



**Helena Lubiana Herscovici**

**Estudo experimental de vigas curtas  
de concreto com fibras de aço  
sujeitas à flexão**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl  
Co-orientador: Prof. Emil de Souza Sánchez Filho

Rio de Janeiro  
Abril de 2016



**Helena Lubiana Herscovici**

**Estudo experimental de vigas curtas  
de concreto com fibras de aço  
sujeitas à flexão**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof<sup>a</sup>. Deane de Mesquita Roehl**

Orientadora

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Emil de Souza Sánchez Filho**

Co-orientador

Universidade Federal Fluminense

**Prof. Flavio de Andrade Silva**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof<sup>a</sup>. Cláudia Valéria Gávio Coura**

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Sudeste/MG

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do

Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de Abril de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem a autorização da universidade, da autora e da orientadora.

### **Helena Lubiana Herscovici**

Graduou-se em Engenharia Civil pela UFES (Universidade Federal do Espírito Santo) em Vitória, Espírito Santo em março de 2014. Ingressou no mestrado na PUC-Rio em fevereiro de 2014, desenvolvendo dissertação na linha de pesquisa de Estruturas.

#### Ficha Catalográfica

Herscovici, Helena Lubiana

Estudo experimental de vigas curtas de concreto com fibras de aço sujeitas à flexão / Helena Lubiana Herscovici ; orientadora: Deane de Mesquita Roehl ; co-orientador: Emil de Souza Sánchez Filho. – 2016.

106 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Flexão. 3. Concreto com fibras. 4. Fibras de aço. 5. Análise experimental. I. Roehl, Deane de Mesquita. II. Sánchez Filho, Emil de Souza. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Aos meus pais

## Agradecimentos

À minha mãe, por todos os ensinamentos e pelo papel essencial na formação do meu caráter.

Ao meu pai, por todo o apoio e incentivo.

Ao meu irmão Tomas, por todo o amor e companheirismo.

A Marcos André, por todo suporte, amor, carinho e compreensão dados ao longo de toda essa jornada.

A todos os meus familiares pelo papel imprescindível que tiveram em minha vida, em especial à minha madrinha Eloisa por todo o apoio e carinho.

À professora Deane pelo apoio durante momentos difíceis e incentivo durante toda execução deste trabalho.

Ao professor Emil pelos conhecimentos, paciência e dedicação indispensáveis para o desenvolvimento da pesquisa.

Aos funcionários da PUC-Rio: Euclides, Zé, Rogério, Rita, dentre outros, por facilitarem de tantas formas a execução dessa pesquisa.

A todos os amigos do mestrado, em especial à Roberta, por todo o apoio quando pensei não ser capaz de ir adiante e por todos os momentos felizes que só foram possíveis por sua causa.

Ao CNPq e à PUC-Rio pelo apoio financeiro.

## Resumo

Herscovici, Helena Lubiana; Roehl, Deane Mesquita; Sánchez Filho, Emil de Souza. **Estudo experimental de vigas curtas de concreto com fibras de aço sujeitas à flexão**. Rio de Janeiro, 2016. 106p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta um estudo experimental de vigas curtas de concreto com fibras de aço sujeitas à flexão. Foram ensaiadas no LEM-DEC da PUC-Rio 24 vigas de concreto com fibras de aço com variação do comprimento dos vãos e do consumo de fibras. As vigas foram divididas em dois grupos, sendo o grupo I composto de 12 vigas com consumo de fibras de 40 kg/m<sup>3</sup> e o grupo II por 12 vigas com consumo de fibras de 60 kg/m<sup>3</sup>. Para cada grupo foram executadas quatro vigas com vão de 300 mm, quatro com vão de 500 mm e quatro com vão de 800 mm, com seção transversal de 15 cm x 15 cm para estudo do efeito escala. As vigas foram submetidas à flexão e, através de gráficos, foram avaliados o comportamento da tensão tangencial, momento de flexão, energia de deformação, tenacidade, efeito escala e energia de fratura. Os gráficos obtidos permitem avaliar a influência das fibras para cada parâmetro supracitado. O grupo II apresentou maior resistência, sendo essa diferença pouco significativa. Entretanto, observa-se que, quanto menor o vão maior a influência das fibras, sendo esse acréscimo de 35% para o vão de 300 mm, 30% para o vão de 500 mm e 24% para o vão de 800 mm. O maior consumo de fibras conferiu à matriz maior resistência à flexão e ao cisalhamento, mostrando sempre maior influência para os vãos menores. A energia de deformação e a energia de fratura apresentam diferença considerável para os vãos menores, chegando quase a se igualar nos dois grupos para o vão de 800 mm. Um aumento de desempenho foi observado na análise da tenacidade para o maior vão e houve uma diminuição desse desempenho para o vão de 300 mm. O efeito escala está presente no estudo, mostrando diminuição na resistência à tração com o aumento do vão.

## Palavras-chave

Flexão; concreto com fibras; fibras de aço; análise experimental.

## Abstract

Herscovici, Helena Lubiana; Roehl, Deane Mesquita (Advisor); Sánchez Filho, Emil de Souza (Co advisor). **Experimental Studies of Short Concrete Beams Reinforced With Steel Fibers Under Bending**. Rio de Janeiro, 2016. 106p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This paper presents an experimental study on short concrete beams reinforced with steel fibers in bending stress. A total of 24 reinforced concrete beams with steel fibers was tested at the LEM-DEC PUC-Rio with variations of length and fiber volume fraction. Two groups were created, group I, consisting of 12 beams with 40 kg/m<sup>3</sup> of steel fibers and group II with 12 beams with 60 kg/m<sup>3</sup> of steel fibers. In each group four beams with a length of 300 mm, four beams with a length of 500 mm and four beams with a length of 800 mm with cross section of 15 cm x 15 cm were tested with the purpose of investigating the scale effect in this case. The beams were submitted to bending aiming at investigating shear stresses, bending stresses, strain energy, toughness, scale effect and fracture energy. Comparative graphics were made to analyze the influence of the fibers on the reinforced concrete behavior regarding each parameter selected. Group II showed higher resistance, but not significantly. However the smaller the length the larger the influence of the fibers; 35% for the length of 300 mm, 30% for the length of 500 mm and 24% for the length of 800 mm. The largest fiber volume fraction gave the concrete higher resistance when submitted to bending and shear, even more noticeable for the smaller lengths. The strain and fracture energy, however, shows considerable difference for smaller lengths, being almost the same in the two groups for the 800 mm beam. Toughness shows improvement in the longer beam and a decline in the shorter one from group II. The traction resistance shows decline as the length rises, presenting the scale effect in the study.

## Keywords

Steel fiber reinforced concrete; bending; steel fibers; experimental analysis; scale effect.

## Sumário

1	Introdução .....	19
1.1	Relevância e justificativa da pesquisa	19
1.2	Objetivos	19
1.3	Metodologia	20
1.4	Estrutura do trabalho	21
2	Revisão bibliográfica .....	22
2.1	Concreto com fibras de aço	22
2.1.1	Métodos de avaliação do comportamento do CFA .....	23
2.1.2	Requisitos e tolerâncias .....	24
2.2	Fibras de aço	25
2.2.1	Fibra de aço corrugada .....	28
2.2.2	Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção quadrada .....	29
2.2.3	Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção circular	29
2.2.4	Corrosão das fibras de aço .....	30
2.3	Volume crítico de fibras	31
2.4	Resistência à tração	33
2.5	Tenacidade	34
2.5.1	Norma ASTM C 1018 .....	34
2.5.2	Norma JSCE SF-4 .....	36
2.5.3	Norma ASTM C1609 .....	38
2.6	Efeito escala	40
2.6.1	Lei de Bazant .....	40
2.6.2	Lei de Carpinteri .....	41
2.7	Ensaio à flexão	43
2.7.1	Aparato .....	43



3	Programa experimental .....	45
3.1	Considerações iniciais	45
3.2	Caracterização dos materiais	46
3.2.1	Concreto .....	46
3.2.2	Formas.....	47
3.2.3	Cimento .....	48
3.2.4	Agregados .....	49
3.2.5	Fibras de Aço.....	49
3.3	Programação	51
3.4	Preparação das vigas e dos corpos de prova	52
3.4.1	Resistência à compressão .....	54
3.4.2	Resistência à tração por compressão diametral .....	55
3.4.3	Módulo de elasticidade .....	57
3.5	Preparação das peças para ensaios	59
3.6	Descrição do ensaio de flexão	60
3.7	Realização dos ensaios	61
4	Análise dos resultados .....	64
4.1	Considerações iniciais	64
4.2	Resultados de resistência à compressão	64
4.3	Resultados de resistência à tração por compressão diametral	65
4.4	Resultados do módulo de elasticidade	65
4.5	Resultados dos ensaios à flexão	67
4.5.1	Teste de Grubbs .....	68
4.5.2	Análise do acréscimo percentual da resistência à carga de ruptura.....	69
4.5.3	Análise da tensão tangencial .....	69
4.5.4	Análise do momento de flexão.....	73
4.5.5	Análise da energia de deformação .....	77
4.5.6	Análise da tenacidade.....	78
4.6	Análise do efeito escala	81
4.7	Análise da energia de fratura	84

5	Conclusões .....	86
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	88
6	Referências bibliográficas .....	89
	Anexos .....	94

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Ação das fibras no concreto; FIGUEIREDO (2005).	23
Figura 2.2 – Correlação entre índice de esbeltez e tenacidade; adaptada de FIGUEIREDO (2008).	25
Figura 2.3 – Tipos de fibras metálicas.	26
Figura 2.4 – Fibra de aço corrugada; FIGUEIREDO (2000).	29
Figura 2.5 – Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção quadrada; FIGUEIREDO (2000).	29
Figura 2.6 – Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção circular a) soltas e b) em pentes; FIGUEIREDO (2000).	30
Figura 2.7 – Compósitos reforçados com fibras em ensaio de tração na flexão; FIGUEIREDO (2000).	31
Figura 2.8 – Curva carga por flecha, material elásto-plástico ideal; ASTM C1018 (1994).	35
Figura 2.9 – Tenacidade; JSCE-SF4 (1984).	36
Figura 2.10 – Curva de ensaio à flexão; ASTM C1609 (1984).	38
Figura 2.11 – Lei de efeito escala de Bazant ; COURA <i>et al.</i> (2007).	41
Figura 2.12 – Diagrama da MFSL; CARPINTERI et al (1995).	42
Figura 3.1 – Dimensões das vigas.	45
Figura 3.2 – Formas de compensado naval para as vigas.	48
Figura 3.3 – Formas metálicas para os corpos de prova 10 cm x 20 cm.	48
Figura 3.4 – Fibras de aço Dramix RL 45/30 BN.	50
Figura 3.5 – Abatimento de tronco de cone para o grupo I.	52
Figura 3.6 – Abatimento de tronco de cone para o grupo II.	53
Figura 3.7 – Formação de bolhas no concreto do primeiro grupo.	53
Figura 3.8 – Viga do segundo grupo apresentando menos bolhas.	54
Figura 3.9 – Vibração do concreto.	54
Figura 3.10 – Ensaio de compressão simples.	55
Figura 3.11 – Ensaio de compressão diametral executado.	56
Figura 3.12 – Ensaio de módulo de elasticidade.	58
Figura 3.13 – Armazenamento das vigas do grupo I concretadas.	60
Figura 3.14 – Viga marcada a ser ensaiada.	60
Figura 3.15 – Ensaio à Flexão.	61

Figura 3.16 – Pórtico adaptado para ensaios à flexão com a máquina de ensaio universal MTS	61
Figura 3.17 – Comportamento de primeiras fissuras nas peças ensaiadas.	63
Figura 3.18 – Fissuras realçadas.	63
Figura 4.1 – Acréscimo percentual da resistência comparando-se o grupo I ao grupo II em função do vão.	69
Figura 4.2 – Tensão tangencial x razão a/h para os valores máximos da tensão.	70
Figura 4.3 – Tensão tangencial / $f_c$ x razão a/h para os valores máximos da tensão.	71
Figura 4.4 – Tensão tangencial x razão a/h para os valores de tensão média para cada série.	71
Figura 4.5 – Tensão tangencial / $f_c$ x razão a/h para os valores de tensão média para cada série.	72
Figura 4.6 – Momento de flexão x rotação para os valores máximos.	73
Figura 4.7 – Momento de flexão x rotação para os valores de momento e rotação médios para cada série.	74
Figura 4.8 – Momento de flexão normalizado x rotação para os valores máximos para cada viga.	75
Figura 4.9 – Momento de flexão normalizado x rotação para os valores médios para cada série.	75
Figura 4.10 – Energia de deformação x razão a/h para as médias de trabalho para cada série.	77
Figura 4.11 – Módulo de ruptura x razão a/h para o valor médio do módulo de ruptura para cada série.	79
Figura 4.12 – Razão módulo de ruptura/ $f_c$ x razão a/h para o valor médio do módulo de ruptura para cada série.	79
Figura 4.13 – Média FT x razão a/h para o valor médio do fator de tenacidade para cada série.	80
Figura 4.14 – Média FT/ $f_c$ x razão a/h para o valor médio do fator de tenacidade para cada série.	80
Figura 4.15 – Lei de Carpinteri x pesquisa para consumo de fibras de 40 kg/m <sup>3</sup> .	83
Figura 4.16 – Lei de Carpinteri x pesquisa para consumo de fibras de 60 kg/m <sup>3</sup> .	83
Figura 4.17 – Correlação entre $KIIc$ e limites do coeficiente de Poisson.	84

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Classificação e geometria das fibras de aço; FIGUEIREDO (2008).	28
Tabela 2.2 – Obtenção dos Índices de Tenacidade	35
Tabela 3.1– Consumo de materiais.	47
Tabela 3.2 – Programação.	51
Tabela 3.3 – Corpos de prova destinados a ensaios de compressão direta.	55
Tabela 3.4 – Corpos de prova ensaiados a compressão diametral.	57
Tabela 3.5 – Corpos de prova destinados a ensaios de determinação do módulo de elasticidade.	58
Tabela 3.6 – Realização dos ensaios à flexão.	62
Tabela 4.1 – Resistência à compressão do concreto.	65
Tabela 4.2 – Resistência à tração dos corpos de prova.	65
Tabela 4.3 – Valores de resistência à compressão obtidos nos ensaios para obtenção do módulo de elasticidade.	66
Tabela 4.4 – Módulo de elasticidade.	66
Tabela 4.5 – Resultados obtidos nos ensaios à flexão.	67
Tabela 4.6 – Médias de ruptura de cada vão relativo a um consumo de fibra.	68
Tabela 4.7 – Parâmetros geométricos das vigas.	70
Tabela 4.8 – Diferença de tensões tangenciais em função da taxa de fibras.	72
Tabela 4.9 – Variação da rotação e momento normalizado para cada série.	76
Tabela 4.10 – Razão entre os momentos em função do vão.	76
Tabela 4.11 – Razão entre os fatores de tenacidade.	81
Tabela 4.12 – Valores de valores de $\Delta KIIc$ para diferentes valores de $\nu$ .	85

## Lista de Abreviaturas

CFA	Concreto com Fibras de Aço
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
ASTM	American Society for Testing and Materials
LEM-DEC	Laboratório de Estruturas e Materiais do Departamento de Engenharia Civil
PUC–Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
EER	Extensômetro Elétrico de Resistência
MFSL	Multifractal Scaling Law

## Lista de Símbolos

- $V_{fcr}$  – volume crítico de fibras;
- $\varepsilon_{mu}$  – deformação específica última de ruptura da matriz;
- $E_c$  – módulo de deformação elástica da matriz de concreto;
- $\sigma_{fu}$  – resistência à tração da fibra;
- $\eta_1$  – fator de correção do volume crítico em relação à orientação das fibras;
- $\sigma_{mu}$  – resistência à tração da matriz de concreto;
- $\tau_{fu}$  – tensão máxima tangencial de atrito;
- $l_f$  – comprimento da fibra;
- $d_f$  – diâmetro da seção transversal da fibra;
- $I_a, I_b$  – Índices de tenacidade com referência “a” e “b”;
- $R_{a,b}$  – Relação de tenacidade entre os índices “a” e “b”;
- $MOR$  – módulo de ruptura;
- $FT$  – fator de tenacidade;
- $P$  – força referente à primeira fissura;
- $L$  – vão da viga;
- $b$  – largura da seção transversal da viga;
- $h$  – altura da seção transversal da viga;
- $T_b$  – tenacidade à flexão (área abaixo da curva força por deflexão) até o limite de flecha  $\delta_{tb}$ ;
- $\delta_{tb}$  – flecha equivalente a L/150;
- $f_1$  – resistência de primeiro pico;
- $f_{600}^h, f_{150}^h$  – resistências residuais para corpos de prova de altura h, quando o deslocamento for L/600 e L/150, respectivamente;
- $P_1$  – força de primeiro pico;
- $P_{600}^h, P_{150}^h$  – forças residuais, quando o deslocamento for L/600 e L/150, respectivamente;
- $R_{T,150}^d$  – coeficiente de resistência à flexão;
- $T_{150}^h$  – tenacidade à flexão;
- $\sigma_n$  – tensão normal de ruptura;

$D$  – dimensão característica da amostra;  
 $f_1'$  – resistência à tração direta;  
 $d_a$  – dimensão máxima do agregado;  
 $B, \lambda_0$  – constantes empíricas;  
 $\sigma_n$  – tensão nominal de ruptura;  
 $f_t$  – resistência à tração;  
 $d_c$  – dimensão característica da estrutura;  
 $A, B$  – constantes físicas;  
 $d_{max}$  – dimensão máxima do agregado;  
 $\alpha_0$  – constante empírica;  
 $f_{tD,i}$  – resistência à tração do corpo de prova de concreto comprimido diametralmente;  
 $F$  – força máxima aplicada, equivalente à carga de ruptura;  
 $d$  – diâmetro do corpo de prova;  
 $L_{cp}$  – altura do corpo de prova;  
 $E_{ci}$  – módulo de elasticidade;  
 $\sigma_b$  – tensão correspondente a  $0,3f_c$ ;  
 $\sigma_{0,5}$  – tensão mais próxima de  $0,5 MPa$  que conseguiu-se aplicar no corpo de prova;  
 $\epsilon_b$  – deformação específica média dos corpos de prova sob tensão maior;  
 $\epsilon_{0,5}$  – deformação específica média dos corpos de prova sob a tensão básica de  $0,5 MPa$ ;  
 $f_{tD,m}$  – resistência média à tração do corpo de prova de concreto, comprimido diametralmente;  
 $Z$  – critério de valores extremos para observações amostrais;  
 $x_i$  – observação da amostra;  
 $x$  – média amostral;  
 $s$  – desvio padrão;  
 $\tau$  – tensão tangencial;  
 $M$  – momento de flexão;  
 $a$  – metade do vão entre os apoios;  
 $\varphi$  – rotação correspondente ao momento de flexão;



$\delta$  – flecha correspondente à primeira fissura;  
 $E_{def}$  – energia de deformação;  
 $f_c$  – resistência à compressão média do concreto;  
 $f_{ctm}^*$  – resistência à tração na flexão para ensaio com dois cutelos;  
 $f_{ctm}$  – resistência à tração na flexão para ensaio com um cutelo;  
 $K_{IIc}$  – fator crítico de tensão;  
 $G_{II}$  – energia de fratura por unidade de superfície;  
 $\nu$  – coeficiente de Poisson;  
 $\Delta_1$  – razões entre os momentos de flexão do grupo II e grupo I;  
 $\Delta_1^*$  – razões entre os momentos normalizados do grupo II e grupo I;  
 $\Delta_2$  – razões entre os fatores de tenacidade do grupo I e grupo II;  
 $\Delta_2^*$  – razões entre os fatores de tenacidade divididos pelo  $f_c$  do grupo I e grupo II;  
 $\Delta_{KIIc}$  – razão entre os valores de  $K_{IIc}$  do grupo II e do grupo I para um mesmo vão.

*A única forma de chegar ao impossível é acreditar que é possível*  
Lewis Carroll

# 1 Introdução

## 1.1 Relevância e justificativa da pesquisa

O concreto armado é o material mais utilizado na construção civil atual. Isso se deve às vantagens que oferece e ao aprimoramento que teve com o tempo. Entretanto, o concreto armado também tem desvantagens e uma delas é a sua baixa ductilidade, o que implica em menor vida útil das estruturas e deterioração mais rápida após os primeiros sinais de fissuras ou outras patologias.

O concreto com fibras tem o intuito de diminuir a fragilidade característica do concreto convencional, conferindo-lhe maior resistência à tração e certa ductilidade, que diminui a abertura e o número de fissuras.

Há vários tipos de fibras que podem ser incorporados ao concreto, como aço, polipropileno e nylon. A escolha da fibra deve ser realizada a partir do tipo de trabalho, adequando-as à necessidade da construção em questão. As fibras são importantes para o controle de fissuração, pois quando há ocorrência de fissura as fibras são capazes de transmitir solicitações no interior do concreto.

A utilização das fibras de aço é a melhor opção para esse tipo de aplicação, já que seu custo é baixo e seu uso não interfere significativamente na consistência do concreto, fator importante para a trabalhabilidade desse material.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral a análise da influência das fibras de aço na matriz de concreto. A adição dessas fibras à matriz cimentícia modifica o comportamento do compósito. Uma análise é necessária para que sejam verificados os benefícios que a fibra confere à matriz e como deve ser feita essa inserção no material.

Os objetivos principais deste trabalho consistem em analisar o efeito escala, avaliar os parâmetros relacionados à tenacidade fornecidos pelos resultados dos ensaios de flexão, analisar o comportamento da energia de deformação, avaliar a influência da energia de fratura, da tensão tangencial e do momento de flexão, avaliar a influência do consumo de fibras no compósito e o aprimoramento da resistência à tração do concreto com fibras.

Será realizada uma análise do efeito escala nas vigas onde será modificado apenas o vão, mantendo-se as mesmas dimensões para a seção transversal. O objetivo é analisar o comportamento de vigas em diferentes tamanhos, para verificar a eficiência de ensaios realizados em laboratório e viabilizar a aplicação dos resultados em projetos.

A análise dos índices de tenacidade tem como intuito mensurar a capacidade de absorção de energia e analisar como as fibras de aço modificam este comportamento.

Serão elaborados gráficos comparativos entre os grupos estipulados para analisar o comportamento da tensão tangencial, da energia de deformação e do momento de flexão e avaliar qual a influência das fibras de aço nesses parâmetros.

Quanto à influência do consumo de fibras adicionado ao concreto, serão feitas comparações entre consumos diferentes de fibras nos exemplares de concreto de mesma resistência à compressão.

Como o concreto não apresenta relevante resistência à tração, as fibras em questão aprimoram esse parâmetro da matriz devido à resistência à tração do aço ser significativa, o que também será analisado por meio de ensaios de compressão diametral em corpos de prova retirados para controle do material e pela resistência à tração na flexão.

### **1.3 Metodologia**

Este trabalho mostra os resultados do rompimento de 24 vigas de concreto com fibras de aço em ensaios de flexão, nos quais as vigas foram divididas em dois grupos em função do volume de fibras que compõe cada um, o grupo I contendo 12 vigas com 40 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço e o grupo II, 12 vigas com 60 kg/m<sup>3</sup>. Foram estabelecidos três vãos para cada grupo (300 mm, 500 mm e 800

mm) e foram confeccionadas quatro vigas para cada vão estabelecido. As quatro vigas similares, de mesmo vão e mesmo grupo compunham uma série para facilitar as análises das vigas iguais, totalizando seis séries, três para cada grupo, nomeadas pelo vão e pela quantidade de fibras do grupo pertencente. Foram concretados 10 corpos de prova para cada grupo com finalidade de caracterização do concreto utilizado para cada um deles, quatro para determinação da resistência à compressão, três para determinação da resistência à tração por compressão diametral e três para determinação do módulo de elasticidade.

Os experimentos foram realizados no Laboratório de Estruturas e Materiais do Departamento de Engenharia Civil da PUC – Rio.

As fibras de aço acrescentadas ao concreto têm como objetivo a melhora de propriedades mecânicas e controle da fissuração do material. Assim, avalia-se a influência que as fibras de aço têm nessa melhora a partir dos resultados dos ensaios à flexão. Para essa avaliação seguem-se os procedimentos propostos pela bibliografia.

#### **1.4 Estrutura do trabalho**

A estrutura do trabalho consiste numa breve revisão bibliográfica, capítulo 2, a qual serve para a escolha dos métodos de ensaio. Posteriormente são definidas as especificações dos ensaios realizados e as teorias que fundamentam a utilização do efeito escala na resistência dos corpos de prova.

Enfim, é relatado no capítulo 3 o procedimento experimental e são apresentados os resultados obtidos a partir dos experimentos no capítulo 4. Ainda no capítulo 4 é realizada uma análise da contribuição que as fibras de aço têm para a matriz do concreto considerando-se o efeito escala entre diversos fatores supracitados e no capítulo 5 são apresentadas as conclusões obtidas, incluindo-se as recomendações para trabalhos futuros.

## 2 Revisão bibliográfica

### 2.1 Concreto com fibras de aço

O concreto com fibras de aço (CFA) é um compósito de matriz cimentícia a qual é adicionada uma quantidade pré-especificada de fibras de aço. Essa adição tem como propósito melhorar a resistência à tração e a ductilidade do concreto no período pós-fissuração. MARANGON (2006) apresenta testes em concreto autoadensável com fibras de aço que mostram um aumento significativo da ductilidade do material com fibras em relação à matriz de referência. MINDESS (1995) aponta que sua utilização, mesmo em estruturas de concreto armado convencional aumenta a competitividade do material, quando comparado com outros materiais. Em BARROS *et al.* (1999) consta que a principal propriedade do concreto a ser aprimorada é a capacidade de absorção de energia.

Segundo MAIDL (1995) a influência mais importante das fibras de aço é no controle da propagação das fissuras e no aperfeiçoamento da distribuição das mesmas. As fibras agem transferindo as solicitações concentradas nas fissuras para a matriz de concreto, evitando que se propaguem, ou seja, as fibras atuam como uma ponte de transferência de tensões por meio da fissura para o concreto. Na Figura 2.1 observa-se uma diminuição das tensões nas extremidades das fissuras.

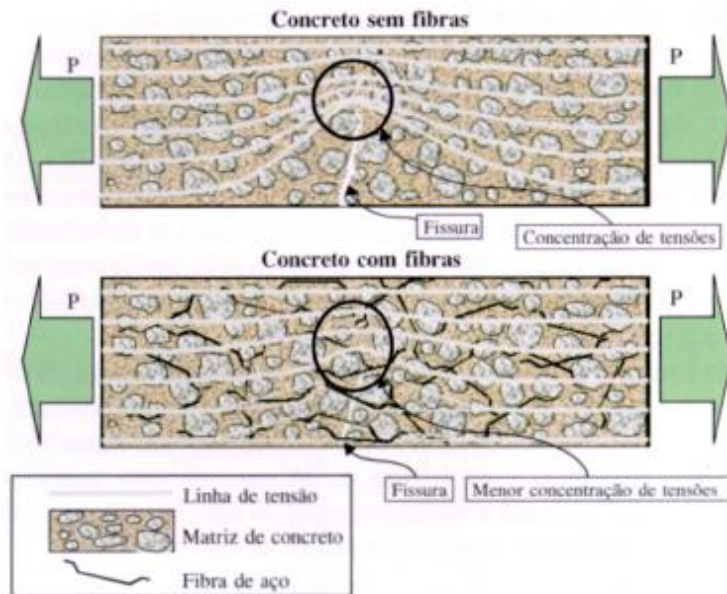


Figura 2.1 – Ação das fibras no concreto; FIGUEIREDO (2005).

Em MAIDL (1995), tem-se que, apesar de terem um módulo de elasticidade maior, o efeito das fibras na deformação é mínimo no período pré-fissuração, assim pode-se perceber que esse compósito tem como objetivo apenas o controle das fissuras formadas naturalmente, e não a prevenção da formação de fissuras nem o aumento da ductilidade pré-fissuração.

Segundo FIGUEIREDO (2000), além da capacidade do controle de fissuração, conferindo um comportamento pseudo-dúctil ao concreto, as fibras de aço integradas ao concreto armado também podem ser destinadas ao reforço primário do concreto.

De acordo com MAIDL (1995) a maior efetividade da incorporação das fibras de aço ao concreto se dá quando essas estão alinhadas à direção da tensão de tração principal e se a distância entre as fibras é tão pequena quanto possível, o que é inviável e na prática quase não ocorre, tornando o material menos isotrópico e homogêneo. Para amenizar a desordem das fibras adicionadas à matriz de concreto, recomenda-se utilizar fibras cujo comprimento seja igual ou maior que o dobro da dimensão máxima do agregado.

### 2.1.1

#### Métodos de avaliação do comportamento do CFA

Segundo BARROS (1995) diversos procedimentos foram propostos para avaliar a capacidade de absorção de energia que o CFA apresenta. Alguns deles

são a avaliação dos índices de tenacidade, resistência equivalente em flexão e a energia de fratura, apesar de nenhum desses índices ter se mostrado efetivamente o representante da capacidade de absorção de energia por não serem utilizados no dimensionamento do concreto com fibras de aço.

Em RILEM (1985) a energia de fratura do material é definida como a energia dissipada na formação de uma fissura de área unitária. Para quantificar a energia de fratura do material são realizados ensaios de tração uniaxial ou flexão, observando-se o controle do deslocamento. Apesar do ensaio de tração uniaxial ser o mais adequado para avaliar a energia de fratura, exige-se uma estabilidade. Nem todos os laboratórios têm equipamentos capazes de fornecer a rigidez necessária, assim, realizam-se mais frequentemente os ensaios de flexão para avaliar essa grandeza.

### **2.1.2 Requisitos e tolerâncias**

Em FIGUEIREDO (2008) constam alguns fatores primordiais para a regulamentação das fibras de aço a serem utilizadas no Brasil. Para a elaboração da NBR 15530/2007, foi dada atenção a dois fatores principais, sua geometria e a resistência do aço que dá origem às fibras.

Sua geometria deve ser levada em conta, pois define o desempenho do material quando adicionado à matriz cimentícia. Para avaliação da geometria da fibra, leva-se em conta seu índice de esbeltez, dado pela razão entre o comprimento e o diâmetro equivalente da fibra, definido como aquele correspondente a uma circunferência de mesma área que a seção transversal da fibra. Esse parâmetro costuma variar entre 30 e 100 para as fibras usualmente empregadas na produção do concreto com fibras de aço (ACI 544.3R, 1993).

Segundo FIGUEIREDO (2008), a geometria da fibra afeta fortemente a tenacidade do material. Quanto maior o índice de esbeltez maior a tenacidade. Isso é mostrado na Figura 2.2, que ilustra os dados dos ensaios realizados por FIGUEIREDO (1997).



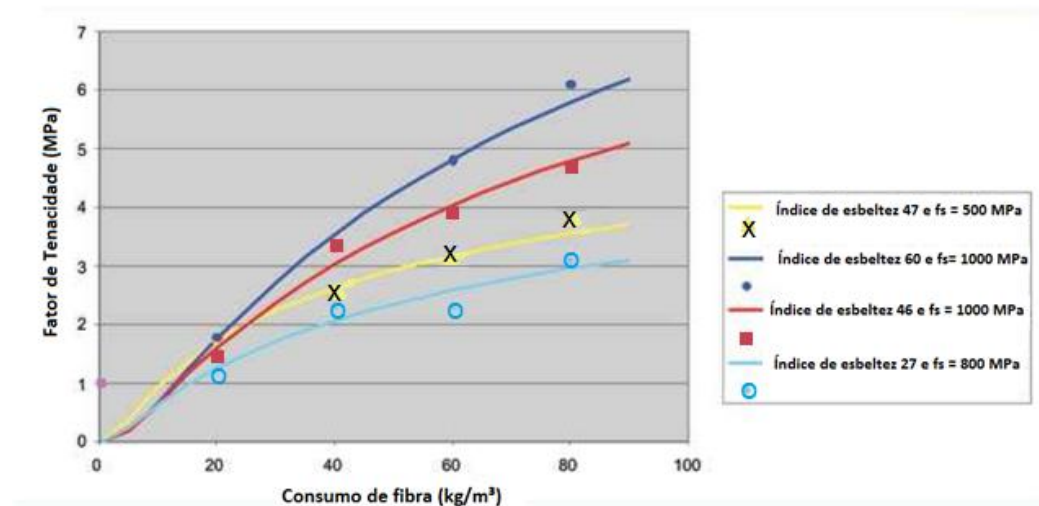


Figura 2.2 – Correlação entre índice de esbeltez e tenacidade; adaptada de FIGUEIREDO (2008).

Esse controle de geometria das fibras garante um desempenho mínimo e diminui a variabilidade de comportamento das fibras.

A fibra também sofre influência do aço à qual é oriunda, como supracitado. Sua influência também se dá na tenacidade do material. Na Figura 2.2 tem-se que as fibras com índice de esbeltez próximos (47 e 46) têm desempenhos bastante divergentes, relativos à tenacidade do material, devido à resistência do aço. A resistência mínima do aço para a produção de fibras no Brasil é de 500 MPa.

Além dos principais fatores supracitados, a NBR 15530/2007 considera o controle da resistência ao dobramento das fibras e verificação dos defeitos como cortes na região da ancoragem.

## 2.2 Fibras de aço

Uma das grandes vantagens da utilização de concretos com reforços de fibras em pequeno volume é a sua pouca ou nenhuma influência nas propriedades da matriz de concreto (FIGUEIREDO, 1997). MARANGON (2011) observou que, para concretos autoadensáveis com fibras de aço, o material era homogêneo e fluido o suficiente para preenchimento total no ensaio do tubo U.

FIGUEIREDO (2000) relata que o mercado brasileiro conta com três tipos de fibras de aço mais comuns, a fibra de aço corrugada, a fibra de aço com

ancoragem em gancho e seção quadrada e a fibra de aço com ancoragem em gancho e seção circular. As deformações contidas em certos tipos de fibra têm como objetivo a melhor aderência da fibra ao concreto, podendo ser introduzidas apenas nas extremidades ou ao longo de toda a fibra (SIMÕES, 1998).

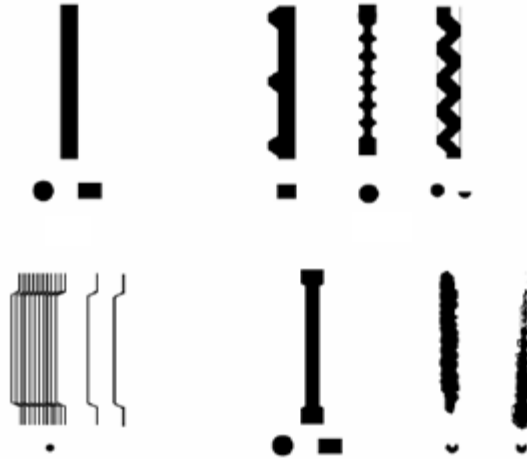


Figura 2.3 – Tipos de fibras metálicas.

A classificação das fibras as correlaciona com os requisitos e tolerâncias específicas do material, ou seja, cada tipo de fibra é utilizado para um propósito diversificado.

Em FIGUEIREDO (2008) consta que a norma de especificação do uso de fibras de aço para o concreto, NBR 15530/2007 – Fibras de aço para concreto – Especificação, traz uma classificação das mesmas seguindo uma tipologia baseada no formato e no tipo de aço que lhe deu origem, e define os requisitos mínimos de forma geométrica, tolerâncias dimensionais, defeitos de fabricação, resistência à tração e dobramento. Não há normas anteriores a essa que regularizava a utilização das fibras de aço no concreto, porém, o material já era utilizado para várias finalidades sem especificações técnicas a serem seguidas, não havendo controle sobre a utilização desse material.

Essa norma prevê três tipos básicos de fibras, que diferem levemente da classificação de FIGUEIREDO (2000):

- Tipo A – fibra de aço com ancoragem nas extremidades.
- Tipo C – fibra de aço corrugada.

- Tipo R – fibra de aço reta.

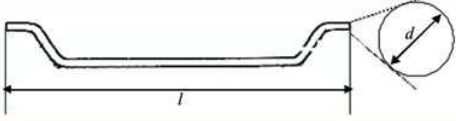

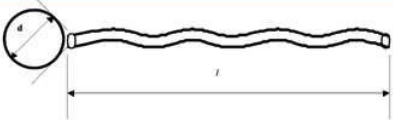
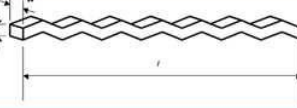
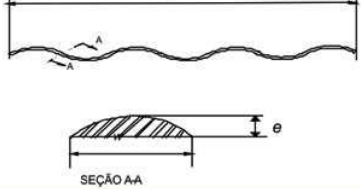
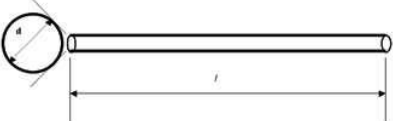
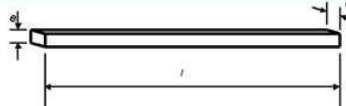
Além do tipo de fibra a NBR 15530/2007 também define uma classe referente ao aço que a deu origem. As classes são descritas a seguir:

- Classe I – fibra oriunda de arame trefilado a frio.
- Classe II – fibra oriunda de chapa laminada cortada a frio.
- Classe III – fibra oriunda de arame trefilado e escarificado.

Essas classificações permitem definir os requisitos geométricos que serão seguidos na fabricação das fibras associadas com o nível de resistência mínima do aço.

Essa classificação está representada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Classificação e geometria das fibras de aço; FIGUEIREDO (2008).

Tipo (geometria)	Classe da fibra	Geometria
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

Em FIGUEIREDO (2000) há definições das fibras de aço anterior à norma que as classifica apenas pela sua geometria.

### 2.2.1 Fibra de aço corrugada

A fibra de aço corrugada (Figura 2.4) foi o primeiro tipo a ser produzido. Sua produção se dá a partir da sobra industrial de fio chato da produção da lâ de aço, resultando num baixo custo, tem uma variação de comprimento de 25 mm a 50 mm, que é conformado longitudinalmente para se obter o formato corrugado que dá melhor aderência à matriz de concreto (FIGUEIREDO, 2000).

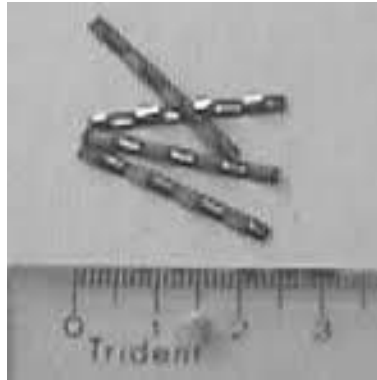


Figura 2.4 – Fibra de aço corrugada; FIGUEIREDO (2000).

### 2.2.2

#### Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção quadrada

Esse tipo de fibra teve seu desenvolvimento baseado na atuação para armar o concreto (Figura 2.5). É produzida a partir de chapas de aço, daí seu formato de seção quadrada, que são cortadas na largura da fibra e moldadas para obter-se o formato da ancoragem em gancho (FIGUEIREDO, 2000).

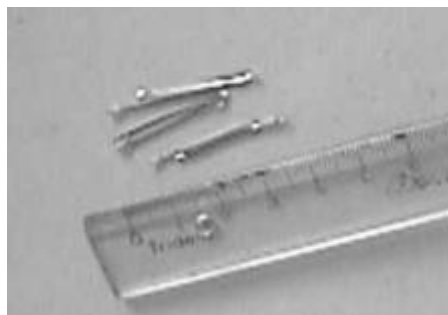


Figura 2.5 – Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção quadrada; FIGUEIREDO (2000).

### 2.2.3

#### Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção circular

A fibra de aço com ancoragem em gancho e seção circular, Figura 2.6, tem um formato similar à de seção quadrada, diferindo basicamente no formato da seção. Sua fabricação dá-se a partir do trefilamento de fios de aço até alcançar-se o diâmetro desejado para a fibra. A fibra com seção circular apresenta uma maior

resistência mecânica e tem comprimentos variando de 25 mm a 50 mm e diâmetros de 0,5 mm a 1 mm (FIGUEIREDO, 2000).

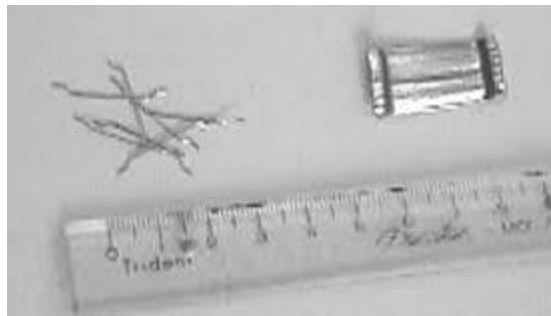


Figura 2.6 – Fibra de aço com ancoragem em gancho e seção circular a) soltas e b) em pentes; FIGUEIREDO (2000).

#### 2.2.4 Corrosão das fibras de aço

As fibras entram em processo de corrosão se a pasta de cimento que as recobre não estiver presente, ou se forem expostas por meio de fissuras no concreto.

MAIDL (1995) cita a DIN 1045/2008 que contém especificações para um cobrimento mínimo do concreto com fibras de aço, que varia de acordo com o ambiente em que o material será introduzido.

Os testes de corrosão são realizados apenas sob circunstâncias extremas. Além de ferrugem na superfície da peça, não há evidências de danificações por corrosão em obras que utilizam o concreto com fibras de aço.

Segundo MAIDL (1995) foram realizados testes com peças de concreto não rompidas em diversos meios corrosivos, que não mostraram diminuição expressiva na resistência e nas propriedades de deformação, ocorrendo a corrosão apenas nas superfícies e a pressão exercida no processo de corrosão não foi suficiente para danificar os elementos.

Esse comportamento é possibilitado pelas fibras de aço que diminuem a formação das microfissuras, dificultando o acesso do meio às fibras que se encontram no interior dos elementos. Outro fator é a descontinuidade das fibras, logo se uma fibra for afetada pela corrosão não existe necessariamente uma ligação que compromete as fibras adjacentes, mantendo-se assim a integridade da peça.

Os elementos fissurados têm comportamento diferente. A fissura permite o acesso de água e oxigênio às fibras. MAIDL (1995) sugere certas medidas para amenizar os efeitos do meio nas fibras de aço como misturas especiais de concreto, com maior resistência a sulfatos, fibras especiais (cobertas por resina, betume, zinco, alumínio, entre outros) e tratamento das superfícies de peças de concreto com fibras de aço.

### 2.3 Volume crítico de fibras

FIGUEIREDO (2000) cita que o volume de fibras é o volume crítico quando corresponde ao teor que mantém a mesma capacidade resistente para o compósito a partir da ruptura da matriz, assim, um volume menor que o volume crítico implica numa queda na capacidade de carga assim que ocorre a ruptura. Para volumes acima do volume crítico a estrutura continua resistindo a carregamentos crescentes apesar da ruptura já ter ocorrido. A Figura 2.7 adaptada de FIGUEIREDO (2000) ilustra esse comportamento.

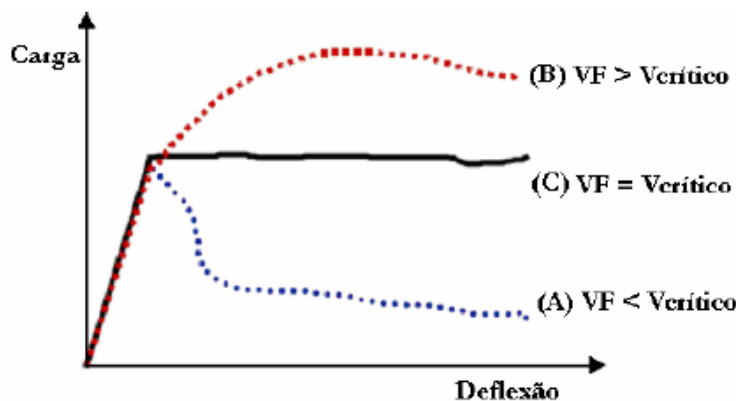


Figura 2.7 – Compósitos reforçados com fibras em ensaio de tração na flexão; FIGUEIREDO (2000).

Como o modelo ideal para as fibras de aço determina um alinhamento na direção da solicitação principal e uma maior continuidade, há a necessidade de realizar certas correções nos cálculos para adaptar às situações reais, de fibras descontínuas e de distribuição aleatória. Para isso utilizam-se fatores de eficiência

que aproximam os valores teóricos dos valores empíricos. Obtém-se o volume crítico a partir da expressão

$$V_{fcr} = \frac{\varepsilon_{mu} E_c}{\sigma_{fu} \eta_1} \quad (2.1)$$

onde

$\varepsilon_{mu}$  – deformação específica última de ruptura da matriz;

$E_c$  – módulo de deformação elástica da matriz de concreto;

$\sigma_{fu}$  – resistência à tração da fibra;

$\eta_1$  – fator de correção do volume crítico em relação à orientação das fibras.

Adotando-se os valores de referência (FIGUEIREDO, 2000):

$$\varepsilon_{mu} = 100 \times 10^{-6};$$

$$E_c = 25000 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{fu} = 1100 \text{ MPa};$$

$$\eta_1 = 0,20,$$

correspondente à distribuição de fibras em três direções, tem-se um valor de  $V_{fcr} = 1\%$  de acordo com NUNES (2006). Há pesquisas anteriores (AVESTON *et al.*, 1971) que confirmam esses resultados.

BENTUR e MINDESS (1990) correlacionam o índice de esbeltez  $\frac{l_f}{d_f}$  e a resistência da matriz de concreto com a obtenção do volume crítico de fibras distribuídas aleatoriamente em três direções e apresentam a expressão (2.2).

$$V_{fcr} = 2 \frac{\sigma_{mu}}{\tau_{fu}} \frac{1}{\left(\frac{l_f}{d_f}\right)} \quad (2.2)$$

onde

$\sigma_{mu}$  – resistência à tração da matriz de concreto;

$\tau_{fu}$  – tensão máxima tangencial de atrito, que pode variar de 1 MPa a 10 MPa;

$l_f$  – comprimento da fibra;



$d_f$  – diâmetro da seção transversal da fibra.

Com os valores de referência  $\sigma_{mu} = 3 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{fu} = 7 \text{ MPa}$ ,  $\frac{l_f}{d_f} = 60$ , chega-se a um valor de volume crítico de fibras  $V_{fcr} = 1,4\%$ .

## 2.4 Resistência à tração

A resistência à tração no concreto com fibras de aço é maior que a do concreto simples. É importante distinguir os tipos de tensão de tração, pois cada um deles age de maneira diferente no material.

De acordo com MAIDL (1995) existem três tipos de solicitações de tração, a tensão centrada, a tensão devida à flexão e a tensão de fendilhamento. Existem diferentes ensaios para cada um desses tipos de tensão devido à diferença de comportamento.

As solicitações de tração centrada não têm um comportamento de fácil definição. A aplicação da carga gera uma incerteza e é necessário que não haja perturbação na propagação da carga, ou seu efeito não é real. O comportamento do material mostra uma elasticidade linear de início e com a formação das microfissuras as solicitações se transferem para as fibras modificando seu comportamento. Quando alcança-se a carga máxima há um aumento na formação de fissuras e uma diminuição na resistência à tração, tendo menos fibras resistindo à tração exercida na peça. Com o rompimento subsequente das fibras há uma liberação de energia muito grande causando grandes deformações, pois o concreto não resiste tão bem à tração. Entretanto, em casos práticos, a ocorrência desse tipo de solicitação não é muito comum.

A tensão devida à flexão difere da tensão centrada, ao invés de tensão constante (centrada), tem-se uma distribuição linear na flexão. O concreto com fibras de aço (CFA) distribui as tensões na seção transversal, o que não ocorre em caso de tensão centrada. Dessa forma as fibras de aço tornam possível para o concreto resistir às solicitações com a zona de tensões fissurada.

## 2.5 Tenacidade

Caracterizar a tenacidade é essencial para o concreto com fibras sendo ela a responsável por quantificar os benefícios que a fibra confere à matriz, tais como capacidade de carga pós-fissuração, ductilidade, efetividade das fibras e resistência contra a propagação das fissuras.

A tenacidade é uma medida de capacidade de absorção de energia e é utilizada para caracterizar o desempenho do material. Entretanto, há certa dificuldade em medir a tenacidade dos materiais, além de incertezas de como ela deve ser determinada, interpretada ou usada.

### 2.5.1 Norma ASTM C 1018

Um dos métodos mais comumente utilizados para a tenacidade é o proposto pela ASTM C 1018 (1997) utilizado em conjunto ao método ASTM C78 (1984), medindo a resistência à tração na flexão em corpos de prova prismáticos carregados. O método consiste em ensaiar um corpo de prova prismático de seção transversal 100 mm x 100 mm e comprimento de 350 mm. O vão é 300 mm. Os parâmetros monitorados são a carga aplicada e a flecha média no meio do vão. A medida da tenacidade é dada pela relação entre a energia absorvida da flecha da primeira fissura e os fatores de resistência residual. A desvantagem desse método é sua dependência da geometria do corpo de prova. As dimensões da peça influenciam não só a tenacidade, mas também a tensão e flecha da primeira fissura e sua resistência última à flexão (CHEN *et al*, ACI, 1995).

Atualmente a definição de tenacidade mais aceita para compósitos, segundo a ACI (1988) é a área sob a curva carga por flecha, que representa o trabalho dissipado no material até certo nível de flecha.

A ASTM representa a tenacidade por meio de índices, que são obtidos pelo gráfico “carga X deslocamento” representado pela Figura 2.8.

Os índices de tenacidade são definidos como a razão entre as áreas sob gráfico até determinada deformação, ver Tabela 2.2 e a área sob o gráfico correspondente ao primeiro ponto de fissuração,  $\delta$  (área ABO). São obtidos três

índices de plasticidade a partir do gráfico por experimentação, o  $I_5$ , o  $I_{10}$  e o  $I_{30}$ , que são mostrados pela Tabela 2.2 abaixo.

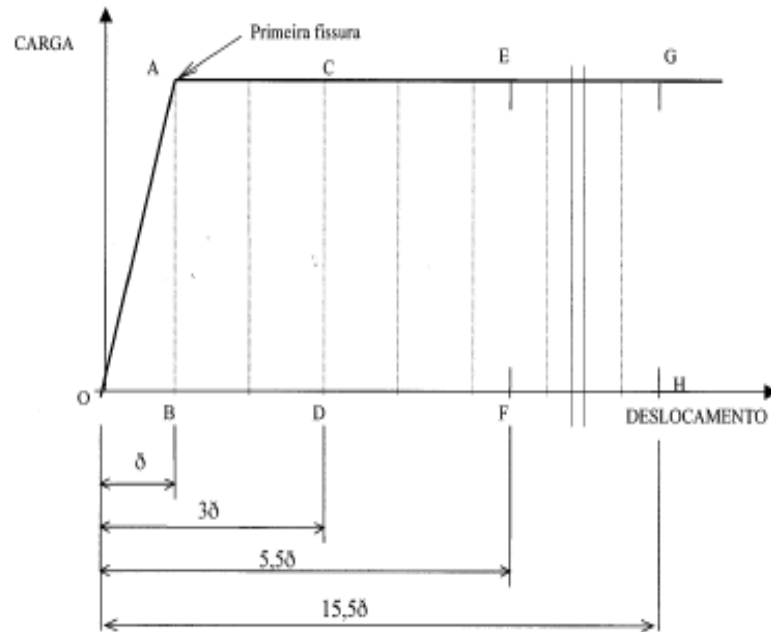


Figura 2.8 – Curva carga por flecha, material elasto-plástico ideal; ASTM C1018 (1994).

Tabela 2.2 – Obtenção dos Índices de Tenacidade

	Área	Deformação correspondente	Índice
$I_5$	OACD	$3\delta$	OACD/OAB
$I_{10}$	OAEF	$5,5\delta$	OAEF/OAB
$I_{30}$	OAGH	$15,5\delta$	OAGH/OAB

Para obtenção do índice  $I_5$ , por exemplo, são utilizados os dados correspondentes a três vezes a deformação registrada na primeira fissura, dividindo-se a área sob o gráfico com base  $3\delta$  (OACD) pela área sob o gráfico por  $\delta$  (OAB). Analogamente obtêm-se os outros índices com suas respectivas deformações.

Segundo FIGUEIREDO (2000), para um comportamento elasto-plástico perfeito deve-se obter índices  $I_5$  da ordem de 5, índices  $I_{10}$  da ordem de 10 e assim sucessivamente.

Os índices de tenacidade possibilitam a determinação das relações de tenacidade, que representam a relação percentual entre a capacidade resistente para valores de flecha entre os deslocamentos de índices “a” e “b” e correspondente ao aparecimento da primeira fissura (deslocamento  $\delta$ ). Dessa

forma, um material elasto-plástico perfeito apresentará relações de tenacidade de ordem 100.

Sua expressão é dada por

$$R_{a,b} = \frac{100}{b-a} \times (I_b - I_a) \quad (2.3)$$

onde

$R_{a,b}$  – razão de tenacidade entre os índices com referências “a” e “b”;

$I_a, I_b$  – índices de tenacidade com referência “a” e “b”.

### 2.5.2 Norma JSCE SF-4

O método proposto pela JSCE SF-4/1984 consiste no ensaio de corpos de prova prismáticos de largura  $b$  e altura  $h$  iguais a 100 ou 150 mm, vãos  $L$  de 380 ou 500 mm e vão livre entre apoios (C) de 300 ou 450 mm.

A medida da tenacidade por meio desse método é a avaliação da energia absorvida até uma flecha equivalente a  $L/150$ , sendo medida pela área sob a curva força x deslocamento do ensaio à flexão dos corpos de prova prismáticos, como mostra a Figura 2.9. Devem-se utilizar, no mínimo, quatro corpos de prova.

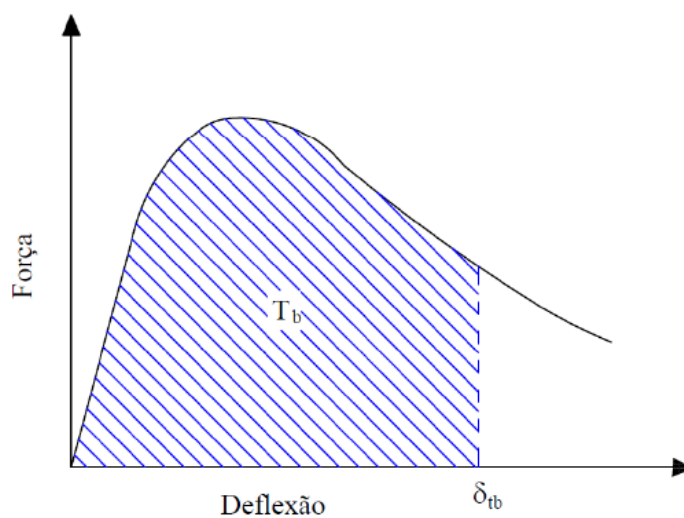


Figura 2.9 – Tenacidade; JSCE-SF4 (1984).

A partir dos dados dos ensaios, podem ser calculados o módulo de ruptura MOR e o fator de tenacidade FT, (expressos em MPa), dados, respectivamente, por

$$FT = \frac{T_b}{\delta_{tb}} \times \frac{L}{bh^2} \quad (2.4)$$

$$MOR = \frac{PL}{bh^2} \quad (2.5)$$

onde

*MOR* – módulo de ruptura (kN.mm ou J);

*P* – carga referente à primeira fissura (kN);

*L* – vão entre apoios da viga (mm);

*b* – largura da seção da peça (m);

*h* – altura da seção da peça (m) ;

*T<sub>b</sub>* – tenacidade à flexão (área abaixo da curva força por flecha) até o limite de flecha  $\delta_{tb}$ ;

$\delta_{tb}$  – flecha equivalente a *L*/150 (mm).

De acordo com a ACI 554.1R (1996) o MOR é definido como a maior tensão obtida no ensaio de resistência à flexão. A força aplicada no corpo de prova deve ser contínua, sem impactos, tendo suas fissuras propagadas no terço médio da peça. A força máxima aplicada, segunda a norma japonesa, não pode ultrapassar 1/5 da capacidade total da máquina de ensaio.

VILLARES (2001) afirma que o método da JSCE tem pouca influência das deformações externas no fator de tenacidade, e que as flechas pós-fissuração são desconsideradas no cálculo da tenacidade à flexão e fator de tenacidade.

Os fatores de tenacidade são diretamente influenciados pela geometria das peças, pois afetam o comportamento da curva força x deslocamento (BENTUR e MINDES, 1990).

### 2.5.3 Norma ASTM C1609

Após anos de uso da norma americana supracitada no item 2.5.1 foram constatadas desvantagens na utilização desse método, entre elas a dependência da definição da primeira fissura e a não dependência da geometria dos corpos de prova, desconsiderando-se as diferenças de comportamento das curvas com dimensões e seções divergentes. Dessa forma a ASTM C1609 (2010) é mais corrente.

Analogamente à norma japonesa a ASTM C1609 (2010) tem como definição de tenacidade a área sob a curva força x deslocamento. A Figura 2.10 define a força na ruptura e as forças residuais. A resistência residual calcula-se a partir da carga suportada até certo deslocamento.

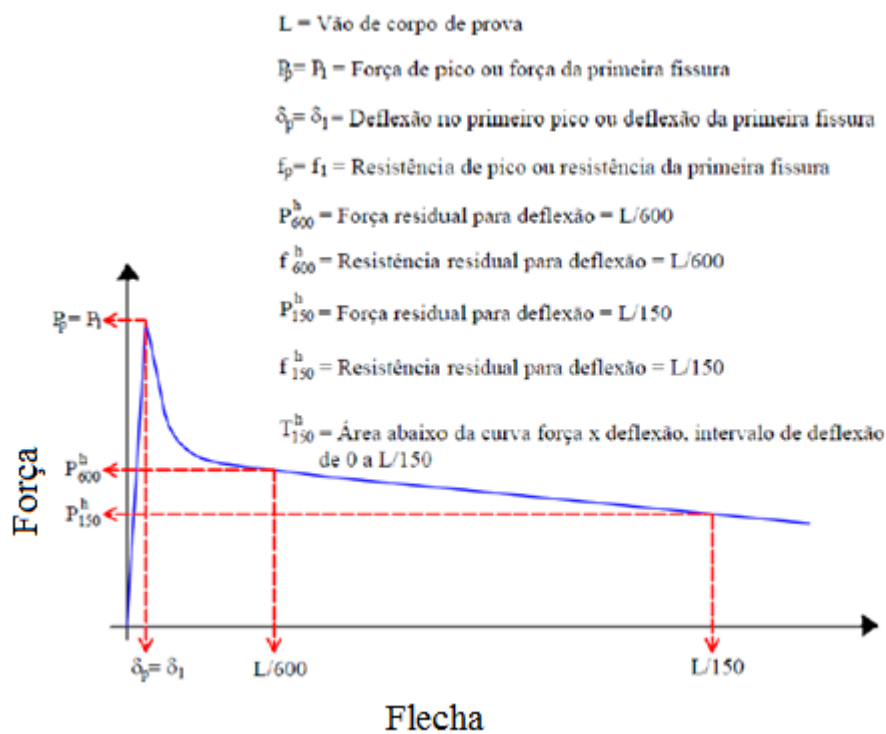


Figura 2.10 – Curva de ensaio à flexão; ASTM C1609 (1984).

A primeira fissura é dada pela maior força encontrada na curva força x deslocamento e sua inclinação é zero.

Para cálculo da resistência à primeira fissura e resistências residuais, seguem-se:

$$f_1 = P_1 \frac{L}{bh^2} \quad (2.6)$$

$$f_{600}^h = P_{600}^h \frac{L}{bh^2} \quad (2.7)$$

$$f_{150}^h = P_{150}^h \frac{L}{bh^2} \quad (2.8)$$

onde

$f_1$  – resistência de primeiro pico;

$f_{600}^h, f_{150}^h$  – resistências residuais para corpos de prova de altura  $h$ , quando o deslocamento for  $L/600$  e  $L/150$ , respectivamente;

$P_1$  – força de primeiro pico;

$P_{600}^h, P_{150}^h$  – forças residuais, quando o deslocamento for  $L/600$  e  $L/150$ , respectivamente;

$L$  – vão;

$b$  – largura da seção transversal;

$h$  – altura da seção transversal.

A tenacidade e resistência à flexão no primeiro pico possibilitam o cálculo de um coeficiente da resistência à flexão,  $R_{T,150}^d$ , que é expresso em porcentagem, isto é:

$$R_{T,150}^d = \frac{150 T_{150}^h}{f_1 bh^2} 100\% \quad (2.9)$$

onde

$R_{T,150}^d$  – coeficiente de resistência à flexão;

$T_{150}^h$  – tenacidade à flexão;

$f_1$  – resistência de primeiro pico.

## 2.6 Efeito escala

O efeito escala deve ser levado em conta em qualquer teoria física (RIOS *et al.*, 2002). Na área de engenharia é muito comum estudar o comportamento de estruturas em exemplares de dimensões menores do que serão executadas para utilização na prática. Isso ocorre por ser inviável realizar testes ou provas de carga em elementos de dimensões reais. Entretanto, é necessário avaliar o efeito que essa redução de dimensões proporciona à estrutura e se os resultados são aplicáveis a casos reais ou não. Os primeiros estudos realizados neste campo são as teorias de WEILBULL (1939) resultando na mecânica linear da fratura, porém, não são aplicáveis a materiais frágeis não homogêneos, como o concreto.

Por ser um dos materiais mais amplamente utilizados na atualidade, foram realizados estudos aplicáveis a esse grupo de materiais incluindo o concreto, argamassas, cimentos, polímeros, rochas, entre outros.

Dentro desse campo de estudos, dois autores são contemplados para o trabalho em questão.

### 2.6.1 Lei de Bazant

BAZANT *apud* COURA (2007) relaciona em seus estudos a resistência do concreto em função da razão entre as dimensões do corpo de prova e as dimensões do agregado. Para materiais granulares a conclusão dos estudos de que à medida que aumenta o corpo de prova a resistência à compressão diminui não condiz com a prática (COURA *et al.*, 2007).

A lei de BAZANT (1984) ou “Size Effect Law” propõe a seguinte expressão:

$$\sigma_n = \frac{P}{b D} = \frac{B f'_1}{\sqrt{1 + \frac{D}{\lambda_0 d_a}}} \quad (2.10)$$



onde

$\sigma_n$  – Tensão normal de ruptura;

$P$  – Carga máxima;

$b$  – espessura da seção;

$D$  – dimensão característica da amostra;

$f'_1$  – resistência à tração direta;

$d_a$  – dimensão máxima do agregado;

$B, \lambda_0$  – constantes empíricas.

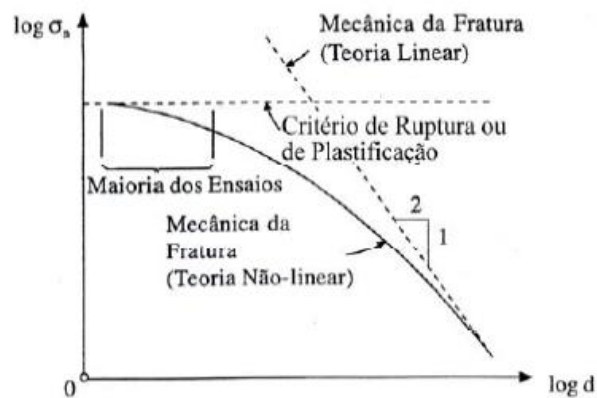


Figura 2.11 – Lei de efeito escala de Bazant ; COURA *et al.* (2007).

Para tratar de estruturas não fissuradas, Bazant *apud* COURA (2007) constatou que a lei supracitada não é efetiva, então introduziu um termo  $\sigma_0$  tratando-se da resistência de um corpo de prova infinitamente grande.

$$\sigma_n = \frac{P}{b D} = \frac{B f'_1}{\sqrt{1 + \frac{D}{\lambda_0 d_a}}} + \sigma_0 \quad (2.11)$$

## 2.6.2 Lei de Carpinteri

Em pequenas estruturas, quando se compara a dimensão dos agregados com a dimensão dessas estruturas, a dimensão do agregado fica muito próximo da

dimensão da estrutura, o que evidencia a heterogeneidade do concreto.. Para grandes estruturas o concreto passa a ter comportamento mais “uniforme”, pois o diâmetro do agregado passa a representar uma parte muito menor da estrutura, fazendo com que o comportamento da peça seja mais bem avaliado pelo efeito tamanho (Lei de Galileu ou dos números  $\pi$ ).

A “Multifractal Scaling Law” é representada pela seguinte expressão (CARPINTERI *et al.*, 1995):

$$\sigma_n = \sqrt{A + \frac{B}{d_c}} = f_t \sqrt{1 + \alpha_0 \frac{d_{máx}}{d_c}} \quad (2.12)$$

onde

$\sigma_n$  – tensão nominal de ruptura;

$f_t$  – resistência à tração;

$d_c$  – dimensão característica da estrutura;

$A, B$  – constantes físicas;

$d_{máx}$  – dimensão máxima do agregado;

$\alpha_0$  – constante empírica.

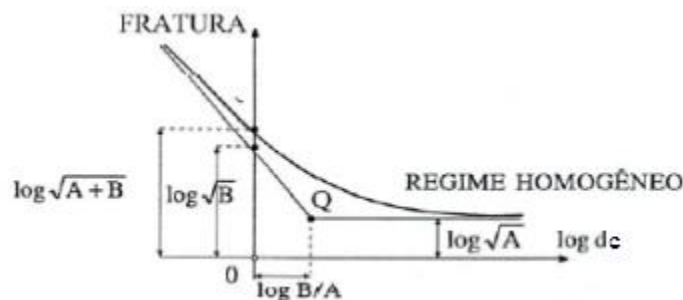


Figura 2.12 – Diagrama da MFSL; CARPINTERI et al (1995).

A Figura 2.12 representa a lei de Carpinteri e explicita a faixa de dimensões das peças para qual o efeito escala é significativo. À medida que  $d_c$  aumenta a resistência nominal tende para um valor constante e diferente de zero denominado resistência limite. Em caso contrário, com  $d_c$  tendendo para zero a resistência nominal tende para o infinito, deixando a faixa de dimensões que sofrem efeito escala limitada, podendo ser essas grandes ou pequenas. Em

estruturas em que  $d_c \geq B$  o efeito escala tende a desaparecer, por exemplo, a estrutura falha no início da fissuração e para  $d_c < B$ , o efeito escala é significativo.

## 2.7

### Ensaio à flexão

A norma americana C1018/1997 da ASTM, contém regulamentação para ensaios à flexão com de três pontos.

Essa norma avalia o desempenho dos parâmetros de tenacidade do concreto com fibras quando submetido à flexão em termos da área sob o gráfico carga x flecha. Como citado no item 2.5, a tenacidade é uma indicação da capacidade de absorção de energia, e sua magnitude depende diretamente das características geométricas da peça e de seu sistema de carga.

Esse método fornece dados para a determinação dos índices de tenacidade que identificam o padrão de comportamento do material dependendo do critério de flecha. Segundo a ASTM C1018/97 esses índices aparentam ser independentes da geometria e podem ser aprimorados com o alinhamento paralelo das fibras ao eixo longitudinal da viga.

A partir desse ensaio é determinada a resistência à flexão na primeira fratura da peça usando a carga referente ao ponto onde a curva se torna não linear, que equivale à primeira fissura.

#### 2.7.1

##### Aparato

A máquina de teste deve ser capaz de operar de forma a fornecer um acréscimo de carga controlado e constante por meio de incrementos de flecha a uma taxa constante. A carga e o sistema de suporte devem ser capazes de reproduzir o ponto de carregamento na peça sem causar nenhuma excentricidade ou torque.

A medição da flecha deve ser garantida no meio do vão por meio de aparelhos próprios para essa finalidade.

As cargas e a flecha da viga são monitoradas continuamente tanto por “plotters” X-Y ou incrementalmente por meio de leituras em intervalos frequentes suficiente para assegurar precisão na reprodução da curva carga x flecha.

### 3 Programa experimental

#### 3.1 Considerações iniciais

Este capítulo apresenta a metodologia adotada para a execução dos experimentos e a caracterização dos materiais utilizados.

Todos os ensaios e procedimentos necessários ao processo foram realizados no Laboratório de Estruturas e Materiais PUC – Rio.

Foram realizados ensaios de flexão em vigas de concreto com fibras de aço de mesma seção (150 mm x 150 mm) e vãos diferentes (300 mm, 500 mm e 800 mm) para avaliar o efeito escala. A Figura 3.1 mostra as dimensões das vigas, onde “L” representa os vãos variáveis.

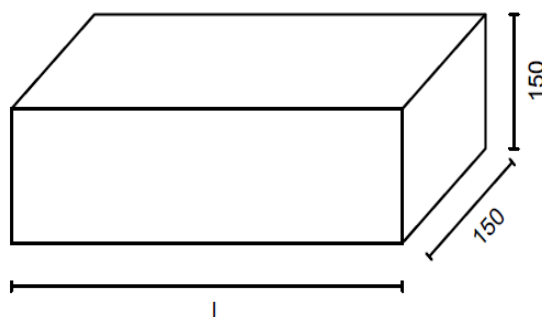


Figura 3.1 – Dimensões das vigas.

Foram concebidos dois grupos para realização do experimento.

– Grupo I: concreto com resistência à compressão  $f_c = 30 \text{ MPa}$  e um consumo de fibras equivalente a  $F_1=40 \text{ kg/m}^3$ .

– Grupo II: concreto com resistência à compressão  $f_c = 30 \text{ MPa}$  e um consumo de fibras equivalente a  $F_2=60 \text{ kg/m}^3$ .

Foram denominadas séries o conjunto de vigas de mesmo vão e mesmo volume de fibras. As séries foram criadas para facilitar a identificação de valores

médios para vigas iguais. Para identificação das séries, utilizou-se a nomenclatura similar à utilizada para as vigas, porém, sem identificação do número das vigas.

Cada série é constituída de quatro vigas para cada vão, cada grupo tem três séries, 12 vigas por grupo, e foram extraídos 10 corpos de prova por grupo, nove corpos de prova previstos no programa experimental e um corpo de prova reserva totalizando 24 vigas e 20 corpos de prova. Os grupos foram concretados cada um a partir de um exemplar de concreto diferente, com isso a extração dos 10 corpos de prova permitem quatro ensaios de compressão para caracterização do concreto, três ensaios de compressão diametral e três ensaios com extensômetro para cada grupo. Para identificação das peças deu-se a nomenclatura descrita a seguir.

Vigas: LX-Y-VZ, sendo X o comprimento da viga em *mm*, Y a quantidade de fibras em  $kg/m^3$ , V corresponde à viga e Z, sua numeração. Por exemplo, L500-60-V4 é relativo ao comprimento de 500 *mm*, 60  $kg/m^3$  de fibras e a viga de número 4 a ser ensaiada.

Séries: LX-Y, seguindo a mesma legenda supracitada, excluindo apenas a numeração das vigas. Por exemplo, L800-60 se refere às vigas de vão 800 mm do grupo II (com 60  $kg/m^3$  de fibras);

Corpos de Prova: CPK-GW; CP referenciando corpo de prova, G corresponde a “grupo”, K representa o número do corpo de prova extraído e W o número do grupo concretado. Por exemplo, CP7-G2 é relativo ao sétimo corpo de prova a ser ensaiado do exemplar de concreto de número dois, ou grupo II.

## **3.2** **Caracterização dos materiais**

### **3.2.1** **Concreto**

A concretagem das peças foi realizada no mesmo laboratório onde foram realizados os ensaios.

O concreto teve uma dosagem pré-estipulada (HELENE, 1993) pelo traço 1:1,48:1,65:0,45 (cimento : areia : agregado graúdo : fator água aglomerante), com o intuito de obter um concreto com resistência à compressão mínima de 30 MPa. Por segurança considerou-se um adicional de 7% de materiais para que não houvesse risco de faltar concreto para preencher as formas. Como os ensaios não

tenham como objetivo avaliar a influência das fibras de aço na resistência à compressão do concreto, foi definida apenas uma dosagem para obtenção de apenas uma resistência para o material.

Para melhor trabalhabilidade do concreto foi empregado o aditivo superplastificante ADVA FLOW 20 A. A Tabela 3.1 indica as quantidades consumidas para cada material integrante do concreto na concretagem de cada grupo. Foi calculada uma quantidade de concreto necessária de 0,1582 m<sup>3</sup> para a concretagem de cada grupo, totalizando 0,3164 m<sup>3</sup> de concreto para todo o experimento.

Tabela 3.1– Consumo de materiais.

Consumo	Grupo I	Grupo II	Total
Cimento (kg)	80,9	80,9	161,8
Brita (kg)	134,08	134,08	268,16
Areia (kg)	119,9	119,9	239,8
Água (l)	36,4	36,4	72,8
Fibras (kg)	6,328	9,492	15,82

### 3.2.2 Formas

As formas utilizadas para concretagem das vigas foram de compensado naval de 15 mm de espessura, confeccionadas no LEM-DEC (Figura 3.2), e as formas dos corpos de prova foram metálicas já existentes no laboratório, apresentadas (Figura 3.3).



Figura 3.2 – Formas de compensado naval para as vigas.



Figura 3.3 – Formas metálicas para os corpos de prova 10 cm x 20 cm.

### 3.2.3 Cimento

O cimento utilizado foi o CP-II-F-32, cimento com filler (calcário) em sua fabricação. Esse material tem regularidade nas propriedades físico-químicas e nas resistências.

O CP-II-F-32 apresenta como maiores vantagens uma secagem rápida, rapidez na execução da obra e melhor desempenho e acabamento.



### **3.2.4 Agregados**

A areia utilizada como agregado miúdo tinha dimensão máxima característica  $D_{\max}$  inferior à 4,75 mm, e Módulo de Finura igual a 2,6 mm, obtidos por meio de ensaios laboratoriais.

O agregado graúdo utilizado foi a brita com dimensão máxima característica igual a 9,5 mm.

### **3.2.5 Fibras de Aço**

As fibras de aço utilizadas nos ensaios foram fibras Dramix® do tipo RL 45/30 BN da empresa Belga Bekaert (Figura 3.4). São produzidas a partir de fios de aço trefilados e têm como matéria prima o Fio Máquina, que garante resistência à tração sempre maior que 1000 MPa. Os extremos dobrados são considerados a melhor forma de ancoragem das fibras dentro da matriz de concreto. A identificação da fibra consiste em duas letras iniciais que caracterizam a geometria e a forma como as fibras se apresentam (coladas ou soltas), o primeiro número que apresenta a classe da fibra, o segundo número que apresenta o comprimento da fibra e duas letras finais que caracterizam o tipo do aço a ser utilizado.



Figura 3.4 – Fibras de aço Dramix RL 45/30 BN.

As fibras a serem utilizadas têm seu desempenho definida pelas características definidas a seguir.

- Índice de esbeltez: 48.
- Diâmetro: 0,62 mm.
- Dosagem mínima: 30 kg/m<sup>3</sup>.
- Ancoragem: R, que representa dupla ancoragem nas extremidades da fibra.
- Agrupamento: L que representa fibras soltas.
- Classe: 45.
- Comprimento: 30 mm.
- Aço: B, indicando aço claro e sem cobertura e N indicando baixo teor de carbono no material.

As aplicações da fibra em questão são:

- capas de compressão;
- estabilização de taludes e encostas;
- estruturas resistentes a explosão;
- concreto projetado.

### 3.3 Programação

Nos ensaios de caracterização, compressão diametral e módulo de elasticidade foi utilizada a máquina de ensaio universal MTS do Laboratório de Estruturas e Materiais da PUC- Rio com capacidade para 500 kN.

As peças concretadas foram divididas em grupos. Cada grupo é constituído de três séries e cada série inclui quatro vigas. A concretagem seguiu a padronização seguinte mostrada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Programação da concretagem.

Concretagem				
Grupo	Série	Grupo I	Corpos de Prova	Data
I	Série L300-40	L300-40-V1	CP1-G1	01/09/2015
		L300-40-V2	CP2-G1	
		L300-40-V3	CP3-G1	
		L300-40-V4	CP4-G1	
	Série L500-40	L500-40-V1	CP5-G1	
		L500-40-V2	CP6-G1	
		L500-40-V3	CP7-G1	
		L500-40-V4	CP8-G1	
	Série L800-40	L800-40-V1	CP9-G1	
		L800-40-V2	CPR-G1 (10)	
		L800-40-V3		
		L800-40-V4		
Grupo	Série	Grupo II	Corpos de Prova	Data
II	Série L300-60	L300-60-V1	CP1-G2	08/09/2015
		L300-60-V2	CP2-G2	
		L300-60-V3	CP3-G2	
		L300-60-V4	CP4-G2	
	Série L500-60	L500-60-V1	CP5-G2	
		L500-60-V2	CP6-G2	
		L500-60-V3	CP7-G2	
		L500-60-V4	CP8-G2	
	Série L800-60	L800-60-V1	CP9-G2	
		L800-60-V2	CPR-G2 (10)	
		L800-60-V3		
		L800-60-V4		

### 3.4 Preparação das vigas e dos corpos de prova

Para cada grupo foi utilizado um exemplar de concreto que seguiram a mesma metodologia. Os materiais foram pesados e levados à betoneira, na sequência: agregado miúdo, agregado graúdo, cimento, água, aditivo e por final a fibra. As fibras foram inseridas aleatoriamente sendo lançadas após o concreto ter sido homogeneizado por um tempo dentro da betoneira para uma melhor distribuição. O processo de cura foi com as peças expostas ao ar.

Os 20 corpos de prova moldados para o controle tecnológico do concreto seguiram os padrões de 10 *cm* de diâmetro e 20 *cm* de altura, de acordo com as recomendações da NBR 5738/2007. Na concretagem dos corpos de prova foram executados ensaios de abatimento do tronco de cone para cada exemplar de concreto, de acordo com a NBR NM 67/1998. Obteve-se um abatimento de tronco de cone de 7,4 *cm* para o grupo I e 6 *cm* para o grupo II.

A Figura 3.5 e a Figura 3.6 mostram a execução dos ensaios de tronco de cone.



Figura 3.5 – Abatimento de tronco de cone para o grupo I.



Figura 3.6 – Abatimento de tronco de cone para o grupo II.

As vigas foram executadas de acordo com as medidas supracitadas nas formas elaboradas no laboratório de materiais e estruturas da PUC – Rio. Após as formas serem preenchidas de concreto foi utilizado um vibrador para que o concreto fosse homogeneizado como mostra a Figura 3.9.

Notou-se que as peças retiradas das formas apresentavam bolhas devido à pouca homogeneização do concreto do primeiro grupo (Figura 3.7).

Para o concreto do grupo II foi tomada uma medida preventiva utilizando-se o vibrador mais uniformemente. Observou-se uma melhora nas peças como mostra a Figura 3.8.



Figura 3.7 – Formação de bolhas no concreto do primeiro grupo.



Figura 3.8 – Viga do segundo grupo apresentando menos bolhas.



Figura 3.9 – Vibração do concreto.

### 3.4.1 Resistência à compressão

A determinação da resistência à compressão simples do concreto utilizado na pesquisa será obtida de acordo com as prescrições da NBR-5739/1994. Foram ensaiados nove corpos de prova de 10 cm x 20 cm para cada grupo.

A Tabela 3.3 lista os corpos de prova destinados a ensaios de compressão direta para obtenção da resistência à compressão  $f_c$ .

Tabela 3.3 – Corpos de prova destinados a ensaios de compressão direta.

Grupo	Corpo de Prova	Tipo de Ensaio
I	CP7-G1	Compressão Simples
	CP8-G1	
	CP9-G1	
	CPR-G1 (10)	
II	CP7-G2	Compressão Simples
	CP8-G2	
	CP9-G2	
	CPR-G2 (10)	

A Figura 3.10 mostra a execução do ensaio de compressão simples com a máquina de ensaio universal MTS. Os ensaios foram realizados a uma taxa de carga controlada de 0,5 MPa/s.



Figura 3.10 – Ensaio de compressão simples.

### 3.4.2 Resistência à tração por compressão diametral

A determinação da resistência à tração por compressão diametral do concreto foi realizada por meio de ensaios de compressão diametral dos corpos de

prova cilíndricos aos 28 dias, seguindo as recomendações da NBR 7222/2010. Foram ensaiados seis corpos de prova de 10 cm x 20 cm como é mostrado na Figura 3.11. A resistência à tração por compressão diametral de um corpo de prova cilíndrico é determinada por:

$$f_{td,i} = \frac{2P}{\pi d L_{cp}} \quad (3.1)$$

onde

$f_{td,i}$  – resistência à tração do corpo de prova de concreto, comprimido diametralmente (MPa);

P – força máxima aplicada, equivalente à carga de ruptura (kN);

$d$  – diâmetro do corpo de prova (mm);

$L_{cp}$  – altura do corpo de prova (mm).

Com os resultados, foram obtidas as resistências à tração dos corpos de prova. A Tabela 3.4 mostra os corpos de prova destinados a ensaios para obtenção da resistência à tração por meio de ensaios de compressão diametral e a Figura 3.11 mostra o corpo de prova rompido no ensaio de compressão diametral.



Figura 3.11 – Ensaio de compressão diametral executado.



Tabela 3.4 – Corpos de prova ensaiados a compressão diametral.

Grupo	Corpo de Prova	Tipo de Ensaio
I	CP1-G1	Compressão diametral
	CP2-G1	
	CP3-G1	
II	CP1-G2	Compressão diametral
	CP2-G2	
	CP3-G2	

### 3.4.3

#### Módulo de elasticidade

Para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, seguiu-se as recomendações da NBR 8522/2008. Para os ensaios, utilizou-se o mesmo equipamento dos ensaios de compressão e compressão diametral. A previsão da força de ruptura baseou-se nos resultados obtidos nos ensaios de compressão simples dos corpos de prova cilíndricos realizados na mesma data.

Para os ensaios de módulo de elasticidade, instrumentou-se dois elastômeros de 50 *mm* nos corpos de prova ensaiados. Os EER foram colados à meia altura, em lados opostos para medir a deformação específica da peça durante o ensaio (Figura 3.12). Isso se repetiu em três corpos de prova para cada grupo, totalizando seis corpos de prova de dimensões 10 *cm* x 20 *cm* destinados à obtenção do módulo de elasticidade do concreto. A Tabela 3.5 mostra os grupos e a nomenclatura dos corpos de prova destinados a este ensaio.



Figura 3.12 – Ensaio de módulo de elasticidade.

Tabela 3.5 – Corpos de prova destinados a ensaios de determinação do módulo de elasticidade.

Grupo	Corpo de Prova	Tipo de Ensaio
I	CP4-G1	Módulo de Elasticidade
	CP5-G1	
	CP6-G1	
II	CP4-G2	Módulo de Elasticidade
	CP5-G2	
	CP6-G2	

O procedimento adotado para se determinar o módulo de elasticidade do concreto foi dado pela metodologia A prescrita na NBR 8522/2008, que simula a estrutura em seu primeiro carregamento, fornece o módulo de deformação secante e permite que se trace o diagrama tensão-deformação específica.

O carregamento aplicado foi crescente a uma velocidade de  $(0,45 \pm 0,1)$  MPa/s com pausas de 60 s entre cada estágio de carregamento, alternando entre a aplicação de carga de  $0,3f_c$  e 0,5 MPa, como orienta a NBR 8522/2008, com quatro leituras para a primeira carga e três para a segunda.

O módulo de deformação secante é dado por:

$$E_{ci} = \frac{\sigma_b - \sigma_{0,5}}{\varepsilon_b - \varepsilon_{0,5}} 10^{-3} \quad (3.2)$$

onde

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade (GPa);

$\sigma_b$  – tensão correspondente a  $0,3f_c$  (MPa);

$\sigma_{0,5}$  – tensão mais próxima de 0,5 MPa que conseguiu-se aplicar no corpo de prova;

$\varepsilon_b$  – deformação específica média dos corpos de prova sob tensão maior (m/m);

$\varepsilon_{0,5}$  – deformação específica média dos corpos de prova sob a tensão básica de 0,5 MPa (m/m).

A NBR 8522/08 considera apenas os resultados cujas resistências não diferem mais de 20% da resistência à compressão prevista.

### 3.5 Preparação das peças para ensaios

As vigas e corpos de prova foram retirados das formas com sete dias e as vigas foram armazenadas sob talas de madeira para afastá-las do chão. Seu armazenamento é mostrado na Figura 3.13.



Figura 3.13 – Armazenamento das vigas do grupo I concretadas.

Para os ensaios foi necessário criar uma marcação a três centímetros das extremidades das vigas para que a peça fosse corretamente apoiada sob os roletes da máquina, simulando um apoio de segundo gênero, assim como uma marcação centralizada na face superior da peça para aplicação correta da força. Essas marcações podem ser vistas na Figura 3.14.



Figura 3.14 – Viga marcada a ser ensaiada.

### **3.6**

#### **Descrição do ensaio de flexão**

Para o programa experimental foram testadas 24 vigas de concreto com fibras de aço divididas em dois grupos, como citado no item 3.1. A variação dos grupos se deu na quantidade de fibras a serem incorporadas ao concreto. O ensaio foi de flexão no esquema mostrado pela Figura 3.15, seguindo recomendações da ASTM C1018/1997, com o ponto de aplicação de carga no meio do vão. Os apoios foram fixados nas marcações das vigas.

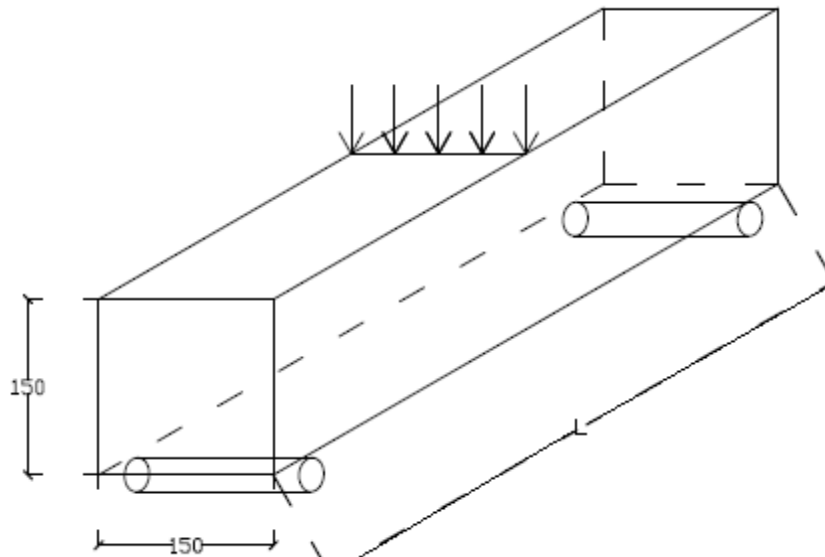


Figura 3.15 – Ensaio à Flexão.

Foi utilizado um pórtico adaptado conectado ao atuador MTS para ensaios à flexão, com capacidade para 1000 kN como mostra a Figura 3.16. A máquina foi operada para que a flecha da peça se desse a uma taxa constante de 0,1 mm/min, estando dentro da faixa estabelecida pela ASTM C1018/1997.



Figura 3.16 – Pórtico adaptado para ensaios à flexão com a máquina de ensaio universal MTS

### 3.7 Realização dos ensaios

A concretagem foi realizada no LEM-DEC nos dias 01/09/2015 e 08/09/2015. Os ensaios foram realizados em dias diferentes devido ao tempo que

cada viga levou para romper. Os ensaios seguiram as datas mostradas na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Datas dos ensaios à flexão.

Grupo	Série	Viga	Data do Ensaio	Data da concretagem	Dias de concretado
I	Série L800-40	L800-40-V1	06/10/2015	01/09/2015	35
		L800-40-V2			
		L800-40-V3			
		L800-40-V4			
	Série L500-40	L500-40-V1	13/10/2015		42
		L500-40-V2			
		L500-40-V3			
		L500-40-V4			
	Série L300-40	L300-40-V1	13/10/2015		42
		L300-40-V2			
		L300-40-V3			
		L300-40-V4			
II	Série L300-60	L300-60-V1	14/10/2015	08/09/2015	36
		L300-60-V2			
		L300-60-V3			
		L300-60-V4			
	Série L500-60	L500-60-V1	20/10/2015		42
		L500-60-V2			
		L500-60-V3			
		L500-60-V4			
	Série L800-60	L800-60-V1	20/10/2015		42
		L800-60-V2			
		L800-60-V3			
		L800-60-V4			

Os ensaios foram realizados de modo que fosse possível a obtenção dos dados relativos à primeira fissura e parcialmente de sua resistência residual. As vigas ensaiadas apresentaram primeiras fissuras similares à apresentada na Figura 3.17. Algumas fissuras foram realçadas com marcador para melhor identificação devido à sua espessura como mostra a Figura 3.18.

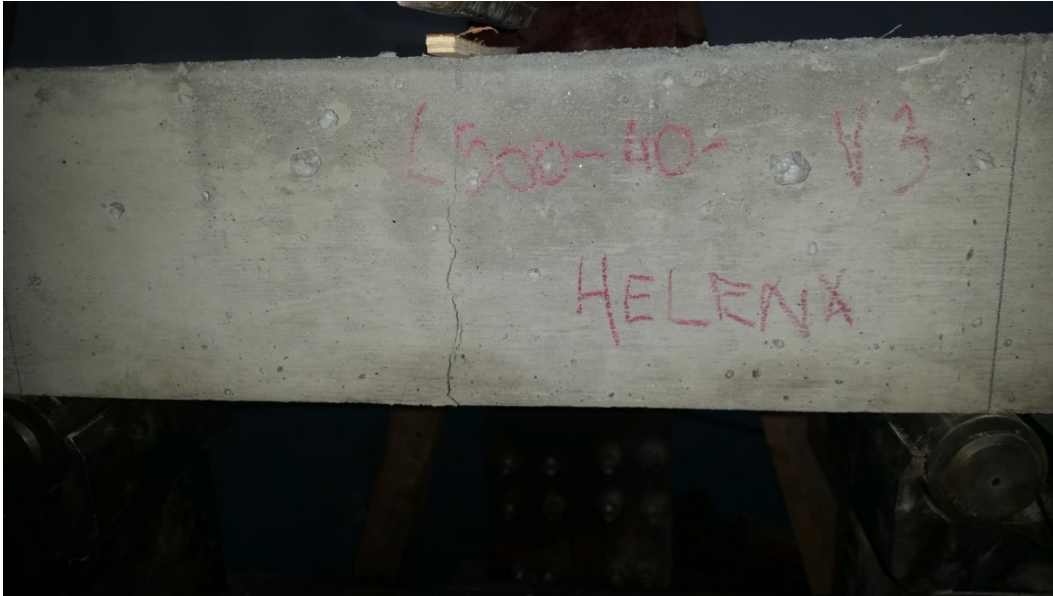


Figura 3.17 – Comportamento de primeiras fissuras nas peças ensaiadas.



Figura 3.18 – Fissuras realçadas.

## 4 Análise dos resultados

### 4.1 Considerações iniciais

As análises realizadas neste capítulo são referentes à resistência de compressão, módulo de elasticidade e resistência à tração por compressão diametral, e o efeito das fibras de aço nesses parâmetros.

As curvas força x flecha obtidas nos ensaios são apresentadas e analisadas. Por meio desses gráficos são avaliados parâmetros obtidos com os resultados dos ensaios. São avaliados a tensão tangencial, o momento de flexão, a energia de deformação, a tenacidade, o efeito escala e o fator crítico de tensão para análise da energia de fratura.

### 4.2 Resultados de resistência à compressão

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais dos corpos de prova cilíndricos destinados aos ensaios de compressão, para se determinar a resistência média do concreto de cada grupo.

O concreto utilizado para o grupo I teve uma resistência média de  $f_c = 39,25 \text{ MPa}$  e o utilizado para o grupo II,  $f_c = 39,96 \text{ MPa}$ . Os corpos de prova foram ensaiados aos 28 dias e a média dos resultados obtidos atende à média requerida, dado que a resistência desejada era de 30 MPa. A Tabela 4.1 mostra os resultados obtidos para cada corpo de prova e as médias de cada grupo.



Tabela 4.1 – Resistência à compressão do concreto.

Grupo	Corpo de Prova	Tipo de Ensaio	Força Máxima(kN)	$f_c$ (MPa)
I	CP7-G1	Compressão Simples	310,22	39,25
	CP8-G1		327,33	
	CP9-G1		284,06	
	CPR-G1 (10)		311,34	
II	CP7-G2	Compressão Simples	306,84	39,96
	CP8-G2		314,99	
	CP9-G2		330,91	
	CPR-G2 (10)		302,54	

### 4.3

#### Resultados de resistência à tração por compressão diametral

Utilizando-se a expressão (3.1) apresentada no item 3.4.2 foram obtidos os valores de resistência média à tração para cada grupo.

A resistência média à tração foi de  $f_{tD,m} = 2,56 \text{ MPa}$  para o grupo I e  $f_{tD,m} = 2,73 \text{ MPa}$  para o grupo II. A Tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos para a resistência à tração correspondente a cada corpo de prova ensaiado.

Tabela 4.2 – Resistência à tração dos corpos de prova.

Grupo	Corpo de Prova	Tipo de Ensaio	Força Máxima(kN)	Resistência à Tração (MPa)
I	CP1-G1	Compressão Diametral	100,04	3,18
	CP2-G1		68,91	2,19
	CP3-G1		72,25	2,30
II	CP1-G2	Compressão Diametral	96,13	3,06
	CP2-G2		76,77	2,44
	CP3-G2		84,53	2,69

### 4.4

#### Resultados do módulo de elasticidade

Para cálculo do módulo de elasticidade dos exemplares de concreto utilizados no experimento, utilizou-se da expressão (3.2).

A metodologia utilizada para obtenção dos valores de módulo de elasticidade em concordância com a NBR 8522/2008 foi a metodologia A, que considera uma tensão fixa  $\sigma_{0,5} = 0,5 \text{ MPa}$ .

A NBR 8522/2008 determina que a resistência à compressão  $f_{c,ef}$  obtida ao fim dos ensaios para obtenção do módulo de elasticidade não deve diferir em mais de 20% da resistência à compressão calculada no item 4.2. A Tabela 4.3 apresenta os valores de  $f_{c,ef}$  calculados.

Tabela 4.3 – Valores de resistência à compressão obtidos nos ensaios para obtenção do módulo de elasticidade.

Grupo	Corpo de Prova	Tipo de Ensaio	Força Máxima (kN)	$f_{c,ef}$ (MPa)
I	CP4-G1	Módulo de Elasticidade	300,11	38,21
	CP5-G1		307,39	39,14
	CP6-G1		309,21	39,37
II	CP4-G2	Módulo de Elasticidade	221,51	28,20
	CP5-G2		318,53	40,56
	CP6-G2		259,07	32,99

Nota-se que o valor de  $f_{c,ef}$  obtido no corpo de prova CP4-G2 não atende às especificações exigidas pela NBR 8522/2008, apresentando valor menor que 80% da resistência à compressão calculada previamente, logo esse corpo de prova foi descartado da análise de resultados para obtenção do módulo de elasticidade. Os valores de deformações específicas utilizados para o cálculo do módulo de elasticidade se encontram no anexo C.

A Tabela 4.4 apresenta os valores dos módulos de elasticidade calculados para cada grupo.

Tabela 4.4 – Módulo de elasticidade.

Grupo	Tipo de Ensaio	$E_{ci}$ (GPa)
I	Módulo de Elasticidade	27,58
II	Módulo de Elasticidade	25,60

## 4.5 Resultados dos ensaios à flexão

Os ensaios à flexão tratados no item 3.6 resultam em valores de flechas e forças para as peças que foram ensaiadas. A Tabela 4.5 mostra os valores de força correspondentes à primeira fissura de cada viga e sua respectiva flecha.

Tabela 4.5 – Resultados obtidos nos ensaios à flexão.

Viga	Força máxima (kN)	Flecha (mm)
L300-40-V1	40,64	4,97
L300-40-V2	48,69	3,77
L300-40-V3	45,35	3,37
L300-40-V4	40,24	5,82
L500-40-V1	23,13	4,18
L500-40-V2	24,98	3,01
L500-40-V3	23,73	3,97
L500-40-V4	22,73	2,39
L800-40-V1	13,10	3,03
L800-40-V2	12,84	2,52
L800-40-V3	12,03	2,63
L800-40-V4	12,99	2,27
L300-60-V1	60,14	4,50
L300-60-V2	54,38	6,32
L300-60-V3	61,58	6,74
L300-60-V4	51,36	5,99
L500-60-V1	29,86	6,01
L500-60-V2	29,70	3,22
L500-60-V3	30,46	3,11
L500-60-V4	32,89	3,84
L800-60-V1	17,87	3,45
L800-60-V2	16,35	3,33
L800-60-V3	14,48	2,98
L800-60-V4	14,73	2,67

Os gráficos gerados a partir dos dados de cada ensaio se encontram no anexo A.

Para a elaboração dos gráficos foram utilizados valores médios de ruptura entre as quatro vigas ensaiadas para cada vão relativo a cada grupo. Esses valores estão representados na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Médias de ruptura de cada vão relativo a um consumo de fibra.

Série	Médias das cargas de ruptura por série (kN)	Vão (mm)	Taxa de Fibras (kg/m <sup>3</sup> )
L300-40	42,08	300	40
L500-40	23,64	500	
L800-40	12,74	800	
L300-60	56,86	300	60
L500-60	30,73	500	
L800-60	15,86	800	

#### 4.5.1 Teste de Grubbs

Esse teste foi realizado para verificação de valores extremos para observações amostrais, que podem ser considerados manifestações de variabilidade aleatória inerente aos dados ou um erro no recolhimento de dados.

O teste de Grubbs utiliza o critério definido por:

$$Z = \frac{|x_i - x|}{s} \quad (4.1)$$

onde

$x_i$  – observação da amostra;

$x$  – média amostral;

$s$  – desvio padrão.

Esse critério calcula valores de  $Z$  para todos os dados amostrais e compara com um  $Z_c$ , valor crítico fornecido pelo método (GRUBBS, 1969), de acordo com o número de dados coletados e seu nível de significância  $\alpha$ . Caso  $Z > Z_c$  o valor é considerado extremo e deve ser tratado. Se  $Z < Z_c$ , não há inconsistência nos dados.

Foi utilizado um nível de significância  $\alpha = 0,05$  e um valor crítico de 1,481, de acordo com a curva amostral. Os valores medidos para primeira fissura foram analisados e não houve casos de valores extremos, logo os dados são consistentes. As tabelas de verificação por teste de Grubbs dos valores de ruptura constam no anexo B.

### 4.5.2

#### Análise do acréscimo percentual da resistência à carga de ruptura

Foi realizada uma análise do acréscimo percentual da resistência à carga de ruptura do grupo I para o grupo II de acordo com os vãos ensaiados. O vão de 300 mm apresenta um aumento de resistência de 35% do grupo I para o grupo II, o vão de 500 mm um aumento de 30% e o vão de 800 mm um aumento de 24% (Figura 4.1).

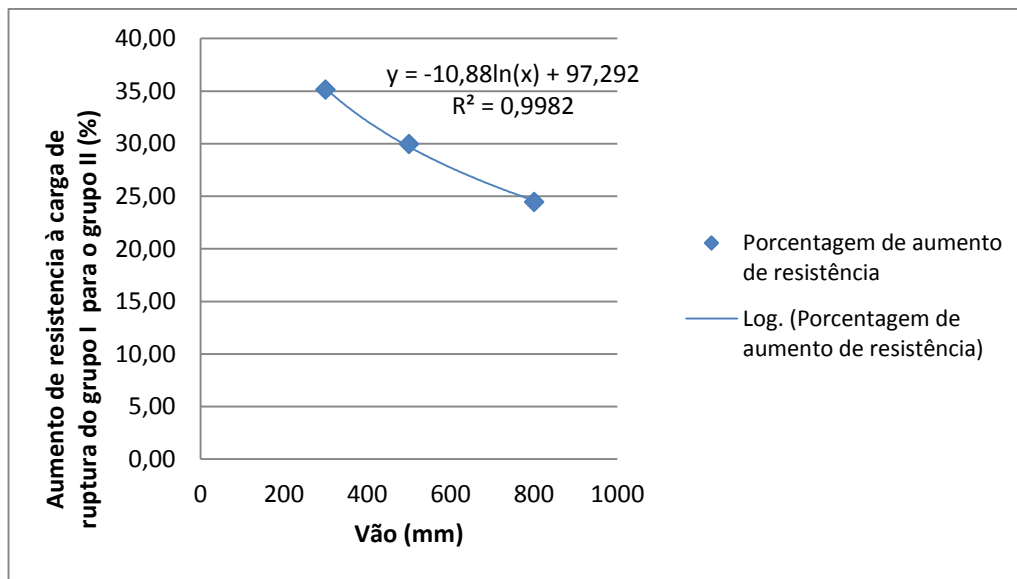


Figura 4.1 – Acréscimo percentual da resistência comparando-se o grupo I ao grupo II em função do vão.

### 4.5.3

#### Análise da tensão tangencial

A tensão tangencial é dada por:

$$\tau = \frac{P}{bh} \quad (4.2)$$

onde

$\tau$  – tensão tangencial (MPa);

$P$  – força relativa à primeira fissura (kN);

$b$  – largura da seção da peça (m);

$h$  – altura da seção da peça (m).

A análise das tensões tangenciais considera a razão  $\frac{a}{h}$ , na qual a distância  $a$  representa a metade do vão entre os apoios (vão total menos 3 cm de cada lado para dar estabilidade aos apoios) e  $h = 0,15\text{ m}$  igual para todos os vãos (seção  $0,15\text{ m} \times 0,15\text{ m}$ ). A tabela que deu origem aos gráficos da Figura 4.2 à Figura 4.5 se encontra no anexo D.

Tabela 4.7 – Parâmetros geométricos das vigas.

Vão (m)	a (m)	$\frac{a}{h}$
0,3	0,12	0,8
0,5	0,22	1,47
0,8	0,37	2,47

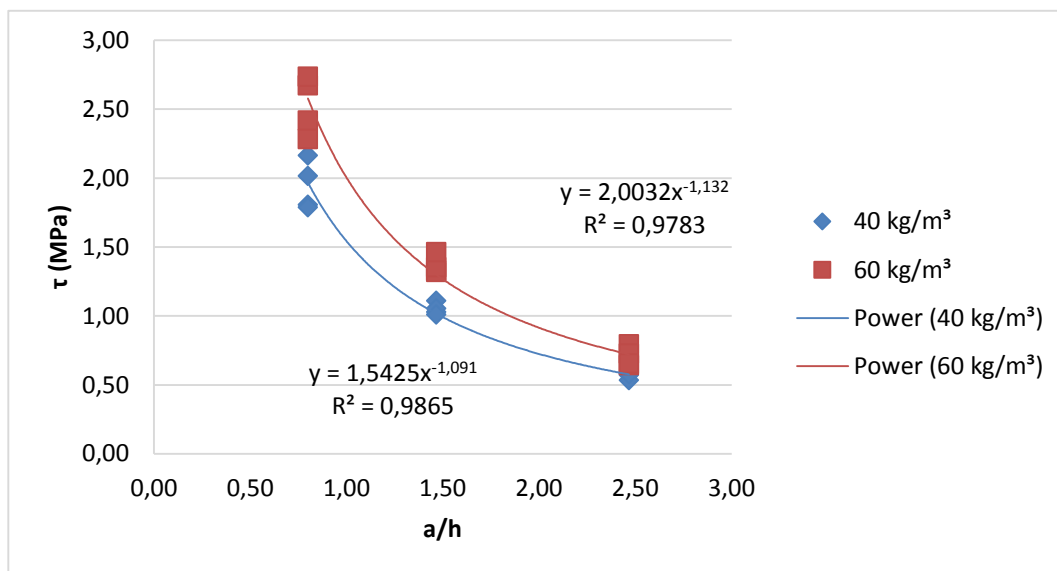


Figura 4.2 –Tensão tangencial x razão a/h para os valores máximos da tensão.

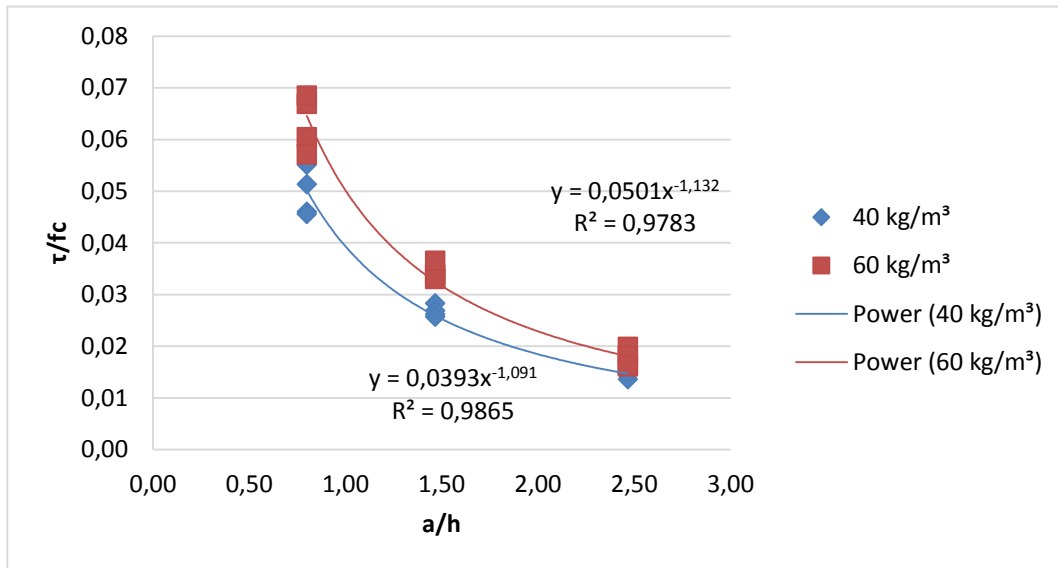


Figura 4.3 – Tensão tangencial /  $f_c$  x razão  $a/h$  para os valores máximos da tensão.

As Figura 4.3 e Figura 4.4 apresentam os valores máximos de tensão para cada viga em função do vão. Nos gráficos acima estão apresentados os resultados de todas as vigas.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412813/CA

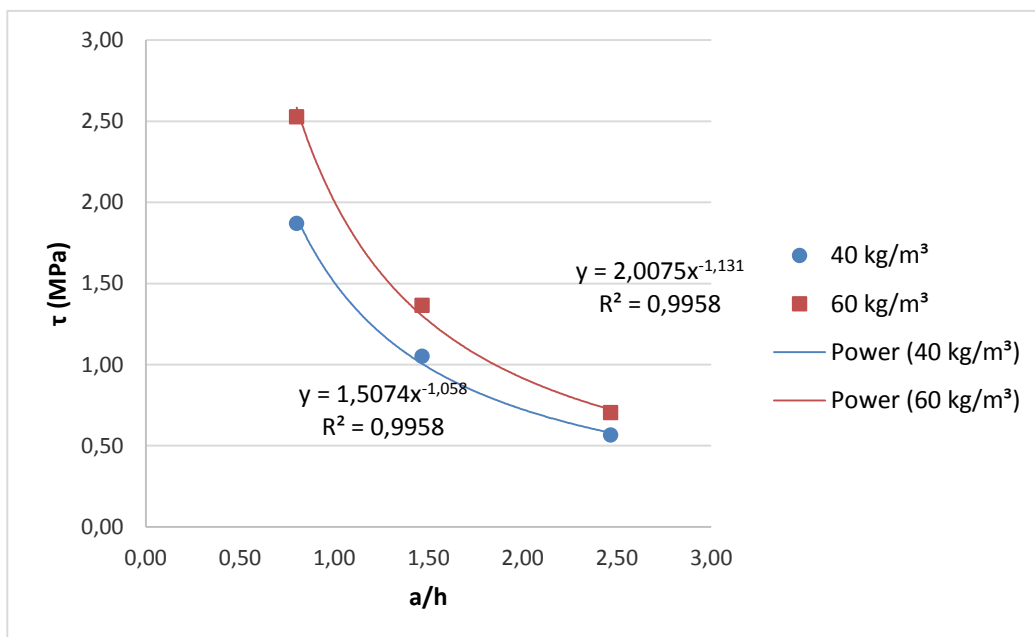


Figura 4.4 – Tensão tangencial x razão  $a/h$  para os valores de tensão média para cada série.

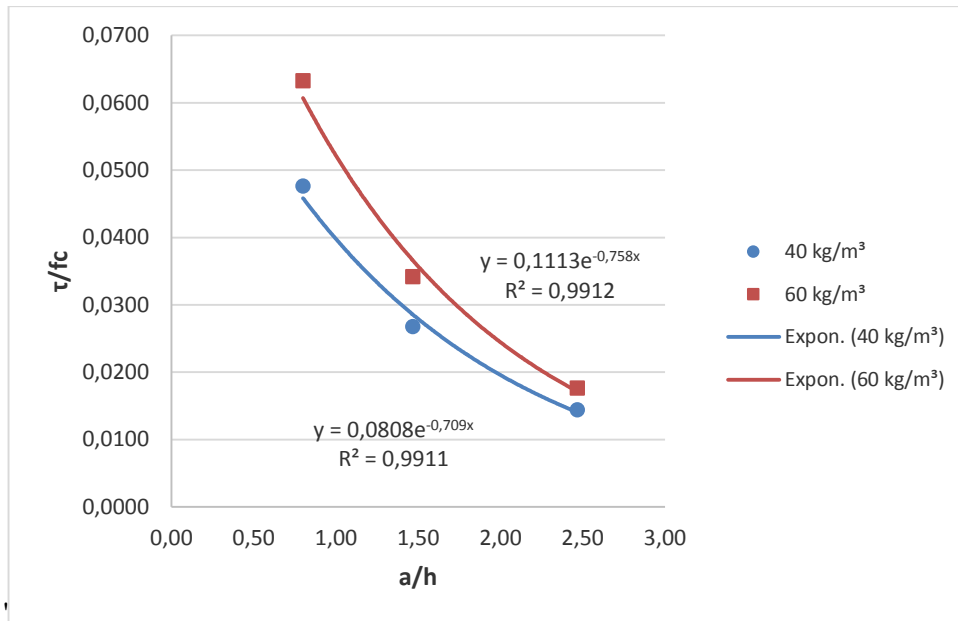


Figura 4.5 – Tensão tangencial /  $f_c$  x razão  $a/h$  para os valores de tensão média para cada série.

As Figura 4.4 e Figura 4.5 apresentam os valores médios de tensão para vigas similares (mesmo vão e mesmo grupo).

Observa-se que quando a razão  $\frac{a}{h}$  aumenta a tensão tangencial diminui. As razões entre as tensões  $\tau_{40}$  e  $\tau_{60}$  e sob a forma normalizada  $(\tau/f_c)_{60}$  e  $(\tau/f_c)_{40}$  diminuem com o aumento de  $\frac{a}{h}$ . Dessa forma,  $\Delta$  e  $\Delta^*$ , para os valores médios de tensão, assumem os valores mostrados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Diferença de tensões tangenciais em função da taxa de fibras.

$\frac{a}{h}$	$\Delta$	$\Delta^*$
0,80	0,74	0,75
1,47	0,77	0,78
2,47	0,80	0,82

Nota-se que os valores de  $\Delta^*$  são maiores que os de  $\Delta$ . Isso mostra que, considerando-se o  $f_c$ , a tensão tangencial aumenta.



#### 4.5.4 Análise do momento de flexão

Os momentos de flexão foram calculados com as seguintes expressões:

$$M = \frac{Pa^2}{l} \quad (4.3)$$

$$\varphi = \frac{\delta}{a} \quad (4.4)$$

onde

$M$  – momento de flexão (kN.m);

$P$  – força referente à primeira fissura (kN);

$a$  – metade do vão entre os apoios (m);

$l$  – vão da viga correspondente (m).

$\varphi$  – rotação correspondente ao momento de flexão;

$\delta$  – flecha correspondente à primeira fissura (m).

A Figura 4.6 apresenta os resultados de cada viga. A Figura 4.7 apresenta a média de flexão para cada série.

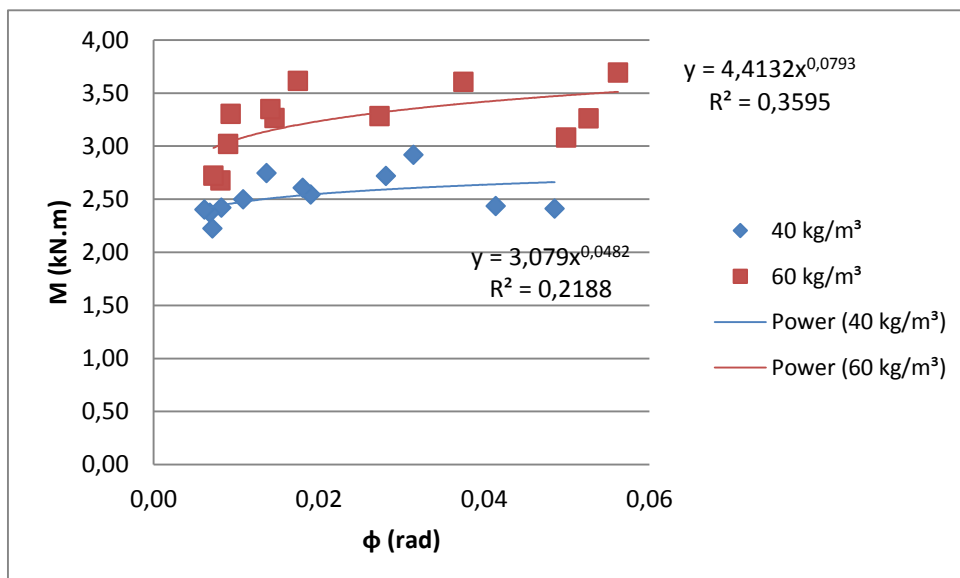


Figura 4.6 – Momento de flexão x rotação para os valores máximos.

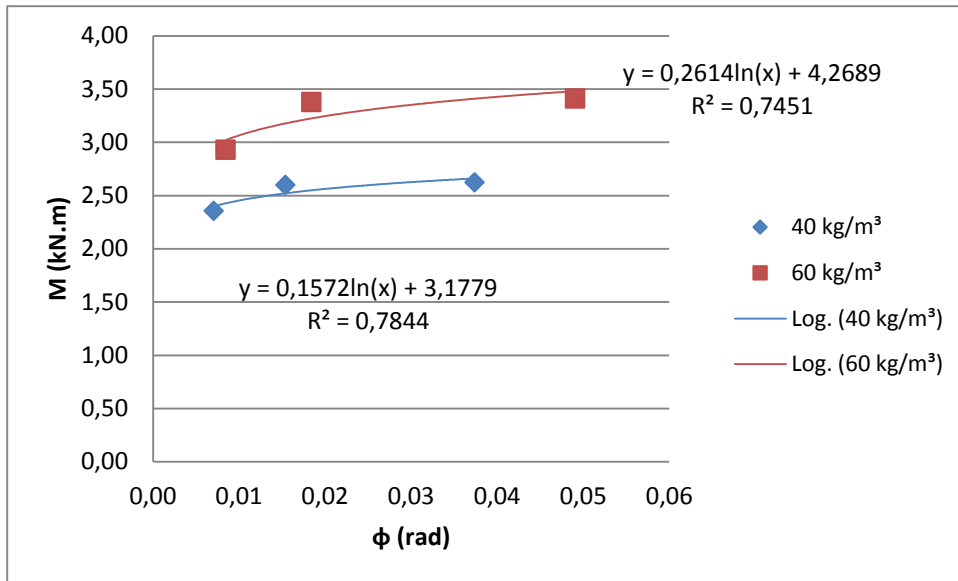


Figura 4.7 – Momento de flexão x rotação para os valores de momento e rotação médios para cada série.

Foram realizadas análises a partir do momento de flexão normalizado dado por:

$$\mu = \frac{M}{bh^2 f_c} \quad (4.5)$$

onde

$M$  – momento de flexão correspondente à primeira fissura (kN.m);

$b$  – largura da seção da peça (m);

$h$  – altura da seção da peça (m);

$f_c$  – resistência à compressão do concreto (kPa).

A Figura 4.8 apresenta os valores de todas as vigas e a Figura 4.9 apresenta valores médios para cada série.

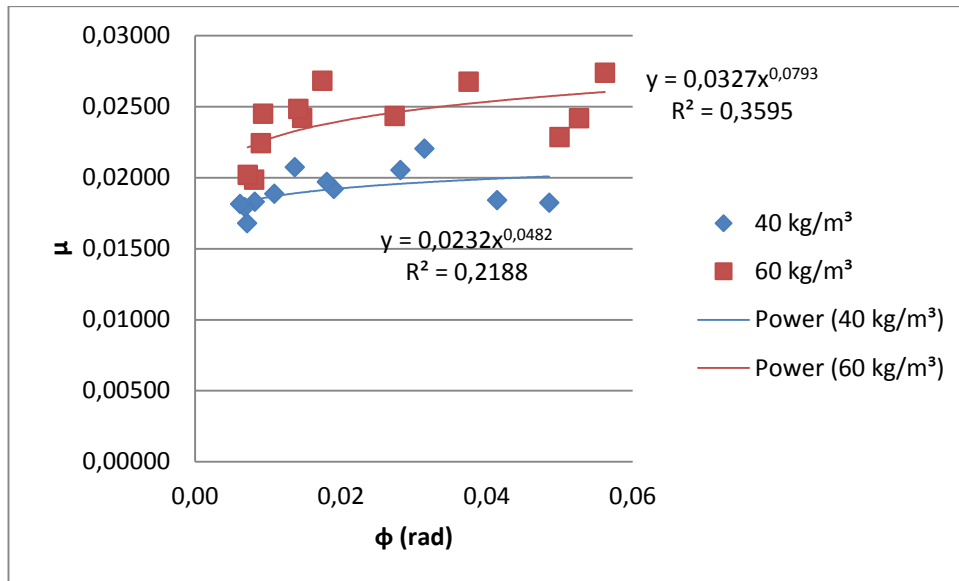


Figura 4.8 – Momento de flexão normalizado x rotação para os valores máximos para cada viga.

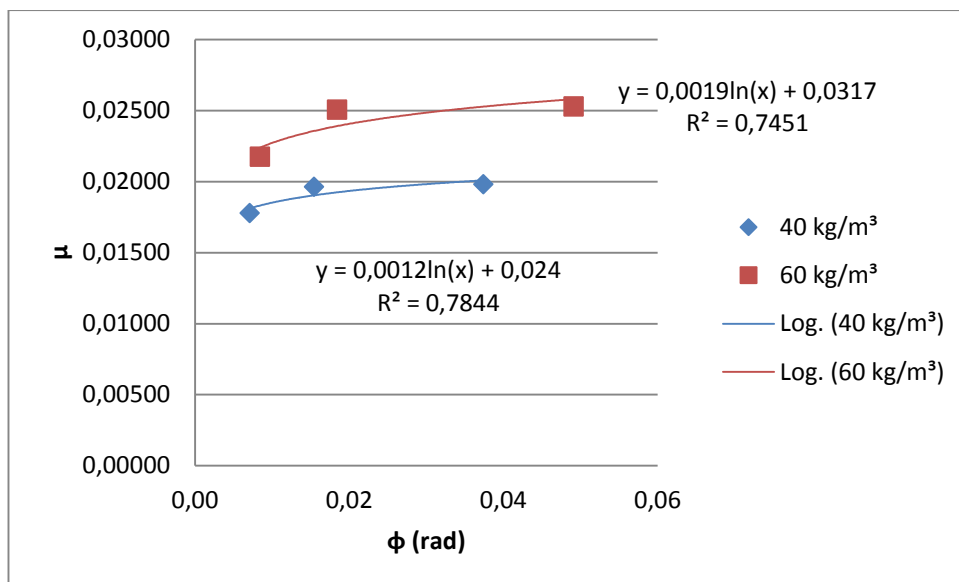


Figura 4.9 – Momento de flexão normalizado x rotação para os valores médios para cada série.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1412813/CA

A tabela com os valores de momento, momento normalizado e rotação calculados se encontra no anexo E.

A correlação entre os parâmetros de flexão  $M$ ,  $\mu$  e  $\varphi$  não ficou delineada adequadamente para todos os valores máximos. Quando da adoção de valores médios para esses parâmetros se tem mais consistência na correlação entre esses parâmetros e o consumo de fibras.

A Tabela 4.9 mostra a variação da rotação e momento nas vigas para cada vão. Há uma relação inversa entre a rotação e o momento com o vão, logo como esperado, há um aumento do momento de flexão resistente para os vãos menores.

Tabela 4.9 – Variação da rotação e momento normalizado para cada série.

Série	Rotação média	Momento de flexão médio (kN.m)	Momento normalizado médio ( $\mu$ )
L300-40	0,04	2,62	0,01981
L500-40	0,02	2,60	0,01964
L800-40	0,01	2,36	0,01779
L300-60	0,05	3,41	0,02530
L500-60	0,02	3,38	0,02507
L800-60	0,01	2,93	0,02175

Com o aumento do consumo de fibras nota-se um aumento no momento de flexão e no momento normalizado. As rotações calculadas tanto para o grupo I quanto para o grupo II, são próximas o suficiente para permitir essa análise. Nota-se também que para os vãos de 300 mm e 500 mm há uma pequena diferença da rotação para um aumento significativo do momento, e para o vão de 800 mm há uma uniformidade da rotação para um aumento dos momentos, evidenciando a influência que o vão exerce sobre o momento de flexão.

A Tabela 4.10 mostra as razões entre os momentos de acordo com o consumo de fibras para cada vão, sendo  $\Delta_1 = \frac{M_{60}}{M_{40}}$  as razões entre os momentos de flexão das séries do grupo II e do grupo I, e  $\Delta_1^* = \frac{\mu_{60}}{\mu_{40}}$  as razões entre os momentos normalizados das séries do grupo II e do grupo I.

Tabela 4.10 – Razão entre os momentos em função do vão.

Vão (mm)	$\Delta_1$	$\Delta_1^*$
300	1,30	1,28
500	1,30	1,28
800	1,24	1,22

Há uma diminuição na razão entre os momentos de acordo com o aumento do vão. Os valores para os vãos de 300 mm e 500 mm apresentam valores bastante

próximos, já os valores equivalentes ao vão de 800 mm apresentam uma diminuição um pouco mais acentuada.

#### 4.5.5 Análise da energia de deformação

A energia de deformação  $E_{def}$  é a área sob o gráfico força x flecha e expressa em Joule (J).

As energias foram extraídas dos gráficos por meio do método de Simpson, analisados de ponto a ponto nos registros dos ensaios.

Nesta seção são analisados os valores obtidos para o trabalho na zona elástica das peças (Figura 4.10). A tabela com os valores de  $E_{def}$  calculados para cada viga se encontram no anexo F.

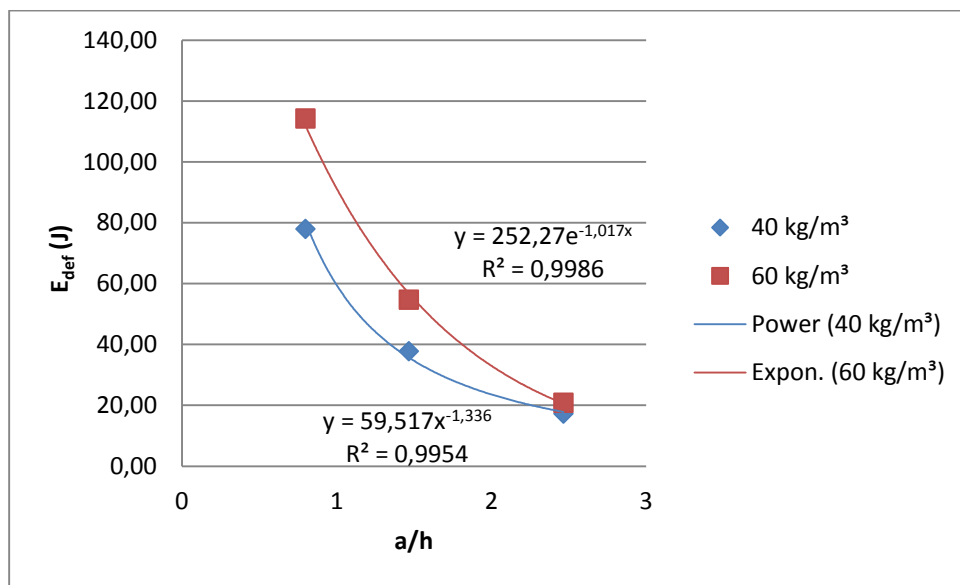


Figura 4.10 – Energia de deformação x razão  $a/h$  para as médias de trabalho para cada série.

Nota-se uma diminuição acentuada na energia de deformação à medida que a razão  $\frac{a}{h}$  aumenta.

O grupo II teve uma curva com diminuição mais acentuada que o grupo I, sendo a curva do grupo I decrescente em curva potencial e a do grupo II decrescente em curva exponencial.

Outro fator relevante na análise da energia é a proximidade das duas curvas para o maior vão. O gráfico da Figura 4.10 mostra a diminuição da contribuição

das fibras na energia com o aumento do vão. Nota-se um comportamento mais regular em relação à variação da razão  $\frac{a}{h}$ .

#### 4.5.6 Análise da tenacidade

De acordo com a ACI 554.1R (1996) o módulo de ruptura MOR é definido como a maior tensão obtida no ensaio de resistência à flexão de concreto com fibras. Para obtenção do valor médio do MOR e do fator de tenacidade FT, é recomendado pela norma JSCE-SF4 (1984) utilizar, no mínimo, quatro corpos de prova e seu rompimento deve ocorrer no terço médio central, devendo o resultado ser descartado caso isso não ocorra.

Os parâmetros para análise da tenacidade (MOR e FT) pela JSCE-SF4 (1984) são calculados por:

$$MOR = \frac{PL}{bh^2} \quad (4.6)$$

$$FT = \frac{T_b}{\delta_{tb}} \times \frac{L}{bh^2} \quad (4.7)$$

onde

*MOR* – módulo de ruptura (kN.mm ou J);

*FT* – fator de tenacidade (MPa);

*P* – força referente à primeira fissura (kN);

*L* – vão entre apoios (mm);

*b* – largura da seção (m);

*h* – altura da seção (m);

*T<sub>b</sub>* – tenacidade à flexão (área abaixo da curva força vs. flecha) até o limite de flecha  $\delta_{tb}$ ;

$\delta_{tb}$  – flecha equivalente a  $L/150$  (mm).

Para análise dos parâmetros relevantes para a tenacidade foram admitidas aproximações de valores que não constavam nos dados dos ensaios, para que

pudesse ser realizada uma análise com todos os vãos. Para isso utilizou-se o padrão de comportamento do material e os últimos valores de flecha e carga obtidos nos ensaios. Os valores obtidos nos gráficos força x flecha foram truncados onde terminavam e foram obtidos valores de força para a flecha desejada para os cálculos.

A Figura 4.11 apresenta os valores do módulo de ruptura de acordo com o vão (razão  $\frac{a}{h}$ ) e a Figura 4.12 apresenta os valores do módulo de ruptura normalizados, de acordo com a resistência  $f_c$  do grupo.

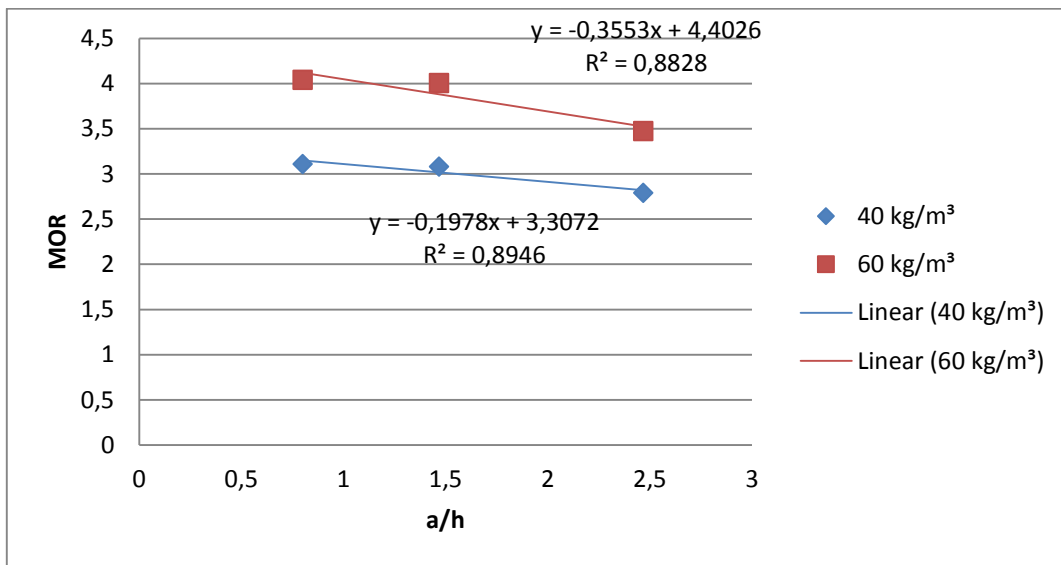


Figura 4.11 – Módulo de ruptura x razão a/h para o valor médio do módulo de ruptura para cada série.

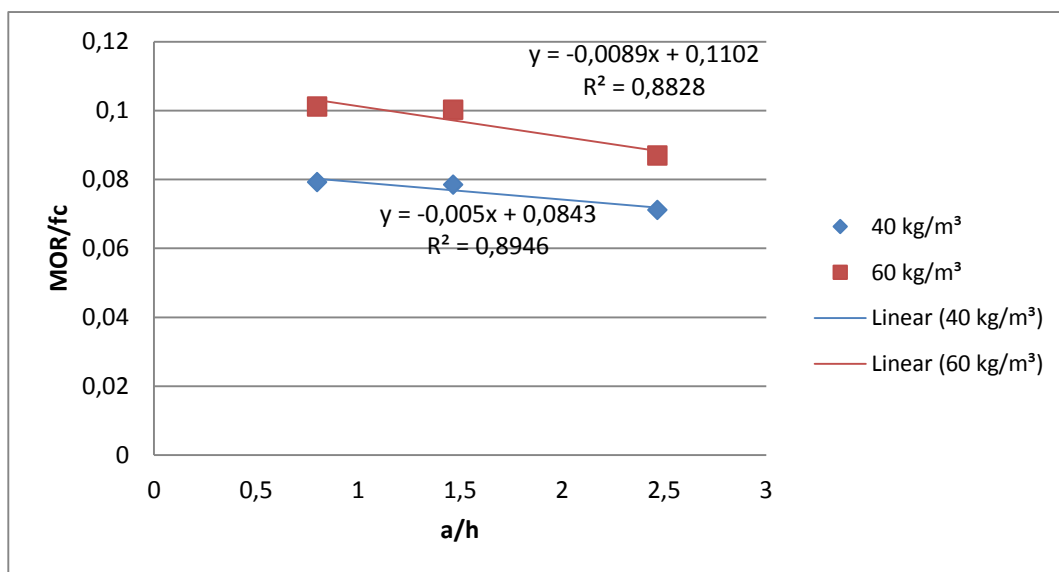


Figura 4.12 – Razão módulo de ruptura/ $f_c$  x razão a/h para o valor médio do módulo de ruptura para cada série.

Observa-se que quando a razão  $\frac{a}{h}$  aumenta o módulo de ruptura diminui, e com o aumento dessa razão tem-se uma diminuição das diferenças entre os dois grupos. O módulo de ruptura varia em concordância com o momento de flexão, mostrando a influência do vão na ruptura das peças.

A Figura 4.13 apresenta os valores médios do fator de tenacidade para vigas similares e a Figura 4.14 apresenta seus valores normalizados pelo  $f_c$  de cada grupo.

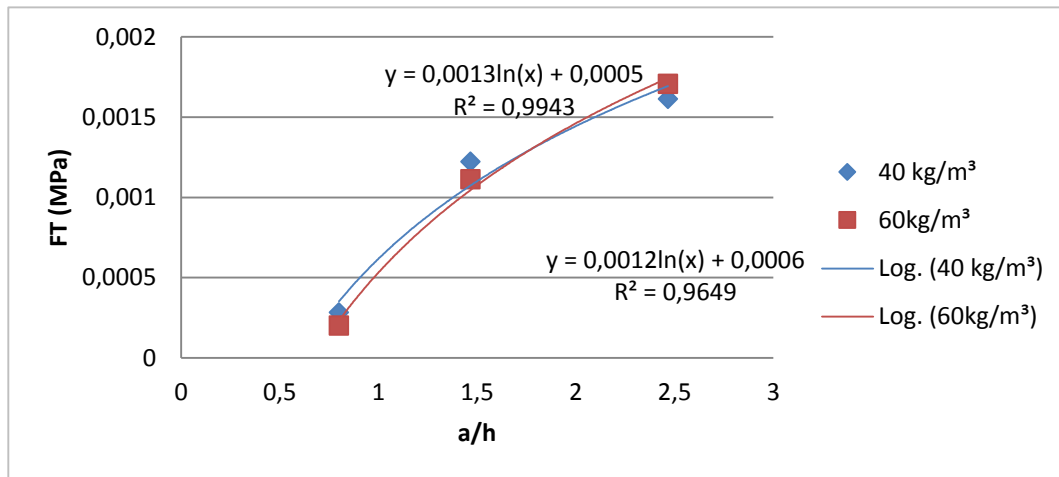


Figura 4.13 – Média FT x razão a/h para o valor médio do fator de tenacidade para cada série.

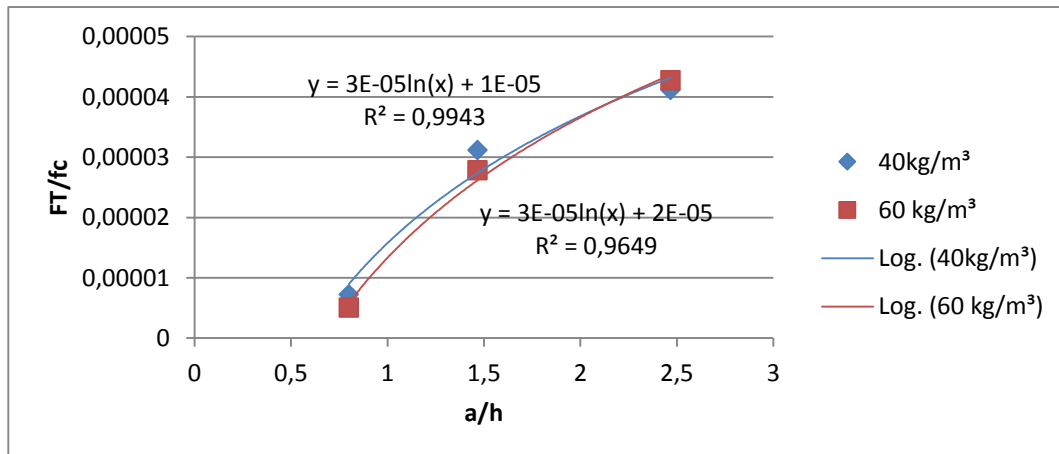


Figura 4.14 – Média FT/fc x razão a/h para o valor médio do fator de tenacidade para cada série.

As tabelas com os valores calculados utilizados para os gráficos de análise da tenacidade se encontram no anexo G.

Para o fator de tenacidade, tem-se um aumento da capacidade de absorção de energia com o aumento do vão. A Tabela 4.11 apresenta as razões  $\Delta_2 = \frac{FT_{60}}{FT_{40}}$



e  $\Delta_2^* = \frac{(FT/f_c)_{60}}{(FT/f_c)_{40}}$ . Com os valores médios se tem melhor correlação entre os parâmetros.

Tabela 4.11 – Razão entre os fatores de tenacidade.

$\frac{a}{h}$	$\Delta_2$	$\Delta_2^*$
0,8	0,7127	0,7000
1,47	0,9099	0,8937
2,47	1,0578	1,0390

Nota-se que para o vão de 300 mm as peças com consumo de fibras de 60 kg/m<sup>3</sup> tem capacidade menor de absorção de energia, correspondendo a cerca de 70% da absorção das peças com consumo de fibras igual a 40 kg/m<sup>3</sup>.

Para o vão de 500 mm as peças do grupo II também apresentam menor capacidade de absorção de energia, porém, essa diminuição do fator de tenacidade não é tão significativa quanto para as peças com vão menor, correspondendo a aproximadamente 90% da capacidade das peças do grupo I.

Para o vão maior (800 mm) nota-se uma divergência muito pequena, porém com comportamento diferente, em que as peças do grupo II apresentam maior fator de tenacidade que as peças do grupo I. Isso pode indicar que com o crescimento do vão as fibras beneficiem a matriz de concreto, porém, por falta de ensaios com vãos maiores que 800 mm, não se pode concluir que o aumento do vão com maior consumo de fibras confere benefícios à matriz.

Há um comportamento mais regular em relação à razão  $\frac{a}{h}$ . Observa-se também que os valores de R<sup>2</sup> não variaram ao se considerar a resistência  $f_c$ .

#### 4.6 Análise do efeito escala

COURA (2007) mostra a melhor adequação da lei de Carpinteri em relação a lei de Bazant para estudos de efeito escala. Assim, a comparação da pesquisa com a lei de Bazant não será realizada, e será utilizada a lei de Carpinteri para avaliação do efeito escala nos resultados obtidos.

Para cálculo da tensão de tração na flexão a NBR 12142/2010 recomenda a expressão (4.8) para vigas ensaiadas com dois cutelos de carga. No ensaio realizado apenas com um cutelo para aplicação de carga, o momento ocorrerá de forma diferente, logo utilizou-se para cálculo da tensão de tração na flexão a expressão (4.9).

A Tabela que apresenta os valores calculados, que se encontra no anexo H, nota-se um aumento na resistência à tração na flexão com o aumento do consumo de fibras.

$$f_{ctm}^* = \frac{Pl}{bh^2} \quad (4.8)$$

$$f_{ctm} = \frac{3 Pl}{2 bh^2} \quad (4.9)$$

onde

$f_{ctm}^*$  – resistência à tração na flexão para ensaio com dois cutelos (MPa);

$f_{ctm}$  – resistência à tração na flexão para ensaio com um cutelo (MPa);

$P$  – força de ruptura (N);

$l$  – distância entre elementos de apoio (mm);

$b$  – largura da seção transversal da viga (mm);

$h$  – altura da seção transversal da viga (mm).

A Figura 4.15 mostra os resultados do efeito escala para as vigas com consumo de fibras de 40 kg/m<sup>3</sup> em comparação com a Lei de Carpinteri, e a Figura 4.16 faz a mesma comparação para as vigas com consumo de fibras de 60 kg/m<sup>3</sup>. A análise da lei de Carpinteri foi realizada de acordo com a expressão (2.12) com  $\alpha_0 = 0,3$ . Os cálculos realizados para obtenção deste parâmetro foram com base no coeficiente angular da reta dada no gráfico apresentado por Carpinteri. Pode-se ver esta referência no Anexo H, na Figura H.1.

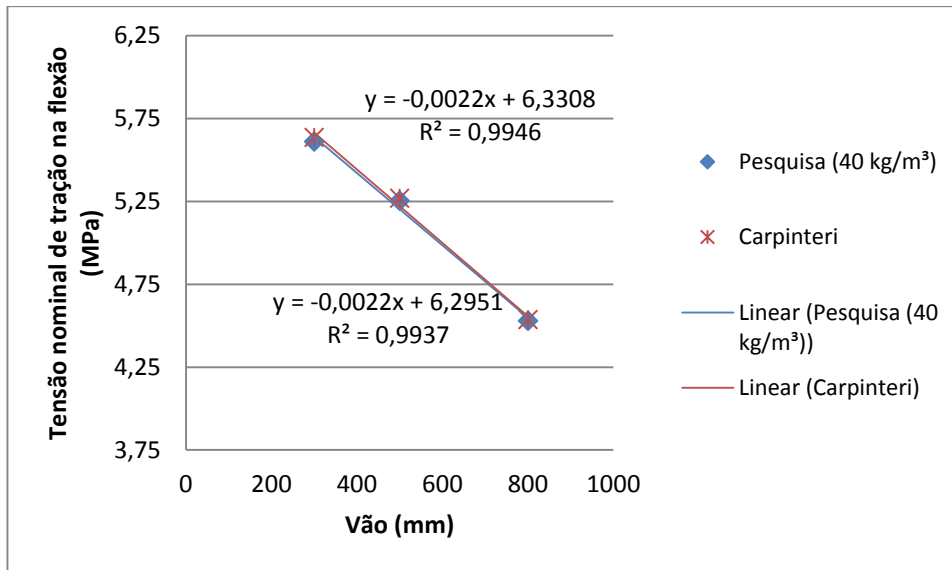


Figura 4.15 – Lei de Carpinteri x pesquisa para consumo de fibras de 40 kg/m³.

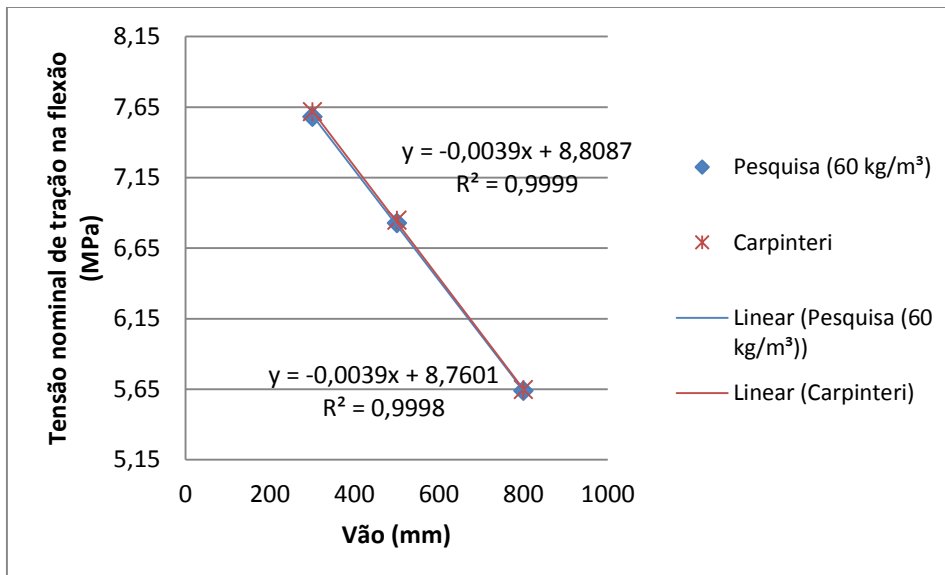


Figura 4.16 – Lei de Carpinteri x pesquisa para consumo de fibras de 60 kg/m³.

Nota-se a existência do efeito escala na pesquisa analisando-se a comparação entre os resultados obtidos e a expressão de Carpinteri. O efeito escala analisado pela lei de Carpinteri mostra que se tem um decréscimo linear na tensão nominal de tração com o aumento do vão para os dois grupos.

#### 4.7 Análise da energia de fratura

Para mensurar a energia de fratura, tem-se:

$$K_{IIC} = \sqrt{\frac{E_{ci} G_{II}}{1 - \nu^2}} \quad (4.10)$$

onde

$K_{IIC}$  – fator crítico de tensão ( $\frac{kN}{m^{3/2}}$ );

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade (kPa);

$G_{II}$  – energia de fratura por unidade de superfície (kN/m);

$\nu$  – coeficiente de Poisson.

Nos ensaios realizados, não foi obtido o coeficiente de Poisson. Considerando-se o coeficiente de Poisson variando de  $1/6 \leq \nu \leq 0,2$ , realizou-se uma análise do fator crítico de tensão em relação a essa variação do coeficiente de Poisson. Foram escolhidos cinco pontos entre os valores limites desse coeficiente, e foram calculados os fatores críticos de tensão em função desses pontos. A Figura 4.17 apresenta as curvas para cada série.

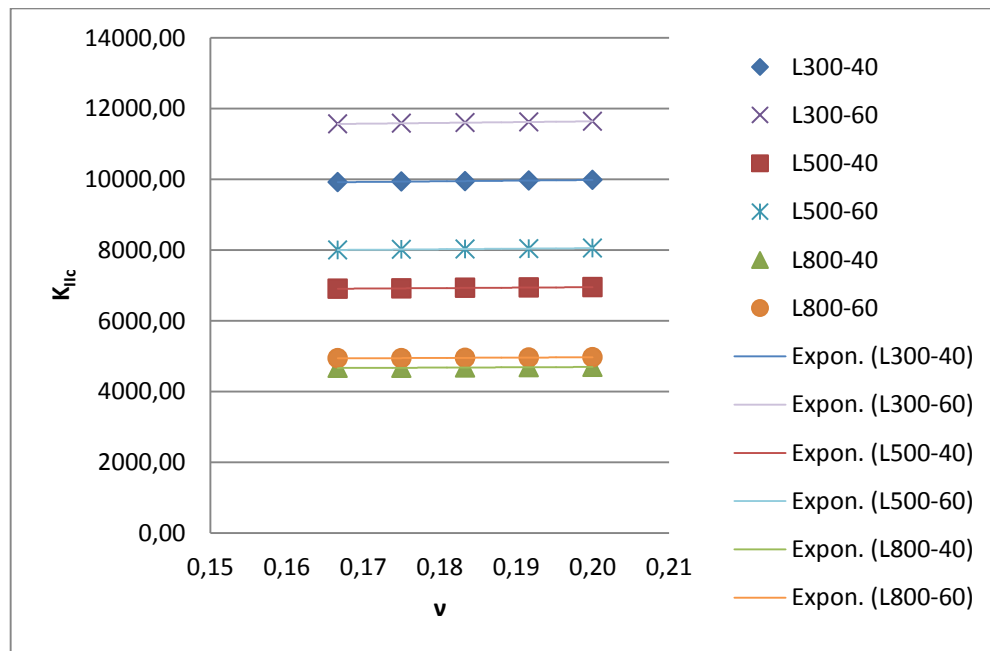


Figura 4.17 – Correlação entre  $K_{IIC}$  e limites do coeficiente de Poisson.

Os gráficos que apresentam as equações das linhas de tendência e os valores de  $R^2$  para cada curva se encontram no anexo I.

Há uma diminuição da influência das fibras à medida que o vão aumenta. A Tabela 4.12 apresenta os valores calculados de  $\Delta_{K_{IIc}} = \frac{K_{IIc\ 60}}{K_{IIc\ 40}}$ , que representa a razão entre os valores de  $K_{IIc}$  do grupo II e do grupo I para um mesmo vão. Essa tabela permite avaliar a influência da variação do coeficiente de Poisson na energia de fratura.

Tabela 4.12 – Valores de valores de  $\Delta_{K_{IIc}}$  para diferentes valores de  $\nu$ .

Vão (mm)	$\Delta_{K_{IIc}}$	
300	1,17	1,17
500	1,16	1,16
800	1,06	1,06
$\nu$	(1/6)	(0,2)

Os valores de  $K_{IIc}$  são quase constantes com a variação do coeficiente de Poisson apresentando um aumento inferior a 1% para o intervalo considerado. A Tabela I.1 no anexo I mostra esse aumento para cada viga. Para o concreto, não há grande influência desse coeficiente para avaliar a energia de fratura.

## 5 Conclusões

A partir da análise dos resultados experimentais chegou-se às conclusões descritas a seguir.

1. Todas as vigas ensaiadas apresentam acréscimo na resistência no grupo em que o consumo de fibras é maior.
2. O acréscimo de resistência à ruptura mostrou um comportamento não uniforme. Com o aumento do vão a resistência à carga de ruptura aumentou a uma taxa menor. Comparando-se o grupo II (60 kg/m<sup>3</sup> de fibras) ao grupo I (40 kg/m<sup>3</sup> de fibras) tem-se um aumento de resistência à carga de ruptura de 35% para o menor vão (300 mm), 30% para o vão médio (500 mm) e 24% para o maior vão (800 mm), mostrando que o vão influencia no aumento da resistência à carga de ruptura numa curva logarítmica.
3. Com o aumento do vão ocorre uma diminuição da tensão tangencial para ambos os grupos. Para o vão de 300 mm tem-se que a resistência ao cisalhamento do grupo I é 74% da resistência do grupo II, para o vão de 500 mm, 77% e para o vão de 800 mm, 80%. Isso mostra que o aumento do consumo de fibras é menos eficaz na resistência à solicitação tangencial quando o vão aumenta. Nota-se que, considerando o  $f_c$ , a tensão tangencial aumenta, porém não é possível concluir a influência do  $f_c$  devido à sua pequena variação e ao fato de terem sido feitos poucos ensaios.
4. O momento de flexão é influenciado pelo consumo de fibras. O grupo II apresenta entre 24% e 30% (em função do vão) maior resistência ao momento do que o grupo I. Com o aumento do vão há uma diminuição mais brusca do momento. Para os dois vão menores, a razão entre os momentos nos dois grupos não apresenta valores significativamente discrepantes. Isso indica que, com a utilização de vãos ainda menores, as vigas podem não ser influenciadas de modo

relevante pelo aumento do consumo de fibras. Mesmo a razão dos momentos para o vão maior apresentando um maior acréscimo na resistência à flexão para o grupo II, a influência do aumento do consumo de fibras no momento de flexão tem apenas um acréscimo em torno de 3% a 4% em relação aos vãos menores.

5. A energia de deformação  $E_{def}$  apresenta comportamento mais regular em relação à variação do vão. A energia armazenada diminui com o aumento do vão. O vão de 800 mm mostra uma influência quase nula das fibras, pois as duas curvas são quase coincidentes para este vão.
6. Há um aumento da capacidade de absorção de energia, medida pelo fator de tenacidade das vigas, de acordo com o aumento do vão em ambos os grupos. Entretanto, o aumento da tenacidade que ocorre devido ao consumo de fibras varia de forma não uniforme, mostrando um comportamento divergente quando se trata da comparação entre os dois grupos. O grupo I apresenta maior tenacidade nas peças de vãos iguais a 300 mm e 500 mm e para as peças de vão igual a 800 mm o grupo II tem maior capacidade de absorção de energia, porém, a alteração da tenacidade é de pouca relevância. O maior consumo de fibras apresentou menor fator de tenacidade para peças de menor vão, entretanto esse comportamento pode ter sido influenciado pelos parâmetros utilizados pela norma japonesa tratarem do regime elástico da curva.
7. Constata-se que existe efeito escala na pesquisa realizada, ou seja, a resistência nominal à tração na flexão diminui à medida que a dimensão característica da viga aumenta. Os resultados obtidos se assemelham aos resultados da Lei de Carpinteri, concluindo-se que o modelo é válido para o CFA nos limites estudados na pesquisa, ou seja, volume de fibras de 40 kg/m<sup>3</sup> e 60 kg/m<sup>3</sup>. Pode-se perceber pelos gráficos de energia de deformação e energia da fratura uma diminuição da influência das fibras, evidenciando o efeito escala. Onde as dimensões das fibras são pequenas em relação às vigas há uma desconsideração da heterogeneidade do material, porém nas menores vigas, essa influência se mostra mais significativa.

8. Para a energia de fratura tem-se que quanto menor o vão maior é a influência das fibras nesse parâmetro. Essa influência diminui com o aumento do vão. O coeficiente de Poisson não tem influência significativa na variação dessa energia.
9. Os gráficos elaborados a partir dos resultados experimentais e calculados têm coeficiente de determinação  $R^2$  bastante satisfatórios, ou próximos a 1. Isso indica que os ajustes de curva são adequados.

## 5.1

### Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para continuação da pesquisa em questão, pode-se citar:

- i. realização de ensaios com mais de dois consumos de fibras diferentes;
- ii. realizar os ensaios em um maior número de vãos para verificar a influência da tenacidade em vãos maiores e analisar a influência das fibras;
- iii. medir resistência residual das peças para análise da influência das fibras pelas normas americanas que fazem referência a este assunto;
- iv. estudar a energia de fratura  $K_{IIc}$  em função do módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson;
- v. formular análises computacionais com os resultados dos ensaios;
- vi. ensaiar vigas submetidas à flexão submetidas à fadiga, estudando-se o efeito escala em função do vão e consumo de fibras.



## 6

### Referências bibliográficas

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.1R-96: Manual of concrete practice: State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. Detroit, 1996.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.3R-93: Manual of concrete practice: guide for specifying, proportioning, mixing, placing, and finishing steel fiber reinforced concrete. Detroit,.1993.

AMERICAN SOCIETY for TESTING and MATERIALS. ASTM C1018: Standard test method for flexural toughness and first-crack strength of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading). USA, 1997.

AMERICAN SOCIETY for TESTING and MATERIALS. ASTM C78: Standard test method for flexural strength of concrete (using simple beam with third-point loading). USA, 1984.

AMERICAN SOCIETY for TESTING and MATERIALS. ASTM C1609: Standard test method for flexural performance of fiber-reinforced concrete (using simple beam with third-point loading). USA, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 12142: Concreto — Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-5738: Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739: Concreto – ensaio de compressão de corpos de prova de concreto cilíndricos – método de ensaio. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7217: Agregados – determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222: Argamassa e concreto – determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndrico. Brasil, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7223: Concreto – determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: Concreto – determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação e da curva tensão-deformação. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9937: Agregados – determinação da absorção e da massa específica de agregado graúdo. Rio de Janeiro, 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15530: Fibras de aço para concreto – especificações. Brasil, 2007.

AVESTON, J.; COOPER, G. A.; KELLY, A. Single and multiple fractures. Conference on the Properties of Fiber Composites, London, 1971.

BARROS, J. A. O. Comportamento do betão reforçado com fibras - análise experimental e simulação numérica. Tese de doutoramento, Faculdade de Eng<sup>a</sup> da Univ. do Porto, Portugal, 1995.

BARROS, J. A. O.; CRUZ, J. S.; ULRIX, E. Avaliação da capacidade de absorção de energia de betões reforçados com fibras de aço. Portugal, 1999.

BAZANT, Z. P. Size effect in blunt fracture. Concrete, Rock, Metal, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 518-535, 1984.

BENTUR, A.; MINDESS, S. Fiber reinforced cementitious composites. Barking, Elsevier Science Publishers. New York, 1990.

CARPINTERI, A., CHIAIA, B., FERRO, G. Size effects on nominal tensile of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder. Materials and Structures. Torino, Itália, 1995.

CHEN, L. et al. Comparative Toughness Testing of Fiber Reinforced Concrete. ACI publications, Detroit, 1995.

COURA, C. V. G., BARBOSA, M. T. G., DARWISH, F. A. I. Análise da lei de Bazant e Carpinteri na resistência à compressão do concreto. Rev. Int. De Desastres Naturales, Accidentes e Infraestrutura Civil, 2007.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. DIN 1045: Concrete, reinforced and prestressed concrete structures. Alemanha, 2008.

FIGUEIREDO, A. D.; CECCATO, M. R.; TORNARI, P. Influência do comprimento da fibra no desempenho do concreto reforçado com fibras de aço. Congresso Brasileiro do Concreto. São Paulo, 1997.

FIGUEIREDO, A. D. Concreto com fibras de aço. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2000.

FIGUEIREDO, A. D. Concreto com fibras. Concreto Ensino, Pesquisa e Realizações. IBRACON, Iphis Gráfica e Editora, São Paulo, 2005.

FIGUEIREDO, A. D.; CHAMA NETO, P. J.; FARIA, H. M. A nova normalização brasileira sobre fibras de aço. Revista Concreto, 2008.

GRUBBS, F. E. Procedures for detecting outlying observations in samples. UT. S. Army Aberdeen Research and Development Center Aberdeen Proving Ground, Maryland, USA, 1969.

HELENE, P. R. L.; TERZIAN, P. Manual de dosagem e controle do concreto. PINI. São Paulo, 1993.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – Steel Fiber 4: Method of tests for flexural toughness of steel fiber reinforced concrete. Concrete Library of JSCE, JSCE – SF4, Japão, 1984.

MAIDL, B. H. Steel fiber reinforced concrete. Ernst & Sohn, Berlim, 1995.

MARANGON E. Desenvolvimento e caracterização de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço. Dissertação de Mestrado, COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

MARANGON E. Caracterização material e estrutural de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço. Tese de Doutorado, COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

MINDESS, S. Fiber reinforced concrete: challenges and prospects. Second University-Industry Workshop on Fiber Reinforced Concrete and Other Advanced Materials. Canadá, 1995.

NUNES, F. G. T.; ARAÚJO, D. L.; GUERRA, E. A. Influência da adição de fibras de aço nas propriedades mecânicas do concreto. Congresso Brasileiro de Concreto, Rio de Janeiro, 2006.

RILEM. TC 50-FMC: Determination of fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams. *Materials and Structures*, 1985.

RIOS, R. D.; RIERA, J. D.; ITURRIOZ, I. Uma contribuição ao entendimento do efeito de escala em estruturas de concreto. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

SIMÕES, L. C. Um modelo constitutivo para o concreto com fibras. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998.

VILLARES, A. N. O. Influência da largura do corpo-de-prova na medida tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2001.

WEILBULL, W. Phenomenon of rupture in solids. *Proc. Royal Swedish. Inst. Of Eng. Res. Suécia*, 1939.

## Anexos

### A – Gráficos “Força x Flecha”

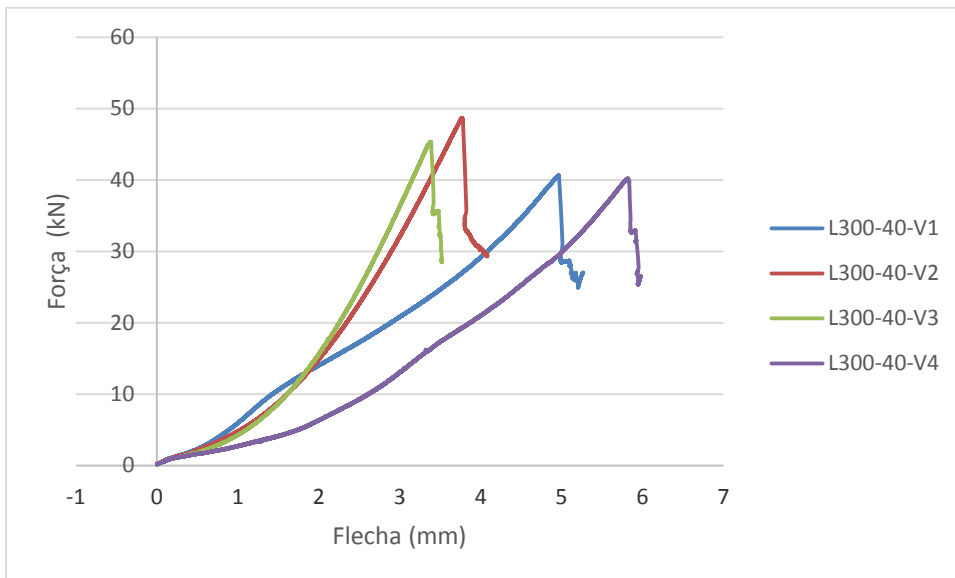


Figura A.1 – Gráfico força x flecha para o vão de 300 mm do grupo I.

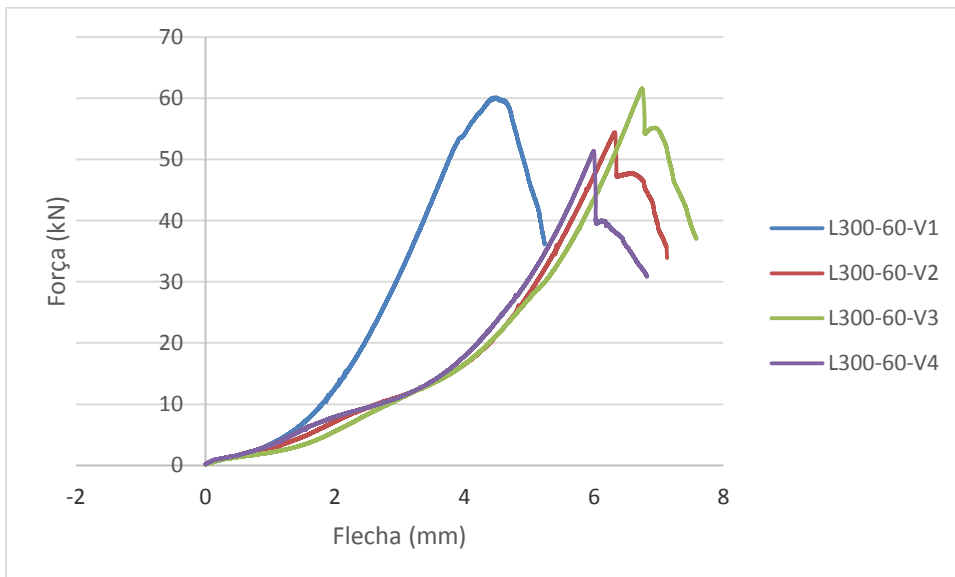


Figura A.2 – Gráfico força x flecha para o vão de 300 mm do grupo II.

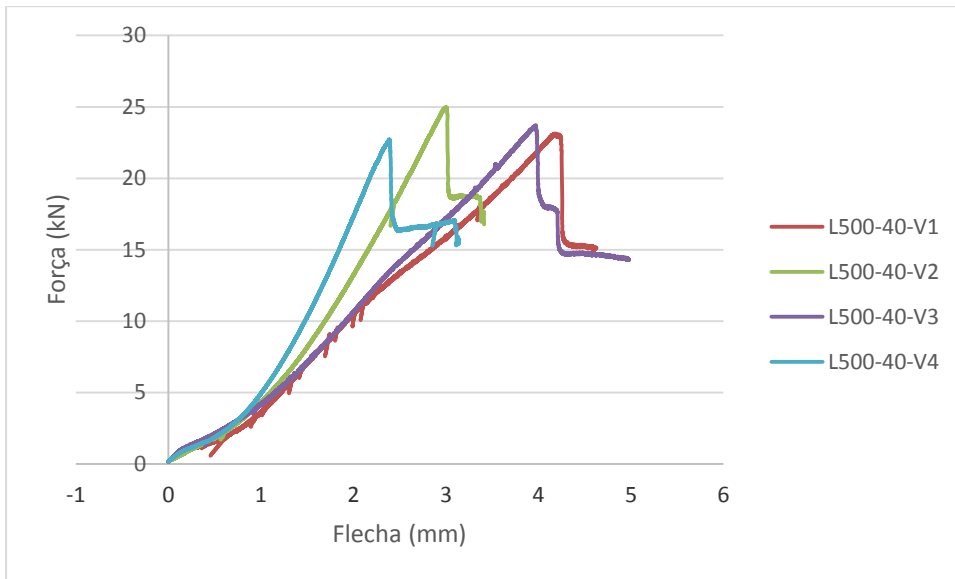


Figura A.3 – Gráfico força x flecha para o vão de 500 mm do grupo I.

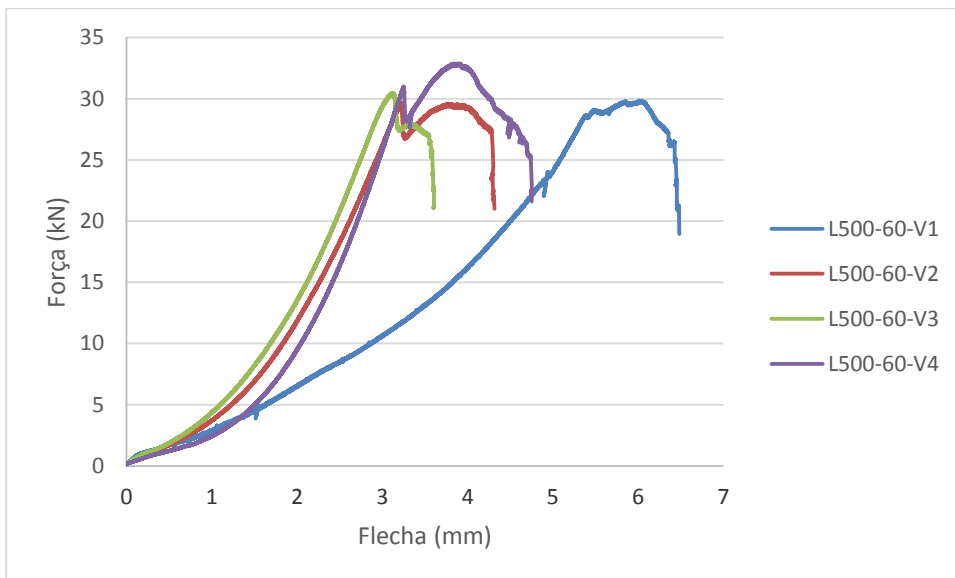


Figura A.4 – Gráfico força x flecha para o vão de 500 mm do grupo II.

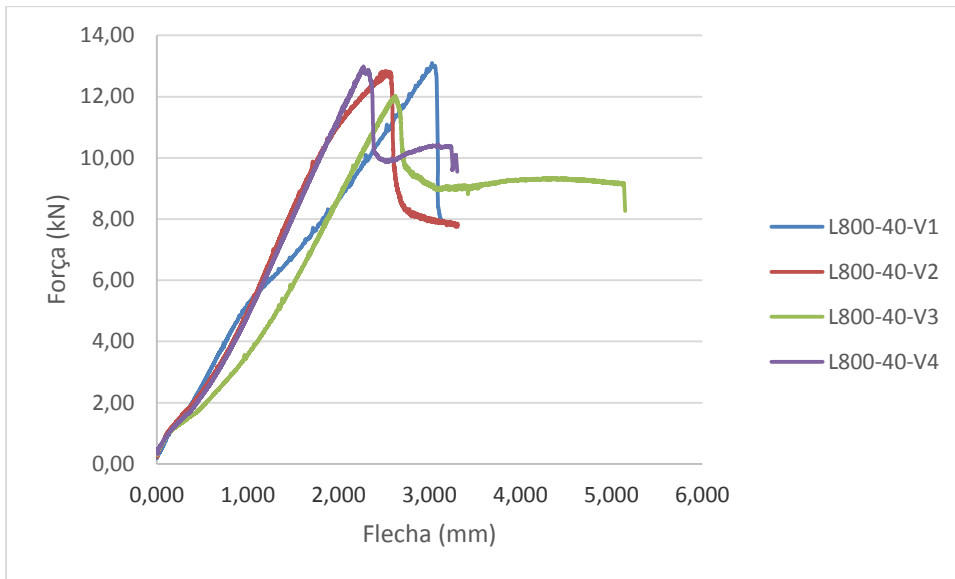


Figura A.5 – Gráfico força x flecha para o vão de 800 mm do grupo I.

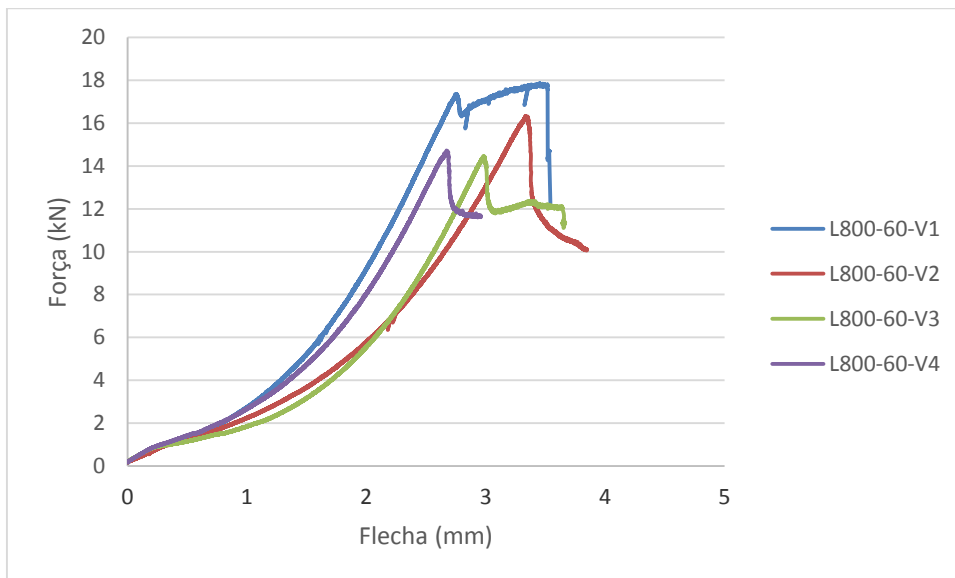


Figura A.6 – Gráfico força x flecha para o vão de 800 mm do grupo II.



**B – Teste de Grubbs**

Tabela B.1 – Teste de Grubbs para valores de força de ruptura.

Viga	Força (kN)	Deformação (mm)	Desvio Padrão	Média (kN)	Z	Nível de significância	0,05
L300-40-V1	40,64	4,97	4,04	43,73	0,765	Valor Crítico (Z <sub>c</sub> )	1,481
L300-40-V2	48,69	3,77			1,228		
L300-40-V3	45,35	3,37			0,400		
L300-40-V4	40,24	5,82			0,864		
L500-40-V1	23,13	4,18	0,98	23,64	0,521		
L500-40-V2	24,98	3,01			1,364		
L500-40-V3	23,73	3,97			0,085		
L500-40-V4	22,73	2,39			0,928		
L800-40-V1	13,10	3,03	0,49	12,74	0,744		
L800-40-V2	12,84	2,52			0,204		
L800-40-V3	12,03	2,63			1,463		
L800-40-V4	12,99	2,27			0,515		
L300-60-V1	60,14	4,50	4,81	56,86	0,681		
L300-60-V2	54,38	6,32			0,517		
L300-60-V3	61,58	6,74			0,980		
L300-60-V4	51,36	5,99			1,144		
L500-60-V1	29,86	6,01	1,48	30,73	0,586		
L500-60-V2	29,70	3,22			0,698		
L500-60-V3	30,46	3,11			0,179		
L500-60-V4	32,89	3,84			1,462		
L800-60-V1	17,87	3,45	1,58	15,86	1,277		
L800-60-V2	16,35	3,33			0,310		
L800-60-V3	14,48	2,98			0,873		
L800-60-V4	14,73	2,67			0,715		

## C – Módulo de elasticidade

Tabela C.1– Cálculo do módulo de elasticidade.

Deformação específica ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )			
Corpo de Prova	Grupo 1	Corpo de Prova	Grupo 2
CP4-G1	Média total 30% $f_c$	CP4-G2	Média total 30% $f_c$
	486,54		796,33
	Média total para 0,5 MPa		Média total para 0,5 MPa
	55,79		170,60
CP5-G1	Média total 30% $f_c$	CP5-G2	Média total 30% $f_c$
	413,03		421,81
	Média total para 0,5 MPa		Média total para 0,5 MPa
	36,77		51,61
CP6-G1	Média total 30% $f_c$	CP6-G2	Média total 30% $f_c$
	456,98		592,72
	Média total para 0,5 MPa		Média total para 0,5 MPa
	37,87		65,45
$\epsilon_b$	452,18	$\epsilon_b$	507,26
$\epsilon_{0,5}$	43,47	$\epsilon_{0,5}$	58,53
$E_{ci}$ (GPa)	27,58	$E_{ci}$ (GPa)	25,60

Não utilizado para cálculo do  $E_{ci}$  por não atender requisitos da norma

## D – Tensão Tangencial

Tabela D.1 – Valores de cálculo da tensão tangencial.

Viga	Força(kN)	Deformação (mm)	$\tau$ (MPa)	$\tau/f_c$	$\frac{a}{h}$
L300-40-V1	40,64	4,97	1,81	0,05	0,80
L300-40-V2	48,69	3,77	2,16	0,06	0,80
L300-40-V3	45,35	3,37	2,02	0,05	0,80
L300-40-V4	40,24	5,82	1,79	0,05	0,80
L500-40-V1	23,13	4,18	1,03	0,03	1,47
L500-40-V2	24,98	3,01	1,11	0,03	1,47
L500-40-V3	23,73	3,97	1,05	0,03	1,47
L500-40-V4	22,73	2,39	1,01	0,03	1,47
L800-40-V1	13,10	3,03	0,58	0,01	2,47
L800-40-V2	12,84	2,52	0,57	0,01	2,47
L800-40-V3	12,03	2,63	0,53	0,01	2,47
L800-40-V4	12,99	2,27	0,58	0,01	2,47
L300-60-V1	60,14	4,50	2,67	0,07	0,80
L300-60-V2	54,38	6,32	2,42	0,06	0,80
L300-60-V3	61,58	6,74	2,74	0,07	0,80
L300-60-V4	51,36	5,99	2,28	0,06	0,80
L500-60-V1	29,86	6,01	1,33	0,03	1,47
L500-60-V2	29,70	3,22	1,32	0,03	1,47
L500-60-V3	30,46	3,11	1,35	0,03	1,47
L500-60-V4	32,89	3,84	1,46	0,04	1,47
L800-60-V1	17,87	3,45	0,79	0,02	2,47
L800-60-V2	16,35	3,33	0,73	0,02	2,47
L800-60-V3	14,48	2,98	0,64	0,02	2,47
L800-60-V4	14,73	2,67	0,65	0,02	2,47

**E – Momento de flexão**

Tabela E.1 – Cálculo dos momentos de flexão, normalizado e rotação.

Viga	Força (kN)	Deformação (mm)	M (kN.m)	$\mu$	$\phi$	M médio (kN.m)	$\mu$ médio	$\Phi$ médio
L300-40-V1	40,64	4,97	2,44	0,0184	0,04	2,62	0,0198	0,04
L300-40-V2	48,69	3,77	2,92	0,0221	0,03			
L300-40-V3	45,35	3,37	2,72	0,0205	0,03			
L300-40-V4	40,24	5,82	2,41	0,0182	0,05			
L500-40-V1	23,13	4,18	2,54	0,0192	0,02	2,60	0,0196	0,02
L500-40-V2	24,98	3,01	2,75	0,0207	0,01			
L500-40-V3	23,73	3,97	2,61	0,0197	0,02			
L500-40-V4	22,73	2,39	2,50	0,0189	0,01			
L800-40-V1	13,10	3,03	2,42	0,0183	0,01	2,36	0,0178	0,01
L800-40-V2	12,84	2,52	2,38	0,0179	0,01			
L800-40-V3	12,03	2,63	2,23	0,0168	0,01			
L800-40-V4	12,99	2,27	2,40	0,0181	0,01			
L300-60-V1	60,14	4,50	3,61	0,0268	0,04	3,41	0,0253	0,05
L300-60-V2	54,38	6,32	3,26	0,0242	0,05			
L300-60-V3	61,58	6,74	3,69	0,0274	0,06			
L300-60-V4	51,36	5,99	3,08	0,0229	0,05			
L500-60-V1	29,86	6,01	3,28	0,0244	0,03	3,38	0,0251	0,02
L500-60-V2	29,70	3,22	3,27	0,0242	0,01			
L500-60-V3	30,46	3,11	3,35	0,0248	0,01			
L500-60-V4	32,89	3,84	3,62	0,0268	0,02			
L800-60-V1	17,87	3,45	3,31	0,0245	0,01	2,93	0,0218	0,01
L800-60-V2	16,35	3,33	3,02	0,0224	0,01			
L800-60-V3	14,48	2,98	2,68	0,0199	0,01			
L800-60-V4	14,73	2,67	2,72	0,0202	0,01			

## F – Energia de Deformação

Tabela F.1 – Cálculo da energia de deformação.

Viga	$\frac{a}{h}$	$E_{def}$ (J)	$E_{def}$ média (J)
L300-40-V1	0,80	90,97	78,04
L300-40-V2	0,80	71,61	
L300-40-V3	0,80	57,04	
L300-40-V4	0,80	92,53	
L500-40-V1	1,47	50,50	37,84
L500-40-V2	1,47	31,85	
L500-40-V3	1,47	46,96	
L500-40-V4	1,47	22,05	
L800-40-V1	2,47	21,10	17,27
L800-40-V2	2,47	17,90	
L800-40-V3	2,47	14,98	
L800-40-V4	2,47	15,09	
L300-60-V1	0,80	113,02	114,32
L300-60-V2	0,80	112,45	
L300-60-V3	0,80	130,06	
L300-60-V4	0,80	101,77	
L500-60-V1	1,47	66,72	54,74
L500-60-V2	1,47	59,26	
L500-60-V3	1,47	38,77	
L500-60-V4	1,47	54,21	
L800-60-V1	2,47	32,39	20,84
L800-60-V2	2,47	20,98	
L800-60-V3	2,47	15,02	
L800-60-V4	2,47	14,99	

**G – Tenacidade**

Tabela G.1 – Cálculo do MOR.

Viga	Força (kN)	Deformação (mm)	MOR (MPa)	MOR médio (MPa)	$\frac{a}{h}$	MOR/ $f_c$	MOR/ $f_c$ médio
L300-40-V1	40,64	4,97	2,89	3,11	0,80	0,0736	0,0792
L300-40-V2	48,69	3,77	3,46		0,80	0,0882	
L300-40-V3	45,35	3,37	3,22		0,80	0,0822	
L300-40-V4	40,24	5,82	2,86		0,80	0,0729	
L500-40-V1	23,13	4,18	3,02	3,08	1,47	0,0768	0,0785
L500-40-V2	24,98	3,01	3,26		1,47	0,0830	
L500-40-V3	23,73	3,97	3,09		1,47	0,0788	
L500-40-V4	22,73	2,39	2,96		1,47	0,0755	
L800-40-V1	13,10	3,03	2,87	2,79	2,47	0,0732	0,0712
L800-40-V2	12,84	2,52	2,81		2,47	0,0717	
L800-40-V3	12,03	2,63	2,64		2,47	0,0672	
L800-40-V4	12,99	2,27	2,85		2,47	0,0726	
L300-60-V1	60,14	4,50	4,28	4,04	0,80	0,1070	0,1012
L300-60-V2	54,38	6,32	3,87		0,80	0,0968	
L300-60-V3	61,58	6,74	4,38		0,80	0,1096	
L300-60-V4	51,36	5,99	3,65		0,80	0,0914	
L500-60-V1	29,86	6,01	3,89	4,01	1,47	0,0974	0,1003
L500-60-V2	29,70	3,22	3,87		1,47	0,0969	
L500-60-V3	30,46	3,11	3,97		1,47	0,0994	
L500-60-V4	32,89	3,84	4,29		1,47	0,1073	
L800-60-V1	17,87	3,45	3,92	3,48	2,47	0,0981	0,0870
L800-60-V2	16,35	3,33	3,58		2,47	0,0897	
L800-60-V3	14,48	2,98	3,17		2,47	0,0794	
L800-60-V4	14,73	2,67	3,23		2,47	0,0808	

Tabela G.2 – Cálculo do FT.

Viga	L/150 ( $\delta_{tb}$ )	$\delta_{tb}$ (mm)	Força em $\delta_{tb}$ (kN)	$T_b$ (kN.mm)	$T_b$ médio (kN.mm)	FT (MPa)	FT médio (MPa)	FT/ $f_c$	FT/ $f_c$ médio
L300-40-V1	1,60	1,60	11,36	8,03	6,40	0,0003570	0,0002843	0,0000091	0,0000072
L300-40-V2		1,60	9,90	7,01		0,0003114		0,0000079	
L300-40-V3		1,60	9,92	6,32		0,0002808		0,0000072	
L300-40-V4		1,60	4,47	4,23		0,0001880		0,0000048	
L500-40-V1	2,93	2,93	15,59	23,71	27,52	0,0010534	0,0012226	0,0000268	0,0000312
L500-40-V2		2,93	24,31	29,97		0,0013319		0,0000339	
L500-40-V3		2,93	16,75	24,47		0,0010874		0,0000277	
L500-40-V4		2,93	16,81	31,91		0,0014177		0,0000361	
.800-40-V1	4,93	3,13	7,87	21,79	27,10	0,0015255	0,0016147	0,0000389	0,0000411
.800-40-V2		3,31	7,75	24,39		0,0016166		0,0000412	
.800-40-V3		4,93	9,21	37,06		0,0016471		0,0000420	
.800-40-V4		3,31	9,55	25,17		0,0016698		0,0000425	
.300-60-V1	1,60	1,60	7,87	5,52	4,56	0,0002447	0,0002026	0,0000061	0,0000051
.300-60-V2		1,60	5,10	4,27		0,0001900		0,0000048	
.300-60-V3		1,60	3,69	3,34		0,0001482		0,0000037	
.300-60-V4		1,60	6,39	5,12		0,0002276		0,0000057	
.500-60-V1	2,93	2,94	10,33	15,71	25,04	0,0006976	0,0011124	0,0000175	0,0000278
.500-60-V2		2,93	25,10	28,38		0,0012615		0,0000316	
.500-60-V3		2,93	28,44	32,41		0,0014401		0,0000360	
.500-60-V4		2,93	24,41	23,64		0,0010505		0,0000263	
L800-60-V1	4,93	3,54	12,27	32,63	31,25	0,0020198	0,0017080	0,0000506	0,0000427
L800-60-V2		3,85	10,08	26,72		0,0015234		0,0000381	
L800-60-V3		3,66	11,33	24,06		0,0014397		0,0000360	
L800-60-V4		4,93	11,58	41,60		0,0018491		0,0000463	

## H – Efeito Escala

Tabela H.1 – Cálculo do modelo de Carpinteri.

Série	Resistência à tração (MPa)	Modelo de Carpinteri (MPa)
L300-40	5,61	5,64
L500-40	5,25	5,27
L800-40	4,53	4,54
L300-60	7,58	7,62
L500-60	6,83	6,85
L800-60	5,64	5,65

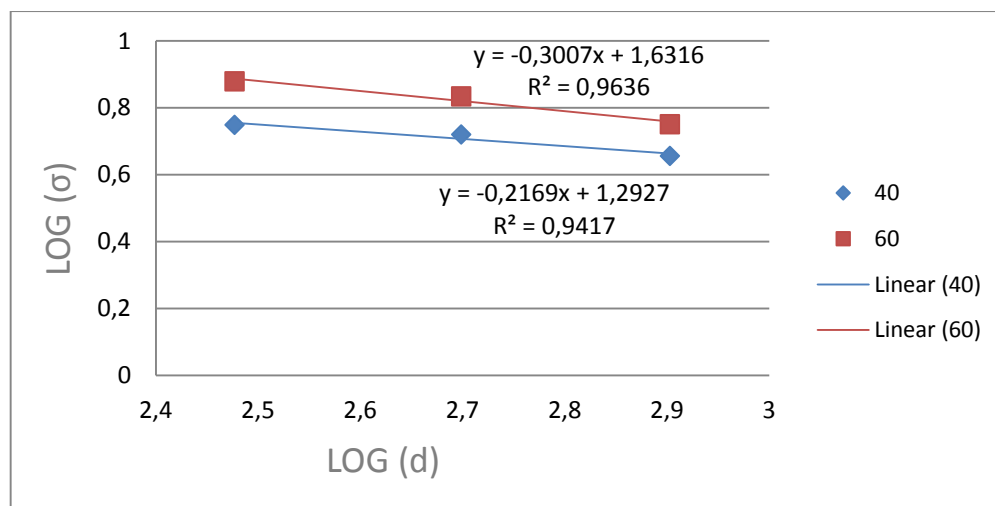


Figura H.1 – Gráfico para obtenção do parâmetro  $\alpha_0$  para formulação da lei de Carpinteri.



I – Energia de fratura

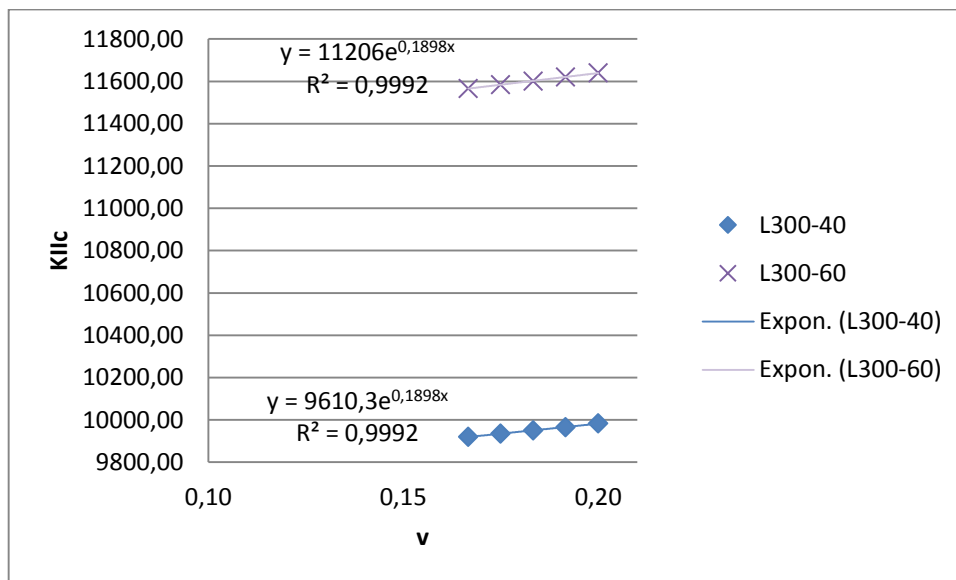


Figura I.1 – Gráfico do fator crítico de tensão para as médias dos vãos de 300 mm.

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412813/CA

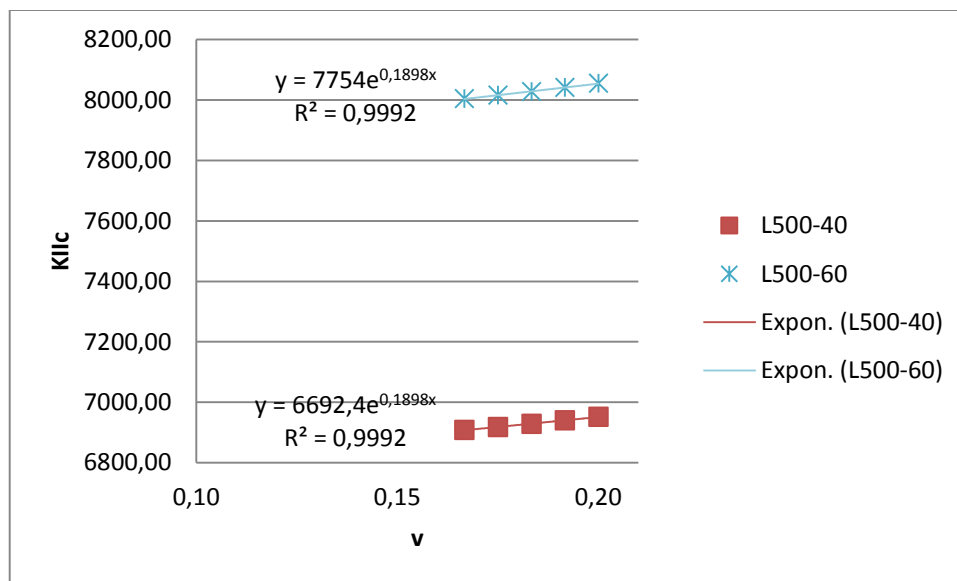


Figura I.2 – Gráfico do fator crítico de tensão para as médias dos vãos de 500 mm.

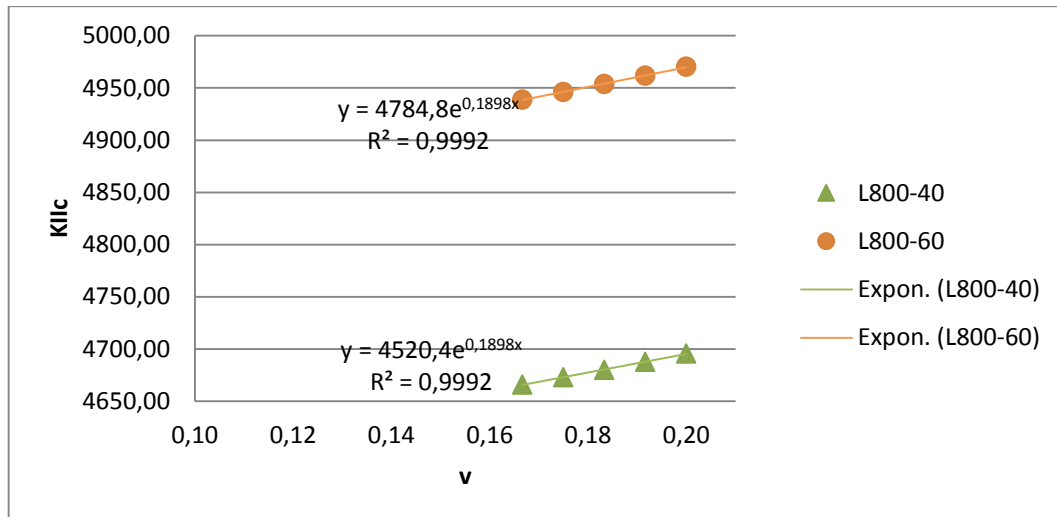


Figura I.3 – Gráfico do fator crítico de tensão para as médias dos vãos de 800 mm.

Tabela I.1 – Aumento da energia de fratura com o aumento do coeficiente de Poisson.

Série	$K_{IIc}^0$ ( $\nu = 1/6$ )	$K_{IIc}^f$ ( $\nu = 0,2$ )	$\frac{K_{IIc}^f}{K_{IIc}^0}$
L300-40	9919,91	9982,85	1,00635
L500-40	6907,92	6951,75	1,00635
L800-40	4666,00	4695,61	1,00635
L300-60	11566,52	11639,91	1,00635
L500-60	8003,80	8054,59	1,00635
L800-60	4938,88	4970,22	1,00635