

## 4 Metodologia

### 4.1. Modelagem Matemática

A atividade elétrica no tecido cardíaco pode ser modelada por um dipolo de corrente equivalente [1, 2, 21, 26, 34, 90, 120-123], em uma aproximação de primeira ordem, ou por um conjunto de dipolos de corrente, em modelos de maior complexidade. Os modelos de dipolo único permitem, por exemplo, a estimação da localização da posição de início da ativação ventricular por vias acessórias em pacientes com a síndrome de *Wolff-Parkinson-White*, ou na detecção de sintomas preliminares associados a ritmos cardíacos ectópicos originados por arritmias presentes em regiões específicas do coração, em pacientes que apresentam períodos de taquicardia ventricular sustentada. Por sua vez, para avaliação correta de determinadas patologias cardíacas, relacionadas a processos fisiológicos mais complexos, deve-se empregar modelos mais sofisticados, baseados em múltiplos dipolos [1].

Nesta seção, conforme ilustrado na Figura 19, apresenta-se o modelo matemático que permite calcular a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ , gerada por um dipolo pontual de corrente em uma dada posição do espaço, sendo  $\mathbf{r}$  a distância entre a posição do dipolo e a posição onde deseja-se calcular a densidade de fluxo magnético. Por sua vez, destaca-se que, em configurações de múltiplos dipolos, o problema pode ser resolvido por superposição, ou seja, a densidade de fluxo magnético total, advinda de  $N$  dipolos, em um dado ponto do espaço, será dada pelo somatório da densidade de fluxo magnético gerada por cada um dos  $N$  dipolos no ponto de interesse.

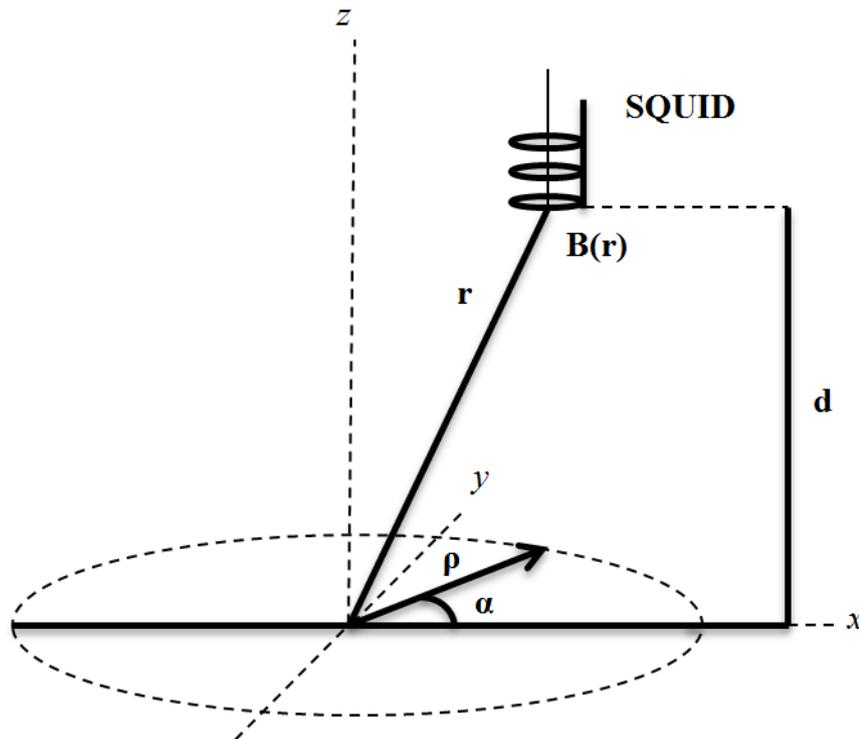


Figura 19 - Representação simplificada de um sistema unidimensional para calcular o campo magnético gerado por um dipolo de corrente.

No modelo proposto, assume-se que o dipolo de corrente possui uma intensidade constante  $\rho$  e está contido no plano  $xy$ , como mostrado na Figura 19. O dipolo pode girar em torno de seu próprio eixo, fazendo um ângulo  $\alpha$  com o eixo  $x$ . O campo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  é medido em um plano paralelo ao plano do dipolo, e  $d$  é a distância entre estes planos. Por sua vez, conforme destacado anteriormente, a distância entre a origem do dipolo e o ponto de medição é dada por  $r$ .

Dessa forma, aplicando-se a lei de Biot-Savart, pode-se calcular o potencial elétrico  $V'(\mathbf{r})$  e a densidade de fluxo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ , no ponto  $\mathbf{r}$  [33].

$$V'(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\sigma} \frac{\vec{\rho} \cdot (\vec{r})}{|\vec{r}|^3}, \quad (4)$$

onde  $\sigma$  é a condutividade elétrica do meio.

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{\rho} \times (\vec{r})}{|\vec{r}|^3} \quad (5)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética.

O vetor  $\vec{r}$ , no sistema cartesiano  $(x, y, z)$ , é descrito pela seguinte representação:

$$\vec{r} = (r_x, r_y, d) \quad (6)$$

onde  $r_x$  é a projeção de  $\vec{r}$  no eixo  $x$ ,  $r_y$  é a projeção de  $\vec{r}$  no eixo  $y$ , e  $d$  refere-se à distância, no eixo  $z$ , entre o plano de medição e o dipolo.

Por sua vez, tendo em vista que o dipolo está contido no plano  $xy$ , tem-se que o  $\vec{\rho}$  só tem componentes em  $x$  e  $y$ , visto que o mesmo pode girar em torno de seu próprio eixo. Consequentemente, pode-se definir

$$\vec{\rho} = (\rho \cos(\alpha), \rho \sin(\alpha), 0) . \quad (7)$$

Assim, é possível verificar que

$$|\vec{r}| = (r_x^2 + r_y^2 + d^2)^{1/2} \quad (8)$$

$$|\vec{r}|^3 = (r_x^2 + r_y^2 + d^2)^{3/2} \quad (9)$$

$$\vec{\rho} \times \vec{r} = (\rho \cos(\alpha), \rho \sin(\alpha), 0) \times (r_x, r_y, d) \quad (10)$$

Tendo em vista que o sistema de medição empregado para obtenção dos dados analisados neste trabalho permite acessar apenas a componente  $z$  da densidade de fluxo magnético ( $\mathbf{B}_z(\mathbf{r})$ ), focou-se na obtenção da definição matemática desta componente em particular. Com este intuito, a partir da eq. (10), é possível escrever

$$(\vec{\rho} \times \vec{r}) \hat{z} = (r_x \cdot \rho \cos(\alpha) - r_y \cdot \rho \sin(\alpha)) \hat{z} = \rho (r_x \cos(\alpha) - r_y \sin(\alpha)) \hat{z} \quad (11)$$

onde  $\hat{z}$  denota o vetor unitário na direção do eixo cartesiano  $z$ .

Assim, substituindo as eqs. (9) e (11) na eq. (5), é possível definir  $\mathbf{B}_z(\mathbf{r})$  como:

$$B_z(r) = \frac{\mu_0 \rho}{4\pi} \frac{r_x \cos(\alpha) - r_y \sin(\alpha)}{(r_x^2 + r_y^2 + d^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (12)$$

A eq. (12) permite calcular a componente  $z$  da densidade de fluxo magnético em qualquer ponto paralelo ao plano do dipolo. Entretanto, a eq. (12) assume que o dipolo esteja fixo na origem do sistema coordenado, permitindo apenas que o dipolo gire em torno de seu eixo. Dessa forma, a eq. (12) foi generalizada a fim de

possibilitar o cálculo  $B_z(\mathbf{r})$ , para dipolos posicionados em qualquer ponto do plano  $xy$ . Esta nova definição é dada por

$$B_z(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 \rho}{4\pi} \frac{(r_y - Y) \cos(\alpha) - (r_x - X) \sin(\alpha)}{\left((r_x - X)^2 + (r_y - Y)^2 + d^2\right)^{3/2}} \hat{z}, \quad (13)$$

onde  $X$  e  $Y$  referem-se à posição do dipolo nos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente.

Destaca-se que o modelo proposto é aderente aos dados experimentais analisados nesta dissertação, os quais foram obtidos a partir de amostras planificadas (espessura desprezível) do tecido cardíaco de corações isolados de coelho. Dessa forma, é razoável admitir que os dipolos estejam contidos no plano  $xy$ . Entretanto, ressalta-se que as equações aqui apresentadas podem ser generalizadas para problemas mais complexos, onde os dipolos possam estar contidos em um volume, contido no espaço  $xyz$ . É importante explicitar ainda que o modelo apresentado despreza a influência de correntes secundárias presentes no volume condutor, as quais não afetam significativamente os experimentos analisados [1, 2, 34].

## 4.2. Dados Experimentais

Neste trabalho, foram analisadas medidas experimentais de campos biomagnéticos ultra fracos, associados à propagação da atividade elétrica cardíaca no tecido atrial de corações isolados de coelhos. Estes dados experimentais foram obtidos por meio de uma colaboração científica com o *Biomagnetisches Zentrum*, da *Friedrich-Schiller-Universität*, localizado na cidade de Jena, na Alemanha.

As medições experimentais foram realizadas no interior de uma sala magneticamente blindada, utilizando um sistema SQUID multicanal de alta resolução, com 16 canais de medição acoplados a gradiômetros de primeira ordem, cuja descrição detalhada foi apresentada na seção 2.3.4 [21, 35, 89, 90, 93, 123].

Durante as medições biomagnéticas, as amostras de tecido atrial de coração isolado de coelho foram mantidas na superfície de um recipiente não-magnético, contendo uma solução nutriente, borbulhada com carbogênio (95% O<sub>2</sub>, 5% CO<sub>2</sub>) e mantidas a uma temperatura média de 37°C (Figura 20). Uma vez que as amostras de tecido, com dimensão aproximada de 3 cm por 2 cm, foram posicionadas entre

duas grades de fios de nylon, as mesmas tenderam a assumir uma configuração plana [90].

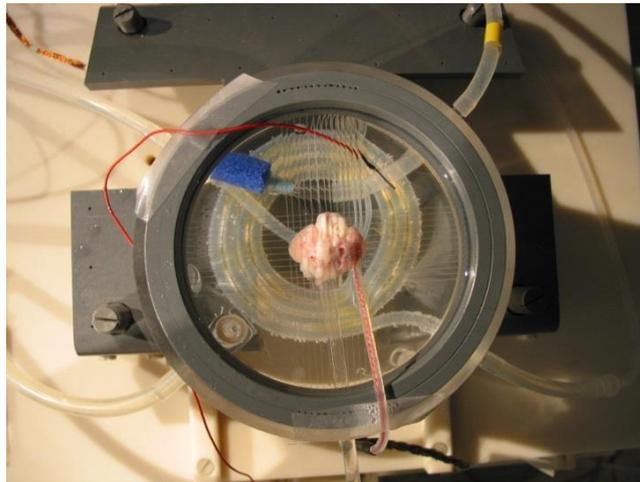


Figura 20 - Amostra de tecido atrial isolado de coelho mantida em uma configuração plana na superfície de um recipiente não-magnético para a realização das medições biomagnéticas, utilizando o sistema SQUID de 16 canais do Biomagnetisches Zentrum.

Os dados experimentais foram obtidos tanto durante atividade rítmica sinusal normal quanto durante taquicardias rítmicas. Algumas destas taquicardias ocorreram espontaneamente, enquanto outras foram induzidas por meio da adição de acetilcolina à solução nutriente e de estímulos pré-maturos por meio de um estimulador elétrico. O estímulo foi aplicado ao epicárdio do átrio direito [34, 89, 90, 124].

O sistema realiza a medição simultânea da componente  $z$  do campo magnético,  $B_z$ , em 16 canais, permitindo a construção dos mapas de campo magnético. As medições são feitas ao longo do tempo, em intervalos regulares. Os sinais são medidos continuamente por tempos da ordem de 10 segundos, que é muito maior do que o período típico dos sinais de interesse, cuja frequência varia de cerca de 1 Hz, para ritmos sinusais normais, até cerca de 4 Hz, em alguns episódios de taquicardia. Dessa forma, os sinais adquiridos podem ser pós-processados a fim de melhorar a resolução sinal/ruído, por exemplo, fazendo-se a média aritmética de padrões equivalentes, medidos em períodos sucessivos.

Os mapas de campo são construídos considerando o posicionamento espacial relativo dos 16 canais utilizados para a medição biomagnética. Dessa forma, podem-se gerar mapas bidimensionais da atividade magnética cardíaca para cada instante de tempo analisado ao longo do ciclo cardíaco. Por sua vez, são

utilizados algoritmos de interpolação de modo a possibilitar a geração de uma matriz de 51 x 51 posições espaciais, a partir das 4 x 4 posições efetivamente medidas.

Para realização dos estudos iniciais com o algoritmo aqui desenvolvido, foram utilizados como base mapas de campo biomagnético gerado pela atividade bioelétrica de um tecido atrial isolado de coelho posicionado a uma distância de 19 mm entre o plano dos sensores e a superfície da amostra (Figura 21). Os mapas de isocampo foram originalmente obtidos em intervalos de tempo regulares de 4 ms. Os estudos aqui realizados tiveram por foco os mapas de campo obtidos entre os instantes de 100 e 268 ms, representando um total de 43 mapas. Nestas medições, a amostra avaliada exibiu um episódio de taquicardia com propagação circular, com frequência de 3,14 Hz. Este caso é doravante denominado *propagação bioelétrica 1* (PB1).

Adicionalmente, o desempenho do algoritmo desenvolvido neste trabalho também foi testado para outros dois resultados experimentais: *propagação bioelétrica 2* (PB2) e *propagação bioelétrica 3* (PB3). No experimento no qual foi obtido o resultado **PB2**, as medições foram feitas a uma distância de 11 mm da amostra de tecido, e os mapas foram adquiridos em intervalos de tempo regulares de 5 ms (Figura 22), representando um total de 61 mapas entre 100 ms e 400 ms. Nestas medições, a amostra avaliada exibiu um comportamento bioelétrico normal, com frequência de 0,9944 Hz. Nos mapas **PB3**, as medições foram feitas a uma distância de 12 mm em intervalos de tempo regulares de 5 ms (Figura 23), representando um total de 41 mapas entre 500 ms e 700 ms. Nestas medições, a amostra avaliada exibiu uma taquicardia com propagação linear, com frequência de 2,9 Hz.

As Figura 21 à Figura 23, referentes respectivamente às propagações bioelétricas **PB1**, **PB2** e **PB3**, mostram a representação dos mapas de isocampo magnético, em cada um dos instantes de tempo em que o mesmo foi efetivamente experimentalmente medido. Adicionalmente, estas Figuras também apresentam a magnitude dos dipolos equivalentes, correspondentes a cada um dos mapas analisados. A magnitude dos dipolos é diretamente proporcional a intensidade do campo magnético medido. Dessa forma, magnitudes pequenas indicam que os níveis de campo magnético, correspondentes aquele determinado mapa, também

são pequenos. Nestas situações, as medições tornam-se significativamente afetadas por ruído e interferência magnética.

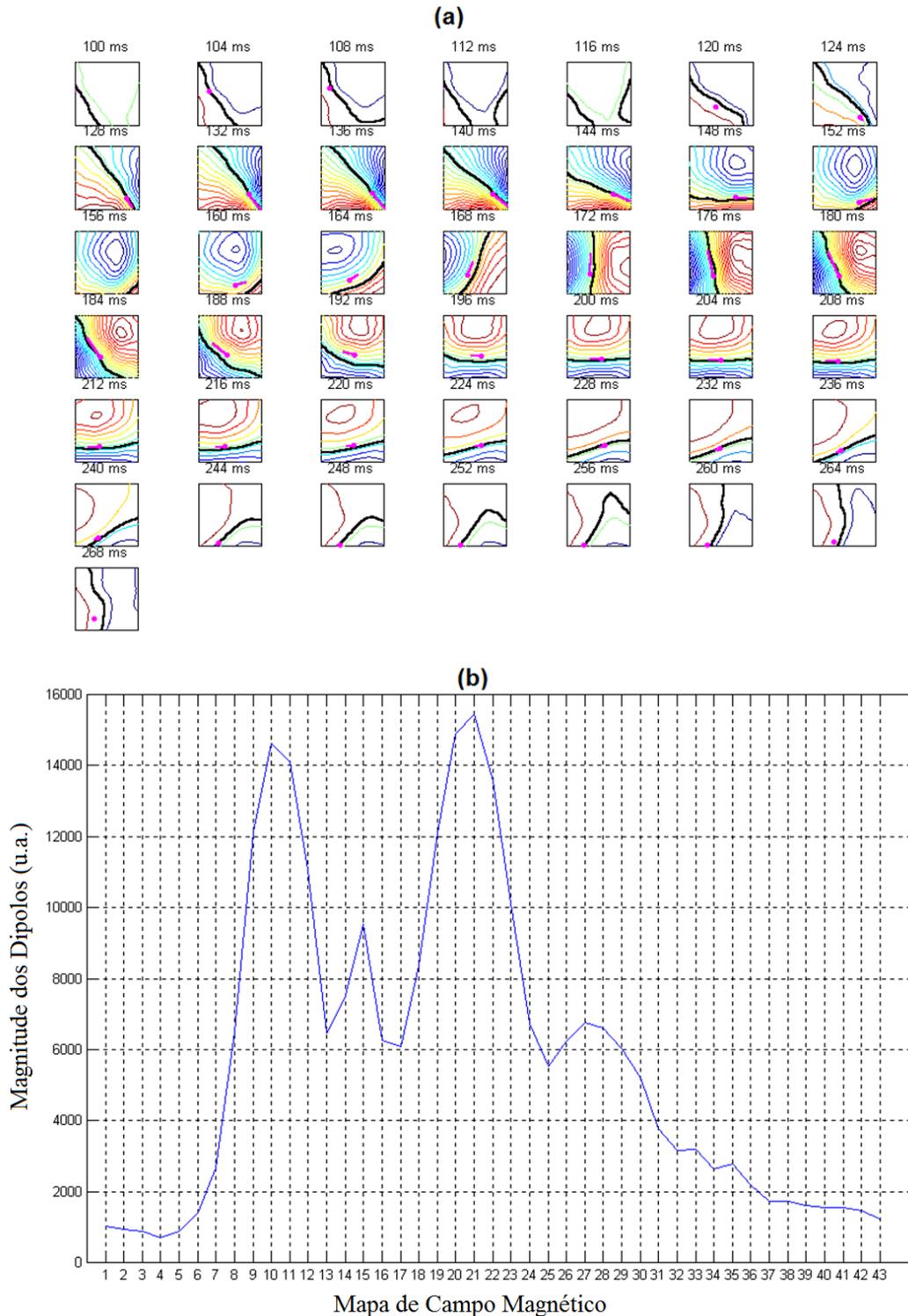


Figura 21 - Resultados experimentais referentes a **PB1**: (a) Mapas de isocampo magnético em instantes de tempo consecutivos, e (b) magnitude dos dipolos correspondentes a cada mapa apresentado.

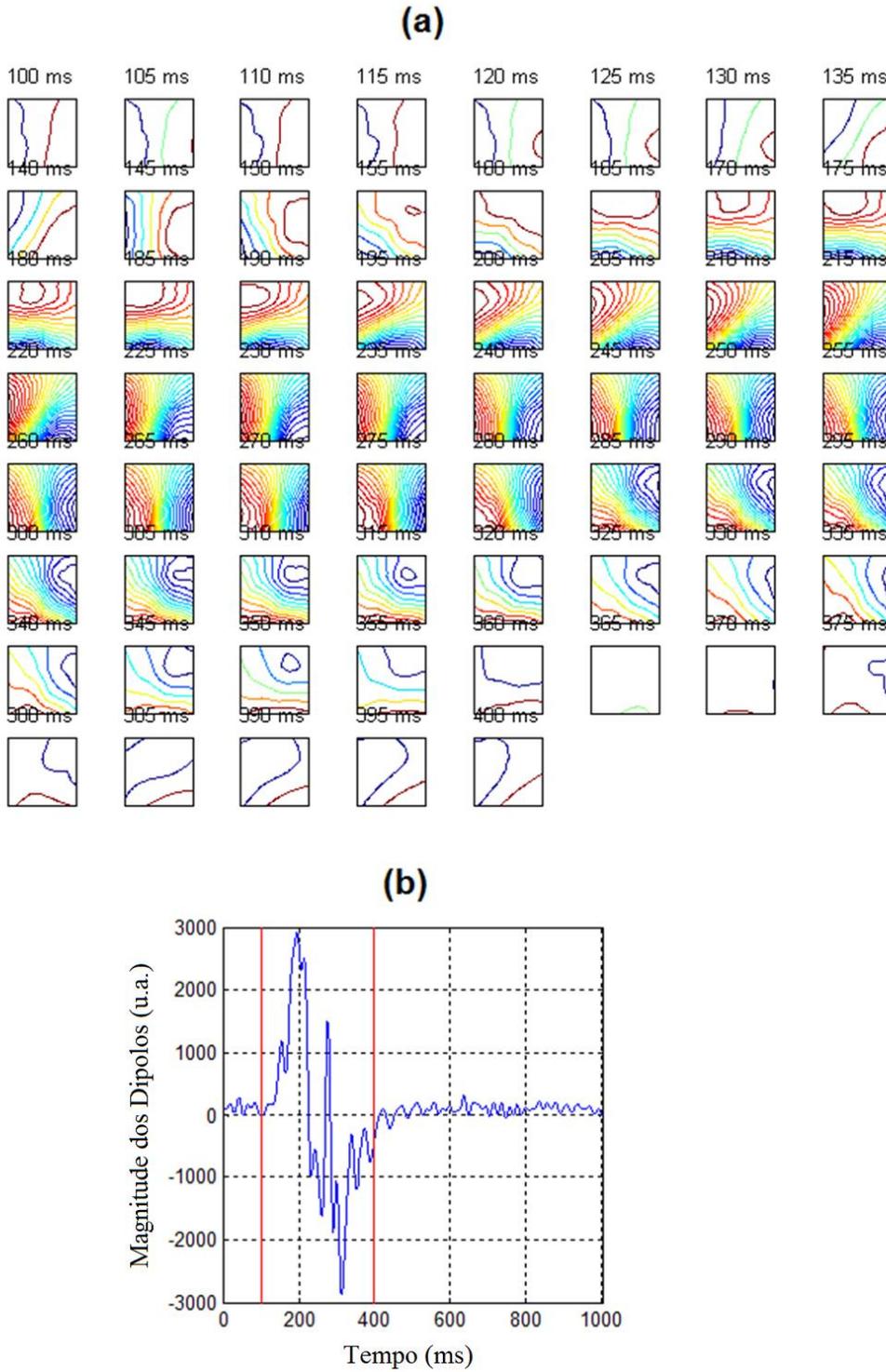


Figura 22 - Resultados experimentais referentes a **PB2**: (a) Mapas de isocampo magnético em instantes de tempo consecutivos, e (b) magnitude dos dipolos em função do tempo.

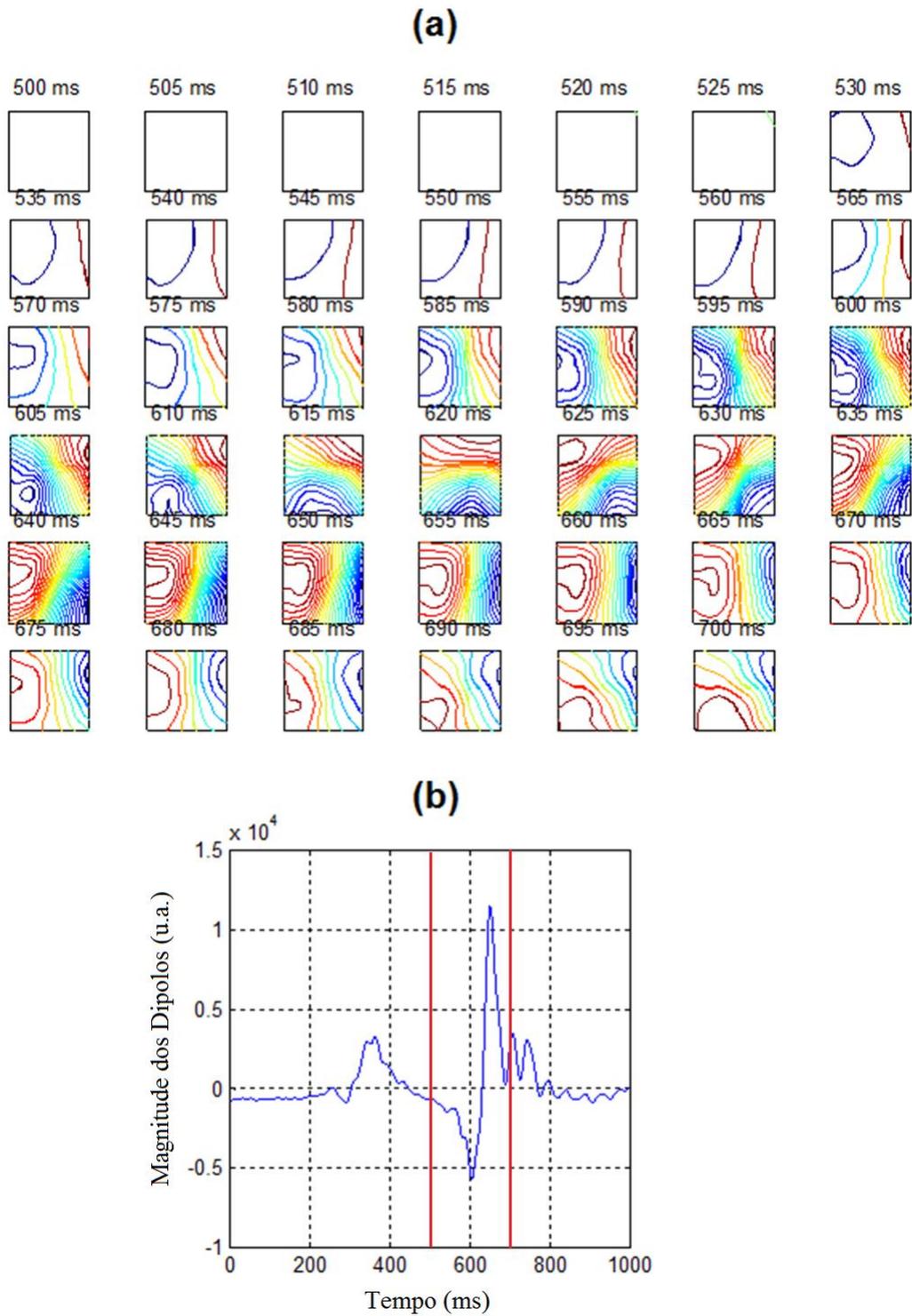


Figura 23 - Resultados experimentais referentes a **PB3**: (a) Mapas de isocampo magnético em instantes de tempo consecutivos, e (b) magnitude dos dipolos em função do tempo.

### 4.3. Problema Direto

A abordagem aqui proposta para solução do problema inverso requer o cálculo da solução do problema direto, a fim de ser possível gerar mapas de campo simulados associados a um dado dipolo elétrico, ou a um conjunto de dipolos elétricos. Estes mapas são comparados com os mapas de campo obtidos experimentalmente e os parâmetros dos dipolos são gradativamente ajustados, objetivando minimizar o erro entre o mapa computacional e o experimental.

O mapa experimental possui 51 x 51 posições, sendo que cada uma dessas posições foi tratada como um sensor virtual. Destaca-se, entretanto, que o sistema de medição possui apenas 16 sensores reais, dispostos em uma matriz de dimensão 4 x 4, conforme descrito na seção 2.3.5. Dessa forma, para um dipolo elétrico com parâmetros conhecidos, utiliza-se a eq. (13) para se calcular o campo magnético resultante em cada uma das posições de interesse, ou seja, nas posições dos sensores virtuais, a fim de gerar mapas computacionais com a mesma dimensão dos experimentais (51 x 51). Ressalta-se que, quando se deseja avaliar o campo resultante advindo da associação de  $N$  dipolos, pode-se resolver o problema por superposição. Nesta situação, calcula-se a contribuição individual de cada dipolo para o campo magnético nas posições de interesse, utilizando-se a eq. (13). Em seguida, faz-se a superposição dos campos individuais calculados, a fim de obter o campo resultante total.

Por sua vez, conhecendo-se as dimensões da matriz e sabendo que a área total de medição é de 32 mm<sup>2</sup>, percebe-se que as posições centrais dos sensores virtuais estão separadas de 0,64 mm entre si. O método de solução do problema direto, aqui descrito, foi implementado no software MATLAB® e a Figura 24 à Figura 27 apresentam os mapas de campo associados a um dipolo elétrico, para diferentes combinações de seus parâmetros: posição ( $X$ ,  $Y$ ), ângulo ( $\alpha$ ) e magnitude da corrente ( $\rho$ ).

Os dipolos são representados nestes gráficos por meio de setas, sendo que a base da seta indica a posição ( $X$ ,  $Y$ ) do dipolo, o ângulo de inclinação da seta corresponde ao parâmetro ( $\alpha$ ) e o comprimento da seta é proporcional a magnitude de corrente ( $\rho$ ), ou seja, setas com maior comprimento estão associadas a valores altos de  $\rho$  e vice-versa.

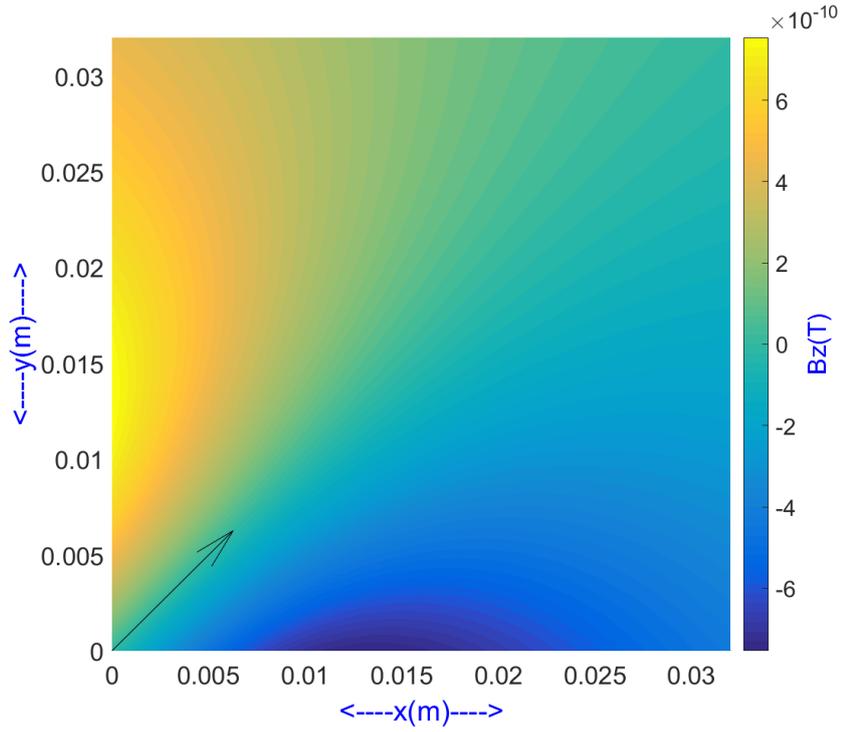


Figura 24 - Mapa de campo magnético de um dipolo, com:  $\rho = 10 \mu\text{A}\cdot\text{m}$ ,  $X=0$ ,  $Y=0$ ,  $\alpha=45^\circ$ .

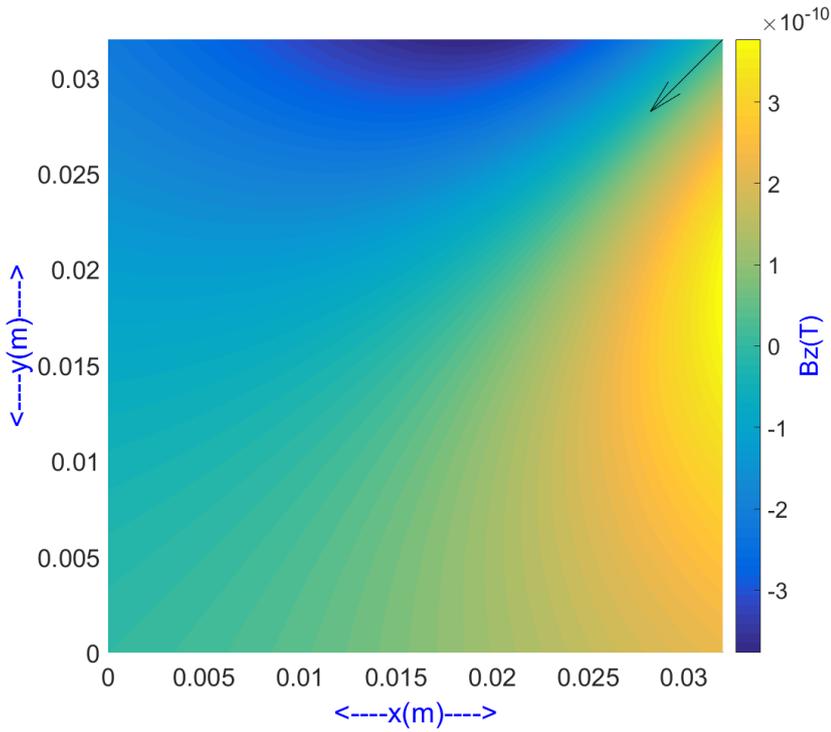


Figura 25 - Mapa de campo magnético de um dipolo, com:  $\rho = 5 \mu\text{A}\cdot\text{m}$ ,  $X=32 \text{ mm}$ ,  $Y=32 \text{ mm}$ ,  $\alpha=225^\circ$ .

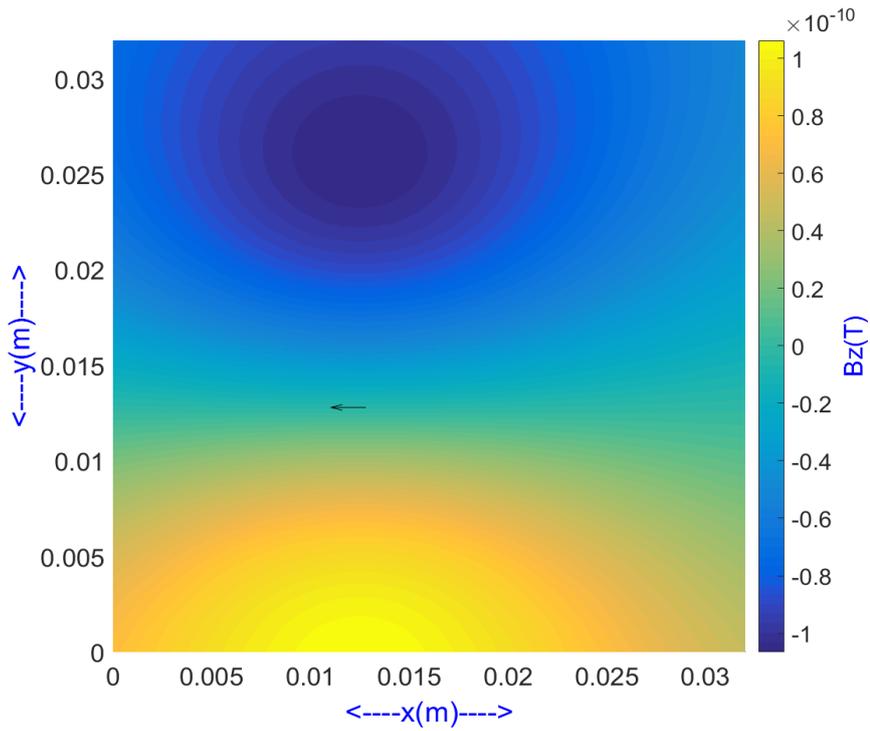


Figura 26 - Mapa de campo magnético de um dipolo, com:  $\rho = 1\mu\text{A}\cdot\text{m}$ ,  $X=12,5\text{ mm}$ ,  $Y=12,5\text{ mm}$ ,  $\alpha=180^\circ$ .

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1421924/CA

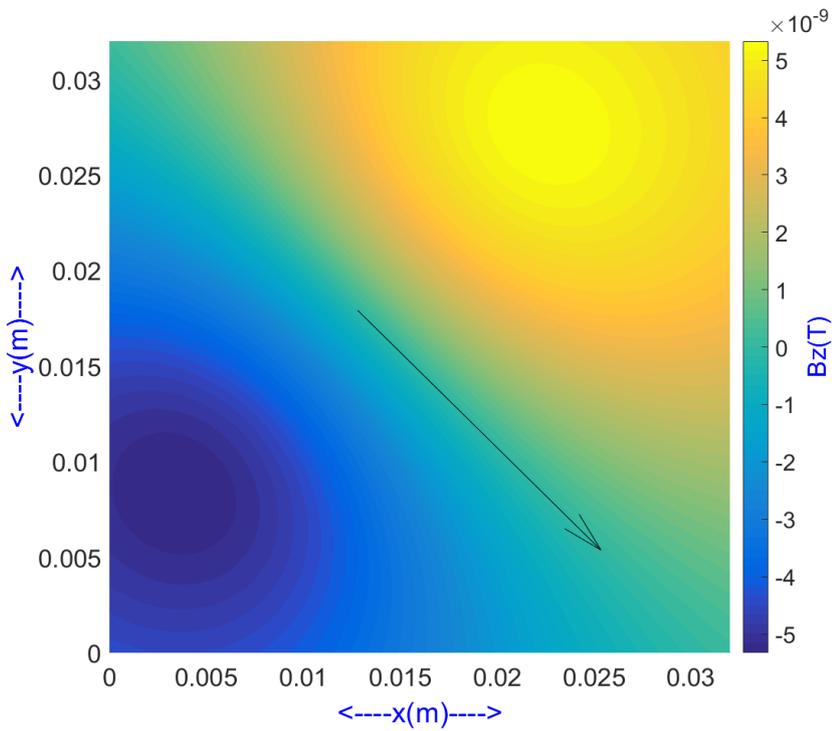


Figura 27 - Mapa de campo magnético de um dipolo, com:  $\rho = 25\mu\text{A}\cdot\text{m}$ ,  $X=13\text{ mm}$ ,  $Y=18\text{ mm}$ ,  $\alpha=315^\circ$ .

Objetivando exemplificar as soluções do problema direto para mais de um dipolo, apresentam-se na Figura 28 alguns mapas de campo resultantes associados a múltiplos dipolos com parâmetros arbitrários, indicados na

Tabela 1. Em todas estas Figuras, a distância entre o plano dos sensores e o plano da amostra foi mantida fixa em  $d = 19$  mm.

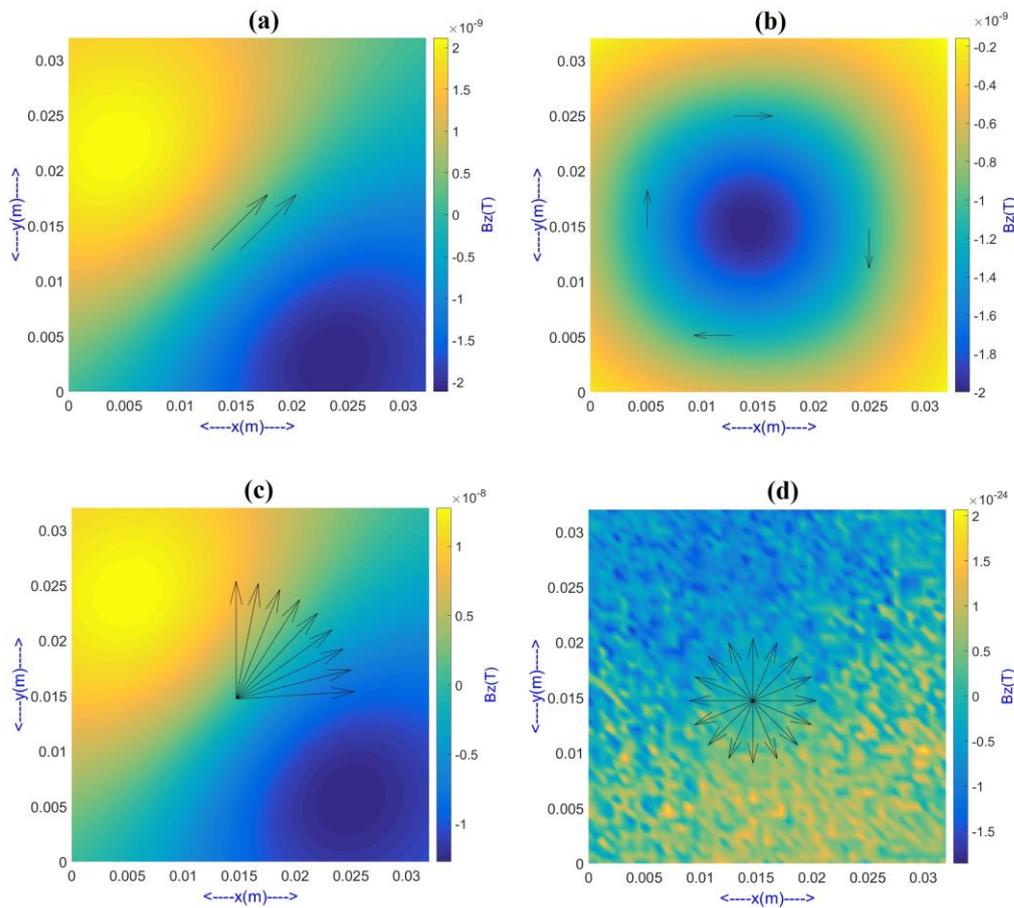


Figura 28 - Mapas de campo magnético de: (a) 2 dipolos, (b) 4 dipolos, (c) 9 dipolos, (d) 16 dipolos; com os parâmetros da Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros de múltiplos dipolos representados na Figura 28.

Figura	$\rho(A.m)$	$\alpha(\text{graus})$	$X(m)$	$Y(m)$
2 Dipolos	$1,0 \cdot 10^{-5}$	45,0	0,0155	0,0125
	$1,0 \cdot 10^{-5}$	45,0	0,0125	0,0125
4 Dipolos	$5,0 \cdot 10^{-6}$	0,0	0,0125	0,0250
	$5,0 \cdot 10^{-6}$	270,0	0,0250	0,0150
	$5,0 \cdot 10^{-6}$	180,0	0,0125	0,0053
	$5,0 \cdot 10^{-6}$	90,0	0,0050	0,0150
9 Dipolos	$1,5 \cdot 10^{-5}$	90,0	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	79,2	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	68,4	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	57,6	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	46,8	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	36,0	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	25,2	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	14,4	0,0150	0,0150
	$1,5 \cdot 10^{-5}$	3,6	0,0150	0,0150
16 Dipolos	$8,0 \cdot 10^{-6}$	360,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	337,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	315,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	292,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	270,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	247,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	225,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	202,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	180,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	157,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	135,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	112,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	90,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	67,5	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	45,0	0,0150	0,0150
	$8,0 \cdot 10^{-6}$	22,5	0,0150	0,0150

#### 4.4. Algoritmo Genético

O método para solução do problema biomagnético inverso, desenvolvido nesta dissertação, baseia-se no emprego de uma técnica de otimização por algoritmos genéticos, cuja função de avaliação realiza uma comparação entre os mapas de campo experimentais e mapas de campos magnéticos computacionalmente obtidos por meio da resolução do problema direto, detalhado na seção 4.3.

O problema magnético inverso consiste em determinar o conjunto de parâmetros do dipolo de corrente (posição no plano  $xy$ , magnitude  $\rho$  e ângulo  $\alpha$ ) que melhor descreve o mapa de campo magnético experimental adquirido ( $\mathbf{B}_{ZS}$ ). Neste trabalho propõe-se um modelo computacional baseado em Algoritmos Genéticos (AG) com o objetivo de minimizar o erro médio, definido na eq. (14), entre  $\mathbf{B}_{ZS}$  e o mapa de campo magnético computacionalmente estimado ( $\mathbf{B}_{ZAG}$ ). O erro é função dos parâmetros de otimização dos dipolos elétricos, os quais são inferidos por meio do AG desenvolvido, visto que  $\mathbf{B}_{ZAG}$  é diretamente afetado por estes parâmetros.

$$e = \frac{1}{51^2} \sum_{i=1}^{i=51} \sum_{j=1}^{j=51} \left| \frac{B_{ZSij} - B_{ZAGij}}{B_{ZSij}} \right| \quad (14)$$

onde  $i$  representa as linhas e  $j$  as colunas das matrizes  $51 \times 51$  associadas aos mapas de campo magnéticos  $\mathbf{B}_{ZS}$  e  $\mathbf{B}_{ZAG}$ .

A função de erro, definida na eq. (14), é usada como função de avaliação (*fitness*) do AG, que tem por objetivo minimizá-la. Pode-se notar que é razoável admitir que o conjunto de parâmetros do dipolo de corrente, ou do conjunto de dipolos de corrente, responsável pela minimização do erro seja considerado como a melhor aproximação dos dipolos reais.

De forma genérica, tem-se que os dipolos de corrente podem ser colocados em qualquer posição do plano  $xy$  e podem assumir qualquer direção e magnitude. Estes parâmetros, respectivamente  $X$ ,  $Y$ ,  $\alpha$ ,  $\rho$ , são as variáveis a serem otimizadas pelo AG.

Por sua vez, destaca-se que as matrizes  $\mathbf{B}_{ZS}$  e  $\mathbf{B}_{ZAG}$  foram normalizadas de acordo com:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{ZSnorm} = B_{ZS} / \max(|B_{ZS}|) \\ B_{ZAGnorm} = B_{ZAG} / \max(|B_{ZAG}|) \end{array} \right\} \quad (15)$$

Tendo em vista as características do problema analisado, optou-se por implementar cromossomos com quatro genes, para cada dipolo, sendo que cada um destes genes descreve as seguintes características de um dipolo de corrente correspondente: posição  $x$  e  $y$ , o ângulo  $\alpha$  e a magnitude  $\rho$ . Consequentemente, tem-se que para  $N$  dipolos cada cromossomo possuirá  $4N$  genes. O AG pretende definir o conjunto de genes que minimizam a função de *fitness*, definida pela eq. (14).

O AG desenvolvido foi implementado em MATLAB®. Tendo em vista as características do problema abordado, foram avaliadas diversas combinações dos parâmetros intrínsecos e das funções disponíveis no *toolbox*, a fim de melhorar o desempenho e a eficiência do algoritmo genético.

Inicialmente, foram realizados testes onde a população foi mantida fixa e igual 100, independentemente da quantidade de dipolos. Entretanto, os resultados indicaram que, neste caso, o desempenho do AG piorava significativamente com o aumento da quantidade de dipolos e, conseqüentemente, de genes. Esta situação era esperada, visto que, conforme se aumenta a quantidade de genes, torna-se o espaço de busca gradativamente mais complexo. Dessa forma, a probabilidade do AG ficar preso em ótimos locais aumenta significativamente.

Nos casos em que a quantidade de dipolos aumenta, é necessário o emprego de populações maiores, para obter uma diversidade populacional suficiente, que evite que o AG fique preso em ótimos locais. Dessa forma, foram utilizadas populações variáveis, em função da quantidade de genes, tendo sido avaliados duas métricas para definição do tamanho da população. Em uma delas, faz-se a população ser igual a 6 vezes a quantidade de genes e, na outra, 10 vezes maior. Uma discussão aprofundada sobre o tamanho da população é apresentada no Capítulo 5.

Por sua vez, adotou-se como critério de parada um número máximo de *gerações* de 500. Adicionalmente a este critério rígido, também empregou-se um critério de parada flexível que interrompe a execução do AG quando a variação relativa média da função *fitness*, ao longo de uma quantidade pré-determinada de

gerações (*StallGenLimit*), é menor do que um dado valor de tolerância arbitrado pelo usuário (*TolFun*). O parâmetro *StallGenLimit* foi definido como 20 gerações e o valor de tolerância (*TolFun*) como  $10^{-3}$ . Para os casos avaliados, observou-se que obtém-se convergência antes de 500 gerações.

Utilizou-se um critério de elitismo, implementado por meio da função *Elitecount*, que preserva os 10 melhores indivíduos de cada geração. Por sua vez, a taxa de mutação foi ajustada para 0,05 e a função de mutação selecionada foi a *Mutationadaptfeasible*, a qual gera direções de crescimento e tamanhos de passo aleatórios, cujos valores são adaptados em função do desempenho da geração anterior. Esta função é implementada de forma a garantir que a direção selecionada e o tamanho do passo adotado não impliquem na geração de novos indivíduos que violem as fronteiras do espaço de busca, ou as restrições do problema [102, 117].

Outro parâmetro extremamente importante para a evolução do GA é a taxa de *crossover*, cujo valor foi ajustado para 0,8. Por sua vez, adotou-se uma função de cruzamento heurístico (*Crossoverheuristic*), cuja operação é descrita na seção 3.4. Dentre os operadores de *crossover* avaliados, este foi o operador que apresentou o melhor desempenho. Em particular, o desempenho do GA é otimizado ajustando-se adequadamente o valor do parâmetro *R* deste operador, definido na eq. (3). Fazendo-se *R* pequeno, os descendentes nas operações de reprodução serão indivíduos com características muito próximas às de seus progenitores. Entretanto, valores altos de *R* fazem com que os descendentes sejam consideravelmente distintos em relação a seus progenitores.

Dessa forma, percebe-se que, se *R* for muito pequeno, a evolução será muito lenta e haverá alta probabilidade do AG ficar preso em ótimo locais. Por outro lado, se *R* for muito grande a evolução será quase que aleatória, visto que os descendentes guardarão pouca similaridade em relação a seus progenitores. Tendo em vista estes aspectos, numa abordagem inicial, o parâmetro *R* foi fixado em 2. Entretanto, posteriormente, conforme detalhado na seção 5.1.3, implementou-se uma versão do AG onde o valor de *R* pode ser alterado automaticamente ao longo do processo de evolução. Nesta nova implementação, quando o AG percebe que está próximo de convergir, ele aumenta o valor de *R*, buscando escapar de mínimos locais. Os resultados obtidos demonstram que tal abordagem é eficaz, conforme indicado na seção 5.1.3.

O método *Torneio* foi escolhido para realizar a função de seleção, com um tamanho de torneio (*tournament size*) de 4. Este método escolhe aleatoriamente *tournament size* indivíduos da população para participarem do torneio e, em seguida, seleciona como progenitor o melhor indivíduo deste grupo, ou seja, aquele com maior aptidão (*fitness*). Ao contrário da técnica da *Roleta*, esta técnica de seleção contribui para a diversidade da população, evitando que super indivíduos sejam constantemente selecionados para a reprodução.

Os demais parâmetros assumiram seus respectivos valores padrão (valores padrão do *toolbox* de AG do MATLAB®). Além disso, tendo em vista as características do problema de interesse, os limites do espaço de busca foram definidos como:  $0 \leq X \leq 32$  mm,  $0 \leq Y \leq 32$  mm,  $0 \leq \rho \leq 1$ ,  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$  rad.

#### 4.5. Descrição das Configurações Analisadas

Neste trabalho, avaliou-se o desempenho do AG proposto na determinação dos parâmetros de até  $n^2$  dipolos elétricos, associados a mapas de campo experimentalmente medidos, onde  $n$  é um número inteiro entre 1 e 8.

O espaço de soluções do problema analisado foi configurado de três formas distintas. A primeira configuração proposta, denominada *dipolos livres*, permite que os dipolos sejam dispostos sobre qualquer ponto do plano  $xy$  (área de medição 32 mm x 32 mm). Por sua vez, numa segunda abordagem, denominada dipolos *semi-livres*, a área total de medição é subdividida em áreas quadradas iguais e homogeneamente distribuídas sobre o plano  $xy$ , sendo que cada uma dessas subáreas deve conter um, e apenas um, dipolo. Entretanto, permite-se que o dipolo seja inserido em qualquer ponto, dentro de sua respectiva subárea. Dessa forma, para  $n^2$  dipolos, a dimensão de cada uma destas subáreas será dada por:  $32 \text{ mm}^2 / n^2$ . Finalmente, a terceira configuração proposta para o espaço de soluções, denominada dipolos *fixos*, é similar à segunda abordagem proposta (dipolos *semi-livres*), exceto pelo fato de que na configuração de dipolos fixos, cada dipolo é obrigatoriamente fixado no ponto central de sua respectiva subárea.

A Figura 29 exemplifica as três configurações aqui descritas (dipolos *livres*, dipolos *semi-livres* e dipolos *fixos*), admitindo-se um caso com 9 dipolos ( $n = 3$ ).

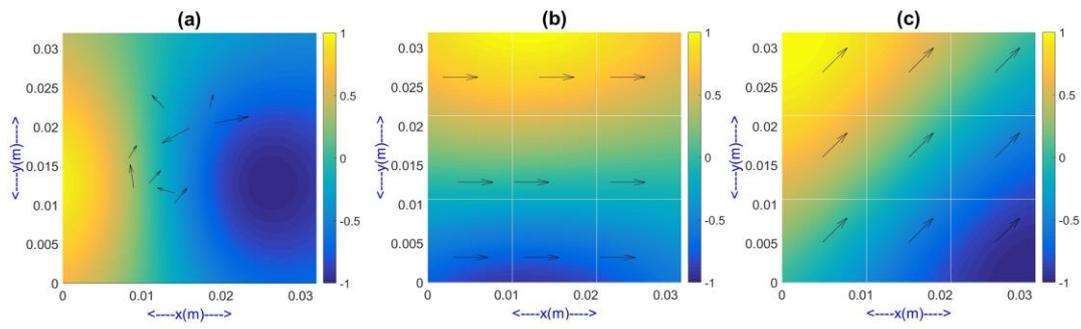


Figura 29 - Representação gráfica das três propostas de configuração do espaço de soluções do problema analisado: (a) dipolos *livres*, (b) dipolos *semi-livres*, (c) dipolos *fixos*.