54192
 213.63224
 213.72256
 213.81288
 213.90320
 214.00000
 214.09032
 214.18064
 214.27096
 214.36128
 214.45160
 214.54192
 214.63224
 214.72256
 214.81288
 214.90320
 215.00000