



**Leandro Santos da Costa**

**CAPM condicional na forma em espaço de estados com distúrbios heterocedásticos: uma aplicação à análise de performance de fundos de ações brasileiros**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Pontifícia Universidade Católica (PUC-Rio) como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Carlos Patrício Samanez

Co-orientadora: Prof. Frances Fischberg Blank

Rio de Janeiro  
Julho de 2016



**Leandro Santos da Costa**

**CAPM condicional na forma em espaço de estados  
com distúrbios heterocedásticos: uma aplicação à  
análise de performance de fundos de ações brasileiros**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Fernando Luiz Cyrino Oliveira**

Presidente

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. Frances Fischberg Blank**

Co-orientadora

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes**

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

**Prof. Antonio Marcos Duarte Junior**

UERJ

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do Centro Técnico e Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de julho de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Leandro Santos da Costa**

Graduou-se em Engenharia Industrial pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) no ano de 20013.

#### Ficha Catalográfica

Costa, Leandro Santos da

CAPM condicional na forma em espaço de estados com distúrbios heterocedásticos: uma aplicação à análise de performance de fundos de ações brasileiros / Leandro Santos da Costa ; orientador: Carlos Patrício Samanez ; co-orientadora: Frances Fischberg Blank. – 2016.

138 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. CAPM condicional. 3. Forma em espaço de estados. 4. Filtro de Kalman. 5. Análise de performance. I. Samanez, Carlos Patrício. II. Blank, Frances Fischberg. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. IV. Título.

CDD: 658.5

Aos meus pais Walmyra e Heitor,  
por todo apoio e dedicação empregados em  
prol de minha felicidade, educação e, em  
especial, à conclusão desta importante etapa  
em minha vida.

## Agradecimentos

Ao meu orientador Carlos Patrício Samanez (*in memoriam*) cujos ensinamentos permanecerão eternos nos corações de todos aqueles que de sua sabedoria puderam desfrutar.

À minha co-orientadora Dr. Frances Fischberg Blank pela amizade, pelas palavras tranquilizadoras e de incentivo, e por toda a ajuda e conhecimento transmitidos e impossíveis de serem devidamente reconhecidos apenas com palavras.

Ao professor Dr. Antonio Marcos Duarte Júnior, por ter aceitado o convite de participar da banca e ter sido o grande incentivador para o início nesta jornada.

Ao professor Dr. Cristiano Augusto Coelho Fernandes por terem aceitado o convite de participar da banca e por todo conhecimento transmitido ao longo das disciplinas cursadas.

Aos professores e funcionários do DEI-PUC pela ajuda, inspiração e conhecimento transmitidos ao longo do curso.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos de Mestrado.

À Quantum pela disponibilização da base de dados utilizada nesta pesquisa.

Aos meus pais e irmão, pelos conselhos e incentivos fundamentais para a conclusão desta etapa. Obrigado por tudo!

À minha namorada Caroline, por toda compreensão, paciência e apoio nos momentos mais árduos.

A todos os amigos e familiares que me incentivaram e que de alguma forma participaram da realização deste sonho.

## Resumo

Costa, Leandro Santos; Samanez, Carlos Patrício; Blank, Frances Fischberg. **CAPM condicional na forma em espaço de estados com distúrbios heterocedásticos: uma aplicação à análise de performance de fundos de ações brasileiros**. Rio de Janeiro, 2016. 138p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os resultados empíricos apresentados na literatura sobre o CAPM em geral refletem as falhas teóricas do modelo em sua forma incondicional. Deste modo, duas linhas de pesquisas principais surgiram na tentativa de relaxar alguns dos pressupostos do modelo, dando origem aos chamados modelos de multifatores e modelos condicionais. Em síntese, os modelos condicionais são aqueles nos quais o valor esperado do retorno de um ativo é explicitado de forma condicional a um conjunto de informação disponível no período anterior, e a sensibilidade ao fator de risco, beta, bem como o intercepto da equação de regressão, alfa, são considerados parâmetros variantes no tempo. Este trabalho tem dois objetivos principais: (i) avaliar de forma comparativa o tratamento dos modelos CAPM condicionais na forma em espaço de estados estimados a partir do filtro de Kalman com os erros da equação de observação nas formas homocedástica e heterocedástica, com base no trabalho de Ortas, Salvador e Moneva (2014); (ii) avaliar como o uso de medidas condicionais obtidas a partir do modelo CAPM condicional sob a abordagem aqui descrita pode melhorar a prática atual de avaliação de performance dos fundos de investimentos a partir de uma amostra do mercado brasileiro. Os resultados obtidos indicam que a modelagem heterocedástica, do ponto de vista da qualidade de ajuste aos dados da amostra, é capaz de melhorar os resultados em relação ao modelo homocedástico e aos modelos incondicionais correspondentes, proporcionando, portanto, melhores práticas de avaliação de desempenho dos fundos.

## Palavras-chave

CAPM condicional; forma em espaço de estados; filtro de Kalman; análise de performance.

## Abstract

Costa, Leandro Santos da; Samanez, Carlos Patrício (Advisor); Blank, Frances Fischberg (Co-Advisor). **Conditional CAPM in space-state form with conditional heterocedastic disturbance: an application to the performance analysis of the Brazilian equity funds.** Rio de Janeiro, 2016. 138p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The empirical results presented in the literature on the CAPM generally reflect the theoretical flaws of the model in their unconditional form. Thus, two main lines of research have emerged in an attempt to relax some of the model assumptions in its original form, giving rise to so-called multi-factor models and conditional models. In summary, the conditional models are those in which the expected value of the return of an asset is explained conditionally to a set of information available in the previous period, and the sensitivity to the risk factor, beta, as well as the intercept of the equation regression, alpha, are assumed to be time varying parameter. This work has two main objectives: (i) assess comparatively the treatment of conditional CAPM models in state-space form and estimates from the Kalman filter with the residuals of the observation equation in homocedastic and heteroskedastic forms, based on the work of Ortas, Salvador and Moneva (2014); (ii) evaluate how the use of conditional measurements obtained from the conditional CAPM under the approach previously described can improve the current practice of performance evaluation of investment funds from a sample of the Brazilian market. The results obtained indicate that heteroskedastic modeling, from the point of view of the quality of fit for the sample data, is able to provide better results in relation to homocedastic model and corresponding unconditional models, providing better practices for performance evaluation of funds.

## Keywords

Conditional CAPM; Space-state models; Kalman filter; performance analysis.

## Sumário

1	Introdução	13
2	Modelos de Precificação de Ativos	18
2.1.	CAPM e o Modelo de Fatores	18
2.2.	CAPM Condicional	22
2.3.	Modelos CAPM na forma em espaço de estados	29
3	Avaliação de Performance de Fundos de Investimentos	33
4	Forma em espaço de estados	57
4.1.	Filtro de Kalman	60
4.1.1.	Filtro de Kalman: Previsão e Atualização	60
4.1.2.	Filtro de Kalman: Suavização	62
4.1.3.	Inicialização	63
4.2.	Métodos de Estimação	64
4.2.1.	Matriz de covariância do resíduo da equação de observação invariante no tempo	65
4.2.2.	Matriz de covariância do resíduo da equação de observação variante no tempo (Ortas, Salvador e Moneva, 2014)	67
4.3.	Ajuste e diagnóstico do modelo	69
4.3.1.	Teste de Jarque-Bera	70
4.3.2.	Teste de Ljung-Box	70
4.3.3.	Teste ARCH	71
4.3.4.	Critérios AIC e BIC	71
4.3.5.	RMSE e MAE	72
5	Estudos de simulação	74
5.1.	Modelos a serem analisados	75
5.2.	Resultados da estimação de séries sintéticas	76



6 CAPM Condicional na Análise de Fundos de Ações Brasileiros	82
6.1. Dados utilizados	83
6.2. Estimação dos modelos	90
6.3. Medidas de qualidade de ajuste dos modelos homocedásticos e heterocedásticos	98
6.4. Medidas de Desempenho dos Fundos: Alfas Condicionais	106
6.5. Medidas de Desempenho dos Fundos: Betas Condicionais	109
6.6. Persistência da Performance dos Fundos	120
6.6.1. Análise de Persistência da Performance	120
7 Conclusões	127
8 Referências bibliográficas	128

## Lista de figuras

Figura 5.1 - Séries sintéticas de retorno dos modelos EE-HOM e EE-HET com $\sigma_v^2$ real = 0,00001; $\omega$ real = 0,0001; $\alpha$ real = 0,05; $\gamma$ real = 0,9	80
Figura 5.2 - Séries sintéticas de retorno dos modelos EE-HOM e EE-HET com $\sigma_v^2$ real = 0,00001; $\omega$ real = 0,0001; $\alpha$ real = 0,05; $\gamma$ real = 0,9	80
Figura 5.3 - Séries sintéticas de retorno dos modelos EE-HOM e EE-HET com $\sigma_v^2$ real = 0,00001; $\omega$ real = 0,00001; $\alpha$ real = 0,05; $\gamma$ real = 0,9	81
Figura 6.1- Excesso de retornos acumulados do portfólio igualmente ponderado dos fundos da amostra e do fator de mercado	86
Figura 6.2 - Correlogramas do quadrado dos resíduos padronizados dos modelos EE-HET	96
Figura 6.3 - Correlogramas do quadrado dos resíduos padronizados dos modelos EE-HOM	97
Figura 6.4 - Estimativas pontuais suavizadas de alfa para um portfólio igualmente ponderado formado por todos os fundos da amostra	107
Figura 6.5 - Estimativas suavizadas dos betas dos fundos da amostra	110

## Lista de tabelas

Tabela 3.1 - Relação de estudos nacionais selecionados sobre performance de fundos de investimentos	40
Tabela 3.2 - Relação de estudos internacionais selecionados sobre performance de fundos de investimentos	45
Tabela 3.3 - Relação de estudos nacionais selecionados sobre persistência de performance de fundos de investimentos	49
Tabela 3.4 - Relação de estudos internacionais selecionados sobre persistência de performance de fundos de investimentos	51
Tabela 4.1 - Dimensões dos vetores e matrizes das equações (4.1) e (4.2)	58
Tabela 4.2 - Transformação do espaço paramétrico dos hiperparâmetros	66
Tabela 5.1 – Estimação do modelo EE-HOM e EE-HET para séries sintéticas com $\sigma_{\eta}^2 \text{ real} = 0,0001, \sigma_{\theta}^2 \text{ real} = 0,0000001$	79
Tabela 6.1 - Estatísticas descritivas das séries de excesso de retornos dos fundos e do fator de mercado	87
Tabelas 6.2 – Estimativas dos modelos CAPM condicional na forma em espaço de estados	93
Tabela 6.3 – Medidas de ajuste <i>in-sample</i>	99
Tabela 6.4 - Resultado consolidado das medidas de ajuste dos 37 fundos da amostra	102
Tabela 6.5 - Resultado consolidado das medidas de ajuste <i>out-of-sample</i> dos 37 fundos da amostra	105
Tabela 6.6 – Comparação das estimativas de alfa para o portfólio igualmente ponderado formado por todos os fundos da amostra	108
Tabela 6.7 - Comparação dos coeficientes de <i>market-timing</i> , $\gamma_i^k$ ,	

para os modelos condicionais, CAPM e de fatores	114
Tabela 6.8 - Comparação dos coeficientes de <i>market-timing</i> , $\gamma_i^k$ , para os períodos pré, crise e pós-crise dos modelos condicionais, CAPM e de fatores	118
Tabela 6.9 - Comparação dos coeficientes de <i>market-timing</i> , $\gamma_i^k$ , para os períodos de alta ( $R_m > 0$ ) e queda ( $R_m < 0$ ) do mercado dos modelos condicionais, CAPM e de fatores	119
Tabela 6.10 - Portfólios de fundos formados com base em retornos acumulados passados	123

# 1

## Introdução

O desenvolvimento do Modelo de Precificação de Ativos de Capital (*Capital Asset Pricing Model*, CAPM), atribuído a Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), é considerado a pedra angular da teoria de avaliação de ativos, resultando, inclusive, em um Prêmio Nobel a um de seus criadores, Sharpe, em 1990. Desde sua criação, na década de 60, até os dias de hoje o modelo permanece como um dos principais paradigmas na literatura financeira principalmente por estabelecer uma relação intuitiva entre retorno esperado e risco de um ativo. Atualmente, o modelo continua sendo amplamente utilizado em aplicações que buscam, por exemplo, determinar a estimativa do custo de capital de uma empresa ou para a avaliação de performance de portfólios.

Todavia, os resultados empíricos apresentados na literatura, em geral, refletem falhas teóricas do CAPM em sua forma original através de evidências de retornos consistentemente diferentes daqueles previsto pelo CAPM, os chamados retornos anormais ou anomalias financeiras. Desta forma, a partir da década de 70, diversos trabalhos surgiram na tentativa de relaxar alguns dos pressupostos do modelo e explicar tais anomalias.

Neste sentido, duas linhas de pesquisas principais foram seguidas pelos pesquisadores. A primeira busca explicar os retornos anormais das ações através de algumas características financeiras das empresas, como tamanho, razão dívidas/patrimônio líquido, razão *book-to-market*, entre outras (Banz, 1981; Stattman, 1980; Rosenberg, Reid e Lanstein, 1985; Bhandari, 1988; Fama e French, 1993; Jegadeesh e Titman., 1993). A partir das evidências de que tais características eram capazes de adicionar informação ao retorno esperado das ações, Fama e French (1993), e posteriormente Carhart (1997) e Fama e French (2014), propuseram os chamados modelos de fatores, onde o retorno esperado da ação é explicado por outros fatores de risco relacionados aos atributos das empresas, e não apenas pelo fator de mercado proposto pelo modelo original.

A segunda linha de pesquisa, conhecida como CAPM condicional, relaciona a presença das anomalias à dinâmica temporal do risco sistemático não capturada pelo modelo em sua forma original, no qual é atribuída natureza estática ao beta. Dentro deste contexto, uma alternativa em relação ao modelo estático consiste em estabelecer que o risco sistemático dos ativos varia no tempo segundo um conjunto de informações disponíveis ao público, usualmente consistindo em variáveis macroeconômicas ou relacionadas a características das empresas (Ferson e Schadt, 1996; Christopherson, Ferson e Turner, 1999; Avramov e Chordia, 2006; Baele e Londono, 2013). Uma segunda abordagem consiste em tratar a dinâmica temporal de beta de forma indireta através da modelagem da matriz de covariância dos retornos dos ativos a partir de um modelo da família ARCH-GARCH ou pelos modelos de volatilidade estocástica (Bollerslev, Engle e Wooldridge, 1988; Faff, Hillier e Hillier, 2000; Mergner e Bulla, 2008; Nieto, Orbe e Zarraga, 2014). Diversos autores consideram ainda uma terceira abordagem com betas variantes no tempo que, ao invés da busca pela identificação do conjunto de informação disponível aos investidores ou do pressuposto adequado sobre a matriz de covariância dos retornos, o modelo CAPM é modelado na forma em espaço de estados e a dinâmica temporal seguida pelo beta é determinada através do filtro de Kalman (Faff, Hillier e Hillier, 2000; Jostova e Philipov, 2005; Mergner e Bulla, 2008; Adrian e Franzoni, 2009; Nieto, Orbe e Zarraga, 2014; Blank et al, 2014). Esta modelagem permite que a dinâmica seguida pelo beta seja determinada por um conjunto de variáveis que são estatisticamente estimadas, ao invés de definidas por hipótese pelos pesquisadores (Elton et al, 2014).

Um dos fatos estilizados sobre as séries de retornos financeiros amplamente difundidos na literatura consiste na estrutura de dependência temporal de sua variância, isto é, as séries de retornos apresentam heterocedasticidade condicional. Grande parte dos trabalhos nesta área, contudo, assume que os erros das equações de regressão do CAPM condicional na forma em espaço de estados são homocedásticos, a despeito de testes empíricos encontrarem que estes erros permanecem heterocedásticos mesmo após o tratamento condicional do modelo CAPM (Mergner e Bulla, 2008; Blank et al, 2014). Neste contexto, Ortas, Salvador e Moneva (2014) contribuem para a literatura sobre o tema ao construir a versão heterocedástica do modelo CAPM condicional estimado a

partir do algoritmo do filtro de Kalman, onde os erros da equação de regressão são modelados com variância variando no tempo segundo um processo GARCH (1,1).

Este trabalho tem dois objetivos principais: (i) avaliar de forma comparativa o tratamento dos modelos CAPM condicional na forma em espaço de estados estimados a partir do filtro de Kalman com os erros da equação de regressão nas formas homocedástica (EE-HOM) e heterocedástica (EE-HET), com base no trabalho de Ortas, Salvador e Moneva (2014); (ii) avaliar de que modo o uso de medidas condicionais obtidas a partir do modelo CAPM condicional sob a abordagem aqui descrita pode melhorar a prática atual de avaliação de performance dos fundos de investimentos a partir de uma amostra do mercado brasileiro.

Para tanto, após a apresentação de uma revisão da literatura sobre modelos de apreçamento de ativos, com ênfase nos modelos CAPM condicionais na forma em espaço de estados estimados através do filtro de Kalman e análise de performance de fundos de investimentos, são realizados neste trabalho testes com séries sintéticas de retornos dos fundos geradas artificialmente a fim de verificar o desempenho e precisão da estimação dos modelos estudados. Após os estudos de simulação, os modelos são utilizados em uma aplicação empírica para uma amostra de retornos diários de fundos de investimentos em ações brasileiros para o período de 2005 a 2014. Os modelos CAPM condicionais com tratamento dos erros homocedástico e heterocedástico são então comparados entre si do ponto de vista da qualidade de ajuste aos dados da amostra selecionada. Os resultados aqui encontrados, utilizando os critérios AIC e BIC indicam que, de maneira geral, a modelagem da estrutura heterocedástica dos erros aumenta a capacidade do modelo CAPM condicional em capturar a dinâmica temporal de alfa e beta dos fundos de investimentos investigados na nossa pesquisa. As capacidades explicativa e preditiva dos modelos também são analisadas através dos critérios RMSE e MAE para os períodos *in-sample* e *out-of-sample*, respectivamente. Os resultados desses critérios para os modelos condicionais são comparados entre si e entre dois modelos incondicionais (CAPM incondicional e modelo de fatores de Carhart (1997)). A comparação das medidas RMSE e MAE entre os modelos EE-HOM e EE-HET sugere uma preferência pelo modelo homocedástico. Já a comparação com os modelos incondicionais evidencia a preferência pelos modelos condicionais, destacando-se dois pontos principais: (1) a comparação dos

modelos condicionais com o modelo CAPM, estimados através do modelo de mínimos quadrados ordinários com janelas rolantes, mostra que a abordagem de janelas rolantes pode ser melhorada quando alfa e beta variam no tempo como um processo de passeio aleatório; (2) a comparação dos modelos condicionais com os modelos de fatores sugere que a variação temporal de alfa e beta pode trazer benefícios superiores à introdução de mais fatores de risco. Analisada a qualidade do ajuste dos modelos e verificada a superioridade dos modelos condicionais, estes foram utilizados na estimação de medidas condicionais de avaliação de desempenho de fundos de investimentos, a saber, alfa (utilizado para medir a habilidade de *stock-picking* dos fundos) e beta (utilizado para medir a habilidade de *market-timing* dos fundos). Os resultados nos permitem tirar três conclusões a respeito da habilidade de *stock-picking* dos gestores: (1) a habilidade dos gestores em selecionar os melhores ativos pode estar diretamente relacionada aos grandes momentos de valorização do mercado acionário; (2) durante os períodos de grandes quedas do mercado, a busca dos gestores por ativos com potencial de valorização superior ao seu nível de risco incorre em retornos anormais negativos para os investidores; (3) nos últimos anos os gestores vêm apresentando alfas consistentemente negativos. Em relação à habilidade de *market-timing*, os resultados indicam que os gestores da amostra analisada não apenas não possuem habilidade de antecipar os períodos de valorização e queda do mercado como acabam atuando de forma reversa, isto é, sistematicamente aumentam o beta dos fundos em períodos de queda do mercado e diminuem nos períodos de alta. Finalmente, sob a ótica dos modelos condicionais, são analisadas a performance do desempenho dos fundos de investimentos e a capacidade dos alfas condicionais anteciparem retornos superiores dos fundos de investimentos. Verifica-se que a persistência da performance superior dos fundos revela-se significativa, apesar de ser um fenômeno predominantemente de curto prazo.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: os Capítulos 2 e 3 apresentam, respectivamente, uma revisão da literatura sobre os modelos de precificação de ativos, com ênfase para os modelos condicionais, e avaliação de performance de fundos de investimentos, com destaque para a análise da habilidade dos gestores em selecionar os melhores ativos para um dado nível de risco, também chamada de habilidade de *stock-picking* ou seletividade, a



habilidade dos gestores em alterar o beta dos fundos em antecipação a movimentos futuros do índice de mercado, chamada na literatura de habilidade de *market-timing*, e persistência de desempenho dos fundos, que consiste em avaliar se os gestores que apresentaram melhores desempenhos no passado continuaram a apresentar desempenhos superiores nos períodos subsequentes. O Capítulo 4 trata dos modelos na forma em espaço de estados e a teoria relacionada a estimação via filtro de Kalman, conferindo especial destaque para os modelos de regressão com coeficientes variantes no tempo e erros heterocedásticos. O Capítulo 5 apresenta os estudos de simulação dos modelos propostos a partir de séries sintéticas de retornos de fundos de investimentos. O Capítulo 6 consiste na aplicação empírica dos modelos a uma amostra de investimentos brasileiros, no qual, além da análise da qualidade de ajuste dos modelos estudados, especial destaque é conferido à análise de performance dos fundos nacionais a partir de medidas condicionais de *stock-picking* e *market-timing*, sendo os resultados comparados àqueles obtidos a partir das medidas incondicionais. Por fim, é analisada ainda a persistência do desempenho dos retornos dos fundos com base nestas medidas. O Capítulo 7 apresenta as conclusões da pesquisa, com indicações de trabalhos futuros.

## 2 Modelos de Precificação de Ativos

Este capítulo apresenta uma revisão sobre o modelo CAPM, com destaque para o modelo na sua forma condicional, isto é, com coeficientes variantes no tempo. A seção 2.1 apresentará uma breve revisão sobre CAPM e o modelo de fatores, versão alternativa ao primeiro, onde o retorno esperado de um ativo depende de outros fatores de risco que não apenas o prêmio de risco de mercado. A seção 2.2 apresenta o chamado CAPM condicional, que consiste em uma segunda alternativa ao modelo CAPM incondicional onde o beta do ativo é tratado como um processo dinâmico que varia com o tempo, diferentemente da forma estática como é tratado o beta no modelo original.

### 2.1. CAPM e o Modelo de Fatores

Desenvolvido de forma independente por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), o modelo CAPM pode ser derivado de diferentes formas de acordo com o rigor e complexidade matemática empregados. O grande apelo subjacente ao CAPM, contudo, consiste na simplicidade do modelo final, no qual o retorno esperado de um ativo de risco é dado por:

$$E[r_i] = r_f + \beta_i(E[r_m] - r_f) \quad (2.1)$$

$$\beta_i = \frac{cov[r_i, r_m]}{var[r_m]} \quad (2.2)$$

onde  $r_i$  é o retorno do ativo  $i$ ,  $r_f$  é a taxa de juros livre de risco,  $\beta_i$  é a medida de risco sistemática, chamada de beta, e  $r_m$  é o retorno da carteira de mercado.

No contexto do CAPM, o risco de mercado (ou sistemático, ou não-diversificável) é o único risco relevante, que não é eliminado através da diversificação, sendo medido pelo beta dos ativos. Interpreta-se o beta, portanto,

como a medida de sensibilidade das oscilações de um ativo em relação às oscilações da carteira de mercado. Assim, a equação (2.1) relaciona quanto deve ser o retorno esperado de um ativo ou portfólio dado o seu nível de risco sistemático. Contudo, caso um gestor de portfólios seja capaz de melhor prever os preços dos ativos ele poderá obter retornos superiores àqueles implicados pelo CAPM (Jensen, 1968).

Alternativamente, podemos escrever as equações (2.1) e (2.2) em termos de excesso de retorno:

$$E[R_i] = \beta_i(E[R_m]) \quad (2.3)$$

$$\beta_i = \frac{cov[R_i, R_m]}{var[R_m]} \quad (2.4)$$

onde  $R_i$  é o excesso de retorno do ativo  $i$  em relação a  $r_f$ ,  $R_i = r_i - r_f$ , e  $R_m$  é o excesso de retorno da carteira de mercado em relação a  $r_f$ ,  $R_m = r_m - r_f$ .

O teste final de um modelo não consiste em investigar quão razoáveis seus pressupostos se sustentam no mundo real, mas sim quão bem este modelo é capaz de descrever a realidade, e o CAPM faz um grande trabalho em descrever os preços dos ativos no mercado de capitais (Elton et al, 2014). Contudo, a principal crítica em relação ao CAPM está relacionada ao fato do portfólio de mercado ser teórica e empiricamente ilusório uma vez que não está claro quais ativos (por exemplo, capital humano) podem legitimamente ser excluídos do portfólio de mercado, além da disponibilidade de dados limitar os ativos a serem incluídos (Roll, 1977). Desta forma, testes do modelo são forçados a utilizar *proxies* do portfólio de mercado e seus resultados nos dizem apenas se tais *proxies* situam-se ou não na fronteira de mínima variância, sendo nada aprendido em relação ao CAPM (French, 2004).

Assim, a partir da década de 1970, surgem diversos trabalhos empíricos que têm como foco testar as três principais implicações implícitas pelo modelo (2.3): (1) o intercepto é zero; (2) o beta captura completamente a variação *cross-sectional* do excesso de retorno esperado; (3) o prêmio de risco de mercado, dado por  $E[R_m]$ , é positivo (Campbell, Lo e MacKinlay, 1997).

A partir destas evidências, Ross (1976) propõe o *Arbitrage Pricing Theory* (APT) como uma alternativa empírica e teórica ao CAPM. O modelo pressupõe

que o retorno de cada ação depende, parcialmente, de alguns “fatores”, que podem ser variáveis macroeconômicas, fundamentalistas ou determinadas empiricamente, e, em parte, de fatores aleatórios específicos da empresa (Brealey, Myers e Allen, 2013).

Com base na metodologia proposta pelo APT, surgem diversos trabalhos baseados na ideia de múltiplas fontes de risco, que não apenas o risco de mercado proposto pelo modelo de Sharpe, Lintner e Mossin, com o objetivo de melhor explicar as evidências empíricas de retornos anormais dos ativos<sup>1</sup>.

O primeiro trabalho a encontrar evidências de retornos consistentemente diferentes daqueles previsto pelo CAPM foi o de Basu (1977), no qual se constatou que ações com elevados índices lucro/preço apresentavam retornos futuros superiores ao previsto pelo modelo. Outros trabalhos importantes na identificação de anomalias financeiras foram: Banz (1981), documentando o efeito tamanho onde ações de menores capitalizações apresentavam retornos superiores àquelas de maior capitalização; Bhandari (1988), registrando que ações com elevado índice dívida/patrimônio líquido apresentaram retornos superiores ao previsto; Stattman (1980), Rosenberg, Reid e Lanstein (1985), documentando que ações com elevados índices *book-to-market* (B/M) apresentavam retornos superiores aos previstos pelo CAPM; e o efeito momento de Jeegadeesh e Titman (1993).

Fama e French (1992), a partir de uma abordagem de regressão *cross-sectional*, sintetizam as evidências das falhas empíricas do CAPM ao confirmarem que atributos da firma, especificamente tamanho, e as razões lucro/preço, dívidas/patrimônio líquido e *book-to-market*, adicionam informação ao retorno esperado das ações. Posteriormente, Fama e French (1993), inspirados na modelagem teórica do APT, buscaram um modelo capaz de explicar não apenas retornos de ações, mas também de títulos de renda fixa e chegaram ao modelo de três fatores. Neste modelo, o excesso de retorno das ações é regredido contra dois outros fatores de risco, além do fator de mercado: o fator SMB (*small minus big*), construído como a diferença entre retornos de portfólios diversificados formados

---

<sup>1</sup> Na literatura financeira, especificamente na teoria de modelos de apreçamento de ativos, retornos anormais ou anomalias são alguns padrões observados em relação ao retorno dos ativos que não são explicados pelo CAPM.

por ações de pequeno e alto valor de mercado com o objetivo de replicar a anomalia dos retornos relacionados ao tamanho das empresas; o fator HML (*high minus low*), construído como a diferença entre retornos de portfólios de ações diversificados de elevada e baixa razão *book-to-market*, tendo como objetivo replicar a anomalia dos retornos relacionados à razão B/M. O modelo é descrito, portanto, da seguinte forma:

$$E[R_i] = \beta_{M_i}E[R_M] + \beta_{S_i}E[SMB] + \beta_{H_i}E[HML] \quad (2.5)$$

onde os betas, ou “*factor loadings*”, são os coeficientes dos regressores na regressão múltipla. Os autores então constatam que o modelo é capaz de explicar grande parte da variação nos retornos médios das carteiras analisadas evidenciando que os fatores tamanho e *book-to-market* são *proxy* para sensibilidade a fatores de risco comuns (Blank, 2014).

O modelo proposto por Fama e French (1993) atualmente é largamente difundido na literatura financeira, sendo não só utilizado para pesquisas que necessitam de modelos de retorno esperado, como também para medir a performance de gestores e seus portfólios, conforme apresentado por Carhart (1997). Todavia, assim como o CAPM, o modelo também é alvo de críticas. Um dos questionamentos se refere ao fato da utilização das variáveis explicativas SMB e HML não se tratarem de variáveis de interesse dos investidores, sendo apenas construções realizadas com o objetivo de capturar padrões em retornos de ações descobertos por trabalhos anteriores (French, 2004). Outro questionamento ao modelo aparece no trabalho de Jeegadeesh e Titman (1993) com a descoberta da anomalia momento. Os autores observam que ações que registraram bom desempenho em relação ao mercado nos últimos três a doze meses tendiam a continuar registrando bom desempenho nos meses seguintes, e ações que apresentaram desempenho ruim tendiam a continuar desempenhando mal. De fato, Fama e French (1996) constataram que o modelo de três fatores não é capaz de explicar os retornos anormais de curto prazo relativos à anomalia momento.

Uma melhoria do modelo de Fama e French (1993), portanto, é proposta por Carhart (1997) a partir de um modelo de quatro fatores, baseado no modelo de três fatores, com a adição do fator momento:

$$E[R_{i,t}] = \beta_{iM}E[R_{M,t}] + \beta_{iS}E[SMB_t] + \beta_{iH}E[HML_t] + \beta_{iW}E[WML_t] \quad (2.6)$$

onde  $WML_t$  (*winner minus losers*) é a diferença entre retornos de um portfólio formado por ações com elevados retornos passados e um portfólio formado por ações com baixos retornos passados .

Recentemente, baseado nas evidências de Novy-Marx (2012) e Titman, Wei e Xie (2004) e de manipulações algébricas do modelo de dividendos descontados, Fama e French (2014) propuseram mais um avanço em seu trabalho anterior, desenvolvendo um modelo de cinco fatores.

A busca dos acadêmicos por novos fatores de risco nada mais é do que uma tentativa de explicar as anomalias financeiras encontradas nos retornos das ações empiricamente. Todavia, outro ponto crítico de questionamento do CAPM pode ser atribuído à sua natureza estática (Blank, 2014). Nesta hipótese, a presença de anomalias estaria relacionada à dinâmica temporal do beta de mercado, não capturada pelo modelo na sua forma original. Assim, preservando a estrutura do modelo de um fator, a literatura acerca do CAPM condicional busca verificar se o modelo é capaz de melhor explicar os retornos dos ativos ao se considerar a variação temporal nos momentos condicionais. Neste sentido, as próximas seções abordam os modelos CAPM condicionais.

## 2.2. CAPM Condicional

A versão do modelo CAPM que incorpora a dinâmica temporal do beta é conhecida como CAPM condicional e pode ser escritos da seguinte forma (Huang e Litzenberger, 1988):

$$E[R_{i,t+1}|I_t] = \beta_{i,t}E[R_{m,t+1}|I_t] \quad (2.7)$$

$$\beta_{i,t} = \frac{cov_t(R_{i,t+1}, R_{m,t+1}|I_t)}{Var_t(R_{m,t+1}|I_t)} \quad (2.8)$$

onde  $R_{i,t}$  é o excesso de retorno do ativo  $i$  em relação ao ativo livre de risco no tempo  $t$ ,  $\beta_{i,t}$  é o beta condicional do ativo  $i$  no tempo  $t$  e  $I_t$  representa o conjunto de informação no tempo  $t$ .

Diversos são os trabalhos na literatura que encontraram evidências de que a relação entre retorno esperado e risco não é estática, isto é, que o beta apresenta

significativa dinâmica temporal (He e Kryzanowski, 2007; Jagannathan e Wang, 1996; Mergner e Bulla, 2008; Jostova e Philipov, 2005; Faff, Hillier e Hillier, 2000; Blank et al, 2014; entre outros). Jagannathan e Wang (1996), por exemplo, justificam a premissa do beta variante no tempo a partir de uma abordagem econômico-financeira, afirmando que a variação dos riscos relativos ao fluxo de caixa da empresa ao longo de ciclos econômicos gera variações no beta das ações. Desta forma, os betas dos ativos dependeriam da natureza da informação disponível em determinado instante de tempo de forma que o CAPM incondicional não é capaz de capturar esta dinâmica, podendo ser este um dos motivos da incapacidade do modelo de Sharpe, Lintner e Mossin em explicar as anomalias financeiras reportadas na literatura.

Dentro deste contexto, algumas abordagens foram estabelecidas como modificações em relação ao modelo estático. A primeira reconhece que o risco sistemático dos ativos varia no tempo devido a informações disponíveis ao público, isto é, como uma função linear de variáveis  $Z_t$  que, em geral, representam variáveis macroeconômicas ou relacionadas a características financeiras das empresas, com o objetivo de capturar informações relativas ao ciclo econômico (Ferson e Schadt, 1996; Christopherson, Ferson e Turner, 1999; Avramov e Chordia, 2006; Baele e Londono, 2013). Segundo esta abordagem o CAPM condicional é modelado da seguinte forma:

$$R_{i,t+1} = \beta_i(Z_t)R_{m,t+1} + \epsilon_{i,t+1} \quad (2.9)$$

$$\beta_i(Z_t) = b_{0i} + B_i'Z_t \quad (2.10)$$

onde  $R_{i,t+1}$  é o excesso de retorno em relação à taxa livre de risco entre os períodos  $t$  a  $t+1$ ,  $Z_t$  é o vetor de variáveis condicionantes de informação disponível no tempo  $t$ ,  $R_{m,t+1}$  é o excesso de retorno do fator de mercado,  $\beta_i(Z_t)$  é o beta de mercado condicional do ativo  $i$  no tempo  $t$  e  $b_{0i}$  pode ser interpretado como o valor esperado incondicional de  $\beta_i(Z_t)$ .

O principal problema desta modelagem, contudo, está no fato de o conjunto de informação condicional dos investidores não ser observado, de forma que o uso de variáveis *proxy* de informação pode não ser suficiente para capturar toda a dinâmica do beta (Blank, 2014).

Uma segunda abordagem para a modelagem da variação temporal do beta consiste no estabelecimento de pressupostos a respeito da matriz de covariância dos retornos dos ativos, envolvendo a utilização dos modelos de volatilidade condicional consagrados na literatura - como os modelos da família ARCH-GARCH, ou ainda, os modelos de volatilidade estocástica (Bollerslev, Engle e Wooldridge, 1988; Faff, Hillier e Hillier, 2000; Mergner e Bulla, 2008; Nieto, Orbe e Zarraga, 2014). Sob esta abordagem, a dinâmica temporal do beta é modelada de maneira indireta, uma vez que transmissão da volatilidade entre os ativos é capturada por uma matriz de covariância variante no tempo cujos elementos são utilizados para calcular o beta como uma razão entre a covariância condicional entre o retorno do ativo e o retorno da carteira de mercado e a variância condicional do retorno da carteira de mercado, conforme a equação (2.8).

Diversos autores consideram ainda uma terceira abordagem com betas variantes no tempo, onde ao invés da busca pela identificação do conjunto de informação disponível aos investidores ou do pressuposto adequado sobre a matriz de covariância dos retornos, a dinâmica temporal seguida pelo beta é estimada através do filtro de Kalman. Isso permite que a dinâmica seguida pelo beta seja determinada por um conjunto de variáveis que são estatisticamente estimadas, ao invés de definidas por hipótese pelos pesquisadores (Elton et al, 2014).

Existem, contudo, diversos processos estocásticos que são propostos na literatura para a modelagem do beta. Entre os processos mais utilizados estão o passeio aleatório, o processo autoregressivo de média constante, também chamado de processo de reversão à média, e o processo de coeficiente aleatório, conforme descritos a seguir:

$$\beta_{i,t+1}^{RW} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t} \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2) \quad (2.11)$$

$$\beta_{i,t+1}^{AR} = \phi(\beta_{i,t} - \bar{\beta}) + \bar{\beta} + \eta_{i,t} \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2), |\phi| < 1 \quad (2.12)$$

$$\beta_{i,t+1}^{RC} = \bar{\beta} + \eta_{i,t} \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2) \quad (2.13)$$

onde  $\beta_{i,t+1}^{RW}$  é definido como o processo de passeio aleatório em que os choques no risco sistemático persistem indefinidamente;  $\beta_{i,t+1}^{AR}$  é o processo de



reversão a média onde os choques possuem persistência, mas o processo tendem a reverter à média, sendo  $\bar{\beta}$  a média incondicional e  $\phi$  um parâmetro associado a velocidade de reversão à média de beta,  $|\phi| < 1$ ; e  $\beta_{i,t+1}^{RC}$  assume que beta segue um processo de coeficiente aleatório onde os choques em um período não têm influência nos valores futuros de beta.

Adrian e Franzoni (2009), baseados nas evidências de que o risco de algumas classes de ativos apresenta movimentos de longo prazo, assumem que o beta varia ao longo do tempo seguindo um movimento de reversão à média e utilizam o algoritmo do filtro de Kalman para estimação do modelo. Utilizando uma medida de erro de precificação de Campbell e Vuolteenaho (2004), chegam ao resultado de que o modelo variante no tempo reduz em 45% o erro de precificação em relação ao CAPM incondicional, concluindo, portanto, que o erro de medição do beta e, conseqüentemente, do retorno esperado em equilíbrio, pode ser a fonte do erro de precificação observado.

Faff, Hillier e Hillier (2000) comparam três diferentes abordagens para modelagem dos betas muito utilizadas na literatura, a saber: o modelo M-GARCH de Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988), um modelo de mercado heterocedástico proposto por Schwert e Seguin (1990) e o modelo variante no tempo estimado via filtro de Kalman, conforme equações (2.11), (2.12) e (2.13). Como resultado, além de encontrar evidências claras de variação temporal do beta e de que os modelos apresentam desempenho adequado em termos de captura dos movimentos do risco sistemático, os autores identificam, através do critério de erro quadrático médio para previsão de retornos de ativos, que apenas o modelo estimado via filtro de Kalman, e em particular com a parametrização de passeio aleatório, apresenta desempenho consistentemente superior ao modelo CAPM incondicional.

Seguindo esta mesma linha de pesquisa, Mergner e Bulla (2008) aplicam diferentes técnicas de modelagem para descrever o comportamento variante no tempo de betas setoriais europeus e comparam suas respectivas capacidades de explicar retornos setoriais a partir de movimentos do mercado. Entre as modelagens utilizadas estão o modelo M-GARCH, modelos de volatilidade estocástica, modelos Markov *switching* e modelagem via filtro de Kalman, onde a variação temporal do beta é modelada através de passeio aleatório e reversão à

média. Os resultados confirmam as evidências de que os betas setoriais variam no tempo e, assim como Faff, Hillier e Hillier (2000), apresentam evidências de que o processo de passeio aleatório estimado com o uso do filtro de Kalman é o modelo preferido para descrever e prever o comportamento variante no tempo dos betas no contexto europeu.

Nieto, Orbe e Zarraga (2014) optam também pela comparação entre três diferentes modelagens para o beta para uma amostra de ações do mercado mexicano: (1) modelados por janelas rolantes e estimados via mínimos quadrados ordinários; (2) modelagem de um processo GARCH para a matriz de covariância condicional dos retornos; (3) betas dinâmicos estimados via filtro de Kalman. A comparação das estimativas dos modelos citados, todavia, é realizada não apenas pelas medidas estatísticas padrão, mas também através de critérios financeiros. Assim, os autores encontram evidências de que a variação temporal do beta modelada como um coeficiente aleatório e estimado via filtro de Kalman apresenta o menor erro de ajuste em relação ao modelo de mercado. Por outro lado, o processo no qual beta segue um passeio aleatório estimado via filtro de Kalman e beta modelado como GARCH, processos que apresentam betas mais voláteis, apresentam melhores resultados do ponto de vista das estimativas da composição dos portfólios de risco mínimo.

Jostova e Philipov (2005), apesar de utilizarem uma metodologia diferente do filtro de Kalman para estimação do modelo, contribuem para a literatura de precificação de ativos ao propor um modelo onde o risco sistemático é descrito por um processo de reversão à média e estimado através de métodos Bayesianos, chamado de SBETA. A análise empírica aplicada a portfólios industriais americanos mostra que o modelo SBETA é capaz de explicar 23% da variação *cross-sectional* dos retornos individuais, enquanto o CAPM incondicional, GARCH e betas condicionais a variáveis explicativas explicam entre 1% e 6%, além de ajudar a resolver algumas das documentadas anomalias financeiras, tais como tamanho e *book-to-market*. O mais notório de seus resultados, contudo, consiste em mostrar que as estimativas SBETA, quando examinadas em um estudo de simulação, são significativamente mais precisas do que betas modelados como GARCH, regressões de janelas rolantes, entre outros, mesmo quando o beta real tenha sido gerado com base nesses modelos.

Holmes e Faff (2008) utilizam os conceitos do CAPM condicional estimado via filtro de Kalman com o objetivo de analisar a performance de gestores de fundos de investimentos e utilizam conceitos de teoria de finanças para justificar a modelagem da variação do beta como um processo de passeio aleatório. Os autores afirmam que o *mix* de variação de diversos fatores específicos da firma poderiam induzir um comportamento aleatório do risco e, além disso, a combinação de diferentes processos em um portfólio teria o efeito de induzir a aleatoriedade mesmo nos casos de não conformidade de todas as ações individuais com o processo de passeio aleatório.

Nesta mesma linha de pesquisa, Punales (2011) utiliza o filtro de Kalman para permitir que o beta apresente variação temporal com o objetivo de analisar a performance de fundos de *hedge* e justifica estatisticamente a utilização do processo de passeio aleatório para modelagem da variação temporal do beta através dos testes de raiz unitária *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) e *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS).

No contexto do mercado acionário brasileiro, poucos trabalhos relacionados à qualidade de apreçamento foram desenvolvidos em relação ao tratamento do beta como um processo estocástico estimado segundo o filtro de Kalman.

Blank et. al. (2014) propõem uma modelagem híbrida do CAPM condicional, combinado ou não com variáveis condicionantes, baseadas na proposta de Adrian e Franzoni (2009), aplicado a portfólios de ações construídos com base nas características *book-to-market* e valor de mercado. De forma complementar, o beta modelado como passeio aleatório é também estimado. Os resultados mostram que a variação temporal do beta também é observada no mercado acionário brasileiro e que o modelo de passeio aleatório combinado com variáveis condicionantes do ciclo econômico é capaz de reduzir erros de apreçamento quando comparado aos demais.

Seguindo a mesma linha de pesquisa, Mazzeu, Costa e Santos (2013) também analisam o desempenho do modelo CAPM condicional proposto por Adrian e Franzoni (2009) aplicado às séries de retornos de 13 ações com alto índice de liquidez do mercado brasileiro, durante o período de 1987 a 2010. Os resultados empíricos indicaram uma redução dos erros de apreçamento para o

modelo incondicional e condicional a partir da introdução da aprendizagem sobre o beta. Além disso, a inclusão de variáveis condicionantes na estimação do beta levou a reduções no erro de apreçamento ainda maiores.

Caldeira, Moura e Santos (2013) utilizam a abordagem do filtro de Kalman combinada com uma matriz de covariâncias condicional dinâmica entre os fatores de risco para obter portfólios ótimos de mínima variância irrestritos e restritos para vendas a descoberto a partir do modelo de fatores de Carhart (1997). Neste trabalho, beta é tratado como dinâmico no tempo seguindo processos de passeio aleatório e reversão à média. Segundo os resultados dentro e fora da amostra os autores encontram evidências de que o modelo proposto entrega carteiras com menor risco em comparação aos modelos *benchmark*, bem como melhor desempenho ajustado ao risco.

De maneira geral, observa-se na literatura nacional e internacional que a abordagem do CAPM condicional com beta tratado como um processo estocástico e estimado via filtro de Kalman apresenta resultados invariavelmente melhores quando comparado com outras modelagens variantes no tempo para beta. A especificação do CAPM condicional na forma em espaço de estados geralmente utilizada na literatura assume que as inovações da equação de observação são homocedásticas. Um dos fatos estilizados das séries financeiras e amplamente difundidas na literatura, contudo, aponta para a heterocedasticidade condicional nos retornos de ativos, isto é, a variância condicional dos retornos apresenta uma estrutura de dependência temporal, principalmente devido ao aparecimento dos chamados aglomerados de volatilidade (Aiube, 2013).

Dada esta controvérsia, a extensão da forma em espaço de estados utilizando inovações heterocedásticas condicionais na equação de observação parece uma alternativa razoável na busca por resultados ainda melhores em relação ao ajuste do modelo CAPM condicional aos retornos observados dos ativos financeiros.

Ortas, Salvador e Moneva (2014) contribuem para a literatura sobre o tema ao construir a versão heterocedástica do modelo na forma em espaço de estados, onde as inovações da equação de observação são modeladas com variância variando no tempo segundo um processo Garch (1,1). Além de

encontrarem evidências que sustentam o melhor desempenho da versão heterocedástica em favor da versão tradicional, a partir de medidas de qualidade do ajuste (AIC e BIC) e análise do desempenho da capacidade preditiva (RMSE e MAE), os autores concluem que o comportamento estocástico dos betas analisados corresponde essencialmente a um processo de passeio aleatório ou coeficientes aleatórios.

Um dos resultados importantes apresentados pelos autores, e que justifica a utilização do método heterocedástico, consiste na forte rejeição da hipótese nula de que o quadrado das inovações padronizadas da equação de observação do modelo homocedástico não apresenta autocorrelação para todos os ativos da amostra analisada. Esta constatação é fundamental para a análise, uma vez que se não fosse observado tal fenômeno a proposição do modelo heterocedástico não encontraria sustentação teórica para sua construção. Por outro lado, o mesmo teste aplicado à série de inovações padronizadas quadráticas do modelo heterocedástico não rejeita a hipótese nula de não-autorrelação para todos os fundos. Assim, o modelo mostra-se eficaz na captura da estrutura de dependência temporal da variância dos retornos dos índices analisados.

Sendo assim, constatada a superioridade perante os modelos concorrentes do CAPM condicional na forma em espaço de estados com inovações homocedásticas, e o potencial de sua extensão heterocedástica apresentada por Ortas, Salvador e Moneva (2014), ambas as abordagens serão utilizadas como base metodológica neste trabalho para a análise de desempenho de fundos de investimentos apresentada no capítulo 6. Para tanto, a próxima seção apresentará, de forma resumida, o modelo CAPM na sua forma em espaço de estados, de forma que detalhes sobre esta modelagem e sua estimação serão apresentados no capítulo 4.

### **2.3. Modelos CAPM na forma em espaço de estados**

Esta seção tem por objetivo apresentar o modelo CAPM em que a sensibilidade dos retornos dos ativos em relação ao prêmio de risco de mercado, beta, é tratada de forma variante no tempo. Em linhas gerais, trata-se de um

modelo de regressão com coeficientes dinâmicos aplicado no contexto do modelo de apreçamento de ativos de Sharpe, Lintner e Mossin (Blank, 2014).

O modelo CAPM condicional apresentado neste trabalho é construído com base em alguns pressupostos básicos fundamentais. O primeiro deles consiste em assumir a forma em espaço de estados para modelagem do CAPM como modelo de precificação de ativos responsável por descrever os retornos esperados condicionais dos ativos que compõem o portfólio dos fundos.

O segundo pressuposto consiste na definição da forma funcional que o beta varia no tempo. Segundo Ferson e Schadt (1996), a variação temporal do beta dos fundos pode ocorrer por três diferentes fontes: (1) o beta dos ativos que compõem o portfólio dos fundos pode mudar; (2) os pesos dos ativos na carteira, mesmo para uma estratégia passiva de *buy-and-hold*, variam conforme a variação do valor dos ativos; (3) manipulação ativa dos pesos dos ativos em carteira pelos gestores.

Grande parte dos trabalhos na literatura sobre este tema adota o processo estocástico de passeio aleatório para descrever a dinâmica temporal do beta (Holmes e Faff, 2008; Black e Fraser, 1992; Pizzinga et al, 2007; Schutt e Caldeira, 2016; entre outros), muitas vezes encontrando resultados mais satisfatórios para este processo do que quando beta é modelado como processos alternativos, como coeficiente aleatório ou reversão à média (Faff, Hillier e Hillier, 2000; Mergner e Bulla, 2008; Punales, 2011; Nieto, Orbe e Zarraga, 2014). Desta forma, esta será a modelagem adotada neste trabalho.

Nesta mesma linha, nesse trabalho o intercepto do modelo CAPM também será tratado como variante no tempo. No contexto da análise de performance de fundos de investimentos, uma vez que este parâmetro é interpretado como a capacidade de o gestor em obter retornos anormais, é razoável supor que o mesmo varie ao longo do tempo como um passeio aleatório. Segundo Pizzinga et al. (2007) e Marques, Pizzinga e Vereda (2011), três razões principais podem justificar esta escolha: (1) parcimônia, (2) simplicidade e (3) possibilidade de acomodar mudanças de gestão fundamentais ao longo do tempo devido a não-estacionariedade do processo.

A partir destes pressupostos e considerando um modelo clássico de regressão linear univariado gaussiano, em especial, o modelo CAPM de Sharpe-Lintner-Mossin, podemos escrevê-lo na forma em espaço de estados com alfa e beta variantes no tempo como:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta'_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (2.14)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t}, \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (2.15)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t}, \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (2.16)$$

Onde,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $R_{i,t}$  é a variável dependente (observável), neste caso, o excesso de retorno do ativo em relação ao ativo livre de risco,  $R_{m,t}$  é um vetor  $1 \times k$  das variáveis explicativas, também conhecidas e aqui definidas como o excesso de retorno do índice de mercado em relação ao ativo livre de risco,  $\beta_{i,t}$  é o vetor coeficiente do ativo de dimensão  $k \times 1$  não observável, conhecido como beta,  $\alpha_{i,t}$  é o intercepto variante no tempo, conhecido como alfa de Jensen, e  $\epsilon_{i,t}$  é o resíduo que assumimos possuir distribuição normal.

Um ponto especialmente crítico deste modelo para o presente trabalho está relacionado ao erro  $\epsilon_{i,t}$  da equação (2.14), chamada de equação de observação. Além de assumir que esta variável aleatória possui uma distribuição normal com média zero, os trabalhos na literatura que utilizam este modelo, seja para a precificação de ativos ou para a análise de performance de fundos, consideram que sua variância é constante ao longo do tempo. Tais modelos serão aqui identificados como modelos homocedásticos.

Contudo, conforme destacado, as séries de retornos financeiros são conhecidas por apresentarem estrutura de dependência temporal em sua variância condicional devido, principalmente, aos chamados aglomerados de volatilidade (Aiube, 2013). Com isso, Ortas, Salvador e Moneva (2014) propõem uma versão heterocedástica deste modelo, onde a variância dos erros da equação de observação varia no tempo segundo um processo GARCH (1,1):

$$R_{i,t} = \beta_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,i,t}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (2.17)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t}, \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (2.18)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t}, \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (2.19)$$

$$\sigma_{\epsilon,i,t}^2 = \omega_i + \rho_i \hat{\epsilon}_{i,t-1}^2 + \gamma_i \sigma_{\epsilon,i,t-1}^2, \quad \omega_i > 0, \rho_i, \gamma_i \geq 0 \text{ e } \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (2.20)$$

$$\text{onde } \hat{\epsilon}_{it} = R_{it} - \hat{\beta}_{it}R_{m,t}$$

Neste caso, a especificação do modelo é a mesma da apresentada pelas equações (2.14)-(2.16), diferenciando-se em relação ao subscrito “ $t$ ” em  $\sigma_{\epsilon,i,t}^2$ , responsável por representar a natureza heterocedástica do erro na equação (2.14).

Dada a importância destes modelos para o presente trabalho, e a proposta de uma aplicação empírica de ambos neste trabalho, os mesmos serão estudados em detalhes no Capítulo 4.



### 3

## Avaliação de Performance de Fundos de Investimentos

Passados mais de 50 anos desde o seminal trabalho de Markowitz (1959), que deu origem a Teoria Moderna de Carteiras, o processo de avaliação de portfólios evoluiu drasticamente, passando de simples cálculos de retornos brutos a análises detalhadas das origens dos riscos e retornos de cada ativo.

Atualmente o processo de avaliação de portfólios de ativos ou fundos de investimentos envolve não apenas a análise do desempenho do ativo ou do gestor comparado aos demais, mas também o entendimento da causa deste desempenho (Elton et al, 2014). Uma das maiores dificuldades encontradas neste processo, contudo, está na definição da medida adequada para tal análise. Senso comum na literatura financeira, o comportamento avesso ao risco dos investidores no mercado de capitais exige que durante o processo de análise de performance os diferentes níveis de risco dos retornos obtidos por tais portfólios sejam considerados (Jensen, 1968), de forma que o maior retorno possível seja obtido ao menor nível de risco.

Apesar das medidas de risco e retorno fazerem parte de qualquer serviço de avaliação de ativos, suas análises segregadas dificilmente permitem uma conclusão geral sobre a performance de um portfólio, exceto em casos onde ambas são favoráveis ou desfavoráveis a determinado grupo. Desta forma, as medidas utilizadas nestas avaliações, os chamados índices de avaliação de performance, em geral englobam os atributos de risco e retorno em um único número, de forma que o retorno obtido seja ajustado pelo nível de risco incorrido na sua obtenção.

Segundo Roll (1978), as características essenciais para um bom índice de avaliação de performance são:

- I. o índice deve ser capaz de diferenciar, de modo claro, performances superiores, medíocres e inferiores;

- II. não deve ser passível de arbitragem, isto é, não deve permitir que qualquer administrador crie estratégias que possam levar à obtenção de resultados aparentemente bons na ausência de informação superior;
- III. deve possibilitar utilização prática.

Estes índices podem, ainda, segundo Oda (2006), serem agrupados de acordo com a metodologia adotada para o ajuste do retorno ao nível de risco incorrido, em três grupos básicos:

- I. índices baseados na Teoria do Mercado de Capitais, que utilizam como medidas de risco o desvio-padrão e o beta;
- II. índices baseados em *benchmarks*, cujos riscos são representados pelas diferenças de retorno em relação ao índice de referência estabelecido;
- III. índices baseados em riscos de perda, que adotam medidas assimétricas de risco.

Segundo Duarte Jr. (1997), a natureza do portfólio ou fundos de investimentos a serem analisados irão influenciar diretamente na escolha entre os grupos metodológicos descritos. Para a análise de um administrador ou fundo de investimento passivo, por exemplo, o único grupo de índice adequado é o II, uma vez que o objetivo dos gestores será a minimização do *tracking error*<sup>2</sup>. No caso de uma gestão ativa do portfólio a análise de performance deverá ser guiada por dois princípios básicos oriundos da Teoria Moderna das Carteiras: para um mesmo nível de risco corrido, quanto maior o nível de retorno obtido, melhor; para um mesmo nível de retorno obtido, quanto menor o nível de risco corrido, melhor.

O foco principal deste trabalho concentra-se na análise da performance de fundos de investimentos ativos, de forma que o grupo de índices utilizados para tal consiste naqueles baseados na Teoria do Mercado de Capitais. Dentro deste contexto, o modelo básico, com implicações sobre o equilíbrio geral de preços entre ativos e o mercado, é conhecido na literatura como Modelo de Precificação de Ativos de Capital (*Capital Asset Pricing Model*, CAPM).

---

<sup>2</sup> Corresponde ao desvio-padrão da série de diferenças entre retorno do portfólio e o retorno do *benchmark*:  $TR = \sigma[R_p - R_B]$ , onde  $R_p$  e  $R_B$  são, respectivamente, as séries de retornos do portfólio e do *benchmark*. Mede o quanto o retorno do fundo se afastou do índice de referência.

De maneira geral, no contexto da análise de performance de fundos, busca-se avaliar em que medida os retornos obtidos ao longo do tempo podem ser atribuídos a duas habilidades principais dos gestores: *stock-picking* e *market-timing*.

A habilidade de *stock-picking*, ou seletividade, refere-se à parcela de retorno observado que é decorrente da habilidade de selecionar os melhores ativos para um dado nível de risco (Fama, 1972). Visto de outra forma, mede o desempenho de um determinado portfólio em relação a uma estratégia ingênua de seleção de portfólio com o mesmo nível de risco.

Entre as diferentes medidas utilizadas para aferir a habilidade de seletividade dos gestores e que utilizam como referencial teórico a Teoria do Mercado de Capitais, e de especial interesse para este trabalho, está o alfa de Jensen, proposto no seminal trabalho de Jensen (1968).

Jensen (1968), em seu seminal trabalho sobre análise de performance de fundos de investimentos, foi o primeiro a mostrar matematicamente que a equação (2.3) deduzida por Sharpe, Lintner e Mossin, construída com base em valores esperados e, portanto, não observáveis, poderia ser remodelada em termos de medidas observáveis de retornos realizados para qualquer portfólio e mercado, provendo assim uma estimativa da capacidade de previsão de um gestor. Assim, a equação do modelo CAPM implica em um teste de séries temporais, podendo ser testado através da seguinte regressão:

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i(R_{mt}) + \varepsilon_{it} \quad (3.1)$$

onde  $\varepsilon_{it}$  é o termo de erro aleatório serialmente independente, com  $E(\varepsilon_{it}) = 0$ ,  $Var(\varepsilon_{it}) = \sigma_{\varepsilon_i}^2$ , e  $\alpha_i$ , conhecida como alfa de Jensen, representa a taxa incremental de retorno médio do portfólio por unidade de tempo devido exclusivamente a capacidade do gestor em prever os preços futuros dos ativos. Em outras palavras, o alfa de Jensen é interpretado como uma medida da capacidade do gestor em selecionar ativos mal precificados no mercado que proporcionem ao fundo retornos superiores ao esperado dado o nível de risco do portfólio.

Desta forma, para modelar a habilidade de previsão dos gestores de portfólios, não se restringe que as estimativas das regressões (3.1) passem pela origem. O intercepto será positivo caso o gestor possua a capacidade de prever os

preços dos ativos; zero, no caso de uma estratégia de comprar e segurar ativos selecionados aleatoriamente (estratégia ingênua); e negativo, caso o gestor se saia pior do que a estratégia ingênua. Apesar de parecer improvável que um gestor apresente desempenho pior do que uma estratégia ingênua, isto é, que  $\alpha_i$  seja negativo, isto pode ocorrer graças às diversas despesas advindas de tentativas de previsões frustradas (Jensen, 1968).

O autor destaca, ainda, que ao estimar  $\alpha_i$  estamos explicitamente permitindo os efeitos do risco de cada ativo sobre o retorno previsto do mesmo, conforme implicação do modelo CAPM. Além disso, as condições econômicas gerais ou particulares do mercado durante o período de avaliação, bem como a exploração de padrões reconhecidos no retorno passado de ativos, não possuem efeito sobre a medida de performance, uma vez que esta é capturada pelo fator de mercado e pelos demais fatores de risco. Desta forma, a medida de performance do gestor pode ser legitimamente comparada entre fundos de diferentes níveis de risco e em diferentes períodos de tempo.

A partir do desenvolvimento do modelo de fatores de Fama e French (1993) e, posteriormente, Carhart (1997) e sua comprovada melhor aderência na estimação dos retornos dos ativos, diversos trabalhos utilizando o modelo de fatores na análise de performance de desempenho de fundos surgiram na literatura. A ideia de incorporar outros fatores de risco para a análise de performance dos gestores consiste na crença de que retornos passados são previsores de retornos futuros, e créditos não deveriam ser dados aos gestores por reconhecerem este padrão (Elton et al, 2014). Assim, os mesmos conceitos baseados na equação (3.1) poderiam ser replicados para o modelo de fatores de Carhart (1997):

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{iM}R_{M,t} + \beta_{iS}SMB_t + \beta_{iH}HML_t + \beta_{iW}WML_t + \varepsilon_{it} \quad (3.2)$$

Nesta mesma linha, o CAPM condicional na sua forma espaço de estado com erros heterocedásticos pode ser escrito da seguinte forma:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t}R_{m,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad \varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon,i,t}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (3.3)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t}, \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta,i,t}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (3.4)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t}, \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta,i,t}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (3.5)$$

$$\sigma_{\varepsilon,i,t}^2 = \omega_i + \rho_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_i \sigma_{\varepsilon,i,t-1}^2, \quad \omega > 0, \rho_i, \gamma_i \geq 0 \text{ e } \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (3.6)$$

onde assume-se que  $\alpha_{i,t+1}$ , o alfa de Jensen, tal como o beta  $\beta_{i,t+1}$ , variam no tempo como um processo de passeio aleatório. Importante destacar novamente que  $\sigma_{\epsilon,i,t}^2 = \sigma_{\epsilon,i}^2$ , para o caso em que o erro da equação (3.3) seja homocedástico.

Segundo Elton et al (2014), as sensibilidades aos índices/*benchmark* devem mudar ao longo do tempo uma vez que o retorno sobre estes índices é parcialmente previsível. Assim, uma vez que informações públicas disponíveis podem ser utilizadas para prever tais retornos, créditos não deveriam ser conferidos aos gestores pela performance decorrente da variação temporal dos coeficientes do modelo.

A avaliação da performance de fundos a partir da equação (3.1), (3.2) ou (3.3)-(3.6) pode resultar em diferenças significativas na determinação da habilidade dos gestores. Isso ocorre uma vez que a presença de mais ou menos fatores de risco ou, ainda, a dinâmica temporal ou estática dos coeficientes poderiam afetar a estimativa dos parâmetros ao atribuírem, por exemplo, como retorno anormal a simples exploração do fator momento (no caso do modelo de um fator) ou a variação ao longo do tempo do beta (para os modelos estáticos). Assim, a estimação do alfa de Jensen pelo modelo de um fator ou pelo tratamento estático poderia concluir de forma equivocada pela existência ou não da habilidade de *stock-picking* dos gestores.

Tal como o pioneiro trabalho de Jensen (1968), as evidências encontradas na literatura sobre análise de performance de fundos dos mercados internacional ou brasileiro são robustos e mostram que, na média, os gestores não são capazes de oferecer retornos anormais aos investidores após as cobranças de todas as despesas dos fundos (taxas de administração, taxas de performance, entre outras), tanto para os modelos de fatores (Carhart, 1997; Fama e French, 2010; Gallefoss et al, 2015; Castro e Minardi, 2009; Laes e Silva, 2013; Jordão e Moura, 2011; Joaquim e Moura, 2011; entre outros), como para os modelos condicionais (Ferson e Schadt, 1996; Cuthbertson, Nitzsche e O'Sullivan, 2008; Holmes e Faff, 2008; Black e Fraser, 1992; Marques, Pizzinga e Vereda, 2011; Pizzinga et al, 2007; Schutt e Caldeira, 2016; entre outros).

Outra importante vertente da análise de performance dos fundos de investimentos abordada neste trabalho é o *market-timing*. Esta habilidade está

relacionada à capacidade do gestor de alterar o beta do fundo em antecipação a movimentos futuros do índice de mercado (Elton et al, 2014). Neste contexto, o gestor possuirá a habilidade de *market-timing* positiva, isto é, que agregue valor ao investidor em termos de rentabilidades superiores, caso seja capaz de aumentar o beta do fundo em momentos de euforia do mercado, e reduzi-los em momentos de queda, e terá habilidade de *market-timing* negativa caso aumente o beta do fundo em momentos de queda e diminua em momento de euforia.

Uma das formas de analisar a capacidade de *timing* do gestor consiste em construir um gráfico do retorno do fundo *versus* o retorno de mercado. Caso o gestor não obtenha sucesso em antecipar o mercado, a dispersão de pontos neste gráfico recairá ao redor de uma reta. Todavia, caso o gestor obtenha êxito em consistentemente antecipar o mercado, este aumentaria o beta em um cenário de alta do mercado, obtendo um desempenho melhor do que o esperado pelo modelo. Caso o mercado caia, o gestor diminuiria o beta e a rentabilidade do portfólio cairia menos do que o esperado pelo modelo. Nos dois casos, estes pontos situar-se-iam acima da reta traçada para o caso de ausência da habilidade de *timing*, conferindo uma curvatura à dispersão dos pontos.

Com base nesta análise, Treynor e Mazuy (1966) propuseram um modelo de regressão quadrática a fim de verificar a relação não linear entre o excesso de retorno do portfólio e o excesso de retorno de mercado através de um termo do 2º grau ajustado por mínimos quadrados ordinários da seguinte forma:

$$(r_{it} - r_{ft}) = a_i + b_i(r_{mt} - r_{ft}) + c_i(r_{mt} - r_{ft})^2 + e_{it} \quad (3.7)$$

onde  $r_{it}$  é o retorno do fundo  $i$  no período  $t$ ,  $r_{mt}$  é o retorno do índice de mercado no período  $t$ ,  $r_{ft}$  é o retorno do ativo livre de risco,  $e_{it}$  é o retorno residual do fundo  $i$  no período  $t$ , e  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são constantes.

Na equação (3.7), a presença da habilidade de *market-timing* do gestor está relacionada à constante  $c_i$ . Quanto maior este valor, maior deverá ser a curvatura, indicando o sucesso do gestor na obtenção de retornos superiores no momento de alta do mercado e redução das perdas nos momento de baixa.

Um modelo alternativo à regressão quadrática consiste no modelo de regressão com variáveis *dummy*, proposto por Henrikson e Merton (1981). Nele, o

gráfico do retorno do portfólio versus retorno de mercado é ajustado por duas retas, através da seguinte regressão:

$$(r_{it} - r_{ft}) = a_i + b_i(r_{mt} - r_{ft}) - c_i D(r_{mt} - r_{ft}) + e_{it} \quad (3.8)$$

onde

$$D = 0, \text{ caso } r_{mt} - r_{ft} \geq 0$$

$$= 1, \text{ caso } r_{mt} - r_{ft} < 0$$

A ideia do modelo é que quando  $r_{mt} \geq r_{ft}$ , o coeficiente da reta de ajuste é  $b$ , o beta do portfólio em situações de alta do mercado. Quando  $r_{mt} < r_{ft}$ , o gestor diminui o beta do portfólio, de modo que este passa a ser  $b - c$ . Assim, quanto maior o parâmetro  $c$ , maior a capacidade de antecipar o mercado do gestor.

Em relação ao *market-timing*, os resultados na literatura, de uma maneira geral, são mais diversos, com diversos trabalhos apontando evidência de *timing* positivo dos gestores (Ferson e Schadt, 1996; Busse, 1999; Bollen e Busse, 2001; Kaplan e Sensoy, 2005; entre outros) e outros tantos apontando inexistência desta habilidade (Treynor e Mazuy, 1966; Elton, Gruber e Blake, 2011; Ferreira, 2014; Leusin e Brito, 2008; entre outros).

Os resultados de alguns dos principais estudos nacionais e internacionais sobre a análise de performance de fundos de investimentos sob a ótica das habilidades de *stock-picking* e *timing* dos gestores são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Embora a análise de performance absoluta apresentada até aqui seja importante para os investidores no sentido de mostrar se os fundos de investimentos, de maneira geral, são capazes de gerar retornos adicionais em relação ao *benchmark* de referência, o interesse maior dos investidores está na análise de performance relativa, isto é, aquela que busca verificar se o gestores que apresentaram melhores desempenho no passado continuaram a apresentar retornos superiores nos períodos subseqüentes. Esta análise também é conhecida na literatura como análise da persistência da performance.

**Tabela 3.1 – Relação de estudos nacionais selecionados sobre performance de fundos de investimentos**

<b>Estudo</b>	<b>Metodologia</b>	<b>Principais Resultados</b>
Pizzinga et al (2007)	Analisaram 2 fundos de investimentos brasileiros, um cambial e outro de hedge, para o período de 2001-2002, contemplando 104 observações de retornos semanais a partir de uma nova classe de modelos de análise de estilos cujas exposições e o alfa de Jensen são ambas variantes estocasticamente no tempo, e estimados via filtro de Kalman.	As estimativas do alfa de Jensen ao longo do tempo para ambos os fundos podem ser interpretadas como sugerindo que ambos os gestores dos fundos começaram a obter crescentes ganhos sustentados durante o período de maior volatilidade da amostra. Este resultado pode ser explicado pelo fato de que justamente durante os períodos de maior volatilidade do mercado configuram-se as maiores oportunidades de lucros para os gestores em operações de alta frequência (transações day-trade).
Leusin e Brito (2008)	Análise a habilidade de market-timing de 243 fundos com base em retornos mensais para o período de 1998-2003, utilizando dois testes, um paramétrico e outro não paramétricos, propostos por Henriksson e Merton (1981).	Os autores encontram evidência fraca, apenas para uma minoria dos fundos, de habilidade de market-timing para o mercado brasileiro
Castro e Minardi (2009)	Analisou a habilidade de stock picking para 626 fundos de ações brasileiros, entre ativos e passivos, com base em retornos mensais no período de 1996-2006, utilizando a análise do sinal e significância do alfa estimado a partir do modelo de Carhart (1997) com a adição de um fator de market-timing proposto por Treynor e Mazuy (1966).	Apenas 4,8% dos fundos ativos apresentou alfa significativamente positivo quando se analisa retornos líquidos, e em média os alfas dos fundos ativos não são significativamente diferentes dos fundos passivos. Quando são considerados os retornos brutos, o número sobe para 10,3%, e os alfas dos fundos ativos são em média positivos.



Jordão e Moura (2011)	Analisar a habilidade de stock-picking, alfa de Jensen, e market-timing 1673 fundos de hedge brasileiros a partir de dados mensais para o período de 2000-2009. A habilidade de seletividade é medida a partir do alfa do modelo de Carhart (1997), e a habilidade de timing é medida através do modelo de Treynor e Mazuy (1966) e do coeficiente do fator momento do modelo de Carhart (1997).	Apenas 5% dos fundos de hedge atingiram alfas de Jansen significativamente positivos e 12% obtiveram valores negativos e significantes. Em relação ao market-timing, os resultados mostram que apenas 3,5% e 3,9% dos gestores apresentam a habilidade de timing pelo modelo de Treynor e Mazuy (1966) e Carhart (1997), respectivamente. Além disso, pelo modelo de TM, 18,5% dos fundos de hedge apresentam market timing significativamente negativo.
Joaquim e Moura (2011)	Analisaram a performance de 161 fundos multimercados brasileiros para o período de 2007-08, contemplando 859 observações de retornos diários, utilizando como medida de performance o índice de Sharpe e o alfa de Jensen calculado por três modelos distintos: (1) CAPM de um fator com bechmark o Ibovespa; (2) CAPM de um fator com bechmark o índice de fundos de hedge IHFA; (3) modelo com fatores estilizados. Cada um destes modelos são estimados por dois métodos de estimação: (1) pelo mínimos quadrados ordinários e (2) least trimmed squares (LTS), este último utilizado a fim de testar a robustez do primeiro.	Mais de 39% dos fundos analisados apresentam alfas positivos e significativos para todos os modelos e métodos de estimação utilizados. A maior diferença entre os modelos se dá na forma como os fundos são impactados pelos movimentos de mercado: o beta médio é próximo a 0,02 quando medido pelo Ibovespa, e maior do que 0,34 quando IHFA é utilizado, fornecendo evidência que, de fato, os fundos analisados são fundos de hedge.
Marques,	Analisaram o desemepenho de 4	Os autores chegam a três

Pizzinga e Vereda (2011)	fundos atuariais brasileiros para o período de 2004-2008, totalizando 244 observações semanais a fim de descobrir as estratégias seguidas pelos fundos atuariais brasileiros durante através de uma análise de estilo dinâmica com seis classes distintas de índices. Os modelos são incorporados dentro da abordagem do modelo espaço estado linear sob restrições e suas estimações são realizadas através do filtro de Kalman restrito , onde o alfa de Jensen evolui como um processo de passeio aleatório e as exposições variam segundo um processo AR (1).	conclusões práticas: (1) o alfa de Jensen estimado para os quatro fundo analisados não foram significativamente diferentes de zero durante a maior parte do período, o que significa que os gestores de fundos não foram capazes de atingir sistematicamente retornos acima da média; (2) recursos foram primariamente investidos em título indexados a inflação com menor de cinco anos de maturidade, provavelmente devido ao mercado secundário pouco desenvolvido para título de longo prazo; (3) gestores de fundos geralmente deixam margem para ajustar sua exposição a ativos menos importantes a fim de obter algum ganho extra através da exploração temporária dos movimento de mercado.
Laes e Silva (2013)	Analisou a habilidade de stock-picking para 1111 fundos de ações brasileiros com base em retornos semanais para o período de 2002-2012, utilizando o modelo de quatro fatores de Carhart (1997) e procedimentos de bootstrap a fim de separar habilidade de sorte nas análises.	Grande número de alfas não significantes e, entre os alfas significantes, a maioria apresentou valores negativos. A fim de controlar os resultados para valores significantes por mero acaso, a análise é complementada com procedimentos de bootstrap e os resultado confirmam que a grande maioria dos fundos não geram valor aos investidores, com resultados mais pronunciados nos fundos menores. Fundos com

		maiores patrimônios líquidos obtiveram melhores resultados.
Malaquias e Eid (2013)	Analisam a performance de 107 fundos multimercado brasileiros no período de 2005-11, totalizando 80 observações de retornos mensais, utilizando uma medida não-paramétrica proposta por Amin e Kat (2003).	Os autores constataram que para a performance medida com base na rentabilidade líquida, em média, não há indícios de retornos anormais gerados para os cotistas. Entretanto, com base na rentabilidade antes da cobrança de taxas de administração e performance dos fundos, observou-se que os gestores dos fundos conseguem gerar retornos anormais.
Ferreira (2014)	Analisou a habilidade de market-timing para 130 fundos de ações brasileiros com base em seus retornos mensais no período de 2006-2013, utilizando duas metodologias distintas, chamadas de holdings-based e return-based.	Em média, os fundos não apresentaram habilidade positiva estatisticamente significativa de market-timing para as duas metodologias testadas. Para a minoria dos fundos que apresentaram esta habilidade, os gestores se basearam apenas em informações publicamente divulgadas para prever o mercado. Ademais, constatam que a dimensão temporal é estatisticamente significativa quando se compara esta habilidade em períodos pré e pós-crise.
Schutt e Caldeira (2016)	Realizam uma análise de estilo baseado em retornos (RBSA) onde o modelo é colocado na forma em espaço de estados e as exposições dos fundos aos fatores de risco são tratadas explicitamente como variantes ao	A análise de estilo pode explicar 50% da variância dos fundos multimercado, a parcela da variância não explicada pode ser atribuída a habilidade dos gestores. Para cada fundo da amostra é estimada uma série do alfa de

	<p>longo do tempo. A base de dados utilizada é composta por 388 fundos multimercados e como variáveis explicativas são consideradas sete fatores de risco relevantes para o mercado brasileiro. O período amostral vai de Janeiro de 2006 a Outubro de 2011, perfazendo um total de 1493 observações diárias.</p>	<p>Jensen com base na amostra inteira e a média destes valores é apresentada. Para o modelo OLS, este valor foi de -0,001, e -0,0041 para o modelo de filtro de Kalman, indicando que os gestores não só não obtiveram sucesso na obtenção de retornos superiores ao mercado, como os custos decorrentes desta análise provavelmente foram responsáveis pelos retornos anormais negativos observados.</p>
--	---	---

**Tabela 3.2 - Relação de estudos internacionais selecionados sobre performance de fundos de investimentos**

<b>Estudo</b>	<b>Metodologia</b>	<b>Principais Resultados</b>
Treynor e Mazuy (1966)	Analisou a habilidade de <i>market-timing</i> para 57 fundos de ações no período de 1953-62, utilizando como capacidade de timing dos gestores a estimativa dos coeficientes do termo quadrático de excesso de retorno de mercado.	Apenas um fundo apresentou timing estatisticamente significativo.
Jensen (1968)	Analisou a habilidade de stock-picking de 115 fundos de ações americanos com base em seus retornos anuais no período de 1945-64, utilizando o alfa de Jensen estimado a partir do modelo CAPM incondicional de um fator.	Utilizando retornos anuais líquidos ou brutos das taxas cobradas pelos fundos, na média, o alfa dos fundos da amostra foi negativo.
Black e Fraser (1992)	Analisaram o desempenho de 30 fundos de investimentos britânicos para o período de 1980-1989 e dados mensais, utilizando o modelo CAPM na forma em espaço de estados, onde alfa é constante e beta segue um passeio aleatório, e estimado via filtro de Kalman.	A maioria dos unit trusts da amostra foram capazes de oferecer aos investidores retornos ajustados ao risco significativamente superiores àqueles oriundos de estratégias passivas de investimento. Esses resultados apresentam, no entanto, uma série de limitações: amostragem de apenas 10 anos de dados; amostra de apenas 30 empresas, utilização de preços de mid-market, etc.
Person e Schadt (1996)	Analisou as habilidades de stock-picking, alfa de Jensen, e <i>market-timing</i> , coeficientes de Treynor e Mazuy (1966) (TM) e Henrikson e Merton (1981) (HM), de 67 fundos mútuos americanos com	Apesar dos alfas médios serem mais negativos do que positivos para os fundos da amostra, sua distribuição desloca-se para a direita, em relação a distribuição dos alfas do modelo CAPM

	base em seus retornos mensais no período de 1968-90, utilizando um modelo de fatores condicional onde os coeficientes variam no tempo como função de variáveis macroeconômicas.	incondicional, e passa a ser centrada próxima a zero. Versões condicionais dos modelos de market timing eliminam as evidências de habilidade de timing negativa dos gestores encontrada pelos modelos incondicionais.
Carhart (1997)	Analizou a habilidade de stock-picking, alfa de Jensen, de 1892 fundos americanos com base em uma amostra de retornos mensais para o período de 1962-93, utilizando o modelo de 4 fatores.	Não apenas os valores médios dos alfas dos decis utilizados na trabalho são negativos, como todos os decis apresentam, individualmente, alfas negativos quando estes são estimados pelo modelo de 4 fatores.
Bollen e Busse (2001)	Analizou a habilidade de market-timing para 230 fundos de ações com base em seus retorno diários no período de 1985-95, utilizando o modelo de Treynor e Mazuy (1966) e Henrisson e Merton (1981) combinados com o modelo de quatro fatores de Carhart (1997).	Ao utilizar dados de retornos diários aos invés de mensais, o número de fundos que passam a apresentar habilidade de timing superior a um fundo sintético que não possui esta habilidade é de 34,2%, enquanto este número é de apenas 11,9% para os dados mensais. Todavia, percebe-se que a maior parcela dos fundos continua a não apresentar a habilidade de antecipar o mercado.
Cuthbertson, Nitzsche e O'Sullivan (2008)	Para os estudos que apontam fundos com performance anormal uma importante questão que surge é se o desempenho destes fundos é uma evidência genuína de habilidade do gestor ou é simples reflexo de sorte na montagem do portfólio. Os autores utilizam uma amostra de 935 fundos mútuos de ações do Reino Unido entre o	Dependendo do modelo escolhido para a análise, os autores encontram que entre 5 e 10% dos fundos de melhores desempenho apresentam genuína capacidade de stock-picking. Ademais, os resultados rejeitam fortemente a visão de que a maioria dos fundos com baixo desempenho são resultados de falta de sorte do

	<p>período de 1975-2002 e utilizam a metodologia bootstrap para responder a esta pergunta. A análise da performance é realizada com base em três modelos: (1) o modelo de quatro fatores de Carhart (1997); (2) o modelo com beta condicional de Ferson e Schadt (1996); (3) o modelo de alfa e beta condicionais de Christopherson et al. (1998).</p>	<p>gestor, isto é, a maioria dos gestores dos fundos com piores desempenhos destrói valor aos acionistas ao tentarem obter retornos anormais.</p>
<p>Holmes e Faff (2008)</p>	<p>Analisaram a habilidade de stock-picking, alfa de Jensen, e market-timing de 198 fundos australianos com base em retornos mensais no período de 1990-95, utilizando o modelo CAPM na forma em espaço de estados e estimado via filtro de Kalman, combinado com variáveis macroeconômicas e o termo quadrático proposto por Treynor e Mazuy (1966).</p>	<p>De maneira geral, o valor geral positivo observado para o alfa desaparece quando o modelo filtro de Kalman é utilizado, tanto para o modelo condicional (com variáveis macroeconômicas), como para o modelo incondicional (sem variáveis macroeconômicas). Em relação ao market-timing, mais fundos tendem a apresentar timing positivo quando o modelo filtro de Kalman é utilizado.</p>
<p>Fama e French (2010)</p>	<p>Analisou a habilidade de stock-picking, alfa de Jensen, de 3156 fundos com base em seus retorno mensais no período de 1984 a 2006, utilizando o modelo de três fatores de Fama e French (1992) e de quatro fatores de Carhart (1997).</p>	<p>Independente do modelo utilizado, de forma agregada os fundos analisados apresentaram alfas negativos na magnitude das despesas cobradas pelos fundos.</p>
<p>Gallefoss, Hansen e Molnás (2015)</p>	<p>Estudaram a performance de fundos mútuos norueguesas a partir de uma amostra de dados diários. Os dados diários são utilizados, segundo os autores,</p>	<p>Considerando os retornos líquidos das despesas de gerenciamento, os autores encontram evidências, na média, de que os fundos da amostra retornam um valor de alfa</p>

	<p>uma vez que quando os gestores mudam a estratégia do fundo, a sensibilidade dos fatores também mudam e métodos estatísticos padrões irão produzir resultados viesados. O modelo de fatores de Carhart (1997) é utilizado na sua forma multiperíodo, onde as estimativas do modelo são realizadas a cada ano separadamente.</p>	<p>de -1,9%. Ao considerar os retornos brutos das despesas gerenciais, o alfa aproxima-se de zero. Todavia, individualmente alguns dos fundos analisados apresentam desempenhos bons e ruins. Com o objetivo de separar habilidade e sorte de tais resultados, os autores aplicam o método de bootstrap e descartam a má sorte como explicação para o desempenho dos piores fundos.</p>
--	---	---

Diferentemente dos resultados para a análise de performance absoluta, diversos trabalhos na literatura nacional e internacional encontraram evidências de persistência dos retornos anormais dos fundos de investimentos. Os resultados, contudo, divergem especialmente em relação à duração do fenômeno, com alguns trabalhos apontando que este é um fenômeno de curto prazo, ou seja, de duração inferior a um ano (Hendricks, Patel e Zeckhauser (1993); Gallefoss, Hansen e Molnás (2015); Bollen e Busse (2004); Carvalho (2005); entre outros), enquanto outros apontam que este é um fenômeno de longo prazo, superior a um ano (Carhart , 1997; Elton, Gruber e Blake, 1996; Grinblatt e Titman, 1992; Christopherson, Ferson e Turner, 1999; Andaku e Figueiredo, 2003; Oda, 2007; entre outros).

Tal como na análise de performance absoluta, a especificação do modelo utilizado para a análise de persistência é determinante para o resultado final da análise. Alguns trabalhos que utilizam o modelo CAPM incondicional, por exemplo, podem encontrar persistência. Todavia, os resultados podem ser devido à persistência em alguma das conhecidas anomalias financeiras não contempladas pelo modelo (Elton et al, 2014). Outra possibilidade, é que os resultados da persistência quando analisados sob a ótica dos modelos de fatores podem ser devidos à dinâmica temporal dos coeficientes dos modelos não contempladas pelos mesmos. Desta forma, os resultados desta análise devem ser analisados com cautela.



Os resultados de alguns dos principais estudos da literatura nacional e internacional sobre a análise de persistência na performance dos fundos são apresentados, respectivamente, nas Tabela 3.3 e 3.4.

**Tabela 3.3 - Relação de estudos nacionais selecionados sobre persistência de performance de fundos de investimentos**

Estudo	Metodologia	Principais Resultados
Andaku e Figueiredo (2003)	Estudam o desempenho de 84 fundos de ações brasileiros no período de 1994-2001, totalizando 84 observações mensais, a fim de encontrar indícios da presença de persistência no desempenho dos mesmos. Na tentativa de verificar a relação de persistência de desempenho com os diferentes horizontes de tempo, o período total foi subdividido em cinco janelas: 3 anos e 6 meses, 1 ano e 9 meses, 1 ano, 6 meses e 3 meses. Estas janelas serviram para a comparação dos retornos do período anterior com os retornos do período subsequente. Para realização dos testes estatísticos de persistência de desempenho dos fundos de ações da amostra foi utilizado o índice de Sharpe e o coeficiente de correlação de Spearman.	Os resultados mostram que no longo prazo existe uma correlação positiva e estatisticamente significativa entre os períodos anterior e subsequente. Nas janelas de 3 anos e 6 meses e de 1 ano e 9 meses, todas as correlações são positivas e estatisticamente significativas no nível de 1%. Quando passamos a analisar o curto prazo (período de 6 e 3 meses), a correlação torna-se cada vez mais não significativa estatisticamente e vemos surgir até correlações negativas significativas no período de 3 meses.
Carvalho (2005)	Investiga o desempenho dos fundos multimercados brasileiros a fim de verificar a persistência de performance no período de 1998-2004, contemplando uma amostra que iniciou com 250 fundos no segundo semestre de 1998 e	Os autores concluem que os resultados para persistência nos períodos de 6 meses e 1 ano são forte, enquanto que para o período mais longo, de três anos, são fracas. O autor conclui que os resultados encontrados sugerem que os fundos

	chegou a trabalhar com 1540 fundo no primeiro semestre de 2004. A análise de persistência foi realizada para períodos semestrais, anuais e de três anos, utilizando a metodologia aplicada para a análise de persistência em Malkiel (1995).	tendem a mudar de estratégia no longo prazo, eventualmente trocando sua estratégia e política de investimento, e que as indicações de persistência de performance de curto prazo estão ligadas ao risco assumido pelos gestores ou a políticas específicas das carteiras e tenderiam a se anular no longo prazo.
Oda (2006)	Investiga a existência de alguma relação entre o desempenho passado e a performance no período subsequente para fundos mútuos brasileiros. Para tanto, os autores utilizam uma amostra de cotas diárias que compreende todos os fundos mútuos de investimentos em ações existentes no período de 01/01/1995 a 31/12/1998. Para cumprir esse objetivo, o desempenho dos fundos foi avaliado em dois períodos subsequentes, sendo o primeiro um período de seleção e o segundo um período de avaliação, utilizando como medida de performance passada e futura o retorno médio e acumulado dos fundos, a análise dos coeficientes de correlação de Pearson e Spearman	Os autores sugerem uma maior persistência de performance para os prazos de análise mais longos, com os resultados trimestrais apresentando os piores resultados em termos de não rejeição da hipótese de inexistência da persistência. O mesmo ocorre quando o autor utiliza o alfa de Jensen como medida de performance. Assim, embora não haja um número de casos suficiente para validar, estatisticamente, a dependência do tamanho da janela, há indícios de que a persistência torna-se mais significativa para períodos maiores de avaliação.
Joaquim e Moura (2011)	Analisaram a persistência de 161 fundos multimercados para o período de 2007-08, contemplando 859 observações de retornos diários, utilizando como	De maneira geral, os retornos acumulados médios e índice de Sharpe apresentam melhor persistência da performance do que os alfas de Jensen para os testes

	<p>medida de persistência os seguintes indicadores: (1) o coeficiente de correlação de Spearman; (2) cross-product ratio (CPR); (3) o teste qui-quadrado; (4) o método paramétrico baseado na regressão dos presentes valores com valores passados. Como medida de desempenho, os autores consideram ainda o retorno acumulado mensal, o índice de Sharpe e o alfa de Jensen calculado com base em modelos de um fator e de fatores estilizados.</p>	<p>conjuntos. Além disso, ainda para os testes conjuntos, janelas de três meses geralmente apresentam maior persistência do que aquelas de um mês para o coeficiente de Spearman e teste qui-quadrado, mas não tão forte para CPR. Os índices de persistência são consideravelmente inferiores para os testes individuais quando comparados aos testes conjuntos. Ademais, a persistência individual diminui consideravelmente quando o horizonte de tempo aumenta de três para seis meses.</p>
--	--	---

**Tabela 3.4 - Relação de estudos internacionais selecionados sobre persistência de performance de fundos de investimentos**

Estudo	Metodologia	Principais Resultados
Grinblatt e Titman (1992)	<p>A partir de uma amostra de retornos mensais de 279 fundos no período de 1974-1984 os autores realizam a análise da persistência dos retornos anormais dos fundos de investimentos em três etapas: (1) dividem a amostra de retornos dos fundos em dois períodos de cinco anos; (2) calculam os retornos anormais de cada fundo para cada um dos dois períodos de cinco anos a partir de um modelo de fatores, conforme proposto por Grinblatt e Titman (1989a); (3) realiza a estimativa do coeficiente de inclinação em</p>	<p>Os resultados apresentados indicam a existência de persistência positiva na performance de fundos mútuos, e que esta não pode ser explicada por ineficiências do <i>benchmark</i> em relação a tamanho da firma, <i>dividend yield</i>, retornos passados, assimetria, sensibilidade a taxas de juros (fatores utilizados na construção do modelo), e beta.</p>

	<p>uma regressão cross-sectional dos retornos anormais calculados a partir dos últimos cinco anos de dados sobre os retornos anormais calculados a partir dos primeiros cinco anos de dados.</p>	
<p>Hendricks, Patel e Zeckhauser (1993)</p>	<p>Estudou o desempenho da performance de 165 fundos e dados trimestrais para o período de 1974-88 com base em três diferentes modelos: (1) CAPM tradicional, onde utiliza diferentes índices de ações americanos como benchmark de mercado; (2) o modelo apresentado por Grinblatt e Titman (1989b), intitulado P8, composto por oito diferentes benchmarks com o objetivo de capturar anomalias financeiras conhecidas; (3) modelo de um fator onde o benchmark de mercado consiste num índice igualmente ponderado dos fundos da amostra. Os fundos são organizados como Carhart (1997), porém em octis e com base nos retornos acumulados pelos fundos no trimestre anterior. O procedimento é repetido para períodos de rebalanceamento de um, dois, quatro e oito trimestres.</p>	<p>Os autores encontram evidências de que os alfas de Jensen dos portfólios crescem monotonicamente com o octil para todos os períodos, mas tornam-se estatisticamente significantes apenas para os períodos de avaliação de dois, quatro e oito trimestres. Os autores concluem, portanto, que desempenho superiores passados de curto prazo são preditivos de desempenho superiores futuros de curto prazo, fenômeno este conhecido como hot hands.</p>
<p>Elton, Gruber e Blake (1996)</p>	<p>Examinam a persistência da performance de 188 fundos e dados mensais para o período de</p>	<p>Diferentemente dos resultados encontradas por Carhart (1997), os autores encontram evidências de</p>

	<p>1977-93 com base no modelo de três fatores de Fama e French (1993) com a adição de um índice de money market. Os autores dividem os fundos da amostra tal como Carhart (1997), contudo, utilizam como medida de desempenho passado o alfa de Jensen dos fundos calculados com base em dois períodos, um e três anos de dados passados, sendo estes também o período de rebalancimento dos portfólios.</p>	<p>que o alfa é um bom previsor de desempenho futuro de fundos, uma vez que os fundos dos primeiros decis apresentam alfas positivos e estatisticamente diferentes de zero. Os resultados são mais proeminentes, contudo, para o período de uma ano, tornando-se menos evidente para o período de três anos.</p>
Carhart (1997)	<p>Examinou a persistência de performance de 1892 fundos de ações e dados mensais para o período de 1962-93 com base no modelo de quatro fatores proposto pelo autor. No início de cada ano, os fundos são organizados em decis de acordo com os retornos alcançados no ano anterior. São então montados portfólios igualmente ponderados com os fundos em cada decil. Ao final do processo, a persistência é analisada com base no alfa de Jensen de cada portfólio. Na mesma linha, é examinada também a persistência dos portfólios formados com base nos alfas passados, estimados com base em dados defasados em três anos.</p>	<p>Resultado para o modelo de fatores refuta as evidências de retornos anormais para os fundos do primeiro decil encontrado pelo modelo CAPM de um fator, uma vez que o alfa do primeiro decil é negativo, apesar de não ser estatisticamente diferente de zero, indicando que parcela do retorno assumido como anormal pelo CAPM é oriundo da simples exploração de anomalias financeiras. Constata persistência, negativa, no desempenho dos decis inferiores, uma vez que estes apresentam alfas negativos e estatisticamente diferentes de zero. A análise dos portfólios montados com base nos alfas também encontra persistência apenas para decis inferiores, embora os alfas dos fundos do primeiro decil, apesar de não</p>

		significativos, são positivos.
Christopherson, Ferson e Turner (1999)	Avaliam a performance de 261 gestoras de ações institucionais com base em alfas de betas condicionais com base em retorno mensais para o período de 1980-96. Os autores utilizam uma extensão do modelo de Ferson e Schadti (1996), onde o alfa de Jensen também varia no tempo em função de variáveis de informação. Os fundos são organizados em quintis de acordo com os alfa individuais das gestoras calculados por janelas rolantes de 60 meses, de forma que o rebalanceamento é realizado mensalmente. O desempenho no período seguinte é medido pelo retorno obtido no período. Os resultados são comparados com modelos incondicionais, isto é, sem as variáveis de informação.	Os autores mostram que os portfólios montados pelos maiores valores de alfa apresentam resultados significativamente superiores que os com menores valores de alfa e esta diferença é ainda maior para o caso em que o modelo condicional é utilizado. Desta forma, os autores concluem que os alfas condicionais possuem maior capacidade de diferenciar gestores com melhor performance daqueles com pior performance do que os alfas incondicionais.
Bollen e Busse (2004)	Analizam a persistência de curto prazo da performance de 230 fundos e dados diários para o período de 1985-95 através de três metodologias distintas a fim de verificar a persistência não apenas da habilidade de stock-picking, mas também da habilidade de market-timing. A primeira consiste no modelo tradicional de 4 fatores de Carhart (1997), a segunda nos	Os resultados mostram que o primeiro decil apresenta retornos anormais positivos estatisticamente significantes para todos os modelos analisados. Uma vez que os resultados presentes neste estudo são conflitantes com os encontrados por Carhart (1997), os autores concluem que as fontes para os resultados díspares são: a ordenação dos fundos com base nos alfas, e não

	<p>modelos de Treynor e Mazuy (1966) e Henrikson e Merton (1981) combinados com os fatores de Carhart (1997), e a terceira consiste em um combinação de ambas. A cada trimestre os fundos da amostra são organizados em decis de três formas distintas: em função do alfa de Jensen do modelo de Carhart (1997), em função de um índice que consiste na soma do intercepto dos modelos da segunda metodologia com seus respectivos coeficientes de timing multiplicado pelo fator de mercado, e um terceiro índice que consiste na combinação desses dois. Posteriormente, estes índices são novamente calculados para cada decil no trimestre seguinte e utilizados para o veredicto da persistência.</p>	<p>nos retornos; a menor janela de tempo utilizada na estimação dos retornos ajustados ao risco; e o fato das estimativas de retornos anormais serem estimadas a cada janela de tempo definida (trimestral) ao invés da montagem de séries de retornos concatenadas, conforme Carhart (1997). Ao adotar a metodologia apresentada por Carhart (1997) nestas fontes identificadas, os retornos anormais desaparecem.</p>
<p>Gallefoss, Hansen e Molnás (2015)</p>	<p>Estudaram a persistência de 64 fundos mútuos norueguesas para o período de 2000-2010 a partir de uma amostra de dados diários. Os dados diários são utilizados, segundo os autores, por duas razões: (1) quando os gestores mudam a estratégia do fundo, a sensibilidade dos fatores também mudam e métodos estatísticos padrões irão produzir resultados viesados; (2) dados mensais permite analisar apenas</p>	<p>A análise de persistência realizada mostra evidências de persistência de curto-prazo quando os fundos são organizados de acordo com os valores de alfa, sendo os resultados mais proeminentes quando o rebalanceamento dos portfólios é feito mensalmente. A diferença entre o primeiro e último decil diminui à medida que a frequência de rebalanceamento diminui, mas se mantém estatisticamente significativa até o</p>

	<p>persistência no longo prazo, devido a necessidade mínima de dados para realizar estimativas confiáveis, falhando estes modelos em captar persistências de curto prazo. O modelo de fatores de Carhart (1997) é utilizado na sua forma multiperíodo, onde as estimativas do modelo são realizadas a cada ano separadamente. Os fundos da amostra são organizados em portfólio tal como Carhart (1997), utilizando, contudo, o alfa de Jensen como medida de desempenho passado e o período de rebalanceamento variando de 1 a 24 meses.</p>	<p>período de doze meses, quando então a diferença se torna estatisticamente igual a zero.</p>
--	---	--



## 4 Forma em espaço de estados

A forma em espaço de estados (EE) é um poderoso arcabouço para o tratamento de um vasto conjunto de modelos de séries temporais e econometria. Uma vez que um modelo seja calculado na forma espaço de estado, estimadores de máxima verossimilhança de parâmetros fixos desconhecidos e dos parâmetros variantes no tempo podem ser estimados através do filtro de Kalman e da decomposição do erro de previsão (Harvey, 1989).

Basicamente, a forma EE estabelece a relação entre dois processos estocásticos, o processo das variáveis observadas e o processo das variáveis de estado, não observadas, através de duas equações: a equação de estado, responsável por descrever a dinâmica das variáveis de estado, e a equação de observação, que associa as variáveis observadas ao vetor de estado determinando a forma como o sistema se desenvolve ao longo do tempo. Na estimação da forma EE é inferir propriedades relevantes da variável não observável a partir do conhecimento das variáveis observáveis (Durbin e Koopman, 2001).

A forma em EE linear e gaussiana pode ser escrito como:

$$y_t = Z_t \alpha_t + d_t + \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim N(0, H_t), t = 1, \dots, n \quad (4.1)$$

$$\mu_{t+1} = T_t \alpha_t + c_t + R_t \tau_t \quad \tau_t \sim N(0, Q_t), t = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

onde

a equação (4.1) é denominada equação de observação, enquanto que (4.2) é a equação de estado;

$y_t$  é o vetor multivariado  $p \times 1$  de observações de uma série temporal;

$\mu_t$  é vetor de estado não observado de dimensão  $m \times 1$ ;

$\epsilon_t$  é o vetor de erros da observação, de ordem  $p \times 1$ , não correlacionado, que segue uma distribuição normal multivariada com média zero e matriz de covariância  $H_t$ ;

$\tau_t$  é um vetor de erros não correlacionados, de ordem  $r \times 1$ , com média 0 e matriz de covariância  $Q_t$ ;

$Z_t$  é a matriz do sistema, de ordem  $p \times m$ ;  $T_t$  é a matriz de transição, de ordem  $p \times p$ ;  $R_t$  é uma matriz de ordem  $m \times r$ ;  $d_t$  e  $c_t$  são vetores de ordem  $p \times 1$  e  $m \times 1$ , respectivamente.

A forma EE supõe que:

- i) o estado inicial  $\alpha_1$  tem média  $a_1$  e matriz de covariâncias  $P_1$ , conhecidos,  $\alpha_1 \sim N(a_1, P_1)$ ;
- ii) os erros  $\epsilon_t$  e  $\tau_t$  são não correlacionados entre si e não correlacionados com o estado inicial, isto é:

$$E[\epsilon_t \tau_s'] = 0; \quad \forall t, s = 1 \text{ a } N \quad (4.3)$$

$$E[\tau_t' \mu_1] = E[\epsilon_t' \mu_1] = 0; \quad \forall t = 1 \text{ a } N \quad (4.4)$$

As matrizes do sistema  $Z_t, T_t, d_t, c_t, R_t, H_t$  e  $Q_t$  são não estocásticas, ou seja, suas variações no tempo, caso ocorram, serão dadas de forma pré-determinada. Caso tais matrizes não variem no tempo dizemos que o modelo é invariante ou homogêneo no tempo. Além disso, caso elementos dessas matrizes dependam de parâmetros desconhecidos, os chamados hiperparâmetros, o método de máxima verossimilhança poderá ser utilizado para estimá-los.

A Tabela 4.1 fornece as dimensões dos vetores e das matrizes da forma EE.

**Tabela 4.1 - Dimensões dos vetores e matrizes das equações (4.1) e (4.2)**

Vetores		Matrizes	
$y_t$	$p \times 1$	$Z_t$	$p \times m$
$\mu_t$	$m \times 1$	$T_t$	$m \times m$
$d_t$	$p \times 1$	$H_t$	$p \times p$
$c_t$	$m \times 1$	$Q_t$	$r \times r$
$\epsilon_t$	$p \times 1$	$R_t$	$m \times r$
$\tau_t$	$r \times 1$		
$a_1$	$m \times 1$	$P_1$	$m \times m$

O conjunto de equações (3.3)-(3.6) na página 35, que descreve o CAPM condicional na forma em EE, consiste em um caso particulares das equações (4.1)-(4.2), onde:

$$\begin{aligned}
 y_t &= R_t & \mu_t &= \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \beta_t \end{pmatrix} \\
 Z_t &= (1 \ R_{m,t}) & T_t &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 d_t &= 0 & c_t &= 0 \\
 H_t &= \sigma_\epsilon^2, \text{ para } \epsilon_t \text{ homocedástico} & R_t &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 H_t &= \sigma_{\epsilon,t}^2, \text{ para } \epsilon_t \text{ heterocedástico} & \tau_t &= \begin{pmatrix} \vartheta_t \\ \eta_t \end{pmatrix} \\
 & & Q_t &= \begin{pmatrix} \sigma_\vartheta^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\eta^2 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

À matriz de covariância da equação de observação  $H_t$  será destinada atenção especial neste trabalho. Invariavelmente, os trabalhos na literatura financeira que se utilizam da forma em EE combinada com a estimação via algoritmo do filtro de Kalman assumem que o erro da equação (4.1) é homocedástico, isto é,  $H_t = H = \sigma_\epsilon^2$ . Neste caso,  $\sigma_\epsilon^2$  é tratado como um hiperparâmetro do modelo, sendo estimado através do método de máxima verossimilhança, mostrando na seção 4.2.

Todavia, Ortas, Salvador e Moneva (2014) afirmam que a presença de aglomerados de volatilidade, observados especialmente nas séries de retornos diárias, é responsável por criar uma estrutura de dependência temporal na variância destes erros de forma que o pressuposto de que  $\sigma_\epsilon^2$  é constante ao longo do tempo não é razoável. Desta forma, um pressuposto mais realista seria considerar que os erros da equação de observação são condicionalmente heterocedásticos e, portanto, modelados por um processo GARCH(1,1), conhecido na literatura por capturar de forma satisfatória este fenômeno. Neste caso,  $H_t = \sigma_{\epsilon,t}^2$  é definida da seguinte forma (Ortas, Salvador e Moneva, 2014):

$$\epsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,t}^2), \quad \text{com } \Omega_{t-1} = \{y_1, \dots, y_{t-1}\} \tag{4.6}$$

$$\sigma_{\epsilon,t}^2 = \omega + \rho\epsilon_{t-1}^2 + \gamma\sigma_{\epsilon,t-1}^2, \quad \omega > 0, \rho, \gamma \geq 0 \text{ e } \rho + \gamma < 1 \quad (4.7)$$

Neste caso, os autores propõem um procedimento de estimação em dois estágios para os hiperparâmetros apresentados em (4.5) e (4.7),  $(\sigma_{\theta}^2, \sigma_{\eta}^2, \omega, \rho, \gamma)$ , que será apresentado na seção 4.2.

Assumindo, portanto, que os elementos das matrizes do sistema (4.1)-(4.2) são conhecidos, as equações para o filtro de Kalman podem ser derivadas.

#### 4.1.

#### Filtro de Kalman

A modelagem de um problema de séries temporais na forma em espaço de estados permite a utilização de uma grande variedade de algoritmos para a sua solução, sendo o principal deles conhecido como filtro de Kalman.

A origem do filtro de Kalman data do início da década de 1960, a partir do trabalho seminal de Kalman (1960), possuindo aplicações imediatas na área de controle de sistemas dinâmicos complexos. Basicamente, o filtro de Kalman consiste em um conjunto de equações matemáticas que constitui um processo recursivo de estimação de uma variável não observável (variável de estado) dado o conhecimento de uma variável observável. Existem, todavia, três problemas distintos dentro do processo de estimação do vetor  $\mu_t$ , definidos em função do conjunto de informação disponível da série de observação em um dado instante de tempo  $j$ : estimativa para o futuro da série de observação, caso  $j < t$ , chamado de problema de previsão ou predição; estimativa para o presente da série, caso  $j = t$ , chamado de problema de filtragem ou atualização; estimativa para o passado da série, caso  $j > t$ , chamado de problema de suavização ou interpolação.

##### 4.1.1.

##### Filtro de Kalman: Previsão e Atualização

O filtro de Kalman consiste em um método para estimação de variáveis de estado em modelos que foram colocados na forma em espaço de estados. O algoritmo permite que a estimação do vetor de estado seja atualizada a cada nova

informação. O filtro é utilizado, portanto, para realizar previsões ótimas lineares para a média e variância do vetor de estado  $\mu_{t+1}$  a cada nova observação  $y_t$ .

A distribuição  $\mu_{t+1}$  condicional ao vetor de observações  $Y_t$  será dada por  $\alpha_{t+1|t} \sim N(\alpha_{t+1|t}, P_{t+1|t})$ , onde  $Y_t$  é o conjunto de observações passadas da variável observada determinado por  $Y_t = \{y_1, \dots, y_t\}$ . Assim, determinando  $\alpha_{t+1|t}$  e  $P_{t+1|t}$  determina-se a distribuição de  $\mu_{t+1|t}$ . Para tanto, assume-se que o vetor de estado inicial  $\mu_1 \sim N(a_1, P_1)$  é conhecido, ou seja,  $a_1$  e  $P_1$  são conhecidos. Sendo assim, a cada nova observação  $y_t$ , os valores de  $\alpha_{t|t}$  e  $P_{t|t}$  podem ser estimados (atualização), e o objetivo do filtro será determinar,

$$\alpha_{t+1|t} = E[\alpha_{t+1}|Y_t] \quad (4.8)$$

$$P_{t+1|t} = Var[\alpha_{t+1}|Y_t] \quad (4.9)$$

a média condicional,  $\alpha_{t+1|t}$ , e a variância condicional,  $P_{t+1|t}$ , de  $\mu_{t+1}$  (previsão). Assim, demonstra-se que as equações do filtro de Kalman são dadas por<sup>3</sup>:

$$\alpha_{t+1} = T_t \alpha_{t|t} \quad (4.10)$$

$$P_{t+1} = T_t P_{t|t} T_t' + R_t Q_t R_t' \quad (4.11)$$

$$\alpha_{t|t} = \alpha_t + M_t F_t^{-1} v_t \quad (4.12)$$

$$P_{t|t} = P_t - P_t Z_t' F_t^{-1} Z_t P_t \quad (4.13)$$

onde

$$v_t = y_t - E[y_t|Y_{t-1}] = y_t - Z_t \alpha_t \quad (4.14)$$

$$F_t = Var[v_t] = Z_t P_t Z_t' + H_t \quad (4.15)$$

$$M_t = P_t Z_t' \quad (4.16)$$

para  $t = 1$  a  $n$ . As equações (4.10) e (4.11) são as chamadas equações de previsão e as equações (4.12) e (4.13) são as equações de atualização do filtro de Kalman; a equação (4.14) é chamada de inovação ou erro de previsão *um-passo-a-frente*; a equação (4.15) é a variância da inovação. Pode-se, ainda, combinar as equações de previsão e atualização do filtro de Kalman, calculando  $\alpha_{t+1|t}$  e  $P_{t+1|t}$  de forma recursiva (Durbin e Koopman, 2001). Assim, reescrevendo as equações (4.10)-(4.13) em função apenas de  $\alpha_t$  e  $P_t$ , demonstra-se que,

<sup>3</sup> Apenas a título de simplificação da notação, assumiremos a partir de agora que  $\alpha_{t+1|t} = \alpha_{t+1}$ ,  $\alpha_{t|t} = \alpha_t$ ,  $P_{t+1|t} = P_{t+1}$  e  $P_{t|t} = P_t$ .

$$a_{t+1} = T_t a_t + c_t + K_t v_t \quad (4.17)$$

$$P_{t+1} = T_t P_t L_t' + R_t Q_t R_t' \quad (4.18)$$

onde

$$K_t = T_t M_t F_t^{-1} \quad (4.19)$$

$$L_t = T_t - K_t Z_t \quad (4.20)$$

O conjunto de equações (4.17)-(4.20) é o chamado filtro de Kalman da forma em espaço de estados dado pelas equações (4.1) e (4.2) e a equação (4.19) é o chamado ganho de Kalman.

#### 4.1.2.

#### Filtro de Kalman: Suavização

No processo de suavização, o valor esperado de  $\mu_{t+1}$  será determinado de forma condicional a toda as observações da amostra, inclusive aquelas disponíveis após o tempo  $t$ . Denotamos a média da distribuição de  $\alpha_{t+1}$  condicional a todas as observações da amostra, chamado de estado suavizado, por  $E[\mu_{t+1}|Y_n]$ , onde  $Y_n = (y_1, \dots, y_n)$ . Uma vez que a estimativa do estado suavizado é baseada em mais informações do que a estimativa filtrada, esta possuirá erro quadrático médio inferior à estimativa filtrada, não podendo ser maior (Harvey, 1989). Em outras palavras, a precisão do estimador suavizado é superior a estimativa filtrada, porque esta usa mais observações para realizar sua estimativa (Grewall, Andrews, 2001).

A distribuição de  $\mu_{t+1}$  condicional a  $Y_n$  será dada por  $N(\hat{\mu}_t, V_t)$ . Assim, determinando a média condicional,  $E[\mu_{t+1}|Y_n]$ , e a variância condicional,  $Var[\mu_{t+1}|Y_n]$ , determinamos completamente a distribuição condicional de  $\mu_{t+1}$ . Portanto, sejam:

$$\hat{\mu}_t = E[\mu_{t+1}|Y_n] \quad (4.21)$$

$$V_t = Var[\mu_{t+1}|Y_n] \quad (4.22)$$

o vetor de estado suavizado e variância de estado suavizada, respectivamente. Mais uma vez, assumindo que o vetor de estado suavizado inicial  $\mu_1 \sim N(\hat{\mu}_1, V_1)$  é conhecido, ou seja,  $\hat{\mu}_1$  e  $V_1$  são conhecidos, mostra-se que o estado e a variância suavizados podem ser calculados pelas seguintes equações recursivas *backwards*:

$$\hat{\mu}_t = a_t + P_t r_{t-1} \quad (4.23)$$

$$r_{t-1} = Z_t' F_t^{-1} v_t + L_t' r_t \quad (4.24)$$

$$V_t = P_t - P_t N_{t-1} P_t \quad (4.25)$$

$$N_{t-1} = Z_t' F_t^{-1} Z_t + L_t' N_t L_t \quad (4.26)$$

onde  $r_N = 0$  e  $N_n = 0$ . As equações (4.23) e (4.24) são chamadas de equações recursivas para estado suavizado e as equações (4.25) e (4.26) são chamadas de equações recursivas para variância de estado suavizada.

### 4.1.3. Inicialização

Nas seções anteriores assumimos que a média e a variância do vetor de estado inicial  $\mu_1$  eram conhecidos, isto é, assumimos que  $\mu_1 \sim N(a_1, P_1)$  com  $a_1$  e  $P_1$  conhecidos. Todavia, em situações onde ao menos alguns elementos desses vetores são desconhecidos precisamos utilizar algum processo para iniciar o filtro, sendo este processo chamado de inicialização. Nos casos em que tais elementos são não estacionários utilizamos a chama inicialização difusa do filtro (Durbin e Koopman, 2001). Um modelo geral para o vetor de estado inicial  $\mu_1$ , onde alguns de seus elementos são difusos e outros não, é dado por:

$$\mu_1 = a + A\theta + U_0\omega_0, \quad \omega_0 \sim N(0, Q_0) \quad (4.27)$$

onde  $a$  é um vetor conhecido, geralmente nulo, de dimensão  $m \times 1$ ,  $\theta$  é um vetor de dimensão  $q \times 1$  de parâmetros desconhecidos e fixos, nesse caso estimados por máxima verossimilhança, ou de variáveis aleatórias normais com variância infinita,  $\theta \sim N(0, kI_q)$  e  $k \rightarrow \infty$ , chamado de difuso;  $A$  e  $U_0$ , de dimensões  $m \times q$  e  $m \times (m - q)$ , respectivamente, são matrizes de seleção, isto é, suas colunas consistem em colunas da matriz identidade sendo  $A$  responsável por selecionar as variáveis relacionadas às componentes não estacionárias do vetor de estado e  $U_0$  as componentes estacionárias;  $\omega_0$  consiste no vetor estocástico das variáveis de estado estacionárias. A representação (4.27) ocorre com o objetivo de separar  $\mu_1$  em três partes: na parte constante,  $a$ , na parte não-estacionária,  $A\theta$ , e na parte estacionária,  $U_0\omega_0$  (Durbin e Koopman, 2001).

Deste modo, a inicialização do filtro de Kalman é realizada da seguinte forma,

$$a_1 = E(\mu_1) = a \quad (4.28)$$

$$P_1 = kP_\infty + P_* \quad (4.29)$$

$$P_\infty = AA' \quad (4.30)$$

$$P_* = R_0Q_0R_0' \quad (4.31)$$

O processo de inicialização difusa pode assumir duas abordagens distintas. Na primeira delas é utilizada uma aproximação simples do método difuso, chamado de processo de inicialização difusa aproximada, onde se assume que  $k$  em (4.29) é um número suficientemente grande e utilizam-se as equações do filtro de Kalman, (4.10)-(4.13), na forma padrão. A segunda abordagem, chamada de inicialização difusa exata, consiste em expandir o produto de matrizes com séries de potências em  $k^{-1}$ , tomando apenas os dois ou três primeiros termos da série, e então fazendo  $k \rightarrow \infty$  para obter o termo dominante (Durbin e Koopman, 2001).

Especificamente neste trabalho, caso em que os vetores de estado  $\beta_t$  e  $\alpha_t$  seguem processos de passeio aleatório, a inicialização do filtro de Kalman será realizada através da forma difusa exata<sup>4</sup>.

## 4.2. Métodos de Estimação

Uma vez que alguns elementos das matrizes do sistema apresentado pelas equações (4.1) e (4.2) dependem de um vetor de parâmetros desconhecidos  $\psi$ , chamado de hiperparâmetros, podemos utilizar o método de máxima verossimilhança para sua estimação. Contudo, algumas particularidades no desenvolvimento do método serão realizadas de acordo com o pressuposto assumido para a matriz  $H_t$ :

- Caso  $H_t = H = \sigma_\epsilon^2$ : aplica-se o método tradicional de estimação, apresentado na seção 4.2.1;
- Caso  $H_t = \sigma_{\epsilon,t}^2$ : aplica-se o método de estimação por máxima verossimilhança em duas etapas proposto por Ortas, Salvador e Moneva (2014), apresentado na seção 4.2.2.

---

<sup>4</sup> Para maiores detalhes sobre o algoritmo da inicialização difusa exata ver Durbin e Koopman (2011, págs 99-120).



#### 4.2.1.

#### Matriz de covariância do resíduo da equação de observação invariante no tempo

O sistema de equações (4.1) e (4.2) contém as matrizes  $Z_t, H_t, T_t, R_t, Q_t$  e os vetores  $d_t$  e  $c_t$  que envolvem, invariavelmente, alguns parâmetros desconhecidos, os chamados hiperparâmetros<sup>5</sup>. Em finanças, de um modo geral, diferentemente dos modelos de engenharia, não existem equações ou leis formalmente estabelecidas que governem os fenômenos de determinação destes hiperparâmetros que devem, portanto, ser estimados (Aiube, 2013).

Assim, seja  $\psi$  o vetor de hiperparâmetros do modelo. Podemos estimar os elementos deste vetor pela maximização da verossimilhança.

Sob a suposição de que o vetor de estado inicial tem distribuição gaussiana e parâmetros conhecidos, isto é,  $\mu_1 \sim N(a_1, P_1)$  onde  $a_1$  e  $P_1$  são conhecidos, a função de verossimilhança é definida pela função densidade condicional

$$L(y) = p(y_1, \dots, y_n) = p(y_1) \prod_{t=2}^n p(y_t | Y_{t-1}) \quad (4.32)$$

onde  $p(y_t | Y_{t-1})$  representa a função densidade condicional em  $t - 1$ , isto é, condicional às informações  $Y_{t-1} = (y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_1)$ , e  $p(y_1 | Y_0) = p(y_1)$ . Na prática, trabalhamos com a função de log-verossimilhança, dada por:

$$\log L(y) = \sum_{t=1}^n \log p(y_t | Y_{t-1}) \quad (4.33)$$

A função densidade condicional (4.33) será caracterizada por média e variância dadas por,

$$E(y_t | Y_{t-1}) = Z_t a_t \quad (4.34)$$

$$\text{Var}(y_t | Y_{t-1}) = F_t \quad (4.35)$$

onde  $F_t$  é a variância do erro de previsão um passo a frente. Assim,  $p(y_t | Y_{t-1}) \sim N(S_t a_t, F_t)$  e a função densidade de probabilidade é dada por:

$$p(y_t | Y_{t-1}) = \frac{1}{(2\pi |F_t|)^{1/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} v_t' F_t^{-1} v_t \right] \quad (4.36)$$

<sup>5</sup> Harvey (1989) refere-se a hiperparâmetros como aqueles elementos que determinam propriedades estocásticas do modelo (Matrizes  $S_t, H_t, T_t, U_t$ ), enquanto que parâmetros (vetores  $d_t$  e  $c_t$ ) são aqueles que afetam apenas o valor esperado dos vetores de estado e observação de forma determinística. Todavia, neste trabalho, por uma questão de simplicidade, adotaremos como hiperparâmetros todos os elementos a serem estimados no modelo.

Desta forma, a função log-verossimilhança é dada pela substituição de (4.36) em (4.33), resultado em:

$$\log L(y) = -\frac{Np}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (\log |F_t| + v_t' F_t^{-1} v_t) \quad (4.37)$$

A cada rodada do filtro de Kalman as quantidades  $v_t$  e  $F_t$  são estimadas. Estas equações, por sua vez, dependem do vetor de hiperparâmetros  $\psi$ . Podemos, portanto, maximizar a função de verossimilhança (4.37) com relação a  $\psi$  usando algum algoritmo apropriado.

Nos casos onde alguns componentes do vetor de estado inicial  $\mu_1$  são desconhecidos deverá ser adotado o processo de inicialização difusa exata ou aproximada, conforme descrito na seção anterior. Para estes casos, ainda será possível derivar a função de log-verossimilhança, conforme detalhado em Durbin e Koopman (2001).

Outro importante ponto a ser destacado em relação ao processo de estimação deve-se à necessidade de alguns hiperparâmetros possuírem, em algumas situações, determinadas restrições. Um exemplo simples consiste na restrição atribuída aos hiperparâmetros de variância dos erros:  $\sigma_\epsilon^2 \geq 0$  e  $\sigma_\eta^2 \geq 0$ . Todavia, a inclusão de restrições nos algoritmos numéricos utilizados para a estimação destes parâmetros é uma tarefa não trivial e que gera diversos inconvenientes para o processo, sendo preferível, portanto, realizar a maximização da função log-verossimilhança em relação a quantidades irrestritas. Para tanto, seguindo as transformações paramétricas destacadas por Blank (2014), seja  $\psi$  o vetor de hiperparâmetros original e restrito a ser estimado, e  $\varphi$  o vetor de hiperparâmetros irrestritos correspondente de modo que  $\varphi \in \mathbb{R}$ . Assim, a Tabela 4.1 destaca algumas transformações do espaço paramétricos de  $\psi$  que serão úteis no desenvolvimento deste trabalho.

**Tabela 4.2 - Transformação do espaço paramétrico dos hiperparâmetros**

Restrição	Transformação de $\psi$ para $\varphi$	Transformação de $\varphi$ para $\psi$
$\psi > 0$	$\varphi = \frac{1}{2} \ln \psi$	$\psi = e^{2\varphi}, \varphi \in \mathbb{R}$
$-1 < \psi < 1$	$\varphi = \frac{\psi}{\sqrt{1-\psi^2}}$	$\psi = \frac{\varphi}{\sqrt{1+\varphi^2}}, \varphi \in \mathbb{R}$

---


$$0 < \psi < 1 \qquad \varphi = \ln\left(\frac{\psi}{1-\psi}\right) \qquad \psi = \frac{1}{1+e^{-\varphi}}, \varphi \in \mathbb{R}$$


---

#### 4.2.2.

#### Matriz de covariância do resíduo da equação de observação variante no tempo (Ortas, Salvador e Moneva, 2014)

O método proposto por Ortas, Salvador e Moneva (2014) para estimação dos hiperparâmetros das matrizes da equação (4.1) e (4.2) consiste no método de estimação por máxima verossimilhança iterativo que, após o processo de inicialização, que consiste nas estimativas dos parâmetros segundo o método apresentado na seção 4.2.1, alterna entre a otimização da função de log-verossimilhança que assume que os hiperparâmetros do sistema (4.1) e (4.2) são constantes, e a função de log-verossimilhança que assume que os hiperparâmetros da variância (4.7) são constantes.

Por conveniência, e para fins do processo de estimação, as equações do modelo utilizado neste trabalho e os respectivos parâmetros a serem estimados serão aqui novamente apresentados:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,i,t}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (3.3)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t}, \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (3.4)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t}, \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta,i}^2), \quad t = 1, \dots, N \quad (3.5)$$

$$\sigma_{\epsilon,i,t}^2 = \omega_i + \rho_i \epsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_i \sigma_{\epsilon,i,t-1}^2, \quad \omega > 0, \rho_i, \gamma_i \geq 0, \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (3.6)$$

Especificado o modelo univariado a ser utilizado neste trabalho, e uma vez que a modelagem realizada por Ortas, Salvador e Moneva (2014) também é para o caso univariado, as equações do método aqui apresentado também serão para este caso. Contudo, o modelo utilizado neste trabalho difere em alguns aspectos, principalmente pela presença do alfa como uma variável de estado, daquele apresentado por Ortas, Salvador e Moneva (2014), de forma que o método de estimação original apresentado por estes autores é apresentado no Apêndice 4.A.

Seja  $\psi_i = (\sigma_{\vartheta,i}^2, \sigma_{\eta,i}^2, \omega_i, \rho_i, \gamma_i)$  o vetor de parâmetros constantes no tempo do modelo, e  $\begin{pmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix}$  o vetor de parâmetros dinâmicos no tempo. O método de

estimação dos parâmetros é realizado de forma iterativa através dos seguintes passos:

**Passo 0 (Inicialização):** Fixar um nível máximo de erro  $e_{max}$ . Fazer  $\rho_i^{(0)} = \gamma_i^{(0)} = 0$  (i.e. o erro de observação é homocedástico) e maximize a função de log-verossimilhança de  $\psi_i$  dada por:

$$\log L_i^{(0)}(\psi_i) = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n [\log |F_{i,t}(\psi_i)| + \frac{v_{i,t}^2(\psi_i)}{F_{i,t}(\psi_i)}] \quad (4.38)$$

onde  $\psi_i = (\sigma_{\theta,i}^2, \sigma_{\eta,i}^2, \omega_i, \rho_i^{(0)}, \gamma_i^{(0)})'$ .

$$v_t(\psi_i) = R_{i,t} - E[R_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i] = R_{i,t} - [1 \quad R_{m,t}] \begin{bmatrix} E(\alpha_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) \\ E(\beta_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$= R_{i,t} - E(\alpha_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) - R_{m,t} E(\beta_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i)$$

$$f_{i,t}(\psi_i) = Var(v_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) \quad (4.40)$$

$$= [1 \quad R_{m,t}] \begin{bmatrix} Var(\alpha_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) & 0 \\ 0 & Var(\beta_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ R_{m,t} \end{bmatrix}$$

$$+ \sigma_{\epsilon,i,t}^2$$

$$= [Var(\alpha_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) \quad R_{m,t} Var(\beta_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i)] \begin{bmatrix} 1 \\ R_{m,t} \end{bmatrix} + \sigma_{\epsilon,i,t}^2$$

$$= Var(\alpha_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) + R_{m,t}^2 Var(\beta_{i,t} | \Omega_{t-1}, \psi_i) + \sigma_{\epsilon,i,t}^2$$

onde  $\Omega_{t-1} = \{R_1, \dots, R_{t-1}\}$ .

Nesta etapa, o processo de estimação é o mesmo apresentado na seção 4.2.1 (para o caso univariado), com  $H_{i,t} = H_i$  sendo estimado como um parâmetro constante no tempo.

Seja, portanto,  $\psi_i^{(0)} = (\sigma_{\theta,i}^{2(0)}, \sigma_{\eta,i}^{2(0)}, \omega_i^{(0)}, \rho_i^{(0)}, \gamma_i^{(0)})$  o vetor de estimativas que maximizam  $\log L_i^{(0)}(\psi)$  e  $\epsilon_{i,t} = R_{i,t} - E[\alpha_{i,t} | \Omega_{i,t-1}, \psi_i^{(0)}] - E[\beta_{i,t} | \Omega_{i,t-1}, \psi_i^{(0)}] R_{m,t}$ . Fazer  $s = 1$ .

**Passo 1:** Repetir os Passos 1a, 1b e 1c até a convergência.

**Passo 1a (parâmetros da variância):** Calcular  $(\omega_i^{(s)}, \rho_i^{(s)}, \gamma_i^{(s)})$  tal que maximize,

$$\begin{aligned} \log L_{i,V}^{(s)}(\omega_i, \rho_i, \gamma_i) &= \\ &= -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T [\log \sigma_{\epsilon,i,t}^2(\omega_i, \rho_i, \gamma_i) \\ &\quad + \frac{\epsilon_{i,t}^2(\psi_i^{(s-1)})}{\sigma_{\epsilon,i,t}^2(\omega_i, \rho_i, \gamma_i)}] \end{aligned} \quad (4.41)$$

onde

$$\sigma_{\epsilon,i,t}^2(\omega_i, \rho_i, \gamma_i) = \omega_i + \rho_i \epsilon_{i,t}^2(\psi_i^{(s-1)}) + \gamma_i \sigma_{\epsilon,i,t-1}^2(\omega_i, \rho_i, \gamma_i), \quad (4.42)$$

$$\sigma_{\epsilon,i,0}^2(\omega_i, \rho_i, \gamma_i) = \frac{\omega_i}{1 - \rho_i - \gamma_i}, \quad \omega > 0, \gamma_i \geq 0, \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (4.43)$$

**Passo 1b (parâmetros das matrizes):** Calcular,

$\psi_i^{(s)} = (\sigma_{\vartheta,i}^{2(s)}, \sigma_{\eta,i}^{2(s)}, \omega_i^{(s)}, \rho_i^{(s)}, \gamma_i^{(s)})$  tal que maximize:

$$\log L_i^{(s)}(\psi) = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n [\log |F_{i,t}(\psi)| + \frac{v_{i,t}^2(\psi)}{F_{i,t}(\psi)}] \quad (4.44)$$

onde  $\psi_i^{(s)} = (\sigma_{\vartheta,i}^{2(s)}, \sigma_{\eta,i}^{2(s)}, \omega_i^{(s)}, \rho_i^{(s)}, \gamma_i^{(s)})$ ,  $v_{i,t}^2(\psi)$  e  $F_{i,t}(\psi)$  são calculados através do algoritmo do filtro de Kalman.

**Passo 1c (convergência):** Calcular  $\lambda^{(s)} = \max_j \{ |\log L_j^{(s)} - \log L_j^{(s-1)}| \}$ .

Caso  $\lambda^{(s)} \leq e_{max}$  fazer  $\hat{\psi} = \psi^{(s)}$  e parar. Caso contrário, fazer  $s = s + 1$  e voltar ao Passo 1. Neste trabalho considerou que  $e_{max} = 0,01$ .

Desta forma, o processo de estimação utilizado neste trabalho será este descrito pelos Passos 0, 1a, 1b e 1c, onde o Passo 0 consiste, basicamente, no método de estimação por máxima verossimilhança apresentado em 4.2.1, e os demais passos consistem no método apresentado por Ortas, Salvador e Moneva (2014).

### 4.3. Ajuste e diagnóstico do modelo

Uma vez implementado um modelo, dois pontos são importante de serem avaliados: (1) verificar se os pressupostos assumidos pelo modelo verificam-se na prática; (2) a qualidade das estimativas do modelo. Em ambos os casos, diferentes testes estatísticos são indicados de acordo com o pressuposto a ser verificado ou a medida de qualidade de ajuste à série desejada. Nas seções 4.3.1, 4.3.2 e 4.3.3

serão verificadas se os pressupostos assumidos para os resíduos do modelo são observados na prática. Na seção 4.3.4 e 4.3.5 serão apresentadas duas medidas de qualidade de ajuste para modelos de séries temporais.

#### 4.3.1. Teste de Jarque-Bera

Uma das premissas adotadas nos modelos apresentados até aqui é que os erros  $\epsilon_t$ ,  $\vartheta_t$  e  $\eta_t$  possuem distribuição normal. Sendo assim, para testar a normalidade dos resíduos do modelo será utilizado o teste de Jarque-Bera.

Em resumo, calcula-se, primeiro, a assimetria e curtose dos resíduos e usa-se a seguinte estatística de teste:

$$JB = N \left[ \frac{\hat{S}^2}{6} + \frac{(\hat{K} - 3)^2}{24} \right] \sim \chi_2^2 \quad (4.45)$$

Onde,  $N$  = tamanho da amostra,  $\hat{S}$  = coeficiente de assimetria amostral e  $K$  = coeficiente de curtose amostral. Para uma variável aleatória normal,  $S = 0$  e  $K = 3$ . Assim, o teste combina os valores observados de assimetria e curtose da série temporal a fim de verificar se estes são consistentes com a premissa de normalidade. Em outras palavras, o teste de JB é um teste da hipótese conjunta de que  $S$  e  $K$  são iguais a 0 e 3 (Gujarati, 2011). As hipótese nula e alternativa do teste de Jarque-Bera são, respectivamente:

$H_0$  = série é normalmente distribuída:  $S = 0$  e  $K = 3$ ;

$H_a$  = série não é normalmente distribuída, caso contrário.

Demonstra-se que  $\hat{S} \sim N\left(0, \frac{6}{N}\right)$  e  $\hat{K} \sim N\left(3, \frac{24}{N}\right)$ , caso os resíduos padronizados sejam assintoticamente normalmente distribuídos.

#### 4.3.2. Teste de Ljung-Box

A fim de testar a existência autocorrelação dos resíduos, outra premissa do modelo, utilizaremos o teste de Ljung-Box, que testa a hipótese nula de que a autocorrelação presente na série é insignificante até a defasagem  $m$ . Assim, as hipóteses nula e alternativa são:

$H_0 = \text{FAC da série até a ordem } m \text{ são iguais a zero: } \rho(1) = \rho(2) = \dots = \rho(m) = 0;$

$H_a = \text{pelo menos uma das FAC é diferente de zero, c. c.}$

Ademais, a estatística de teste é dada por:

$$Q(m) = N(N + 2) \sum_{h=1}^m \frac{\hat{\rho}_h^2}{N - h} \sim \chi_{m-p}^2 \quad (4.46)$$

onde  $\hat{\rho}_h$  é a autocorrelação de ordem  $k$  da série, no caso dos resíduos padronizados, e  $p$  é igual ao número de parâmetros estimados no modelo.

### 4.3.3. Teste ARCH

Utilizado para testar a existência de heterocedasticidade condicional dos resíduos padronizados, o teste mede a existência de heterocedasticidade na série de resíduos a partir da hipótese nula de que os coeficientes da regressão

$$e_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_m e_{t-m}^2 + u_t \quad (4.47)$$

são iguais a 0. Dito de outra forma, o teste ARCH de Engle verifica a presença de heterocedasticidade na série através das seguintes hipóteses, nula e alternativa, respectivamente:

$H_0 = \text{não há heterocedasticidade, isto é, } \alpha_0 = \alpha_1 = \dots = \alpha_m = 0$

$H_a = \text{há heterocedasticidade, c. c.}$

Ademais, a estatística de teste é dada por

$$LM(m) = NR^2 \sim \chi_m^2 \quad (4.48)$$

onde  $R^2$  é o coeficiente de determinação do ajuste do modelo  $ARCH(m)$  através da regressão (4.46).

### 4.3.4. Critérios AIC e BIC

Uma forma de se comparar diferentes modelos para séries temporais consiste em analisar a qualidade do ajuste do modelo à série temporal observada e o nível de parcimônia do mesmo. Para tanto, duas medidas são muito utilizadas na

literatura: a *Akaike information criterion* (AIC) e a *Bayesian information criterion* (BIC) dadas, segundo Durbin e Koopman (2001) por:

$$AIC = \frac{1}{N} [-2\log L(y|\hat{\psi}) + 2w] \quad (4.49)$$

$$BIC = \frac{1}{N} [-2\log L(y|\hat{\psi}) + w\log(N)] \quad (4.50)$$

onde  $w$  é o número de hiperparâmetros estimados no modelo e  $N$  é o tamanho da amostra. Na comparação entre modelos, aquele que apresentar o menor valor para estas medidas deverá ser o preferido. Percebe-se, portanto, que tanto a medida *AIC* como a medida *BIC*, penalizam os modelos pelo número de parâmetros estimados, de forma a tornar a comparação justa. Segundo Durbin e Koopman (2001), no caso da inicialização difusa, faz-se necessário considerar, ainda, o número de elementos difusos no vetor de estado. Assim, as medidas *AIC* e *BIC* são dadas por:

$$AIC = \frac{1}{N} [-2\log L(y|\hat{\psi}) + 2(q + w)] \quad (4.51)$$

$$BIC = \frac{1}{N} [-2\log L(y|\hat{\psi}) + (q + w)\log(N)] \quad (4.52)$$

onde  $q$  é o número de elementos difusos no vetor de estado.

#### 4.3.5. RMSE e MAE

Os modelos podem ser comparados em relação a sua capacidade preditiva *in-sample* ou *out-of-sample* através das medidas agregadas de RMSE e MAE, dadas por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [(R_{i,t} - \hat{R}_{i,t})^2]} \quad (4.53)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |R_{i,t} - \hat{R}_{i,t}| \quad (4.54)$$

onde  $\hat{R}_{i,t}$  consiste no retorno esperado para o período  $t$ , utilizando informação até  $t - 1$ .



Para determinar se as medidas agregadas RMSE e MAE obtidas para cada modelo analisado são estatisticamente diferentes entre si será utilizado o teste de Diebold-Mariano. Este teste consiste, basicamente, em calcular as seguintes estatísticas de teste:

$$DM_{RMSE} = \frac{E[d_{RMSE}]}{\sqrt{\frac{1}{N} \times var(d_{RMSE})}} \quad (4.55)$$

$$DM_{MAE} = \frac{E[d_{MAE}]}{\sqrt{\frac{1}{N} \times var(d_{MAE})}} \quad (4.56)$$

onde  $d_{RMSE} = e_{1t}^2 - e_{2t}^2$ ;  $d_{MAE} = |e_{1t}| - |e_{2t}|$ ;  $e_{it} = \hat{y}_{it} - y_t$ ;  $y_t$  consiste na série temporal observada;  $\hat{y}_{it}$  consiste na previsão da série  $y_t$  estimada pelos diferentes modelos  $i = 1, 2$ ;  $t = 1, \dots, n$ . As hipóteses nulas e alternativas para as estatísticas apresentadas são, respectivamente:

$$H_0 (DM_{RMSE}): E[d_{RMSE}] = 0$$

$$H_0 (DM_{MAE}): E[d_{MAE}] = 0$$

$$H_1 (DM - RMSE): E[d_{RMSE}] \neq 0$$

$$H_1 (DM - MAE): E[d_{MAE}] \neq 0$$

## 5 Estudos de simulação

A fim de testar o processo de estimação por máxima verossimilhança descrito no capítulo 4, serão geradas séries sintéticas de retornos a partir de valores de hiperparâmetros conhecidos, aqui chamados de reais, dos modelos CAPM condicionais com coeficientes variantes no tempo. Ao final deste processo, os valores das estimativas dos hiperparâmetros serão comparados aos seus valores reais a fim de determinar a adequação do método de estimação em dois estágios proposto na seção 4.2.2.

A construção e estimação das séries sintéticas foram realizadas através de uma adaptação do programa apresentado por Blank (2014), desenvolvido através do *software Matlab* com funções adaptadas do *toolbox* SSM (Peng e Aston, 2011) considerando uma função de otimização baseada em algoritmo híbrido a partir de métodos de Newton e algoritmos genéticos. No modelo apresentado por Blank (2014), o erro  $\epsilon_t$  da equação (4.1) é homocedástico, isto é, assume-se que a matriz de covariâncias,  $H$ , é invariante no tempo. A adaptação realizada ao referido programa neste trabalho consistiu na modelagem do pressuposto de que o erro  $\epsilon_t$  é heterocedástico, seguindo a equação (4.7), isto é, a matriz  $H$  varia no tempo, sendo estimado através do método proposto por Ortas, Salvador e Moneva (2014).

O processo de geração das séries sintéticas é realizado com base nas equações em forma EE (3.3)-(3.6), isto é, considerando que o erro da equação de observação  $\epsilon_t$  da equação (4.1) é heterocedástico. O processo de estimação dos hiperparâmetros, por sua vez, é realizado em duas etapas, conforme destacado no capítulo 4, seção 4.2:

- Passo 0: o programa computacional utilizado consistiu no mesmo apresentado por Blank (2014). Neste caso, o modelo será aqui chamado de modelo CAPM na forma em espaço de estados homocedástico ou EE-HOM;
- Para os Passos 1a, 1b e 1c: aqui foi utilizado o programa adaptado para acomodar  $H$  variante no tempo, chamado de modelo CAPM na

forma em espaço de estados heterocedástico ou EE-HET (Ortas, Salvador e Moneva, 2014).

Desta forma, a fim de garantir a confiabilidade das estimativas do modelo, serão apresentados os resultados do estudo de simulação para as duas etapas do processo de estimação.

### 5.1. Modelos a serem analisados

Os modelos utilizados neste trabalho, tanto para o teste sintético, como para a análise empírica apresentada no capítulo 6, serão apresentados nesta seção.

- **Modelo CAPM na forma em espaço de estados homocedástico (EE-HOM)**

Considerando um modelo clássico de regressão linear univariado gaussiano, em especial, o modelo CAPM de Sharpe-Lintner-Mossin, podemos escrevê-lo na forma espaço estado com alfa e beta variantes no tempo seguindo um passeio aleatório da seguinte forma:

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon}^2) \quad (5.1)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t} \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta}^2) \quad (5.2)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t} \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2) \quad (5.3)$$

Para estimação, o modelo é escrito como:

$$R_{i,t} = (1 \quad R_{m,t}) \begin{pmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon}^2) \quad (5.4)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i,t+1} \\ \beta_{i,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vartheta_{i,t} \\ \eta_{i,t} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta}^2) \\ \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2) \end{matrix} \quad (5.5)$$

Nosso interesse neste capítulo estará na estimação do vetor de hiperparâmetros  $\psi_i = (\sigma_{\epsilon,i}^2, \sigma_{\vartheta,i}^2, \sigma_{\eta,i}^2)$ .

- **Modelo CAPM na forma em espaço de estados heterocedástico (EE-HET)**

Considerando o modelo CAPM univariado gaussiano na forma espaço estado com o resíduo da equação de observação na sua forma heterocedástica, temos o seguinte modelo, conforme proposto por Ortas, Salvador e Moneva (2014):

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,t}^2) \quad (5.6)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t} \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta}^2) \quad (5.7)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t} \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2) \quad (5.8)$$

$$\sigma_{\epsilon,i,t}^2 = \omega_i + \rho_i \hat{\epsilon}_{i,t-1}^2 + \gamma_i \sigma_{\epsilon,i,t-1}^2, \quad \omega > 0, \rho_i, \gamma_i \geq 0 \text{ e } \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (5.9)$$

$$\sigma_{\epsilon,0}^2(\omega_i, \rho_i, \gamma_i) = \frac{\omega_i}{1 - \rho_i - \gamma_i}, \quad (5.10)$$

Ainda, para fins do processo de estimação:

$$R_{i,t} = (1 \quad R_{m,t}) \begin{pmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,i,t}^2) \quad (5.11)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{i,t+1} \\ \beta_{i,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vartheta_{i,t} \\ \eta_{i,t} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta}^2) \\ \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta}^2) \end{matrix} \quad (5.12)$$

O vetor de hiperparâmetros a ser estimado neste modelo são  $\psi_i = (\sigma_{\vartheta,i}^2, \sigma_{\eta,i}^2, \omega_i, \rho_i, \gamma_i)$ .

## 5.2.

### Resultados da estimação de séries sintéticas

O fator de risco utilizado para a série  $R_{m,t}$  consistiu no fator de mercado extraído da base NEFIN<sup>6</sup>, consistindo na diferença entre o retorno diário ponderado pelo valor do portfólio de mercado e a taxa livre de risco diária, calculada a partir de um contrato de *Swap DI* de 30 dias, para o período de 03/02/2012 a 30/04/2015. Estas séries foram utilizadas para construção das séries sintéticas de alfas, betas e retornos de tamanho  $N = 800$ .

Após a geração das séries sintéticas a partir de valores conhecidos para os hiperparâmetros de cada modelo, estas séries são utilizadas como dados de entrada para o processo de estimação da mesma forma como faríamos de posse de uma série real, sendo o algoritmo desenvolvido a partir do programa de Blank (2014) utilizado para tal.

---

<sup>6</sup> NEFIN (Núcleo de Pesquisa em Economia Financeira) é um centro brasileiro de pesquisas da Universidade de São Paulo cujo objetivo é contribuir para a literatura econômica financeira no país através do desenvolvimento de pesquisas e disponibilização de conjuntos de dados sobre os mais diversos temas da área. Para maiores informações: <http://nefin.com.br/>

Nos experimentos deste trabalho foram utilizados valores dos hiperparâmetros mais próximos daqueles estimados para as séries financeiras reais de forma a verificar se o modelo seria capaz de estimar de forma satisfatória os parâmetros conhecidos em um ambiente controlado.

Um fato estilizado conhecido na literatura sobre séries financeiras é a heterocedasticidade e os valores dos parâmetros do modelo Garch (1,1) para modelagem da variância condicional  $\sigma_{\epsilon,t}^2$  dos retornos de ativos. Naturalmente, a variação dos parâmetros  $\omega, \rho, \gamma$  faz-se necessária a fim de investigar seu impacto no processo de estimação do algoritmo. Sendo assim, foram utilizados três conjuntos de valores para os hiperparâmetros das constantes do modelo Garch:  $\omega = 0,0001, \rho = 0,05$  e  $\gamma = 0,9$ ;  $\omega = 0,0001, \rho = 0,1$  e  $\gamma = 0,8$ ;  $\omega = 0,0001, \rho = 0,2$  e  $\gamma = 0,7$ . Importante lembrar que, segundo a modelagem apresentada na seção 4.2, para o filtro de Kalman homocedástico,  $\rho = 0$  e  $\gamma = 0$ , de forma que  $\sigma_{\epsilon,t}^2 = \sigma_{\epsilon}^2 = \omega$ .

Para os demais hiperparâmetros foram utilizados  $\sigma_{\eta}^2 = 0,0001, \sigma_{\theta}^2 = 0,0000001$ . Variações em  $\sigma_{\eta}^2$  e  $\sigma_{\theta}^2$  foram realizadas e não foram constatadas diferenças significativas para a estimação dos demais parâmetros do modelo. Para a geração das séries, foi utilizado para o vetor de estado inicial  $a_1 = \begin{pmatrix} 0,00001 \\ 1,3 \end{pmatrix}$ .

Segundo Blank (2014), para os valores iniciais dos hiperparâmetros, durante o processo de estimação, foi utilizado como  $\sigma_{\eta}^2$  e  $\sigma_{\theta}^2$  as variâncias das séries de beta e alfa, respectivamente, estimados por mínimos quadrados com janelas móveis de tamanho 60. Para procedimento de inicialização, em relação ao vetor de estado, foi utilizada a inicialização difusa exata.

Considerando a estimação de 100 séries sintéticas e uma análise de sensibilidade em relação aos hiperparâmetros do modelo Garch (1,1), os resultados para a média e desvio-padrão das estimativas dos conjuntos de hiperparâmetros para os modelos EE-HOM e EE-HET são mostrados na Tabela 5.1. De maneira geral, os valores médios das estimativas dos hiperparâmetros dos modelos homocedástico e heterocedástico são próximas dos seus valores reais. Uma vez que a série real de retornos foi gerada com os erros  $\epsilon_t$  heterocedásticos, a estimação do hiperparâmetro de variância  $\hat{\sigma}_{\epsilon}^2$  do modelo EE-HOM, é realizada apesar de não existir um sentido prático para tal. Em relação aos hiperparâmetros

do modelo Garch, os resultados sugerem que o simultâneo aumento de  $\rho$  e diminuição de  $\gamma$  aumenta a precisão da estimação do hiperparâmetro  $\hat{\sigma}_\eta^2$ , uma vez que  $\hat{\sigma}_\eta^2$  é mais próximo do seu valor real, e o desvio padrão das estimativas é menor, quando  $\rho = 0,2$  e  $\gamma = 0,7$ . O mesmo pode ser dito para as estimativas de  $\omega$ . Não existe uma diferença significativa, contudo, entre as estimativas dos modelos EE-HOM e EE-HET neste caso. Em relação a  $\sigma_\theta^2$ , suas estimativas são próximas ao valor real em todos os cenários analisados.

Tabela 5.1 – Estimação do modelo EE-HOM e EE-HET para séries sintéticas com  $\sigma_{\eta}^2 \text{ real} = 0,0001, \sigma_{\theta}^2 \text{ real} = 0,0000001$ 

$\sigma_{\eta}^2 \text{ real} = 0,0001, \sigma_{\theta}^2 \text{ real} = 0,0000001$										
EE-HOM*			EE-HET							
$\hat{\sigma}_{\epsilon}^2$	$\hat{\sigma}_{\eta}^2$	$\hat{\sigma}_{\theta}^2$	$\hat{\sigma}_{\eta}^2$	$\hat{\sigma}_{\theta}^2$	$\omega \text{ real}$	$\hat{\omega}$	$\rho \text{ real}$	$\hat{\rho}$	$\gamma \text{ real}$	$\hat{\gamma}$
0,0021	0,0004	0,0000001	0,0002	0,0000001	0,0001	0,00018	0,05	0,0527	0,9	0,8594
(0,003)	(0,0019)	(0,0000002)	(0,0008)	(0,0000002)		(0,00023)		(0,025)		(0,126)
0,0012	0,0002	0,0000001	0,0002	0,0000001	0,0001	0,00013	0,1	0,0945	0,8	0,7815
(0,001)	(0,0005)	(0,0000001)	(0,0004)	(0,0000001)		(0,0001)		(0,045)		(0,102)
0,0018	0,0001	0,0000001	0,0001	0,0000001	0,0001	0,00011	0,2	0,1799	0,7	0,7044
(0,004)	(0,0002)	(0,0000002)	(0,0002)	(0,0000001)		(0,00004)		(0,043)		(0,075)

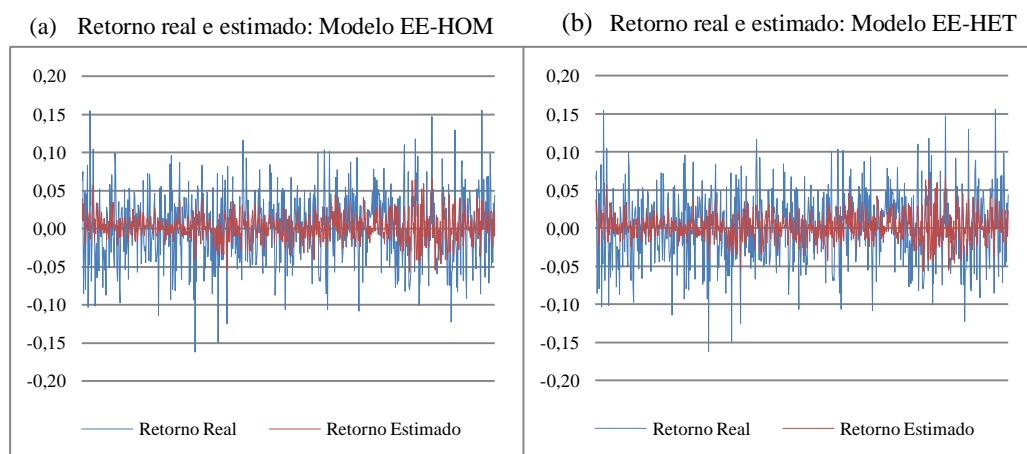
Desvios-padrão das estimativas entre parêntesis

\*Estimação realizada a partir da amostra sintética gerada pelo modelo heterocedástico

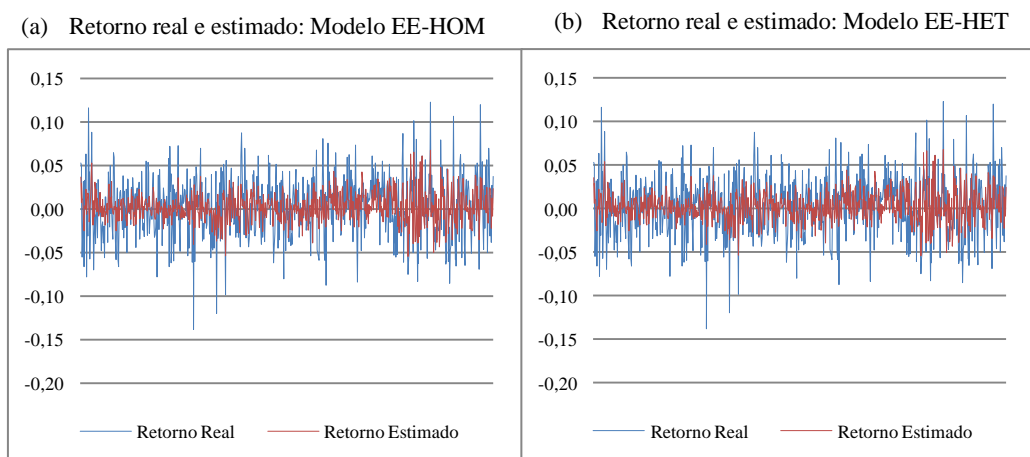
Observa-se também que as estimativas dos demais parâmetros do modelo Garch ( $\hat{\rho}$  e  $\hat{\gamma}$ ) são satisfatórias.

As Figuras 5.1, 5.2 e 5.3 ilustram uma série de retorno sintética (real) e a série estimada correspondente para cada um dos casos analisados<sup>7</sup>.

**Figura 5.1 - Séries sintéticas de retorno dos modelos EE-HOM e EE-HET com  $\sigma_{\eta}^2 \text{ real} = 0,0001, \sigma_{\xi}^2 \text{ real} = 0,0000001, \omega = 0,0001, \rho = 0,05$  e  $\gamma = 0,9$**



**Figura 5.2 - Séries sintéticas de retorno dos modelos EE-HOM e EE-HET com  $\sigma_{\eta}^2 \text{ real} = 0,0001, \sigma_{\xi}^2 \text{ real} = 0,0000001, \omega = 0,0001, \rho = 0,1$  e  $\gamma = 0,8$**

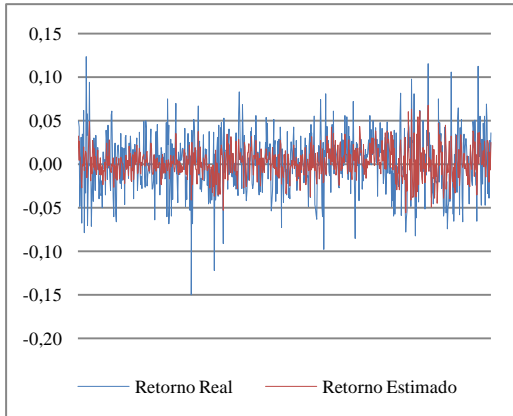


<sup>7</sup> As 100 primeiras observações foram retiradas da amostra devido a instabilidade inicial das estimativas do filtro de Kalman.

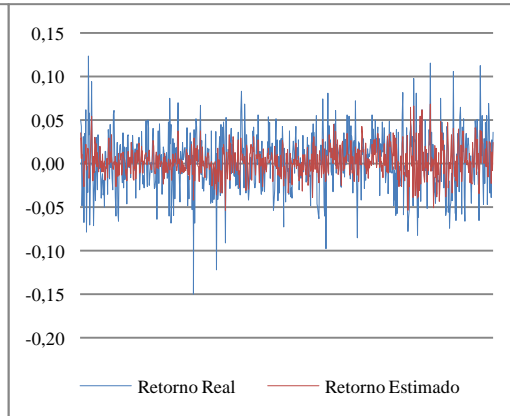


**Figura 5.3 - Séries sintéticas de retorno dos modelos EE-HOM e EE-HET com  $\sigma_{\eta}^2 \text{ real} = 0,0001$ ,  $\sigma_{\theta}^2 \text{ real} = 0,0000001$ ,  $\omega = 0,0001$ ,  $\rho = 0,2$  e  $\gamma = 0,7$**

(b) Retorno real e estimado: Modelo EE-HOM



(c) Retorno real e estimado: Modelo EE-HET



## 6

### CAPM Condicional na Análise de Fundos de Ações Brasileiros

Durante o processo de avaliação de desempenho de fundos é fundamental que os portfólios escolhidos sejam comparáveis, isto é, que estes possuam riscos similares e sejam limitados pelas mesmas restrições. Para tanto, as amostras selecionadas neste tipo de análise consistem, em geral, de fundos classificados em uma mesma categoria de investimentos de forma a garantir homogeneidade nos seus objetivos e características institucionais, tornando-se razoável a presunção de retornos esperados em equilíbrio similares entre os fundos da amostra (Hendricks, Patel e ZeckHause, 1993).

Dentro do universo da indústria de fundos brasileiros, de especial interesse para este trabalho estão os fundos de ações<sup>8</sup>. Esta classe de fundos obteve uma expressiva expansão entre os anos de 2002 e 2015, quando apresentaram um crescimento de quase seis vezes em relação ao seu tamanho inicial, saltando de um patrimônio líquido de R\$ 24 bilhões para R\$ 144 bilhões no período. Os fundos de ações possuem papel fundamental no desenvolvimento do mercado acionário nacional ao conferir liquidez e funcionar, de maneira indireta, como um financiador das empresas de capital aberto.

O atual panorama político e econômico brasileiro, todavia, representa o principal desafio para a indústria no curto e médio prazo. A redução do crescimento econômico, em um cenário de alta de juro e do câmbio, somada ao baixo desempenho do mercado acionário, afeta a riqueza disponível dos investidores para aplicações. Ademais, a postura mais conservadora adotada pelo investidor brasileiro e estrangeiro diante da deterioração dos ambientes econômico e político vem impactando negativamente a indústria de fundos como um todo, de

---

<sup>8</sup> De acordo com a nova classificação ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais) de Fundos que entrou em vigor em 1º de outubro de 2015, definida pela Instrução nº 555, fundos de ações devem possuir, no mínimo, 67% da carteira em ações à vista, bônus ou recibos de subscrição, certificados de depósito de ações, cotas de fundos de ações, cotas dos fundos de índice de ações e *Brazilian Depositary Receipts*, classificados como nível I, II e III. O *hedge* cambial da parcela de ativos no exterior é facultativo ao gestor.

forma que desde o segundo semestre de 2013 o segmento sofre redução na captação líquida quando comparada à média observada em anos anteriores: em 2014 a captação líquida foi de R\$ 5,01 bilhões, enquanto a captação média anual de 2009 a 2013 foi de R\$ 92 bilhões. Especificamente em relação aos fundos de ações, na esteira do mau desempenho da bolsa de valores nacional, o patrimônio líquido sob administração desta classe de fundos passou de 8,9% do total da indústria em 2012, para 4,7% em 2015.

Neste cenário, a continuidade do desenvolvimento de ferramentas e metodologias que avaliem de forma mais eficiente os fundos de investimentos é fundamental uma vez que, além de preparar os investidores para o período de retomada do crescimento da indústria, pode ajudar a superar as dificuldades momentâneas decorrentes da atual conjuntura político-econômica através da identificação de oportunidades de investimentos lucrativas, que dificilmente são identificadas por investidores em períodos de crise.

Este capítulo consiste, portanto, em uma aplicação empírica dos modelos condicionais apresentados e validados nos capítulos anteriores no contexto da análise de performance de fundos de investimentos brasileiros. A seção 6.1 apresentará os dados utilizados para esta análise. Na seção 6.2 e 6.3 são apresentadas, respectivamente, as estimativas dos hiperparâmetros dos modelos analisado e as medidas de qualidade de ajuste dos mesmos aos dados coletados. As seções 6.4 e 6.5 abordam os dois principais aspectos da avaliação de desempenho de fundos de investimentos: a análise das habilidades de *stock-picking* e a *market-timing* dos gestores. Por fim, na seção 6.6 a persistência destas performances é analisada.

## **6.1. Dados utilizados**

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos a partir da base de dados *online* Quantum Axis<sup>9</sup>. O processo de seleção da amostra foi realizado em duas etapas:

---

<sup>9</sup> O Quantum Axis é uma plataforma *web* que possibilita acessar, analisar, comparar e acompanhar informações financeiras em formato interativo. Última consulta em 04/03/2016.

1. Inicialmente, dentro do universo dos fundos disponíveis, foram selecionados os fundos classificados pela ANBIMA na categoria “Ações”, do tipo “Ações livre”<sup>10</sup>, que possuíam amostra completa para o período de 02/05/2005 a 30/04/2015, totalizando 2474 observações diárias para cada série;
2. Com base nessa amostra foram excluídos os fundos classificados como exclusivos e aqueles que possuíam em seu nome alguma referência a determinado nicho de investimentos, como: exterior, previdenciário, ações setoriais, capital protegido, privatização e *offshore*. Fundos com estas nomenclaturas costumam ser muito específicos quanto à natureza dos investimentos de forma que seus desempenhos são atrelados sobremaneira ao desempenho do setor ou da categoria do investimento e em menor grau às habilidades do gestor.

Assim, a amostra final consistiu em trinta e sete fundos de diferentes instituições, incluindo bancos comerciais, bancos de investimentos e instituições independentes como gestores.

Cabe mencionar que a amostra selecionada pode apresentar viés de sobrevivência<sup>11</sup> uma vez que contém apenas fundos que “sobreviveram” ao longo de todo o período analisado. Todavia, diversos estudos afirmam que a participação do viés no resultado final das medidas de análise de desempenho é mínima, proporcionando um viés positivo nos retornos médios dos fundos na ordem de 0,2% a 0,8% ao ano<sup>12</sup>.

Considerando que, tanto as quotas dos fundos quanto os índices de mercado utilizados são ajustadas para a distribuição de proventos, a fórmula utilizada para a mensuração do retorno diário foi:

---

<sup>10</sup> Segundo o site da ANBIMA, “classificam-se neste segmento os fundos de ações abertos que não se enquadram em nenhum dos demais Tipos da categoria. Admitem alavancagem”. Durante a elaboração deste trabalho entrou em vigor, no dia 01/10/2015, a nova classificação ANBIMA de fundos. Todavia, devido a padronização da base de dados utilizada, esta nova classificação não foi contemplada durante a seleção da amostra para esta pesquisa.

<sup>11</sup> A hipótese do viés de sobrevivência entre fundos de investimentos advém da possibilidade das gestoras de recursos eliminarem os fundos com piores performances, sendo o viés mensurado pela diferença entre a performance dos fundos ainda ativos e a performance conjunta de todos os fundos que existiram durante o período analisado (Cordeiro, 2013).

<sup>12</sup> Sobre o efeito do viés de sobrevivência para os retornos médios dos fundos ver Grinblatt e Titman (1989), Brown e Goetzmann (1995), Wermers (1997) e Brown et al (1995) e Carvalho (2005).

$$r_{i,t} = (P_{i,t} - P_{i,t-1})/P_{i,t-1} \quad (6.1)$$

onde  $r_{i,t}$  é o retorno do fundo  $i$  no dia  $t$ ;  $P_{i,t}$  é o valor da cota do fundo  $i$  no mês  $t$  e  $P_{i,t-1}$  o valor da cota no dia  $t - 1$ .

Não existe consenso no mercado brasileiro sobre a taxa de livre de risco e *proxy* do índice de mercado a serem utilizados na análise de precificação de ativos. Assim, numa tentativa de padronização da base de dados utilizados pelos trabalhos sobre o mercado financeiro nacional, foram utilizadas nesta pesquisa a taxa livre de risco e o fator de mercado fornecidos pela base NEFIN, conforme destacado na seção 5.2. O primeiro consiste nos retornos diários de um contrato de *Swap* DI de 30 dias, enquanto o segundo consiste na diferença entre o retorno diário ponderado por valor do portfólio de mercado<sup>13</sup> e a taxa livre de risco diária.

Seguindo a proposição do modelo CAPM condicional apresentado pela equação (2.3), todas as estatísticas apresentadas nesta seção, a menos que seja dito o contrário, são calculadas com base em excesso de retorno em relação ao retorno do ativo livre de risco no período da seguinte forma:

$$R_{i,t} = r_{i,t} - r_{f,t} \quad (6.2)$$

$$R_{m,t} = r_{m,t} - r_{f,t} \quad (6.3)$$

onde  $R_{i,t}$  é o excesso de retorno do fundo  $i$ ,  $r_{f,t}$  é a taxa livre de risco e  $R_{m,t}$  é o prêmio de risco de mercado.

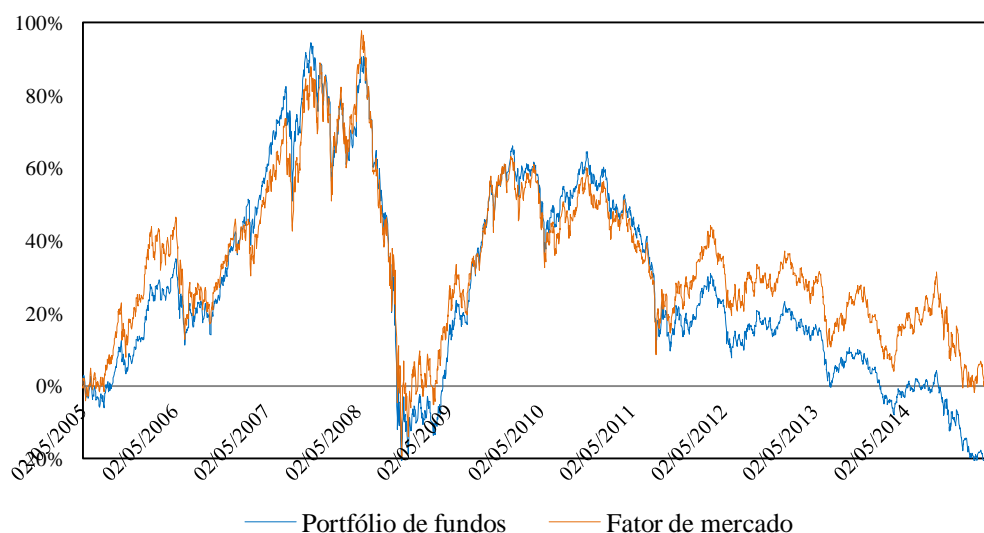
A fim de obter um panorama geral sobre o desempenho dos fundos da amostra selecionada, a Figura 6.1 mostra a evolução ao longo do tempo dos retornos acumulados de um portfólio igualmente ponderado formado por todos os fundos da amostra e do fator de mercado  $R_{m,t}$ . Na figura, percebe-se claramente que os períodos de grandes altas (2007-2008 e 2009-2010) do índice de mercado foram acompanhados de perto por essa carteira média de fundos. Contudo, a partir de 2011, esta carteira como um todo passou a apresentar retornos consistentemente inferiores ao fator de mercado. Apesar da pequena

---

<sup>13</sup> Segundo a metodologia da base NEFIN, uma ação negociada na bolsa brasileira é considerada elegível para a montagem do portfólio de mercado para o ano  $t$  se reúne os seguintes critérios: (1) a ação é a ação mais negociada da empresa (aquela com maior volume de negociação no último ano); (2) a ação foi negociada em mais de 80% dos dias no ano  $t-1$  e com um volume maior que R\$ 500.000,00 por dia; (3) a ação foi listada no mercado em um período anterior a Dezembro do ano  $t-1$ .

representatividade da amostra utilizada neste trabalho perante a indústria de fundos de investimento nacional, esse resultado pode ser visto como uma das justificativas para a redução da captação de investimentos na indústria observada nos últimos anos.

**Figura 6.1 - Excesso de retornos acumulados do portfólio igualmente ponderado dos fundos da amostra e do fator de mercado**



A Tabela 6.1 apresenta as principais estatísticas descritivas das séries retornos, em bases diárias, dos fundos da amostra selecionada e do fator de mercado para o período analisado. Importante destacar que os fundos estão organizados em ordem decrescente em termos de retorno acumulado total no período de análise, conforme indicado na última coluna da tabela. Diversas informações merecem destaque. Primeiramente, a maior parcela dos fundos selecionados apresenta retorno médio positivo para o período. Fundos com as piores colocações apresentaram retornos médios negativos, indicando que estes não foram capazes de superar, na média, os retornos do ativo livre risco, uma vez que os resultados apresentados estão em termos de excesso de retorno ao ativo livre de risco. Conforme esperado, os fundos com a maior e a menor média, respectivamente, foram os fundos 1 e 37, aqueles com maior e menor retorno acumulado no período da análise. Na mesma linha, os fundos 1 a 13 apresentam retorno médios superiores e desvios padrão inferiores ao fator de mercado.

Tabela 6.1 - Estatísticas descritivas das séries de excesso de retornos dos fundos e do fator de mercado

Fundo	Retorno Médio	Desvio Padrão	Ku	Sk	JB	ADF	LB <sup>2</sup> (8)	Patrimônio Líquido	Retorno no Período
$R_{m,t}$	0,018%	1,60%	0,21	0,17	5,4E+03 <sup>1</sup>	-50,08 <sup>1</sup>	1448,3 <sup>1</sup>	-	12,36%
1	0,042%	1,31%	10,20	0,25	5,4E+03 <sup>1</sup>	-47,56 <sup>1</sup>	1459,5 <sup>1</sup>	R\$ 253.505.194,64	130,74%
2	0,040%	1,21%	8,51	-0,26	3,2E+03 <sup>1</sup>	-44,70 <sup>1</sup>	932,0 <sup>1</sup>	R\$ 223.226.073,10	123,18%
3	0,033%	1,17%	11,12	-0,28	6,8E+03 <sup>1</sup>	-46,80 <sup>1</sup>	1735,4 <sup>1</sup>	R\$ 96.507.324,40	89,55%
4	0,037%	1,53%	17,03	0,26	2,0E+04 <sup>1</sup>	-48,09 <sup>1</sup>	1789,2 <sup>1</sup>	R\$ 48.425.161,61	85,98%
5	0,029%	1,17%	13,65	0,05	1,2E+04 <sup>1</sup>	-47,1 <sup>1</sup>	1827,4 <sup>1</sup>	R\$ 141.638.915,79	74,89%
6	0,026%	0,89%	16,24	-0,17	1,8E+04 <sup>1</sup>	-46,16 <sup>1</sup>	1709,2 <sup>1</sup>	R\$ 12.462.033,77	74,20%
7	0,028%	1,19%	7,47	-0,11	2,1E+03 <sup>1</sup>	-46,51 <sup>1</sup>	1072,0 <sup>1</sup>	R\$ 213.115.018,91	68,71%
8	0,028%	1,27%	11,34	-0,01	7,2E+03 <sup>1</sup>	-45,47 <sup>1</sup>	1651,3 <sup>1</sup>	R\$ 47.754.742,89	62,53%
9	0,022%	0,95%	8,08	-0,09	2,7E+03 <sup>1</sup>	-46,64 <sup>1</sup>	1458,1 <sup>1</sup>	R\$ 16.210.742,73	54,66%
10	0,024%	1,16%	11,27	0,08	7,1E+03 <sup>1</sup>	-48,74 <sup>1</sup>	1503,6 <sup>1</sup>	R\$ 167.376.500,99	54,83%
11	0,029%	1,57%	11,02	-0,28	6,7E+03 <sup>1</sup>	-45,78 <sup>1</sup>	1570,5 <sup>1</sup>	R\$ 113.865.040,99	51,18%
12	0,021%	1,25%	9,73	-0,18	4,7E+03 <sup>1</sup>	-46,96 <sup>1</sup>	1509,7 <sup>1</sup>	R\$ 43.797.266,90	38,59%
13	0,022%	1,41%	12,26	0,20	8,8E+03 <sup>1</sup>	-47,42 <sup>1</sup>	1748,6 <sup>1</sup>	R\$ 15.557.122,01	35,60%
14	0,013%	0,86%	10,12	0,50	5,3E+03 <sup>1</sup>	-46,89 <sup>1</sup>	38,9 <sup>1</sup>	R\$ 112.662.732,03	26,97%

Tabela 6.1 – (Continuação)

Fundo	Retorno Médio	Desvio Padrão	Ku	Sk	JB	ADF	LB <sup>2</sup> (8)	Patrimônio Líquido	Retorno no Período
15	0,013%	1,27%	9,19	-0,43	4,0E+03 <sup>1</sup>	-46,07 <sup>1</sup>	1416,7 <sup>1</sup>	R\$ 56.117.910,99	13,09%
16	0,014%	1,42%	11,22	-0,02	7,0E+03 <sup>1</sup>	-47,13 <sup>1</sup>	1535,5 <sup>1</sup>	R\$ 5.893.537,83	11,21%
17	0,013%	1,43%	16,14	-0,07	1,8E+04 <sup>1</sup>	-46,91 <sup>1</sup>	1895,6 <sup>1</sup>	R\$ 208.973.147,96	6,75%
18	0,015%	1,58%	10,60	-0,24	6,0E+03 <sup>1</sup>	-46,30 <sup>1</sup>	2052,1 <sup>1</sup>	R\$ 148.715.381,17	5,23%
19	0,014%	1,61%	12,25	0,16	8,8E+03 <sup>1</sup>	-47,71 <sup>1</sup>	1855,1 <sup>1</sup>	R\$ 19.162.429,69	2,91%
20	0,009%	1,36%	12,04	-0,16	8,4E+03 <sup>1</sup>	-46,35 <sup>1</sup>	1339,5 <sup>1</sup>	R\$ 7.459.161,40	0,33%
21	0,011%	1,82%	11,45	0,10	7,4E+03 <sup>1</sup>	-50,32 <sup>1</sup>	1193,8 <sup>1</sup>	R\$ 122.802.719,28	-13,31%
22	-0,006%	1,07%	8,98	-0,25	3,7E+03 <sup>1</sup>	-44,17 <sup>1</sup>	515,9 <sup>1</sup>	R\$ 20.835.686,63	-25,66%
23	0,003%	1,80%	10,75	0,10	6,2E+03 <sup>1</sup>	-48,81 <sup>1</sup>	1408,1 <sup>1</sup>	R\$ 6.339.762,26	-28,82%
24	-0,006%	1,33%	9,11	0,06	2,7E+04 <sup>1</sup>	-47,88 <sup>1</sup>	793,2 <sup>1</sup>	R\$ 29.408.208,52	-31,26%
25	-0,002%	1,68%	11,21	0,25	7,0E+03 <sup>1</sup>	-47,69 <sup>1</sup>	1687,2 <sup>1</sup>	R\$ 24.322.705,89	-32,39%
26	-0,003%	1,80%	6,11	0,01	1,0E+03 <sup>1</sup>	-48,27 <sup>1</sup>	986,2 <sup>1</sup>	R\$ 1.075.375,46	-37,81%
27	-0,006%	1,58%	8,70	-0,10	3,4E+03 <sup>1</sup>	-48,56 <sup>1</sup>	1487,0 <sup>1</sup>	R\$ 27.290.761,76	-37,56%
28	-0,005%	1,83%	6,41	0,01	1,2E+03 <sup>1</sup>	-48,19 <sup>1</sup>	1061,9 <sup>1</sup>	R\$ 525.664.074,62	-41,35%
29	-0,012%	1,56%	8,87	-0,08	3,6E+03 <sup>1</sup>	-47,96 <sup>1</sup>	1227,9 <sup>1</sup>	R\$ 16.259.576,96	-45,10%
30	-0,013%	1,58%	10,25	0,16	5,4E+03 <sup>1</sup>	-47,67 <sup>1</sup>	1597,8 <sup>1</sup>	R\$ 1.585.372,91	-46,73%



Tabela 6.1 – (Continuação)

Fundo	Retorno Médio	Desvio Padrão	Ku	Sk	JB	ADF	LB <sup>2</sup> (8)	Patrimônio Líquido	Retorno no Período
31	-0,013%	1,57%	8,11	-0,08	2,7E+03 <sup>1</sup>	-46,87 <sup>1</sup>	1325,0 <sup>1</sup>	R\$ 749.244,83	-47,02%
32	-0,036%	1,64%	11,27	0,03	7,1E+03 <sup>1</sup>	-46,54 <sup>1</sup>	1418,4 <sup>1</sup>	R\$ 1.307.689,69	-70,89%
33	-0,042%	1,42%	7,62	-0,14	2,2E+03 <sup>1</sup>	-50,06 <sup>1</sup>	907,9 <sup>1</sup>	R\$ 2.354.022,95	-72,68%
34	-0,012%	2,89%	15,66	0,14	1,7E+04 <sup>1</sup>	-54,14 <sup>1</sup>	373,7 <sup>1</sup>	R\$ 171.496.267,04	-73,89%
35	-0,040%	2,36%	85,02	2,80	7,0E+05 <sup>1</sup>	-53,83 <sup>1</sup>	102,4 <sup>1</sup>	R\$ 2.532.896,49	-81,19%
36	-0,094%	2,24%	15,65	0,06	1,6E+04 <sup>1</sup>	-50,19 <sup>1</sup>	427,0 <sup>1</sup>	R\$ 139.200,53	-94,72%
37	-0,164%	4,43%	35,93	-1,78	1,1E+05 <sup>1</sup>	-41,87 <sup>1</sup>	1113,1 <sup>1</sup>	R\$ 1.671.114,06	-99,88%

<sup>1</sup> Significativo à 1%

<sup>2</sup> Significativo à 5%

<sup>3</sup> Significativo à 10%

Esta tabela mostra as estatísticas descritivas básicas dos retornos diários dos fundos para o período de 02/05/2005 a 30/04/2014. Retorno médio é calculado como a média aritmética dos retornos diários de cada fundo considerando todo o período de amostragem. JB refere-se ao valor das estimativas do testes de normalidade de Jarque-Bera. ADF refere-se aos valores das estimativas do teste Augmented Dickey Fuller para a raiz unitária. LB<sup>2</sup> refere-se aos valores das estimativas do teste de Ljung-Box aplicado aos retornos quadráticos. O número de “lags” é determinado conforme Tsay (2005), como o logaritmo do número de observações:  $\text{Ln}(2474) = 7,81 \cong 8$ . Retorno no período é calculado como o retorno acumulado de cada fundo considerando todo o período de amostragem.

O teste de Ljung-Box aplicado à série de retornos ao quadrado confirma o conhecido fato estilizado sobre a heterocedasticidade das séries diárias de retornos financeiros, uma vez os valores das estatísticas de teste para todos os fundos rejeitam, ao nível de significância de 1%, a hipótese nula de que a autocorrelação destas séries seja zero. O resultado deste teste é importante por sugerir que a utilização de um modelo de mercado com coeficientes variantes no tempo seja capaz de capturar a dependência temporal da variância da série de retornos poderá trazer ganhos do ponto de vista de ajuste do modelo e, conseqüentemente, da análise de performance dos fundos.

## 6.2. Estimação dos modelos

Nesta seção serão analisadas as estimativas dos hiperparâmetros dos modelos CAPM condicionais apresentados na seção 5.1, no qual alfa e beta variam no tempo segundo processos de passeio aleatório tanto para o caso em que o erro da equação de observação,  $\epsilon_{i,t}$ , é homocedástico,

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,i}^2), \quad t = 1, \dots, n \quad (6.4)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t} \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta,i}^2) \quad (6.5)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t} \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta,i}^2) \quad (6.6)$$

bem como para o caso em que erro  $\epsilon_{i,t}$  é heterocedástico, segundo modelagem proposta por Ortas, Salvador e Moneva (2014),

$$R_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_{i,t}R_{m,t} + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\epsilon,i,t}^2), \quad t = 1, \dots, n \quad (6.7)$$

$$\alpha_{i,t+1} = \alpha_{i,t} + \vartheta_{i,t}, \quad \vartheta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\vartheta,i,t}^2) \quad (6.8)$$

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \eta_{i,t}, \quad \eta_{i,t} \sim N(0, \sigma_{\eta,i,t}^2) \quad (6.9)$$

$$\sigma_{\epsilon,i,t}^2 = \omega_i + \rho_i \epsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_i \sigma_{\epsilon,i,t-1}^2, \quad \omega > 0, \rho_i, \gamma_i \geq 0 \text{ e } \rho_i + \gamma_i < 1 \quad (6.10)$$

Deste ponto em diante, por uma questão de simplicidade, o modelo representado pelo conjunto de equações (6.4)-(6.6) será chamado de EE-HOM, e aquele representado pelas equações (6.7)-(6.10) será chamado de EE-HET.

Tal como no Capítulo 5, a estimação das séries dos fundos foram realizadas através de uma adaptação do programa apresentado por Blank (2014),

desenvolvido através do *software Matlab* com funções adaptadas do *toolbox SSM* (Peng e Aston, 2011) considerando uma função de otimização baseada em algoritmo híbrido a partir de métodos de Newton e algoritmos genéticos.

Os resultados das estimativas dos hiperparâmetros dos modelos EE-HOM e EE-HET para cada um dos fundos da amostra são apresentados na Tabela 6.2. Tal como verificado por diversos trabalhos empíricos na literatura, e em linha com os resultados de Ortas, Salvador e Moneva (2014), observa-se que os betas dos fundos parecem seguir um processo dinâmico no tempo uma vez que os parâmetros  $\sigma_{\eta,i}^2$  são estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 1% para 36 dos 38 fundos da amostra. No contexto dos fundos de investimentos, este resultado era esperado uma vez que as estratégias e previsões seguidas pelos gestores e/ou a variação do beta das ações que fazem parte dos seus portfólios proporcionam variações nos betas dos fundos. Importante observar também que, de maneira geral, tal como no trabalho de Ortas, Salvador e Moneva (2014) as estimativas deste hiperparâmetro diminui para o modelo EE-HET em relação ao modelo EE-HOM. Em relação à dinâmica temporal dos alfas, para 10 fundos da amostra não se pode negar a hipótese nula de que o hiperparâmetro  $\sigma_{\vartheta,i}^2$  seja estatisticamente igual a zero. Para os demais fundos, apesar de  $\sigma_{\vartheta,i}^2$  ser significativo, observa-se que suas estimativas são muito próximas a zero. Este resultado sugere que a habilidade de *stock-picking* dos gestores é constante ao longo do tempo.

A hipótese de normalidade nos resíduos padronizados, tanto para o modelo EE-HOM, como para o EE-HET, segundo o teste de Jarque-Bera, é rejeitada para todos os fundos analisados. Apesar do valor da estatística de teste para os modelos EE-HET continuar muito distante dos valores de uma distribuição normal padrão, observa-se uma redução substancial da mesma em comparação aos resultados dos modelos EE-HOM.

**Tabelas 6.2 – Estimativas dos modelos CAPM condicional na forma em espaço de estados**

Fundo	$\epsilon_{i,t}$	$\sigma_{\epsilon,i,t}^2$	$\sigma_{\eta,t}^2$	$\sigma_{v,t}^2$	LogL	LB <sup>2</sup> (8)	JB
1	HOM	4,0E-05 <sup>1</sup>	6,9E-04 <sup>1</sup>	1,9E-10 <sup>1</sup>	8941,26	281,53 <sup>1</sup>	3323,95 <sup>1</sup>
	HET	4,1E-05	2,1E-04 <sup>1</sup>	1,9E-11*	9163,68	5,29	385,77 <sup>1</sup>
2	HOM	7,2E-05 <sup>1</sup>	2,2E-03 <sup>1</sup>	6,6E-09 <sup>1</sup>	8177,76	105,21 <sup>1</sup>	1656,05 <sup>1</sup>
	HET	6,8E-05	1,0E-03 <sup>1</sup>	2,2E-10 <sup>1</sup>	8388,27	15,09 <sup>3</sup>	412,54 <sup>1</sup>
3	HOM	3,0E-05*	4,2E-04*	2,8E-22*	9269,42	227,23 <sup>1</sup>	143,37 <sup>1</sup>
	HET	3,2E-05	4,3E-04*	6,4E-23*	9364,25	6,33	31,79 <sup>1</sup>
4	HOM	3,2E-05 <sup>1</sup>	4,3E-04 <sup>1</sup>	1,2E-10 <sup>1</sup>	9201,67	226,55 <sup>1</sup>	5276,06 <sup>1</sup>
	HET	3,4E-05	2,2E-04 <sup>1</sup>	9,6E-11 <sup>1</sup>	9370,53	29,16 <sup>1</sup>	222,78 <sup>1</sup>
5	HOM	2,4E-05 <sup>1</sup>	5,4E-04 <sup>1</sup>	1,6E-10 <sup>1</sup>	9557,61	346,30 <sup>1</sup>	9142,01 <sup>1</sup>
	HET	2,3E-05	1,8E-04 <sup>1</sup>	5,7E-11 <sup>1</sup>	10226,79	27,89 <sup>1</sup>	678,44 <sup>1</sup>
6	HOM	1,5E-05 <sup>1</sup>	5,1E-04 <sup>1</sup>	1,5E-09 <sup>1</sup>	10093,85	391,11 <sup>1</sup>	4828,62 <sup>1</sup>
	HET	1,6E-05	2,5E-04 <sup>1</sup>	1,4E-10 <sup>1</sup>	10325,09	22,07 <sup>1</sup>	413,71 <sup>1</sup>
7	HOM	6,2E-05 <sup>1</sup>	5,2E-04 <sup>1</sup>	2,2E-09*	8390,70	42,20 <sup>1</sup>	1955,76 <sup>1</sup>
	HET	5,5E-05	4,6E-04 <sup>1</sup>	1,6E-10 <sup>1</sup>	8558,32	6,37	916,44 <sup>1</sup>
8	HOM	5,0E-05 <sup>1</sup>	9,8E-04 <sup>1</sup>	2,7E-10 <sup>1</sup>	8633,61	220,74 <sup>1</sup>	1600,70 <sup>1</sup>
	HET	5,4E-05	3,2E-04 <sup>1</sup>	2,4E-1 <sup>1</sup>	8828,70	7,23	548,61 <sup>1</sup>
9	HOM	3,0E-05 <sup>1</sup>	3,2E-04 <sup>1</sup>	6,5E-09 <sup>1</sup>	9295,25	389,24 <sup>1</sup>	2672,03 <sup>1</sup>
	HET	3,2E-05	5,7E-05 <sup>1</sup>	1,3E-09 <sup>1</sup>	9313,95	19,41 <sup>2</sup>	252,10 <sup>1</sup>
10	HOM	3,0E-05 <sup>1</sup>	5,9E-04 <sup>1</sup>	5,7E-09 <sup>1</sup>	9269,83	155,45 <sup>1</sup>	15029,31 <sup>1</sup>
	HET	3,4E-05	3,5E-04 <sup>1</sup>	1,5E-10 <sup>1</sup>	9403,12	14,70 <sup>3</sup>	1566,99 <sup>1</sup>
11	HOM	6,1E-05 <sup>1</sup>	5,3E-04 <sup>1</sup>	1,8E-10 <sup>1</sup>	8425,89	243,99 <sup>1</sup>	1565,72 <sup>1</sup>
	HET	6,5E-05	2,4E-04 <sup>1</sup>	1,2E-12*	8364,22	18,19 <sup>2</sup>	66,04 <sup>1</sup>
12	HOM	2,6E-05 <sup>1</sup>	2,1E-04 <sup>1</sup>	4,7E-11 <sup>1</sup>	9491,40	364,40 <sup>1</sup>	14732,96 <sup>1</sup>
	HET	2,5E-05	1,1E-04 <sup>1</sup>	2,9E-11 <sup>1</sup>	10055,05	23,00 <sup>1</sup>	792,44 <sup>1</sup>
13	HOM	2,8E-05 <sup>1</sup>	8,6E-04 <sup>1</sup>	3,1E-11 <sup>1</sup>	9360,39	468,20 <sup>1</sup>	660,44 <sup>1</sup>
	HET	3,1E-05	4,1E-04 <sup>1</sup>	1,3E-11 <sup>1</sup>	9289,92	21,69 <sup>1</sup>	64,22 <sup>1</sup>
14	HOM	6,7E-05*	2,1E-04 <sup>1</sup>	9,5E-09 <sup>1</sup>	8313,37	30,02 <sup>1</sup>	5783,80 <sup>1</sup>
	HET	7,1E-05	1,6E-04 <sup>1</sup>	6,3E-09 <sup>1</sup>	8362,87	11,29	10156,94 <sup>1</sup>

Tabela 6.2 – (Continuação)

Fundo	$\epsilon_{i,t}$	$\sigma_{\epsilon,i,t}^2$	$\sigma_{\eta,t}^2$	$\sigma_{v,t}^2$	LogL	LB <sup>2</sup> (8)	JB
15	HOM	4,5E-05 <sup>1</sup>	5,8E-04 <sup>1</sup>	1,5E-18*	8795,09	118,35 <sup>1</sup>	2725,92 <sup>1</sup>
	HET	4,9E-05	3,0E-04 <sup>1</sup>	7,0E-19*	8832,44	6,45	263,13 <sup>1</sup>
16	HOM	4,7E-05 <sup>1</sup>	1,0E-03 <sup>1</sup>	1,1E-09 <sup>1</sup>	8711,18	71,46 <sup>1</sup>	7999,75 <sup>1</sup>
	HET	5,0E-05	9,8E-04 <sup>1</sup>	5,1E-10 <sup>1</sup>	8804,96	22,47 <sup>1</sup>	993,42 <sup>1</sup>
17	HOM	3,8E-05 <sup>1</sup>	6,3E-04 <sup>1</sup>	1,0E-18*	8991,46	239,25 <sup>1</sup>	6668,44 <sup>1</sup>
	HET	3,9E-05	3,1E-04*	1,7E-20*	9106,42	13,97 <sup>3</sup>	395,98 <sup>1</sup>
18	HOM	5,1E-05 <sup>1</sup>	4,8E-04 <sup>1</sup>	5,1E-09 <sup>1</sup>	8643,48	351,34 <sup>1</sup>	1132,51 <sup>1</sup>
	HET	5,4E-05	2,4E-04 <sup>1</sup>	1,3E-09 <sup>1</sup>	8865,84	22,65 <sup>1</sup>	220,01 <sup>1</sup>
19	HOM	3,2E-05 <sup>1</sup>	2,5E-04 <sup>1</sup>	4,7E-18	9216,70	780,17 <sup>1</sup>	5222,83 <sup>1</sup>
	HET	3,1E-05	2,4E-04 <sup>1</sup>	1,9E-18 <sup>1</sup>	9731,35	32,07 <sup>1</sup>	203,54 <sup>1</sup>
20	HOM	6,6E-05 <sup>1</sup>	6,3E-04 <sup>1</sup>	8,0E-09 <sup>1</sup>	8313,00	239,70 <sup>1</sup>	1040,05 <sup>1</sup>
	HET	7,3E-05	6,3E-04 <sup>1</sup>	3,4E-09 <sup>1</sup>	8472,97	3,22	1038,71 <sup>1</sup>
21	HOM	6,6E-05 <sup>1</sup>	5,5E-04 <sup>1</sup>	1,0E-18	8335,80	891,32 <sup>1</sup>	1105,52 <sup>1</sup>
	HET	6,8E-05	1,2E-04 <sup>1</sup>	1,3E-18*	8836,12	120,66 <sup>1</sup>	184,37 <sup>1</sup>
22	HOM	6,4E-05 <sup>1</sup>	8,8E-04 <sup>1</sup>	9,1E-08 <sup>1</sup>	8316,47	174,52 <sup>1</sup>	1706,23 <sup>1</sup>
	HET	7,4E-05	2,2E-04 <sup>1</sup>	4,5E-08 <sup>1</sup>	8171,99	10,3	502,16 <sup>1</sup>
23	HOM	3,4E-05 <sup>1</sup>	3,3E-04 <sup>1</sup>	1,4E-10 <sup>1</sup>	9140,05	700,00 <sup>1</sup>	4847,10 <sup>1</sup>
	HET	3,5E-05	3,4E-04 <sup>1</sup>	7,1E-11 <sup>1</sup>	9470,84	54,56 <sup>1</sup>	136,66 <sup>1</sup>
24	HOM	8,5E-05 <sup>1</sup>	8,0E-03 <sup>1</sup>	9,5E-09 <sup>1</sup>	7904,87	408,83 <sup>1</sup>	7857,83 <sup>1</sup>
	HET	1,1E-04	3,7E-03 <sup>1</sup>	1,9E-09 <sup>1</sup>	7832,50	17,66 <sup>2</sup>	1393,25 <sup>1</sup>
25	HOM	3,4E-05 <sup>1</sup>	4,5E-04 <sup>1</sup>	7,1E-12*	9143,03	806,43 <sup>1</sup>	3548,63 <sup>1</sup>
	HET	3,6E-05	7,3E-04 <sup>1</sup>	5,3E-11 <sup>1</sup>	9729,34	21,05 <sup>1</sup>	119,14 <sup>1</sup>
26	HOM	7,2E-05 <sup>1</sup>	4,0E-03 <sup>1</sup>	7,4E-12 <sup>1</sup>	8146,67	318,85 <sup>1</sup>	427,95 <sup>1</sup>
	HET	8,3E-05	2,4E-03 <sup>1</sup>	1,8E-18 <sup>1</sup>	8021,39	16,58 <sup>2</sup>	94,87 <sup>1</sup>
27	HOM	3,5E-05 <sup>1</sup>	2,6E-04 <sup>1</sup>	1,9E-11	9139,62	358,28 <sup>1</sup>	6655,91 <sup>1</sup>
	HET	3,5E-05	1,2E-04 <sup>1</sup>	3,8E-19	9356,64	8,39	262,63 <sup>1</sup>
28	HOM	7,9E-05 <sup>1</sup>	4,9E-03 <sup>1</sup>	4,8E-18*	8029,70	226,65 <sup>1</sup>	186,25 <sup>1</sup>
	HET	9,2E-05	3,1E-03 <sup>1</sup>	1,2E-19*	7836,96	13,39 <sup>3</sup>	75,12 <sup>1</sup>

Tabela 6.2 – (Continuação)

Fundo	$\epsilon_{i,t}$	$\sigma_{\epsilon,t}^2$	$\sigma_{\eta,t}^2$	$\sigma_{v,t}^2$	LogL	LB <sup>2</sup> (8)	JB
29	HOM	3,8E-05 <sup>1</sup>	6,9E-04 <sup>1</sup>	1,8E-10 <sup>1</sup>	9005,35	192,07 <sup>1</sup>	15357,91 <sup>1</sup>
	HET	3,8E-05	4,8E-04 <sup>1</sup>	2,8E-10 <sup>1</sup>	9278,35	33,24 <sup>1</sup>	514,22 <sup>1</sup>
30	HOM	3,7E-05 <sup>1</sup>	4,4E-04 <sup>1</sup>	4,1E-11	9045,65	702,41 <sup>1</sup>	4383,64 <sup>1</sup>
	HET	3,8E-05	3,7E-04 <sup>1</sup>	1,1E-18*	9387,07	26,67 <sup>1</sup>	117,59 <sup>1</sup>
31	HOM	6,6E-05 <sup>1</sup>	2,2E-04 <sup>1</sup>	2,2E-09 <sup>1</sup>	8340,41	149,95 <sup>1</sup>	1229,98 <sup>1</sup>
	HET	6,9E-05	3,3E-04 <sup>1</sup>	2,1E-09 <sup>1</sup>	8171,33	7,96	310,94 <sup>1</sup>
32	HOM	5,8E-05 <sup>1</sup>	7,2E-04 <sup>1</sup>	1,2E-18 <sup>2</sup>	8477,58	209,68 <sup>1</sup>	7414,02 <sup>1</sup>
	HET	5,9E-05	2,0E-04 <sup>+</sup>	6,5E-23*	8750,22	1,76	648,45 <sup>1</sup>
33	HOM	6,0E-05 <sup>1</sup>	5,3E-05 <sup>1</sup>	1,3E-10 <sup>1</sup>	8465,04	146,18 <sup>1</sup>	19756,21 <sup>1</sup>
	HET	6,1E-05	9,9E-05 <sup>1</sup>	1,2E-10 <sup>1</sup>	8573,00	3,86	35162,41 <sup>1</sup>
34	HOM	8,0E-04	6,6E-05 <sup>1</sup>	1,3E-16 <sup>1</sup>	5293,45	372,73 <sup>1</sup>	14620,96 <sup>1</sup>
	HET	8,4E-04	2,2E-04 <sup>1</sup>	2,7E-09 <sup>1</sup>	5452,36	25,90 <sup>1</sup>	5426,30 <sup>1</sup>
35	HOM	4,2E-04 <sup>1</sup>	2,0E-02 <sup>1</sup>	2,0E-09 <sup>1</sup>	5992,38	113,59 <sup>1</sup>	1534487,60 <sup>1</sup>
	HET	5,1E-04	2,7E-03 <sup>1</sup>	3,9E-09 <sup>1</sup>	6546,36	0,16	2104729,98 <sup>1</sup>
36	HOM	4,5E-04*	6,4E-05 <sup>1</sup>	6,5E-09 <sup>1</sup>	5992,06	401,48 <sup>1</sup>	13132,76 <sup>1</sup>
	HET	4,8E-04	8,9E-06 <sup>1</sup>	1,5E-09 <sup>1</sup>	6243,57	9,43	8304,16 <sup>1</sup>
37	HOM	8,6E-04*	3,1E-01 <sup>1</sup>	4,0E-09 <sup>1</sup>	4905,70	141,49 <sup>1</sup>	152130,18 <sup>1</sup>
	HET	1,4E-03	4,7E-03 <sup>1</sup>	8,4E-10 <sup>1</sup>	5615,31	6,30	3398,50 <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Significativo à 1%

<sup>2</sup> Significativo à 5%

<sup>3</sup> Significativo à 10%

\*Significância não calculada pelo programa

Esta tabela mostra os parâmetros estimados pelo modelo CAPM condicional na forma em espaço de estados para cada um dos fundos da amostra. A segunda coluna diz respeito ao pressuposto assumido sobre o resíduo  $\epsilon_t$  da equação de observação (HOM - homocedástico ou HET - heterocedástico). As três colunas seguintes dizem respeito às estimativas de máxima verossimilhança dos hiperparâmetros de variâncias, tanto das equações de observação ( $\sigma_{\epsilon}^2$ ), como das variáveis de estado ( $\sigma_{\eta}^2, \sigma_{\theta}^2$ ). A variância do erro da equação de observação sob a hipótese de heterocedasticidade, da mesma forma como calculado por Ortas, Salvador e Moneva (2014), refere-se à variância incondicional de  $\epsilon_t$ . LB<sup>2</sup> refere-se aos valores das estimativas do teste de Ljung-Box aplicado ao quadrado dos resíduos padronizados dos modelos, cuja hipótese nula é de não existência de autocorrelação entre os resíduos. O número de lags é determinado conforme Tsay (2005), como o logaritmo do número de observações:  $\ln(2474) = 7,81 \cong 8$ . JB refere-se ao valor das estimativas dos testes de normalidade de Jarque-Bera.

Em relação aos resultados do teste de Ljung-Box aplicado ao quadrado dos resíduos padronizados, estes mostram claramente a inadequação do modelo EE-HOM em capturar a dependência temporal da variância dos retornos, isto é, o modelo não é capaz de capturar a heterocedasticidade presente na série, uma vez que a hipótese nula de não autocorrelação dos resíduos padronizados do modelo é rejeitada para todos os fundos. Por outro lado, esta hipótese não é rejeitada para o quadrado dos resíduos padronizados do modelo EE-HET para 15 dos 37 fundos da amostra. No trabalho de Ortas, Salvador e Moneva (2014) a hipótese nula de não-autocorrelação, também rejeitada para toda amostra para os resíduos do modelo EE-HOM, não é rejeitada para os resíduos padronizados do modelo EE-HET para todos os ativos da amostra analisados. Desta forma, uma vez que entre os fatos estilizados amplamente conhecidos na literatura financeira sobre as séries de retornos está o fato do modelo Garch (1,1) capturar, de forma satisfatória, a estrutura de dependência temporal da variância dos retornos, a constatação de que para 22 dos 37 fundos os resíduos padronizados do modelo EE-HET ainda apresentam tal estrutura de dependência requer uma maior investigação do fato.

Para tanto, foram construídos correlogramas para os fundos que continuaram a apresentar sinais de heterocedasticidade nos resíduos do modelo EE-HET. A Figura 6.2 mostra alguns exemplos desta análise. Nela, bem como em todos os outros fundos não apresentados aqui, constata-se que, apesar de os valores de autocorrelação dos resíduos serem estatisticamente diferentes de zero, eles não são relevantes. À título de comparação, a Figura 6.3 mostra os correlogramas dos resíduos padronizados do modelo EE-HOM para os mesmos fundos. Esta comparação torna ainda mais evidente o fato do modelo EE-HET ser capaz de melhor capturar a estrutura de dependência temporal da variância da série dos retornos, dada a substancial diminuição da autocorrelação entre os resíduos.

Figura 6.2 - Correlogramas do quadrado dos resíduos padronizados dos modelos EE-HET

(a) Fundo 04

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.097	0.097	21.822	0.000
		2	0.032	0.023	24.252	0.000
		3	0.005	-0.000	24.314	0.000
		4	0.017	0.016	24.978	0.000
		5	0.015	0.012	25.488	0.000
		6	0.024	0.021	26.851	0.000
		7	0.017	0.013	27.557	0.000
		8	0.026	0.022	29.172	0.000
		9	-0.013	-0.019	29.577	0.001
		10	0.031	0.032	31.795	0.000
		11	0.021	0.015	32.837	0.001
		12	0.027	0.020	34.471	0.001
		13	0.013	0.007	34.871	0.001
		14	-0.011	-0.016	35.163	0.001
		15	0.022	0.023	36.286	0.002
		16	0.005	-0.001	36.346	0.003
		17	-0.017	-0.020	36.985	0.003
		18	-0.037	-0.037	40.129	0.002
		19	-0.007	-0.001	40.254	0.003
		20	0.007	0.008	40.376	0.004
		21	-0.027	-0.030	42.088	0.004
		22	-0.012	-0.007	42.433	0.006
		23	0.009	0.011	42.636	0.008
		24	-0.025	-0.024	44.123	0.007
		25	0.008	0.013	44.259	0.010
		26	-0.006	-0.006	44.352	0.014
		27	-0.003	-0.002	44.371	0.019
		28	-0.013	-0.010	44.777	0.023
		29	-0.018	-0.012	45.564	0.026
		30	-0.034	-0.030	48.274	0.019
		31	-0.002	0.006	48.281	0.025
		32	-0.007	-0.003	48.396	0.032

(b) Fundo 05

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.055	0.055	7.0703	0.008
		2	0.003	-0.000	7.0869	0.029
		3	0.007	0.007	7.1971	0.066
		4	0.064	0.063	16.520	0.002
		5	0.044	0.037	20.926	0.001
		6	0.034	0.030	23.621	0.001
		7	-0.001	-0.005	23.623	0.001
		8	0.042	0.038	27.707	0.001
		9	-0.030	-0.040	29.756	0.000
		10	0.038	0.036	33.056	0.000
		11	0.018	0.011	33.770	0.000
		12	0.079	0.073	48.151	0.000
		13	0.046	0.040	53.130	0.000
		14	0.001	-0.007	53.132	0.000
		15	0.019	0.018	54.000	0.000
		16	0.060	0.044	62.345	0.000
		17	0.017	0.004	63.033	0.000
		18	-0.015	-0.027	63.528	0.000
		19	0.029	0.030	65.483	0.000
		20	0.010	-0.006	65.701	0.000
		21	0.042	0.039	69.882	0.000
		22	-0.004	-0.011	69.911	0.000
		23	0.047	0.042	75.060	0.000
		24	0.010	-0.004	75.295	0.000
		25	0.006	-0.004	75.386	0.000
		26	-0.022	-0.028	76.539	0.000
		27	-0.008	-0.020	76.701	0.000
		28	0.001	-0.006	76.702	0.000
		29	0.017	0.005	77.405	0.000
		30	-0.016	-0.008	77.981	0.000
		31	-0.007	-0.013	78.086	0.000
		32	-0.001	0.000	78.090	0.000

(c) Fundo 12

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.081	0.081	15.184	0.000
		2	0.015	0.008	15.673	0.000
		3	0.019	0.017	16.489	0.001
		4	0.018	0.015	17.263	0.002
		5	0.022	0.019	18.365	0.003
		6	0.020	0.016	19.288	0.004
		7	0.006	0.002	19.358	0.007
		8	0.042	0.041	23.500	0.003
		9	-0.013	-0.021	23.879	0.004
		10	0.005	0.006	23.943	0.008
		11	0.026	0.023	25.503	0.008
		12	0.053	0.049	32.072	0.001
		13	0.005	-0.005	32.126	0.002
		14	0.030	0.028	34.273	0.002
		15	-0.002	-0.009	34.281	0.003
		16	0.078	0.075	48.419	0.000
		17	0.011	-0.003	48.692	0.000
		18	-0.026	-0.031	50.292	0.000
		19	-0.008	-0.009	50.447	0.000
		20	0.006	0.001	50.520	0.000
		21	-0.030	-0.031	52.641	0.000
		22	0.004	0.004	52.677	0.000
		23	0.025	0.025	54.083	0.000
		24	0.006	-0.005	54.161	0.000
		25	-0.007	-0.005	54.277	0.001
		26	-0.011	-0.011	54.582	0.001
		27	0.006	0.005	54.663	0.001
		28	0.011	0.000	54.949	0.002
		29	-0.019	-0.016	55.749	0.002
		30	-0.039	-0.040	59.291	0.001
		31	-0.009	-0.002	59.478	0.002
		32	-0.011	-0.012	59.773	0.002

(d) Fundo 13

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.075	0.075	12.823	0.000
		2	-0.049	-0.055	18.331	0.000
		3	-0.020	-0.013	19.300	0.000
		4	-0.003	-0.003	19.321	0.001
		5	-0.018	-0.020	20.088	0.001
		6	-0.012	-0.010	20.423	0.002
		7	0.006	0.005	20.495	0.005
		8	-0.022	-0.025	21.626	0.006
		9	0.011	0.015	21.894	0.009
		10	0.008	0.003	22.031	0.015
		11	0.020	0.020	22.989	0.018
		12	-0.002	-0.004	22.994	0.028
		13	-0.026	-0.024	24.528	0.027
		14	-0.010	-0.006	24.756	0.037
		15	-0.011	-0.012	25.061	0.049
		16	-0.026	-0.026	26.676	0.045
		17	-0.009	-0.006	26.865	0.060
		18	0.010	0.007	27.101	0.077
		19	-0.004	-0.007	27.139	0.101
		20	0.017	0.017	27.782	0.115
		21	0.006	0.000	27.854	0.144
		22	0.041	0.042	31.789	0.081
		23	0.019	0.015	32.667	0.087
		24	-0.001	0.001	32.672	0.111
		25	-0.015	-0.010	33.167	0.127
		26	-0.021	-0.018	34.224	0.129
		27	-0.022	-0.019	35.305	0.131
		28	-0.002	0.000	35.316	0.161
		29	-0.014	-0.019	35.771	0.180
		30	0.001	0.003	35.773	0.216
		31	-0.003	-0.008	35.801	0.253
		32	-0.014	-0.016	36.234	0.278



Figura 6.3 - Correlogramas do quadrado dos resíduos padronizados dos modelos EE-HOM

(a) Fundo 04

(b) Fundo 05

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.184	0.184	78.254	0.000			1 0.182	0.182	76.123	0.000
		2 0.091	0.059	97.495	0.000			2 0.121	0.091	110.04	0.000
		3 0.094	0.070	118.12	0.000			3 0.107	0.074	136.59	0.000
		4 0.107	0.077	144.39	0.000			4 0.163	0.129	198.33	0.000
		5 0.071	0.031	155.90	0.000			5 0.122	0.065	232.90	0.000
		6 0.093	0.063	175.92	0.000			6 0.126	0.072	269.80	0.000
		7 0.089	0.049	194.29	0.000			7 0.096	0.035	291.13	0.000
		8 0.118	0.079	226.74	0.000			8 0.153	0.096	345.02	0.000
		9 0.074	0.021	239.31	0.000			9 0.094	0.019	365.54	0.000
		10 0.084	0.041	255.47	0.000			10 0.156	0.095	421.60	0.000
		11 0.125	0.081	291.68	0.000			11 0.172	0.102	490.35	0.000
		12 0.108	0.047	318.62	0.000			12 0.214	0.131	596.90	0.000
		13 0.072	0.015	330.51	0.000			13 0.128	0.032	634.84	0.000
		14 0.057	0.003	338.03	0.000			14 0.095	-0.001	655.61	0.000
		15 0.099	0.052	360.71	0.000			15 0.126	0.043	692.43	0.000
		16 0.086	0.027	377.80	0.000			16 0.121	0.016	726.37	0.000
		17 0.056	0.001	385.11	0.000			17 0.087	-0.003	744.15	0.000
		18 0.044	-0.007	389.69	0.000			18 0.058	-0.033	751.98	0.000
		19 0.046	-0.006	394.66	0.000			19 0.116	0.043	783.39	0.000
		20 0.067	0.025	405.22	0.000			20 0.092	-0.005	803.17	0.000
		21 0.048	-0.001	410.57	0.000			21 0.132	0.054	843.86	0.000
		22 0.078	0.036	424.85	0.000			22 0.095	-0.000	864.98	0.000
		23 0.113	0.061	454.74	0.000			23 0.170	0.080	932.70	0.000
		24 0.041	-0.022	458.68	0.000			24 0.075	-0.035	945.73	0.000
		25 0.069	0.033	469.80	0.000			25 0.102	0.018	970.00	0.000
		26 0.056	0.002	477.15	0.000			26 0.070	-0.011	981.40	0.000
		27 0.077	0.030	491.05	0.000			27 0.066	-0.032	991.59	0.000
		28 0.096	0.050	512.59	0.000			28 0.098	0.038	1014.2	0.000
		29 0.037	-0.021	515.74	0.000			29 0.088	0.008	1032.5	0.000
		30 0.042	0.001	519.85	0.000			30 0.074	0.016	1045.4	0.000
		31 0.059	0.008	527.89	0.000			31 0.069	-0.021	1056.7	0.000
		32 0.054	0.011	534.72	0.000			32 0.069	0.002	1067.7	0.000

(c) Fundo 12

(d) Fundo 13

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.234	0.234	126.18	0.000			1 0.253	0.253	147.44	0.000
		2 0.108	0.056	153.09	0.000			2 0.094	0.032	167.64	0.000
		3 0.125	0.094	189.47	0.000			3 0.191	0.171	251.47	0.000
		4 0.158	0.113	247.32	0.000			4 0.171	0.091	318.88	0.000
		5 0.089	0.020	265.50	0.000			5 0.114	0.044	348.67	0.000
		6 0.102	0.058	289.38	0.000			6 0.148	0.087	399.18	0.000
		7 0.096	0.038	310.71	0.000			7 0.116	0.026	430.50	0.000
		8 0.155	0.105	366.20	0.000			8 0.128	0.066	468.67	0.000
		9 0.090	0.012	385.05	0.000			9 0.137	0.055	512.38	0.000
		10 0.099	0.044	407.57	0.000			10 0.137	0.057	555.59	0.000
		11 0.161	0.104	467.95	0.000			11 0.132	0.050	595.92	0.000
		12 0.171	0.084	536.09	0.000			12 0.127	0.038	633.39	0.000
		13 0.095	0.009	557.21	0.000			13 0.123	0.037	668.60	0.000
		14 0.099	0.028	580.17	0.000			14 0.152	0.067	722.31	0.000
		15 0.091	0.009	599.60	0.000			15 0.127	0.027	760.05	0.000
		16 0.128	0.054	637.49	0.000			16 0.127	0.041	797.50	0.000
		17 0.076	-0.004	651.04	0.000			17 0.110	0.009	825.61	0.000
		18 0.034	-0.039	653.69	0.000			18 0.174	0.093	895.63	0.000
		19 0.061	0.001	662.49	0.000			19 0.129	0.013	934.44	0.000
		20 0.067	-0.005	673.07	0.000			20 0.113	0.023	964.16	0.000
		21 0.053	0.001	679.58	0.000			21 0.156	0.061	1020.8	0.000
		22 0.076	0.020	692.89	0.000			22 0.125	0.007	1057.3	0.000
		23 0.114	0.050	723.30	0.000			23 0.120	0.032	1090.8	0.000
		24 0.070	-0.011	734.81	0.000			24 0.098	-0.018	1113.1	0.000
		25 0.073	0.021	747.40	0.000			25 0.110	0.021	1141.3	0.000
		26 0.066	0.007	757.66	0.000			26 0.058	-0.050	1149.1	0.000
		27 0.070	0.005	769.06	0.000			27 0.109	0.036	1176.9	0.000
		28 0.088	0.033	786.95	0.000			28 0.100	-0.003	1200.4	0.000
		29 0.051	-0.006	793.02	0.000			29 0.063	-0.025	1209.6	0.000
		30 0.044	0.000	797.54	0.000			30 0.091	0.017	1229.0	0.000
		31 0.047	-0.006	802.69	0.000			31 0.094	-0.003	1249.6	0.000
		32 0.040	-0.006	806.36	0.000			32 0.089	0.010	1268.0	0.000

### 6.3. Medidas de qualidade de ajuste dos modelos homocedásticos e heterocedásticos

Nesta seção analisaremos a qualidade do ajuste à amostra dos modelos condicionais descritos na seção 5, seção 5.1, através dos critérios AIC e BIC, apresentados na seção 4.3.4, bem como seu comportamento explicativo (*in-sample*) e preditivo (*out-of-sample*) através das medidas de aderência RMSE e MAE.

Conforme apresentado na Tabela 6.3, para a maioria dos fundos, 30 de 37, os valores do AIC e BIC são menores para o modelo EE-HET em relação ao modelo EE-HOM. Este resultado é similar ao encontrado por Ortas, Salvador e Moneva (2014), onde se observou uma redução do AIC e BIC para os modelos heterocedásticos para toda a amostra. Assim, os resultados aqui encontrados indicam que, de maneira geral, a modelagem da estrutura heterocedástica dos erros  $\epsilon_t$  aumenta a capacidade do modelo CAPM condicional em capturar a dinâmica temporal do alfa e beta dos fundos da amostra.

Para a análise da capacidade de previsão dentro da amostra foram calculadas as medidas RMSE e MAE. As previsões de retornos *in-sample* foram sendo estimadas para cada tempo  $t$  de 02/01/2006 a 30/04/2015, segundo as equações (4.53)-(4.54), totalizando 2305 observações.

Uma vez que a proposta deste trabalho consiste na apresentação e análise de dois modelos alternativos àqueles presentes na literatura de avaliação de performance de fundos de investimentos, torna-se razoável a comparação dos resultados dos testes aqui apresentados com os modelos já consagrados, mais especificamente o modelo CAPM e o modelo de quatro fatores de Carhart (1997) incondicionais, apresentados, respectivamente, pelas equações (3.1) e (3.2).

Tabela 6.3 – Medidas de ajuste *in-sample*

Fundo	AIC		BIC	
	HOM	HET	HOM	HET
1	-7,2241	<b>-7,4048</b>	-7,2124	<b>-7,3954</b>
2	-6,6069	<b>-6,7779</b>	-6,5952	<b>-6,7685</b>
3	-7,5046	<b>-7,5822</b>	-7,4928	<b>-7,5728</b>
4	-7,4347	<b>-7,5720</b>	-7,4229	<b>-7,5626</b>
5	-7,7224	<b>-8,2642</b>	-7,7107	<b>-8,2548</b>
6	-8,1559	<b>-8,3436</b>	-8,1442	<b>-8,3342</b>
7	-6,7928	<b>-6,9294</b>	-6,7810	<b>-6,9200</b>
8	-6,9896	<b>-7,1484</b>	-6,9778	<b>-7,1390</b>
9	-7,5103	<b>-7,5262</b>	-7,4986	<b>-7,5168</b>
10	-7,4898	<b>-7,5983</b>	-7,4780	<b>-7,5889</b>
11	<b>-6,8075</b>	-6,7585	<b>-6,7958</b>	-6,7491
12	-7,6689	<b>-8,1253</b>	-7,6571	<b>-8,1159</b>
13	<b>-7,5630</b>	-7,5068	<b>-7,5512</b>	-7,4974
14	-6,7301	<b>-6,7711</b>	-6,7184	<b>-6,7616</b>
15	-7,1060	<b>-7,1370</b>	-7,0942	<b>-7,1276</b>
16	-7,0381	<b>-7,1148</b>	-7,0264	<b>-7,1054</b>
17	-7,2647	<b>-7,3585</b>	-7,2530	<b>-7,3491</b>
18	-6,9834	<b>-7,1640</b>	-6,9717	<b>-7,1546</b>
19	-7,4468	<b>-7,8637</b>	-7,4351	<b>-7,8543</b>
20	-6,7299	<b>-6,8602</b>	-6,7181	<b>-6,8508</b>
21	-6,7347	<b>-7,1400</b>	-6,7229	<b>-7,1306</b>
22	<b>-6,7191</b>	-6,6031	<b>-6,7073</b>	-6,5937
23	-7,3848	<b>-7,6531</b>	-7,3731	<b>-7,6437</b>
24	<b>-6,3863</b>	-6,3286	<b>-6,3746</b>	-6,3192
25	-7,3873	<b>-7,8620</b>	-7,3755	<b>-7,8526</b>
26	<b>-6,5818</b>	-6,4813	<b>-6,5700</b>	-6,4719
27	-7,3845	<b>-7,5607</b>	-7,3727	<b>-7,5513</b>
28	<b>-6,4872</b>	-6,3322	<b>-6,4755</b>	-6,3228
29	-7,2759	<b>-7,4975</b>	-7,2642	<b>-7,4881</b>
30	-7,3085	<b>-7,5853</b>	-7,2968	<b>-7,5759</b>
31	<b>-6,7384</b>	-6,6025	<b>-6,7267</b>	-6,5931
32	-6,8493	<b>-7,0705</b>	-6,8375	<b>-7,0611</b>
33	-6,8530	<b>-6,9413</b>	-6,8412	<b>-6,9319</b>

Tabela 6.2 – (Continuação)

Fundo	AIC		BIC	
	HOM	HET	HOM	HET
34	-4,2752	<b>-4,4045</b>	-4,2635	<b>-4,3951</b>
35	-4,8402	<b>-5,2889</b>	-4,8285	<b>-5,2795</b>
36	-4,8400	<b>-5,0441</b>	-4,8282	<b>-5,0347</b>
37	-3,9618	<b>-4,5362</b>	-3,9500	<b>-4,5268</b>

Esta tabela mostra os valores calculados para as medidas de critério de seleção computados para os modelos EE-HOM e EE-HET para cada um dos fundos da amostra. AIC refere-se ao Akaike's Information Criterion e BIC refere-se ao Bayesian Information Criterion. As melhores medidas estão destacadas em negrito.

Tendo em vista que a amostra analisada neste estudo é formada apenas por fundos de investimentos em ações, isto é, fundos cujos portfólios são compostos essencialmente por ações, a avaliação de performance com base no modelo de Carhart (1997) é pertinente uma vez que, dado que as anomalias financeiras são fenômenos conhecidos, créditos não deveriam ser dados aos gestores por reconhecerem este padrão (Elton et al, 2014). O modelo CAPM será utilizado como um *benchmark* nesta análise.

As séries dos fatores de risco utilizados para a estimação dos modelos CAPM e modelo de fatores foram coletados na base NEFIN, sendo o beta e demais coeficientes das regressões (3.1) e (3.2) estimados pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) com janelas rolantes. O método de estimação com janelas rolantes consiste em uma alternativa normalmente utilizada na tentativa de acomodar a variação temporal dos coeficientes do modelo. Neste processo, alfa e beta são estimados com base em janelas, sub-amostras, e não a partir de toda a amostra disponível. Desta forma, o uso de sub-amostras ao invés da amostra completa significa a introdução implícita da variação temporal destas variáveis de forma *ad hoc* (Swinkels e Sluis, 2002). Ao longo da janela de estimação definida, no entanto, os parâmetros estimados permanecem constantes.

A fim de investigar a janela de tempo para a análise comparativa, foram calculados os valores das medidas RMSE e MAE para os modelos CAPM e de fatores para os seguintes períodos: 120, 90, 60 e 30 dias. O resultado desta análise

mostrou que, na média, entre todos os fundos da amostra, os valores de RMSE e MAE para ambos os modelos com janela de 120 dias foi o que apresentou melhores resultados. A menos que explicitamente destacado, os resultados apresentados daqui em diante para o modelo CAPM incondicional e para o modelo de Carhart (1997) serão aqueles calculados com base na janela de tempo de 120 dias.

Sendo assim, além da comparação dos resultados apresentados pelos modelos EE-HOM e EE-HET, esta análise busca responder duas outras questões secundárias: (1) do ponto de vista da análise de performance, a modelagem *ad hoc* da variação temporal de alfa e beta, através da estimação com janelas rolantes, pode ser melhorada a partir da modelagem dinâmica no tempo de alfa e beta como processos de passeio aleatório?; (2) qual modelo é capaz de proporcionar medidas de desempenho mais aderentes às reais habilidades dos gestores dos fundos de investimentos, o modelo de um fator com alfa e beta variantes no tempo como processos de passeio aleatório, ou o modelo com mais fatores de risco onde a variação temporal do beta é tratada de maneira *ad hoc*?

Tendo em vista que o objetivo desta análise é a descrição, ao invés da previsão, para os modelos CAPM condicionais na forma em espaço de estados estimados pelo algoritmo do filtro de Kalman são utilizadas suas versões suavizadas das variáveis de estado. No contexto da análise de desempenho de fundos investimentos este é o caso, sendo esta prática comum em estudos desta natureza (Swinkels e Sluis, 2002; Pizzinga et al, 2007; Marques, Pizzinga e Vereda, 2011). Assim, a Tabela 6.4 apresenta os resultados consolidados de RMSE e MAE dos fundos da amostra para os modelos EE-HOM, EE-HET, CAPM e modelo de fatores. O objetivo desta tabela consiste em fornecer uma comparação dois a dois dos modelos analisados. Para tanto, o número contido em cada célula da tabela mostra para quantos fundos a estatística RMSE ou MAE foi menor para o modelo descrito na primeira coluna em comparação ao modelo descrito na primeira linha. O número de fundos cujos valores dos testes RMSE e MAE são estatisticamente diferentes entre os modelos analisados, ao nível de significância de 10%, é mostrado entre parênteses. Estes valores foram obtidos a partir do teste Diebold e Mariano (1995), conforme apresentado na seção 4.3.5.

Tabela 6.4 – Resultado consolidado das medidas de ajuste *in-sample* dos 37 fundos da amostra

	EE-HOM	EE-HET	CAPM	Modelo de Fatores
<b>RMSE</b>				
EE-HOM <	-	33 (30)	37 (37)	31 (26)
EE-HET <	4 (1)	-	37 (36)	28 (20)
CAPM <	0	0	-	5 (2)
Modelo de Fatores <	6 (1)	9 (3)	32 (25)	-
<b>MAE</b>				
EE-HOM <	-	30 (29)	37 (37)	32 (27)
EE-HET <	7 (2)	-	37 (37)	31 (27)
CAPM <	0	6	-	7
Modelo de Fatores <	5	6	30 (24)	-

Matriz consolidada da comparação das medidas RMSE e MAE entre os modelos analisados. Cada célula da tabela representa o número de fundos cujas medidas em questão são menores para os modelos descritos na primeira coluna em comparação aos modelos descritos na primeira linha. Os valores diferentes entre si, calculados pelo teste de Diebold-Mariano com significância à 10%, são indicados entre parênteses.

Um exemplo de leitura das informações contidas nesta tabela é o seguinte: considerando a comparação entre EE-HET e EE-HOM para os valores de RMSE, a célula 4(1) indica que, dos 37 fundos da amostra, os valores de RMSE do modelo EE-HET foram menores que os valores de RMSE do modelo EE-HOM para 4 fundos, sendo que, deste total, 1 foi estatisticamente diferentes entre si, isto é, para 3 destes fundos apesar de RMSE ser menor em termos absolutos para o modelo EE-HET estes valores não são estatisticamente diferentes daqueles apresentados pelo modelo EE-HOM.

A comparação entre os modelos EE-HOM e EE-HET sugere uma preferência pelo modelo homocedástico, tendo este apresentado a maioria dos resultados inferiores e estatisticamente diferentes de zero para os testes RMSE e MAE. Assim, do ponto de vista da capacidade explicativa dos modelos, a modelagem heterocedástica, de maneira geral, parece não melhorar os resultados em relação ao modelo homocedástico.

Como mencionado, outro objetivo da análise realizada nesta seção consiste em verificar se a introdução da dinâmica temporal para a modelagem de alfa e beta poderá trazer ganhos superiores, em termos capacidade explicativa dos modelos, e conseqüentemente da avaliação de performance dos fundos, em relação ao método de estimação com janelas rolantes. Os resultados evidenciam que a abordagem de janelas rolantes pode ser melhorada quando alfa e beta variam no tempo, uma vez que os testes de RMSE e MAE para os modelos EE-HOM e EE-HET foram inferiores, e estatisticamente significativos, ao modelo CAPM para a maioria dos fundos analisados. Em relação a comparação entre os modelos condicionais e os modelos de fatores, os resultados majoritariamente favoráveis aos modelos condicionais mostra que, do ponto de vista da capacidade explicativa dentro da amostra, a variação temporal de beta e alfa pode trazer benefícios superiores à introdução de mais fatores de risco.

Caso o objetivo da análise dos modelos na forma em espaço de estados estimados pelo filtro de Kalman seja a previsão, ao invés da descrição, são utilizadas as versões filtradas/previstas das variáveis de estado. Assim, a capacidade de previsão fora da amostra dos modelos EE-HOM e EE-HET foram analisadas através de um processo de estimação em dois estágios. Primeiramente os parâmetros dos modelos apresentados foram estimados utilizando-se a amostra

de 02/05/2005 a 31/01/2012, compreendendo 1672 observações. A partir de então, as previsões de retornos *out-of-sample* foram sendo estimadas para cada tempo  $t$  de 01/02/2012 a 30/04/2015, compreendendo 802 observações. A análise da capacidade de previsão fora da amostra dos modelos foi então avaliada novamente através as medidas RMSE e MAE. A Tabela 6.5 apresenta estes resultados consolidados.

A comparação entre os modelos EE-HOM e EE-HET não sugere uma clara preferência por algum dos modelos, apesar do resultado ligeiramente favorável ao modelo homocedástico. Assim, ao menos do ponto de vista da capacidade de previsão fora da amostra, a modelagem heterocedástica parece não melhorar os resultados em relação ao modelo homocedástico.

Em relação aos modelos incondicionais, novamente os resultados evidenciam que a abordagem de janelas rolantes pode ser melhorada quando alfa e beta variam no tempo, uma vez que os testes de RMSE e MAE para os modelos EE-HOM e EE-HET foram inferiores, e estatisticamente significativos, ao modelo CAPM incondicional para a maioria dos fundos analisados. Em relação a comparação entre os modelos condicionais e os modelos de fatores, os resultados são, de maneira geral, equivalentes entre os modelos, com ligeira preferência pelos modelos condicionais. Este resultado mostra que, do ponto de vista da capacidade de previsão fora da amostra, a variação temporal de beta e alfa podem trazer benefícios ligeiramente superiores à introdução de mais fatores de risco, apesar dos resultados não serem conclusivos.

Uma vez que os modelos condicionais possuem maior capacidade de se ajustarem aos dados da amostra, é razoável supor que as medidas de avaliação de desempenho obtidas a partir deste modelo possam melhorar a prática atual de avaliação de desempenho. Novamente, tendo em vista o objetivo descritivo da análise de desempenho dos fundos, serão utilizadas nas próximas seções apenas as versões suavizadas das medidas condicionais oriundas dos modelos CAPM condicionais apresentados.



Tabela 6.5 – Resultado consolidado das medidas de ajuste *out-of-sample* dos 37 fundos da amostra

	EE-HOM	EE-HET	CAPM	Modelo de Fatores
<b>RMSE</b>				
EE-HOM <	-	18 (9)	33 (22)	19 (9)
EE-HET <	19 (6)	-	34 (21)	18 (9)
CAPM <	4 (4)	3 (3)	-	8 (3)
Modelo de Fatores <	18 (8)	19 (7)	29 (11)	-
<b>MAE</b>				
EE-HOM <	-	20 (11)	31 (24)	20 (10)
EE-HET <	17 (5)	-	33 (23)	20 (11)
CAPM <	6 (4)	4 (4)	-	12 (5)
Modelo de Fatores <	17 (7)	17 (7)	25 (11)	-

Matriz consolidada da comparação das medidas RMSE e MAE entre os modelos analisados. Cada célula da tabela representa o número de fundos cujas medidas em questão são menores para os modelos descritos na primeira coluna em comparação aos modelos descritos na primeira linha. Os valores estatisticamente diferentes entre si, calculados pelo teste de Diebold-Mariano com significância à 10%, são indicados entre parênteses.

#### 6.4.

#### Medidas de Desempenho dos Fundos: Alfas Condicionais

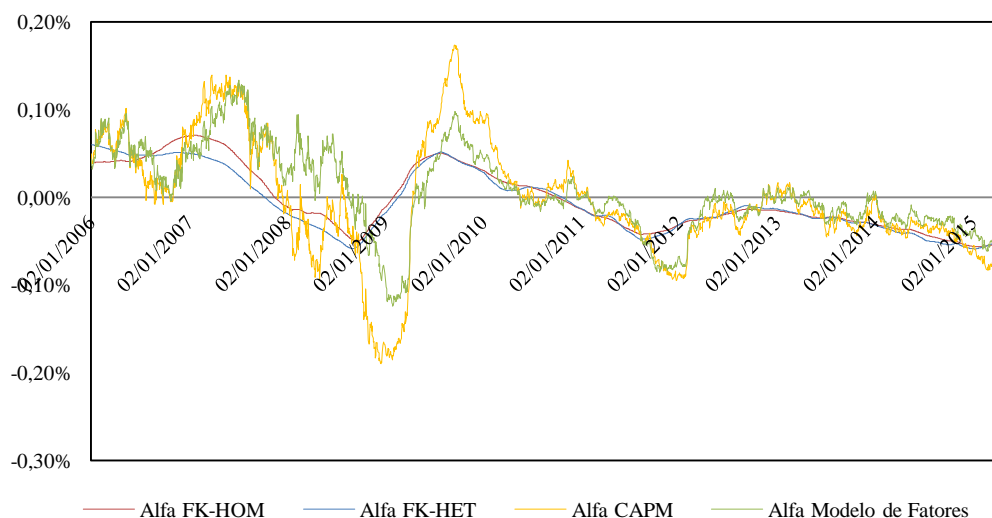
A fim de medir e comparar a *performance* de fundos é necessário que a medida utilizada seja ajustada ao risco individual dos mesmos. Caso o gestor opte por gerir ativamente o portfólio, uma medida natural da performance do mesmo consiste na diferença do retorno obtido pela gestão ativa do portfólio em relação ao retorno que o gestor obteria caso tivesse optado por investir passivamente no portfólio de mercado e ativo livre de risco de forma a atingir o mesmo nível de risco (Elton et al, 2014). Desta forma, a métrica utilizada nesta seção será o intercepto  $\alpha_{i,t}$  das equações (3.1), (3.2) e (3.3), conhecido na literatura como alfa de Jensen, responsável por medir a habilidade dos gestores em selecionar ativos que proporcionem retorno superior àquele esperado pelo seu nível de risco. Conforme apresentado no capítulo 2, diferentes pressupostos em relação ao modelo de precificação de ativos irão gerar diferentes estimativas para o alfa de Jensen, de forma que apresentaremos nesta seção a análise comparativa para os alfas estimados pelos modelos anteriormente citados.

O objetivo desta análise é avaliar, de forma geral, como a utilização dos diferentes modelos impacta na estimação das medidas de avaliação de performance. Sendo assim, construiu-se um portfólio fictício igualmente ponderado com todos os fundos da amostra, de forma que o retorno do portfólio em cada período é dado pela média dos retornos de todos os fundos no mesmo período. As estimativas de alfa do portfólio para cada um dos modelos são apresentadas na Figura 6.4.

É possível notar uma substancial diferença entre as estimativas dos alfas de cada um dos modelos analisados, especialmente entre os modelos condicionais e os modelos incondicionais, sendo estes últimos apresentando alfas consistentemente superiores, em termos absolutos, aos primeiros. Uma possível explicação para este fenômeno seria que a menor capacidade preditiva dos modelos CAPM e de fatores, confirmada pelos testes RMSE e MAE da seção anterior, tenderia a superestimar o valor das estimativas do intercepto alfa. Neste contexto, variações temporais dos betas dos fundos não seriam satisfatoriamente

capturadas pelo artifício da estimação com janelas rolantes, sendo estas variações confundidas com retornos anormais, positivos ou negativos, pelos modelos CAPM e de fatores. Em relação aos modelos homocedástico e heterocedástico nesta análise, não é possível observar diferenças consistentes nas estimativas de alfa, sendo os resultados de ambos substancialmente próximos ao longo de todo o período analisado.

**Figura 6.4 - Estimativas pontuais suavizadas de alfa para um portfólio igualmente ponderado formado por todos os fundos da amostra**



Observa-se também que os maiores e menores valores para as estimativas de alfa, para todos os modelos, coincidem, respectivamente, com os períodos de grande valorização (2007-2008 e 2009-2010) e queda (2008-2009) do fator de mercado. Excetuando-se os grandes períodos de valorização citados, as estimativas de alfa suavizadas são negativas para o período analisado e, desde o pico em 2010, a habilidade de *stock-picking* dos gestores vem sendo gradativamente reduzida, apresentando, de maneira geral, apenas valores negativos nos últimos anos.

Estes resultados permitem, portanto, tirar três conclusões a respeito da habilidade de *stock-picking* dos gestores: (1) a habilidade dos gestores em selecionar os melhores ativos pode estar diretamente relacionada aos grandes momentos de valorização do mercado acionário; (2) durante os períodos de grandes quedas do mercado, a busca dos gestores por ativos com potencial de valorização superior ao seu nível de risco incorre em retornos anormais negativos

para os investidores; (3) nos últimos anos os gestores vêm apresentando alfas consistentemente negativos.

A Tabela 6.6 apresenta os valores médios das estimativas suavizadas de alfa apresentados na figura anterior para cada um dos modelos analisados. É possível observar que o modelo de fatores sugere que os gestores dos fundos analisados, de maneira geral, possuem habilidade de seleção dos melhores ativos, uma vez que o alfa médio do portfólio de fundos é positivo para o período analisado. Contudo, conforme vista na seção de qualidade de ajuste e diagnóstico dos modelos, os modelos condicionais são aqueles capazes de oferecer melhores estimativas para a medida de alfa. Assim, os valores médios de alfa para EE-HET e EE-HOM indicam que a habilidade de obter retornos anormais dos gestores é estatisticamente significativa, porém é negativa. Estes resultados poderiam ser justificados seja pelos custos incorridos na busca pelos melhores ativos ou pela constante seleção de ativos que obtiveram retornos inferiores aos seus níveis de risco. Desta forma, apesar de a diferença entre as estimativas de todos os modelos analisados ser pequena, as estimativas obtidas pelos modelos condicionais, especialmente pelo modelo EE-HET, cujo valor médio de alfa e significância são inferiores aos valores do modelo EE-HOM, não nos permite dizer que os gestores da amostra analisada possuem, na média, habilidade de selecionar ativos que possuam potencial de valorização superior ao seu nível de risco.

**Tabela 6.6 - Comparação das estimativas de alfa para o portfólio igualmente ponderado formado por todos os fundos da amostra**

	<b>Alfa</b>
<b>EE-HOM</b>	-3,46E-05
<b>EE-HET</b>	-7,24E-05
<b>CAPM</b>	-3,61E-05
<b>Modelo de Fatores</b>	4,94E-05

Valores médios das séries de alfa estimadas para os períodos de 02/01/2006 a 30/04/2015. As 169 primeiras observações, referentes ao período de 02/05/2005 a 29/12/2005 foram excluídas devido a instabilidade inicial das estimativas do filtro de Kalman.

## 6.5. Medidas de Desempenho dos Fundos: Betas Condicionais

Além da capacidade de selecionar os melhores ativos, outra importante habilidade dos gestores normalmente avaliada na análise de desempenho dos fundos de investimentos se refere à sua capacidade de alocar de forma dinâmica o capital dos fundos entre diferentes tipos de investimentos, no caso dos fundos de ações, geralmente restritos a ações e títulos de dívida do governo, chamada de *market-timing*. O gestor que possui esta habilidade aumenta o peso do portfólio em ações em antecipação a uma valorização do mercado e diminui este peso em antecipação a uma desvalorização do mercado (Bollen e Busse, 2001). Esta alocação dinâmica de capital impacta diretamente o beta do portfólio: aumentar o peso do portfólio em ações significa aumentar o beta do fundo em antecipação ao aumento do mercado e diminuir o peso do portfólio em ações significa diminuir o beta do fundo em antecipação à queda do mesmo. Desta forma, a análise da habilidade de *market-timing* dos gestores está diretamente relacionada à análise da variação do beta do fundo ao longo do tempo.

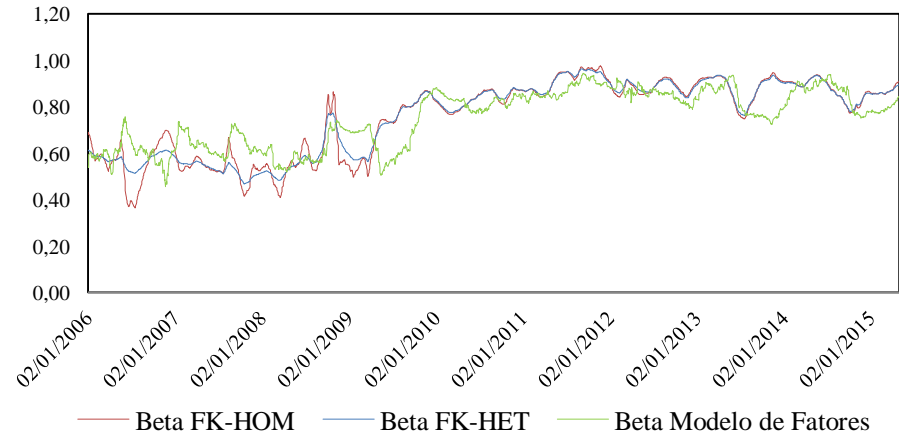
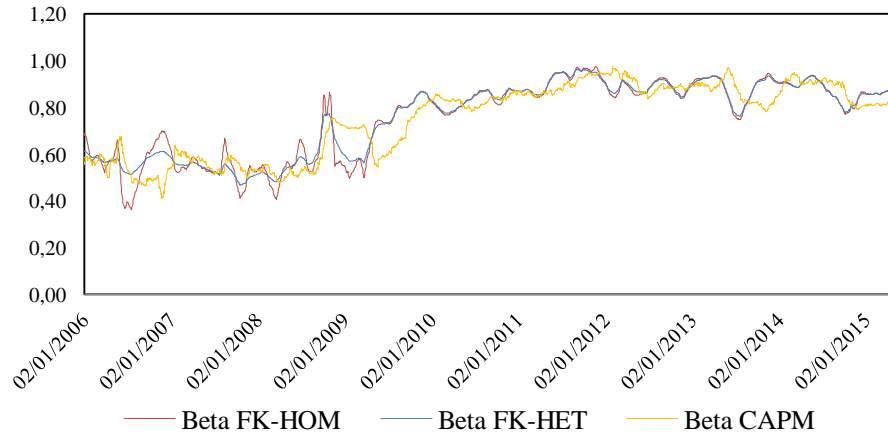
Sendo assim, para a análise de *market-timing* dos gestores, é importante o entendimento da evolução temporal dos betas estimados pelos diferentes modelos analisados. A Figura 6.5 apresenta séries de betas para alguns dos fundos da amostra. Além das estimativas das séries de beta para os modelos EE-HOM e EE-HET são apresentadas, a título de comparação, as séries estimadas pelo modelo de fatores e pelo modelo CAPM<sup>14</sup>.

---

<sup>14</sup> Importante destacar que as primeiras 169 observações, correspondendo ao período de 02/05/2005 a 29/12/2005, foram descartadas devido a instabilidade inicial das estimativas do filtro de Kalman.

Figura 6.5– Estimativas suavizadas dos betas dos fundos da amostra

(a) Fundo 01



(b) Fundo 02

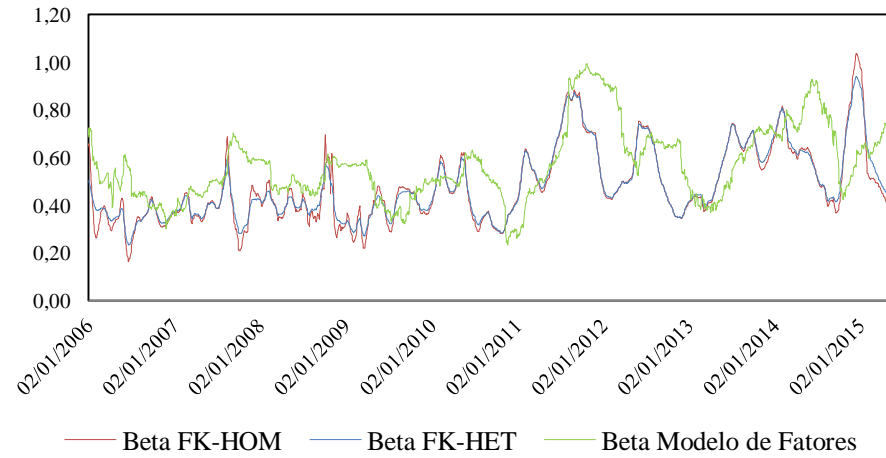
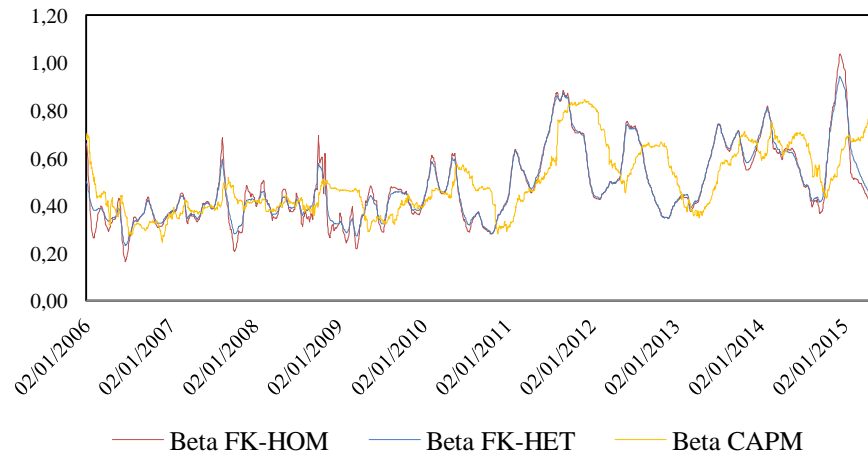
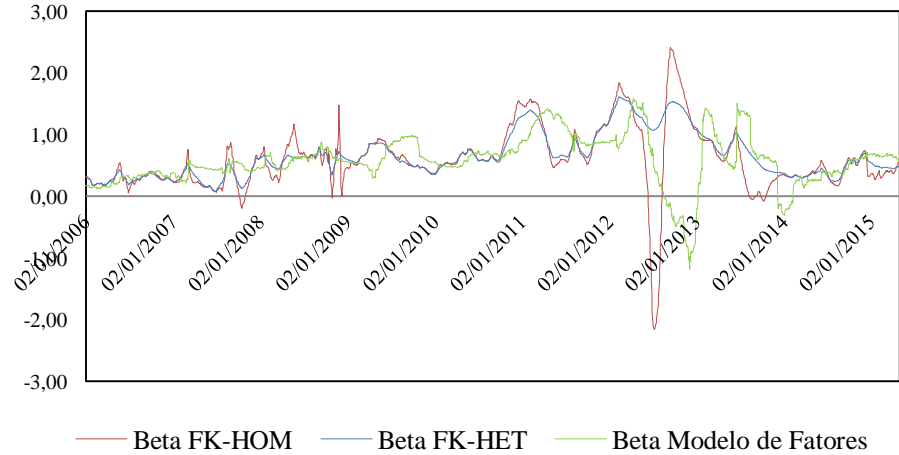
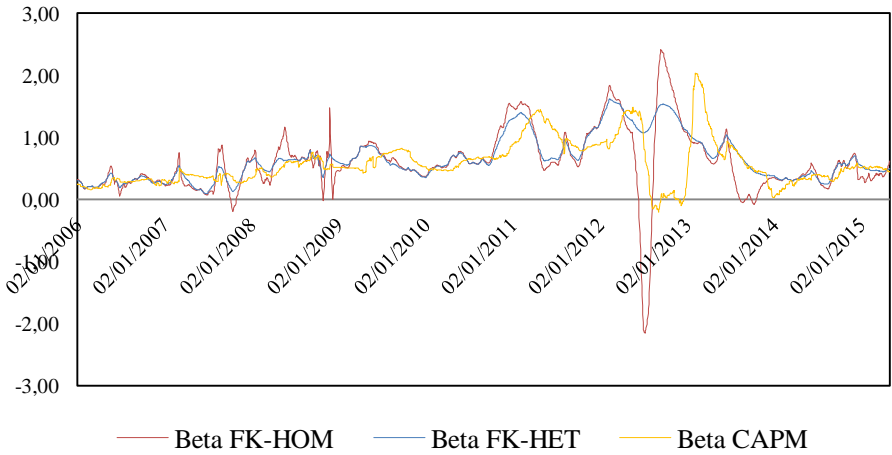
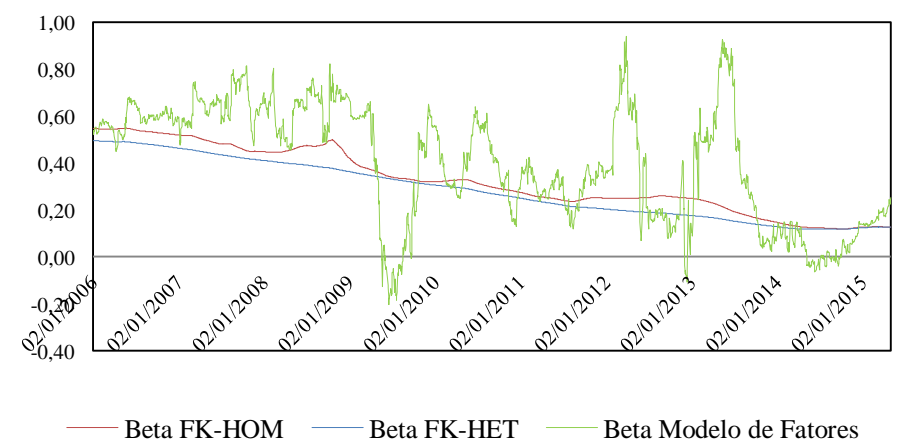
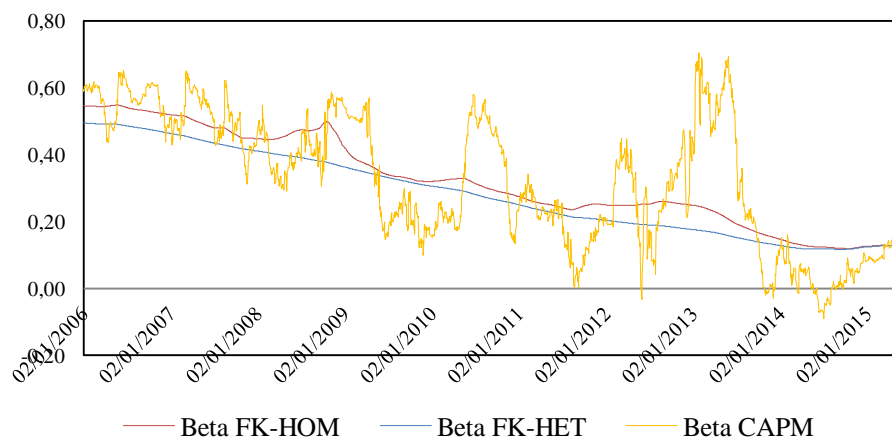


Figura 6.5 – (Continuação)

(c) Fundo 35



(d) Fundo 36



A análise da figura anterior mostra que existem diferenças significativas em relação às estimativas pontuais de beta. Entre os modelos condicionais, percebe-se a natureza menos ruidosas das estimativas dos modelos EE-HET em comparação às do EE-HOM nos primeiros anos da amostra, especificamente entre 2006 e 2008, período de grande volatilidade no mercado. Tais resultados estão em linha com os encontrados por Ortas, Salvador e Moneva (2014) para a amostra analisada de 23 índices de ações construídos com base em ações de países ao redor do mundo. Uma investigação do fato mostra que o desvio padrão diário dos retornos do fator de mercado para o período de 2006 a 2008 (2,04%) foi maior em comparação com período de 2009 a 2015 (1,29%). Segundo Ortas, Salvador e Moneva (2014), a estimação menos ruidosa do modelo heterocedástico em relação ao modelo homocedástico ocorre devido ao fato da leptocurtose incondicional da distribuição do  $\epsilon_{i,t}$  reduzir a influência dos *outliers* durante a estimação de beta. Em outras palavras, períodos de maior volatilidade, como o período de 2006 a 2008, serão marcados por maiores diferenças nas estimativas de beta dos modelos, conforme observado.

A diferença nas estimativas dos modelos de fatores e CAPM em relação aos modelos condicionais, contudo, são mais pronunciadas. Em cada um dos fundos analisados é possível notar que períodos de elevação do beta para os modelos condicionais, em geral, são períodos de queda para os modelos CAPM e de fatores, e vice-versa. Tal diferença pode ser explicada pelo fato das estimativas de beta dos modelos condicionais serem estimados de forma condicional a todas as observações da amostra, isto é, uma vez que a estimativa para beta em determinado período é realizada de forma condicional à informação dos períodos seguintes, em geral as estimativas suavizadas antecipam as variações futuras da variável estimada.

De maneira geral, conforme apresentado no capítulo 3, a avaliação da capacidade de *market-timing* dos gestores é realizada com base em dois modelos consagrados na literatura, os modelos de Treynor e Mazuy (1966) e Henrikson e Merton (1981). Neles, a habilidade de *market-timing* é definida com base em uma regressão estimada pelo método de mínimos quadrados ordinários, na qual o regressando consiste na série de excesso de retornos e os regressores, além do excesso de retorno de mercado, consiste em um termo quadrático (excesso de



retorno do fator de mercado ao quadrado), para o modelo de Treynor e Mazuy (1966), e um termo com uma variável *dummy* (igual a 1 quando o excesso de retorno do fator de mercado é negativo e 0 caso contrário), para o modelo de Henriksson e Merton (1981). A habilidade de *market-timing* de cada gestor é definida com base nos coeficientes destes termos específicos para cada modelo.

Uma abordagem alternativa, utilizada por Holmes e Faff (2008), baseada em um método de dois estágios, também pode ser utilizada para determinar a capacidade do gestor em antecipar a direção do mercado. O primeiro estágio consiste na estimação da série temporal de beta, conforme apresentado nesta seção. No segundo estágio esta série temporal é utilizada como variável dependente em uma regressão com o fator de mercado, tal como a equação abaixo:

$$\beta_{i,t}^k = \text{constante} + \gamma_i^k r_{m,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (6.11)$$

onde o subscrito  $i$  indica o fundo da amostra analisado e o sobrescrito  $k$  refere-se ao modelo analisado,  $\gamma_i^k$  consiste no coeficiente da regressão, sendo estimado através do método de mínimos quadrados ordinários, e  $r_{m,t}$  é o excesso de retorno do fator de mercado. O gestor possuirá habilidade de antecipar o mercado caso  $\gamma_i^k > 0$ . No caso de  $\gamma_i^k < 0$ , o gestor aumenta o beta em períodos de queda do mercado e diminui o beta em períodos de alta do mercado.

Esta abordagem é possível de ser realizada neste trabalho por duas razões: (1) a estimação através do filtro de Kalman gera estimativas de beta a cada período de tempo; (2) a utilização de dados diários permite que a série estimada de beta seja grande o suficiente de forma que a precisão de  $\gamma_i^k$  seja satisfatória. Sua principal vantagem em relação aos métodos de Treynor e Mazuy (1966) e Henriksson e Merton (1981) reside no fato da relação entre o risco sistemático  $\beta_{i,t}^k$  e o fator de mercado  $r_{m,t}$  ser medida de forma direta, e não através de adaptações do modelo de mercado<sup>15</sup>.

---

<sup>15</sup> De maneira geral, o tamanho da amostra (retorno em geral são calculados em bases mensais) e o método de estimação dos parâmetros dos modelos (em geral, mínimos quadrados ordinários) utilizados pelos trabalhos sobre avaliação de performance de fundos na literatura não permitem a estimação da habilidade de *market-timing* a partir da equação (6.4).

Sendo assim, a análise de *market-timing* através da equação (6.11) permitirá analisar o impacto da utilização do filtro de Kalman e modelagem do beta como processo de passeio aleatório na estimação da habilidade de *market-timing* dos gestores em relação às estimativas dos demais modelos, uma vez que poderão ser comparados os resultados de  $\gamma_i^k$  para os casos em que a série de beta  $\beta_{i,t}^k$  é obtida pelos modelos condicionais, CAPM e modelo de fatores. A Tabela 6.7 mostra os resultados das estimativas de  $\gamma_i^k$  bem como seus respectivos p-valores.

**Tabela 6.7 – Comparação dos coeficientes de *market-timing*,  $\gamma_i^k$ , para os modelos condicionais, CAPM e de fatores**

	EE-HOM	EE-HET	CAPM	Modelo de Fatores
<i>Painel A: Estatísticas descritivas</i>				
Nº de casos positivos ( $\gamma_i^k > 0$ )	3	2	21	14
Nº de casos negativos ( $\gamma_i^k < 0$ )	34 (11)	35 (8)	16	23
Média	-0,3592	-0,2551	0,0020	-0,0367
Desvio-padrão	0,2615	0,2436	0,2425	0,2271
Máximo	0,0523	0,1065	0,4484	0,5658
Mínimo	-3,4250	-0,9025	-0,4965	-0,4846
<i>Painel B: coeficiente de correlação entre séries de betas estimados</i>				
EE-HOM		0,9642	0,7498	0,6607
EE-HET			0,7812	0,6822
CAPM				0,8871

O Painel A apresenta as estatísticas descritivas dos coeficientes da regressão (6.11), estimado vida MQO, dos 37 fundos da amostra. Os números entre parênteses representam os resultados estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 10%. O Painel B representa a média dos coeficientes de correlação das séries de beta para os 37 fundos da amostra.

Observa-se que a utilização dos modelos condicionais, EE-HOM e EE-HET, expõe um maior número de fundos em que a habilidade de *market-timing* do gestor é negativa em comparação aos modelos CAPM e de fatores. Além disso, verifica-se uma diminuição da média dos coeficientes  $\gamma_i^k$  dos fundos da amostra

em comparação aos modelos CAPM e de fatores, que passam a apresentar valores substancialmente negativos para os modelos condicionais. Estes resultados indicam que a utilização dos modelos condicionais altera de forma significativa a análise da habilidade de *market-timing* em relação aos modelos CAPM e de fatores, indicando que os gestores da amostra analisada não apenas não possuem habilidade de antecipar os períodos de valorização e queda do mercado, como atuam de forma reversa, isto é, sistematicamente aumentam o beta dos fundos em períodos de queda do mercado e diminuem nos períodos de alta. Em relação a comparação entre os resultados dos modelos EE-HOM e EE-HET, contudo, não são observadas diferenças significativas.

Há algumas referências na literatura que abordam explicações para o coeficiente negativo relacionado à capacidade de *market-timing*. Segundo Ferson e Schadt (1996), um coeficiente negativo poderia surgir caso o gestor tivesse a habilidade perversa de prever o movimento do mercado na direção contrária. Além disso, afirmam os autores, a correlação negativa entre o beta dos fundos e os retornos do fator de mercado poderia ser motivada pela variação do beta dos ativos que compõem o portfólio dos fundos, isto é, sem uma ação direta do gestor na tentativa de antecipar o mercado. Outra possibilidade é que esta correlação negativa poderia ser causada pelo fluxo de investimento nos fundos: uma vez que grandes investimentos em caixa nos fundos tendem a diminuir seu beta, e que tais investimentos tendem a aumentar em períodos reconhecidamente de alta do mercado, a explicação para a habilidade de *market-timing* negativa dos gestores seria o grande fluxo de investimentos em períodos de alta do mercado. Todavia, os autores encontram evidências de que a utilização da versão condicional do modelo de mercado, diferentemente dos resultados aqui encontrados, resulta na estimação de coeficientes de *market-timing* positivos<sup>16</sup>.

Bollen e Busse (2001), além de também apresentarem a hipótese de grandes posições de caixa dos fundos em períodos de ganhos elevados como motivador dos coeficientes de *market-timing* negativos, argumentam que a habilidade do gestor de um fundo de mudar a alocação do mesmo é restringida em níveis variados, conforme estabelecido na classificação de cada fundo, podendo a

---

<sup>16</sup> Importante destacar, contudo, que Ferson e Schadt (1996) utilizam na sua análise de *market-timing* os modelos propostos por Treynor e Mazuy (1966) e Merton e Henriksson (1981).

habilidade de *market-timing* ser prejudicada, por exemplo, pelas restrições ao uso de alavancagem e derivativos.

Ainda na Tabela 6.7, Painel B, observa-se que existe, de maneira geral, uma forte correlação entre as estimativas de beta dos modelos condicionais, sendo esta possivelmente uma explicação para os resultados de *market-timing* entre os modelos não ter apresentado diferenças substanciais. Esta correlação diminui quando analisadas as estimativas dos modelos condicionais com os demais modelos, especialmente quando analisados os modelos condicionais e de fatores. Em parte, este resultado explica o porquê dos resultados de *market-timing* entre os diferentes modelos ter apresentado diferenças mais significativas.

Além da análise para a amostra completa, a habilidade de *market-timing* pode ser analisada, ainda, para diferentes períodos e diferentes momentos do mercado. O objetivo destas duas análises consiste em determinar, respectivamente, a habilidade dos gestores no período anterior, durante e no período posterior à crise financeira de 2008, e determinar se os gestores possuem maior habilidade em antecipar momentos de alta ou de queda do mercado. Para tanto, tal como realizado por Holmes e Faff (2008), serão utilizadas as seguintes equações:

$$\beta_{i,t}^k = c_1 D_1 + c_2 D_2 + c_3 D_3 + \gamma_{1i}^k D_1 r_{m,t} + \gamma_{2i}^k D_2 r_{m,t} + \gamma_{3i}^k D_3 r_{m,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (6.12)$$

$$\beta_{i,t}^k = c_A D_A + c_Q D_Q + \gamma_{Ai}^k D_A r_{m,t} + \gamma_{Qi}^k D_Q r_{m,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (6.13)$$

onde,  $D_1 = 1$  caso subperíodo 1, 0 caso contrário;  $D_2 = 1$  caso subperíodo 2, 0 caso contrário;  $D_3 = 1$  caso subperíodo 3, 0 caso contrário;  $D_A(D_Q) = 1$  caso o excesso de retorno de mercado seja positivo (negativo), 0 caso contrário. O primeiro subperíodo consiste no período de janeiro de 2005 a dezembro de 2007, o segundo no período de janeiro de 2008 a junho de 2009, e o terceiro período de julho de 2009 a abril de 2015.

A primeira análise tem como objetivo avaliar a habilidade de *market-timing* dos gestores para diferentes períodos da amostra. Dado a gravidade da crise que abalou os mercados financeiros mundiais em 2008, seu impacto no *status quo* da gestão de investimentos será analisado a partir da regressão (6.12).

Os resultados apresentados na Tabela 6.8, Painel A, mostram que no período anterior à crise financeira a maioria dos fundos apresentava o coeficiente

$\gamma_i^k$  positivo para os modelos CAPM e de fatores. A utilização dos modelos condicionais, contudo, tal como na análise para a amostra completa, aumenta sobremaneira o número de casos negativos, apesar destes não serem, no geral, estatisticamente diferentes de zero. A não rejeição da hipótese nula de que os coeficientes  $\gamma_i^k$  são estatisticamente iguais a zero para praticamente todos os fundos não nos permite concluir pela presença de habilidade de antecipar os mercados por parte dos gestores no período anterior à crise financeira.

Em relação aos resultados do Painel B, período da crise, destacam-se os resultados do modelo CAPM, cujo coeficiente  $\gamma_i^k$  foi positivo para a maioria dos fundos analisados. A análise a partir das estimativas de beta dos modelos condicionais diminui sobremaneira o número de casos positivos, bem como torna a média de  $\gamma_i^k$  negativa. Novamente, apesar das diferenças observadas, apenas três fundos para o modelo EE-HOM e um para o modelo EE-HET apresentam  $\gamma_i^k$  estatisticamente significativos. Apesar do aumento do número de casos negativos, estes, em geral, não são estatisticamente diferentes de zero, isto é, os gestores não apresentaram habilidade de antecipar o mercado durante o período da crise financeira de 2008.

A principal diferença entre as estimativas dos modelos, contudo, reside no período posterior à crise (Painel C). A maioria dos fundos apresenta valores positivos de *market-timing* para os modelos CAPM e de fatores, com alguns resultados sendo estatisticamente significativos, principalmente para o modelo CAPM. A utilização dos modelos condicionais, contudo, novamente aumenta o número de casos negativos, torna a média das estimativas de  $\gamma_i^k$  negativa para os fundos da amostra e transforma os resultados positivos, outrora significantes, em estatisticamente iguais a zero ou estatisticamente negativos.

Sendo assim, a análise da habilidade de *market-timing* dos gestores para os diferentes períodos parece não apresentar conclusões substancialmente distintas daquelas encontradas na análise para toda a amostra. Da mesma forma que esta última, os resultados sugerem que os gestores, independente do período analisado, possuem habilidade de *market-timing* negativa, apesar dos poucos resultados estatisticamente diferentes de zero.

**Tabela 6.8 - Comparação dos coeficientes de *market-timing*,  $\gamma_i^k$ , para os períodos pré, crise e pós-crise dos modelos condicionais, CAPM e de fatores**

	EE-HOM	EE-HET	CAPM	Modelo de Fatores
<i>Painel A: Estatísticas descritivas -</i>				
<i>Pré-crise</i>				
Nº de casos positivos	11	10	31 (1)	33 (1)
Nº de casos negativos	26 (1)	27	6	4
Média	-0,0809	-0,0824	0,1761	0,2633
Desvio-padrão	0,4788	0,4278	0,4313	0,4309
Máximo	0,8402	0,3098	0,8465	0,9853
Mínimo	-0,4849	-0,3748	-0,142	-0,1636
<i>Painel B: Estatísticas descritivas -</i>				
<i>Crise</i>				
Nº de casos positivos	6	9	31	17
Nº de casos negativos	31 (3)	28 (1)	6	20
Média	-0,2212	-0,0901	0,0539	-0,0265
Desvio-padrão	0,3014	0,2693	0,2716	0,2713
Máximo	0,4201	0,3440	0,4319	0,4483
Mínimo	-4,7780	-1,2550	-1,0910	-0,9621
<i>Painel C: Estatísticas descritivas -</i>				
<i>Pós-crise</i>				
Nº de casos positivos	10	7	25 (7)	23 (2)
Nº de casos negativos	27 (5)	30 (4)	12	14 (2)
Média	-0,3283	-0,1886	0,1715	0,0970
Desvio-padrão	0,3581	0,3200	0,3226	0,3223
Máximo	0,3648	0,3959	0,8227	1,1725
Mínimo	-3,8550	-2,2210	-0,852	-0,9560

Os Painéis A, B e C apresentam, respectivamente, as estatísticas descritivas dos coeficientes da regressão (6.12) para os períodos pré, crise e pós-crise estimados através do método MQO, dos 37 fundos da amostra. Os números entre parênteses representam os resultados estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 10%.

O resultado para a análise de *timing* dos gestores para períodos de alta e baixa do mercado, a partir equação (6.13), é apresentado na Tabela 6.9. Diferentemente da análise para a amostra completa, muitos fundos apresentaram resultados estatisticamente diferentes de zero para o coeficiente  $\gamma_i^k$ , para todos os modelos analisados. Para o período de alta do mercado, a principal diferença observada está na redução (aumento) do número de fundos com  $\gamma_i^k$  positivo (negativo) e estatisticamente diferente de zero quando a análise de *market-timing* é realizada a partir dos modelos condicionais em comparação ao modelo de fatores. A média dos coeficientes da regressão entre os fundos da amostra são positivas para todos os modelos, apesar de a média para o modelo de fatores ser substancialmente superior aos demais. Para o caso em que  $R_m < 0$ , contudo, o número de fundos com  $\gamma_i^k$  positivo aumenta para os modelos condicionais em relação ao modelo de fatores. Neste caso, a média dos coeficientes é negativa para todos os modelos, exceto para o modelo CAPM. De maneira geral, não são observadas diferenças significativas na significância dos coeficientes  $\gamma_i^k$  estimados pelos modelos EE-HOM, EE-HET e CAPM.

**Tabela 6.9 - Comparação dos coeficientes de *market-timing*,  $\gamma_i^k$ , para os períodos de alta ( $R_m > 0$ ) e queda ( $R_m < 0$ ) do mercado dos modelos condicionais, CAPM e de fatores**

	EE-HOM	EE-HET	CAPM	Modelo de Fatores
<i>Painel A: Estatísticas descritivas –</i>				
<i>R<sub>m</sub> &gt; 0</i>				
Nº de casos positivos	19 (12)	18 (12)	17 (11)	28 (17)
Nº de casos negativos	18 (10)	19 (12)	20 (14)	9 (3)
Média	0,0994	0,0546	0,0919	0,9091
Desvio-padrão	0,5064	0,4716	0,4698	0,4394
Máximo	6,6547	6,6054	5,7370	6,2438
Mínimo	-3,1837	-3,4936	-2,1225	-1,6070

Tabela 6.9 – (Continuação)

	EE-HOM	EE-HET	CAPM	Modelo de Fatores
<i>Painel B: Estatísticas descritivas –</i>				
<i>Rm &lt; 0</i>				
Nº de casos positivos	16 (11)	20 (12)	23 (17)	13 (6)
Nº de casos negativos	21 (15)	17 (13)	14 (10)	24 (15)
Média	-0,5444	-0,1868	0,2752	-0,8390
Desvio-padrão	0,5149	0,4795	0,4777	0,4468
Máximo	2,6363	2,7924	2,7912	1,9473
Mínimo	-6,7780	-6,6870	-4,5977	-6,3276

O Painel A e B apresentam, respectivamente, as estatísticas descritivas dos coeficientes da regressão (6.13) para os períodos de alta ( $R_m > 0$ ) e queda ( $R_m < 0$ ) do mercado, estimados via MQO, dos 37 fundos da amostra. Os números entre parênteses representam os resultados estatisticamente diferentes de zero ao nível de significância de 10%.

## 6.6. Persistência da Performance dos Fundos

Como mencionado no capítulo 3, o interesse maior dos investidores no contexto da avaliação de desempenho de fundos de investimentos está na análise da persistência de suas performances. Essencialmente, esta análise busca identificar se os gestores que apresentaram desempenho superior no passado continuaram a apresentar retornos superiores nos períodos subsequentes, sendo utilizado como métrica de desempenho o alfa de Jensen.

### 6.6.1. Análise de Persistência da Performance

O objetivo desta seção será determinar se os portfólios que apresentaram retornos superiores no passado continuarão a obter retornos anormais no futuro, sendo utilizado  $\alpha_{i,t}$ , alfa de Jansen, como medida de retorno anormal. Além disso, desejar-se-á também comparar os resultados de persistência para os diferentes modelos analisados. Para tanto, será replicada neste trabalho a metodologia



utilizada por Carhart (1997), na qual a análise da persistência do desempenho dos fundos é realizada a partir de portfólios montados de acordo com os retornos de um ano defasados em um período. Tendo em vista a utilização de dados diários nesta pesquisa, e não mensais como no referido trabalho, uma adaptação desta metodologia será realizada. Assim, no primeiro dia de cada período será calculado o retorno acumulado dos fundos no período anterior e, com base nesses retornos, os fundos serão divididos em tercils. Para os fundos de cada tercil são montados portfólios igualmente ponderados e seus retornos são observados ao longo do período seguinte, quando o processo de ordenação, isto é, a divisão dos fundos novamente em tercils, é então repetido. O Portfólio 1, primeiro tercil, consiste nos fundos com os menores retornos acumulados no período anterior, enquanto o Portfólio 3, terceiro tercil, consiste nos fundos com os maiores retornos. Ao final do processo são obtidas três séries de retornos diárias, uma para cada portfólio, com 2284 observações para o período de 2006 a 2015<sup>17</sup>. Finalmente, estas séries de retornos são utilizadas para estimar as séries de alfa e beta dos modelos EE-HOM, EE-HET, CAPM e modelo de fatores. A análise sobre a persistência ou não dos fundos da amostra é dada em função dos alfas estimados por cada modelo: caso estes sejam estatisticamente diferentes de zero, conclui-se pela persistência da performance nos fundos da amostra; o caso contrário é a inexistência de evidências de persistência para a amostra selecionada.

Uma importante questão levantada por Hendricks, Patel, Zeckhauser (1993) diz respeito ao período ordenamento dos portfólios. Segundos os autores, caso o período de avaliação seja muito pequeno é esperado que o indicador de performance superior devido à habilidade dos gestores se perca devido aos ruídos das séries. Caso o período seja muito longo, a importância do fator *hot hands*<sup>18</sup> será diminuído. Uma vez que a utilização de dados diários neste estudo confere maior flexibilidade quanto à definição do período de ordenamento dos portfólios, a persistência será analisada para três diferentes períodos a fim de verificar se o fenômeno de persistência, caso exista, é de curto ou médio/longo prazo. Os períodos de ordenamento adotados serão: trimestral, semestral e anual.

---

<sup>17</sup> As observações referentes ao ano de 2005 foram novamente descartadas devido a instabilidade inicial das estimativas do filtro de Kalman.

<sup>18</sup> Hendricks, Patel, Zeckhauser, (1993) utilizam esta expressão para definir o fato de retornos superiores passados serem capazes de prever retornos superior no futuro no curto prazo.

Os resultados desta análise para cada um dos períodos citados são apresentados na Tabela 6.10, na qual as medidas de retorno, alfa e os coeficientes dos fatores de risco consistem nas médias das suas respectivas séries. Em relação ao Painel A, é possível observar que apenas o Portfólio 3 obteve valores positivos, apresentando um excesso de retorno em relação ao Portfólio 1 de 0,040% (ou 10,57% em bases anuais<sup>19</sup>). Da mesma forma, observa-se a redução do desvio padrão dos portfólios no Painel A conforme o ordenamento dos fundos, sendo o menor desvio padrão, 1,26% (20,41% em bases anuais), apresentado também pelo Portfólio 3, mostrando que este portfólio apresenta dominância sobre os demais. Todavia, estes resultados não são observados nos Painéis B e C, cujos ordenamentos são realizados, respectivamente, em bases semestrais e anuais. Para o período semestral, os retornos médios dos portfólios continuaram ordenados em função dos tercis, isto é, o Portfólio 3 e o Portfólio 1 foram os que apresentaram, respectivamente, o melhor e o pior desempenho. O retorno médio do Portfólio 3, contudo, foi negativo. Em relação ao período anual, além de todos os portfólios passarem a apresentar retorno negativos, o Portfólio 3 não foi o que apresentou o maior retorno médio no período, apesar de continuar sendo o portfólio com o menor desvio padrão.

O significado prático destes resultados é que, no caso do ordenamento trimestral, os fundos que obtiveram retornos acumulados superiores nos trimestres anteriores continuaram a obter retornos acumulados superiores nos trimestres subsequentes. O mesmo, no entanto, não poderia ser dito para os períodos de ordenamento semestrais e anuais. Sendo assim, caso a métrica utilizada para aferir a persistência da performance dos fundos fosse simplesmente o excesso de retorno médio dos mesmos, os resultados indicam que a persistência seria um fenômeno de curto prazo para os fundos da amostra, uma vez que apenas os excessos de retornos do Portfólio 3 para os ordenamentos trimestrais apresentou valor positivo, não sendo observada, contudo, para períodos superiores (um semestre ou um ano).

---

<sup>19</sup> Foram considerados 252 dias úteis para converter os retornos em bases diárias para bases anuais da seguinte forma:  $(1 + 0,00034)^{252} - 1 = 8,98\%$ .

Tabela 6.10 - Portfólios de fundos formados com base em retornos acumulados passados

Portfólio	EE-HOM			EE-HET			CAPM			Modelo de Fatores							
	Retorno	Desvio	Alfa	t-stat	Rm	Alfa	t-stat	Rm	Alfa	t-stat	Rm	Alfa	t-stat	Rm	SMB	HML	WML
<i>Painel A:</i>																	
<i>Ordenam. Trimest.</i>																	
Portfólio 1	-0,038%	1,41%	-0,031%	-21,67	0,723	-0,032%	-54,91	0,722	-0,026%	-11,29	0,731	-0,005%	-3,11	0,746	0,176	-0,016	-0,053
Portfólio 2	-0,014%	1,42%	-0,001%	-1,86	0,785	-0,001%	-6,38	0,784	-0,004%	-3,39	0,785	0,001%	0,93	0,809	0,174	-0,014	-0,001
Portfólio 3	0,002%	1,29%	0,019%	26,97	0,671	0,010%	16,97	0,667	0,011%	6,96	0,677	0,009%	7,55	0,723	0,227	-0,011	0,044
<i>Painel B:</i>																	
<i>Ordenam. Semest.</i>																	
Portfólio 1	-0,028%	1,39%	-0,024%	-20,65	0,757	-0,030%	-46,77	0,759	-0,020%	-10,03	0,758	-0,006%	-3,76	0,768	0,150	-0,036	-0,070
Portfólio 2	0,014%	1,41%	-0,002%	-6,09	0,792	-0,005%	-1E+15	0,791	-0,006%	-5,73	0,792	0,002%	1,99	0,814	0,195	-0,013	0,010
Portfólio 3	-0,007%	1,31%	0,012%	10,26	0,630	0,007%	6,94	0,625	0,006%	3,10	0,643	0,009%	6,63	0,696	0,231	0,008	0,049
<i>Painel C:</i>																	
<i>Ordenam. Anual</i>																	
Portfólio 1	-0,027%	1,42%	-0,021%	-12,66	0,785	-0,030%	-19,98	0,787	-0,026%	-11,94	0,804	-0,010%	-5,82	0,801	0,181	0,013	-0,075
Portfólio 2	-0,006%	1,35%	0,004%	27,23	0,763	-0,001%	-92,37	0,760	-0,003%	-3,34	0,775	0,003%	4,52	0,801	0,169	-0,013	0,014
Portfólio 3	-0,017%	1,34%	0,010%	13,34	0,631	0,004%	8,04	0,629	-0,014%	-7,26	0,657	-0,005%	-3,84	0,712	0,221	-0,026	0,026

Portfólio 1, primeiro tercil, consiste nos fundos com os menores retornos acumulados no período anterior, enquanto o Portfólio 3, terceiro tercil, consiste nos fundos com os maiores retornos acumulados no período anterior. SMB, HML e WML são os fatores de Carhart (1997) e foram coletados na base NEFIN. Rm é o fator de mercado e alfa é o intercepto do modelo CAPM. Retorno, alfa e coeficientes dos fatores de risco consistem a média das séries estimadas.

Todavia, esta métrica de desempenho não leva em consideração o nível de risco incorrido pelo portfólio na obtenção destes retornos. O maior interesse desta análise, portanto, está em determinar se a persistência no desempenho dos portfólios é composta por retornos anormais, isto é, se tal desempenho não pode ser totalmente explicado por um índice de referência e gerenciamento de risco do portfólio (variação do beta). Para tanto, conforme mencionado, as séries de retornos dos portfólios são utilizadas para estimar os alfas de Jensen dos mesmos para cada um dos modelos analisados, sendo esta nossa medida de análise de performance desejada.

Em relação ao Painel A, a comparação dos portfólios dos modelos EE-HOM e EE-HET mostra que os retornos anormais, alfas, são crescentes em função do ordenamento dos portfólios para os dois casos, além de serem positivos para o Portfólio 3 e negativos para o Portfólio 1. Os resultados da estatística t-student mostram que estes resultados são significativos ao nível de significância de 1%. As mesmas conclusões podem ser obtidas para os modelos CAPM e de fatores. Este resultado indica que, independente do modelo analisado, para os períodos de ordenamento trimestral, os fundos que apresentam retornos passados superiores obtêm retornos anormais superiores no futuro, e os fundos que apresentam retornos passados inferiores obtêm retornos anormais inferiores no futuro, sendo este um indicativo da presença da persistência da performance para períodos de curto prazo.

Em relação ao modelo de fatores, observa-se que, apesar da inclusão de outros fatores de risco, o fator de mercado continua sendo o principal responsável por explicar os retornos dos fundos, uma vez que as estimativas de beta para o prêmio de risco de mercado são substancialmente superiores aos coeficientes dos demais fatores de risco. Em relação a este fato, observa-se ainda que os coeficientes dos fatores HML e WML apresentam valores muito pequenos, indicando que os gestores dos fundos não exploram de forma sistemática as conhecidas anomalias *book-to-market* e momento, observadas nas séries de retornos das ações. Tais resultados são opostos àqueles encontrados por Carhart (1997) para o mercado americano e frequência de retornos mensais. O autor sugere que os fatores SMB e WML são os principais responsáveis por explicar as diferenças nos retornos dos portfólios. É preciso salientar, contudo, que o mercado analisado e a frequência dos dados utilizados nesta pesquisa são

significativamente distintos do trabalho citado, de forma que a comparação entre estes resultados devem ser realizadas com cautela.

Ainda analisando as informações do Painel A, é possível observar que os betas dos Portfólios 3 são, em geral, menores que os betas dos demais portfólios. Uma vez que três dos modelos analisados possuem apenas um fator de risco (fator de mercado), e que os fatores de risco adicionais do modelo de fatores são muito pequenos (HML e WML) ou substancialmente inferiores (SMB) ao beta, possivelmente a principal explicação para as diferenças observadas nos retornos anormais do Portfólio 3 em relação aos demais está nos menores valores de betas médios do mesmo.

Os Painéis B e C da Tabela 6.10 mostram que, apesar da não observância da persistência para o ordenamento semestral e anual das carteiras, conforme indicado pelos retornos médios negativos dos portfólios, os mesmos apresentam alfas médios positivos para os modelos EE-HOM e EE-HET. Especificamente em relação ao período semestral (Painel B), os alfas médios dos modelos CAPM e de fatores também foram positivos para o período, indicando que o desempenho negativo medido pelos retornos dos portfólios não foi causado pela habilidade de *stock-picking*. Uma possível explicação para este resultado seria, portanto, o gerenciamento incorreto do beta destes hipotéticos portfólios, sendo estes aumentados em períodos de baixa do mercado e diminuídos em períodos de alta. Da mesma forma, o Painel C apresenta valores médios de alfa positivos para os portfólios formados com base nos retornos passados defasados em um ano para os modelos EE-HOM e EE-HET, apesar do Portfólio 3 não ser o que apresenta médias superiores ao demais portfólios. Em relação aos modelos incondicionais os alfas destes portfólios são, inclusive, negativos.

Desta forma, os resultados deste trabalho são semelhantes ao encontrados em Hendricks, Patel e Zeckhauser, (1993). Segundo estes autores, a persistência da performance superior dos fundos revelam-se significantes, apesar de serem um fenômeno predominantemente de curto prazo. No referido trabalho, contudo, a persistência é observada para períodos de ordenamento de até quatro trimestres, enquanto aqui encontramos que os retornos superiores persistem apenas para os períodos trimestrais.

Ainda segundo os autores, possíveis conjecturas para persistência no curto prazo sem performance superior de longo prazo incluem: (1) analistas superiores

desligam-se dos fundos depois de construírem seu histórico; (2) excessivo fluxo de novos investimentos para fundos de sucesso, o que tende a produzir uma organização inchada e menor quantidade de boas ideias de investimentos por unidade de dólar sob gestão; (3) urgência e movimentação diminuem uma vez que a reputação está estabelecida; (4) sensibilidade dos gestores são limitadas a condições de mercado dissipadas; (5) salários e honorários aumentam de forma a capitalizar sobre a demanda crescente ocasionada pelo recente sucesso.

## 7 Conclusões

Os resultados empíricos apresentados na literatura sobre o CAPM em geral refletem as falhas teóricas do modelo em sua forma incondicional. Desta forma, duas linhas de pesquisas principais surgiram na tentativa de relaxar alguns dos pressupostos do modelo em sua forma original, dando origem aos chamados modelos de multifatores e modelos condicionais. Nesta pesquisa, estes modelos foram utilizados no contexto da avaliação de desempenho de fundos de investimentos de forma a avaliar de que forma uso de medidas condicionais obtidas a partir da modelagem condicional do CAPM poderia melhorar a prática atual de avaliação de performance de fundos de investimentos.

A metodologia utilizada nessa dissertação consistiu na modelagem do CAPM condicional na qual alfa e beta são variantes no tempo e estimados pelo filtro de Kalman. Diferentemente de grande parte dos trabalhos nesta área, foi construída uma versão heterocedástica do modelo de coeficientes variantes no tempo, proposto por Ortas, Salvador e Moneva (2014), no qual os erros da equação de observação são modelados com variância variando no tempo segundo um processo GARCH (1,1). O primeiro objetivo desta pesquisa consistiu, portanto, em avaliar de forma comparativa o tratamento dos modelos CAPM na forma em espaço de estados com os resíduos da equação de observação nas formas homocedástica e heterocedástica. Para tanto, assumiu-se que alfa e beta variavam no tempo como processos de passeio aleatório, sendo estimados através do filtro de Kalman. Resultados de trabalhos na literatura, como Faff, Hillier e Hillier (2000), Jostova e Philipov (2005), Mergner e Bulla (2008) e Blank et. al. (2014), utilizando a modelagem homocedástica, apontam para o melhor ajuste do modelo quando comparados a modelos alternativos, em geral, incondicionais. Ortas, Salvador e Moneva (2014), utilizando de forma comparativa a modelagem homocedástica e heterocedástica, apontam para o melhor ajuste aos dados do modelo heterocedástico.

Tendo em vista que o principal objetivo desta pesquisa consistiu utilização deste arcabouço metodológico para a avaliação de desempenho de fundos de investimentos, os Capítulos 2 e 3 apresentaram, respectivamente, uma revisão da literatura sobre os modelos de precificação de ativos, com ênfase para os modelos condicionais, e avaliação de performance de fundos de investimentos, com destaque para a análise de *stock-picking*, *market-timing* e persistência de desempenho dos fundos de investimentos nacionais e internacionais. O Capítulo 4 tratou dos modelos na forma em espaço de estados e da teoria relacionada a estimação via filtro de Kalman, conferindo especial destaque para os modelos de regressão com coeficientes variantes no tempo e resíduos heterocedásticos. No Capítulo 5 foram apresentados os estudos de simulação dos modelos a partir de séries sintéticas de retornos de fundos de investimentos a fim de verificar o desempenho e precisão da estimação dos modelos estudados. O Capítulo 6 consistiu na aplicação empírica dos modelos a uma amostra de investimentos brasileiros. Além da análise da qualidade de ajuste dos modelos estudados, especial destaque foi conferido a análise de performance da amostra de fundos nacionais a partir de medidas condicionais de *stock-picking* e *market-timing*, tendo sido os resultados comparados àqueles obtidos a partir das medidas incondicionais. Por fim, foi analisada ainda a persistência do desempenho dos retornos dos fundos com base nestas medidas.

Uma vez que a proposta deste trabalho consistiu na apresentação e análise de dois modelos alternativos àqueles presentes na literatura de avaliação de performance de fundos de investimentos, a comparação dos resultados dos testes aqui apresentados com os modelos incondicionais já consagrados, mais especificamente o modelo CAPM de Sharpe, Litner e Mossin, e o modelo de quatro fatores de Carhart (1997), mostrou-se razoável. De maneira geral, os resultados da comparação entre os modelos CAPM condicionais homocedásticos e heterocedásticos, em termos de qualidade de ajuste (critérios AIC e BIC) aos dados da amostra e capacidade explicativa (medidas RMSE e MAE *in-sample*) e preditiva (medidas RMSE e MAE *out-of-sample*) dos modelos, foram favoráveis, respectivamente, ao modelo heterocedástico e homocedástico. A comparação dos modelos condicionais com o modelo CAPM, estimados através do modelo de mínimos quadrados ordinários com janelas rolantes, mostra que a abordagem de janelas rolantes pode ser melhorada quando alfa e beta variam no tempo como um



processo de passeio aleatório. Já a comparação dos modelos condicionais com os modelos de fatores sugere que a variação temporal de alfa e beta podem trazer benefícios superiores à introdução de mais fatores de risco.

Constatada a maior qualidade de ajuste aos dados dos modelos condicionais, estes foram utilizados na estimação de medidas condicionais de avaliação de desempenho dos fundos de investimentos da amostra. Os resultados nos permitiram tirar três conclusões a respeito da habilidade de *stock-picking* dos gestores: (1) a habilidade dos gestores em selecionar os melhores ativos pode estar diretamente relacionada aos grandes momentos de valorização do mercado acionário; (2) durante os períodos de grandes quedas do mercado, a busca dos gestores por ativos com potencial de valorização superior ao seu nível de risco incorre em retornos anormais negativos para os investidores; (3) nos últimos anos os gestores vêm apresentando alfas consistentemente negativos. Em relação a habilidade de *market-timing*, os resultados indicaram que os gestores da amostra analisada não apenas não possuem habilidade de antecipar os períodos de valorização e queda do mercado como atuam de forma reversa, isto é, sistematicamente aumentam o beta dos fundos em períodos de queda do mercado e diminuem nos períodos de alta.

Finalmente, a persistência da performance dos fundos revelou-se significativa, apesar de ser um fenômeno predominantemente de curto prazo.

Alguns caminhos de extensão desta pesquisa podem ser destacados. Primeiramente, o caminho natural para a melhoria da avaliação de desempenho de fundos de investimentos a partir deste trabalho seria a incorporação dos modelos multifatores neste contexto de modelagem heterocedástica do CAPM condicional com coeficientes variantes no tempo e estimados pelo filtro de Kalman. A determinação dos fatores nesta análise poderia ter como ponto de partida o modelo de fatores de Carhart (1997), ou ser acompanhada pela análise de estilo baseada em retornos introduzida por Sharpe (1992), a fim de obter a impressão sobre o histórico de exposição dos fundos. Ainda sobre o aspecto da melhoria da construção do modelo de precificação utilizado na análise, trabalhos futuros podem envolver o tratamento de *outliers* para a redução da não normalidade dos resíduos, ou ainda, uma especificação distinta para a distribuição dos termos do distúrbio dos modelos. Outro caminho de extensão desta pesquisa consiste na

montagem de uma estratégia de investimento, utilizando as medidas condicionais apresentadas, capaz de explorar economicamente os indícios da presença de persistência para os retornos de curto prazo verificada nos fundos da amostra. Além disso, a utilização de dados de retornos em outras frequências que não a diária (semanal ou mensal) poderiam levar a conclusões distintas das observadas neste trabalho. Finalmente, dada à bem sucedida aplicação da metodologia envolvendo os modelos na forma em espaço de estados com coeficientes variantes no tempo e estimados via filtro de Kalman, as ferramentas aqui apresentadas podem ser utilizadas em aplicações em outras áreas de estudo, especialmente nas áreas de Finanças e Economia.

## 8

### Referências bibliográficas

ADRIAN, T.; FRANZONI, F. Learning about beta: time-varying factor loadings, expected returns, and the conditional CAPM. **Journal of Empirical Finance**, v.16, n. 4, p. 537-556, 2009.

AIUBE, F. A. L. **Modelo quantitativos em finanças: com enfoque em commodities**. São Paulo: Bookman, 2013. 438p.

ANDAKU, F. T. A.; PINTO, A. C. F. A persistência de desempenho dos fundos de investimento em ações no Brasil. **Revista de Economia e Administração**, v. 2, n. 2, p. 23-33, 2003.

AVRAMOV, D.; CHORDIA T. Asset pricing models and financial market anomalies. **Review of Financial Studies**, v. 19, n. 3, p. 1001-1040, 2006.

BAELE, L.; LONDONO, J. M. Understanding industry betas. **Journal of Empirical Finance**, v. 22(C), p. 30–51, 2013.

BANZ, Rolf W. The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks. **Journal of Financial Economics**. v. 9, n. 1, p. 3–18, 1981.

BASU S. Investment performance of common stocks in relation to their price earnings ratios: a test of efficient market hypothesis. **Journal of Finance**, v.32, n.3, P. 663-682, 1977.

BHANDARI, L. C. Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence. **Journal of Finance**, v. 43, n. 2, p. 507–528, 1988.

BLACK, A.; FRASER, P.; POWER, D. UK unit performance 1980-1989: A passive time-varying approach. **Journal of Banking and Finance**, v. 16, p. 1015-1033, 1992.

BLANK, F. F. **Modelo de fatores com betas variantes no tempo**. Rio de Janeiro, 2014, 206p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

BLANK, F. F.; SAMANEZ, C. P.; BAIDYA, T. K. N.; AIUBE, F. A. L. CAPM Condicional: Betas Variantes no Tempo no Mercado brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 12, n. 2, p. 13-39, 2014.

BOLLEN, N. P. B.; BUSSE, J. A. On the timing ability of mutual fund managers. **The Journal of Finance**, v. 56, n. 3, p. 1075-1094, 2001.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances. **The Journal of Political Economy**, v. 96, n. 1, p. 116-131, 1988.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C.; ALLEN, F. **Princípios de Finanças Corporativas**. São Paulo: Bookman, 2013. 880p.

BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. Performance persistence. **Journal of Finance**, v. 50, n. 2, p. 679-698, 1995.

BROWN, S. J. et al. Survivorship Bias in performance studies. **Review of Financial Studies**, v. 5, p. 553-580, 1995.

BUSSE, J. A. Volatility timing in mutual funds: evidence from daily returns. **The Review of Financial Studies Winter**, v. 12, n. 5, p. 1009-1041, 1999.

CALDEIRA, J. F.; MOURA, G. V.; SANTOS, A. A. P. Seleção de carteiras utilizando o modelo de Fama-French-Carhart. **Revista Brasileira de Economia**, v. 67, n. 1, p. 45-65, 2013.

CAMPBELL, J. Y.; Lo, A. W.; MacKINLAY, A.C. **The Econometrics of Financial Markets**. Princeton: Princeton University Press, 1997. 611p.

CAMPBELL, J. Y.; VUOLTEENAHO, T. Bad Beta, Good Beta. **The American Economic Review**, v. 94, n. 5, p. 1249-1275, 2004.

CARHART, M. M. On Persistence in Mutual Fund Performance. **Journal of Finance**, v. 52, n. 1, p. 57-82, 1997.

CARVALHO, M. R. A. Avaliação de desempenho de fundos multimercado: resultados passados podem ser utilizados para definir uma estratégia de investimento? **Revista de Economia e Administração**, v. 4, n. 3, p. 367-387, 2005.

CASTRO, B. R.; MINARDI, A. M. A. F. Comparação do desempenho dos fundos de ações ativos e passivos. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 7, n. 2, p. 143-161, 2009.

CHRISTOPHERSON, J. A.; FERSON W.; TURNER, A. L. Performance Evaluation using Conditional Alphas and Betas. **Journal of Portfolio Management**, v. 26, n. 1 p. 59-72, 1999.

CUTHBERTSON, K.; NITZSCHE, D.; O'SULLIVAN, N. UK mutual fund performance: skill or luck? **Journal of Empirical Finance**, v. 15, p. 613-634, 2008.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. Comparing Predictive Accuracy. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 13, p. 253-265, 1995.

DUARTE Jr., A. M. Análise da performance de investimentos. Disponível em: <[http://www2.bmf.com.br/cimConteudo/W\\_ArtigosPeriodicos/01888402.pdf](http://www2.bmf.com.br/cimConteudo/W_ArtigosPeriodicos/01888402.pdf)>. Acesso em 16 mar, 2016.

DURBIN, J.; KOOPMAN, S.J. **Time Series Analysis by State Space Methods**. Oxford Statistical Science Series. Oxford: Oxford University Press, 2001. 253p.

ELTON, E. J. et al. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. Nova York: John Wiley and Sons, 2014. 754p.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; BLAKE, C. R. The persistence of risk-adjusted mutual fund performance. **The Journal of Business**, v. 69, n. 2, p. 133-157, 1996.

ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; BLAKE, C. R. An examination of mutual fund timing using monthly holdings data. **Journal of Banking and Finance**, v. 4, p. 912-922, 2011.

FAFF, R. W.; HILLIER, D.; HILLIER, J. Time varying beta risk: an analysis of alternative modelling techniques. **Journal of Business Finance and Accounting**, v. 27, n.5-6, p. 523-554, 2000.

FAMA, E. F. Components of investment performance. **The Journal of Finance**, v. 27, n. 3, p. 551-567, 1972.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The cross-section of expected stock returns. **The Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427-465, 1992.

FAMA, E. F.; FRENCH, R. K. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. **The Journal of Finance**, v. 51, n. 1, p. 55-84, 1996.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The capital asset pricing model: theory and evidence. **Journal of Economic Perspectives**, v. 18, n. 3, p. 25-46, 2004.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Luck versus skill in the cross-section of mutual fund returns. **Journal of Finance**, v. 65, n. 5, p. 1915-1947, 2010.

FAMA, E. F.; FRENCH, R. K. A Five-Factor Asset Pricing Model. **Journal of Financial Economics**, v. 116, p. 1-22, 2015.

FERREIRA, R. A. **Market-timing: um estudo comparativo para a indústria brasileira de fundos**. Rio de Janeiro, 2014. 46p. Dissertação de Mestrado – COPPEAD, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

FERSON, W. E.; SCHADT, R. W. Measuring Fund Strategy and Performance in Changing Economic Conditions. **The Journal of Finance**, v. 51, n. 2, p. 425-461, 1996.

GALLEFOSS, K. et al. What daily data can tell us about mutual funds: Evidence from Norway. **Journal of Banking & Finance**, v. 55, p. 117-129, 2015.

GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. **Kalman filtering: Theory and practice using Matlab**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2008. 592p.

GRINBLATT, M.; TITMAN, S. Mutual fund performance: na analysis of quarterly portfólio holdings. **The Journal of Business**, v. 62, n. 3, p. 393-416, 1989.

GRINBLATT, M.; TITMAN, S. The persistence of mutual fund performance. **The Journal of Finance**, v. 47, n. 5, p. 1977-1984, 1992.

GUJARATI, D. N. **Basic econometrics**. Nova York: McGraw-Hill, 2003. 1027p.

HARVEY, A. C. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 554p.

HENRIKSSON, R. D.; MERTON, R. C. On market timing and investment performance. II. Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills. **The Journal of Business**, v. 54, n. 4, p. 513-533, 1981.

HE, Z. L.; KRYZANOWSKI, L. Dynamic betas for Canadian sector portfolios. **International Review of Financial Analysis**, v. 17, n. 5, p. 1110-1122, 2008.

HENDRICKS, D.; PATEL, J.; ZECKHAUSER, R. Hot hands in mutual funds: short-run persistence of relative performance, 1974-1988. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 1, p. 93-130, 1993.

HOLMES, K. A.; FAFF, R. Estimating the performance attributes of Australian multi-sector managed funds within a dynamic Kalman filter framework. **International Review of Financial Analysis**, v. 17, p. 998-1011, 2008.

HUANG, C.; LITZENBERGER, R. H. **Foundations for Financial Economics**. New York: North Holland. 1988

JAGANNATHAN, R.; WANG, Z. The Conditional CAPM and the Cross-Section of Expected Returns. **The Journal of Finance**, v. 51, n. 1, p. 3-56, 1996.

JEEGADESH, N.; TITMAN, S. Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 1, p. 65-91, 1993.

JENSEN, M. C. The performance of mutual funds in the period 1945-1964. **The Journal of Finance**, v. 23, n. 2, p. 389-416, 1968.

JOAQUIM, G. P. G.; MOURA, M. L. Performance and persistence of brazilian hedge funds during the financial crisis. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 9, n. 4, p. 465-488, 2011.

JORDÃO, G. A.; MOURA, M. L. Performance analysis of brazilian hedge funds. **Journal of Multinational Financial Management**, v. 21, p. 165-176, 2011.

JOSTOVA, G; PHILIPPOV, A. Bayesian analysis of stochastic betas. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 40, n. 4, p. 747-778, 2005.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of Basic Engineering**, v. 82 (série D), p. 35-45, 1960.

KAPLANIS, C. E.; SCHAEFER, S. Exchange risk and international diversification in Bond and equity portfólios. **Journal of Economics and Business**, v. 43, n. 4, p. 287-307, 1991.

LAES, M. A.; SILVA, M. E. Performance of mutual equity funds in Brazil – A bootstrap analysis. **Economia**, v. 15, n. 3, p. 294-306, 2013.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **Review of Economic Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.

MARQUES, R.; PIZZINGA, A.; VEREDA, L. Restricted Kalman filter applied to dynamic style analysis of actuarial funds. **Applied Stochastic Models in Business and Industry**, v. 28, p. 558-570, 2012.

MAZZEU, J. H. G.; COSTA, N. C. A., Jr.; SANTOS, A. A. P. CAPM condicional com aprendizagem aplicado ao mercado brasileiro de ações. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 14, n. 1, p. 143-175, 2013.

MARKOWITZ, H. **Portfolio selection: efficient diversification of investments**. Nova York: John Wiley & Sons. 1959.

MERGNER, S.; BULLA, J. Time-varying beta risk of Pan-European industry portfolios: a comparison of alternative modeling techniques. **The European Journal of Finance**, v. 14, n. 8, p. 771-802, 2008.

MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. **Econometrica**, v. 34, n. 4, p. 768-783, 1966.

NIETO, B.; ORBE, S.; ZARRAGA, A. Time-varying market beta: does the estimation methodology matter? **Working paper**, 2010.

NOVY-MARX, R. The other side of value: The Gross profitability premium. **Journal of Financial Economics**, v. 111, p. 642-685, 2013.

ODA, A. L. **Desempenho de fundos de ações: Análise de persistência de performance dos fundos de ações brasileiros**. São Paulo: Saint Paul Editora, 2007. 163p.

ORTAS, E.; SALVADOR, M.; MONEVA, J. M. Improved beta modeling and forecasting: An unobserved component approach with conditional heteroscedastic



disturbances. **Noth American Journal of Economics and Finance**, v. 31, p. 27-51, 2015.

PENG, J. Y.; ASTON, J. A. D. The State Space Models Toolbox for MATLAB. **Journal of Statistical Software**, v. 41, n. 6, p. 1-25, 2011.

PIZZINGA, A.; VEREDA, L.; ATHERINO, R.; FERNANDES, C. Semi-strong dynamic style analysis with time-varying selectivity measurement: applications to brazilian Exchange- rate funds. **Applied Stochastic Models in Bussiness and Industry**, v. 24, n. 3, p. 3-12, 2008.

PUNALES, A. G. S. Time-varying coefficient models and the Kalman filter: applications to hedge funds. Toronto, 2011. 83p. Dissertação de mestrado – Programa de Matemática Aplicada, Ryerson University.

ROLL, Richard. A critique of the Asset Pricing Theory's tests; Part I: On past and potencial testability of the theory. **Journal of Financial Economics**, v. 4, n. 2, p. 129-176, 1977.

ROSENBERG, Barr; REID, Kenneth; LANSTEIN, Ronald. Persuasive Evidence of Market Inefficiency. **Journal of Portfolio Management**, v. 11, n. 3, p. 9–17, 1985.

ROSS, S. A. The arbitrage theory of capital asset pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 13, p. 341-360, 1976.

SCHUTT, I. G.; CALDEIRA, J. F. Análise de estilo dinâmica de fundos multimercados: Aplicação para o mercado brasileiro. **Análise Econômica**, v. 34, n. 65, p. 101-129, 2016.

SCHWERT, G.W.; SEGUIN, P.J. Heteroskedasticity in stock returns. **Journal of Finance**, v. 45, n. 4, p. 1129-1155, 1990.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

STATTMAN, Dennis. Book Values and Stock Returns. **The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers**. v. 4, pp. 25–45, 1980.

SWINKELS, L.; SLUIS, P. J. V. D. Return-based style analysis with time – varying exposures. **The European Journal of Finance**, v. 12, n. 6-7, p. 529-552, 2006.

TITMAN, S.; WEI, K.; XIE, F. Capital investments and stock returns. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 39, p. 677-700.

TREYNOR, J.; MAZUY, F. Can mutual funds outguess the market? **Harvard Business Review**, v. 44, p. 131-136, 1966.

TSAY, R. S. **Analysis of financial time series**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2005. 638p.

WERMERS, R. Momentum investment strategies of mutual funds, performance persistence and survivorship bias. **Working paper**, 1997.