

## 2

## Protensão

### 2.1

#### Introdução

Como descrito anteriormente, a protensão é um processo cujo propósito é diminuir ou eliminar as tensões de tração no concreto e assim aumentar a capacidade de suporte das estruturas. Isso viabiliza estruturas com maiores vãos e reduz os custos com aço doce e concreto. Para tal, aplica-se um estado interno de tensões na estrutura oposto ao que ocorrerá na presença de carregamentos externos. Para aplicar este estado de tensões, insere-se dentro do concreto elementos de aço que são tracionados e que, por sua vez, comprimem a estrutura de concreto.

Existem diversas formas de executar a protensão de vigas de concreto:

1. **Pós-tração:** A tração do aço é feita com macacos hidráulicos após a concretagem da viga, porém normalmente antes dos 28 dias;
2. **Pré-tração:** A tração do aço é feita com macacos hidráulicos antes da concretagem da viga;
3. **Barras rosqueadas:** Macacos hidráulicos são acoplados à rosca da barra, permitindo que esta seja tracionada. Este método é frequentemente chamado de “sistema Dywidag”;
4. **Aquecimento:** O elemento de aço é envolto por um material termoplástico com roscas nas extremidades e a viga é concretada ao seu redor. Passa-se uma corrente elétrica no aço, fundindo o material termoplástico. As roscas então permitem o alongamento do elemento de aço sem transmissão de esforços ao concreto. O aço é então ancorado nas extremidades. Quando o material termoplástico resfria, este endurece, desenvolvendo aderência entre o aço e o concreto, agora comprimido;
5. **Cimento expansivo:** Utilizando-se cimentos expansivos, pode-se inserir barras no interior do concreto que, com a expansão do concreto, são tracionadas e então comprimem o concreto.

Por motivos práticos e econômicos, é mais costumeiro utilizar os métodos de pós- e pré-tração. O sistema Dywidag também é frequentemente utilizado na recuperação de estruturas existentes.

Na pré-tração, é comum utilizar fios ou cordoalhas de sete fios como unidades de protensão. Este método é possível quase que exclusivamente para elementos pré-fabricados. Isso se deve à necessidade do aço ser tracionado antes da concretagem da peça e, para que isto seja possível, é necessário ter uma ancoragem temporária. Em fábricas para tais elementos, esta ancoragem vem na forma de pistas de protensão: pátios com centenas de metros de extensão com contrafortes nas extremidades e, se necessário para a protensão de fios mais curtos, em pontos intermediários. Estes contrafortes são dimensionados para resistir e transmitir os esforços da protensão ao solo de forma segura. Os fios são então locados, tracionados e ancorados nos contrafortes. Após esta etapa, o concreto é lançado e quando este atingir a resistência necessária, os fios são cortados. O segmento dentro da viga é impedido de encurtar pelo atrito com o concreto e logo permanece tracionado e o concreto é comprimido.

Uma limitação da aplicação da pré-tração é que o traçado dos fios em vigas com pré-tração tendem a ser retilíneos ou poligonais, uma vez que qualquer desvio do traçado requer um contraforte adicional. Porém, dependendo do tamanho da obra e/ou da sua proximidade de uma pista de protensão, esta pode ser a solução mais econômica, devido à simplicidade de execução em relação à pós-tração, a possibilidade de execução de vários elementos ao mesmo tempo devido ao tamanho da pista de protensão e o maior controle tecnológico devido ao ambiente fabril controlado.

A pós-tração pode ser ainda separada em dois métodos:

1. **Aderente:** Antes da lançamento do concreto, passa-se uma bainha metálica corrugada que pode ou não já conter o cabo. Esta bainha é flexível e permite uma disposição sinuosa do cabo, o que normalmente conduz ao desenvolvimento de um traçado ótimo em muitas situações. O concreto é então lançado nas formas e, quando este atinge a resistência necessária, macacos hidráulicos são locados nas ancoragens dos cabos, que são então protendidos. A bainha deve então ser preenchida com graute para impedir a movimentação das cordoalhas no seu interior e promover a aderência entre o cabo e o concreto ao longo do traçado. A injeção da bainha é um processo complexo e com possíveis complicações, tais como entupimentos devido a detritos dentro da bainha, bolsões de ar que impedem a aderência do cabo ao concreto e falhas nas vedações das ancoragens e das emendas das bainhas. Embora o cabo apresente aderência ao longo do seu traçado, as ancoragens dos cabos devem ser dimensionadas e detalhadas cuidadosamente;
2. **Não-aderente:** O método é similar ao aderente, exceto que em vez do

uso da bainha metálica, a cordoalha é envolta em graxa e protegida por um duto de polietileno. A graxa impede o desenvolvimento de aderência entre a cordoalha e o concreto, permitindo assim que se deformem independentes um do outro. Isto significa que a totalidade da ancoragem da cordoalha ocorre nas extremidades, sendo então absolutamente essencial um dimensionamento efetivo dos esforços nas regiões das ancoragens que permita uma concretagem eficiente.<sup>8</sup> Devido a isso, a carga de ruptura da pós-tração não-aderente tende a ser 10 a 35% menor que a da aderente.<sup>9,10</sup> A protensão não-aderente não requer o difícil preenchimento do duto com graute, o que simplifica bastante este método e o torna, nos casos que não necessitam de grande carga de protensão, mais economicamente viável que o método aderente.<sup>11</sup>

O método aderente normalmente adota cabos compostos de múltiplas cordoalhas como unidade de protensão. Já o não-aderente adota cordoalhas individuais ou cabos compostos de poucas cordoalhas. Isto faz com que o primeiro seja mais utilizado em estruturas pesadas, como por exemplo vigas de pontes, enquanto que o último tende a ser adotado para estruturas mais leves, tais como lajes e vigas de estruturas prediais.<sup>11</sup>

Embora todos estes métodos sejam de interesse em determinadas situações, o programa desenvolvido nesta dissertação trata apenas do caso da protensão por pós-tração aderente em vigas. As seções seguintes irão apresentar os métodos de cálculo dos esforços oriundos de tal protensão, das perdas que ocorrem ao longo do traçado do cabo e ao longo do tempo e das verificações necessárias para que uma protensão seja considerada satisfatória. Todos os métodos apresentados a seguir seguem as recomendações da NBR 6118.<sup>1</sup>

## 2.2

### Esforços oriundos da protensão

A protensão se trata de um estado interno de tensões aplicado à estrutura. Para uma fácil análise, este estado de tensões pode ser representado por esforços externos que simulam a protensão. Por ora, serão desconsiderados os efeitos das perdas imediatas e progressivas que serão apresentados nas seções a seguir. Os esforços podem ser segregados em duas parcelas: axiais e de flexão.

Para um cabo inclinado em relação ao eixo da viga, o componente axial não é igual à força de protensão  $P$ , mas sim  $P \cdot \cos(\theta)$ , onde  $\theta$  é o ângulo entre o cabo e o eixo axial da viga. Dito isso, dado o valor normalmente reduzido de  $\theta$ , é comum linearizar e adotar  $P$ .<sup>10</sup> Já os fletores são de derivação mais complexa e a forma mais simples de introduzi-los é por via de exemplos.

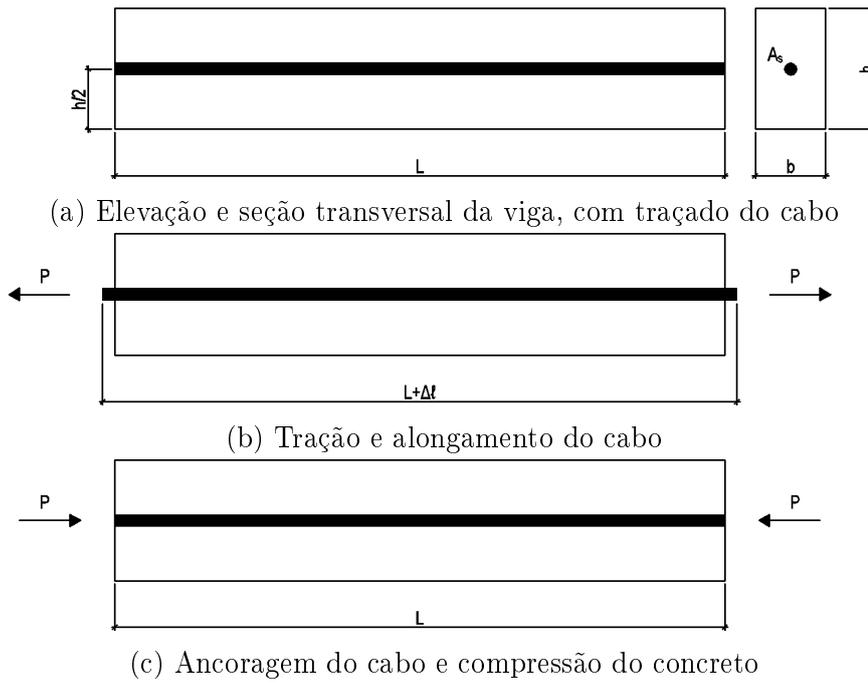


Figura 2.1: Viga com protensão axial

A Figura 2.1(a) apresenta uma viga de concreto de seção retangular com dimensões  $b$  e  $h$ , comprimento  $L$  e um cabo de protensão reto à meia-altura. No ato da protensão, o cabo é tracionado com uma força  $P$  por macacos hidráulicos, impondo um alongamento  $\Delta\ell$  (Figura 2.1(b)). O cabo é então ancorado no concreto, os macacos são removidos e o excesso de cabo é descartado. O trecho do cabo entre as ancoragens agora tem um comprimento de  $L$ , porém com um estado de tensões de tração. Ao tentar eliminar a deformação imposta na protensão, o cabo aplica a mesma força concentrada  $P$ , agora de compressão, no concreto (Figura 2.1(c)). Neste caso, o estado de tensões atuante no concreto é trivial, uma vez que a carga é centrada, sem gerar momentos fletores. Desta forma, temos que a tensão no concreto devido à protensão ao longo do vão é igual à:

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{2-1}$$

No entanto, se o cabo reto apresentar uma excentricidade  $e$  desde o centroide da seção, conforme a Figura 2.2(a), este gera um momento fletor constante ao longo da viga (ver Figura 2.2(b)). Sendo assim, o estado de tensões é ainda constante ao longo do vão porém variável na altura da viga. Pela superposição de efeitos, temos que o perfil de tensões transversais devido à protensão será (ver Figura 2.2(c))

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M \cdot y}{I_y} \tag{2-2}$$

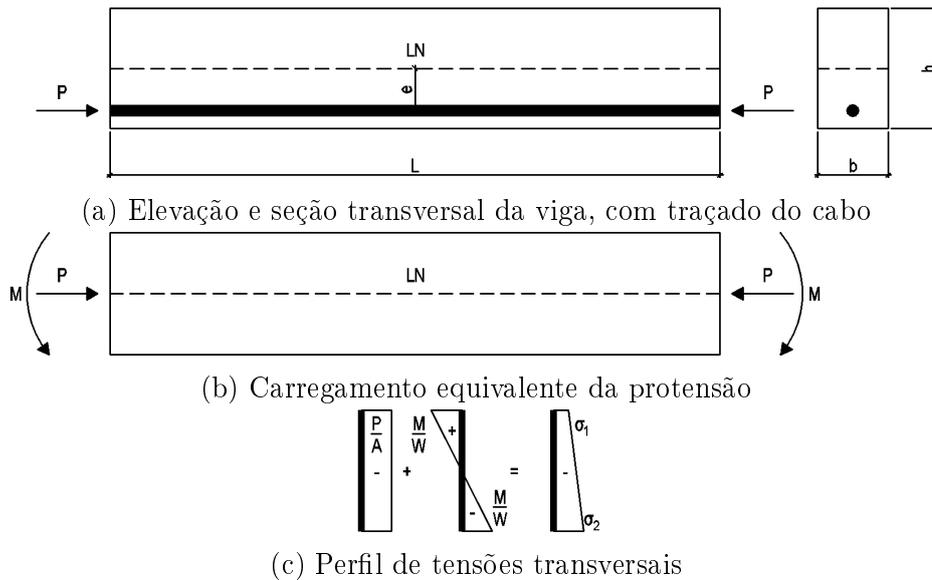


Figura 2.2: Viga com protensão excêntrica

Evidentemente, caso o cabo também apresenta uma excentricidade horizontal, isso gera um momento ao redor do eixo vertical e os esforços oriundos da protensão se configuram como de flexão composta oblíqua. Este caso não será apresentado neste trabalho, porém os mesmos princípios podem ser aplicados sem aumento de complexidade.

Os casos representados pelas Figuras 2.1 e 2.2 contém cabos retos, que são muito utilizados em vigas protendidas com pré-tração, porém são incomuns na pós-tração. Neste caso, os cabos tendem a ser curvos. A motivação para isso será analisada a seguir.

Quando um cabo com traçado curvo é tracionado, este é alongado e se retifica, perdendo sua curvatura. Estando o cabo contido em uma viga de concreto, porém, esta tendência de retificação é resistida pelo peso do concreto. Desta forma, o cabo aplica uma força distribuída no concreto ao seu redor, conforme apresenta a Figura 2.3(b). Para um segmento infinitesimal, tem-se o trapézio de forças apresentado na Figura 2.3(c). Para ângulos infinitesimais  $\delta\alpha$ , pode-se considerar a curva como circular sem grandes perdas de precisão, e é então trivial demonstrar que

$$N = 2P \cdot \sin\left(\frac{\delta\alpha}{2}\right)$$

$$\delta\alpha \approx \frac{N}{P}$$

$$N = q \cdot \delta s \tag{2-3}$$

$$\therefore q = \frac{P \cdot \delta\alpha}{\delta s} \tag{2-4}$$

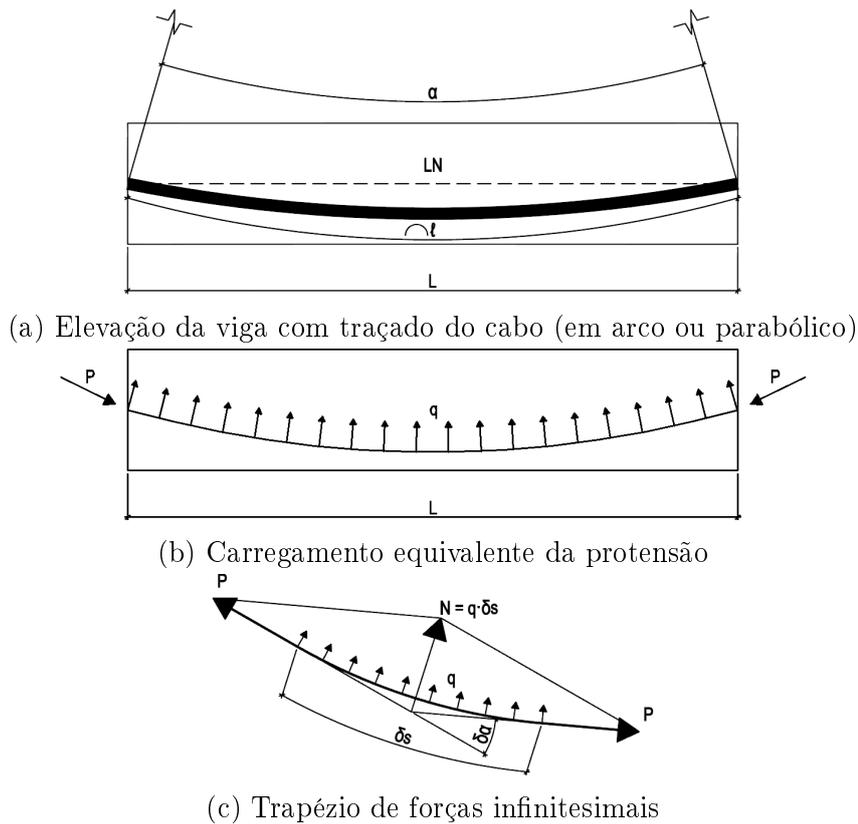


Figura 2.3: Viga com protensão parabólica

e lembrando que para um arco de raio  $R$  e comprimento  $L$  temos (ver Figura 2.3(a))

$$R = \frac{\delta s}{\delta \alpha} = \frac{\ell}{\alpha}$$

$$\therefore q = \frac{P}{R} = \frac{P \cdot \alpha}{\ell} \quad (2-5)$$

$$\alpha = y'(x) \Big|_0^L \quad (2-6)$$

conseguimos assim obter o carregamento equivalente da protensão a partir do seu traçado em arco. Porém, a vasta maioria das vigas protendidas adotam cabos parabólicos, não em arco. Este fato é normalmente desconsiderado, uma vez que o erro gerado por esta diferença é considerado desprezível<sup>12</sup> e o traçado parabólico permite que o cabo acompanhe o diagrama de momentos fletores na viga.

No caso do cabo parabólico simples como a Figura 2.3(a), temos uma equação do traçado da forma (com  $x = 0$  no ponto mínimo)

$$y = \frac{4e}{L^2}x^2 - e \quad (2-7)$$

logo, a Equação (2-6) se torna

$$\alpha = \frac{8e}{L^2}x \Big|_0^L = \frac{8e}{L} \tag{2-8}$$

Substituindo este valor na Equação (2-5) e adotando  $L \approx \ell$ , temos

$$q = \frac{8P \cdot e}{L^2} \tag{2-9}$$

Para outros traçados de cabos compostos por parábolas, outras equações podem ser obtidas para o carregamento equivalente. No caso de cabos poligonais, onde o traçado é composto de retas, a carga equivalente não é mais distribuída, mas sim concentrada nos pontos de deflexão entre as retas. O valor deste carregamento pode ser obtido a partir dos ângulos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  das retas do traçado com a horizontal, como

$$Q = P (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) \tag{2-10}$$

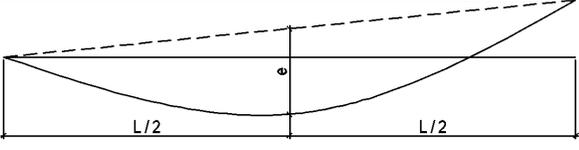
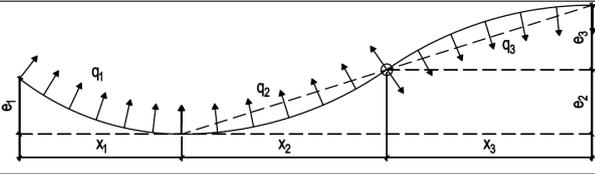
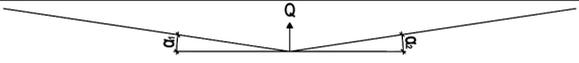
Considerando ângulos pequenos, esta equação pode ser simplificada, resultando em

$$Q = P (\alpha_1 + \alpha_2) \tag{2-11}$$

para  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  em radianos.

Estes dados permitem o cálculo dos esforços equivalentes da protensão para a vasta maioria dos traçados de cabos de protensão e são resumidos na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Carregamentos equivalentes para outros traçados de cabos

	$q = \frac{8P \cdot e}{L^2}$
	$q_i = \frac{2P \cdot e_i}{x_i^2}$
	$Q = P (\alpha_1 + \alpha_2)$

Fonte: Adaptado de Guimarães.<sup>13</sup>

O método descrito acima é muito útil, uma vez que permite o cálculo do momento de protensão em vigas iso- e hiperestáticas, aplicando a carga equivalente de protensão ao longo do vão de acordo com a curvatura do cabo. Existe, porém, outro método bem mais simples para obter o momento isostático de protensão: o produto da força de protensão e sua excentricidade.

Como evidência inicial da validade deste método, devemos simplesmente obter o momento de protensão por carregamentos equivalentes no meio do vão adotando o carregamento obtido na Equação (2-9).

$$M = \frac{q \cdot L^2}{8} = P \cdot e$$

Isto, porém, demonstra apenas que esta equivalência ocorre no meio do vão. Para demonstrar que este método é válido para qualquer ponto  $x$  ao longo do vão, devemos demonstrar que o resultado do momento oriundo do carregamento equivalente ( $M_q$ ) é igual ao momento obtido pelo produto da força de protensão e a excentricidade do traçado descrito pela Equação (2-7), modificado para apresentar a origem no início da parábola e não no ponto mínimo ( $M_P$ ).

$$\begin{aligned} M_q &= \frac{q}{2} (L \cdot x - x^2) \\ &= \frac{4P \cdot e}{L^2} (L \cdot x - x^2) \\ M_P &= P \left( \frac{-4e}{L^2} \left( x - \frac{L}{2} \right)^2 + e \right) \\ &= \frac{4P \cdot e}{L^2} \left( - \left( x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{L^2}{4} \right) \\ &= \frac{4P \cdot e}{L^2} (L \cdot x - x^2) \\ \therefore M_q &= M_P \end{aligned}$$

Conforme já dito, este método é útil para se obter o momento isostático de protensão. Quaisquer reações hiperestáticas deslocam o diagrama real de momentos oriundos da protensão, invalidando este método.

Outra propriedade da protensão é que ela é auto-equilibrada, ou seja, a resultante de forças oriundas da protensão é nula. Isso significa que no caso de vigas isostáticas, a protensão não gera reações de apoio. Já no caso hiperestático os apoios são solicitados ao resistir as deformações impostas pela protensão. A exceção ocorre quando a protensão é de traçado concordante, o que significa que o traçado do cabo segue um diagrama de momentos fletores hiperestáticos qualquer em uma escala qualquer.<sup>10, 13, 14</sup> Um cabo concordante gera momentos sem reações de apoio, de tal forma que o momento isostático é igual ao hiperestático.

## 2.3

### Perdas

Todos os cálculos apresentados na Seção 2.2 consideram que a carga  $P$  aplicada pela protensão é constante ao longo da viga, porém este não é o caso. A força de protensão sofre diversas perdas que podem ser separadas em duas categorias: imediatas e progressivas.

As perdas imediatas ocorrem, como seria de se esperar, durante o procedimento da protensão. Estas são as perdas por atrito entre o cabo e a bainha metálica, por encunhamento das ancoragens e pela deformação elástica do concreto. Todas estas perdas consideram o aço e concreto como materiais elásticos, logo suas derivações são relativamente simples.

As perdas progressivas ocorrem ao longo do tempo, atingindo um valor máximo no tempo “infinito”, considerado igual à vida útil da estrutura. As perdas progressivas consideradas são a relaxação do aço e a fluência e retração do concreto. Estas perdas consideram o respectivo material como viscoplástico,<sup>15</sup> um comportamento muito mais complexo de se abordar analiticamente. Por este motivo, as equações adotadas tendem a ser mais complexas e existem diversos métodos que apresentam resultados para estas perdas. Estas equações são aproximações do comportamento real e frequentemente apresentam erros da ordem de 30%.<sup>11</sup>

Os efeitos de cada uma das perdas serão demonstrados, usando-se como exemplo a viga isostática apresentada na Figura 2.4, cujas propriedades estão na Tabela 2.2. Observe o uso do módulo de elasticidade tangente  $E_{ci}$  e não do módulo secante  $E_{cs}$ . Conforme o item 8.2.8 da NBR 6118:<sup>1</sup> “No cálculo das perdas de protensão, pode ser utilizado em projeto o módulo de elasticidade inicial  $E_{ci}$ .”

### 2.3.1

#### Perdas Imediatas

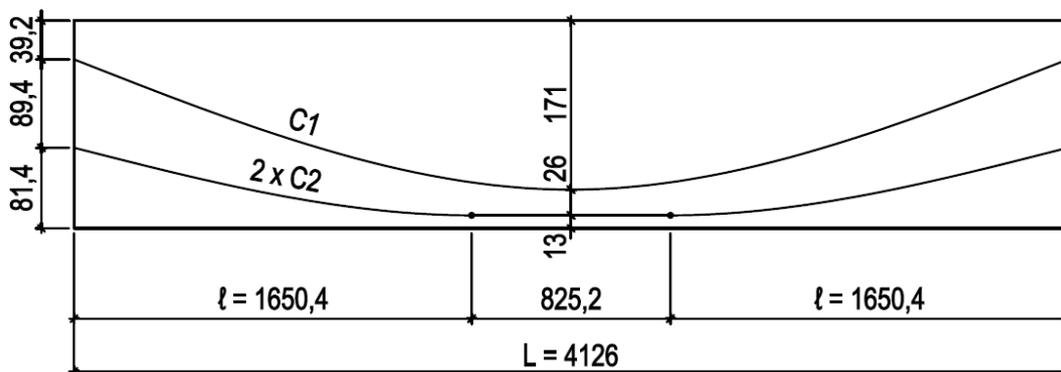
#### 2.3.1.1

##### Perdas por atrito cabo-bainha

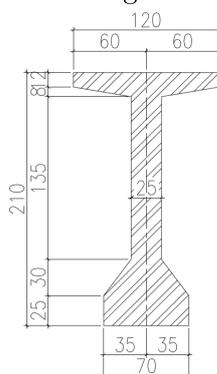
Durante a montagem da viga a ser protendida, o cabo é posicionado dentro da bainha metálica. Quando a protensão é executada, o cabo tende a se retificar e logo entra em contato com a bainha. Isto gera uma força de atrito entre o cabo e a bainha que reduz a força de protensão atuante ao longo da viga. O desenvolvimento desta força pode ser visto na Figura 2.5.

O valor da força de atrito é dada por

$$\delta P = -\mu N \quad (2-12)$$



(a) Vão da viga isostática



(b) Seção transversal da viga

Figura 2.4: Viga isostática. Dimensões em centímetro. Fonte: Adaptada do projeto executivo da Cerne Engenharia para o Viaduto de acesso a Santa Isabel<sup>5</sup>

Tabela 2.2: Propriedades da viga da Figura 2.4

Propriedades		Protensão	
Área (m <sup>2</sup> )	0,8570	Aço	CP-190 RB
Perímetro (m)	7,053	$f_{ptk}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	190
$I_y$ (m <sup>4</sup> )	0,4661	$f_{pyk}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	170
$y_i$ (m)	1,045	$\sigma_{pi}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	139,4
$y_s$ (m)	1,055	$E_p$ (kN/mm <sup>2</sup> )	195
Tipo cimento	CPV-ARI	Cabos	3 un. 12 $\phi$ 15,2mm
Agregado graúdo	Granito	Data (dias)	5
$f_{ck}$ (MPa)	40	$A_p$ (mm <sup>2</sup> )	1680,0
$E_c$ (MPa)	35417,5	$\mu$	0,28
$\gamma_c$ (kN/m <sup>3</sup> )	25	k	0,0028
abatimento (cm)	5 - 9	$\delta$ (mm)	6
Vida útil (anos)	50		
CAA	III		
Temperatura (°C)	25		
Umidade (%)	75		

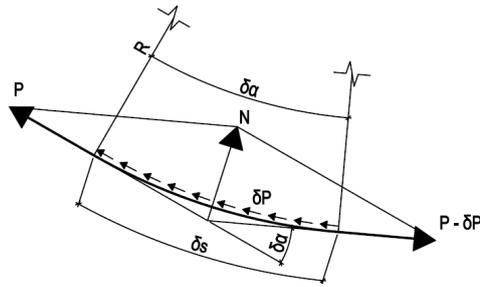


Figura 2.5: Trapézio de forças com atrito

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha. O item 9.6.3.3.2.2 da NBR 6118<sup>1</sup> apresenta diversos valores para  $\mu$  em função do tipo de elemento de protensão (fios ou cordoalhas) e o material ao seu redor (concreto, duto de polipropileno lubrificado ou bainha metálica lubrificada ou não).

Adotando um traçado circular para a protensão (de forma semelhante ao método utilizado para a obtenção do carregamento equivalente da protensão com cabos parabólicos), temos

$$\begin{aligned} N &= P \cdot \delta\alpha \\ \therefore \delta P &= -\mu \cdot P \cdot \delta\alpha \\ \therefore \frac{\delta P}{P} &= -\mu \cdot \delta\alpha \end{aligned} \quad (2-13)$$

Integrando ambos os lados, ficamos com

$$\begin{aligned} \ln P &= -\mu\alpha \\ \therefore P(x) &= P_0 \cdot e^{-\mu\alpha(x)} \end{aligned} \quad (2-14)$$

onde  $\alpha(x)$  é a função que contém a alteração total de ângulo do cabo até o ponto  $x$  em radianos.

A Equação (2-14) apresenta o valor da força de protensão ao longo de um cabo curvo perfeito. Porém, no momento da execução, o traçado do cabo não é exatamente o desejado e apresenta imperfeições ao longo do percurso. Um exemplo simples dessas curvaturas não-intencionais (*wobble*) é apresentado na Figura 2.6. Durante a montagem da viga protendida, as bainhas são posicionados através de estribos. Estes estribos certificam que a bainha está na posição de projeto, porém na região entre estribos esta (e logo o cabo) irá se deformar de forma indesejada. Para levar este fato em consideração, adiciona-se um coeficiente  $k$  a mais na Equação (2-14):

$$P(x) = P_0 \cdot e^{-\mu\alpha(x) - k \cdot x} \quad (2-15)$$

onde  $k$  é um coeficiente de perdas lineares.

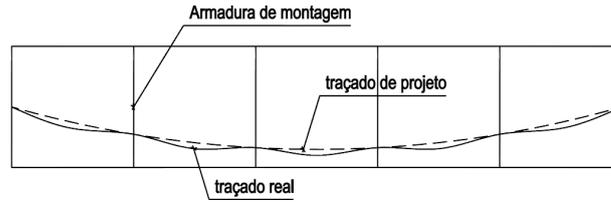


Figura 2.6: Curvatura indesejada do cabo

Antes da protensão, o cabo entrará em repouso na posição de menor energia, que apresenta as curvas mais suaves. Isto significa que a curvatura de projeto do traçado afeta o *wobble*, logo  $k$  é inversamente proporcional à curvatura de projeto (máximo em cabos retos e mínimo em cabos com curvas apertadas).<sup>9</sup> Dito isso, o item 9.6.3.3.2.2 da NBR 6118 permite adotar o valor constante de  $k = 0.01\mu$ .<sup>1</sup>

Na Figura 2.4 temos uma viga com dois cabos de  $12\phi 15,2\text{mm}$ . O cabo C1 é uma simples parábola, já o C2 é parabólico com um trecho reto no meio do vão. Calcularemos agora as perdas para cada cabo até o meio do vão.

Para o cabo C1, temos uma parábola simples. Logo, pela Equação (2-8) até o meio do vão, temos

$$\alpha(L/2) = 0,1278$$

e pela Equação (2-15) e os dados da Tabela 2.2, podemos observar que no meio do vão a força de protensão é

$$P_{C1}(L/2) = 91,1\%P_{C1,0} \quad (2-16)$$

O cabo C2 apresenta uma parábola e uma reta. Para obter o valor da variação de ângulo, devemos definir  $L = 2\ell$  na Equação (2-8), simulando uma parábola completa. Sendo assim, obtemos

$$\alpha(\ell) = 0,0829$$

Após o ponto  $x = \ell$ , o cabo é reto e não há mais alteração de ângulo, logo  $\alpha(L/2) = \alpha(\ell)$  e temos pela Equação (2-15)

$$P_{C2}(L/2) = 92,2\%P_{C2,0}$$

A Figura 2.7 apresenta a curva de tensões de ambos cabos ao longo da viga como uma fração da força inicial  $P_0 = P_{C1,0} = P_{C2,0}$ . Observa-se que o trecho reto do cabo C2 apresenta uma descontinuidade na derivada do seu perfil quando este se torna um cabo reto. Também é evidente a quase-linearidade dos perfis. Isto ocorre devido aos pequenos valores resultantes no expoente da função. Isto permite que uma aproximação linear das perdas

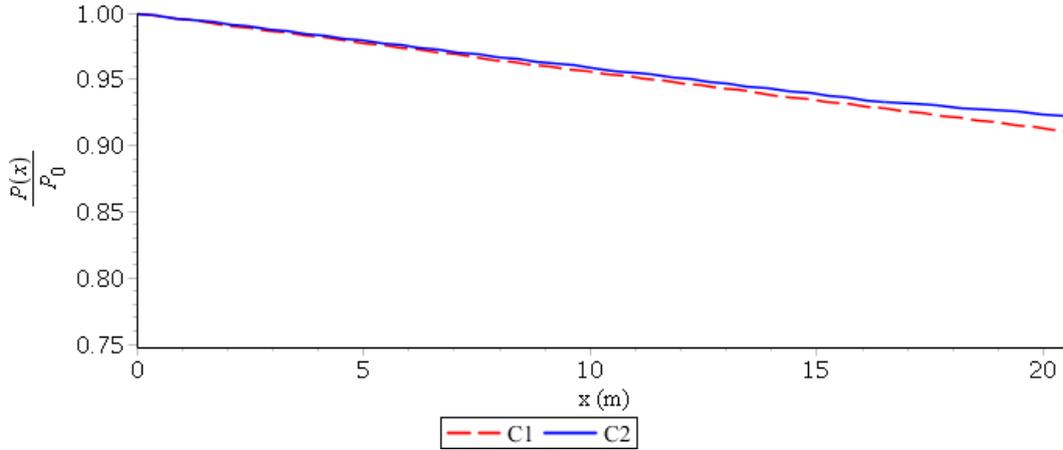


Figura 2.7: Perdas por atrito dos cabos C1 e C2

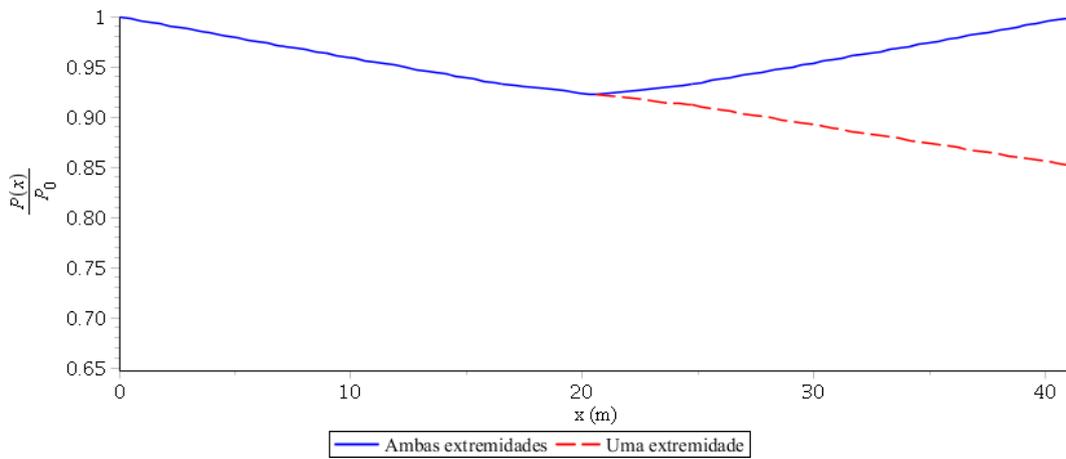


Figura 2.8: Perdas do cabo C2 protendido de uma ou ambas as extremidades

$$P(x) = P_0 \cdot (1 - \mu\alpha(x) - k \cdot x) \tag{2-17}$$

seja possível. Por via de exemplo, esta equação resulta em 90,6% para o cabo C1, comparado aos 91,1% obtidos na Equação (2-16), um erro desprezível. Evidentemente, quanto maior o vão da estrutura, maior será a diferença entre os resultados. Para valores de  $\mu\alpha(x) + k \cdot x \lesssim 0.1$ , pode-se considerar a aproximação linear aceitável.<sup>9</sup>

Como vigas podem ser protendidas de uma ou ambas as extremidades, o perfil de perdas por atrito é alterado dependendo desta escolha. Caso o cabo seja protendido por ambas as extremidades, a ordem das operações também é relevante: o perfil de tensões é diferente se uma extremidade for protendida antes da outra (e vice versa) e se ambas forem protendidas de forma simultânea. A Figura 2.8 demonstra as perdas do cabo C2 caso apenas uma ancoragem seja protendida e caso ambas sejam protendidas simultaneamente. Percebe-se que vigas protendidas apenas de um lado apresentam perdas substancialmente maiores do que as protendidas de ambas as extremidades.

## 2.3.1.2

**Encunhamento das ancoragens**

Esta perda ocorre após a protensão dos cabos e as bainhas metálicas são injetadas com graute. Neste momento, os macacos hidráulicos são removidos e o cabo é então ancorado no concreto. O cabo então tenta se encurtar para aliviar sua tração, conforme a Figura 2.1(b). Este movimento gera atrito entre cunhas acopladas ao cabo e a ancoragem até o ponto em que a força do cabo se iguala à força de atrito. Porém, para chegar a essa igualdade, a cunha sofre um pequeno deslocamento e o cabo sofre uma perda de tração. O valor do deslocamento da cunha varia dependendo do sistema de ancoragem adotado.<sup>12</sup>

A perda de tensão do cabo é restrita a um segmento próximo da ancoragem. Isto ocorre devido ao chamado “atrito negativo”: da mesma forma que o atrito resistiu o movimento do cabo durante a protensão, levando às perdas vistas na Seção 2.3.1.1, este agora impede que o cabo distribua o desalongamento, concentrando-o na região da ancoragem. Desta forma, a partir de um certo ponto, o encunhamento da ancoragem não gera perdas.

Definindo  $x = X$  como este ponto e  $\delta$  como a profundidade do encunhamento, podemos definir<sup>16,17</sup>

$$\begin{aligned}\delta &= \int_0^X \Delta \epsilon_p(x) dx = \frac{1}{E_p} \int_0^X \Delta \sigma(x) dx \\ \therefore A_p \cdot E_p \cdot \delta &= \int_0^X \Delta P(x) dx\end{aligned}\quad (2-18)$$

onde  $E_p$  é o módulo de elasticidade do aço de protensão. Observe que a integral representa a área entre o perfil de tensões antes e depois da perda por encunhamento. Adotando os coeficientes  $\mu$  e  $k$  do atrito negativo iguais aos do tradicional, temos que  $X$  é o ponto onde a área entre o perfil e a horizontal definida por  $X$  é igual à metade de  $A_p \cdot E_p \cdot \delta$ .<sup>17</sup>

No ponto  $X$ , os perfis antes e depois do encunhamento são iguais, logo

$$P_0 \cdot e^{-(\mu\alpha(X)+k\cdot X)} = (P_0 - \Delta P)e^{\mu\alpha(X)+k\cdot X}\quad (2-19)$$

Adotando que  $\alpha(x)$  é linear em  $x$ , pode-se considerar

$$\alpha(x) = \alpha \cdot x\quad (2-20)$$

$$\therefore P_0 \cdot e^{-X(\mu\alpha+k)} = (P_0 - \Delta P)e^{X(\mu\alpha+k)}\quad (2-21)$$

$$M \equiv \mu \cdot \alpha + k\quad (2-22)$$

$$\therefore P_0 \cdot e^{-X\cdot M} = (P_0 - \Delta P)e^{X\cdot M}\quad (2-23)$$

$$P_0 \cdot e^{-2X\cdot M} = P_0 - \Delta P\quad (2-24)$$

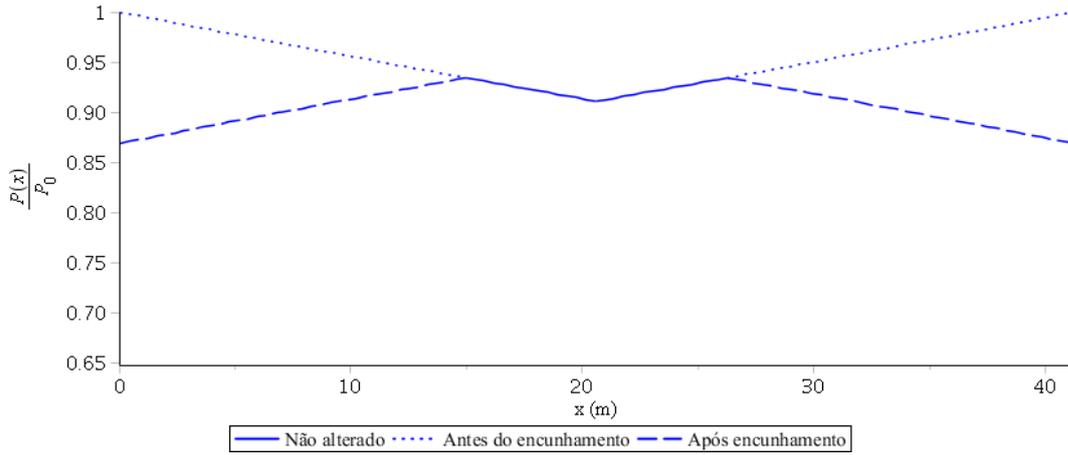


Figura 2.9: Perdas do cabo C1 protendido em ambas as extremidades

Linearizando a perda por atrito, tem-se

$$P_0(1 - 2X \cdot M) = P_0 - \Delta P \quad (2-25)$$

$$\therefore \Delta P = 2P_0 \cdot X \cdot M \quad (2-26)$$

$$\int_0^X \Delta P dx = \frac{1}{2} \Delta P \cdot X \quad (2-27)$$

$$\therefore A_p \cdot E_p \cdot \delta = \frac{1}{2} \Delta P \cdot X \quad (2-28)$$

$$\Delta P = \frac{2A_p \cdot E_p \cdot \delta}{X} \quad (2-29)$$

$$\therefore 2P_0 \cdot X \cdot M = \frac{2A_p \cdot E_p \cdot \delta}{X} \quad (2-30)$$

$$X^2 = \frac{A_p \cdot E_p \cdot \delta}{P_0 \cdot M} \quad (2-31)$$

$$\therefore X = \sqrt{\frac{A_p \cdot E_p \cdot \delta}{P_0 \cdot M}} \quad (2-32)$$

Tendo o valor de  $X$ , agora é só uma questão de espelhar o perfil de tensões na região de  $x = 0$  a  $x = X$  ao redor do eixo horizontal definido por  $X$ . Tem-se assim as perdas devido ao encunhamento das ancoragens. A Figura 2.9 apresenta os resultados para o cabo C1 da viga-exemplo da Figura 2.4 com protensão em ambas as extremidades.

Esta figura, porém, também permite que consideremos um caso mais complexo. Observe que o ponto  $x = 20\text{m} \equiv x_{min}$  apresenta a tensão mínima. Como seria o comportamento do cabo se  $X > x_{min}$ ? Fica evidente que o método simples de espelhamento não é mais apropriado, pois indicaria que para  $x \in [x_{min}, X]$  o encunhamento leva a um aumento de tensão e não uma perda. O método mais apropriado é apresentado na Figura 2.10. Partindo de  $X$  até  $x_{min}$  calcula-se a perda por atrito e adota-se este valor como a linha de

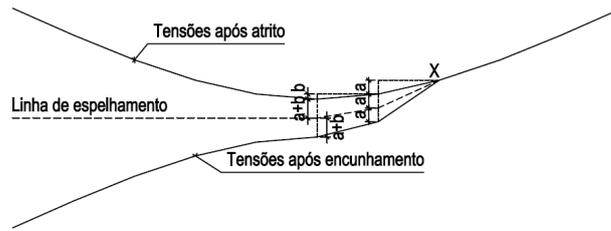


Figura 2.10: Perdas por encunhamento de uma ancoragem onde  $X$  ultrapassa o ponto mínimo do perfil de tensões.

espelhamento. Para as seções antes de  $x_{min}$  adota-se a linha horizontal obtida na figura. Este cálculo é naturalmente apenas do encunhamento da ancoragem esquerda, sendo necessário repetir este procedimento para a ancoragem direita e então unir os perfis obtidos.

Outra possibilidade é de  $X$  ser maior que o comprimento do cabo. Isto é frequente em cabos curtos e pode levar a perdas graves. Neste caso o cabo sofre um acréscimo de perdas constante ao longo do cabo até que a Equação (2-18) seja satisfeita. Isto significa que o cabo como um todo sofreu um desalongamento.

Uma observação a ser feita é que este método assume um  $\alpha(x)$  linear ao longo da viga. Caso isso não ocorra, tal como o cabo C2 da viga-exemplo, os conceitos por trás deste método ainda podem ser utilizados. Neste caso, o cálculo deve ser feito por partes, com cada segmento de  $\alpha(x)$  linear calculado individualmente.

### 2.3.1.3 Deformação elástica do concreto

Quando o concreto é submetido a esforços de compressão, este sofre um encurtamento. Como o cabo é aderente ao concreto, este sofre uma deformação de valor igual, devido a hipótese de compatibilidade de deformações. Da mesma forma que o encunhamento da ancoragem e o subsequente desalongamento do cabo gera uma perda de tensão no mesmo, o encurtamento do cabo também reduz a tensão efetiva no cabo.

O cálculo desta perda é simples, adotando a relação tensão-deformação

$$\Delta\sigma_p = \Delta\sigma_c \frac{E_p}{E_c} \tag{2-33}$$

$$\alpha_p \equiv \frac{E_p}{E_c} \tag{2-34}$$

$$\therefore \Delta\sigma_p = \Delta\sigma_c \cdot \alpha_p \tag{2-35}$$

onde  $E_p$  e  $E_c$  são os módulos de elasticidade do aço e concreto, respectivamente,

e o valor de  $\sigma_c$  é função dos carregamentos e das propriedades da viga.

Qualquer carregamento aplicado à viga acarretará em variação da tensão no concreto. No caso da pós-tração, a protensão do cabo é feita com os macacos hidráulicos apoiados na viga de concreto. Desta forma, conforme o cabo é tracionado, os macacos reagem, já comprimindo a viga. Como resultado, o encurtamento da viga já é realizado pelos macacos, de tal forma que o cabo não sofre perdas devido a sua própria protensão. O cabo sofre apenas perdas devido a protensão dos cabos protendidos em etapas subsequentes. O primeiro cabo a ser protendido é então o que mais sofre perdas, enquanto que o último não sofre perda alguma.<sup>10</sup>

Por simplicidade, é comum adotar para todos os cabos uma perda igual. Pode-se adotar para  $\sigma_c$  metade do valor obtido para o centroide dos cabos na seção para um carregamento composto por  $n - 1$  cabos, onde  $n$  é o número total de cabos.<sup>18</sup> Este é o método adotado pelo item 9.6.3.3.2.1 da NBR 6118.<sup>1</sup> Outro método seria considerar metade da perda obtida para o primeiro cabo a ser protendido em todos os cabos.<sup>10</sup>

Se a protensão fosse o único carregamento considerado, isso levaria a perdas exageradas, uma vez que quando a viga é protendida, esta tende a se descolar da forma, gerando assim esforços devido ao seu peso-próprio.<sup>16</sup> Estes esforços tendem a ser no sentido oposto aos da protensão, servindo então para reduzir as perdas. O mesmo vale para qualquer carregamento permanente subsequente, porém o mais comum é considerar apenas o efeito do peso-próprio.<sup>19</sup>

A tensão  $\sigma_c$  pode ser obtida a partir das propriedades da viga, sem necessidade de transformação para consideração da rigidez do aço de protensão. Para demonstrar este fato, utilizaremos a compatibilidade de deformações no ato da protensão de uma viga com protensão axial (ver Figura 2.11).<sup>10,12</sup> Este método assume uma protensão por pré-tração, onde o cabo sofre perdas devido a sua própria protensão, porém pode ser adotado de forma aproximada também para cabos pós-tracionados. Basta assumir que o cabo protendido é o resultante de todos os cabos da viga e apresenta perdas por deformação elástica.

$$\epsilon_{pi} = \epsilon_c + \epsilon_{p0} \quad (2-36)$$

$$\epsilon_{pi} = \frac{P_i}{A_p \cdot E_p} \quad (2-37)$$

$$\epsilon_c = \frac{P_0}{A_c \cdot E_c} \quad (2-38)$$

$$\epsilon_{p0} = \frac{P_0}{A_p \cdot E_p} \quad (2-39)$$

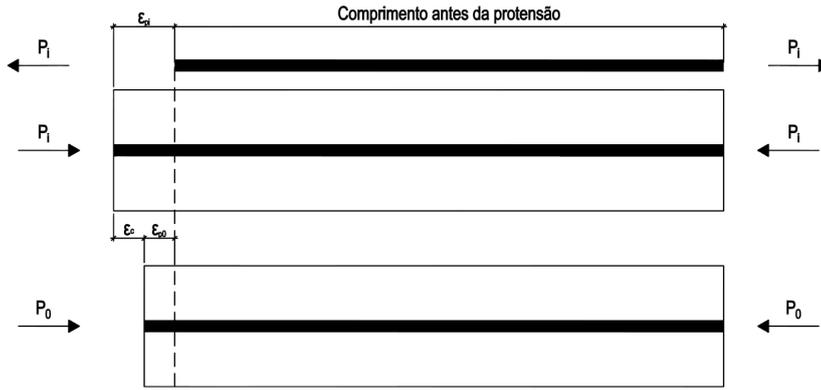


Figura 2.11: Deformação elástica da viga protendida

$$\therefore \frac{P_i}{A_p \cdot E_p} = P_0 \left( \frac{1}{A_c \cdot E_c} + \frac{1}{A_p \cdot E_p} \right) \quad (2-40)$$

$$\frac{P_i}{A_p} = P_0 \left( \frac{\alpha_p}{A_c} + \frac{1}{A_p} \right) \quad (2-41)$$

$$\frac{P_0}{A_c} = \frac{P_i}{\alpha_p \cdot A_p + A_c} \quad (2-42)$$

$$\frac{P_0}{A_c} = \frac{P_i}{A_t} = \sigma_c \quad (2-43)$$

Observa-se então que a transformação de áreas não é necessária contanto que utilize-se a área líquida de concreto. Porém, devido à proximidade dos valores, pode-se utilizar a área bruta sem perda de precisão.<sup>10</sup> Sattler e Kunert (apud Leonhardt<sup>9</sup>) desenvolveram uma equação que estima a influência do aço de protensão no momento de inércia, porém é comum desconsiderar este efeito e adotar o momento de inércia bruto do concreto.<sup>10</sup>

Em um cabo de traçado variável, o valor de  $\sigma_c$  também é. Isto significa que a perda por deformação elástica é diferente ao longo do perfil de tensões. Deve-se então calcular a Equação (2-35) em todo ponto de interesse.

Vale mencionar que no caso de cabos não-aderentes, a hipótese de compatibilidade de deformações não é válida, logo a perda por deformação elástica é considerada constante ao longo do comprimento do cabo, com  $\sigma_c$  igual ao seu valor médio. Fora essa distinção, o mesmo método é válido.

No caso da pré-tração, o cabo sofre perdas devido a sua própria protensão. Isto ocorre pois ele é cortado, aplicando sua carga na viga, apenas após o concreto já ter endurecido, criando aderência ao cabo. Desta forma, a compatibilidade de deslocamentos faz com que o cabo encurte junto com o concreto ao seu redor.

Calcularemos agora as perdas por deformação elástica da viga-exemplo da Figura 2.4, considerando os esforços devido a protensão ( $N_p$  e  $M_p$ ) e ao peso-próprio da viga ( $M_g$ ) que será ativado pela protensão. Admitiremos que

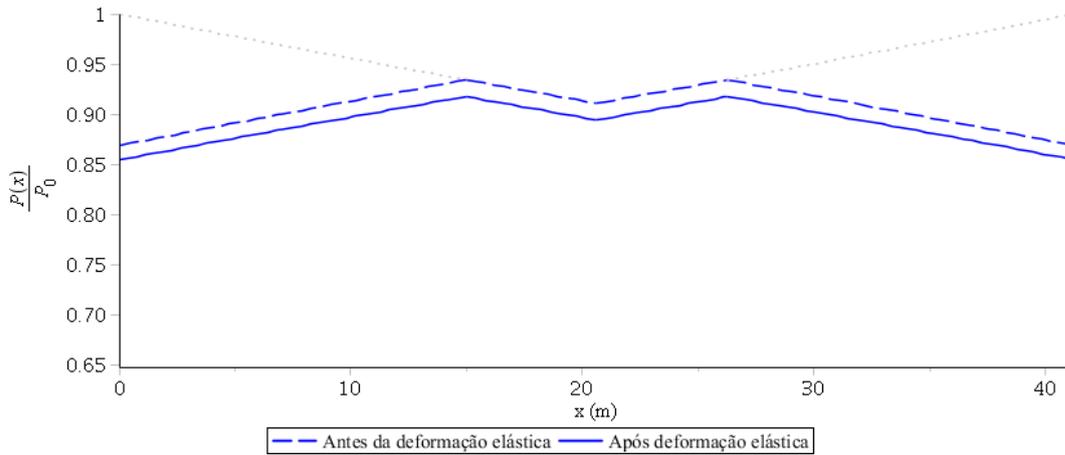


Figura 2.12: Perdas do cabo C1 da viga-exemplo devido à deformação elástica do concreto

a protensão é feita no cabo C1 seguido dos cabos C2 protendidos simultaneamente. Isto significa que o cabo C1 sofrerá perdas, mas os C2 não. Os esforços no meio do vão são

$$M_g = \frac{q \cdot L^2}{8} = 4559,2kNm$$

$$N_p = \lambda \cdot n \cdot \sigma_{pi} \cdot A_p = 4318,5kN$$

$$M_p = N_p \cdot e_{C2} = -3951,4kNm$$

onde  $\lambda$  é a fração da tensão inicial  $\sigma_{pi}$  na seção, conforme obtido na Seção 2.3.1.1 (já que o encunhamento não levou a perdas na seção) e  $n$  é o número de cabos C2. Estes esforços implicam em tensões no concreto ao redor do cabo C1 de

$$\sigma_c = (M_g + M_p) \frac{e_{C1}}{I_y} - \frac{N_p}{A_c} = -4185,0kN/m^2$$

logo, pela Equação (2-35), temos que a perda de protensão nesta seção será de

$$\Delta\sigma_p = 23042,4kN/m^2 = 1,7\%\sigma_{pi}$$

$$\therefore \sigma_p = 89,4\%\sigma_{pi}$$

A Figura 2.12 apresenta as perdas de tensão ao longo da viga devido à deformação elástica do concreto.

## 2.3.2 Progressivas

### 2.3.2.1 Fluência do concreto

A fluência (*creep*) é uma propriedade de todo material viscoplástico. Este comportamento descreve como um elemento sob tensão constante apresenta uma deformação inicial, seguido de uma deformação adicional que aumenta ao longo do tempo. Embora a tensão seja abaixo do escoamento, a deformação por fluência apresenta uma componente permanente.<sup>9,17</sup> No caso de estruturas protendidas, este comportamento leva a perdas na protensão, uma vez que um aumento na deformação do concreto implica em igual deformação do aço. Como as tensões ao redor do aço tendem a ser de compressão, isto acarretará em um desalinhamento e uma subsequente perda de tensão do elemento de protensão.

O comportamento por fluência depende de diversos fatores: a granulometria, formato e tipologia dos agregados, consumo e tipo de cimento, fator água/cimento, grau de compactação, grau de endurecimento do concreto no momento do carregamento, temperatura, umidade, tamanho da estrutura e a magnitude dos esforços.<sup>9</sup>

Um dos fatores mais críticos é o grau de endurecimento do concreto no momento do carregamento. Roš (apud Leonhardt<sup>9</sup>) observou a fluência de prismas de 12x12x36cm sob compressão uniaxial carregados com diferentes idades. O prisma carregado aos três dias apresentou fluência aproximadamente três vezes maior que o carregado somente após um ano. Este mesmo ensaio também apresenta o efeito da umidade, com fluências maiores em ambientes mais secos. O volume de água evaporável no concreto é essencial à fluência: uma seção que secou ao ponto de não apresentar qualquer água evaporável não apresenta fluência.<sup>20</sup>

O tipo de agregado também pode ter grande influência na fluência do concreto. Ensaio por Davis e Kordina (apud Leonhardt<sup>9</sup>) com diferentes agregados demonstram que o agregado pode alterar (chegando a duplicar) a fluência do concreto. Estes ensaios, assim como outros pela *University of California* (apud Lin<sup>10</sup>) e Haranki<sup>21</sup> indicam que o agregado que resulta na menor fluência do concreto é o calcário. Dito isso, não é comum considerar a tipologia do agregado no cálculo.

Devido a esta multiplicidade de fatores, não há uma teoria completa que descreva o *creep*, sendo necessário adotar equações aproximadas. O problema é agravado pelo fato de a fluência e a retração ocorrerem ao mesmo tempo.

Os processos são distintos, porém sua simultaneidade torna difícil separar os efeitos de cada processo,<sup>10,16,22</sup> sendo necessário assumir que os processos são independentes.<sup>23</sup> Existem, no entanto, evidências de que tal hipótese é incorreta, com elementos carregados possivelmente apresentando retrações maiores que os descarregados.<sup>24,25</sup> Devido a estas complicações, erros da ordem de 30% são esperados com estes métodos.<sup>11,23</sup> Alguns métodos internacionais serão descritos resumidamente, seguidos por um olhar mais profundo no método adotado no Anexo A da NBR 6118.<sup>1</sup>

A fluência se trata de uma deformação variável sob tensão constante. Para levar isto em consideração, pode-se adotar um fator redutor do módulo de elasticidade do concreto  $(1+\phi)$  que permite obter a deformação total (imediate e lenta) da estrutura. Pode-se então adotar que as perdas finais de protensão devido a fluência são

$$\Delta\sigma_p = \phi \cdot \sigma_c \frac{E_p}{E_c} \quad (2-44)$$

Este método assume que a hipótese de Euler-Bernoulli de que seções planas permanecem planas ainda é válida, suposição esta validada por experimentos.<sup>24</sup> Todas as normas abaixo lidam com a obtenção do valor de  $\phi$ . Este é assumido igual para elementos sob qualquer esforço (tração, compressão ou flexão), porém a literatura indica que este não seja o caso.<sup>24,25</sup>

O Eurocode 2<sup>26</sup> apresenta tabelas para o valor de  $\phi$  em função da umidade do ambiente e a idade, espessura, resistência e tipo do concreto. Caso a tensão no concreto ao redor do cabo seja maior que 45% do  $f_{cj}$ , o Eurocode também apresenta um fator de correção.

A norma da *American Association of State Highway and Transportation Officials* (AASHTO)<sup>27</sup> adota uma equação empírica composta por um valor de  $\phi$  médio e diversos coeficientes em função da umidade relativa do ar, da razão volume/área de superfície e do  $f_{cj}$  do concreto no momento de aplicação da carga. Esta norma também apresenta equações para o cálculo da perda de protensão devido a fluência em vigas pré-moldadas em dois intervalos: entre a protensão do cabo e a concretagem da laje e entre esta e o fim da vida útil da estrutura.

O *American Concrete Institute* (ACI)<sup>23</sup> utiliza um método empírico porém simples. Este método necessita da idade do concreto no final da cura úmida e na data do carregamento, do método de cura, da umidade relativa do ar, espessura média e tipo de cimento (Portland I, II, III, IV, ou V ARI) do elemento. O método é válido apenas para tensões ao redor do cabo inferiores a 40% do  $f_{cj}$ .

A *fédération internationale du béton* (fib),<sup>28</sup> antigo CEB-FIP, adota um modelo que ignora a duração e as condições de cura do concreto, utilizando a

data de carregamento e espessura média do elemento, o  $f_{ck}$  e tipo de cimento do concreto, a umidade relativa do ar e a temperatura. O método é válido apenas para tensões em torno do cabo inferiores à 40% do  $f_{cj}$ , porém uma variante do mesmo fator de correção do Eurocode é permitido para tensões até 60% do  $f_{cj}$ . Engenheiros que trabalham em estruturas sensíveis à fluência e a retração preferem este método ao do ACI.<sup>23</sup>

A NBR 6118<sup>1</sup> adota no seu Anexo A um método baseado na norma CEB de 1978.<sup>29</sup> Este, assim como os resumidos acima, assume que a superposição de efeitos é válida e um comportamento linear entre a fluência e os esforços no elemento. As características necessárias para o cálculo da fluência para um instante  $t$  são: a umidade relativa do ar, o abatimento (*slump*) do concreto, a chamada espessura fictícia do elemento e a idade fictícia do concreto no momento do carregamento. Ao contrário das demais normas, esta não estipula limite para a razão  $\sigma_c/f_{ck}$  para o cálculo da fluência. Uma limitação deste método para o cálculo de perdas de protensão é a hipótese de que o carregamento aplicado é constante ao longo do tempo. A deformação lenta do concreto (e as demais perdas progressivas) leva a perdas nos cabos de protensão, que logo aplicam esforços reduzidos no concreto, o que então implica em uma redução da deformação lenta futura. Esta interação entre a fluência e os esforços não é considerada por este método.

De acordo com o item A.2.2.3 da NBR 6118,<sup>1</sup> a deformação por fluência  $\epsilon_{cc}$  é composta por três parcelas

$$\epsilon_{cc}(\tau, \tau_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \phi(\tau, \tau_0) \quad (2-45)$$

onde

$\tau$  é a idade fictícia do concreto no momento desejado, obtida abaixo;

$\tau_0$  é a idade fictícia do concreto no momento do carregamento, obtida abaixo;

$\epsilon_{cca}$  é a fluência rápida e irreversível que ocorre nas primeiras 24 horas;

$\epsilon_{ccf}$  é a fluência lenta e irreversível;

$\epsilon_{ccd}$  é a fluência lenta porém reversível.

Adotando o fator  $\phi$  descrito anteriormente, podemos definir que a deformação final do elemento é igual ao somatório da deformação elástica e a deformação por fluência.

$$\epsilon_{c,tot}(\tau, \tau_0) = \epsilon_c + \epsilon_{cc}(\tau, \tau_0) = \epsilon_c(1 + \phi(\tau, \tau_0)) \quad (2-46)$$

$$\phi(t_0, \tau, \tau_0) = \phi_a(t_0) + \phi_{f\infty}(\beta_f(\tau) - \beta_f(\tau_0)) + \phi_{d\infty} \cdot \beta_d(\tau, \tau_0) \quad (2-47)$$

onde

$\phi_a(t_0)$  é o coeficiente de fluência rápida, função do  $f_{ck}$  do concreto e de  $\beta_1(t_0)$ , o grau de endurecimento do concreto no momento do carregamento.

$$\phi_a(t_0) = \begin{cases} 0,8(1 - \beta_1(t_0)) & \text{para } f_{ck} \in [20,45]\text{MPa} \\ 1,4(1 - \beta_1(t_0)) & \text{para } f_{ck} \in [50,90]\text{MPa} \end{cases} \quad (2-48)$$

$\phi_{f\infty}$  é a assintota da fluência lenta irreversível.

$$\phi_{f\infty} = \begin{cases} \phi_{1c} \cdot \phi_{2c} & \text{para } f_{ck} \in [20,45]\text{MPa} \\ 0,45\phi_{1c} \cdot \phi_{2c} & \text{para } f_{ck} \in [50,90]\text{MPa} \end{cases} \quad (2-49)$$

onde

$\phi_{1c}$  é função da umidade relativa do ar  $U$  (em porcentagem) e do abatimento do concreto, sendo igual a

$$\phi_{1c} = 4,45 - 0,035U \quad (2-50)$$

para *slump* de 5 à 9cm. Para valores maiores ou menores de consistência, o valor é 25% maior ou menor, respectivamente;

$\phi_{2c}$  é função da espessura fictícia  $h$  (em metros), definido a seguir, e igual a

$$\phi_{2c} = \frac{0,42 + h}{0,20 + h} \quad (2-51)$$

$\beta_f(\tau)$  é a função de tempo para a fluência lenta irreversível, cujo valor pode ser obtido através do ábaco apresentado na Figura A.2 da NBR 6118,<sup>1</sup> representado neste trabalho pela Figura 2.13, ou pela seguinte equação:

$$\beta_f(\tau) = \frac{\tau^2 + A \cdot \tau + B}{\tau^2 + C \cdot \tau + D} \quad (2-52)$$

onde

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

onde a espessura fictícia  $h \in [0,05; 1,6]$  metros. Caso  $h$  não esteja contido neste intervalo, adota-se o valor extremo correspondente.

$\phi_{d\infty}$  é a assintota da fluência lenta reversível, igual a 0,4;

$\beta_d(\tau, \tau_0)$  é a função de tempo para a fluência lenta reversível. Este valor independe da idade do concreto no momento de aplicação do carregamento,

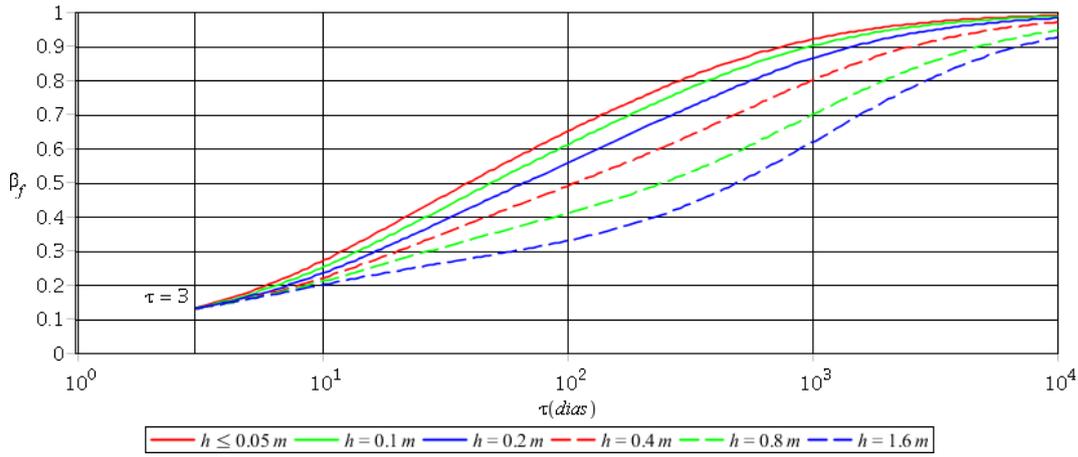


Figura 2.13: Ábaco de  $\beta_f(\tau)$  para diferentes espessuras fictícias

apenas do tempo entre o instante  $\tau$  desejado e o momento  $\tau_0$  da aplicação da carga. Seu valor é obtido pela seguinte equação:

$$\beta_d(t, t_0) = \frac{\tau - \tau_0 + 20}{\tau - \tau_0 + 70} \quad (2-53)$$

A idade fictícia do concreto no instante  $i$  pela NBR 6118<sup>1</sup> é dada no seu item A.2.4.1:

$$\tau_i = \alpha \sum_{j=0}^i \frac{T_j + 10}{30} \Delta t_{ef,j} \quad (2-54)$$

onde

$\alpha$  é um coeficiente que depende do tipo de cimento adotado. Os valores adotados são apresentados na Tabela A.2 da NBR 6118;<sup>1</sup>

$T_i$  é a temperatura média no período em estudo;

$\Delta t_{ef,i}$  é o tempo considerado;

A espessura fictícia é definida em diversos locais como a razão da área da seção pelo semiperímetro exposto ao ar.<sup>30,31</sup> O item A.2.4.2 da NBR 6118,<sup>1</sup> porém, adota uma variante que inclui o fator  $\gamma$  devido ao efeito da umidade:

$$h = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}} \quad (2-55)$$

$$\gamma = 1 + e^{-7,8+0,1U}$$

onde  $u_{ar}$  é definido como “a parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar”.

Após todos estes cálculos é possível obter pela Equação (2-47) o valor de  $\phi(t_0, \tau, \tau_0)$  e então, pela Equação (2-44), o valor de protensão.

Para a viga-exemplo da Figura 2.4, as perdas por fluência são calculadas a seguir apenas no meio do vão para os esforços permanentes, considerando

somente o peso-próprio da viga e a protensão. Na prática todos os esforços permanentes, incluindo os de sobrecarga, seriam considerados. O tempo considerado é a vida útil da estrutura, de 50 anos.

Primeiro deve-se calcular as idades fictícias do concreto na data da protensão e no final da sua vida útil, pela Equação (2-54):

$$\begin{aligned} \text{Tabela A.2 da NBR 6118}^1 &\Rightarrow \alpha = 3 \\ \text{Equação (2-54)} &\Rightarrow \tau_0(5) = 17,5 \\ \text{Equação (2-54)} &\Rightarrow \tau(50 \cdot 365) = 63875 \end{aligned}$$

Com estes dados, podem-se obter os coeficientes parciais de fluência.

$$\begin{aligned} \text{CPV-ARI} &\Rightarrow s = 0,20 \\ \text{Item 12.3.3 da NBR 6118}^1 &\Rightarrow \beta_1(t_0) = 0,7609 \\ \text{Equação (2-48)} &\Rightarrow \phi_a(t_0) = 0,1913 \\ \text{Equação (2-50)} &\Rightarrow \phi_{1c} = 1,825 \\ \text{Equação (2-55)} &\Rightarrow h = 0,4230\text{m} \\ \text{Equação (2-51)} &\Rightarrow \phi_{2c} = 1,353 \\ \text{Equação (2-49)} &\Rightarrow \phi_{f\infty} = 2,469 \\ \text{Equação (2-52)} &\Rightarrow \beta_f(\tau_0) = 0,2793 \\ \text{Equação (2-52)} &\Rightarrow \beta_f(\tau) = 0,9949 \\ &\phi_{d\infty} = 0,4 \\ \text{Equação (2-53)} &\Rightarrow \beta_d = 0,9992 \end{aligned}$$

Observa-se que para o cálculo de  $\beta_1(t)$  foi adotado a idade efetiva do concreto no instante do carregamento e não a idade fictícia. Há uma discordância na norma entre o Anexo A e o item 12.3.3 que define a função  $\beta_1(t)$ . O Anexo A informa que a função deve ser calculada com o valor de  $t_0$ , já definido como a idade *fictícia* do concreto. Já o item 12.3.3 informa que  $\beta_1(t)$  deve ser calculado com a idade *efetiva*. A decisão de adotar a idade efetiva vem da observação de que a idade fictícia é quase sempre maior que a idade efetiva (neste caso mais de três vezes maior) e que o valor de  $\beta_1(t)$  para valores de  $t$  maiores que 28 dias é maior do que um. Logo, se uma viga fosse protendida tarde, de tal forma que o valor da idade fictícia  $t_0$  fosse maior que 28 e logo  $\beta_1(t)$  maior do que um, o valor de  $\phi_a$  ficaria negativo, indicando uma expansão do concreto. Frente a um resultado peculiar como este, parece mais razoável adotar a idade efetiva para este cálculo. Todos os outros cálculos permanecem calculados com a idade fictícia.

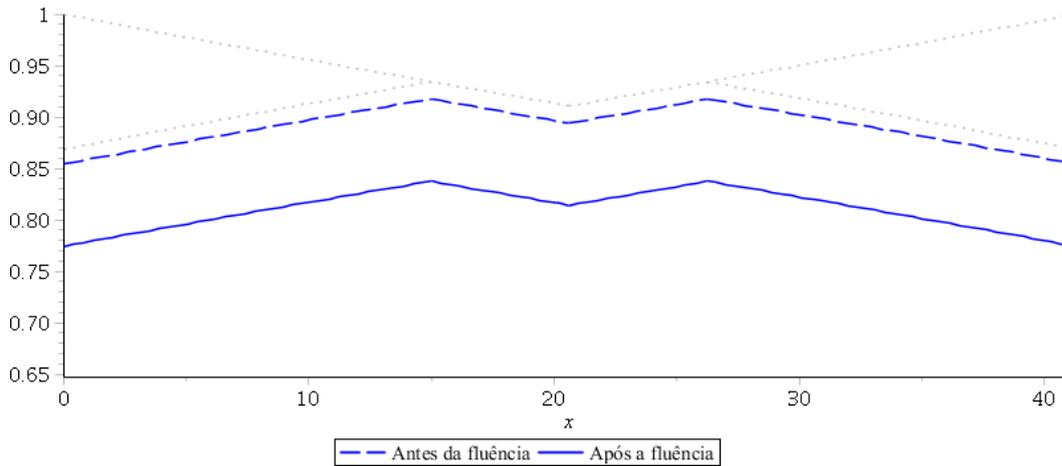


Figura 2.14: Perdas do cabo C1 da viga-exemplo devido à fluência do concreto

Com estes valores pode-se obter o valor total de  $\phi$  pela Equação (2-46) igual a

$$\phi(t_0, \tau, \tau_0) = \phi_a(t_0) + \phi_{f\infty} (\beta_f(\tau) - \beta_f(\tau_0)) + \phi_{d\infty} \cdot \beta_d(\tau, \tau_0) = 2,358$$

Como a seção da viga é constante, o valor de  $\phi$  também o é em todo o vão, permitindo o cálculo da perda em qualquer seção da viga. Para obter a perda no meio do vão, nos falta agora apenas calcular a tensão no concreto ao redor do cabo C1. Para tal, precisaríamos calcular as perdas por encunhamento e deformação elástica nos cabos C2, porém neste caso nenhuma destas se aplica: o encunhamento neste cabo também não atinge o meio do vão e como foram os últimos cabos a serem protendidos, não ocorrem perdas por deformação elástica da viga. Temos então que

$$\sigma_c = 8646,4 \text{ kN/m}^2$$

logo o valor da perda de protensão pode ser obtida pela Equação (2-44)

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p &= 112257,2 \text{ kN/m}^2 = 8,0\% \sigma_{pi} \\ \therefore \sigma_p &= 81,4\% \sigma_{pi} \end{aligned}$$

A Figura 2.14 apresenta a perda por fluência do cabo C1 ao longo da viga.

### 2.3.2.2

#### Retração do concreto

Durante a cura do concreto, parte da água é utilizada para fazer a liga do cimento com os agregados. O restante desta água, porém, não participa deste processo mas é necessária para dar trabalhabilidade ao concreto durante seu lançamento.<sup>13</sup> Após o lançamento, porém, esta água livre se evapora ao longo do tempo. A perda desta água e outros processos químicos geram esforços de tensão superficial nos poros do concreto, que então se retrai.<sup>14</sup> A retração por perda da água livre é chamada de retração por secagem, já os processos químicos de endurecimento do concreto geram a chamada retração autógena.<sup>19</sup>

Como visto no caso de deformação elástica (ver Seção 2.3.1.3) e por fluência (ver Seção 2.3.2.1), a retração do concreto leva a uma retração do aço e logo a uma perda de protensão. Uma parcela desta perda pode ser revertida se a água evaporada for repostada, porém o restante é permanente.<sup>10,17</sup> Conforme descrito na Seção 2.3.2.1, a simultaneidade da retração e da fluência faz com que a descrição de cada ação de forma isolada seja complicada. Este fato, em conjunto com a multiplicidade e variedade de fatores que influenciam a retração, faz com que seja comum adotar métodos aproximados simplificados.

Os fatores mais críticos para a retração são evidentemente a temperatura e umidade relativa do ar ao redor do concreto. Ambientes quentes e secos aceleram o processo de retração, enquanto que ambientes frios e úmidos o retardam.<sup>9,30</sup> De fato, alguns concretos em ambientes muito úmidos (submergidos, por exemplo) não apresentam retração, mas sim expansão.<sup>10</sup> Como a secagem se trata de um processo lento, geralmente insensível a curtos ciclos climáticos, os melhores resultados são obtidos adotando a umidade média do período mais seco do ano.<sup>20</sup>

Grande parte da retração é definida pela evaporação d'água, logo quanto mais água livre houver no concreto, maior será a retração. Tem-se então que a retração é proporcional ao fator água/cimento do concreto. Os agregados do concreto também influenciam o resultado.<sup>32</sup> O granito apresenta a maior taxa de retração e o arenito, a maior retração final. Já o quartzito, seguido pelo calcário, apresenta os menores valores em ambos os quesitos.<sup>33</sup> Lin<sup>10</sup> observa que a composição química do cimento também afeta estas perdas, porém Graf (apud Leonhardt<sup>9</sup>) conclui que, embora diferentes cimentos apresentem retrações diferentes em ensaios de corpo de prova de pasta de cimento, este efeito é desprezível no concreto.

As dimensões da peça também afetam a retração. Quanto menor for a peça, maior será sua retração. Isso se deve ao fato da evaporação de água ser uma função da área de superfície entre o ar e a água. Pela Lei do

Cubo-Quadrado sabemos que o quão maior for a peça, maior será sua razão volume/área de superfície. Logo peças menores conseguem evaporar sua água com maior facilidade.<sup>9</sup> Para levar este fato em consideração, é comum adotar uma espessura fictícia como a definida na Equação (2-55).

A armadura passiva tem um efeito na retração do concreto. Neste caso, quando o concreto tenta se retrair, este movimento é resistido pela armadura. A armadura é então comprimida e o concreto ao seu redor, tracionado. Em vigas protendidas, porém, a taxa de aço doce é muito reduzida e este efeito tende a ser desconsiderado.<sup>19</sup>

O Eurocode 2<sup>26</sup> separa a retração nas parcelas por secagem e autógenas. A retração por secagem é função da espessura média da viga, do tipo de cimento e  $f_{ck}$  do concreto e da umidade relativa do ar. A retração autógena é função apenas do  $f_{ck}$  do concreto.

A norma AASHTO<sup>27</sup> adota um método similar ao adotado para a fluência, composto por uma retração média e diversos coeficientes em função da umidade relativa do ar, da razão volume/área de superfície e do  $f_{cj}$  do concreto no momento em que este é exposto à secagem. Esta norma também apresenta equações para o cálculo da perda de protensão devido a retração em vigas pré-moldadas em dois intervalos: entre a protensão do cabo e a concretagem da laje e então até e o fim da vida útil da estrutura.

O ACI<sup>23</sup> utiliza um valor último da deformação por retração em função da duração da cura do concreto, da umidade relativa do ambiente, da espessura média da viga (definida como quatro vezes a razão volume:área de superfície), do *slump*, volume de cimento e ar e da granulometria dos agregados do concreto. O efeito do tempo é função da espessura média da viga. Este método não faz a distinção entre a retração autógena e por secagem.

Assim como o Eurocode 2,<sup>26</sup> a *fib*<sup>28</sup> divide a retração nas partes por secagem e autógenas. A retração por secagem depende do tipo de cimento e  $f_{ck}$  do concreto, da umidade relativa do ar, a temperatura e a espessura média da seção.

A NBR 6118<sup>1</sup> considera a retração como um todo, sem separar as parcelas. Os fatores relevantes para calcular a deformação por retração são: a umidade relativa do ar, a consistência do concreto e a espessura fictícia da viga. O valor da deformação num instante  $t$  é igual a

$$\epsilon_{cs}(\tau, \tau_0) = \epsilon_{cs\infty} [\beta_s(\tau) - \beta_s(\tau_0)] \quad (2-56)$$

onde

$\tau$  é a idade fictícia do concreto (ver Equação (2-54)) no instante desejado, em dias;

$\tau_0$  é idade fictícia do concreto no instante em que a retração começa a ser considerada, em dias;

$\epsilon_{cs\infty}$  é o valor último da retração.

$$\epsilon_{cs\infty} = \epsilon_{1s} \cdot \epsilon_{2s} \quad (2-57)$$

onde

$\epsilon_{1s}$  é um coeficiente que depende da umidade relativa e do abatimento do concreto. Para concretos de *slump* entre 5 e 9cm, seu valor é de

$$\epsilon_{1s} = 10^{-4} \left( -8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} - \frac{U^3}{133765} + \frac{U^4}{7608150} \right) \quad (2-58)$$

onde  $U$  é a umidade relativa do ambiente em porcentagem. Porém, para concretos de consistência maior ou menor, este valor é 25% maior ou menor, respectivamente;

$\epsilon_{2s}$  é o coeficiente que depende da espessura fictícia da viga (ver Equação (2-55)) em metros

$$\epsilon_{2s} = \frac{0,33 + 2h}{0,208 + 3h} \quad (2-59)$$

$\beta_s(\tau)$  é a função de tempo da retração

$$\beta_s(\bar{\tau}) = \frac{\bar{\tau}^3 + A \cdot \bar{\tau}^2 + B \cdot \bar{\tau}}{\bar{\tau}^3 + C \cdot \bar{\tau}^2 + D \cdot \bar{\tau} + E} \quad (2-60)$$

onde

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{100}$$

$$A = 40$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8$$

para uma espessura fictícia  $h \in [0,05; 1,6]$  metros. Caso  $h$  não esteja contido neste intervalo, adota-se o valor extremo correspondente.

Tendo então o valor da deformação do concreto por retração, pode-se calcular a perda de tensão no aço adotando

$$\Delta\sigma_p = \epsilon_{cs} \cdot E_p \quad (2-61)$$

A retração é considerada uniforme na seção, porém, como o cálculo é afetado pela espessura fictícia, vigas de seção variável terão perdas variáveis ao longo do vão. Neste caso, será necessário repetir este processo para cada seção de estudo.

Para a viga-exemplo da Figura 2.4, pode-se calcular a perda devido a retração. Como a retração é uniforme no vão, a queda de tensão será constante ao longo do cabo. Tem-se

$$\begin{aligned} \text{Tabela A.2 da NBR 6118}^1 &\Rightarrow \alpha = 1 \\ \text{Equação (2-54)} &\Rightarrow \tau_0 = 5,833 \text{ dias} \\ \text{Equação (2-54)} &\Rightarrow \tau = 21290 \text{ dias} \\ \text{Equação (2-55)} &\Rightarrow h = 0,4230\text{m} \end{aligned}$$

e obtém-se o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \text{Equação (2-58)} &\Rightarrow \epsilon_{1s} = -4,548 \times 10^{-4} \\ \text{Equação (2-59)} &\Rightarrow \epsilon_{2s} = 0,7962 \\ \text{Equação (2-57)} &\Rightarrow \epsilon_{cs\infty} = -3,621 \times 10^{-4} \\ \text{Equação (2-60)} &\Rightarrow \beta_s(\tau_0) = 0,026 \\ \text{Equação (2-60)} &\Rightarrow \beta_s(\tau) = 1,004 \\ \text{Equação (2-56)} &\Rightarrow \epsilon_{cs} = -3,541 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

A Figura 2.15 apresenta o perfil de tensões do cabo C1 após as perdas constantes ao longo do vão obtidas pela Equação (2-61) de

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p &= 69050/m^2 = 4,9\%\sigma_{pi} \\ \therefore \sigma_p &= 76,5\%\sigma_{pi} \end{aligned}$$

Conforme observa-se acima e na Seção 2.3.2.1, quanto mais jovem for o concreto no momento da aplicação de um carregamento, maior será sua retração e fluência. Faz sentido então, no caso de elementos protendidos, adiar a protensão ao máximo, permitindo assim que o concreto endureça e que a protensão sofra menos perdas. É comum, no entanto, protender pelo menos alguns cabos nos primeiros dias após o lançamento do concreto. Isso é feito pois a retração do concreto ocorre primeiro na superfície (ver Figura 2.16). Esta tenta então se retrair, mas é resistida pelo núcleo do concreto que ainda não perdeu sua umidade. Isso gera esforços de compressão no núcleo e de tração na superfície.<sup>17, 20, 34</sup>

No concreto armado estas trações são resistidas pela armadura de pele.

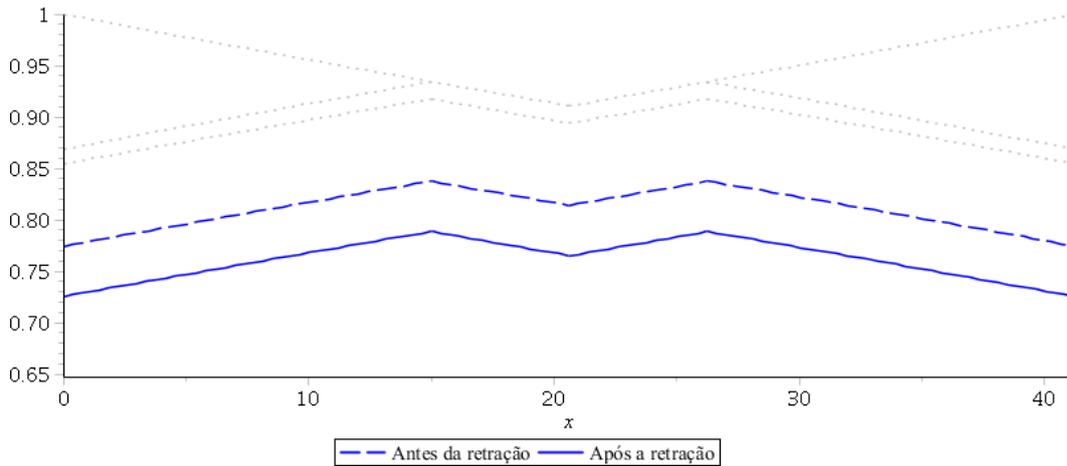


Figura 2.15: Perdas do cabo C1 da viga-exemplo devido à retração do concreto

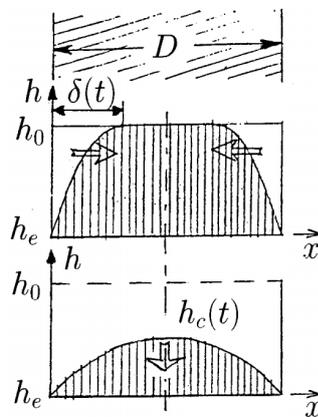


Figura 2.16: Perfil de umidade em uma seção de concreto. Na primeira fase, a frente de secagem penetra a seção transversal. Na segunda fase, após atingir o centro, o perfil de umidade é proporcionalmente reduzido. Fonte: Bažant<sup>35</sup>

Nas vigas protendidas, a protensão de alguns cabos com a estrutura ainda jovem comprime toda a seção, impedindo o desenvolvimento das trações e subsequentes fissuras superficiais. É claro que estes cabos sofrerão maiores perdas por fluência e retração, mas contanto que não sejam todos os cabos, considera-se esta compressão cedo na vida da viga vantajosa.<sup>17</sup>

### 2.3.2.3 Relaxação do aço

A Seção 2.3.2.1 descreveu o processo de fluência do concreto, definido como o aumento ao longo do tempo da deformação sob tensão constante. As cargas externas permanentes e a protensão geram esforços constantes na viga, que então se deforma ao longo do tempo. A relaxação é o processo inverso: a redução ao longo do tempo da tensão sob deformação constante.<sup>14</sup> Desconsiderando os efeitos do *creep* e da retração do concreto, o cabo é alongado no instante da protensão da viga e então mantém esta deformação

pelo resto da vida da estrutura. Ao longo do tempo, a tensão observada no cabo se reduz, enquanto que a deformação se mantém.

Sendo uma consequência da viscoplasticidade do aço, a relaxação depende do valor do esforço aplicado e da temperatura do cabo. É comum adotar-se um valor  $\psi_{1000}$ , equivalente à relaxação que ocorre após mil horas, nos cálculos de relaxação. Este valor é obtido a partir de ensaios laboratoriais executados à 20°C.<sup>14</sup> A temperatura, porém, é um fator crítico para a velocidade de relaxação, com ensaios a 20°C levando cem anos para atingir um nível de relaxação que ensaios a 40°C atingem em quatro anos,<sup>15</sup> e ensaios a 80°C atingindo em poucas horas valores que ensaios a 20°C não atingem em milhões de horas.<sup>16</sup> Alguns autores descrevem que o valor final da retração no fim da vida da estrutura, no entanto, não é alterado, apenas a velocidade com a qual atinge-se este valor,<sup>15,18</sup> porém outros dizem que o valor final também é alterado pela temperatura.<sup>11,28</sup>

Bažant<sup>15</sup> descreve o caso da ponte de Koror-Babeldaob em Palau e outras no Japão e na República Checa que apresentaram deslocamentos excessivos devido ao efeito do sol na laje superior, aquecendo os cabos a temperaturas de 40°C, e desenvolveu um método que permite a inclusão da temperatura no cálculo da relaxação ao longo do tempo.

Perdas por relaxação podem ser altas, da ordem de 9% em mil horas, em aços de relaxação normal (RN). Para mitigar este problema, desenvolveram-se novos tratamentos térmicos que reduzem este efeito a aproximadamente 3% nos aços chamados de relaxação baixa (RB). Esta grande vantagem apresentada pelos aços de relaxação baixa faz com que estes sejam os mais utilizados no momento presente. Evidentemente, todas as normas descritas abaixo apresentam coeficientes e valores finais diferentes, de acordo com o tipo de aço adotado.

A Eurocode 2<sup>26</sup> adota uma equação em função da razão da tensão inicial/ $f_{ptk}$  do cabo e da relaxação a mil horas. A temperatura do cabo também pode ser considerada através de um coeficiente no valor de tempo adotado. A norma logo adota que a temperatura apenas acelera a relaxação, sem alterar de forma significativa seu valor final.

A norma AASHTO<sup>27</sup> apresenta equações para o cálculo da perda de protensão devido a relaxação em vigas pré-moldadas em dois intervalos: entre a protensão do cabo e a concretagem da laje e entre esta e o fim da vida útil da estrutura. Esta norma adota que 50% da perda ocorre no primeiro intervalo e o restante no segundo.

O ACI<sup>36</sup> apresenta uma equação em função da tensão inicial. A trajetória da relaxação é dada como logarítmica no tempo.

A *fib*<sup>28</sup> adota um método simples, função apenas da relaxação à cem e mil horas. O comportamento da relaxação em relação à temperatura é adotada como linear para temperaturas acima de 20°C, logo um cabo a 40°C apresenta o dobro da relaxação final a 20°C. A própria norma, no entanto, afirma que este fator não é necessariamente conservador e que para temperaturas muito acima de 20°C devem ser feitos ensaios na temperatura esperada. Esta norma também apresenta método idêntico (exceto o valor de um coeficiente) ao da Eurocode, mas o adota apenas para considerar o efeito de possíveis tratamentos térmicos de cura do concreto.

O item 9.6.3.4.5 da NBR 6118<sup>1</sup> utiliza um método similar à *fib*, porém sem consideração do efeito da temperatura e com coeficientes diferentes. A equação é

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (2-62)$$

onde

$t$  é o instante desejado, em dias;

$t_0$  é o instante em que o cabo foi tracionado, em dias;

$\psi_{1000}$  é a perda por relaxação após mil horas, valor dado pela Tabela 8.3 da norma em função do tipo de aço (relaxação normal ou baixa) e da razão tensão atuante/ $f_{ptk}$ ;

O denominador de 41,67 é apenas o equivalente a mil horas em dias, de tal forma que  $\psi(t, t_0)$  para mil horas seja igual a  $\psi_{1000}$ .

Tendo esta equação, é então possível calcular as perdas por relaxação. Como o valor de  $\psi_{1000}$  é função da tensão atuante, o cálculo deve ser feito para cada seção de estudo. Deve-se observar, no entanto, que este cálculo representa ensaios laboratoriais considerando apenas o aço. Isso significa que este valor não considera o efeito simultâneo das demais perdas progressivas. Esta consideração será vista na Seção 2.3.2.4.

Para a viga-exemplo da Figura 2.4 no meio do vão, considerando apenas o efeito da relaxação, deve-se obter a tensão atuante no cabo após as perdas imediatas. Na Seção 2.3.1.3 obteve-se uma tensão no meio do vão após a deformação elástica de  $\sigma_p = 89,4\% \sigma_{pi}$ . Pode-se então obter a relaxação entre a data de protensão dos cabos e o fim da vida útil da viga de

$$\sigma_p = 124,6 = 0,656 f_{ptk}$$

$$\text{Tabela 8.4 da NBR 6118}^1 \Rightarrow \psi_{1000} = 2,0\%$$

$$\text{Equação (2-62)} \Rightarrow \psi(50 \cdot 365) = 2,490 \psi_{1000} = 5,0\%$$

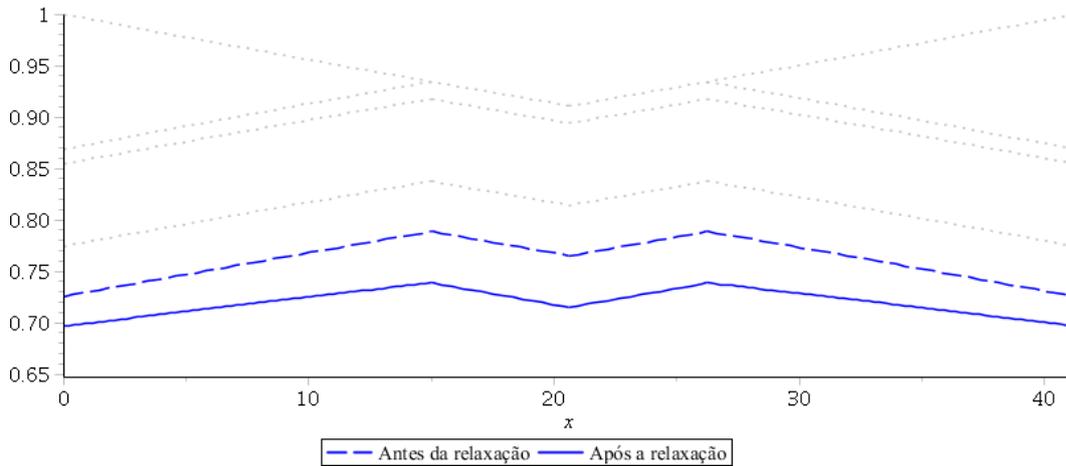


Figura 2.17: Perdas do cabo C1 da viga-exemplo devido à relaxação do aço

Observa-se que o valor final é aproximadamente  $2,5\psi_{1000}$ , valor este que a norma permite ser adotado para o tempo infinito. Somando esta perda ao resultado final obtido após as outras perdas progressivas de 76,5%, fica-se com

$$\sigma_p = 71,5\% \sigma_{pi}$$

O efeito da relaxação ao longo do vão é apresentado na Figura 2.17.

#### 2.3.2.4

#### Métodos de cálculo das perdas progressivas

As seções anteriores descreveram cada uma das perdas progressivas e os métodos de cálculo aproximados utilizados nas normas internacionais. Os métodos da NBR 6118 foram apresentados em maior detalhe, incluindo o cálculo de uma viga-exemplo. Tal cálculo de cada perda separada e a subsequente soma das perdas, porém, assume que cada perda independe das outras.

Como já foi mencionado brevemente em cada uma das seções, porém, este não é o caso. A retração do concreto leva a perdas na tensão dos cabos, o que reduz a fluência do concreto e a relaxação do aço e cada uma destas afeta a outra. A simultaneidade destas ações faz com que o cálculo independente como o feito acima seja conservador. Para lidar com este fato, algumas normas (Eurocode 2<sup>26</sup> e NBR 6118,<sup>1</sup> por exemplo) adotam equações que, a partir de todas as perdas progressivas, chegam a um valor final aproximado que engloba todos estes processos.

Apresentam-se abaixo os métodos simplificados apresentados na NBR 6118.<sup>1</sup> O primeiro é dado no item 9.6.3.4.2 e tem como condições necessárias que: a execução da viga (concretagem e protensão) deve ser feita

em fases próximas o suficiente para que os efeitos de uma fase nas outras sejam desprezíveis; e que os cabos sejam suficientemente próximos uns dos outros para que possam ser considerados como apenas um cabo de área igual a soma de suas áreas e traçado igual ao equivalente dos seus esforços.

$$\Delta\sigma_p(t,t_0) = \frac{\epsilon_{cs}(t,t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c,p0g} \cdot \phi(t,t_0) - \sigma_{p0} \cdot \chi(t,t_0)}{1 + \chi(t,t_0) + (1 + 0,5\phi(t,t_0)) \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p} \quad (2-63)$$

onde

$\epsilon_{cs}(t,t_0)$  é a retração do concreto que ocorre entre os instantes  $t$  e  $t_0$ . Pode-se utilizar o método apresentado na Seção 2.3.2.2 ou, se deseja-se apenas o valor no tempo infinito, a Tabela 8.1 da norma. Para utilizar a Tabela 8.1, é necessário o valor de  $t_0$ , da umidade relativa do ar ( $u_{ar}$ ) e da espessura fictícia da seção ( $h$ ). Este último valor, porém, não é calculado pela Equação (2-55), mas pela versão mais comum descrita na Seção 2.3.2.1, sem o fator  $\gamma$ , logo

$$h = 2 \frac{A_c}{u_{ar}} \quad (2-64)$$

$\phi(t,t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t$ . Assim como  $\epsilon_{cs}(t,t_0)$ , este valor pode ser obtido pelo método apresentado acima (ver Seção 2.3.2.1) ou, para o tempo infinito, na Tabela 8.1 da norma.

$E_p$  é o módulo de elasticidade do aço de protensão;

$\alpha_p$  é a razão dos módulos de elasticidade do aço e do concreto, respectivamente, conforme a Equação (2-34);

$\sigma_{c,p0g}$  é a tensão no concreto ao redor do cabo equivalente para os esforços de protensão e carga permanente no instante  $t_0$ . Seu valor é positivo se de compressão;

$\sigma_{p0}$  é a tensão no cabo equivalente no instante  $t_0$  devido a protensão e a carga permanente. Seu valor é positivo se de tração;

$\chi(t,t_0)$  é o coeficiente de fluência do aço

$$\chi(t,t_0) = -\ln [1 - \psi(t,t_0)] \quad (2-65)$$

onde  $\psi(t,t_0)$  é a relaxação do aço (em decimal) no instante  $t$ , obtido pelo método apresentado na Seção 2.3.2.3;

$\rho_p$  é a taxa geométrica de armadura ativa, igual a

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} \quad (2-66)$$

$\eta$  é igual a

$$\eta = 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \quad (2-67)$$

onde

$e_p$  é a excentricidade do cabo equivalente ao centroide da seção da viga;

$A_c$  é a área da seção da viga;

$I_c$  é o momento de inércia da seção da viga;

Para calcular as perdas da viga-exemplo da Figura 2.4 por este método, precisa-se dos dados do cabo equivalente. Para o cálculo da fração da tensão inicial de protensão  $\lambda$  no meio do vão do cabo equivalente, deve-se fazer uma média aritmética dos  $\lambda$  dos cabos individuais, lembrando que a viga apresenta um cabo C1 e dois C2. O  $\lambda$  do cabo C1 apresenta todas as perdas imediatas, inclusive as perdas por deformação elástica devido à protensão dos cabos C2. Já os cabos C2 apresentam apenas as perdas por atrito, uma vez que as perdas por encunhamento não alteram a tensão no meio do vão e, sendo os últimos cabos protendidos, não sofrem perdas por deformação elástica do concreto.

$$A_p = 5040\text{mm}^2$$

$$e_p = 0,8283\text{m}$$

$$\lambda = 91,3\%$$

$$\sigma_{p0} = 128,3\text{kN/cm}^2$$

Das seções anteriores também tem-se os seguintes coeficientes

$$h = 0,4230\text{m}$$

$$\epsilon_{cs}(\infty,5) = -2,126 \times 10^{-4}$$

$$\phi(\infty,5) = 2,358$$

$$\psi(\infty,5) = 5,0\%$$

logo as perdas progressivas até o fim da vida útil da viga, tida como igual ao tempo infinito, por este método são iguais a

$$\text{Equação (2-34)} \Rightarrow \alpha_p = 5,506$$

$$\sigma_{c,p0g} = 8970,4\text{kN/m}^2$$

$$\text{Equação (2-65)} \Rightarrow \chi(t,t_0) = 0,0513$$

$$\text{Equação (2-66)} \Rightarrow \rho_p = 5,881 \times 10^{-3}$$

$$\text{Equação (2-67)} \Rightarrow \eta = 2,261$$

$$\text{Equação (2-63)} \Rightarrow \Delta\sigma_p(t,t_0) = 184781\text{kN/m}^2 = 13,1\%\sigma_{pi}$$

Comparando este resultado aos 17,7% do cálculo das perdas progressivas independentes, observa-se que este método é menos conservador.

Outro método simplificado da NBR 6118<sup>1</sup> é dado no item 9.6.3.4.3. Este método apresenta as mesmas condições do anterior e uma adicional: a retração  $\epsilon_{cs}(\infty, t_0)$  não pode ser 25% maior ou menor que  $8\phi(\infty, t_0) \times 10^{-5}$ .

Os coeficientes do cálculo dependem do tipo de cabo utilizado. O resultado é dado em porcentagem.

#### Relaxação normal:

$$\frac{\Delta\sigma_p}{\sigma_{p0}} = 18,1 + \frac{\alpha_p}{47} (\phi(\infty, t_0))^{1,57} \cdot (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (2-68)$$

#### Relaxação baixa:

$$\frac{\Delta\sigma_p}{\sigma_{p0}} = 7,4 + \frac{\alpha_p}{18,7} (\phi(\infty, t_0))^{1,07} \cdot (3 + \sigma_{c,p0g}) \quad (2-69)$$

onde  $\sigma_{c,p0g}$  é dado em megapascal e positivo se de compressão.

No caso da viga-exemplo da Figura 2.4, tem-se

$$\frac{\epsilon_{cs}(\infty, t_0)}{8\phi(\infty, t_0) \times 10^{-5}} = 1,13$$

o que permite o cálculo por este método. Com os valores obtidos acima para o método acima, obtém-se perdas de

$$\text{Equação (2-69)} \Rightarrow \Delta\sigma_p = 16,2\% \sigma_{pi}$$

Este método então apresenta resultados mais conservadores que os do item 9.6.3.4.2, porém ainda assim menores que os obtidos pela soma das perdas independentes.

Um método que não está presente na NBR 6118<sup>1</sup> é o de incrementos de tempo sugerido por Glodowski e Lorenzetti (apud Ramaswamy<sup>14</sup>) e adotado pelo *Prestressed Concrete Institute* (PCI).<sup>37</sup> Este é um método mais geral, sem as condições necessárias para os métodos dos itens 9.6.3.4.2 e 9.6.3.4.3 da NBR 6118.<sup>1</sup> Deve-se dividir o tempo entre a protensão e o fim da vida útil da estrutura em parcelas, considerando os valores constantes em cada parcela. Sugere-se que o tempo seja dividido em ao menos três intervalos definidos por quatro instantes:

- a data de protensão dos cabos;
- um mês, ou a data de aplicação de cargas que não de peso-próprio;
- um ano;

- fim da vida útil da estrutura

Tem-se então um cálculo onde as perdas em cada etapa da vida da viga são calculadas de forma independente a partir dos resultados da fase anterior. Para melhorar a robustez e generalidade do algoritmo, o método de Glodowski e Lorenzetti foi adotado neste trabalho, logo maiores detalhes são apresentados na Seção 3.6.2.1.

## 2.4

### Verificações necessárias para uma viga de concreto protendido

Atualmente, qualquer projeto estrutural deve levar em consideração as resistências última e de serviço de suas partes. A resistência última é aquela cujo valor, se ultrapassado pelo esforços solicitantes, poderá levar à ruína. Logo, esta verificação é a mais crítica para a segurança da estrutura. Esta condição é chamada de *estado limite último* (ELU). Já a verificação em serviço examina a forma como a estrutura trabalha. Uma viga que resiste aos esforços solicitantes, satisfazendo assim o ELU, mas que o faz através de fissuração ou flecha excessiva não trará conforto ao usuário. É necessário então verificar não apenas que a estrutura resistirá aos esforços solicitantes, mas também que ela o fará em uma condição que não impeça o seu uso. Esta verificação é feita no *estado limite de serviço* (ELS).

Métodos de verificação em cada estado limite serão apresentados a seguir. Vale mencionar, porém, que o programa desenvolvido nesta dissertação confere que a viga satisfaz o ELS, mas não o ELU. O usuário deve então ainda verificar a resistência da viga à ruptura.

#### 2.4.1

##### Verificação à ruptura (ELU)

A verificação no ELU é a mais crítica para qualquer estrutura, já que é esta que confirma sua estabilidade e segurança. Para uma viga, esta deve ser calculada para os esforços de flexão, cisalhamento e torção. Aqui será apresentada apenas a resistência à flexão.

Para calcular a resistência última à flexão de uma seção, é necessário primeiro entender as três formas que uma viga pode atingir a ruína:<sup>14</sup>

1. **Ruptura do aço:** Ocorre apenas em casos de vigas sub-dimensionadas. Neste caso, o concreto ao redor do cabo ultrapassa sua resistência à tração e fissura, transferindo assim todo o esforço de tração ao cabo. Como este já sofreu uma deformação no momento de protensão, o acréscimo devido ao incremento de tração é suficiente para levar o aço à sua ruptura total e assim, o colapso frágil da estrutura;

2. **Escoamento excessivo do aço:** Tende a ocorrer em vigas subarmadas (no Domínio 3 de deformação). O aço atinge sua resistência de escoamento, levantando assim a linha neutra. Isso então aumenta a deformação do concreto até que este rompa. Este é o modo de ruptura desejado, uma vez que leva a uma ruptura dúctil da estrutura, aumentando as chances de prevenir o colapso;
3. **Compressão excessiva do concreto:** Nas vigas superarmadas (no Domínio 4 de deformação), o concreto ultrapassa sua deformação última antes do aço atingir o escoamento. O concreto, e logo a viga, rompe de forma frágil.

O modo resistente à flexão de uma seção de concreto armado ou protendido é composto por um binário de esforços de compressão no concreto e de tração no aço. Para obter os valores dos componentes deste binário, é necessário obter a deformação no concreto e no aço. Em todos os modos de ruptura descritos acima tem-se que o concreto ultrapassa sua resistência à compressão, logo pode-se adotar que a deformação no bordo comprimido do concreto na ruptura é igual à sua deformação última  $\epsilon_{cu}$ . Para iniciar a pesquisa pelos valores dos componentes do binário é necessário arbitrar a posição inicial da linha neutra ( $x$ ), permitindo assim a obtenção da deformação total do aço, incluindo a deformação inicial imposta na protensão  $\epsilon_{p0}$  conforme a Figura 2.18(a).

$$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \epsilon_{cu} \left( \frac{d}{x} - 1 \right) \quad (2-70)$$

Outro método equivalente é definir o valor de  $\epsilon_p$  e obter a posição da linha neutra.

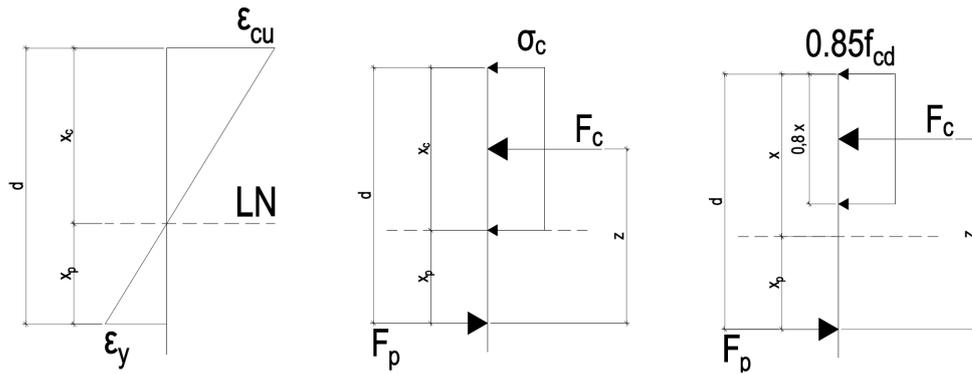
$$x = d \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_p} \quad (2-71)$$

Tendo estes valores, é possível obter os componentes de tração e de compressão. A força de tração é obtida pelo produto da área de aço e da tensão equivalente de projeto ao valor de  $\epsilon_p$ :

$$\sigma_{pd} = \frac{\gamma_p}{\gamma_s} \begin{cases} E_p \cdot \epsilon_p & \text{se } \epsilon_p < \epsilon_{yd} \\ f_{pyk} & \text{se } \epsilon_p \geq \epsilon_{yd} \end{cases} \quad (2-72)$$

$$F_{pd} = \frac{\gamma_p}{\gamma_s} A_p \cdot \sigma_{pd} \quad (2-73)$$

onde  $\gamma_p$  e  $\gamma_s$  são os coeficientes de ponderação das ações de protensão e das resistências no estado limite último, respectivamente. Observa-se que a consideração feita aqui para  $\sigma_{pd}$  é simplificada e conservadora, uma vez que adota-se uma tensão constante após atingir a deformação de escoamento.



(a) Perfil de deformações da seção (b) Binário resistente da seção (c) Binário equivalente da seção

Figura 2.18: Comportamento da seção transversal na ruptura

De fato, pode-se considerar o acréscimo de tensão que ainda ocorre após o escoamento, conforme a Figura 8.5 da NBR 6118.<sup>1,38</sup>

Já a força de compressão  $F_{cd}$  é igual à integral das tensões na região comprimida. Um método comum é adotar uma tensão constante na região de valor inferior à resistência à compressão de projeto do concreto.<sup>1,10,19</sup> A Figura 2.18(b) apresenta as componentes do binário.

Uma vez que se tem os valores de  $F_{pd}$  e  $F_{cd}$ , é necessário que estes sejam iguais. Se não forem, o cálculo acima deve ser refeito alterando o valor de  $x$  (no caso da Equação (2-70)) ou de  $\epsilon_p$  (no caso da Equação (2-71)) até que a igualdade seja satisfeita. É então simples obter o momento resistente de

$$F_d \equiv F_{pd} = F_{cd} \quad (2-74)$$

$$M_r = F_d \cdot z \quad (2-75)$$

onde  $z$  é o braço de alavanca entre os componentes do binário.

No caso de vigas subarmadas é possível fazer um cálculo inverso. Neste caso, adota-se que o aço atinge o escoamento e então calcula-se a força de projeto equivalente. A partir deste valor obtém-se a área de concreto necessária para resistir este esforço e tem-se então o braço de alavanca entre os componentes do binário. Com todos estes valores em mãos, é possível calcular o momento resistente de projeto. Este cálculo, porém, deve ser seguido de uma verificação de que o aço de fato atinge o escoamento. Lin<sup>10</sup> apresenta bons exemplos utilizando este método inverso e o tradicional.

A seção satisfaz a verificação à ruptura quando o momento resistente de projeto  $M_{r,d}$  é maior que o momento solicitante de projeto  $M_{s,d}$ , valor este obtido a partir do somatório das diferentes parcelas (peso-próprio, sobrecarga permanente, carga acidental, etc.) majoradas por coeficientes de segurança

apropriados. Tem-se então que a desigualdade fundamental no ELU é

$$M_{r,d} \geq M_{s,d} \quad (2-76)$$

O cálculo ao ELU no meio do vão da viga-exemplo da Figura 2.4 será feito através do cálculo inverso. Este utilizará os coeficientes de minoração das resistências da Tabela 12.1 da NBR 6118<sup>1</sup> e de majoração dos esforços solicitantes da NBR 8681,<sup>39</sup> considerando a viga como sendo de uma ponte. A Tabela 11.1 da NBR 6118<sup>1</sup> apresenta coeficientes de esforços para outros tipos de estruturas. Tem-se então que

$$\text{Item 12.4.1 da NBR 6118}^1 \Rightarrow \gamma_s = 1,15$$

$$\text{Item 11.7.1 da NBR 6118}^1 \Rightarrow \gamma_p = 0,9$$

$$\text{Item 12.4.1 da NBR 6118}^1 \Rightarrow \gamma_c = 1,4$$

$$\text{Tabela 2 da NBR 8681}^{39} \Rightarrow \gamma_g = 1,35$$

$$\text{Tabela 5 da NBR 8681}^{39} \Rightarrow \gamma_q = 1,5$$

o que permite o cálculo dos componentes do binário. Ao considerar o cabo equivalente de área igual ao somatório dos cabos existentes, tem-se

$$\text{Equação (2-72)} \Rightarrow \sigma_{pd} = 133,0 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Equação (2-73)} \Rightarrow F_{pd} = 6705,4 \text{ kN}$$

e como pelo item 17.2.2 da NBR 6118<sup>1</sup>  $\sigma_c$  é neste caso igual a  $0,85f_{cd}$ , pode-se obter a área de concreto necessária igual a

$$A_c = \frac{F_{pd}}{0,85f_{cd}} = 0,2761 \text{ m}^2$$

o que resulta no fim da região sob compressão na posição 0,496m, com centroide a 0,156m do topo da viga.

Como pode-se observar na Figura 2.18(c), o fim da região sob compressão não equivale à linha neutra, uma vez que o item 17.2.2 da NBR 6118<sup>1</sup> considera que apenas a região englobada por  $0,8x$  sofre compressão uniforme, logo a linha neutra em si fica em  $x = 0,496/0,8 = 0,620\text{m}$ .

Para validar o cálculo reverso, deve-se agora calcular o alongamento nos cabos. Para que o cabo equivalente adotado aqui atinja o escoamento, é necessário que todos os cabos também o façam. Neste exemplo confere-se apenas o cabo C1. Pela Equação (2-70), adotando como alongamento inicial  $\epsilon_{p0}$  o alongamento existente após as perdas progressivas, conforme calculado pelo

item 9.6.3.4.2 da norma na Seção 2.3.2.4, tem-se

$$\epsilon_{p0} = 5,4\text{‰}$$

$$\epsilon_p = 11,6\text{‰}$$

O patamar de escoamento para aços de protensão é definido pela NBR 7483<sup>40</sup> como 10‰, logo a hipótese de que o aço atinge o escoamento está correta. Não é necessário realizar outra iteração se adotar-se a simplificação presente na Equação (2-72) de que após o escoamento a tensão no aço é constante e igual a  $f_{pyd}$ .

Tem-se então que o braço de alavanca  $z$  é igual a distância entre o centroide da zona comprimida do concreto ao centroide dos cabos na seção:

$$z = 1,771\text{m}$$

E logo, pela Equação (2-75), tem-se o momento resistente de

$$M_{r,d} = 11875\text{kNm}$$

Para obter o momento solicitante é necessário arbitrar um carregamento acidental. Adotando-se que a viga é de uma ponte rodoviária, deve-se utilizar um trem-tipo na NBR 7188,<sup>41</sup> porém para simplificar este exemplo, adotar-se-á apenas uma carga distribuída de  $q = 13,6\text{kN/m}$ . Se tratando de uma ponte, é necessário considerar o coeficiente de impacto  $\varphi$  da NBR 7187<sup>42</sup> no esforço acidental. O cálculo também será feito apenas no meio do vão. Vale observar, é claro, que em um caso prático a verificação deve ser feita ao longo do vão e da vida-útil da estrutura.

$$M_g = 4559,2\text{kNm}$$

$$M_q = 2894,0\text{kNm}$$

$$M_{s,d} = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot \varphi \cdot M_q = 11504\text{kNm}$$

Logo, pela desigualdade da Equação (2-76), tem-se que a seção atende o ELU.

### 2.4.2

#### Verificação em serviço (ELS)

Não é suficiente que uma viga suporte sua carga última se ela o faz através de flechas ou fissuras excessivas que podem levar a corrosão das armaduras e incomodam a sensação de segurança dos usuários ou atrapalham a utilização de máquinas e equipamentos. A verificação em serviço examina se a estrutura apresenta um comportamento satisfatório. Em estruturas de concreto protendido, especialmente nos graus mais elevados de protensão (ver abaixo), esta tende a ser a verificação controladora, com a verificação à ruptura sendo apenas uma confirmação posterior.<sup>10,18</sup>

A fissuração do concreto é problemática pois ela aumenta a permeabilidade efetiva do concreto, acelerando o acúmulo de agentes agressivos e despassivantes ao aço e logo o processo de corrosão do mesmo. Dito isso, a consideração dada às fissuras em estruturas de concreto armado e protendido são fundamentalmente diferentes. O concreto armado precisa da fissuração do concreto para que o aço passivo trabalhe e resista os esforços de tração, logo as fissuras são vistas como um mal necessário, com normas definindo valores permissíveis para a abertura de fissuras. Já o concreto protendido evita, ou tenta minimizar, o desenvolvimento de fissuras.<sup>18</sup> Isso se deve a alguns fatores que aumentam a gravidade do risco de corrosão no concreto protendido frente ao armado. É normal o concreto armado apresentar diversas barras longitudinais para resistir os esforços, logo a corrosão de uma barra não é tão grave quanto no concreto protendido, onde poucos cabos são responsáveis pela resistência do elemento. O concreto protendido também apresenta o risco agravado da *corrosão sob tensão*, onde o aço está sob tensões mecânicas enquanto sofre corrosão.<sup>1</sup> Este tipo de corrosão pode resultar em uma ruptura frágil da estrutura.<sup>9</sup>

Embora os métodos adotados na NBR 6118 e nas normas internacionais difiram em valores e equações, o conceito da verificação ao ELS por trás de todas é similar: adotar valores nominais e não de projeto, e então limitar ou eliminar a tração e controlar a compressão do concreto, utilizando as resistências características do mesmo.<sup>1,26,43</sup> Devido a similaridade entre as normas, apresentaremos agora os detalhes referentes à NBR 6118.

Para prosseguir no cálculo, é necessário entender dois conceitos utilizados na norma: os coeficientes redutores  $\psi_1$  e  $\psi_2$  de ocorrência da carga acidental e a classe de agressividade ambiental (CAA).

Os coeficientes de ocorrência, como o nome indica, reduzem a carga acidental aplicada para aproximar os valores frequentes ( $\psi_1$ ) e quase-permanentes ( $\psi_2$ ). A carga quase-permanente dura aproximadamente metade

da vida-útil da estrutura, enquanto que a frequente ocorre  $10^5$  vezes em cinquenta anos ou dura ao redor de 5% deste tempo. Existe também o carregamento raro, que dura apenas algumas horas durante toda a vida-útil, e de valor igual à carga acidental nominal.<sup>39</sup> Os valores dos coeficientes podem ser obtidos na Tabela 6 da NBR 8681<sup>39</sup> ou na Tabela 11.2 da NBR 6118.<sup>1</sup> A partir destes valores é necessário gerar combinações, somando as cargas acidentais devidamente minoradas com os carregamentos permanentes nominais.

A classe de agressividade ambiental é definida pela região em que a estrutura se encontra e pode ser obtida pela Tabela 6.1 da NBR 6118.<sup>1</sup> Dependendo da CAA e se a protensão é de pré- ou pós-tração, a Tabela 13.4 da NBR 6118<sup>1</sup> define um determinado nível de protensão mínimo necessário. No caso da pós-tração, a tabela define:

**CAA I e II:** A protensão pode ser parcial, devendo satisfazer apenas o estado limite de abertura de fissuras (ELS-W) que permite a abertura de fissuras ( $\omega_k \leq 0,2\text{mm}$ ) na combinação frequente;

**CAA III e IV:** A protensão pode ser limitada. Neste caso, duas verificações devem ser feitas: ELS-F sob a combinação frequente e ELS-D sob a quase-permanente.

A protensão também pode ser completa, porém a norma nunca obriga esta condição para a protensão por pós-tração. Neste nível, a verificação ao ELS-F é com a combinação rara e ao ELS-D com a frequente. O ELS-F é o estado limite de formação de fissuras, onde a tração no concreto não pode ser superior à resistência do concreto à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ). Já o ELS-D é o estado limite de descompressão, onde não é permitido que o concreto sofra tração.

Vale mencionar que a Tabela 7.1 também define um valor mínimo para o  $f_{ck}$  do concreto em função da CAA.

O item 17.2.4.3.2.a) da NBR 6118<sup>1</sup> apresenta o limite de compressão permissível, igual a 70% do  $f_{cj}$ . Para esta verificação todos os esforços permanecem nominais, com exceção dos esforços da protensão, que devem ser majorados em 10%. Curiosamente, este item aparece sob o item 17.2.4.3 “Estado limite último no ato da protensão”, o que indicaria que não se trata de uma verificação no serviço, mas o item 3.2.7 aponta para este método como a verificação do ELS de compressão excessiva (ELS-CE). Esta verificação é especialmente importante para estruturas construídas em etapas, onde a protensão é aplicada antes da maior parte da carga final e pode assim danificar a estrutura por compressão. Esta verificação fica mais crítica uma vez que o concreto nesta idade precoce apresenta apenas uma fração da sua resistência final.

Outro item da norma relevante para a verificação ao ELS é o 9.6.1.3. No caso geral, este item permite utilizar a força de protensão  $P(x)$  calculada após as perdas calculadas na Seção 2.3 como seu valor nominal. No entanto, se as perdas consumirem mais de 35% da protensão, o valor nominal da protensão a adotar deve ser 5% maior ou menor que  $P(x)$ .

Conhecendo o nível de protensão necessário e logo os coeficientes de ocorrência, pode-se verificar a estrutura ao ELS. Para isso, pode-se adotar as equações dadas no item 5.1.5 da NBR 8681<sup>39</sup> e na Tabela 11.4 da NBR 6118,<sup>1</sup> onde  $F$  representa o esforço desejado (momento fletor, esforço cortante, axial, etc.):

**Combinação quase permanente:** As cargas permanentes nominais são somadas às cargas acidentais quase-permanentes;

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \psi_2 \sum_{j=1}^n F_{qj,k} \quad (2-77)$$

**Combinação frequente:** As cargas permanentes nominais são somadas à carga acidental principal frequente e às demais cargas acidentais quase-permanentes;

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \psi_1 F_{q1,k} + \psi_2 \sum_{j=2}^n F_{qj,k} \quad (2-78)$$

**Combinação rara:** As cargas permanentes nominais são somadas à carga acidental principal nominal e às demais cargas acidentais frequentes;

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + F_{q1,k} + \psi_1 \sum_{j=2}^n F_{qj,k} \quad (2-79)$$

Uma vez que se tem os esforços resultantes, deve-se apenas calcular as tensões nos bordos superior e inferior e compará-los aos limites definidos pelo CAA conforme descrito acima. Deve-se notar que os limites devem ser obtidos para a idade do concreto no momento desejado. Como é comum executar a protensão antes dos 28 dias, a resistência do concreto a adotar neste primeiro momento deve ser igual ao  $f_{cj}$ , onde  $j$  é a idade do concreto.

Para verificar a viga-exemplo da Figura 2.4 ao ELS, adota-se o mesmo carregamento acidental já visto na Seção 2.4.1. A verificação é feita apenas no meio do vão e a protensão é considerada após todas as perdas, com as perdas progressivas calculadas pelo método do item 9.6.3.4.2 da NBR 6118,<sup>1</sup> conforme calculado na Seção 2.3.2.4. É evidente que em um caso prático a verificação deve ser feita ao longo do vão e da vida-útil da estrutura.

Tem-se então que os momentos fletores permanente e acidental no meio do vão são

$$M_g = 4559,2\text{kNm}$$

$$M_q = 2894,0\text{kNm}$$

Já os esforços devido à protensão após as perdas lentas são iguais a

$$N_p = 5491,8\text{kN}$$

$$M_p = -4560,4\text{kNm}$$

Com estes valores pode-se obter as tensões nos bordos superior e inferior no caso frequente e quase-permanente:

$$\sigma_{s,F} = -9289,3\text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{i,F} = -3166,7\text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{s,QP} = -7979,2\text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{i,QP} = -4464,3\text{kN/m}^2$$

Deve-se notar que para a verificação do bordo superior, que neste caso apresenta os maiores resultados em compressão, aplicou-se um fator de 1,1 nos esforços oriundos da protensão, conforme o item 17.2.4.3.2.a da NBR 6118.<sup>1</sup>

Tem-se também os seguintes limites de tensão:

$$\sigma_F < f_F^+ = f_{ct,f} = \frac{0,3}{0,7} \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 5,0\text{MPa} = 5000\text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{QP} < f_{QP}^+ = 0\text{kN/m}^2$$

$$\sigma > f^- = -0,7f_{ck} = -28000\text{kN/m}^2$$

O valor de  $f_F^+$  foi obtido no item 8.2.5 da NBR 6118,<sup>1</sup> lembrando que este concreto apresenta  $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ .

Comparando os limites aos esforços obtidos, observa-se que a verificação é satisfeita: a seção está inteiramente comprimida em ambos os casos de carga, porém com compressão abaixo do limite.

A verificação em serviço não se restringe à verificação das tensões atuantes no concreto. Por exemplo, uma estrutura também deve apresentar deslocamentos e vibrações dentro de limites aceitáveis. Estas análises, no entanto, não são verificadas pelo programa desenvolvido aqui e logo não serão apresentadas.