

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Katharine De Angeli Honorato

**Otimização da Produção: estudo de caso de uma
microempresa familiar produtora de salgados**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Prof^ª. Fernanda Maria Pereira Raupp

Rio de Janeiro
Abril de 2013



Katharine De Angeli Honorato

**Otimização da Produção: estudo de caso de uma
microempresa familiar produtora de salgados**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio.
Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada

Prof. Fernanda Maria Pereira Raupp

Orientadora

Departamento de Engenharia Industrial PUC-Rio

Prof. Antônio Fernando Castro Vieiras

Departamento de Engenharia Industrial PUC-Rio

Prof. Adriana Leiras

Departamento de Engenharia Industrial PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 02 de abril de 2013

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Katharine De Angeli Honorato

Graduou-se em Engenharia Elétrica na Universidade Federal do Espírito Santo em 2010. Trabalhou na área de planejamento de produção e vendas. Durante a graduação foi bolsista de Iniciação Científica por dois anos, em dos quais teve o trabalho premiado com menção honrosa.

Ficha Catalográfica

Honorato, Katharine De Angeli

Otimização da produção: estudo de caso de uma microempresa familiar produtora de salgados / Katharine De Angeli Honorato ; orientador: Fernanda Maria Pereira Raupp. – 2013.

76 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2013.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Otimização. 3. Planejamento da produção. I. Raupp, Fernanda Maria Pereira II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

Juju, palavras não descrevem minha gratidão.

Agradecimentos

À Deus, pela vida.

Aos meus pais, Édna e Antônio, pelo sacrifício que sempre fizeram para que eu pudesse estudar.

Ao Mestre Hercílio, meu irmãozinho, pelo companheirismo e solidariedade: eu não teria chegado aqui sem sua ajuda.

Meus tios e primos, em especial ao Beto, nossa inspiração de luta e que tornou-se nosso anjo protetor.

Aos meus sogros, eternamente meus "Tio" Nando e "Tia" Graça, que mesmo relutantes com a mudança para o Rio de Janeiro nunca deixaram de me apoiar.

Aos amigos de mestrado, em especial a "Las Chicas" Cris, Milena e Taci, pela garantia de diversão, Felipe e Dey pela companhia nas incansáveis noites de estudo na Favelinha e minha querida norueguesa mais brasileira do mundo Martine, "qualquer dia amigo eu volto a te encontrar".

Meu velho amigo Leandro, você fez falta na hora do café!

Minha querida amiga Marcela, porque "dias melhores virão".

Minha admirada orientadora Fernanda Raupp pela paciência e amor pelo trabalho.

À CNPq e a PUC-Rio, pela bolsa no período de mestrado.

À Empresa S, pelas informações utilizadas neste trabalho.

Ao grande amor da minha vida, meu marido Cizenando, sem o qual eu jamais teria me inscrito no mestrado e muito menos concluído. "Sozinhos vamos mais rápido, juntos vamos mais longe".

Resumo

Honorato, Katharine De Angeli; Raupp, Fernanda Maria Pereira (Orientador) **Otimização da Produção: estudo de caso de uma microempresa familiar produtora de salgados**. Rio de Janeiro, 2013. 76p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O cenário atual do mercado brasileiro é composto principalmente por micro e pequenas empresas, que crescem a cada ano, mas possuem baixa taxa de sobrevivência se comparada a de outros países. Uma vez que esses empreendimentos contribuem fortemente com o PIB do país, garantir a sobrevivência desse grupo é de suma importância para a economia brasileira. Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo matemático para otimizar a produção de uma microempresa produtora de salgados. Através do modelo, determinam-se as quantidades de insumos a serem compradas de fornecedores, as quantidades a serem produzidas de itens intermediários e finais, em cada período do horizonte de planejamento, de modo a atender a demanda a um menor custo total. Para isso, foi realizado um levantamento sobre as características da produção da microempresa estudada e observou-se que um dos motivos que a impedem de ser competitiva é a falta de conhecimento e de aplicação de ferramentas de planejamento e controle da produção. Para avaliar o desempenho do modelo desenvolvido foram realizados testes com dados reais, e, os resultados obtidos para diferentes cenários da demanda mostram que o modelo pode ser útil para apoiar as decisões de dimensionamento de lotes de compra e de produção, pois mostram que os custos ótimos obtidos são menores que os custos obtidos pela empresa sem o uso da otimização.

Palavras-chave

Otimização; planejamento da produção.

Abstract

Honorato, Katharine De Angeli; Raupp, Fernanda Maria Pereira (Advisor). **Production Optimization: a case study of a family business that produces snacks** Rio de Janeiro, 2013. 76p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The current scenario of the Brazilian market is composed mainly of micro and small enterprises that grow every year, but have low survival rate compared to other countries. Once these businesses contribute greatly to the country's GDP, ensuring the survival of this group is of paramount importance to the Brazilian economy. In this work, a mathematical model was developed to optimize the production of a micro producer of snacks. Through the model, the quantities of inputs to be purchased from suppliers and the quantities of intermediate and final items to be produced in each period of the planning horizon are determined, in order to meet demand at a lower total costs. For this, a survey was conducted on the characteristics of the production of the studied micro company and it was observed that one of the reasons that prevent them from being competitive is the lack of knowledge and application of tools for planning and control of production. To evaluate the performance of the developed model tests were carried out with real data, and the results of different scenarios for the demand show that the model can be useful to support decisions on lot sizing of purchasing and production, showing that the obtained optimal costs are less than the costs obtained by the company without the use of optimization.

Keywords

Optimization; production planning.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	14
1.1. Objetivos Gerais	16
1.2. Objetivos Específicos	16
1.3. Justificativa	17
1.4. Metodologia de Pesquisa	18
1.5. Questionamentos	18
1.6. Organização do Texto	18
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1. Problemas de Dimensionamento de Lotes de Produção	22
3 EMPRESA ESTUDADA	35
3.1. Estrutura Física da Empresa	35
3.2. Estrutura e Planejamento da Produção	37
3.3. Características da produção	41
4 PROPOSTA DE MODELAGEM DO PROBLEMA	44
4.1. Modelo Matemático	44
5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	50
5.1. Linguagem de Modelagem e Solver	50
5.2. Caso 1: Avaliação do modelo com dados reais de demanda	51
5.3. Caso 2: Aplicação do modelo a períodos com grande demanda	55
5.4. Caso 3: Aplicação do modelo a períodos com parada de manutenção	57
6 Considerações Finais e Perspectivas	61
7 REFERÊNCIAS	64

Anexo A – Parâmetros utilizados nos exemplos reais. 67

Anexo B – Volume de insumos 73

Lista de figuras

Figura 1: Etapas da produção de salgados na Empresa S.	36
Figura 2: Fluxograma da estrutura da produção de salgados na microempresa estudada.	37
Figura 3: Lista de materiais para o problema estudado	40

Lista de tabelas

Tabela 1: Lista de materiais	38
Tabela 2: Demanda durante o período regular	53
Tabela 3: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda, volume de produção de salgados	53
Tabela 4: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda, volume de estoque de salgados	54
Tabela 5: Comparação dos resultados do plano ótimo em relação ao plano de produção real para o período regular de demanda	54
Tabela 6: Demanda para o período de grande demanda	55
Tabela 7: Plano ótimo de produção para o período de grande demanda: volume de produção de salgados	56
Tabela 8: Plano de produção ótimo para o período de grande demanda, volume de estoque de salgados	56
Tabela 9: Comparação dos resultados do plano de produção ótimo em relação ao plano de produção real para o período de grande demanda	57
Tabela 10: Demanda em período de manutenção	58
Tabela 11: Plano ótimo de produção para o período de manutenção: volume de produção de salgados	59
Tabela 12: Plano de produção ótimo para o período de manutenção, volume de estoque de salgados	59
Tabela 13: Comparação dos resultados do plano de produção ótimo em relação ao plano de produção real para o período de manutenção	60
Tabela 14: Comparativo dos resultados obtidos com a otimização do modelo	62
Tabela 15: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda: volume de insumos utilizados/adquiridos e de itens intermediários produzidos	73
Tabela 16: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda: volume de estoque de insumos adquiridos e	

itens intermediários produzidos	74
Tabela 17: Plano de produção ótimo para período de grande demanda: volume de insumos utilizados/adquiridos e de itens intermediários produzidos	74
Tabela 18: Plano de produção ótimo para período de grande demanda: volume de estoque de insumos adquiridos e itens intermediários produzidos	75
Tabela 19: Plano de produção ótimo para período de manutenção: volume de insumos utilizados/adquiridos e de itens intermediários produzidos	75
Tabela 20: Plano de produção ótimo para período de manutenção: volume de estoque de insumos adquiridos e itens intermediários produzidos	76

*“Aponta pra fé e rema”
(Marcelo Camelo – Dois Barcos)*

1 INTRODUÇÃO

No Brasil são criados anualmente mais de 1,2 milhão de novos empreendimentos formais, desse total, mais de 99% são micro e pequenas empresas e empreendedores individuais, (SEBRAE, 2011a). Baseado no número de empresas optantes pelo Simples Nacional, que entregaram declaração em 2010, referente ao faturamento obtido no ano de 2009, o Brasil possuía naquele ano 2.938.695 empresas, sendo 85% destas classificadas como Microempresas (SEBRAE, 2011b).

O Simples Nacional é uma forma simplificada e englobada de recolhimento de tributos e contribuições, tendo como base de apuração a receita bruta. É um regime compartilhado de arrecadação, cobrança e fiscalização de tributos aplicável às microempresas (entidades com receita bruta anual de 240 mil) e empresas de pequeno porte (empresas cuja receita bruta anual ultrapassam 240 mil até 2,4 milhões), previsto na Lei Complementar nº 123, de 14 de dezembro de 2006. Esta medida reduziu a carga tributária e agilizou a comunicação com os órgãos Federais, Estaduais e Municipais. (Receita Federal, 2013)

É importante salientar que os dados levantados não contemplam o total das microempresas brasileiras, pois a precisão dos valores está condicionada ao número de microempresas optantes pelo Simples Nacional, porém, caso os dados viessem a abranger todo o conjunto de micro e pequenas empresas do país, este universo seria ainda maior, o que apenas aumentaria o interesse de estudo nesse segmento do mercado.

De acordo com o SEBRAE (2011a), as microempresas são responsáveis por mais da metade dos empregos com carteira assinada no Brasil, e ainda os empreendimentos de pequeno porte são responsáveis por, pelo menos, dois terços do total das ocupações existentes no setor privado da economia. Segundo a mesma fonte, o dado mais recente apresentado em 2011, mostra que a cada 100 novos empreendimentos criados, 73 sobrevivem aos primeiros dois anos de atividade, e

embora essa taxa supere países modelos de empreendedorismo como a Itália, é de suma importância criar condições que permitam o crescimento de volume, uma vez que a sobrevivência desses empreendimentos é condição indispensável para o desenvolvimento econômico do país.

Para Chiavenato (2000) o ato de planejar é um processo indispensável para a empresa, por induzir a organização à observação do ambiente, ao estabelecimento de metas e diretrizes no presente para que se possam ter subsídios para definição no futuro. Um bom planejamento permite que o proprietário de qualquer segmento empreendedor determine o caminho que a empresa deve tomar para vencer as imprevisibilidades que norteiam as mudanças do ambiente.

Em vista disso, o Planejamento e Controle da Produção (PCP) exerce um papel fundamental para o bom desempenho das empresas, pois tem como objetivo gerenciar os recursos disponíveis para que o processo de produção tenha qualidade e consiga atender seus clientes nos prazos e a custos razoáveis (Ferreira, 2007). No entanto, microempreendedores poucas vezes tem acesso a conhecimento e ferramentas de gerenciamento, seja por falta de recursos ou pela falta de cultura de investimento nesse sistema.

Um sistema PCP pode ser dividido em três níveis distintos: Planejamento Estratégico, Planejamento Tático e Planejamento Operacional (Nahmias, 2008). De forma geral, o planejamento estratégico diz respeito à organização como um todo, correspondendo a um plano maior, ao qual todos os demais planos estão subordinados. É projetado para longo prazo, em geral cinco a dez anos. O planejamento tático, por sua vez, está relacionado com diferentes áreas da instituição, é projetado para médio prazo, sendo geralmente um exercício anual. O planejamento tático traduz e interpreta as decisões do planejamento estratégico, transformando-as em planos concretos dentro da unidade. Já o planejamento operacional é um projeto de curto prazo, envolvendo cada tarefa ou atividade isoladamente, para alcance de metas específicas, orientando o funcionamento do planejamento tático dentro de cada setor da empresa.

O planejamento e a programação da produção, feitos de forma eficiente, determinam a agilidade com que uma empresa de qualquer setor responde às necessidades de mercado. Segundo Toso (2003) o planejamento da produção pode ser baseado em diversos custos, dependendo dos critérios de desempenho objetivados pela empresa, como, por exemplo, custos de produção, custos de

mudança da capacidade produtiva, custos de aquisição e controle de estoques e custos associados a perdas no nível de serviço dos clientes.

Como citado, dependendo do objetivo da empresa, filosofias de planejamento podem ser adotadas. Uma importante filosofia de planejamento que será abordada nesta pesquisa é o MRP (*Material Requirement Planning*), cuja ênfase está na elaboração de um plano de suprimentos de materiais, seja interna ou externamente.

Este trabalho aborda o planejamento da produção no nível tático-operacional de uma microempresa que produz itens alimentícios. A empresa estudada vem sendo administrada através da adoção de procedimentos empíricos, pois o proprietário não possui conhecimento sobre ferramentas administrativas que poderiam ser utilizadas para analisar e planejar o melhor desempenho da empresa.

O estudo dessa empresa mostrou que existem basicamente três níveis de decisão gerenciais inter-relacionados: a programação da máquina de mistura, em que são escolhidos os tipos de massas que serão produzidos em cada período, o planejamento do trabalho de manufatura do produto, que especifica a quantidade de cada produto que deve ser comprada e produzida, isto é, o tamanho dos lotes de compra e de produção, e a distribuição da força de trabalho na produção de cada tipo de produto.

1.1. Objetivos Gerais

Este trabalho tem como objetivos principais estudar uma microempresa produtora de salgados do interior do Espírito Santo e propor um modelo de programação matemática, cujos resultados auxiliarão na tomada de decisão com respeito ao planejamento da produção.

1.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são descritos como:

- estudar a estrutura de produção da empresa – processos e recursos.
- Desenvolver um modelo multi-item, multi-estágio e multi-período de dimensionamento de lotes para um planejamento de produção com restrições de capacidade.
- Coletar dados históricos da demanda e usar um pacote computacional para encontrar um plano de produção ótimo para diferentes cenários de demanda dinâmica.

1.3. Justificativa

O produtor que deseja competir no atual cenário do mercado tem sido estimulado a tornar seus processos mais eficientes, devido a maior competitividade imposta pelas transformações que têm afetado a ordem econômica. Um bom gerenciamento da produção garantirá um melhor planejamento e controle durante a transformação de matérias-primas em produtos acabados, melhorando a qualidade dos produtos com racionalização administrativa.

Embora as fontes de pesquisas não tenham sido esgotadas, não se conhece até o momento nenhum modelo que represente todas as particularidades do problema em questão, bem como a produção dos itens estudados nesse trabalho: microempresa produtora de salgados.

Nesse aspecto, e baseado nas observações anteriores, torna-se importante avaliar ferramentas que possibilitem aos micro empreendedores estabelecer-se neste cenário.

Este trabalho trata de uma aplicação da teoria e técnicas de Planejamento e Controle da Produção para apoiar decisões gerenciais a nível tático e operacional. Embora o trabalho seja desenvolvido para um caso particular, o modelo proposto pode ser estendido para outras empresas, de qualquer tamanho, que necessitam de melhoria em sua estrutura organizacional, mas não possuem uma cultura de investimento em pesquisas ou mesmo não possuem recursos para isso, dando suporte às decisões de dimensionamento e de sequenciamento de lotes de insumos e de salgados, ou produtos semelhantes, sendo esta a principal contribuição deste trabalho.

1.4. Metodologia de Pesquisa

Para propor um modelo matemático para o problema de planejamento em questão é necessário um conhecimento mais detalhado do processo produtivo envolvido de uma empresa que produz itens alimentícios, por isso essa pesquisa é do tipo estudo de caso.

Este trabalho não tem por objetivo desenvolver métodos de solução específicos para o modelo, o escopo deste trabalho limita-se a modelar adequadamente o problema, resolver o modelo por meio de um software bem conhecido no meio acadêmico e comercial, o CPLEX. O software exige formatos específicos para a leitura do modelo desenvolvido, e para facilitar a geração de modelos nesses formatos podem ser utilizadas plataformas de interface entre o modelo e o usuário, no específico deste trabalho, utilizaremos a plataforma AIMMS

A validação dos modelos e de suas soluções é feita utilizando os dados reais coletados na microempresa (vendas, custos, tempo de produção, etc), comparando as informações de custo real fornecidas pelo proprietário com as soluções apresentadas pelos modelos.

1.5. Questionamentos

- O que e quando produzir para garantir o atendimento da demanda dinâmica de salgados em um tempo hábil e com o mínimo de custo?

1.6. Organização do Texto

Este trabalho está organizado em seis capítulos. No capítulo 2 é apresentada uma breve revisão teórica dos modelos de sequenciamento e dimensionamento de lotes de compra e de produção.

No capítulo 3 é feita uma pequena apresentação da empresa estudada, com suas características físicas e de produção. Ainda, são discutidas as informações relevantes da empresa para o desenvolvimento da proposta de modelagem.

No capítulo 4 apresenta-se a proposta de modelagem para o problema de planejamento da produção baseado nas características definidas no capítulo anterior.

No capítulo 5 apresenta-se uma breve introdução sobre o software e o *solver* utilizados nos testes computacionais. Neste capítulo são também apresentados os planos de produção encontrados após a otimização do modelo proposto com entradas de dados reais para diferentes cenários de demanda dinâmica, e comparando o custo de produção ótimo aos custos de produção reais obtidos no mesmo período pela microempresa.

Finalmente no capítulo 6, apresentam-se as conclusões do trabalho e perspectivas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Sempre que objetivos gerenciais são traçados em um sistema produtivo, é preciso definir claramente os planos a serem realizados para atingi-los através da organização dos recursos humanos e mecânicos disponíveis, limitação do tempo envolvido (horizonte de planejamento) e da avaliação dos custos envolvidos na tomada da decisão. Esse processo permite que seja otimizado o uso dos recursos e que sejam atendidas as necessidades do mercado, cumprindo o objetivo proposto da maneira mais eficiente ou econômica possível. No âmbito da gerência da produção esse processo é realizado pelo Planejamento e Controle da Produção, o PCP.

Os resultados de um processo de planejamento dependem de seu objetivo, que normalmente é atender a demanda em um menor custo, e podem incluir outras respostas, como níveis de força de trabalho regular e extrarregular, níveis de estoque, etc. O planejamento e controle da produção define, então, para um período de tempo, o que deve ser comprado ou produzido, quais os níveis de estoque são permitidos, como deve ser feita a alocação de recursos e distribuição da força de trabalho, baseado nos objetivos a serem atingidos.

De acordo com Nahmias (2008), planejar a produção significa estabelecer metas em um horizonte de planejamento, otimizando o uso dos recursos disponíveis a fim de atender a demanda ou levar oportunidade em vendas futuras. É possível observar tanto na prática quanto na literatura, que o processo de decisão no planejamento ocorre em três etapas distintas: decisões de curto, médio e longo prazo.

Segundo Toso (2003), em uma primeira etapa, são realizadas pesquisas para elaboração de cenários futuros, e são tomadas as decisões de longo prazo, que definem a linha de produtos, os investimentos para ampliação de capacidade produtiva, canais de distribuição e a política de atendimento aos clientes. As decisões de médio prazo definem planos de produção: são determinadas as

necessidades de materiais, os níveis de força de trabalho, os planos de estocagem e os planos de entrega. Nesta fase, temos problemas de dimensionamento de lotes, que consistem em determinar o que e quanto produzir, atendendo a demanda, e avaliando planos de produção pelo critério de uma função objetivo. Nas decisões de curto prazo, são avaliados os roteiros de fabricação e de sequenciamento, ou seja, é determinada a programação da produção, que é feita por meio de emissão de ordens a partir dos prazos de entrega e prioridades de atendimento. Seus objetivos são definir a sequência de fabricação, a utilização de horas extras e a reserva de material, também atrelados à otimização da função objetivo.

É possível encontrar diversos modelos na literatura de gerência de produção que tratam de problemas de planejamento e controle da produção, como por exemplo, (Jonhson e Montgomery, 1974), (Williams, 1999), (Nahmias, 2008), (Pochet e Wolsey, 2006). Estes problemas envolvem múltiplos produtos, limitação de recurso, níveis de estoque, múltiplos estágios e processos e outras características comuns aos problemas de planejamento da produção. Existem muitos modelos matemáticos que tratam da programação da produção envolvendo diferentes características, e, baseado nestas, os tipos de problemas podem ser classificados como multi-nível ou multi-estágio (quando envolve mais de um nível de produção), capacitado ou não capacitado (de acordo com a capacidade de produção, se é limitada ou não), entre outras classificações.

Morabito e Paiva (2007) e Araujo (1999), incluindo as referências citadas nesses trabalhos, mostram uma visão geral sobre os problemas de dimensionamento de lotes de produção capacitados. Toledo e Shiguemoto (2005) estudam um caso particular de um problema de dimensionamento de lotes sem restrição de capacidade. Fleischmann (1990) elabora um modelo matemático para dimensionamento e sequenciamento de lotes, onde a restrição de capacidade é do tipo tudo ou nada, isto é, se houver produção em um período, então toda a capacidade é utilizada. Drexl e Kimms (1997) desenvolvem outro modelo, onde a restrição do tudo ou nada é relaxada. Clark e Staggemeier (2001) apresentam em seu trabalho modelos que envolvem dimensionamento de lotes e sequenciamento com ênfase nos casos mono-estágio.

Outros estudos de caso de empresas brasileiras, que envolvem sequenciamento e/ou dimensionamento da produção podem ser citados, entre eles,

Ferreira (2007), Toso (2003), Araujo (1999), Araujo *et al.* (2004), Araujo e Arenales (2003).

Em Ferreira (2007), é proposto um modelo para dimensionamento e sequenciamento de produção de três fábricas de refrigerante. Em Toso (2003), o autor modela e propõe uma abordagem de solução para o problema de programação da produção em uma fábrica de rações. Em Araujo (1999) e Araujo *et al.* (2003, 2004) é tratado um problema de sequenciamento de ligas de metal em fornos para a produção de diferentes tipos de peças numa fundição no interior de São Paulo. Não foram encontrados na literatura acadêmica trabalhos referentes ao planejamento da produção de salgados.

A seguir será apresentada a revisão bibliográfica sobre os principais modelos matemáticos básicos de dimensionamento dos lotes de produção.

2.1. Problemas de Dimensionamento de Lotes de Produção

Os modelos de dimensionamento de lotes de produção, de forma geral, procuram definir a quantidade de itens a ser produzida em cada período ao longo de um horizonte de tempo finito, de modo a atender à demanda e otimizar um determinado critério, como, por exemplo, minimizar custos ou maximizar a contribuição ao lucro.

O problema que envolve a determinação do tamanho de lote de produção de um único item vem sendo estudado a mais de quarenta anos (Wagner e Whitin, 1958) e uma gama de novos resultados e métodos de análise vem sendo apresentados nos últimos tempos.

O modelo matemático básico, conhecido como *Economic Order Quantity* (EOQ), é usado para determinar o tamanho do lote de um único item de mínimo custo a ser encomendado, quando se leva em consideração apenas o custo de manter em estoque e o de encomendar um novo lote. Para isso, o modelo considera como condição inicial que a taxa de demanda seja determinística e constante (Nahmias, 2008). Para esse modelo não se considera as limitações de capacidade, o que o torna inadequado para descrever a maior parte dos processos industriais reais.

Devido à necessidade de serem aplicados em situações práticas e a limitação do EOQ, os modelos clássicos de dimensionamento de lotes tem sido adaptados, permitindo que se envolvam processos com mais de um item em um mesmo período e restrições de capacidade. Um exemplo, de adaptação é o *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP), onde o problema é programar mais de um item de uma mesma família em uma única máquina ou linha de produção. Este modelo, em avanço ao EOQ, considera as restrições de capacidade, modela mais de um produto em uma única máquina, considerando custos de *setup*.

Uma revisão dos problemas de dimensionamento do lote de produção de um item (capacitados e não capacitados) – *Single Item Lot Sizing Problem* (SILSP) – pode ser encontrada em Brahim *et al.* (2006).

Muitos problemas complexos podem ser decompostos em problemas mais simples, de um único item, então o modelo SILSP pode ser analisado como uma subestrutura de modelos mais complexos de dimensionamento de lotes. SILSP é basicamente um problema de planejamento no qual existe uma demanda variável de um único item durante um horizonte de tempo, o objetivo é determinar os períodos do horizonte de tempo em que a produção deve ser feita e qual a quantidade que deve ser produzida em cada período, satisfazendo a demanda e minimizando os custos de produção.

A demanda pode ser classificada como dinâmica ou estacionária, no primeiro caso ela varia com o tempo e o horizonte de planejamento normalmente é finito, no segundo, que também pode ser classificado como demanda constante, o horizonte de planejamento é infinito e a demanda não varia com o tempo. Independente do tipo de demanda os itens produzidos podem compartilhar recursos disponíveis, como, por exemplo, a capacidade de uma máquina (Ferreira, 2007).

Se houver restrição de capacidade os problemas são chamados de modelos de dimensionamento de lotes capacitados (Trigueiro *et al.*, 1989), se a restrição de capacidade não for considerada se torna um modelo de dimensionamento de lote não capacitado.

Uma decisão simples do problema de dimensionamento de lote não capacitado pode ser descrita pelo seguinte modelo apresentado por Hax e Candea (1984). Considere um programa de aquisição (ou produção) de um produto com demanda dinâmica e conhecida em um horizonte de planejamento e custos de

preparação para a produção (ou de *setup*), além do custo de produção. Considere ainda a seguinte notação:

Índices

t = representa o período, $t = 1, 2, \dots, NT$

Parâmetros

cp_t = custo de produção unitário no período t

cs_t = custo de *setup* no período t

h_t = custo de manter em estoque no período t

d_t = demanda no período t

SS_0 = estoque de segurança no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_t = quantidade a ser produzida no período t

s_t = quantidade a ser estocada do produto no final do período t

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} cp_t x_t + cs_t \delta(x_t) + h_t s_t \quad (2.1)$$

Sujeito a

$$x_t + s_{t-1} - s_t = d_t \quad \forall t \quad (2.2)$$

$$s_0 = SS_0 \quad (2.3)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad \forall t \quad (2.4)$$

onde

$$\delta(x_t) = \begin{cases} 0, & x_t = 0 \\ 1, & x_t > 0. \end{cases} \quad \forall t \quad (2.5)$$

A função objetivo (2.1) a ser minimizada representa os custos de produção, de *setup* e de estoque ao longo do horizonte de planejamento. As equações em (2.2) são conhecidas como restrições de balanceamento de estoques ou de satisfação da demanda. A restrição (2.3) indica o estoque inicial. As

restrições em (2.4) garantem a não negatividade das quantidades a serem produzidas e estocadas, e a equação (2.5) impõe que só haverá custo de preparação para a produção no período t se houver produção nesse período.

Diferentemente do modelo (2.1)-(2.4), podemos considerar ainda um custo de *setup* no período t eliminando a equação (2.5) e introduzindo uma variável binária y_t que assume valor 1, se houver produção ($x_t > 0$), e valor 0, caso contrário ($x_t = 0$). Utilizando a variável binária, obtém-se o Modelo de Dimensionamento de Lotes Não Capacitado (LS-U – *Uncapacitated lotsizing Problem*) para um único item com demanda dinâmica (Pochet e Wolsey, 2006).

Índices

t = representa o período, $t = 1, 2, \dots, NT$

Parâmetros

cs_t = custo de *setup* no período t

cp_t = custo de produção unitário no período t

h_t = custo de manter em estoque no período t

d_t = demanda no período t

SS_0 = estoque de segurança no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_t = quantidade a ser produzida no período t

s_t = quantidade a ser estocada do produto no final do período t

y_t = variável binária que indica decisão de produção no período t ($y_t=1$) ou decisão de não produção ($y_t=0$)

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} cp_t x_t + cs_t y_t + h_t s_t \quad (2.6)$$

Sujeito a

$$x_t + s_{t-1} - s_t = d_t \quad \forall t \quad (2.7)$$

$$s_0 = SS_0 \quad (2.8)$$

$$x_t \leq My_t \quad \forall t \quad (2.9)$$

$$x_t, s_t \geq 0 \quad \forall t \quad (2.10)$$

$$y_t \in \{0,1\}, \quad \forall t \quad (2.11)$$

onde a função objetivo a ser minimizada (2.6) representa os custos de produzir, incluindo o custo de preparação para a produção, e de estocar ao longo do horizonte de planejamento, as restrições em (2.7) e (2.8) são iguais as restrições em (2.2) e (2.3), respectivamente. Em (2.9) tem-se as restrições de reforço de setup (que associam diretamente a decisão de produzir à quantidade a ser produzida em cada período) com M sendo um número positivo grande (igual ou maior a soma das demandas do período corrente e subsequentes para não restringir a produção), as restrições em (2.10) são de não negatividade das variáveis x_t, s_t , enquanto que as restrições em (2.11) declaram a variável y_t como binária para cada t .

O modelo (2.6)-(2.11) pode ser facilmente adaptado de modo a incluir restrição de capacidade de produção por período. A formulação apresentada a seguir leva em consideração o tempo despendido para a preparação da máquina e para a produção propriamente dos itens.

Índices

t = representa o período, $t = 1, 2, \dots, NT$

Parâmetros

cs_t = custo de setup no período t

cp_t = custo de produção unitário no período t

h_t = custo de manter em estoque no período t

d_t = demanda no período t

b_t = tempo necessário para produzir um item no período t

a_t = tempo de preparação para a produção no período t

CAP_t = limite de capacidade de produção no período t (em unidades de tempo)

M = número positivo grande

SS_0 = estoque de segurança no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_t = quantidade a ser produzida no período t

s_t = quantidade a ser estocada do produto no final do período t

y_t = variável binária que indica decisão de produção no período t ($y_t=1$) ou decisão de não produção ($y_t=0$)

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} cp_t x_t + cs_t y_t + h_t s_t \quad (2.12)$$

Sujeito a

$$x_t + s_{t-1} - s_t = d_t \quad \forall t \quad (2.13)$$

$$s_0 = SS_0 \quad (2.14)$$

$$b_t x_t + a_t y_t \leq CAP_t \quad \forall t \quad (2.15)$$

$$x_t \leq My_t \quad \forall t \quad (2.16)$$

$$x_t, s_t \geq 0 \quad \forall t \quad (2.17)$$

$$y_t \in \{0,1\} \quad \forall t \quad (2.18)$$

Observe que (2.12) a (2.14) e (2.16) a (2.18) são respectivamente iguais a (2.6) a (2.11). As restrições em (2.15) impõem para cada período t um tempo máximo disponível para a soma do tempo total gasto na produção de unidades do item e do tempo de preparação da máquina. Note que o tempo consumido nas preparações reduz a capacidade total do período, enfatizando que o tempo de preparação do processo pode ser um fator crítico para a produção. Alguns autores consideram que os tempos de *setup* já estão embutidos no custo de *setup*, não sendo necessário considerá-los explicitamente (Maes e Wassenhove, 1991). Trigueiro *et al.* (1989) discutem a questão da inclusão dos tempos de *setup* no processo, mostrando exemplos e instâncias em que estes tempos não devem ser ignorados.

Problemas de planejamento da produção com capacidade, tal como o problema de dimensionamento de lotes modelado em (2.12)-(2.18), em geral, são difíceis de resolver, ou seja, são problemas NP- difíceis de acordo com a teoria de complexidade. (Florian *et al.*,1980)

Problemas que envolvem a produção de múltiplos itens são de grande interesse em situações práticas. Pode-se estender a formulação anterior para este caso, basta incluir o índice dos itens nas variáveis e considerar as restrições para cada item, como mostrado a seguir.

Índices

t = representa o período, $t= 1, 2, \dots, NT$

i = representa o item produzido, $i=1, 2, \dots, NI$

Parâmetros

cs_{it} = custo de setup do item i no período t

cp_{it} = custo de produção unitário do item i no período t

h_{it} = custo de manter em estoque uma unidade do item i no período t

d_{it} = demanda do item i no período t

b_{it} = tempo necessário para produzir uma unidade do item i no período t

a_{it} = tempo de preparação para a produção do item i no período t

CAP_{it} = limite de capacidade de produção do item i no período t (em unidades de tempo)

M = número positivo grande

SS_{0i} = estoque de segurança do item i no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_{it} = quantidade a ser produzida do item i no período t

s_{it} = quantidade a ser estocada do produto i no final do período t

y_{it} = variável binária que indica decisão de produção no período t ($y_{it}=1$) ou decisão de não produção ($y_{it}=0$)

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} \sum_{i=1}^{NI} cp_{it} x_{it} + cs_{it} y_{it} + h_{it} s_{it} \quad (2.19)$$

Sujeito a

$$x_{it} + s_{i,t-1} - s_{it} = d_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.20)$$

$$s_{0i} = SS_{0i} \quad \forall i \quad (2.21)$$

$$b_{it}x_{it} + a_{it}y_{it} \leq CAP_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.22)$$

$$x_{it} \leq My_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.23)$$

$$x_{it}, s_{it} \geq 0 \quad \forall i \forall t \quad (2.24)$$

$$y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i \forall t \quad (2.25)$$

Em alguns casos, se a produção do período e o estoque formado no período anterior não forem suficientes para suprir a demanda, considera-se no modelo a possibilidade de atraso no atendimento da demanda, prática conhecida por *backlogging*, (Pochet e Wolsey, 2006). Para isso, insere-se na restrição de balanço de estoque (2.20) a variável representando as quantidades em *backlorder* e um custo dessa prática na função objetivo. A formulação matemática para essa situação passa a ser expressa como:

Índices

t = representa o período, t= 1, 2,..., NT

i = representa o item produzido, i=1,2,...,NI

Parâmetros

cs_{it} = custo de setup do item i no período t

cp_{it} = custo de produção unitário do item i no período t

h_{it} = custo de manter em estoque uma unidade do item i no período t

d_{it} = demanda do item i no período t

b_{it} = tempo necessário para produzir uma unidade do item i no período t

a_{it} = tempo de preparação para a produção do item i no período t

CAP_{it} = limite de capacidade de produção do item i no período t (em unidades de tempo)

M = número positivo grande

g_{it} = custo de *backlogging* unitário

SS_{0i} = estoque de segurança do item i no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_{it} = quantidade a ser produzida do item i no período t

s_{it} = quantidade a ser estocada do produto i no final do período t

y_{it} = variável binária que indica decisão de produção no período t ($y_{it}=1$) ou decisão de não produção ($y_{it}=0$)

r_{it} = quantidade do item i no período t em *backorder*

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} \sum_{i=1}^{NI} cp_{it}x_{it} + cs_{it}y_{it} + h_{it}s_{it} + g_{it}r_{it} \quad (2.26)$$

Sujeito a

$$x_{it} + s_{i,t-1} - r_{i,t-1} - s_{it} = d_{it} - r_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.27)$$

$$s_{0i} = SS_{0i} \quad \forall i \quad (2.28)$$

$$r_{i0} = 0 \quad \forall i \quad (2.29)$$

$$b_{it}x_{it} + a_{it}y_{it} \leq CAP_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.30)$$

$$x_{it} \leq My_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.31)$$

$$x_{it}, s_{it}, r_{it} \geq 0 \quad \forall i \forall t \quad (2.32)$$

$$y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i \forall t \quad (2.33)$$

A função objetivo (2.26) a ser minimizada representa os custos de produção, de estoque, de setup e de *backlogging*. A restrição (2.27), de balanço de estoque, garante que a soma do volume produzido no período mais o estoque do período anterior menos o estoque do período e menos o que é reservado para *backlogging* é igual a o volume demandado menos o que será reservado para *backlogging* no período seguinte.

Problemas de planejamento agregado tratam, além da determinação das quantidades a serem produzidas e estocadas dos itens acabados a cada período, da determinação das quantidades dos diferentes tipos de recursos necessários para a produção, como, por exemplo, mão-de-obra. Toso (2003) e Hax e Candea (1984) apresentam um modelo de planejamento de produção de um item, capacitado, com

força de trabalho fixa, minimizando, além dos custos de produção, preparação e estoque, o custo de horas extras, como mostrado a seguir.

Índices

t = representa o período, $t = 1, 2, \dots, NT$

Parâmetros

cs_t = custo de *setup* no período t

cp_t = custo de produção unitário no período t

h_t = custo de manter em estoque no período t

d_t = demanda no período t

b_t = tempo necessário para produzir um item no período t

a_t = tempo de preparação para a produção no período t

M = número positivo grande

r_t = custo da força de trabalho no período

co_t = custo da hora extra no período

v_t = nível máximo da força de trabalho disponível (em unidades de tempo)

u_t = limite máximo de horas extras disponíveis

SS_{0i} = estoque de segurança do item i no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_t = quantidade a ser produzida no período t

s_t = quantidade a ser estocada do produto no final do período t

y_t = variável binária que indica decisão de produção no período t ($y_t=1$) ou decisão de não produção ($y_t=0$)

O_t = quantidade de hora extra a ser utilizada no período t

W_t = nível da força de trabalho a ser utilizada no período t (em unidades de tempo)

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} cp_t x_t + cs_t y_t + h_t s_t + r_t W_t + co_t O_t \quad (2.34)$$

Sujeito a

$$x_t + s_{t-1} - s_t = d_t \quad \forall t \quad (2.35)$$

$$s_{0i} = SS_{0i} \quad \forall i \quad (2.36)$$

$$b_t x_t + a_t y_t - W_t - O_t = 0 \quad \forall t \quad (2.37)$$

$$x_t \leq M y_t \quad \forall t \quad (2.38)$$

$$0 \leq W_t \leq v_t \quad \forall t \quad (2.39)$$

$$0 \leq O_t \leq u_t \quad \forall t \quad (2.40)$$

$$x_t, s_t \geq 0 \quad \forall t \quad (2.41)$$

$$y_t \in \{0,1\} \quad \forall t \quad (2.42)$$

A função objetivo (2.34) a ser minimizada representa o total dos custos de produção, custos de preparação, custos de estoque, custos de trabalho regular e de hora extra. A restrição (2.35) garante o balanço de estoque. A restrição (2.36) representa o volume de estoque inicial. As restrições em (2.37) representam para cada período t o balanço de horas utilizadas na produção com as horas relativas à força de trabalho regular e horas extras. As restrições em (2.38) indicam o reforço de setup. As restrições (2.39) e (2.40) garantem os limites máximos de força de trabalho regular e hora extra em cada período. As restrições de não negatividade das variáveis x_t e s_t são impostas em (2.41). A declaração das variáveis binárias é dada em (2.42).

Os modelos apresentados anteriormente fixam um plano de produção para itens acabados, porém, em alguns processos produtivos a produção depende de algum componente ou de alguma matéria-prima que é preparada ou encomendada em um nível ou etapa anterior ao nível de produção final, motivando o desenvolvimento de formulações multi-estágio (Hax e Candea, 1984). Um dos modelos mais importantes utilizados em planejamento da produção multi-estágio é MRP – *Material Requirements Planning*. Segundo Godinho e Fernandes (2006), os maiores benefícios do sistema MRP são a redução dos custos de estoques, redução do *lead time* dos produtos e aumento do nível de serviço do cliente. O MRP é ideal para empresas que tem como objetivo estratégico prioritário o cumprimento de prazos e a redução de estoques, tornando o estudo desta

formulação muito interessante e aplicável neste trabalho, como será mostrado mais adiante.

A formulação convencional para o problema multi-item, multi-estágio, capacitado, apresentada em Billington *et al.*(1983), é mostrada a seguir.

Índices

t = representa o período, $t= 1, 2, \dots, NT$

i = representa o item produzido, $i=1,2,\dots,NI$

Conjuntos

$S(i)$ = conjunto de itens sucessores imediatos do item i

$P(i)$ = conjunto de itens predecessores imediatos do item i

Parâmetros

cs_{it} = custo de setup do item i no período t

cp_{it} = custo de produção unitário do item i no período t

h_{it} = custo de manter em estoque uma unidade do item i no período t

d_{it} = demanda do item i no período t

b_{it} = tempo necessário para produzir uma unidade do item i no período t

a_{it} = tempo de preparação para a produção do item i no período t

CAP_{it} = limite de capacidade de produção do item i no período t (em unidades de tempo)

M = número positivo grande

k_{ij} = unidades do item i necessária para compor uma unidade do item j

SSi_0 = estoque de segurança do item i no início do horizonte de planejamento

Variáveis de decisão

x_{it} = quantidade a ser produzida do item i no período t

s_{it} = quantidade a ser estocada do produto i no final do período t

y_{it} = variável binária que indica decisão de produção no período t ($y_t=1$) ou decisão de não produção ($y_t=0$)

Formulação do Problema

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^{NT} \sum_{i=1}^{NI} cp_{it}x_{it} + cs_{it}y_{it} + h_{it}s_{it} \quad (2.43)$$

Sujeito a

$$x_{it} + s_{i,t-1} - s_{it} = d_{it} + \sum_{j \in S(i)} k_{ij}x_{jt} \quad \forall i \forall t \quad (2.44)$$

$$s_{i0} = SS_{i0} \quad \forall i \quad (2.45)$$

$$b_{it}x_{it} + a_{it}y_{it} \leq CAP_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.46)$$

$$x_{it} \leq My_{it} \quad \forall i \forall t \quad (2.47)$$

$$x_{it}, s_{it} \geq 0 \quad \forall i \forall t \quad (2.48)$$

$$y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i \forall t \quad (2.49)$$

A função objetivo (2.43) e as restrições (2.45) a (2.49) são idênticas as de modelos já apresentados anteriormente. A restrição de balanceamento de estoque (2.44) passa a incorporar a demanda dependente do produto j , além da demanda independente. Deve-se observar que a produção e o estoque de um item devem ser suficientes para suprir a demanda independente mais eventualmente uma quantidade para compor lotes sucessores.

Nesse problema de dimensionamento de lotes multi-estágio os produtos finais possuem demandas que são chamadas demandas independentes ou externas, enquanto que os componentes destes produtos podem possuir demanda dependente ou interna, que é a demanda de consumo interno para a produção de produtos finais, e a demanda independente (Ferreira, 2007).

Através do modelo MRP e com base na decisão de produção de itens acabados, permite-se determinar quais itens (semi-acabados, componentes e matérias-primas) produzir e comprar, bem como quando e quanto produzir e comprar (Godinho e Fernandes, 2006). Além do MRP ser um sistema que reage bem a mudanças, sendo portanto um sistema bastante útil no atual ambiente competitivo global, cada vez mais turbulento (Corrêa & Gianesi, 1996), outra vantagem do MRP é tratar de situações mais complexas, que envolvem grande número de produtos, bem como estruturas de produtos com vários níveis e vários componentes por nível.

3 EMPRESA ESTUDADA

Este trabalho aborda um estudo de caso de uma microempresa produtora de salgados, denominada Empresa S. A microempresa vem sendo administrada até o momento por procedimentos empíricos, tendo por muitas vezes dificuldades em atender a demanda sem utilização de horas e dias extras de trabalho, bem como dificuldades na administração dos volumes de estoques de salgados produzidos.

Para garantir sua permanência no mercado, a microempresa vem buscando alternativas para melhorar a produtividade e evitar gastos desnecessários, principalmente com utilização de mão-de-obra.

3.1. Estrutura Física da Empresa

A empresa está localizada no interior do Espírito Santo e sua planta atualmente possui um forno de aquecimento, um forno de recheios e uma máquina de mistura, dois maquinários de modelagem de salgados – que podem ser operados apenas por funcionários previamente treinados – e freezers de resfriamento e estoque. A primeira etapa do processo produtivo é a mistura dos ingredientes mediante receitas pré-definidas para preparação das massas. Todas as massas passam pelo processo de mistura dos ingredientes na máquina de mistura, no entanto, dependendo do tipo de massa que será preparada, os ingredientes são previamente cozidos nos fornos de aquecimento e em seguida são adicionados na máquina de mistura, onde a massa é homogeneizada, estando disponível para a etapa seguinte. A Figura 1 identifica as duas possibilidades para a preparação das massas.

A segunda etapa é a de modelagem de salgados. As massas preparadas são distribuídas pelas linhas de modelagem, que recebem também os ingredientes que irão compor os recheios e são então produzidos os itens finais.

Os produtos acabados são embalados e levados para o setor de congelamento/estoque, onde são armazenados ou distribuídos para os clientes, constituindo a terceira etapa.

A Empresa S diariamente produz até seis tipos de salgados diferentes. Destaca-se que, embora a empresa possua duas linhas de mistura, apenas a linha dois (como será definida neste trabalho) produz todos os seis tipos de salgados, sendo chamada de linha principal. A linha secundária (ou linha um) produz apenas quatro tipos de salgados. Uma representação gráfica das etapas de produção de salgados pode se vista na Figura 1.

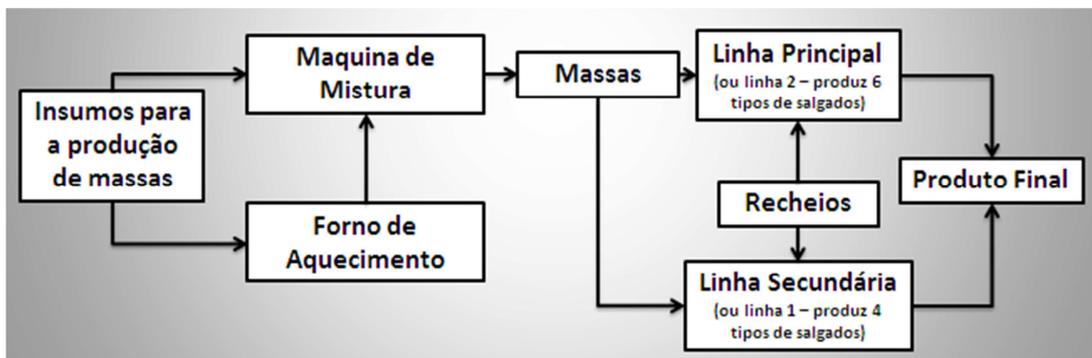


Figura 1: Etapas da produção de salgados na Empresa S.

Como mostrado na Figura 1, alguns insumos podem entrar diretamente na máquina de mistura, outros necessitam ser previamente aquecidos no forno. Na análise do funcionamento da empresa, pôde-se perceber que os tempos gastos para preparar uma massa que passa pelo forno de aquecimento+máquina de mistura ou apenas pela máquina de mistura são iguais. Foi observado que, sempre que se inicia o aquecimento de algum insumo, a máquina de mistura permanece disponível, assim o processo Aquecimento+Mistura, ou apenas o processo Mistura, pode ser considerado como a etapa 1 da produção, não sendo necessário subdividi-los em duas etapas.

3.2. Estrutura e Planejamento da Produção

A Empresa S produz seis tipos de salgados, podendo entregar diretamente ao cliente ou armazenar a produção em estoque e entregar conforme a entrada de pedidos. Sua estrutura de produção é representada de forma resumida na Figura 2.

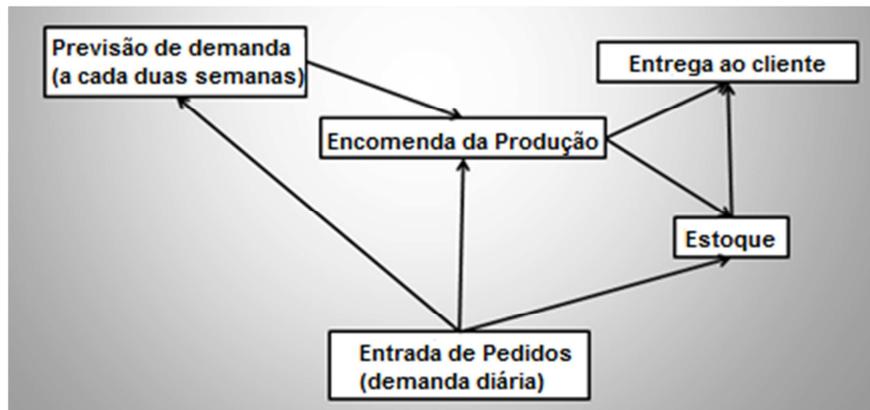


Figura 2: Fluxograma da estrutura da produção de salgados na microempresa estudada.

O proprietário da empresa é responsável por avaliar a cada duas próximas semanas futuras o volume que deverá ser produzido de salgados para atender a demanda nesse período. Esse processo é feito baseado na experiência de mercado do produtor, que consegue antecipadamente projetar de forma empírica o cenário de compra de insumos e venda de salgados nesse período. Para determinar o que será produzido na quinzena, o produtor considera ainda eventuais pedidos extras. Esta etapa é definida na Figura 2 como “Previsão de Demanda”.

De acordo com a previsão de demanda, o produtor distribui a produção total em produções diárias, enviando os volumes das encomendas de itens a serem produzidos para o setor de produção, definindo a etapa “Encomenda da Produção”. Os itens são produzidos e enviados para “Estoque” ou se processa a “Entrega ao Cliente”, de acordo com os pedidos que foram feitos naquele dia.

A “Entrada de Pedidos” identifica as demandas reais diárias de cada produto final. Diariamente, o setor verifica se há produtos em estoque, se não houver verifica-se se a quantidade total demandada pode ser satisfeita através do plano de produção diário. Caso nenhuma das opções seja satisfeita, o produtor precisa alterar os volumes diários das encomendas da produção.

Os salgados são feitos com massas preparadas basicamente com dois tipos de insumos e recheios, os quais por sua vez são preparados com até três insumos diferentes. Alguns tipos de salgados podem utilizar a mesma massa base, porém, o conjunto massa, recheio e formato definem um tipo de salgado. A estrutura dos produtos permite converter as necessidades dos produtos finais em necessidades de componentes, criando assim uma lista de materiais hierarquizada de acordo com as fases de produção. Na prática, normalmente esta estrutura deve vir acompanhada das quantidades necessárias de cada item para produzir o item sucessor. A quantidade de cada componente que é necessária para produção de uma unidade do sucessor imediato é identificada na Tabela 1 como r_{ij} , indicando a quantidade do item i necessária para a produção de uma unidade do item j . A empresa produz seis tipos de salgados (itens 14 a 19), e a decomposição dos itens acabados em componentes indica a presença de treze itens insumos, totalizando dezenove itens na lista de materiais. A estrutura da lista de materiais está representada na Figura 3.

Tabela 1: Lista de materiais

r_{ij}	Item i																		
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1										6			2						
2											8								
3										10									
4												1							
5											1	1	2						
6														0,08	0,067				0,04
7																	0,02	0,03	
8																0,01			
9																			0,02
10														0,007	0,007	0,005			
11																	0,01		
12																		0,03	
13																			0,02
14																			
15																			
16																			
17																			

A demanda pelos produtos da empresa estudada varia significativamente ao longo do ano, apresentado um comportamento sazonal. Nos meses de janeiro e fevereiro, por exemplo, a procura pelos produtos torna-se mais baixa, devido ao grande volume de pessoas que evade da cidade para as praias próximas, maio e dezembro, por sua vez, são meses de picos de demanda, devido a quantidade de eventos e datas comemorativas na cidade. Para contornar essa dificuldade, a microempresa tenta se antecipar produzindo um grande volume de estoques em hora extra. Essas decisões são tomadas, em sua maior parte, sem um bom planejamento, uma vez que vigora o pensamento “o quanto for possível produzir nas horas disponíveis”, sejam horas de trabalho normal ou extra. Ainda, cabe salientar que o padrão de qualidade seguido pela empresa não permite a venda de produtos com mais de dois meses em estoque, e muitas vezes a produção antecipada e excessiva leva a perdas de produtos e consequentes prejuízos.

Dos seis tipos de salgados produzidos, apenas quatro tipos podem ser produzidos em ambas as linhas de modelagem, e não existe na empresa nenhum controle que defina quando se deve produzir em cada uma das linhas. Muitas vezes é observado que os tipos de salgados que só podem ser produzidos na linha principal são modelados em hora extra, pois essa linha ocupa-se com itens que poderiam ser produzidos na linha secundária, enquanto esta não está em funcionamento, o que leva a um aumento dos custos da produção dos salgados.

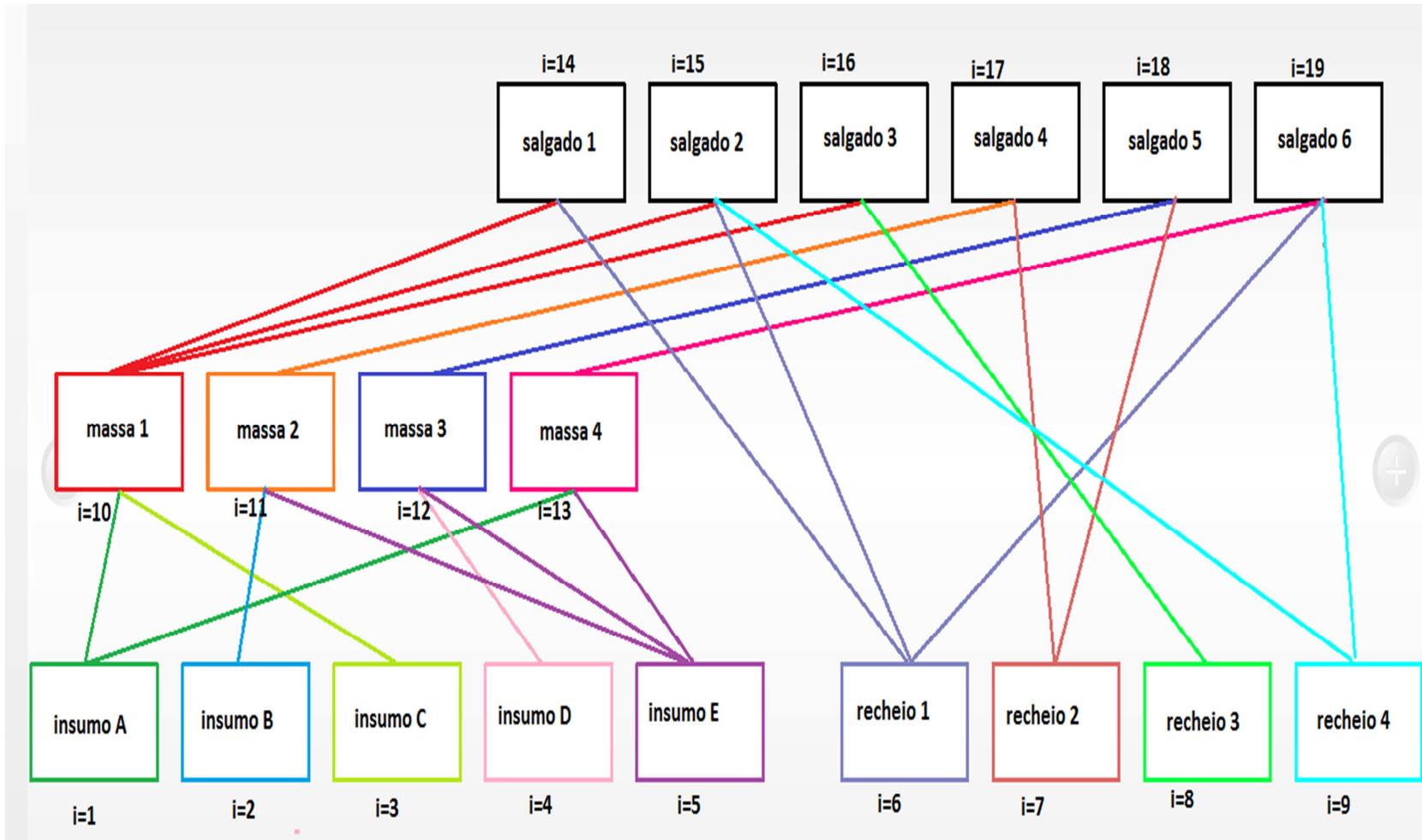


Figura 3: Lista de materiais para o problema estudado

3.3. Características da produção

O conhecimento das características que envolvem as decisões tomadas na empresa é relevante para a construção do modelo. Algumas delas já foram apresentadas, e serão reescritas de forma resumida, a fim de que as informações estejam concentradas para melhor análise do modelo que será proposto.

Devido a natureza do produto que é comercializado e da necessidade diária de cada cliente, as mercadorias não podem ser entregues após o prazo solicitado, de outra forma, as demandas são atendidas prontamente e *backlogging* não é permitido. Caso não ocorra o atendimento, a venda deve ser considerada perdida. No entanto, durante o período de observação e análise dos dados não foi encontrado nenhum registro de venda perdida.

Algumas características em relação ao padrão de qualidade da empresa devem ser observadas: não é permitida a utilização de massas que não estejam frescas, de outra forma, não é permitido estocar esses insumos. Os salgados não podem permanecer em estoque por mais de dois meses, e após esse período são descartados. Esse último procedimento não será levado em consideração no desenvolvimento do modelo, uma vez que o horizonte de planejamento é de uma quinzena, porém é importante apresentá-la, pois na microempresa algumas vezes os estoques são descartados devido a falta de um bom planejamento da produção.

A linha de mistura é composta pela máquina de mistura e pelo forno de aquecimento. Cada tipo de massa que é preparado leva um tempo diferenciado na linha de mistura, e, portanto, os volumes máximos diários que podem ser produzidos de cada salgado são diferenciados. Isto é, se apenas a massa A for preparada, então poderão ser produzidos no máximo X unidades/dia, se for apenas a massa B, que demanda maior tempo na linha de mistura, serão produzidos Y unidades/dia. Se, em seguida, forem produzidos outros tipos diferentes de massas, o volume máximo da produção de cada item é de Z unidades/dias, pois se considera agora o tempo de limpeza da máquina na capacidade de utilização diária do equipamento. Não há necessidade de limpeza quando duas massas iguais são preparadas uma após a outra em um dia. O mesmo é válido para as linhas de modelagem, existe um limite máximo de unidades que podem ser modeladas para

cada tipo de salgado, e um limite máximo diário de unidades de diferentes salgados que podem ser feitas por dia, devido ao tempo de limpeza caso haja troca de itens modelados.

A microempresa possui contato com diversos fornecedores de insumos o que torna viável considerar que não há falta dos mesmos nem limitação de compra. Os pedidos são entregues sempre que solicitados aos fornecedores, porém, cada entrega gera um custo de aquisição para a microempresa. A estrutura da microempresa permite que sejam estocados os insumos de produção, porém há limitação de espaço.

Há estoque inicial apenas do item $i=2$, pois o fornecedor deste item entrega os produtos nos finais de semana.

Um novo tipo de cliente vem se aproximando da área de vendas da Empresa S, os “compradores unitários”. Trata-se de clientes momentâneos, que não fazem pedidos previamente, nem possuem uma rotina de compras, sendo praticamente impossível prever a demanda destes para incluir no planejamento quinzenal. Por esse motivo e por se tratar de clientes que compram pequenos volumes – mas, podem vir a se tornarem grandes compradores no futuro – o proprietário planeja um volume de estoque de estoque diário que cobre eventuais pedidos de grandes clientes e atende esses consumidores. Esse volume de estoque é baseado unicamente na experiência de avaliação do produtor, e, por esse motivo, foi comum observar períodos em que este volume de estoque fosse menor que o desejado ou inexistente. Neste trabalho, a fim de identificar para o leitor de forma mais clara o volume de estoque mínimo que o proprietário deseja ter, de cada item em cada período, ele será chamado de estoque de segurança, e não deve ser confundido como um volume de estoque para minorar os efeitos das variações no caso de falta de um ou mais insumos ou itens finais, este não é definido nesta pesquisa.

O setor de congelamento e estoque de salgados possui limite de capacidade. Observou-se que a falta de um bom planejamento da produção leva a desperdícios de massas, pois há ocasiões em que os freezers estão completamente cheios e não há demanda por salgados, e as massas produzidas antecipadamente não podem ser estocadas para utilização futura.

O horizonte de planejamento é de quatorze dias (neste trabalho nos referimos ao horizonte de planejamento também como quinzena), incluindo finais

de semana e feriados. Porém, o produtor tem a necessidade de concentrar a produção em dias úteis, pois o custo de produção em hora extra é elevado. Há ainda a possibilidade de locação de maquinário externo para produção, mas os custos de utilização por hora são ainda maiores que o custo de trabalho em hora extra, pois os novos equipamentos só podem ser operados por funcionários treinados, e os profissionais da Empresa S não estão aptos para exercer essa função, levando a microempresa a contratar extrarregularmente junto a firma de aluguel das máquinas, pessoal qualificado para operá-las.

A sequência ou ordem em que os diferentes salgados são produzidos geralmente interfere no tempo de preparação da máquina. Uma limpeza deve ser realizada no equipamento de mistura sempre que há mudança no tipo de massa em relação a que foi recentemente produzida. O tempo dedicado à limpeza depende do tipo de corante que foi utilizado (massas claras precisam de menos tempo para a limpeza prévia do que massas coloridas). Seria aceitável considerar tempos distintos de limpeza no processo, porém, foi observado durante a pesquisa de campo, que o funcionário responsável pela limpeza sempre gasta o mesmo tempo na limpeza da máquina, independente do tipo de massa a ser preparada no equipamento.

Observou-se também que o tempo utilizado na limpeza é o mesmo tempo utilizado na separação dos ingredientes para a preparação para a próxima mistura na máquina, e esse tempo independe do tipo de massa a ser preparado. É aceitável então, para esse problema de planejamento, desconsiderar o sequenciamento da produção, e tratar o problema simplesmente como um problema de dimensionamento de lotes de produção. Além disso, existe um custo associado à preparação da máquina para a produção do próximo lote, esse custo inclui o tempo “desperdiçado” de produção, seguindo as premissas trabalhadas por Maes e Wassenhove (1991), que em seu trabalho mostra que os tempos de *setup* podem ser considerados dentro dos custos de *setup*.

4 PROPOSTA DE MODELAGEM DO PROBLEMA

Conforme mencionado, o escopo deste trabalho abrange o problema de dimensionamento de lote da produção de uma microempresa produtora de salgados. A decisão de produção nesta microempresa é uma tarefa complexa, principalmente por não usar procedimentos adequados nem possuir ferramentas computacionais que auxiliem nessa prática. A programação diária da produção envolve diversos fatores, como a demanda de produtos, a capacidade de produção de massa na máquina de mistura, a limitação da linha de modelagem, a capacidade de armazenamento no setor de congelamento que deve comportar a produção, os estoques de curto prazo e o estoque de segurança.

Neste capítulo, será proposto um modelo de programação matemática cujas soluções visam auxiliar no processo de tomada de decisão do dimensionamento de lotes de salgados que devem ser preparados diariamente e de todos os componentes necessários para essa produção. Esse problema pode ser caracterizado como um problema multi-estágio, multi-máquinas, com tempos de preparação, onde a capacidade de produção é limitada pelo equipamento gargalo, que no caso desta linha de produção é a máquina de mistura.

4.1. Modelo Matemático

Nesta sessão são identificados e analisados os parâmetros, variáveis, objetivos e restrições do modelo proposto para o problema de dimensionamento de lotes na fábrica de salgados.

Baseado nos modelos apresentados anteriormente, o modelo matemático que melhor se aproxima de uma representação do problema estudado é o modelo de Billington *et al.*(1983), que considera a demanda de itens acabados, semi-acabados e de insumos. Não de se considerar no modelo proposto restrições adicionais, como o custo de trabalho em hora extra e distribuição nas linhas de

produção. Desta forma, o modelo matemático proposto consiste em uma adaptação do modelo acima citado.

Como ocorre na maioria dos modelos matemáticos que representam problemas práticos, algumas simplificações foram consideradas no modelo. Tais simplificações viabilizam a resolução do problema e não comprometem sua representação prática.

Índices

$t = 1, 2, \dots, T$, período de tempo em dias; $T = 14$

$k = 1, 2$ linha de produção

$i, j = 1, 2, \dots, I$, itens; $I = 19$

Subíndices

$ins = 1, 2, 3, \dots, INS$, insumos : subconjunto dos itens I ; $INS = 13$

$ip = 6, 7, \dots, IP$, itens produzidos : subconjunto dos itens I ; $IP = 19$

$sl = 14, 15, \dots, SL$, itens produzidos nas linhas 2 e 3 : subconjunto dos itens I ; $SL = 17$ (salgados)

$ul = 18, 19$, itens produzidos na linha 3 : subconjunto dos itens I (salgados)

$ist = 10, 11, \dots, IST$, itens produzidos na máquina de mistura : subconjunto dos itens I $IST = 13$ (massas)

Parâmetros

d_{it} = demanda do item i no período t

r_{ij} = unidades do item i necessárias para compor uma unidade do item j

SM = estoque máximo de itens produzidos na linha 2 e na linha 3 (salgados)

$CAPL_{ikt}$ = capacidade de produção do item i na linha k no período t

$CAPLMax_{kt}$ = capacidade máxima de produção na linha k no período t

$CAPMM_t$ = capacidade de produção no período t na máquina de mistura

Sin_{i0} = estoque do item i no início do horizonte de planejamento

SI_{it} = estoque máximo do item i no período t

SS_{it} = "estoque de segurança" do salgado i no período t

pmm_{it} = custo unitário de produção / aquisição do item i no período t na máquina de mistura

$PPMM_{it}$ = custo unitário de preparação do item i no período t na máquina de mistura

p_{ikt} = custo unitário de produção / aquisição do item i no período t na linha k

PR_{ikt} = custo unitário de preparação do item i no período t na linha k

h_{it} = custo de estocar o item i no período t

M = número positivo grande

Variáveis de decisão

x_{ikt} = quantidade do item i a ser adquirida / produzida no período t na linha k

z_{it} = quantidade do item i a ser adquirida / produzida no período t na máquina de mistura

y_{ikt} = indica se o item i é adquirida / produzida no período t pela linha k

w_{it} = indica se o item i é adquirida / produzida no período t na máquina de mistura

s_{it} = indica se o item i é estocado no final do período t

Formulação do Problema

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & \sum_{ins} \sum_t (pmm_{ins}^t z_{ins}^t + w_{ins}^t PPMM_{ins}^t) + \\ & \sum_{sl} \sum_k \sum_t (p_{sl,k}^t x_{sl,k}^t + y_{sl,k}^t PR_{sl,k}^t) + \\ & \sum_{ul} \sum_t (p_{ul,k=2}^t x_{ul,k=2}^t + y_{sl,k=2}^t PR_{ul,k=2}^t) + \sum_i \sum_t (h_i^t s_i^t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Sujeito a

$$s_{ins}^{t-1} + z_{ins}^t = \sum_k \sum_{j \in D(ins)} (r_{ins,j} x_{j,k}^t) + \sum_{j \in D(ins)} (r_{ins,j} z_j^t) + s_{ins}^t \quad \forall ins \quad \forall t \quad (4.2)$$

$$s_{sl}^{t-1} + \sum_k x_{sl,k}^t = d_{sl}^t + s_{sl}^t \quad \forall sl \quad \forall t \quad (4.3)$$

$$s_{ul}^{t-1} + x_{ul,k=2}^t = d_{ul}^t + s_{ul}^t \quad \forall ul \quad \forall t \quad (4.4)$$

$$\sum_{ist}^{IST} z_{ist}^t \leq CAPMM_t \quad \forall t \quad (4.5)$$

$$\sum_{sl}^{SL} x_{sl,k}^t \leq CAPLMax_k^t \quad \forall t \quad \forall k \quad (4.6)$$

$$x_{sl,k}^t \leq CAPL_{sl,k}^t \quad \forall sl \quad \forall t \quad \forall k \quad (4.7)$$

$$\sum_{ul}^{UL} x_{ul,k=2}^t \leq CAPLMax_{k=2}^t \quad \forall t \quad (4.8)$$

$$x_{ul,k=2}^t \leq CAPL_{sl,k=2}^t \quad \forall ul \quad \forall t \quad (4.9)$$

$$s_i^0 = Sin_{i_0} \quad \forall i \quad (4.10)$$

$$s_{sl}^t \geq SS_{sl}^t \quad \forall sl \quad \forall t \quad (4.11)$$

$$s_{ul}^t \geq SS_{ul}^t \quad \forall sl \quad \forall t \quad (4.12)$$

$$\sum_{sl}^{SL} s_{sl}^t + \sum_{ul}^{UL} s_{ul}^t \leq SM \quad \forall sl \quad \forall t \quad (4.13)$$

$$s_{ins}^t \leq SI_{ins}^t \quad \forall ins \quad \forall t \quad (4.14)$$

$$x_{i,k}^t \leq M y_{i,k}^t \quad \forall i \quad \forall k \quad \forall t \quad (4.15)$$

$$z_i^t \leq M w_i^t \quad \forall i \quad \forall t \quad (4.16)$$

$$x_{ins,k}^t = 0 \quad \forall ins \quad \forall k \quad \forall t \quad (4.17)$$

$$z_{sl}^t = 0 \quad \forall sl \quad \forall t \quad (4.18)$$

$$z_{ul}^t = 0 \quad \forall ul \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$z_i^k, x_{i,k}^t, s_i^t \geq 0 \quad (4.20)$$

$$w_i^k, y_{i,k}^t \in \{0,1\} \quad (4.21)$$

A função objetivo (4.1) a ser minimizada representa os custos da empresa, o primeiro somatório da equação refere-se aos custos de produção, preparação e aquisição dos insumos que são utilizados na preparação das massas e posteriormente na modelagem dos salgados (os insumos recheios). Para garantir

que sejam contabilizados apenas os itens insumos, utiliza-se o subíndice *ins*. O segundo somatório refere-se aos custos de produção e de preparação dos itens que são modelados em ambas as linhas, ou seja, apenas os itens do subconjunto *sl*. O terceiro somatório representa os custos de produção e preparação dos itens que são modelados apenas na linha 2, definidos com subíndice *ul*. O quarto somatório, por sua vez, representa os custos de estoque de todos os itens utilizados ou preparados na empresa.

As restrições (4.2) referem-se à satisfação de demanda interna. O balanço da equação garante que o estoque dos insumos ao final do período anterior mais as quantidades de insumos disponíveis no período *t* sejam iguais às quantidades de itens produzidos e estocados no período *t* na máquina de mistura ou nas máquinas de modelagem mais o que será estocado. As variáveis z_j^t e $x_{j,k}^t$ utilizadas no somatório, são dependentes do índice *j*, que pode assumir qualquer valor do conjunto dos itens. Deve-se garantir que não haja uma interpretação errada no modelo de otimização, como, por exemplo, produzir salgados (subíndices *ul* e *sl*) na máquina de mistura ou itens do subconjunto *ins* nas linhas 1 e 2. Para evitar que isso aconteça, foram criadas as restrições (4.17), (4.18) e (4.19), que garantem que *z* assume valores apenas quando se refere aos itens insumos (subíndices *ins*) e *x* apenas quando se refere ao subconjunto salgados (*sl* ou *ul*). Para maior clareza desta explicação, vamos analisar a restrição (4.2) fixando *ins*=7. Neste caso, temos que $D(7) = \{17,18\}$, então

$$s_7^{t-1} + z_7^t = \sum_k^2 r_{7,17} x_{17,k}^t + r_{7,18} x_{18,k}^t + r_{7,17} z_{17}^t + r_{7,18} z_{18}^t + s_7^t \quad \forall t$$

Em um modelo sem as restrições (4.17), (4.18) e (4.19), ao otimizá-lo permite-se que a variável *z* assuma qualquer valor positivo. Os primeiros testes realizados mostraram a importância dessas restrições, pois não existem custos associados a variável *z* assumindo os subíndices *ul* e *sl*, o mesmo ocorre para a variável *x* assumindo os subíndices *ins*.

A satisfação da demanda externa é representada pelas restrições (4.3) e (4.4). Em (4.3) garante-se que o volume de salgados, que podem ser produzidos em ambas as linhas, satisfaça a sua demanda externa juntamente com o volume estocado ao final do período anterior. Em (4.4) garante-se que os itens que são

produzidos apenas na linha 2 satisfaçam a demanda no período t adicionados ao volume estocado dos itens ao final do período anterior.

A restrição (4.5) garante que o volume máximo de massas produzidas (subíndice ist) no período t não seja maior que a capacidade máxima de produção da máquina de mistura.

As restrições (4.6) e (4.8) garantem que a produção total de salgados na linha k não ultrapasse a capacidade máxima de produção da máquina k . As restrições (4.7) e (4.9), por sua vez, garantem que não sejam ultrapassadas as capacidades máximas individuais de cada tipo de salgado na linha de produção k .

O estoque inicial do item i é definido em (4.10).

A garantia de que sejam produzidos estoques de segurança, exigidos pelo produtor, é dada pelas restrições (4.11) e (4.12).

Em (4.13) garante-se que o volume de estoque de salgados produzidos em ambas as linhas não ultrapassem a capacidade máxima dos freezers de estoque e resfriamento.

As restrições em (4.14) limitam os estoques de insumos à capacidade máxima de armazenagem. É importante lembrar que os insumos ist serão limitados a um valor máximo de 0 unidade, pois não é permitido estoque de massas. Em (4.15) e (4.16) tem-se as restrições de reforço de *setup*, garantindo assim que só haja custos de preparação quando houver produção do item.

Como mencionado anteriormente, (4.17), (4.18) e (4.19) garantem que as variáveis só assumam valores não nulos quando seus índices indicarem uma associação com custo, evitando decisões incoerentes de produção durante a minimização do modelo.

As restrições em (4.20) garantem a não negatividade das variáveis reais. Já as restrições (4.21), por sua vez, definem as variáveis como binárias.

5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com o modelo proposto no Capítulo 4. A primeira seção descreve o hardware e software usados nos experimentos computacionais. As seções posteriores apresentam instâncias com dados reais, em diferentes épocas do ano e sob influência de fatores diferenciados, a fim de verificar a aplicabilidade do modelo para o problema estudado. Os resultados obtidos serão comparados com demandas determinísticas do passado.

5.1. Linguagem de Modelagem e Solver

Para resolver o modelo matemático foi utilizada a linguagem de modelagem algébrica AIMMS (*Advanced Integrated Multidimensional Software*) 3.11 com solver CPLEX 12.3 em um computador com processador Intel Core i7; 2 GHz, 4 GB de RAM no sistema operacional Windows 7 de 64 bits.

O AIMMS oferece um ambiente de desenvolvimento no qual pessoas experientes em modelagem podem criar aplicações funcionais que podem ser utilizadas por pessoas com menos conhecimento no assunto. O sistema AIMMS oferece uma notação de índice que possibilita capturar a complexidade de problemas reais. Além disso, permite expressar muitos cálculos complexos de uma maneira compacta, sem a preocupação com o gerenciamento da memória ou considerações de armazenamento de dados. Uma das principais características do AIMMS é sua capacidade de especificar e resolver modelos de otimização com restrições lineares e não lineares. Usando-se a mesma notação compacta disponível para declarações de procedimentos, as restrições simbólicas podem ser formuladas de modo simples e conciso. Com apenas uma simples declaração, um modelo de otimização pode ser resolvido por um *solver*, tais como CPLEX, XA, CONOPT e XPRESS. (Ignácio e Ferreira, 2004).

O CPLEX é um software de otimização que resolve problemas gerais de programação linear e programação inteira mista, solucionando problemas grandes e difíceis rapidamente, e com a mínima intervenção do usuário (Toso, 2003).

A linguagem de modelagem AIMMS foi escolhida por estar disponível em versão acadêmica, no Departamento de Engenharia Industrial da PUC-RJ, a escolha do CPLEX, por sua vez, incorre do fato de ser o melhor *solver* de programação inteira mista dentro do pacote AIMMS.

5.2.

Caso 1: Avaliação do modelo com dados reais de demanda

Para validar o modelo proposto foram realizados testes com dados reais a fim de comparar os resultados da otimização do modelo com os resultados passados, obtidos pelo planejamento da microempresa. Os dados escolhidos para a primeira instância referem-se ao mês de junho de 2011, por tratar-se de um mês que não há feriados nem grandes eventos na cidade onde se localiza a empresa. Essa característica não se refere apenas ao mês de junho, de fato, observou-se que a maioria dos meses apresentava essa característica, porém, ao realizar os levantamentos dos possíveis conjuntos com as mesmas características, observou-se que, embora tenha atendido aos pedidos prontamente, a empresa não conseguiu produzir os “estoques de segurança”. Sabe-se que os estoques atenderam apenas aos clientes principais, sendo relevante verificar que o modelo pode contribuir para a redução dos custos da empresa não apenas pontualmente, e sim no maior número – se não todos – os períodos de planejamento.

O proprietário informou os valores do custo total da produção dos salgados. É válido salientar que estes valores foram obtidos empiricamente e serão utilizados para permitir a comparação com os custos totais obtidos pela otimização no período analisado. Não foi possível resgatar os custos relacionados às etapas intermediárias do planejamento da produção.

Esse primeiro teste trás um duplo desafio ao observar o plano ótimo de produção: a redução de custos e o atendimento de todas as restrições.

O horizonte de planejamento abrange um período de 14 dias sem feriados, sendo 10 dias úteis e 4 dias de finais de semana, esses últimos considerados como dias de trabalho em hora extra. Além disso, não há demanda a ser atendida no

sétimo dia de cada semana. Daqui por diante, esse período será categorizado como período de demanda regular.

Os valores determinísticos das demandas reais do período regular foram inseridos no modelo AIMMS/CPLEX para gerar os programas de produção, de encomendas e de estoques, e comparar o custo total gerado com o custo total obtido pela empresa no mesmo período.

Os parâmetros referentes à quantidade do item i necessária para a produção de uma unidade do item j (r_{ij}), ao estoque máximo de itens produzidos em ambas as linhas (SM), à capacidade de produção do item i na linha k no período t ($CAPL_{ikt}$), à capacidade máxima de produção da linha k no período t ($CAPLMax_{kt}$), à capacidade de produção da máquina de mistura no período t ($CAPMM_t$), estoque do item i no período t (SI_{it}), ao estoque de segurança (SS_{it}), ao custo unitário de produção e/ou aquisição na máquina de mistura (pmm_{it}), ao custo unitário de preparação na máquina de mistura ($PPMM_{it}$), ao custo unitário de produção e/ou aquisição na linha k (p_{ikt}), ao custo de preparação na linha k (PR_{ikt}) e ao custo de estocar o item (h_{it}) foram fornecidos pela empresa e encontram-se no anexo A. Serão apresentadas no anexo B as quantidades de insumos intermediários que devem ser adquiridas e utilizadas e/ou estocadas a cada período como resultado do plano de produção ótimo.

A demanda d_{it} (em unidades do salgado i) do dia t do período regular analisado é apresentada na Tabela 2.

Observando os registros da empresa, foi possível verificar que o plano de produção para atender as demandas no período regular consistiu na produção de volumes iguais de salgados diariamente, sem a utilização dos finais de semana. De outra forma, calculou-se o total demandado na semana e dividiu-se pelos dias úteis disponíveis para a produção, respeitando as restrições de capacidade e estoque da empresa. Além disso, foi possível observar na empresa estudada que, para dias considerados “tranquilos”, ou seja, quando a quantidade de pedidos que entram num dia correspondem à demanda prevista, não há controle de utilização das linhas de modelagem, e mesmo que uma linha tenha capacidade de produzir todo o volume informado no plano de produção, evitando-se gastos com a limpeza

e preparação do maquinário, foi comum observar ambas as linhas trabalhando ao mesmo tempo e abaixo de sua capacidade.

Tabela 2: Demanda durante o período regular

d_{it}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Salgado1	200	200	200	250	200	100		200	200	200	250	200	100	
Salgado2	100	150	150	250	300	120		100	150	150	250	300	120	
Salgado3	80	100	100	120	150	60		80	100	100	120	150	60	
Salgado4	200	150	150	130	200	85		200	150	150	130	200	85	
Salgado5	70	80	80	60	50	30		70	80	80	60	50	30	
Salgado6	50	60	100	60	50	30		50	60	100	60	50	30	

No referido período de demanda regular, a microempresa obteve um custo total de produção de R\$ 8.275,42. Esse custo é chamado aqui de custo real.

O primeiro teste de otimização do modelo proposto mostrou uma estratégia de produção diferente da adotada pela empresa. Os resultados do plano ótimo de produção de salgados (itens 14 a 19) e de estoque de salgados (itens 14 a 19) são apresentados respectivamente na Tabela 3 e na Tabela 4. Os resultados para os insumos intermediários são fornecidos no anexo B. O custo total mínimo deste plano de produção foi de R\$ 7.388,13.

Tabela 3: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda, volume de produção de salgados

		Período t													
k	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	14	230	200	200	250	200	100	300	10	290		250	200	100	
	15	40	150	150	250	100	171	100		199	50	250	300	120	
	16						60		94	11				60	
	17	230	150	150		200	169		296		450			85	
2	14														
	15	90				200									
	16	110	100	100	120	150			75	100	120	150			
	17				130										
	18	100	80	80	60	65	15		150		140		80		
	19	50	60	100	110		30		110		160		80		

Tabela 4: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda, volume de estoque de salgados

		Período t													
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
14	30	30	30	30	30	30	330	140	230	30	30	30	30	30	
15	30	30	30	30	30	80,1	180	80,1	130	30	30	30	30	30	
16	30	30	30	30	30	30	30	44	30	30	30	30	30	30	
17	30	30	30	30	30	114,2	114,2	210	60	360	230	30	30	30	
18	30	30	30	30	44,6	30	30	110	30	90	30	60	30	30	
19				50				60		60		30			

Os resultados apresentados foram obtidos com 40.231.795 iterações do algoritmo padrão do *solver*, e o tempo de execução foi de 34min e 23s.

Para a instância apresentada, a aplicação do modelo para definição do plano de produção geraria uma redução de custos de aproximadamente 11%, como pode ser visto na Tabela 5.

Tabela 5: Comparação dos resultados do plano ótimo em relação ao plano de produção real para o período regular de demanda

	Custo (R\$)	Desempenho em relação ao custo real
Plano de produção real	8275,42	---
Plano de produção ótimo	7388,13	Redução de 10,72%

Neste modelo para essa instância, o número de restrições e de variáveis são respectivamente de 1979 e 1867 (798 sendo inteiras).

Executou-se o modelo novamente e limitou-se a execução a metade, um terço e um quarto do tempo que foi encontrado o plano de produção ótimo e verificou-se que com um quarto do tempo já é possível encontrar um valor muito plano ótimo (R\$ 7388, 97), com um gap de processamento de 0,48% e 19.173.202 iterações.

5.3.

Caso 2: Aplicação do modelo a períodos com grande demanda

Em épocas festivas na cidade sede, é comum o aumento significativo do volume de pedidos de salgados, principalmente nos finais de semana. A microempresa tenta se planejar com antecedência ao aumento do volume de pedidos produzindo antecipadamente uma grande quantidade de salgados. No entanto, esta estratégia gera custos que podem ser evitados se houver um bom plano de produção. Uma das questões que surge é se realmente é válido produzir para estocar, uma vez que esta é a estratégia da empresa em períodos com grande demanda por salgados.

Para avaliar o impacto da aplicação do modelo ao planejamento da produção na empresa, foram utilizados os valores da demanda do mês de dezembro de 2011 e foram comparados os resultados do custo real obtido pela empresa e o custo total dado pela solução do modelo.

As informações de demanda para o período de grande demanda são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6: Demanda para o período de grande demanda

		Período t													
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
14	120	110	110	120	200	400	300	100	100	120	120	200	100		
15	80	80	100	130	200	300	300	100	120	150	200	180	100		
16	80	100	100	120	150	200	210	100	80	100	120	120	80		
17	130	120	180	120	210	200	150	130	150	150	100	100	70		
18	70	70	90	80	145	145	110	80	80	100	50	50	25		
19	50	50	80	80	100	100	100	60	50	80	60	60	45		

O custo total informado pela empresa (custo real) no período apresentado foi de R\$ 8839,10.

A melhor solução encontrada com a otimização do modelo fornece a estratégia de produção apresentada na Tabela 7. Para os itens que se referem aos salgados (itens 14 a 19) e na Tabela 8 para os estoques de salgados (itens 14 a 19). Para os demais itens (insumos e insumos intermediários, $i=1$ a $i=13$), os volumes adquiridos/utilizados e estocados são apresentados no anexo B.

Tabela 7: Plano ótimo de produção para o período de grande demanda: volume de produção de salgados

		Período t													
k	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	14	171	299		90	130	300	300	100	100	120	180	140	100	
	15	110	130	50	410		200	100	100	120	150	200	180	100	
	16								70	97,5	12,5	120	80	80	
	17	219	71	450		370			130	182,5	217,5		100	70	
	18														
	19														
	14														
	15							170							
	16	110	100	160	250	220		130	30		70		40		
	17														
	18	100	70	90	200	200			80	83	157		75		
	19	100		80	150	180			110		150		105		

Tabela 8: Plano de produção ótimo para o período de grande demanda, volume de estoque de salgados

		Período t													
i		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
14	51	240	130	100	30	30	30	30	30	30	30	90	30	30	30
15	30	80	30	310	110	60	30	30	30	30	30	30	30	30	30
16	30	30	90	220	290	110	30	30	47,5	30	30	30	30	30	30
17	89	40	310	190	350	200	30	30	62,5	130	30	30	30	30	30
18	30	30	30	150	250	140	30	30	33	90	30	55	30	30	30
19	50			70	170	100		50		70		45			

O custo mínimo encontrado após 75.677.618 iterações do algoritmo padrão escolhido pelo *solver* e 10h e 49min de processamento foi de R\$ 7.707,26. Neste ponto, vale ressaltar o que o GAP da resposta de menos de 7% foi atingido após 3min de processamento, com um custo mínimo de R\$ 7.708,37, o que já é satisfatório, ainda, em um tempo de processamento de 8 min (mesmo tempo de processamento utilizado na instancia anterior para minimizar o tempo de processamento durante a busca pelo plano ótimo), com 1.409.141 iterações já foi possível encontrar um custo mínimo de R\$ 7.708,11, sendo possível encontrar em

menos tempo uma estratégia de produção melhor do que a sendo praticada pela microempresa.

A redução do custo obtida com a otimização do modelo proposto pode ser próxima de 12,81%, como mostrado na Tabela 9.

Tabela 9: Comparação dos resultados do plano de produção ótimo em relação ao plano de produção real para o período de grande demanda

	Custo (R\$)	Desempenho em relação ao custo real
Plano de produção real	8.839,10	---
Plano de produção ótimo	7.707,26	Redução de 12,81%

Para essa instância, o número de restrições e de variáveis e são respectivamente 1979 e 1867 (sendo 798 inteiras). Assim como na instância anterior, uma vez que apenas os dados foram modificados.

5.4.

Caso 3: Aplicação do modelo a períodos com parada de manutenção

Independente do tamanho da empresa, periodicamente as máquinas devem ser paradas para manutenção preventiva a fim de garantir a integridade do equipamento e sua disponibilidade para a produção.

É importante que a empresa faça um bom planejamento de sua produção para suprir todas as necessidades durante a parada de qualquer maquinário.

Embora não possua um histórico de vendas perdidas, a Empresa S enfrenta grandes dificuldades de atendimento de demanda durante o período em que ocorre a parada da sua linha principal, pois esta é única linha que produz dois dos seis tipos de produtos ofertados.

A parada de manutenção da linha 2 ocorre anualmente na segunda semana do primeiro período de janeiro. Esse período possui pouca entrada de pedidos e, portanto, a empresa antecipa-se na produção e produz para estocar. Porém, é observado que esse período possui um registro de custo muito elevado, quando comparado a períodos de maior produção. Isso ocorre devido principalmente a

grande geração de estoques de produtos sem um planejamento adequado. Para a demanda prevista no período de manutenção, apresentada na Tabela 10, o custo real obtido pela Empresa S foi de R\$ 7.019,30.

Tabela 10: Demanda em período de manutenção

i	Período t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
14	200	250	200	200	145	50		200	130	230	200	200	50	
15	100	150	150	150	150	40		80	100	100	140	100	45	
16	50	50	50	60	50	40		50	50	50	60	50	45	
17	100	100	80	100	100	40		120	100	100	100	100	40	
18	80	80	60	50	80	55		60	80	70	50	80	30	
19	40	60	60	60	60	20		50	50	40	60	55	40	

A fim de obter resultados factíveis para a análise dessa nova situação da empresa, os valores de capacidade dos itens de $i=14$ a $i=19$ para os períodos $t=7$ a $t=14$ devem ser reduzidos a zero na entrada dos dados fornecidos pela empresa. Uma alternativa seria inserir um novo conjunto de restrições no modelo, no entanto, isso poderia implicar no aumento do tempo de processamento. Verificou-se que as duas opções levam ao mesmo resultado.

As restrições (5.5.1) e (5.5.3) limitam a capacidade total de produção de salgados na linha 2 a zero unidade. Já as restrições (5.5.2) e (5.5.4) indicam que a produção de cada tipo de salgado também é igual a zero para a linha 2 nos períodos de $t=7$ a $t=14$:

$$\sum_{sl} x_{sl,k}^t = 0 \quad \forall t = 7,8...14 \quad \forall k = 2 \quad (5.5.1)$$

$$x_{sl,k}^t = 0 \quad \forall sl \quad \forall t = 7,8...14 \quad \forall k = 2 \quad (5.5.2)$$

$$\sum_{ul} x_{ul,k=2}^t = 0 \quad \forall t = 7,8...14 \quad (5.5.3)$$

$$x_{ul,k=2}^t = 0 \quad \forall ul \quad \forall t = 7,8..14. \quad (5.5.4)$$

Cabe ressaltar que o mesmo resultado pode ser obtido utilizando-se apenas as restrições (5.5.1) e (5.5.3) ou (5.5.2) e (5.5.4), uma vez que qualquer um dos

dois pares de restrições limita a produção da linha 2 a zero unidade nos períodos $t=8$ a $t=14$.

O custo ótimo encontrado para o modelo com 208.176 iterações do algoritmo padrão escolhido pelo *solver* e um tempo de processamento de 3min e 23s foi de R\$ 4.603,04, mostrando que a aplicação do modelo traria uma redução de custos de mais de 30%. O plano ótimo de produção para os itens salgados ($i=14$ a $i=19$) bem como os estoques sugeridos pela otimização do modelo são apresentados nas Tabelas 11 e 12. A Tabela 13 apresenta um comparativo do custo real dado pelo plano de produção real e o custo total dado pelo plano ótimo durante o período de manutenção da linha de produção.

Tabela 11: Plano ótimo de produção para o período de manutenção: volume de produção de salgados

x_{ikt}		período t													
k	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	14	230	250	210	190	145	52,5		197,5	150	350	60	250	50	
	15	130	150	150	150	150	40		80	100	100	140	145	45	
	16	10		50	60	50	40		50	50	100	60	95		
	17	130	100	80	100	100	87,5		72,5	200	50	240			
	18														
	19														
	14														
	15														
	16	70	50												
	2	17													
18	110	95	200	200	200										
19	100		120		247	128									

Tabela 12: Plano de produção ótimo para o período de manutenção, volume de estoque de salgados

S_{it}	Período t														
k=1															
14	30	30	40	30	30	32,5	32,5	30	50	170	30	80	30	30	
15	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	75	30	30	
16	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	75	30	30	
17	30	30	30	30	30	77,5	77,5	30	130	30	170	70	30	30	
18	30	45	185	335	455	400	400	340	260	190	140	60	30	30	
19	60		60		187	295	295	245	195	155	95	40			

Tabela 13: Comparação dos resultados do plano de produção ótimo em relação ao plano de produção real para o período de manutenção

	Custo (R\$)	Desempenho em relação ao custo real
Plano de produção real	7.019,30	---
Plano de produção ótimo	4.603,4	Redução de 34,41%

O número de restrições e de variáveis nessa instância são respectivamente 1979 e 1867 (sendo 798 inteiras), que são idênticos para as instâncias anteriores, uma vez que novamente apenas os dados foram modificados.

6 Considerações Finais e Perspectivas

Neste trabalho propusemos um modelo matemático para dimensionamento dos lotes de produção de uma microempresa familiar produtora de salgados, visando aumentar a sua eficiência, e conseqüentemente sua competitividade e sobrevivência.

A empresa escolhida faz parte de um grupo de investimentos que vem crescendo no Brasil: o microempreendimento. As micro e pequenas empresas nacionais são grandes geradoras de oportunidades de renda e emprego. Sendo motor do mercado interno brasileiro, torna-se essencial a criação de condições de sobrevivência desses empreendimentos no cenário atual do mercado brasileiro. (SEBRAE 2011a)

Como discutido no capítulo 3, o proprietário da microempresa estudada não possui conhecimento de procedimentos nem de ferramentas que auxiliem na realização de um bom planejamento da sua produção. As decisões na empresa são tomadas de acordo com as expectativas de seu mercado, baseado em informações passadas de vendas. Ela realiza um planejamento empírico de acordo com sua demanda e organiza a produção baseada nas restrições da empresa, discutidas no capítulo 4.

Com o intuito de melhorar o planejamento da produção da microempresa estudada, um modelo matemático foi proposto para determinar quanto e quando produzir/comprar de cada item da estrutura de produção, a fim de atender a demanda dinâmica ao menor custo possível. Com auxílio da ferramenta computacional AIMMS, o modelo foi otimizado, utilizando-se dados reais da empresa a fim de comparar o custo total fornecido pela otimização e o custo total obtido pela empresa. As instâncias do problema de planejamento aqui testadas representam três situações distintas da empresa, mas que se repetem anualmente, o caso da parada de manutenção preventiva (discutida no Capítulo 5.4) e os casos de demanda regular e de demanda excessiva, contemplando todos cenários de mercado enfrentados pela microempresa. Os resultados do modelo proposto para

as três instâncias geradas mostram que o modelo desenvolvido representa bem o problema estudado, fornecendo custos mínimos melhores que os custos obtidos pela empresa; as reduções podem chegar a mais de 30%, como pode ser visto na Tabela 14.

É importante observar a relevância da experiência do microempresário no planejamento da produção para a aplicabilidade do modelo. O resultado ótimo é obtido com informações de previsão de demanda, e alguns volumes podem vir a ser alterados de acordo com as situações atípicas que não foram modeladas, mas que podem interferir no plano de produção resultante. Observa-se que a redução de custos é menor em cenários que se repetem com maior frequência na empresa (como visto no Capítulo 5.2) e maior em cenários esporádicos (Capítulo 5.4).

Tabela 14: Comparativo dos resultados obtidos com a otimização do modelo

	custo real (R\$)	custo ótimo (R\$)	redução percentual (%)
Plano de produção e estoques em período regular de demanda	8.275,42	7.388,13	10,72
Plano de produção e estoques em período de grande demanda	8.839,1	7.707,25	12,81
Produção e estoques em período durante parada de manutenção	7.019,3	4.603,4	34,42

Portanto, o modelo desenvolvido é uma ferramenta, que aliada ao conhecimento do produtor, pode garantir uma redução de custos e, conseqüente aumento dos lucros da empresa.

Os resultados encontrados com a otimização do modelo são promissores. Ao serem apresentados a Empresa S, outros estudos foram sugeridos, que se iniciaram com o desenvolvimento do modelo proposto. Alguns deles estão fora do escopo deste trabalho, mas seus resultados podem servir de incentivo para a aplicação em outras empresas.

A primeira sugestão de trabalho futuro é avaliar o desempenho do modelo para horizontes de planejamento maiores. Essa avaliação não foi feita por falta de tempo hábil para a conclusão desta dissertação, pois além da otimização do modelo seria indicado estudar e criar um sistema de previsão de demanda baseado no histórico de produção da empresa. Como a previsão de demanda é feita

baseada em curtos períodos, a mudança para períodos mais longos poderia impactar negativamente no custo de produção, pois não há experiência do empreendedor, e como verificado, a maior redução de custo é encontrada em períodos cujos cenários não são rotineiros.

A segunda sugestão é estudar o aumento do mix de produtos oferecidos pela empresa. Os novos produtos podem ser inseridos no modelo juntamente com seus insumos, a fim de verificar a necessidade, por exemplo, do aumento das linhas de produção. Para isso, um estudo a respeito da demanda por novos produtos deve ser feito, assim como se deve fazer um levantamento sobre os novos insumos de produção e os novos custos envolvidos.

7 REFERÊNCIAS

ARAUJO, S. A. **Estudos de Problemas de Dimensionamento de Lotes Monoestágio com Restrição de Capacidade**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 1999.

ARAUJO, S. A.; ARENALES, N. M. Dimensionamento de Lotes de Programação numa Fundição de Porte Médio. **Pesquisa Operacional**, v. 23, n. 3, p. 403-420, 2003.

ARAUJO, S. A.; ARENALES, N. M.; CLARK, A. R. Dimensionamento de Lotes de Programação do Forno numa Fundição de Pequeno Porte. **Gestão & Produção**, v. 11, p. 165-176, 2003.

BILLINGTON, P. J.; McCLAIN, J. O.; THOMAS, L. J.; Mathematical programming approaches to capacity MRP systems: review formulation and problem reduction. **Management Science**, 19, 1983. 1126-1141.

BRAHIMI, N.; DAUZERE-PERES, S.; NAJID, N. M.; NORDLI, A.. Single item lot sizing problems. **European Journal of Operational Research**, n. 168, 2006. 1-16.

CHIAVENATO, I. **Introdução a Teoria Geral da Administração**. 4^a. ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

CLARK, A. R.; STAGGEMEIER, A. T. **A survey of lot-sizing and scheduling models**. [S.l.]. 2001. in 23^o Simpósio Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional - SOBRAPO.

CORRÊA, H. L. & GIANESI, I. G. N. **Just in Time, MRP II e OPT — Um enfoque estratégico**. Ed. Atlas, 2. ed., 1996.

DREXL A., KIMMS A.; A lot Sizing and Scheduling - Survey and Extensions. **European Journal of Operational Research**, n. 99, 1997. 221-235.

FERREIRA, D. **Abordagens para Problema Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Produção de Bebidas**. São Carlos, p. 247. 2007.

- FLEISCHMANN, B. The Discret Lot-sizing and Scheduling Problem. **European Journal of Operational Research**, 44, 1990. 337-348.
- FLORIAN, M.; LENSTRA, J. K.; RINOOY KAN, A. H. G.; Deterministic production planning and complexity. **Management Science**, 26, 1980. 669-679.
- GODINHO, M. F.; FERNANDES, F. C. F.; Redução da estabilidade e melhoria de desempenho do sistema MRP. **Produção**. v. 16, n.1, p. 64-79, jan-abr 2006.
- HAX, A.; CANDEA, D. **Production and inventory management**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.
- IGNÁCIO, A. A. V; FERREIRA, V. J.M.F, O uso do software de modelagem AIMMS na solução de problemas de programação matemática. **Pesquisa Operacional** , v. 24, n. 1, p. 197-210, 2004
- JONHSON, L. A.; MONTGOMERY, D. C. **Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control**. New York: Wiley, 1974.
- MAES, J.; VAN WASSENHOVE, L. N.; Capacitated Dynamic Lotsizing Heuristics for Serial Systems, *International Journal of Production Research*, 29, 1991, 1235-1249
- MORABITO, R.; PAIVA, R. P. O. Um modelo de otimização para o planejamento agregado da produção de usinas de açúcar e álcool. **Gestão & Produção**, São Carlos, v. 14, n. 1, p. 25-41, 2007.
- NAHMIAS, S. **Production and Operations Analysis**. 6ª. ed. Illinois: McGraw-Hill, 2008.
- POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production Planning by Mixed Integer Programming**. 1ª. ed. [S.l.]: Springer, 2006.
- RECEITA FEDERAL. **O que é o Simples Nacional?**. disponível em <http://www8.receita.fazenda.gov.br/SimplesNacional/SobreSimples.aspx>. acessado em maio/2013
- SEBRAE. **Taxas de Sobrevivência das Empresas no Brasil**. Sebrae. Brasília. 2011a. disponível em [http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/bds.nsf/45465B1C66A6772D832579300051816C/\\$File/NT00046582.pdf](http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/bds.nsf/45465B1C66A6772D832579300051816C/$File/NT00046582.pdf) acessado em janeiro/2012

- SEBRAE. **As Pequenas Empresas do Simples Nacional**. Sebrae. Brasília. 2011b. disponível em [http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/bds.nsf/9BB59A59F0E2E04583257957004777CE/\\$File/NT000470DE.pdf](http://www.biblioteca.sebrae.com.br/bds/bds.nsf/9BB59A59F0E2E04583257957004777CE/$File/NT000470DE.pdf) acessado em janeiro/2012
- TOLEDO, F. M. B.; SHIGUEMOTO, A. L. Lot-sizing problem whit several production centers. **Pesquisa Operacional** , v. 25, n. 3, p. 479-492, 2005.
- TOSO, E. V. **Otimização de Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Programação da Produção: Estudo de Caso na Industria de Rações**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2003.
- TRIGUEIRO, W. W.; THOMAS, L. J.; MCCLAIN, J. O. Capacited Lot Sizing With Setup Times. **Management Science**, 35, n. 3, 1989. 353-366.
- WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. Dynamic version of the economic lot size model. **Management Science**, v. 5, n. 1, p. 89-96, 1958.
- WILLIAMS, H. P. **Model Building in Mathematical Programming**. 4^a. ed. [S.I.]: Jonh Wiley & Sons, 1999.

Anexo A – Parâmetros utilizados nos exemplos reais.

Parâmetros

$SM =$ estoque máximo de itens produzidos na linha 2 e na linha 3 (salgados)
1200 unidades

$CAPL_{ikt} =$ capacidade de produção do item i na linha k no período t

		período t													
i		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
k=1	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	14	500	500	500	500	500	300	300	500	500	500	500	500	300	300
	15	450	450	450	450	450	270	270	450	450	450	450	450	270	270
	16	200	200	200	200	200	120	120	200	200	200	200	200	120	120
	17	450	450	450	450	450	270	270	450	450	450	450	450	270	270
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
k=2	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	14	600	600	600	600	600	360	360	600	600	600	600	600	360	360
	15	400	400	400	400	400	240	240	400	400	400	400	400	240	240
	16	250	250	250	250	250	150	150	250	250	250	250	250	150	150
	17	500	500	500	500	500	300	300	500	500	500	500	500	300	300
	18	200	200	200	200	200	120	120	200	200	200	200	200	120	120
	19	300	300	300	300	300	180	180	300	300	300	300	300	180	180

$CAPLMax_{kt} =$ capacidade máxima de produção na linha k no período t

k	Período t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	500	500	500	500	500	500	400	400	500	500	500	500	500	400
2	600	600	600	600	600	600	500	500	600	600	600	600	600	500

$CAPMM_t =$ capacidade de produção no período t na máquina de mistura
itens $ist = 50$ unidades

$Sin_{i0} =$ estoque do item i no início do horizonte de planejamento

$Sin_{i0} = 10 \quad \forall i = 2$

$Sin_{i0} = 0 \quad \forall i \neq 2$

SI_{it} = *estoque máximo do item i no período t*

ins	$\forall t$
1	80
2	15
3	30
4	10
5	30
6	30
7	15
8	6
9	10
10	0
11	0
12	0
13	0

SS_{it} = *estoque de segurança do sa lg ado i no período t*

i	$\forall t$
14	30
15	30
16	30
17	30
18	30
19	

pmm_{it} = *custo unitário de produção / aquisição do item i no período t na máquina de mistura em reais (estimativa inf ormada pela microempresa)*

ins	Período t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98
2	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3
3	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

4	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99	1.99
5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
6	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99	3.99
7	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99
8	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99	2.99
9	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35	3.35
10	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
11	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
12	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
13	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

$PPMM_{it}$ = custo unitário de preparação do item i no período t na máquina de mistura em reais (estimativa informada pela microempresa)

		Período t													
ins	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
2	5	5	5	5	5	5.75	5.75	5	5	5	5	5	5.75	5.75	
3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
4	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
5	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
6	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
7	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
8	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
9	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
10	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
11	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
12	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	
13	2	2	2	2	2	2.3	2.3	2	2	2	2	2	2.3	2.3	

p_{ikt} = custo unitário de produção/aquisição do item i no período t na linha k

		Período t													
k	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	14	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,1	0,1	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,1	0,1

15	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.11	0.11	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.11	0.11
16	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.25	0.25	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.25	0.25
17	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.11	0.11	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.11	0.11
18														
19														
14	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2
15	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2
16	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2
17	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2	2
18	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2
19	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2

PR_{ikt} = custo unitário de preparação do item i no período t na linha k em reais
(estimativa inf ormada pela microempresa)

k	i	Período t													
		1	14	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	15	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5
	16	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2	2	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2	2
	17	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5
2	14	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5
	15	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5
	16	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2	2	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2	2
	17	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5
	18	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5
	19	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	2.5	2.5

h_{it} = custo de estocar o item i no período t em reais (estimativa inf ormada pela microempresa)

i	Período t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
2	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
3	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
4	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
5	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
6	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
7	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
8	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
9	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06

14	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
15	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
16	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
17	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
18	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
19	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03

Anexo B – Volume de insumos

A otimização do modelo determina a quantidade de insumos a serem adquiridas, utilizadas e estocadas em cada caso estudado bem como a quantidade de itens intermediários que devem ser produzidas para o plano ótimo obtido. Todos esses volumes são apresentados a seguir.

Caso 1: Dados reais de demanda:

Tabela 15: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda: volume de insumos utilizados/adquiridos e de itens intermediários produzidos

i	Período t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	39		49,17		62				34		62			
2	20,4		22,4		30			24		32,8				
3	58,07		28,45	39,5	62		32		45		39,5	58,74		
4	12,5							12						
5	37							34						
6	30	31	27	41	36,1	21	36		46		36,75	39,3	16,04	
7	8	5,5	10		6	14				18				
8	2,1		3,7			2,4				4,3				
9	1	5,4				7,6								
10	3	3	3	3,95	4,1	2	2,68	0,538	4	0,835	3,95	4,1	2	
11	2,3	1,5	1,5	1,3	2	2		3		4,5			0,85	
12	3	2,5	2,5	2	2	0,481		5		4		2,5		
13	1	1,2	2	2,2		0,6		2,2		3,2		1,6		

Tabela 16: Plano de produção ótimo para o período regular de demanda: volume de estoque de insumos adquiridos e itens intermediários produzidos

Período t														
ins	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	19,47		28,1		38	24	8		11,41		38	11		
2	12		10,4		14				10	6,8	6,8	6,8		
3	28,45				21		5		8,35			17,74		
4	9	7	4	2,5	0,48			7	7	2,5	2,5			
5	29	23	15	7	3			22	22	6,55	6,55	0,85		
6	0,678	3	0,475				5		9,75					
7			5	0,238		11	11			4,2	4,2	1,7		
8	1		2,7	1,5		1,8	1,8	0,86		3,3	2,1	0,6		
9		4,2	2,2			7	7	4,8	4,8	1,6	1,6			
10														
11														
12														
13														

Caso 2: Períodos com grande demanda

Tabela 17: Plano de produção ótimo para período de grande demanda: volume de insumos utilizados/adquiridos e de itens intermediários produzidos

Período t														
ins	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	49			73			54			38			31	
2	13		36		45					31				
3	24	45		66		33,5	63,09		41,83		31,46	44,84		
4	8			12,5				12						
5	23			29				34						
6	25	44		36,15	18	37,4	42,09	35,14		25,65	28	42		
7	11		20		17				21					
8	2,1		7,6					6						
9	2		10,4							5,1				

10	2	3	1	4,6	2	3,35	4	1,84	2	2	3	3	1,74
11	2	0,71	4,5		4			1,3	2	2		1	0,7
12	3	2	3	6,25	6,25			2,5	3	5		2	
13	2		1,6	3	3,6			2,2		3		2,1	

Tabela 18: Plano de produção ótimo para período de grande demanda: volume de estoque de insumos adquiridos e itens intermediários produzidos

		Período t													
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	30	10		39	20,1		27	12		19		10,4			
2	6				15	15	15	4,6		13,6	13,6	5,6			
3		11,35		20			18,4		22			17,4			
4	5	3		6,25				10	7,25	2	2				
5	13	11		17				26	21	8	8	0,7			
6		11	4,52					16,04			0,35	14,7			
7	4		8	2	5,1	5,1	5,1		15	6	6	1,4			
8	1		6	3,5	1,3	1,3		5	4	3,2	2	0,8			
9			8,8	5,8	2,2	2,2	2,2			2,1	2,1				
10															
11															
12															
13															

Caso 3: Períodos com parada de manutenção

Tabela 19: Plano de produção ótimo para período de manutenção: volume de insumos utilizados/adquiridos e de itens intermediários produzidos

		Período t													
ins	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
1	38		36,24		33			24		48					
2	14,8			23				11,8			19,2				
3	57,42		52,4		30			40		49,05		31			
4	13			12,5											

5	32		28,25								
6	31,11	30	34	24	31	12	42	47	30		
7	6	13	16,5				12				
8	1	2		3,45							
9	2	2,4		5		3					
10	3	2,93	3	3	2	0,82	2	2	3	1,64	31
11	1,3	1	0,8	1	1	0,88	0,725	2	2,4		
12	3	3	6,25	6,25	6,25						
13	2	2,4		5		3					

Tabela 20: Plano de produção ótimo para período de manutenção: volume de estoque de insumos adquiridos e itens intermediários produzidos

i	Período t													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	17,58	15		10			11,55			29	19			
2	14,4	6,4	15		7	6								
3	29,3	25,78			8	19,25			16,4					
4	9	6,25	6,25											
5	23	19,1	7,25	11		5	5	4,4	2,4	2,4				
6	0,23		2	0,90			21		2	14,18				
7	7,85		8,25		10,25	10,25	8,8	4,8	4,8					
8	0,50	0,003	1,1	0,5	3,05		3,05	2,55	2,05	1,55	0,95			
9														
10														
11														
12														
13														