Rafael Martinelli Pinto

Exact Algorithms for Arc and Node Routing Problems

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

Programa de Pós–Graduação em Informática

Rio de Janeiro
August 2012

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Rafael Martinelli Pinto

Exact Algorithms for Arc and Node Routing Problems

TESE DE DOUTORADO

Thesis presented to the Programa de Pós–Graduação em Informática of the Departamento de Informática – PUC-Rio as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doutor.

Advisor: Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão

Rio de Janeiro
August 2012

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Rafael Martinelli Pinto

Exact Algorithms for Arc and Node Routing Problems

Thesis presented to the Programa de Pós–Graduação em Informática of the Departamento de Informática of Centro Técnico Científico – PUC-Rio as partial fulfillment of the requirements for the degree of Doutor. Approved by the examining committee undersigned:

Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão
Advisor
Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Eduardo Sany Laber
Departamento de Informática – PUC-Rio

Prof. Alexandre Street de Aguiar
Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Prof. Abilio Pereira de Lucena Filho
UFRJ

Prof. Alysson Machado Costa
USP

Prof. Artur Alves Pessoa
UFF

Prof. José Eugenio Leal
Coordinator of the Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, August 28, 2012

Rafael Martinelli Pinto

Rafael Martinelli Pinto obtained a MSc in Computer Science from Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) and a BSc in Computer Science from Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). During the doctoral he held a scholarship from Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), maintaining an excellent academic performance. He has experience as a software developer of decision making systems using mathematical optimization techniques, as a teaching assistant in graduate courses at PUC-Rio and as a temporary teacher at UERJ.

Bibliographic Data

Martinelli, Rafael

Exact Algorithms for Arc and Node Routing Problems / Rafael Martinelli Pinto; Advisor: Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão. – 2012.

106 f: il. (color.) ; 30 cm

Tese (Doutorado em Informática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática, 2012.

Inclui bibliografia

1. Informática – Teses. 2. Problemas de Roteamento. 3. Geração de Colunas. 4. Separação de Cortes. 5. Branch-Cut-and-Price. 6. Programação Inteira. I. Poggi, Marcus. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. III. Título.

CDD: 004

To my mother and my son.

Acknowledgments

To my mother Véra, to whom I owe everything I have achieved in life.

To my son Luca, for bringing me happiness in a way I had never experienced before.

To my family, who gave me many valuable lessons throughout my life.

To my advisor Marcus Poggi, who always supported and encouraged me, even in the most difficult times, since the beginning of my MSc more than seven years ago.

To my friend and doctoral colleague Diego Pecin, which assiduously participated in most of the development of this work.

To my friends and research colleagues Anand Subramanian, Eduardo Uchoa and Artur Pessoa, who always were willing to have long conversations about our research, even after midnight.

To all who have shared moments with me in recent years. My friends from Méier, CEFET, WhileTrue, PUC, among several others. It is impossible to list them all.

To Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, which provided all the necessary infrastructure for the proper development of my work.

To the Brazilians who pay taxes and to the CNPq, for the financial support received over the years.

Resumo

Martinelli, Rafael; Poggi, Marcus. **Algoritmos Exatos para Problemas de Roteamento em Arcos e em Vértices**. Rio de Janeiro, 2012. 106p. Tese de Doutorado – Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os problemas de roteamento estão entre os problemas combinatórios mais difíceis de encontrar limites melhores do que os existentes ou de provar novas soluções ótimas. Nesta tese, são abordados o *Capacitated Arc Routing Problem* (CARP) e o *Generalized Vehicle Routing Problem* (GVRP). Em ambos os problemas, existe um conjunto de clientes os quais estão espalhados por um grafo dado, onde cada cliente possui uma demanda que deve ser atendida por exatamente um veículo de um conjunto de veículos idênticos. Os custos de travessia e o vértice de depósito são dados. O objetivo é encontrar rotas que coletam todas as demandas com custo mínimo, sem exceder a capacidade de nenhum veículo. No CARP, os clientes são um subconjunto de arestas, chamadas de arestas *requireds*, e para o GVRP, cada cliente é um subconjunto de vértices, chamado de grupo, onde cada grupo deve ser atendido visitando-se exatamente um vértice deste grupo. Além disto, vale notar que quando cada grupo possui apenas um vértice, o problema passa a ser o *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP). Primeiramente, são investigados métodos para melhorar os limites inferiores de instâncias de grande porte. É proposta a exploração da velocidade de uma heurística *dual ascent* para gerar cortes de capacidade. Em seguida, é apresentado um algoritmo de geração de colunas com um *pricing* eficiente para um tipo especial de rota não-elementar. O *pricing* proposto combina a técnica *Decremental State-Space Relaxation* (DSSR) com limites de complemento. Estas técnicas permitem o fortalecimento da regra de dominância entre as rotas, reduzindo drasticamente o número total de rótulos utilizados pela programação dinâmica. Finalmente, um algoritmo de *branch-cut-and-price* é criado o qual usa a geração de colunas e a separação de cortes previamente apresentadas. Além disto, este *branch-cut-and-price* é implementado usando *strong branching* e fixação por custo reduzido. Ao fim de cada parte, são apresentados resultados computacionais os quais avaliam a qualidade dos algoritmos propostos, os quais obtém novos limites inferiores para um grande número de instâncias do CARP e do GVRP.

Palavras–chave

Problemas de Roteamento; Geração de Colunas; Separação de Cortes; Branch-Cut-and-Price; Programação Inteira.

Abstract

Martinelli, Rafael; Poggi, Marcus. **Exact Algorithms for Arc and Node Routing Problems**. Rio de Janeiro, 2012. 106p. DSc Thesis – Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Routing problems stand among the hardest combinatorial problems to find high quality bounds or to prove new optimal solutions. In this thesis, we tackle the Capacitated Arc Routing Problem (CARP) and the Generalized Vehicle Routing Problem (GVRP). For both problems, there are a set of customers spread over a given graph, where each customer has a demand which must be serviced by exactly one vehicle from a set of identical vehicles. The traversal costs and a depot vertex are given. The objective is to find routes that collect all the demands, without exceeding the capacity of any vehicle, at minimum cost. For the CARP, the customers are a subset of edges, called the required edges, and for the GVRP, each customer is a subset of vertices, called clusters, where each cluster must be serviced by visiting exactly one vertex of it. Furthermore, it is noteworthy that when every cluster contains just a single vertex, the problem is the Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP). Firstly, we investigate methods to improve lower bounds for large scale instances. We propose to explore the speed of a new dual ascent heuristic to generate capacity cuts. The quality of the cuts found is next improved with a new exact separation which is used in the linear program resolution that follows the dual heuristic. Following, we present a column generation algorithm with an efficient pricing for a special kind of non-elementary routes. The proposed pricing algorithm combines Decremental State-Space Relaxation (DSSR) technique with completion bounds. These techniques allow the strengthening of the domination rule between routes, drastically reducing the total number of labels used during the dynamic programming. Finally, we devise a branch-cut-and-price algorithm which uses the previously presented column generation and cut separation. Moreover, this branch-cut-and-price is implemented using strong branching and reduced cost fixing. At the end of each part, we present computational experiments which evaluate the quality of the proposed algorithms and show new best lower bounds for a large number of CARP and GVRP instances.

Keywords

Routing Problems; Column Generation; Cut Separation; Branch-Cut-and-Price; Integer Programming.

Contents

List of Figures

List of Tables