

Fernando Martins Campos Coelho

Simulação numérica de escoamentos bifásicos em eventos de despressurização de gasodutos utilizando o modelo homogêneo

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientadora: Profa. Angela Ourivio Nieckele Coorientador: Dr. João Neuenschwander Escosteguy Carneiro

> Rio de Janeiro Abril de 2016



Fernando Martins Campos Coelho

Simulação numérica de escoamentos bifásicos em eventos de despressurização de gasodutos utilizando o modelo homogêneo

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

> Profa. Angela Ourivio Nieckele Orientadora Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

> Dr. João Neuenschwander Escosteguy Carneiro

Coorientador Instituto Sintef do Brasil

Dr. Ricardo Marques de Toledo Camargo Petrobras

Prof. José Alberto dos Reis Parise Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Marcio da Silveira Carvalho

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de abril de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e dos orientadores.

Fernando Martins Campos Coelho

Graduou-se em Engenharia Mecânica na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP) no ano de 2006 e trabalha desde 2007 na Petrobras, onde ocupa o cargo de engenheiro de petróleo

Ficha Catalográfica

Coelho, Fernando Martins Campos

Simulação numérica de escoamentos bifásicos em eventos de despressurização de gasodutos utilizando o modelo homogêneo / Fernando Martins Campos Coelho ; orientadores: Angela Ourivio Nieckele, João Neuenschwander Escosteguy Carneiro. – 2016.

95 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Modelo bifásico unidimensional. 3. Escoamento homogêneo. 4. Mudança de fase. I. Nieckele, Angela Ourivio. II. Carneiro, João Neuenschwander Escosteguy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 621

Agradecimentos

À PUC-Rio e à Petrobras pela oportunidade.

À Profa. Angela Nieckele e ao Dr. João Carneiro pelas valiosas orientações.

A Guilherme Peixoto, Cezar Paulo e José Ricardo pelo apoio aos estudos.

À minha amada esposa Vivian pela compreensão, companheirismo e carinho nesta caminhada.

À minha família, Mãe, Pai e Irmão, sempre ao meu lado na jornada da vida.

Aos meus amigos pelos indispensáveis momentos de descontração e relaxamento.

Aos meus colegas pelas dicas.

Fernando Martins Campos Coelho, Angela Ourivio Nieckele, João Neuenschwander Escosteguy Carneiro. **Simulação Numérica de Escoamentos Bifásicos em Eventos de Despressurização de Gasodutos Utilizando o Modelo Homogêneo** Rio de Janeiro, 2016. 95p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O Brasil possui uma já extensa malha offshore de gasodutos e, no desenvolvimento da produção do Pré-Sal, esta deve continuar se expandindo em razão das necessidades de aumento da capacidade de escoamento de gás e também da sua reinjeção nos próprios reservatórios (seja apenas como descarte ou como um método de recuperação avançado). Uma vez instalada, esta malha deve ser periodicamente passar por manutenção, o que implica em eventos esporádicos de esvaziamento destes dutos, normalmente operando a altas pressões. Devido ao custo elevado de tais operações, deve-se estimar com boa precisão o tempo total necessário para despressurização, que pode levar várias horas ou até dias. Além disso, também é importante a previsão do inventário de líquido remanescente nos dutos após a despressurização. No presente trabalho, foi desenvolvido um modelo numérico para prever a despressurização de gasodutos considerando escoamento bifásico homogêneo e unidimensional. A formação e o consumo de condensado é obtida a partir de um inventário inicial de fluido supercrítico, com premissa de equilíbrio entre as fases. As propriedades termodinâmicas dos fluidos são determinadas utilizando-se pacotes comerciais e pré-tabuladas em função de pressão e temperatura. As equações de conservação foram discretizadas pelo método das diferenças finitas, utilizando o método de Euler implícito para o termo temporal e aproximação upwind nas derivadas espaciais. O sistema algébrico resultante foi resolvido diretamente de forma acoplada. Os resultados obtidos mostram boa concordância ao compará-los a dados reais de campo e resultados de simuladores comerciais de referência.

Palavras-chave

Modelo bifásico unidimensional; escoamento homogêneo; mudança de fases; despressurização de gasoduto.

Abstract

Fernando Martins Campos Coelho, Angela Ourivio Nieckele (Advisor), João Neuenschwander Escosteguy Carneiro (Coadvisor). **Numerical Simulation of Two-Phase Gas Pipeline Blowdown with Homogeneous Model** Rio de Janeiro, 2016. 95p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Although Brazilian gas pipeline grid is already quite extensive, it continues to expand due to the Pre Salt development, since there is a growing need to increase the flowing capacity towards onshore facilities and injection wells (gas to be discarded or used for advanced oil recovery). Once pipelines are installed, maintenance operation must be performed quite often to guarantee process efficiency. Usually these operations demand depressurization from very high pressures. Considering the costs involved in such operations it is mandatory to accurately predict the total time for a complete blowdown, which may take several hours or even a couple of days. Furthermore, it is also important to evaluate the condensate content in the pipeline after the depressurization event. In the present work, a numerical model was developed to simulate gas pipeline depressurization considering unidimensional two-phase homogeneous flow. The formation and consumption of condensate from an initial supercritical state is obtained assuming phase equilibrium. Fluid properties are taken from tables generated by PVT packages. Conservation equations are discretized through the finite difference method employing Euler implicit approximation for the time derivatives and upwind scheme for spatial terms. A coupled direct algorithm was adopted to solve the resulting algebraic system. The results are compared to real field data and commercial software showing good agreement.

Keywords

Unidimensional two-phase flow; Homogeneous Equilibrium Model; phase change; gas pipeline blowdown.

Sumário

1 Introdução	16
1.1. Revisão Bibliográfica	19
1.2. Objetivo	23
1.3. Organização do Trabalho	23
2 Descrição do Problema	24
2.1. Modelo Simplificado	30
3 Madala Matamática	36
3 1. Consonvação do Massa da Mistura	37
2.2. Conservação de Massa da Esso Cás	30
2.2. Conservação de Quantidade de Movimente Linear de Misture	39
2.2.1. Cooficiento de atrito	40
2.4. Concerveção do Energio do Mieturo	42
2.4.1. Confisiente Clobel de Transferêncie de Caler	42
3.4.1. Coenciente Giobal de Transferencia de Calor	45
3.5. Propriedades de Fluido	47
3.5.1. Viscosidade da Mistura	48
3.5.2. Condutividade Termica da Mistura	48
3.6. Condições de Contorno	49
4 Método Numérico	51
4.1. Equações Discretizadas	54
4.2. Propriedades de Fluido Discretizadas	58
4.3. Solução do Sistema Algébrico	63
4.4. Critério de Convergência	64
5 Resultados e Discussões	66
5.1. Etapa de Validação	66
5.2. Etapa Alvo	76
5.3. Casos Complementares	81
5.3.1. Inversão de Batimetria	81

5.3.2. Duto de Injeção de Gás no Pré-Sal	84
6 Conclusão	92
Referências bibliográficas	94

Lista de tabelas

Tabela 1 - Dados da geometria dos trechos de duto.	25
Tabela 2 - Dados das propriedades do material dos trechos de duto.	25
Tabela 3 - Composição molar do gás escoado.	25
Tabela 4 - Coeficiente de troca de calor por convecção externo (h_e) .	26
Tabela 5 - Coeficiente global de troca de calor (U).	68
Tabela 6 - Tempo simulado (h) até percentual da pressão inicial (p_i).	
Caso validação.	75
Tabela 7 - Tempo simulado (h) até percentual da pressão inicial (p_i).	
Caso alvo.	81
Tabela 8 - Dados da geometria dos trechos de duto (Pré-Sal).	86
Tabela 9 - Dados das propriedades do material dos trechos de duto	
(Pré-Sal).	86

Lista de figuras

Figura 1 - Diagrama esquemático de trecho de duto de gás a ser	
esvaziado.	24
Figura 2 - Geometria do duto de gás.	24
Figura 3 - Condição inicial (repouso).	27
Figura 4 - Comparação da pressão de topo (em A) durante	
esvaziamento entre dados de campo reais e numéricos.	27
Figura 5 - Fração volumétrica de líquido total.	28
Figura 6 - Pressão e temperatura no topo e fundo durante	
esvaziamento, além de envelope de fases do gás escoado.	29
Figura 7 - Pressão de topo durante esvaziamento com (linhas	
contínua) e sem (linha tracejada) escorregamento entre fases.	29
Figura 8 - Esquemático do modelo simplificado proposto.	32
Figura 9 - Pressão de topo para vários modelos.	35
Figura 10 - Volume de controle.	36
Figura 11 - Distribuição dos elementos e volumes de controle.	51
Figura 12 - Distribuição da malha	52
Figura 13 - Fração mássica de gás no PVTsim (esquerda) e	
Multiflash (direita).	58
Figura 14 - Fração mássica de gás (esquerda) e sua derivada parcial	
em relação a pressão (direita).	60
Figura 15 - Entalpia da fase gás (esquerda) e sua derivada parcial	
em relação a pressão (direita).	60
Figura 16 - Esquemático de interpolação de propriedades nas	
tabelas.	61
Figura 17 - Esquemático de interpolação de propriedades nas	
tabelas (envelope de fases).	63
Figura 18 - Vazão mássica imposta na saída da tubulação (topo).	68
Figura 19 - Variação temporal da pressão no topo e base. Caso	
validação.	69
Figura 20 - Variação temporal da temperatura no topo e base. Caso	
validação.	70

Figura 21 - Estados do topo e base durante despressurização. Caso	
validação.	70
Figura 22 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido	
total e fluxo de massa entre fases no domínio. Caso validação.	71
Figura 23 - Perfis de fração volumétrica de gás ao longo do	
comprimento do duto. Caso validação.	72
Figura 24 - Perfis de pressão e temperatura ao longo do	
comprimento do duto. Caso validação.	73
Figura 25 - Evolução temporal da pressão e temperatura no topo	
(sem transferência de massa entre fases).	76
Figura 26 - Vazão mássica calculada na saída da tubulação (topo).	77
Figura 27 - Perfis de coeficientes globais de transferência térmicos	
(<i>U</i>) ao longo da tubulação.	78
Figura 28 - Perfis de coeficientes de transferência de calor por	
convecção internos (<i>h</i> i) ao longo da tubulação.	78
Figura 29 - Variação temporal da pressão no topo e base. Caso alvo.	79
Figura 30 - Variação temporal da temperatura no topo e na base.	
Caso alvo.	79
Figura 31 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido	
total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Caso alvo.	80
Figura 32 - Perfis de fração volumétrica de gás ($lpha_{G}$) ao longo do	
comprimento do duto. Caso alvo.	80
Figura 33 - Geometria do duto de gás (batimetria invertida).	82
Figura 34 - Variação temporal da pressão no topo e base. Batimetria	
invertida.	82
Figura 35 - Variação temporal da temperatura no topo e na base.	
Batimetria invertida.	83
Figura 36 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido	
total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Batimetria	
invertida.	83
Figura 37 - Perfis de fração volumétrica de gás ($lpha_{_G}$) ao longo do	
comprimento do duto. Batimetria invertida.	84
Figura 38 - Geometria típica de duto de injeção de gás no Pré-Sal.	85

Figura 39 - Condição inicial (repouso). Caso Pré-Sal.	85
Figura 40 - Vazão mássica imposta na saída da tubulação (topo).	
Caso Pré-Sal.	86
Figura 41 - Variação temporal da pressão no topo e base. Caso Pré-	
Sal.	87
Figura 42 - Variação temporal da temperatura no topo e na base.	
Caso Pré-Sal.	87
Figura 43 - Estados do topo e base durante despressurização. Caso	
Pré-Sal.	88
Figura 44 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido	
total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Caso Pré-Sal.	88
Figura 45 - Fração mássica de gás original (esquerda) e modificada	
(direita).	90
Figura 46 - Variação temporal da pressão no topo e base. Caso Pré-	
Sal (mod.).	90
Figura 47 - Variação temporal da temperatura no topo e na base.	
Caso Pré-Sal (mod.).	91
Figura 48 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido	
total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Caso Pré-Sal	
(mod.).	91
Figura 49 - Estados do topo e base durante despressurização. Caso	
Pré-Sal (mod.).	91

Lista de símbolos

- A Área da seção transversal [m²]
- c Velocidade do som [m/s]
- Co Número de Courant [-]
- C_p Calor específico a pressão constante [J/kg/K]
- C_v Calor específico a volume constante
- D Diâmetro [m]
- f Coeficiente de atrito [-]
- F Força [N]
- *g* Gravidade [m/s²]
- Gr Número de Grashof [-]
- h Entalpia específica / Coeficiente de transferência de calor por convecção [J/kg]
- *i* Energia total específica [J/kg]
- k Condutividade térmica do fluido [W/m/K] / Coeficiente isentrópico

do gás [-]

- *K_t* Condutividade térmica do tubo [W/m/K]
- *L* Comprimento do tubo [m]
- \dot{M} Fluxo de massa [kg/s]

NMAX Número máximo de incógnitas do problema [-]

- Nu Número de Nusselt [-]
- Pr Número de Prandt [-]
- *P_m* Perímetro molhado [m]
- p Pressão [Pa]
- *P_b* Pressão de bolha [Pa]
- q'' Fluxo de calor por unidade de área [W/m²]
- \dot{Q} Taxa de transferência de calor [W]
- R Constante para gás ideal [J/kg]
- Re Número de Reynolds [-]
- r Raio [m]
- S Área [m²]

- s Coordenada axial [m]
- T Temperatura [K]
- t Tempo [s]
- U Coeficiente global de transferência de calor [W/m²/K]
- *u* Energia interna específica [J/kg]
- V Velocidade axial média [m/s]
- ∀ Volume [m³]
- $\dot{W_b}$ Taxa de trabalho das forças de corpo [W]
- X Fração mássica [-]

Símbolos gregos

- α Fração volumétrica [-]
- Δ, δ Variação de uma propriedade
- ε Rugosidade [m]
- γ Coeficiente isentrópico [-]
- ho Massa específica [kg/m³]
- Γ Taxa de transferência de massa entre fases [kg/m³/s]
- μ Viscosidade dinâmica [Ns/m³]
- θ Ângulo [rad]
- τ_s Tensão de cisalhamento [N/m²]
- χ Fração mássica do componente [-]
- ζ Fração volumétrica do componente [-]

Subscritos

- c Referente a corpo (volume)
- crit. Referente ao ponto crítico
- e Externo
- G Fase gás

- i lésimo ponto nodal / lésimo componente / lésimo ponto de pressão (tabelas de propriedades)/ lésimo passo de tempo (modelo simplificado) / Interno
- *j* lésimo ponto de temperatura (tabelas de propriedades)
- *k* Referente à fase (líquido ou gás)
- L Fase líquido
- *m* Valor médio
- *p* Valor no ponto nodal
- *s* Referente a superfície (área)

Sobrescritos

- 0 Referente ao passo anterior
 - Referente à mistura (líquido e gás)

1 Introdução

O escoamento do gás produzido offshore no Brasil é feito através de uma malha de dutos interligados às diversas plataformas com o objetivo de transporte deste gás até facilidades de processamento em terra. Tal procedimento difere da maneira empregada para o escoamento do óleo produzido, que se dá, preferencialmente, através de navios aliviadores, sem a necessidade de uma cara malha de oleodutos.

Com o desenvolvimento da produção nos campos do Pré-Sal, será cada vez mais comum o uso de dutos para escoamento do gás não só para estas facilidades em terra como também em direção a poços injetores de gás, seja com o objetivo de descarte de uma corrente rica em dióxido de carbono separada do gás produzido ou como uma estratégia de aumento de recuperação de óleo dos reservatórios (injeção alternada de gás e água ou WAG, na sigla em inglês).

Na construção desta malha de escoamento de gás, são largamente utilizados no Brasil os dutos flexíveis, formados por diversas camadas poliméricas e metálicas com funções de vedação e resistência a esforços, além de camadas adicionais para redução da fricção e isolamento térmico. Apesar de apresentarem vantagens em relação à alternativa de dutos rígidos, basicamente um tubo metálico, historicamente têm apresentado maior demanda de manutenção. No caso dos dutos flexíveis, o procedimento para manutenção segue as fases:

1. Interrupção do escoamento no gasoduto;

 Despressurização do duto completo ou, quando há válvulas submarinas, apenas de trecho;

3. Retirada do duto (pull-out) da plataforma;

4. Realização de manutenção ou instalação de equipamentos submarinos por barco específico;

5. Reinstalação do duto (pull-in) na plataforma;

6. Realização de testes de estanqueidade;

7. Retorno da operação normal do gasoduto.

Em razão do alto valor agregado do produto escoado por estes dutos, de preocupações ambientais para minimização do gás queimado nas plataformas e elevado custo das diárias dos barcos utilizados (centenas de milhares de dólares por dia), busca-se constantemente a otimização de tempo e recursos nestas operações.

Dentre as etapas do procedimento de manutenção descritas anteriormente, a despressurização pode ser considerada como uma etapa crítica do processo. Para um planejamento otimizado, faz-se necessário prever o tempo necessário para despressurização total de trechos de gasodutos, tipicamente da ordem de 10 horas, mas podendo chegar a alguns dias.

Para tanto, há de se considerar a formação e o escoamento de uma fase líquida (condensado) em conjunto com a fase gás. Portanto, é necessário modelar o escoamento como bifásico. Neste caso, existem diversas metodologias com diferentes graus de complexidade, aplicáveis a diferentes situações. Por exemplo, pode-se empregar modelagem de um único fluido com propriedades variáveis correspondentes às regiões de gás e líquido, junto com uma função indicadora da posição da interface, como os métodos VOF ou Level-Set ou modelagens médias para cada fase (Prosperati e Tryggvason, 2007). As duas abordagens diferem quanto a captura ou não da interface e ao número de equações de quantidade de movimento consideradas. É possível ainda a consideração de Modelos de Mistura, levando em conta ou não o deslizamento entre as fases. A depender da situação prática em questão, análises mais simples e com resultados satisfatórios consideram o escoamento sem deslizamento, isto é, homogêneo.

Para a previsão de escoamento ao longo de tubulações muito longas, em geral é satisfatório considerar o escoamento como uni-dimensional. Existem disponíveis no mercado diversos pacotes comerciais para prever este tipo de escoamento, sendo que muitos foram desenvolvidos para resolver escoamentos monofásicos como Pipeline Studio (Energy Solutions International Inc, 2015) e Stoner (Stoner Associates Inc., SCHROEDER, 2001). Dentre os *softwares* comercias para prever o escoamento bifásico, pode-se citar OLGA Dynamic Multiphase Flow Simulator (Schlumberger, 2015), o qual é um dos *softwares* mais utilizados na indústria de petróleo, além do LedaFlow (LedaFlow v1.6 User Manual), entre outros.

A função principal do programa comercial OLGA é a simulação de transientes lentos associados ao transporte de massa em escoamentos multifásicos. Com a necessidade de longos tempos de simulação, exige-se do programa estabilidade ao usar elevados passos de tempo, o que só pode ser conseguido pela adoção de método totalmente implícito na resolução das equações de interesse. Em métodos explícitos, os passos de tempo são limitados pelo critério CFL (Courant, et al., 1928) baseado na velocidade do som. Já no caso implícito, adotase limitação com base na velocidade do escoamento, o que gera passos de tempo superiores em algumas ordens de grandeza.

A formulação matemática empregada no OLGA (Bendiksen et al., 1991), é baseada no modelo de médias na fase (Modelo de Dois Fluidos, Ishi e Hibik, 2011). De acordo com a referência, equações de conservação de massa são aplicadas separadamente para as fases líquido, gás e gotículas de líquido, sendo esta última responsável pela maior acurácia do programa. Para a conservação de quantidade de movimento, são aplicadas duas equações: uma para a fase gás e gotículas combinadas e outra em separado para o filme de líquido. Quanto à energia, aplica-se uma única equação de conservação para a mistura.

O software OLGA apresenta a possibilidade de determinar as propriedades dos fluidos através do emprego de tabelas ou através da utilização de um modelo composicional. No modo "tabela", todas as propriedades de fluido são obtidas da interpolação de tabelas previamente geradas através de pacotes PVT (PVTsim, Multiflash, etc) em função de valores de pressão e temperatura. Neste modo, a composição total da mistura é assumida constante no tempo ao longo do domínio da simulação, enquanto as composições das fases gás e líquido em si podem variar em resposta à transferência de massa entre fases. Este termo é baseado nas derivadas da fração mássica de gás em função de pressão e temperatura, o que tende a minimizar os erros causados pela premissa de composição constante, de acordo com o manual. Nos casos reais, o escorregamento entre as fases pode causar variações na composição total da mistura, efeito apenas captado no modo "composicional". Além disso, a mistura de diferentes correntes (com composição global.

No manual do *software* é enfatizada a importância da consideração de um campo em separado, com a solução de equações específicas, para as gotículas de

líquido dispersas na fase gás; caso contrário, gerariam-se previsões de pressão até 50% superiores no escoamento vertical anular. Enfatiza-se também o caráter empírico das equações de fechamento do programa.

Softwares comerciais são bastante úteis e convenientes para se analisar diversas situações de interesse prático. No entanto, um ponto negativo na utilização de pacotes comerciais fechados é a ausência de detalhes da modelagem, em especial dos parâmetros empíricos de ajuste do modelo empregados no código. Adicionalmente, costumam ser caros e demorados, o que motiva o desenvolvimento de modelos aproximados, simples, mas que apresentem uma precisão satisfatória.

A seguir, uma breve revisão bibliográfica diretamente relacionada ao problema de despressurização é apresentada.

1.1. Revisão Bibliográfica

Botros, et al. (1989) publicaram um estudo de despressurização (blowdown) de gasodutos no qual uma tubulação principal de grande diâmetro na posição horizontal inicialmente pressurizada com uma mistura de gás natural está conectada a outra tubulação, esta de menor diâmetro e comprimento e na posição vertical, com uma válvula ao seu final descarregando gás para o ambiente. Na época da publicação, dizem os autores que escassa literatura era disponível acerca deste tema específico (esvaziamento de dutos). No estudo, é enfatizada a necessidade de modelar a expansão do gás ao longo da tubulação de menor diâmetro, além das perdas de carga nas tubulações e do coeficiente de descarga da válvula. Além disso, são apresentados dois modelos distintos: (1) modelo volumétrico, no qual são assumidas condições de estagnação nas tubulações principal e auxiliar (ou seja, desprezados o atrito e o escoamento em si) e expansão isotérmica, esta última justificada pelo fato da capacitância térmica dos dutos tender a compensar o real resfriamento do gás durante expansão; (2) modelo de escoamento, no qual é levada em conta a fricção no escoamento no interior das tubulações (principal e auxiliar) e considerado escoamento isotérmico na tubulação principal e adiabático na tubulação auxiliar. Em ambos os modelos, são desprezados os termos inerciais das equações de conservação e, assim, assumido um equilíbrio quase-estático. Além disso, são consideradas a ausência de

condensação (monofásico) e a condição de escoamento sônico na saída (válvula). Para a solução numérica do segundo modelo, é aplicado o método das diferenças finitas e esquema Euler implícito nas equações resultantes, resolvidas de maneira acoplada através do método de Newton, o que, segundo os autores, resulta num arranjo estável para quaisquer discretizações no tempo e espaço. Os resultados de ambos os modelos são comparados entre si e a dados reais de campo. Ao final, os autores concluem que a acurácia dos resultados dos modelos depende fortemente da relação (fD/L) entre coeficiente de atrito (f), diâmetro (D) e comprimento (L) da tubulação principal. Para valores relativamente baixos desta relação, ambos os modelos fornecem resultados compatíveis com os dados reais. À medida que a relação aumenta, apenas o modelo de escoamento tende a manter esta compatibilidade, já que o modelo volumétrico subestimaria o tempo total necessário para a despressurização nesta condição.

Em 1995, Chen et al. publicaram dois trabalhos relacionados com despressurização em dutos de gás e, desta vez, consideram a formação e escoamento de uma fase líquida (condensado). No primeiro trabalho, utilizaram um modelo hiperbólico baseado em princípios variacionais (1995a) e, no segundo (1995b), foi desenvolvido um modelo numérico simplificado para uma mistura multicomponente. Nos trabalhos desenvolvidos, os autores mostraram que a consideração de escoamento homogêneo para esvaziamento de longos gasodutos apresenta resultados similares a modelos mais rigorosos (com escorregamento entre fases).

No trabalho de Evanger et al. (1996), são colhidos dados reais de um evento de despressurização de um *riser*, os quais são comparados com resultados de uma simulação computacional. No caso analisado, o tempo total de despressurização correspondeu a cerca de apenas 12 minutos, sendo o inventário de gás da ordem de 25 m³. Demonstrou-se boa coerência entre dados reais e resultados de simulação baseada no método das diferenças finitas, usando premissas de escoamento homogêneo quando condensado é formado (neste caso, fruto de cálculo de *flash* realizado para cada volume de controle assumindo equilíbrio termodinâmico). Ainda que o foco do trabalho fossem os valores mínimos de temperatura ao longo da tubulação durante o processo, é possível perceber boa coerência também na evolução de pressão no tempo simulada e aquela medida em campo.

Richardson e Saville (1996) compararam dados experimentais de situações de esvaziamento de dutos com resultados de simulação gerados pelo software BLOWDOWN, desenvolvido pelos próprios autores. O aparato experimental que gerou os dados citados consistia de dois tubos instrumentados de 100 m de comprimento cada (diâmetros 2" e 6") que sofreram rápidas despressurizações após inicialmente preenchidos de uma mistura 95% (molar) propano e 5% butano. A importância do estudo citada pelos autores seria, principalmente, prever as baixas temperaturas que poderiam levar à fragilização do material das tubulações, além da possibilidade de ocorrência de hidratos no caso da presença de água livre. Na formulação usada no programa BLOWDOWN, considerou-se equilíbrio quase-estático (ou seja, as vazões mássicas são assumidas constantes a cada instante para todos os elementos do domínio) e escoamento homogêneo, quando na presença de duas fases (líquido e gás). São resolvidas equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. É enfatizada a importância de uma modelagem termodinâmica precisa, o que justificaria a abordagem multicomponente adotada. Na comparação com os dados experimentais, apesar de, no geral, haver uma boa concordância com as simulações, estas últimas se mostraram incapazes de reproduzir pequenas recuperações de pressão observadas em campo, após uma primeira fase de rápida despressurização. Esta recuperação é atribuída pelos autores a condições de desequilíbrio entre as fases e pela propagação de ondas de expansão, efeitos estes não modelados no programa. Além disso, por conta das premissas consideradas, o programa prevê inventários residuais de fluido após a despressurização sempre superiores àqueles observados no experimento.

Abbaspour et al. (2010) apresentam uma modelagem composicional e simulação transiente de casos de fechamento abrupto de uma válvula numa tubulação de gás com presença de condensado. Consideram a resolução de cinco equações básicas para cada componente: conservação de massa e quantidade de movimento para cada uma das fases e uma única para a conservação de energia da mistura. Apesar disso, cita ser de praxe a adoção de modelos de apenas quatro ou três equações (este último também chamado de HEM ou modelo de equilíbrio homogêneo). A solução das mesmas se dá pelo método das difereças finitas num arranjo completamente implícito. No trabalho, esta escolha é justificada por vantagens tais como a estabilidadade garantida para elevados passos de tempo (e, portanto, economia de tempo computacional). O termo de transferência de massa é imposto como aquele que fecha o balanço de massa nos volume de controle de modo que as fases líquido e gás estejam constantemente em equilíbrio. O trabalho conclui então que, em casos específicos como aqueles ali simulados, a consideração de velocidades diferentes para as fases, além da resolução do campo de temperaturas, pode trazer resultados significativamente distintos de modelos mais simples comumente usados, como isotérmicos.

Em 2011, Mahood, et al. publicaram trabalho a respeito do esvaziamento de tubulações de gás em que apresentam modelagem e resultados análogos aos obtidos por Botros, et al. (1989) com seu modelo volumétrico.

Trabalhos, como Burlutskiy (2013 e 2014), modelam o processo de descompressão de gasodutos, mas com foco em transientes rápidos. Em geral, o objetivo principal nestes casos é determinar as velocidades das ondas de descompressão causadas, por exemplo, pela ruptura de um gasoduto. A resistência dos materiais da tubulação deve ser tal que a velocidade de propagação da trinca não exceda a velocidade de descompressão do gás, o que torna o cálculo destas velocidades de onda de grande importância. A possível condensação de uma mistura originalmente gasosa de hidrocarbonetos traz mais complexidade e desafios à modelagem apropriada do fenômeno.

Recentemente, Munkejord e Hammer (2015) apresentaram um trabalho cujo foco é na modelagem e simulação de escoamentos multifásicos de misturas de hidrocarbonetos ricas em CO₂. Neste estudo, é feita uma modelagem composicional e são comparados dois modelos de fluxo distintos: modelo de equilíbrio homogêneo (HEM) e modelo de dois fluidos (TFM). Para tanto, foi usado o método dos volume finitos, com passo de tempo limitado pelo critério CFL de um fator 0,85. Além de casos de transientes rápidos com propagação de onda, também são analisados processos de despressurizações de dutos com troca térmica. Estes últimos se dão através de um duto de pequeno diâmetro e duram longos períodos, o que, de acordo com os autores impõe a necessidade de considerar a troca térmica com o ambiente. Ao final, os resultados dos dois modelos mostram-se muito próximos entre si, o que leva os autores a concluir que, neste caso, a maior complexidade do modelo de dois fluidos não resultou em ganho, comparado ao modelo homogêneo.

1.2. Objetivo

O foco do presente trabalho é o estudo da despressurização de gasodutos com o objetivo de estimar satisfatoriamente seu tempo total de duração e evolução das principais variáveis de interesse no interior do duto. O principal objetivo é desenvolver um modelo simplificado, visando determinar o processo de despressurização, com especial interesse na determinação do tempo necessário para tais operações e, para tanto, prevendo a formação e escoamento de condensado durante o processo.

1.3. Organização do Trabalho

O Capítulo 2 descreve em maiores detalhes o problema a ser estudado e já apresenta uma modelagem simplificada, para a qual as variáveis de maior interesse são discutidas.

No Capítulo 3, encontram-se matematicamente descritas as equações de interesse. O detalhamento das técnicas numéricas aplicadas na discretização das equações através do método das diferenças finitas é apresentado no Capítulo 4.

Os resultados das simulações realizadas são apresentados e discutidos no Capítulo 5, que também apresenta alguns casos complementares.

As principais conclusões do trabalho estão no Capítulo 6.

2 Descrição do Problema

A Figura 1 ilustra um exemplo de interesse, em que um trecho de gasoduto entre duas plataformas *offshore* (A e B) deve ser esvaziado para manutenção. Este trecho compreende desde a válvula submarina fechada (isolando a região sombreada) até a plataforma A, com forte transição de diâmetro em A, já que o fluxo advindo do trecho submarino (com diâmetro de 8") é redirecionado para tubulação auxiliar de pequeno diâmetro (1") com destino ao *flare*.



Figura 1 - Diagrama esquemático de trecho de duto de gás a ser esvaziado.

A situação ilustrada na Figura 1, caracteriza geometria típica deste tipo de ocorrência, pode ser analisada introduzindo algumas pequenas simplificações, como por exemplo a omissão de válvulas intermediárias, como ilustrado na Figura 2.



Figura 2 - Geometria do duto de gás.

A origem da coordenada axial x é a válvula submarina fechada no fundo do mar. A coordenada vertical y tem origem no nível do mar. Conforme ilustrado na Figura 2, partes da tubulação são compostas de dutos rígidos e outras de dutos flexíveis.

A Tabela 1 e Tabela 2 apresentam detalhes da instalação, indicando dados geométricos e de materiais de cada trecho da tubulação. Já a Tabela 3 indica a composição molar do gás no interior da tubulação.

			Comprimento	Elevação	Diâmetro	Espessura	Rugosidade
Início	0	-984					
1	570	-977	570	7	0.203	0.044	0.00081
2	4823	-925	4253	52	0.203	0.025	0.00018
3	6476	-905	1653	20	0.203	0.044	0.00081
4	6476	0	905	905	0.203	0.044	0.00081
5	6476	10	10	10	0.203	0.044	0.00081
6	6526	10	50	0	0.025	0.013	0.00018

Tabela 1 - Dados da geometria dos trechos de duto.

Tabela 2 - Dados das propriedades do material dos trechos de duto.

	x [m]	у [m]	Comprimento [m]	Elevação [m]	Calor específico [J/kgºC]	Condutividade [W/mºC]	Massa específica [kg/m³]
Início	0	-984					
1	570	-977	570	7	1300	0.55	3500
2	4823	-925	4253	52	500	16	8000
3	6476	-905	1653	20	1300	0.55	3500
4	6476	0	905	905	1300	0.55	3500
5	6476	10	10	10	1300	0.55	3500
6	6526	10	50	0	500	16	8000

Tabela 3 - Composição molar do gás escoado.

Componente	% Molar
Nitrogênio	0,3
Dióxido de carbono	0,2
Metano	79,0
Etano	6,5
Propano	6,5
Iso-Butano	1,5
N-Butano	3,0
Iso-Pentano	1,0
N-Pentano	1,5
Hexano	0,5

Considera-se a troca térmica com o meio ambiente, cuja temperatura é assumida como 4°C quando em profundidade maior do que 900 m. Em profundidades mais rasas, considerou-se uma variação linear da temperatura do mar de 4°C (a 900 m de profundidade) até 25°C (à superfície do mar). Para determinação do coeficiente de troca térmica por convecção externo (h_e), constante no tempo mas variável no espaço, foram consideradas velocidades das correntes marinhas de 0,1 e 0,3 m/s nos trechos horizontal (apoiado no leito) e vertical, respectivamente. A Tabela 4 apresenta os valores do coeficiente de transferência de calor por convecção externa, h_e , correspondentes a cada trecho da tubulação.

			Comprimento	Elevação	
					[W/m²ºC]
Início	0	-984			
1	570	-977	570	7	378
2	4823	-925	4253	52	389
3	6476	-905	1653	20	378
4	6476	0	905	905	911
5	6476	10	10	10	6
6	6526	10	50	0	6

Tabela 4 - Coeficiente de troca de calor por convecção externo (*h*_e).

Inicialmente, a velocidade do fluido no interior da tubulação é nula e variação da pressão ao longo da tubulação é apenas hidrostática, sendo a pressão no topo (em A) igual a 160 bara. Quanto à temperatura, assume-se equilíbrio com o ambiente. Esta situação é representada na Figura 3.

As condições de contorno do problema são de nó fechado na base do domínio (válvula fechada no leito marinho) e nó de pressão no topo (em A), representando a descarga do fluido para a atmosfera após escoamento pelo trecho de tubulação de pequeno diâmetro. Não foram modelados os equipamentos de superfície, como separadores, vasos e válvulas, por se entender que, neste caso, a velocidade do processo de esvaziamento é ditada pelo escoamento do gás no trecho de menor diâmetro (1"), que é representado com comprimento equivalente de 50 m.

A operação de esvaziamento do trecho em questão pode então ser simulada a contento com o uso de programas computacionais disponíveis no mercado. No simulador OLGA, optou-se pela abordagem composicional, onde as propriedades



Figura 4 - Comparação da pressão de topo (em A) durante esvaziamento entre dados de campo reais e numéricos.

A Figura 4 apresenta a variação ao longo do tempo da pressão no topo da linha, na plataforma A, durante o esvaziamento do duto. A figura compara o resultado da simulação realizada utilizando o programa OLGA com dados obtidos de uma ocorrência real, onde se pode observar uma boa concordância entre os dados.

Apesar de, em operação normal do gasoduto (escoamento de A para B), tratar-se de escoamento monofásico de um fluido supercrítico, durante a situação de esvaziamento, há a formação significativa de condensado e, assim, a ocorrência de escoamento bifásico. A Figura 5 expõe a fração volumétrica total (em %) do inventário de líquido formado dentro das tubulações ao longo do tempo, de acordo com a simulação no OLGA. Observa-se que, após aproximadamente uma hora do processo de despressurização, ocorre um aumento significativo na formação de líquido. Após o início desta formação, a pressão continua a cair, mas de forma mais suave à medida que o tempo passa. Observa-se ainda que, depois da geração significativa de condensado, a fração volumétrica deste cai suavemente com o tempo e tende a um valor constante, correspondente a uma quantidade de líquido residual ao final da despressurização.



Figura 5 - Fração volumétrica de líquido total.

Após o pico da quantidade total de líquido, sua queda pode ser explicada pela análise da Figura 6, que apresenta os estados termodinâmicos (pressão e temperatura) no topo e base do domínio, obtidos da simulação, junto ao envelope de fases do fluido escoado. Nela, é possível constatar que, imediatamente após entrar no envelope de fases, cruzam-se linhas correspondentes a frações de gás decrescentes para, em seguida, inverter a tendência, num processo que se denomina condensação retrógrada.



Figura 6 - Pressão e temperatura no topo e fundo durante esvaziamento, além de envelope de fases do gás escoado.



Figura 7 - Pressão de topo durante esvaziamento com (linhas contínua) e sem (linha tracejada) escorregamento entre fases.

Visando avaliar a necessidade de considerar o escorregamento entre as fases, nova simulação foi realizada no OLGA desprezando-o. O resultado obtido é ilustrado na , onde se percebe que, ao desabilitar o escorregamento entre as fases, obtém-se pequena diferença na previsão da variação temporal da pressão e não há grande prejuízo na estimativa do tempo total para esvaziamento dos dutos, que é o objetivo deste trabalho. Assim, o equacionamento a ser apresentado nos capítulos a seguir e sua respectiva implementação computacional foi desenvolvida

29

considerando o escoamento como sendo homogêneo, ou seja, na ausência de escorregamento entre fases.

Como mencionado no capítulo anterior deseja-se determinar o tempo necessário de despressurização de forma simples e rápida. Dessa forma, na seção a seguir, um primeiro modelo simplificado é apresentado.

2.1.Modelo Simplificado

Numa primeira abordagem, buscou-se analisar o problema a partir de um modelo simplificado em que o inventário de gás e condensado no interior dos dutos submarinos (8") é tratado como num tanque uniforme e a velocidade da despressurização é dada pela solução analítica de um escoamento de Fanno (adiabático e irreversível) através de tubulação de 1" de diâmetro interno e 50 m de comprimento, que representa o trecho da tubulação de superfície na plataforma.

Neste tanque uniforme, que contém todo o inventário de fluido nas tubulações submarinas, desde a válvula fechada no leito marinho até a plataforma, foi ainda considerada troca térmica para o ambiente marinho, considerando-se a água a 4°C.

Por simplicidade, o fluido é tratado como 100% metano. Nas equações referentes ao tanque uniforme, as propriedades do metano foram retiradas de tabelas termodinâmicas para gás real. Já para a tubulação de superfície, utilizou-se a hipótese de gás ideal e escoamento adiabático.

Para o tanque uniforme, desprezando-se efeitos cinéticos e gravitacionais, a equação de conservação de massa e a conservação de energia dada pela primeira lei da Termodinâmica aplicadas a um volume de controle são dadas por

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall} \rho \, d\forall + \int_{S} \rho \, \vec{V} \bullet \vec{n} \, dS \tag{1}$$

$$\delta \dot{Q} - \delta \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall} \rho \, u \, d\forall + \int_{S} h \, \rho \, \vec{V} \bullet \vec{n} \, dS \tag{2}$$

onde t é o tempo, ρ é a massa específica, \forall é o volume, \vec{V} é a velocidade do fluido e \vec{n} é a normal à área S da seção transversal de escoamento. $\delta \dot{Q}$ é a taxa de calor transferido e $\delta \dot{W}$ é a taxa de trabalho realizado, u é a energia interna específica e h é a entalpia específica.

Considerando que só existe uma seção de saída de fluido do tanque, a qual é representada pelo subscrito *s*, e que corresponde com a entrada no trecho de tubulação de superfície, tem-se que a variação da massa no interior do tanque é diretamente proporcional ao fluxo de massa que sai do mesmo

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\dot{m}_s \qquad \text{onde} \qquad \dot{m}_s = \rho_s V_s A_s \qquad (3)$$

Considerando ainda que a energia interna específica é aproximadamente constante dento do tanque, pode-se rescrever a Eq. 2 como

$$\delta \dot{Q} - \delta \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} (m \, u) + \dot{m}_s h_s \tag{4}$$

Apesar de a formação de condensado ser considerada durante a despressurização, assumiu-se que apenas gás deixa o volume de controle da tubulação principal (portanto, h_s é entalpia da fase gasosa) e a massa específica na saída do tanque é dada pela equação de gases ideais por

$$\rho_s = \frac{p_s}{R T_s} \tag{5}$$

sendo T a temperatura do gás, p sua pressão e R a constante do gás.

Tem-se como nula a taxa de trabalho realizada pelo fluido, logo, a Eq. 4 toma a seguinte forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\dot{m}_s \frac{(h_s - u)}{m} + \frac{\delta \dot{Q}}{m}$$
(6)

Integrando no tempo a equação de conservação de massa e energia, utilizando a aproximação de Euler explícita, tem-se

$$\Delta m_i = m_i - m_{i+1} = \dot{m}_{si} \,\Delta t \tag{7}$$

$$u_{i+1} = u_i + \frac{\Delta m_i}{m_i} \left(h_{si} - u_i \right) + \frac{\Delta Q_i}{m_i} \tag{8}$$

Desta forma, conhecidos o estado termodinâmico e a massa total do fluido iniciais, os estados seguintes são obtidos da aplicação da Eq. 7 e 8.

Para avaliar a Eq. 7 é preciso determinar o fluxo de massa na saída do tanque. Como já mencionado, para tanto, utilizou-se um modelo de escoamento de Fanno para identificar a velocidade de escape do fluido em diferentes momentos. Desta forma, conforme ilustrado na Figura 8, consideraram-se a tubulação principal (8") e a atmosfera como tanques (1 e 4, respectivamente) conectados pela referida tubulação auxiliar (1"), somente utilizada em situações de despressurização.

Considerando nula a variação temporal da massa dentro do tubo de Fanno, tem-se que o fluxo de massa na saída do tanque, entrada do tubo de Fanno é igual a fluxo de massa na sua saída do tubo de Fanno, descarregando para a atmosfera, sendo igual a

$$\dot{m}_{si} = \rho_{3i} \, V_{3i} \, A_{3i} = \rho_{2i} \, V_{2i} \, A_{2i} = \frac{p_{2i}}{R \, T_{2i}} \, V_{2i} \, A_2 \tag{9}$$



Figura 8 - Esquemático do modelo simplificado proposto.

Entre as extremidades da tubulação auxiliar, ilustrada na Figura 8, seções 2 e 3, o escoamento é considerado adiabático com atrito, o que caracteriza o escoamento de Fanno (Zucker e Biblarz, 2002). No problema de Fanno as pressões p e temperaturas T nas seções 2 e 3 podem ser obtidas a partir do número de Mach Ma, da razão de calor específico a pressão e volume constante $k = C_p / C_v$, e dos valores de pressão e temperatura de estagnação isentrópicos, p_o e T_o , de acordo com

$$p = \frac{p_0}{\left[1 + \frac{(k-1)}{2} Ma^2\right]^{\frac{k}{k-1}}}$$
(10)

$$T = \frac{T_0}{1 + \frac{(k-1)}{2}Ma^2}$$
(11)

O escoamento de 1 a 2 (Figura 8), assim como de 3 a 4, é considerado adiabático e reversível (isentrópico). Desta forma, as condições de estagnação são mantidas entre estas seções. A pressão de estagnação em 4 é assumida como a pressão atmosférica, assim como a temperatura de estagnação é a temperatura atmosférica. A pressão de estagnação inicial do tanque 1 é 160 bara. Como o escoamento de Fanno é adiabático, a temperatura de estagnação é constante ao longo do duto, logo $T_{o1}=T_{o2}=T_{o3}=T_{o4}$. Ambos os tanques são considerados em regime uniforme a cada passo, além de não causarem irreversibilidades ao fluido neles contidos. Como as pressões de estagnação nos tanques 1 e 4 são constantes e conhecidas a cada passo *i*, o número de Mach na entrada e saída da linha pode ser determinado pela solução das Eqs. (12) e (13) provenientes do modelo de Fanno.

$$\frac{p_{03}}{p_{02}} = \frac{Ma_2}{Ma_3} \left[\frac{1 + \frac{k - 1}{2} Ma_3^2}{1 + \frac{k - 1}{2} Ma_2^2} \right]^{\frac{k + 1}{2(k - 1)}} = \frac{p_{04}}{p_{01}}$$
(12)

$$\frac{f L}{D} = \left[\frac{k+1}{2k}\right] \ln \left[\frac{1 + \frac{(k-1)}{2} M a_3^2}{1 + \frac{(k-1)}{2} M a_2^2}\right] - \frac{1}{k} \left[\frac{1}{M a_3^2} - \frac{1}{M a_2^2}\right] - \left[\frac{k+1}{2k}\right] \ln \left[\frac{M a_3^2}{M a_2^2}\right] \quad (13)$$

onde f=coeficiente de atrito; L= comprimento da tubulação auxiliar; D= diâmetro da tubulação auxiliar (1").

O coeficiente de atrito depende do número de Reynolds (Re= $\rho V D/\mu$), porém como ρV é constante, e considerando que a viscosidade absoluta do gás μ é aproximadamente constante para cada instante de tempo, o número de Reynolds e consequentemente o coeficiente de atrito também serão constantes. O coeficiente de atrito f é determinado pelo diagrama de Moody, cujas entradas devem ser o número de Reynolds do fluido e a rugosidade adimensional da tubulação. Como a velocidade do fluido é também uma incógnita, a solução deste problema envolve um processo iterativo, em que uma estimativa inicial para o valor de f é necessária para o início do processo. Este valor é então recalculado a cada vez que novos valores de velocidade forem obtidos e seu valor final obtido quando novas iterações não mais o alterarem significativamente.

A velocidade pode ser determinada a partir do número de Mach e velocidade do som *c*, que por sua vez depende da temperatura

$$V = Ma c = Ma \sqrt{k R T}$$
⁽¹⁴⁾

Como já apresentado, a temperatura é obtida em função da temperatura de estagnação e do número de Mach, Eq. 11. Desta forma, a partir das condições iniciais, pressão e temperatura, da tubulação principal (tanque 1), das características da instalação e do equacionamento apresentado é possível desenvolver um histórico das condições do fluido no interior da tubulação em função do tempo.

Ao simular o caso, percebe-se que, para pressões de descarga ($p_{03} = p_{04}$) superiores à pressão atmosférica, o escoamento encontra-se estrangulado na seção 3, o que equivale a número de Mach na descarga igual à unidade. Para pressão atmosférica, não seria válida portanto a hipótese feita de escoamento isentrópico entre as seções 3 e 4, que embasa a Eq. 12. O número de Mach na seção 2 pode, então, ser encontrado substituindo-se o valor de Mach na seção 3 por um (seção estrangulada).

Como as pressões de estagnação em 3 e 4 seriam então diferentes, haveria o surgimento de ondas de descompressão imediatamente a frente da seção de descarga. Estas ondas seriam responsáveis por elevar a entropia da seção 3 à equivalente em 4 (referente à condição atmosférica).

A Figura 9 exibe os resultados correspondes à variação temporal da pressão no ponto A, utilizando a modelagem simplificada descrita nesta seção, juntamente com resultados já apresentados na Figura 4.



Figura 9 - Pressão de topo para vários modelos.

Conforme esperado, os resultados correspondentes à modelagem simplificada (em vermelho tracejado) apresentam maior desvio em relação aos dados reais (pontos pretos) quando comparados aos resultados do simulador comercial de referência (linha azul contínua) (Fig. 9). Na mesma figura, os resultados de uma simulação considerando o fluido como monofásico, i.e., desprezando a formação de condensado, também são apresentados (linha pontilhada amarela), os quais foram obtidos com o *software* comercial denominado Pipeline Studio (Energy Solutions International Inc, 2015).

É interessante observar que a modelagem simplificada, por prever a formação de condensado, apresenta melhor resultado do que a modelagem que considera o escoamento como monofásico. Desta forma, conclui-se como de grande importância modelar a formação e escoamento do condensado para uma aproximação satisfatória do tempo necessário para despressurização de longos dutos de escoamento de gás.

3 Modelo Matemático

A previsão do escoamento durante o processo de despressurização pode ser obtida através da solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia. Juntamente com estas equações, as propriedades termodinâmicas precisam estar bem definidas, assim como a condição inicial e de contorno. A seguir, as equações de conservação são apresentadas.

Visando obter uma solução simples, mas ao mesmo tempo com acurácia suficiente para atender às demandas operacionais, introduziu-se a aproximação de escoamento homogêneo, i.e., gás e líquido posssuem a mesma velocidade $V_G = V_L = \overline{V}$. Os subscritos G e L referem-se às fases gás e líquido, respectivamente. \overline{V} representa a velocidade média da mistura. A Figura 10 representa um volume de controle elementar, sobre o qual as equações de conservação são aplicadas. Os símbolos p, T, ρ, h, A e t representam pressão, temperatura, massa específica, entalpia específica, área e tempo, nesta ordem. θ corresponde à inclinação da tubulação com relação à horizontal e s a coordenada ao longo do escoamento. As frações volumétricas e mássicas de cada fase são representadas pelos símbolos α e X, respectivamente. O símbolo Γ refere-se ao termo de transferência de massa entre as fases.



Figura 10 - Volume de controle.
Serão apresentadas duas formulações distintas. A primeira, denominada Modelo de Equilíbrio Homogêneo (HEM, do inglês), é um modelo de três equações e envolve a solução das equações de conservação apenas para a mistura: continuidade, quantidade de movimento e energia. Como é desprezado o escorregamento entre as fases e estas são consideradas em equilíbrio termodinâmico, as frações de cada fase são retiradas das tabelas de propriedades. O termo de transferência de massa entre fases é apenas avaliado para uso na equação de conservação de energia.

A segunda formulação, denominada simplesmente de Modelo Homogêneo, envolve a solução de quatro equações. As frações de gás não mais são resultados da interpolação de tabelas, mas sim fruto da resolução de uma equação adicional, a conservação de massa da fase gás. A inclusão desta equação adicional visa tornar o método mais geral, permitindo ampliar sua aplicabilidade, em especial, em situações onde o escorregamento entre as fases não pode ser desprezado, quando então esta equação adicional passaria a ser imprescindível. Outra motivação é enriquecer a comparação com resultados de simuladores comerciais que adotam formulação semelhante a esta última, mesmo quando desabilitado o escorregamento entre as fases.

3.1.Conservação de Massa da Mistura

A equação de conservação de massa

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall} \rho \, d\forall + \int_{S} \rho \, \vec{V} \bullet \vec{n} \, dS \tag{15}$$

aplicada ao volume de controle infinitesimal da Figura 10 pode ser escrita como

$$\frac{\partial \left(\overline{\rho} A\right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\overline{\rho} \ \overline{V} A\right)}{\partial s} = 0 \tag{16}$$

onde a massa específica média da mistura é dada por

$$\overline{\rho} = \alpha_G \,\rho_G + \alpha_L \,\rho_L \tag{17}$$

Expandindo as derivadas da Eq. 16 e desprezando variações de área ao

(17)

longo do duto, tem-se a equação de conservação de massa na forma não conservativa

$$A\frac{D\bar{\rho}}{Dt} + \bar{\rho} A\frac{\partial \bar{V}}{\partial s} = 0$$
(18)

onde a derivada material é definida como

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \overline{V} \frac{\partial}{\partial s}$$
(19)

A variação da massa específica da mistura deve ser obtida em função da variação da massa específica de cada fase e da fração volumétrica das mesmas, logo

$$d \,\overline{\rho} = \left(\rho_G - \rho_L\right) d \,\alpha_G + \alpha_G \, d \,\rho_G + \alpha_L \, d \,\rho_L \tag{20}$$

As propriedades de cada fase são função da temperatura, pressão e composição. Assim, as derivadas relativas às massas específicas de cada fase podem ser expandidas de acordo com Firoozabadi (2015):

$$d \rho_{k} = \left(\frac{\partial \rho_{k}}{\partial T_{k}}\right)_{p,x_{k}} d T_{k} + \left(\frac{\partial \rho_{k}}{\partial p}\right)_{T_{k},x_{k}} d p + \sum_{i=1}^{N_{c}} \left(\frac{\partial \rho_{k}}{\partial x_{ik}}\right)_{p,T_{k},x_{jk,j\neq i}} dx_{ik}$$
(21)

onde x_k remete à composição da fase k, e x_{ik} é a fração molar do componente i na fase k. O último termo da expressão acima está associado à mudança de composição da fase devido à condensação ou evaporação de seus componentes. No entanto, como será detalhado no capítulo subsequente, as propriedades de cada fase serão obtidas através de interpolação em tabelas PVT, as quais assumem composição global da mistura (x) constante. Deste modo, a expressão acima será aproximada por

$$d \rho_{k} = \left(\frac{\partial \rho_{k}}{\partial T_{k}}\right)_{p,x}^{\text{TAB}} d T_{k} + \left(\frac{\partial \rho_{k}}{\partial p}\right)_{T_{k},x}^{\text{TAB}} d p$$
(22)

Os efeitos da dependência da massa específica da mistura ($\overline{\rho}$) com a pressão e temperatura podem ser incorporados na equação de conservação de

massa através da introdução da definição das derivadas parciais abaixo, levando em consideração que, conforme descrito anteriormente, as propriedades de líquido e gás serão obtidas de tabelas em função de pressão e temperatura, tal que

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial p} = \alpha_G \frac{\partial \rho_G}{\partial p} + \alpha_L \frac{\partial \rho_L}{\partial p}$$
(23)

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T} = \alpha_G \frac{\partial \rho_G}{\partial T} + \alpha_L \frac{\partial \rho_L}{\partial T}$$
(24)

Assim, reescrevendo a Eq. 18, obtém-se a forma final usada para a conservação de massa da mistura. Nela, constam também as considerações de escoamento homogêneo ($V_G = V_L = \overline{V}$), efeitos de tensão superficial desprezíveis ($p_G = p_L = p$) e equilíbrio térmico entre fases ($T_G = T_L = T$).

$$\left(\rho_{G} - \rho_{L}\right)\frac{D\,\alpha_{G}}{D\,t} + \frac{D\,p}{D\,t}\frac{\partial\,\overline{\rho}}{\partial\,p} + \frac{D\,T}{D\,t}\frac{\partial\,\overline{\rho}}{\partial\,T} + \overline{\rho} \;\;\frac{\partial\,\overline{V}}{\partial\,s} = 0 \tag{25}$$

3.2.Conservação de Massa da Fase Gás

A equação de continuidade ou conservação de massa da fase gás é

$$\frac{\partial (\alpha_G \ \rho_G \ A)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_G \ \rho_G \ V_G \ A)}{\partial s} = \Gamma \ A \tag{26}$$

Como resultado da conservação de massa da mistura, tem-se a seguinte relação

$$\alpha_G \,\rho_G = X_G \,\overline{\rho} \tag{27}$$

Na equação anterior, X_G é a fração mássica de gás. Se combinadas as duas equações anteriores com a consideração de escoamento homogêneo, obtém-se

$$\frac{\partial (X_G \ \overline{\rho} \ A)}{\partial t} + \frac{\partial (X_G \ \overline{\rho} \ \overline{V} \ A)}{\partial s} = \Gamma \ A \tag{28}$$

Expandindo as derivadas da equação anterior, isolando a derivada material da fração mássica de gás e usando a conservação de massa da mistura, chega-se

numa expressão para o termo de transferência de massa entre fases (Γ). Este termo pode ainda ser aproximado considerando equilíbrio entre fases para explicitar sua relação com variações de pressão e temperatura.

$$\Gamma = \overline{\rho} \frac{DX_G}{Dt} \approx \overline{\rho} \left[\frac{\partial X_G}{\partial p} \bigg|_{eq} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\partial X_G}{\partial T} \bigg|_{eq} \frac{DT}{Dt} \right]$$
(29)

Rescrevendo a Eq. 26 em função da derivada material e desprezando variações de área, tem-se

$$\rho_G \frac{D\alpha_G}{Dt} + \alpha_G \frac{D\rho_G}{Dt} + \alpha_G \rho_G \frac{\partial V_G}{\partial s} = \Gamma$$
(30)

Combinando as duas equações anteriores e escrevendo a variação da massa específica do gás em função da pressão e temperatura, tem-se a seguinte forma para a equação de conservação de massa da fase gás.

$$\frac{D\alpha_G}{Dt} + \frac{Dp}{Dt} \left(\frac{\alpha_G}{\rho_G} \frac{\partial \rho_G}{\partial p} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_G} \frac{\partial X_G}{\partial p} \right) + \frac{DT}{Dt} \left(\frac{\alpha_G}{\rho_G} \frac{\partial \rho_G}{\partial T} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_G} \frac{\partial X_G}{\partial T} \right) + \alpha_G \frac{\partial \overline{V}}{\partial s} = 0$$
(31)

3.3. Conservação de Quantidade de Movimento Linear da Mistura

A equação de conservação da quantidade de movimento linear ou 2ª Lei de Newton determina que a força líquida atuando no volume de controle é igual à taxa de variação da quantidade de movimento no volume de controle mais o fluxo líquido de quantidade de movimento através das fronteiras do mesmo (ou massa vezes aceleração),

$$\sum \vec{F}_{sk} + \sum \vec{F}_{ck} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall_k} \rho_k \vec{V}_k \, d\forall_k + \int_{S_k} \vec{V}_k \, \rho_k \, \vec{V}_k \bullet \vec{n} \, dS_k \tag{32}$$

Logo, aplicando no volume de controle da Figura 10 para a fase k, tem-se

$$\sum F_{sk} + \sum F_{ck} = \frac{\partial(\rho_k A_k V_k)}{\partial t} ds + \frac{\partial(\rho_k A_k V_k V_k)}{\partial s} ds \mp \dot{M}_{\Gamma}$$
(33)

onde V_k é a velocidade média da fase k na seção transversal de área A_k e \dot{M}_{Γ} é o fluxo de quantidade de movimento devido à mudança de fase através da interface. O sinal ± indica que o fluxo de quantidade de movimento que entra numa fase é igual e com sinal oposto na outra fase.

As forças de superfície F_s atuando no volume de controle, ao longo do perímetro P, são devido à pressão p e tensões de cisalhamento τ atuando nas superfícies do volume de controle (parede e interface entre fases). A força de corpo F_c é devido ao efeito do campo gravitacional g atuando no fluido, que escoa em uma tubulação inclinada de θ com a horizontal. A força líquida atuando na fase k é

$$\sum F_{sk} + \sum F_{ck} = \left(-\frac{\partial p_k}{\partial s} \alpha_k A - \tau_{sk} P_{mk} \mp \tau_i P_i - \alpha_k \rho_k g A \operatorname{sen} \theta \right) ds$$
(34)

Combinando as equações de conservação de cada fase para obter uma equação para mistura, considerando $p_G=p_L=p$, tem-se

$$\frac{\partial(\rho_{G}\alpha_{G}AV_{G})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_{L}\alpha_{L}AV_{L})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_{G}\alpha_{G}V_{G}AV_{G})}{\partial s} + \frac{\partial(\rho_{L}\alpha_{L}V_{L}AV_{L})}{\partial s} = = \left(-\frac{\partial}{\partial s} - \frac{\tau_{sG}P_{mG} + \tau_{sL}P_{mL}}{A} - \overline{\rho} g \operatorname{sen}\theta\right)A$$
(35)

A força viscosa atuando nas paredes da tubulação pode ser estimada em função do coeficiente de atrito f de acordo com

$$\tau_{sG}P_{mG} + \tau_{sL}P_{mL} = \frac{f}{8}\,\overline{\rho}\,\overline{V}\,\Big|\,\overline{V}\,\Big|\,\pi\,D\tag{36}$$

onde D é o diâmetro da tubulação.

Rescrevendo a Eq. 33 substituindo as definições de massa específica média e velocidade média de mistura ($V_G = V_L = \overline{V}$), tem-se, na forma não conservativa, a seguinte equação de conservação de quantidade de movimento para a mistura, desprezando variações de área ao longo do duto.

$$\frac{D\overline{V}}{Dt} + \frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{f\left|\overline{V}\right|}{2D}\overline{V} + g \operatorname{sen}\theta = 0$$
(37)

3.3.1.Coeficiente de atrito

O coeficiente de atrito f foi definido considerando-se escoamento hidrodinamicamente desenvolvido para cada posição e instante de tempo, dependendo do regime de escoamento, sendo este determinado em função do número de Reynolds (Re) da forma

$$\operatorname{Re} = \frac{\overline{\rho} |\overline{V}| D}{\overline{\mu}}$$
(38)

sendo $\overline{\mu}$ a viscosidade média da mistura.

De forma a evitar uma transição abrupta no coeficiente de atrito em função da mudança do regime de escoamento de laminar para turbulento, foi criada uma faixa de transição onde o coeficiente de atrito varia linearmente do regime laminar ao turbulento.

 (i) Regime laminar (Re inferior a 2000): De acordo com a solução de Hagen Pousseiulle (Fox e McDonald, 1998) tem-se

$$f = \frac{64}{\text{Re}} \tag{39}$$

(ii) Regime turbulento (Re superior a 2500): Foi empregada a correlação empírica de Miller (Fox e McDonald, 1998)

$$f = 0.25 \left[\log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$
(40)

 (iii) Regime de Transição (Re entre 2000 e 2500): Interpolação linear entre os dois casos anteriores.

3.4.Conservação de Energia da Mistura

A primeira lei da termodinâmica para um volume de controle determina que a taxa de variação de energia no volume de controle é devido ao calor transferido através das superfícies de controle e ao trabalho realizado pelo volume de controle, mais o fluxo líquido de energia devido ao escoamento através da superfície de controle.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall_k} \rho_k i_k d\forall_k + \int_{S_k} i_k \rho_k \vec{V}_k \bullet \vec{n} dS_k$$
(41)

onde \dot{Q} é a taxa de calor adicionado ao volume de controle, \dot{W} é a taxa de trabalho realizado pelo volume de controle e i_k é a energia específica total.

Assim, aplicando a equação da energia no volume de controle da fase k

$$\dot{Q}_{k} - \dot{W}_{b,k} = \frac{\partial (i_{k} \rho_{k} A_{k})}{\partial t} ds + \frac{\partial}{\partial s} \left[\left(i_{k} + \frac{p_{k}}{\rho_{k}} \right) \rho_{k} V_{k} A_{k} \right] ds \mp \dot{W}_{\Gamma}$$

$$\tag{42}$$

onde \dot{W}_{Γ} é a taxa de energia transferida na interface pela transferência de massa entre as fases e trabalho das tensões atuantes na interface.

 \dot{W}_{bk} é a taxa de trabalho das forças de corpo por unidade de tempo. A taxa de trabalho devido a pressão foi incorporada no lado direito da equação.

$$\dot{W}_{bk} = \alpha_k V_k A \rho_k g \operatorname{sen} \theta \, ds \tag{43}$$

 \dot{Q} é a soma da taxa de transferência de calor que entra através da fronteira do volume de controle para a fase *k* e o fluxo de calor através da interface.

$$\dot{Q}_k = U_k (T_{\infty} - T_k) P_{mk} ds + q_i'' P_i ds$$
(44)

onde U_k é o coeficiente global de transferência de calor entre a fase k no interior da tubulação e a temperatura do ambiente externo T_{∞} . q''_i é o fluxo de calor por unidade de área da interface.

A energia total é dada pela soma da energia interna específica u_k com a energia cinética

$$i_k = u_k + \frac{V_k^2}{2} \tag{45}$$

e a energia interna por unidade de massa pode ser relacionada com a entalpia h_k por

$$u_k = h_k - p_k / \rho_k \tag{46}$$

Substituindo as equações anteriores na equação da energia para a fase k, somando-se o resultado para ambas as fases, obtém-se a seguinte equação da energia para a mistura

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(h_G - \frac{p_G}{\rho_G} + \frac{V_G^2}{2} \right) \rho_G \alpha_G A + \left(h_L - \frac{p_L}{\rho_L} + \frac{V_L^2}{2} \right) \rho_L \alpha_L A \right] + \frac{\partial}{\partial s} \left[\left(h_G + \frac{V_G^2}{2} \right) \rho_G V_G \alpha_G A + \left(h_L + \frac{V_L^2}{2} \right) \rho_L V_L \alpha_L A \right] = U_G (T_\infty - T_G) P_{mG} + U_L (T_\infty - T_L) P_{mL} - \overline{\rho} \, \overline{V} Ag \, \mathrm{sen} \, \theta$$

$$(47)$$

A equação de energia térmica pode ser obtida, subtraindo-se da equação anterior a equação de energia mecânica (obtida através do produto escalar da velocidade pela equação de conservação de quantidade de movimento linear). Introduzindo a igualdade de velocidades, pressão e temperatura entre as fases e definido o coeficiente global de transferência de calor U como

$$U = \frac{\left(U_{G} P_{mG} + U_{L} P_{mL}\right)}{\left(P_{mG} + P_{mL}\right)} = \frac{\left(U_{G} P_{mG} + U_{L} P_{mL}\right)}{\pi D}$$
(48)

e a dissipação viscosa associada ao escoamento médio como sendo igual a

$$\left(\tau_{sG}P_{mG} + \tau_{sL}P_{mL}\right)\overline{V} = \frac{f}{8}\overline{\rho}\,\overline{V}^{2}\left|\overline{V}\right|\pi D \tag{49}$$

obtém-se a equação de energia térmica, na forma não conservativa, como

$$\rho_G \alpha_G \frac{Dh_G}{Dt} + \rho_L \alpha_L \frac{Dh_L}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \frac{4U}{D} (T_\infty - T) + \frac{f}{2D} \overline{\rho} \, \overline{V}^2 \left| \overline{V} \right| + -\Gamma(h_G - h_L)$$
(50)

A entalpia de cada fase k é função da pressão, temperatura e da sua composição, de acordo com Firoozabadi (2015). Logo, a variação de entalpia da fase k é dada por

$$d h_{k} = \left(\frac{\partial h_{k}}{\partial T_{k}}\right)_{p,x_{k}} d T_{k} + \left(\frac{\partial h_{k}}{\partial p}\right)_{T_{k},x_{k}} d p + \sum_{i=1}^{N_{c}} \left(\frac{\partial h_{k}}{\partial x_{ik}}\right)_{p,T_{k},x_{jk,j\neq i}} d x_{ik}$$
(51)

Assim como mostrado anteriormente, assumindo que a composição global da mistura é constante, a expressão pode ser aproximada por:

$$d h_{k} \approx \left(\frac{\partial h_{k}}{\partial T_{k}}\right)_{p,x}^{\text{TAB}} dT_{k} + \left(\frac{\partial h_{k}}{\partial p}\right)_{T_{k},x}^{\text{TAB}} dp$$
(52)

onde as derivadas parciais são pré-tabuladas a partir das tabelas de propriedades utilizadas.

Utilizando as definições dadas pela Eq. 52, pode-se reescrever a Eq. 49 como

$$\rho_{G}\alpha_{G}\left(\frac{\partial h_{G}}{\partial p_{G}}\frac{Dp}{Dt} + \frac{\partial h_{G}}{\partial T_{G}}\frac{DT}{Dt}\right) + \rho_{L}\alpha_{L}\left(\frac{\partial h_{L}}{\partial p_{L}}\frac{Dp}{Dt} + \frac{\partial h_{L}}{\partial T_{L}}\frac{DT}{Dt}\right) =$$

$$= \frac{Dp}{Dt} + \frac{4U}{D}(T_{\infty} - T) + \frac{f}{2D}\overline{\rho}\overline{V}^{2} |\overline{V}| - \Gamma(h_{G} - h_{L})$$
(53)

Introduzindo as seguintes definições para a variação da entalpia média

$$\overline{\rho}\frac{\partial\overline{h}}{\partial p} = \rho_G \alpha_G \frac{\partial h_G}{\partial p} + \rho_L \alpha_L \frac{\partial h_L}{\partial p}$$
(54)

$$\overline{\rho}\frac{\partial \overline{h}}{\partial T} = \rho_G \alpha_G \frac{\partial h_G}{\partial T} + \rho_L \alpha_L \frac{\partial h_L}{\partial T}$$
(55)

Obtém-se a equação da energia térmica na sua forma final

$$\frac{Dp}{Dt}\left(\bar{\rho}\frac{\partial\bar{h}}{\partial p}-1\right) + \frac{DT}{Dt}\left(\bar{\rho}\frac{\partial\bar{h}}{\partial T}\right) - \frac{4U}{D}\left(T_{\infty}-T\right) - \frac{f}{2D}\bar{\rho}\bar{V}^{2}\left|\bar{V}\right| + \Gamma(h_{G}-h_{L}) = 0$$
(56)

Na seção seguinte é indicada a obtenção do coeficiente global de transferência de calor *U*.

3.4.1.Coeficiente Global de Transferência de Calor

O coeficiente global de transferência de calor envolve as diversas resistências térmicas existentes entre o fluido interno e o ambiente externo, podendo ser obtido através do conceito de resistências equivalente, como

$$\frac{1}{U \pi D} = \frac{1}{h_i 2\pi r_i} + \frac{\ln(r_e / r_i)}{2\pi K_i} + \frac{1}{h_e 2\pi r_e}$$
(57)

onde h_i e h_e são os coeficiente interno e externo de troca de calor por convecção, r_i e r_e são os raios interno e externo do duto e K_t é a condutividade térmica do duto. O coeficiente de transferência de calor externo h_e é considerado conhecido e constante por trechos, conforme descrito no Capítulo 2, na Tabela 4.

O coeficiente de transferência de calor interno h_i é calculado a partir do número de Nusselt

$$Nu = \frac{h_i D}{\overline{k}}$$
(58)

onde \bar{k} é a condutividade térmica da mistura.

O número de Nusselt depende das condições de escoamento (laminar ou turbulento, convecção natural, forçada ou mista), ou seja, depende dos números adimensionais de Reynolds (Re), Prandtl (Pr) e Grashof (Gr),

Para regime laminar (Re < 2000), o número de Nusselt correspondente a convecção forçada foi especificada conforme condição de contorno de temperatura constante na parede, tal que

$$Nu = 3,66$$
 (59)

Para regime turbulento (Re > 2600), a seguinte correlação de Gnielinski (2013) foi empregada

Nu = Pr
$$\frac{(f/8)(\text{Re}-1000)}{1+12,7\sqrt{(f/8)}(\text{Pr}^{\frac{2}{3}}-1)}$$
 (60)

Esta correlação depende do coeficiente de atrito *f*, o qual já foi definido na seção 3.3.1. O número de Prandtl é igual a

$$\Pr = \frac{\overline{\mu} C_p}{\overline{k}}$$
(61)

$$C_{p} = \frac{1}{\overline{\rho}} \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T} \right) = \frac{1}{\overline{\rho}} \left(\rho_{G} \alpha_{G} \frac{\partial h_{G}}{\partial T} + \rho_{L} \alpha_{L} \frac{\partial h_{L}}{\partial T} \right)$$
(62)

Para a região de transição (2000 < Re < 2600), utilizou-se uma relação linear entre os resultados das duas correlações anteriores, de modo a evitar uma transição abrupta de Nu. Nesta região,

$$Nu = 0,01056 Re - 17,46$$
 (63)

Para se levar em conta o efeito da convecção natural em baixas velocidades, i.e., quando $Gr/Re^2 > 1$, tal que a convecção natural teria maior influência do que a convecção forçada, foi utilizada correlação de Haaland (1983) na definição de Nu, a qual depende do número de Grashof (Gr),

Nu =
$$\frac{3}{4} \left[\frac{2 \operatorname{Pr}}{5 \left(1 + 2 \operatorname{Pr}^{\frac{1}{2}} + 2 \operatorname{Pr} \right)} \right]^{\frac{1}{4}} (\operatorname{Gr} \operatorname{Pr})^{\frac{1}{4}}$$
 (64)

O número de Grashof (Gr) é definido como

$$Gr = \frac{\overline{\rho}^2 g \beta \Delta T D^3}{\overline{\mu}^2}$$
(65)

onde

$$\beta = -\frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T} = -\frac{1}{\overline{\rho}} \left(\alpha_G \frac{\partial \rho_G}{\partial T} + \alpha_L \frac{\partial \rho_L}{\partial T} \right)$$
(66)

Para facilitar a determinação do número de Grashof, considerou-se a resistência térmica à condução da parede como desprezível, tal que a diferença entre as temperaturas do fluido e da parede (ΔT) foi assumida igual à diferença entre as temperaturas do fluido e do ambiente.

3.5. Propriedades de Fluido

Foram utilizadas tabelas de propriedades paras as fases gás e líquido geradas por pacotes comerciais (PVTsim e Multiflash), utilizando o modelo de Peng-Robinson (Peng e Robinson, 1976). Nestas tabelas em formato padrão, são informadas, para uma dada faixa de pressão e temperatura, as seguintes propriedades:

- Pressão de bolha;
- Pressão de orvalho;
- Massa específica;
- Derivada parcial da massa específica em relação a pressão; (não utilizada)
- Derivada parcial da massa específica em relação a temperatura; (não utilizada)
- Fração mássica de gás;
- Viscosidade dinâmica;
- Calor específico; (não utilizada)
- Entalpia;
- Condutividade térmica;
- Tensão superficial; (não utilizada)
- Entropia. (não utilizada)

Quando necessário, interpola-se dentro destas tabelas para determinação das propriedades de gás e líquido nas condições de pressão e temperatura requeridas. Este procedimento será detalhado mais adiante.

3.5.1.Viscosidade da Mistura

A viscosidade da mistura ($\overline{\mu}$) foi avaliada a partir da relação proposta por McAdams (1942):

$$\frac{1}{\overline{\mu}} = \frac{X_L}{\mu_L} + \frac{X_G}{\mu_G} \tag{67}$$

onde μ_L e μ_G são as viscosidades das fases líquido e gás, respectivamente.

3.5.2.Condutividade Térmica da Mistura

De acordo com Eucken (1940), pode-se avaliar a condutividade térmica da mistura (\bar{k}) com

$$\frac{\overline{k}}{k_L} = \frac{1 - \left[1 - 3 k_G / (2 k_L + k_G)\right] \alpha_G}{1 - \left[1 - 3 k_L / (2 k_L + k_G)\right] \alpha_G}$$
(68)

onde k_L e k_G são as condutividades das fases líquido e gás, respectivamente.

3.6.Condições de Contorno

Para as condições de contorno do problema, foram seguidas duas estratégias distintas. Nas simulações realizadas durante a fase de validação da metodologia, foram fornecidos valores prescritos de vazão mássica na entrada (nula) e saída (variável no tempo). Além disso, o coeficiente de transferência térmica global (U) é assumido constante, mas variável no espaço.

Já numa fase posterior, é também considerada vazão nula na entrada, mas a vazão de saída é calculada através de um procedimento análogo ao utilizado no modelo simplificado do item 2.1, em que o escoamento na tubulação de superfície de pequeno diâmetro (1") é modelado como um escoamento de Fanno, adiabático irreversível e fluido ideal, para se obter o número de Mach na entrada desta tubulação, ou seja, na saída da tubulação principal (8").

Uma vez obtido o número de Mach, a velocidade do fluido nesta seção é determinada em função da velocidade do som nestas mesmas condições. Para tanto, considerou-se

$$\frac{1}{\overline{c}^2} = \overline{\rho} \left(\frac{\alpha_G}{k p} + \frac{\alpha_L}{\rho_L c_L^2} \right)$$
(69)

onde assumiu-se fluido ideal para a fase gás. Desta forma, a velocidade do som na mistura (\bar{c}) seria função das velocidades do som nas fases gás e líquido (c_G e c_L , respectivamente), sendo $c_G = \sqrt{kRT}$. No entanto, como $\alpha_L/(\rho_L c_L^2) \ll 1$, pode-se desprezar este termo e considerar a velocidade do som na mistura como função apenas da massa específica da mistura, fração de gás (α_G), pressão (p) e coeficiente isentrópico do gás ($k = C_p/C_v$).

Quanto à variável fração volumétrica de gás (α_G), quando resolvida uma equação específica para a mesma (Modelo Homogêneo, de quatro equações),

adotou-se condição de contorno de equilíbrio termodinâmico no nó fechado (base).

Como já mencionado, na condição inicial, assumiu-se fluido em repouso e equilíbrios hidrostático, a partir da prescrição da pressão de topo, e térmico $(T-T_{\infty})$ em todo o domínio (Figura 3).

4 Método Numérico

Para a solução numérica das equações de conservação, foi utilizado o método das diferenças finitas. O domínio computacional é subdividido em elementos. Cada elemento pode possuir características distintas da tubulação; como, por exemplo, diâmetro, espessura da parede e inclinação em relação ao eixo horizontal. Estes elementos são subdivididos em volumes de controle, com um ponto nodal denominado principal no seu interior e com as faces a meia distância entre os pontos nodais, conforme ilustrado de forma esquemática na Figura 11. Note que nas fronteiras do domínio, as grandezas ficam restritas a meio volume de controle.



Figura 11 - Distribuição dos elementos e volumes de controle.

Na abordagem aqui apresentada, as velocidades, temperaturas e frações volumétricas são armazenadas nas faces dos volumes de controle, enquanto que as pressões nos pontos nodais principais, conforme ilustrado na Figura 12. Os símbolos maiúsculos I, I+1 e I-1 referem-se às posições dos pontos nodais principais e a seus vizinhos imediatos, enquanto os símbolos minúsculos i, i+1 e i-1 correspondem às faces. As distâncias entre pontos e faces, δs_I e Δs_i , respectivamente, também encontram-se ilustrados na Figura 12.

As equações discretizadas são aproximações das equações diferenciais nos pontos onde as variáveis de interesse são armazenadas.

A determinação nas faces das grandezas disponíveis nos pontos nodais, como, por exemplo, a pressão e massa específica, é realizada através de interpolação linear, de acordo com

$$\varphi_{f,i} = f x_i \varphi_I + (1 - f x_i) \varphi_{I+1}$$
 $f x_i = \frac{\Delta s_i / 2}{\delta s_{I+1}}$ (70)



Figura 12 - Distribuição da malha

De forma análoga, a determinação nos pontos nodais das velocidades e temperaturas, por exemplo, que são disponíveis nas faces, também é realizada por interpolação linear, de acordo com

$$\varphi_{p,I} = f_{xu_i} \varphi_i + (1 - f_{xu_i}) \varphi_{i-1} \qquad ; \qquad f_{xu_i} = \frac{\delta s_I / 2}{\Delta s_i}$$
(71)

Para tratar as derivadas temporais utilizou-se o procedimento Euler implícito de 1ª ordem, ilustrado abaixo para uma equação genérica

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(s,t) \qquad \Rightarrow \quad \frac{\varphi_i - \varphi_i^0}{\Delta t} = F_i \tag{72}$$

onde o sobrescrito⁰ indica o valor da variável no passo imediatamente anterior.

Já para as derivadas espaciais, dependendo do termo a ser aproximado, diferentes tipos de aproximação foram empregados, i.e., utilizou-se aproximação de diferenças centrais em alguns termos e aproximação *upwind* em outros.

O gradiente de φ no ponto nodal principal *I* para grandezas disponíveis nas faces (velocidade, temperatura e fração volumétrica) é aproximado por

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} \bigg|_{I} = \left(\frac{\varphi_{i} - \varphi_{i-1}}{\Delta s_{i}}\right)$$
(73)

Caso seja necessário determinar o gradiente destas grandezas nas faces, as derivadas obtidas no ponto nodal são interpoladas, de acordo com a Eq. 70.

Procedimento análogo é empregado para variáveis armazenadas no ponto nodal principal *I*, quando o gradiente é necessário na face *i*, i.e.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} \bigg|_{i} = \left(\frac{\varphi_{I+1} - \varphi_{I}}{\delta s_{I+1}} \right)$$
(74)

A aproximação espacial *upwind* foi utilizada nos termos convectivos quando a variável de interesse, armazenada nos pontos nodais principais por exemplo, não se encontra disponível nas faces adjacentes; para o ponto nodal principal *I*, o gradiente espacial de uma tal grandeza somente disponível nos pontos nodais é

$$\overline{V}\frac{\partial\varphi}{\partial s}\Big|_{I} = -\max(-\overline{V}_{p,I},0)\left(\frac{\varphi_{I+1}-\varphi_{I}}{\delta s_{I+1}}\right) + \max(\overline{V}_{p,I},0)\left(\frac{\varphi_{I}-\varphi_{I-1}}{\delta s_{I}}\right)$$
(75)

onde a velocidade no ponto nodal principal *I* é obtida através de interpolação linear.

No caso inverso, quando a variável de interesse armazenada nas faces não se encontra disponível nos pontos nodais adjacentes; seu gradiente espacial é

$$\overline{V}\frac{\partial\varphi}{\partial s}\Big|_{i} = -\max(-\overline{V}_{i},0)\left(\frac{\varphi_{i+1}-\varphi_{i}}{\Delta s_{i+1}}\right) + \max(\overline{V}_{i},0)\left(\frac{\varphi_{i}-\varphi_{i-1}}{\Delta s_{i}}\right)$$
(76)

A seguir as equações de conservação discretizadas são apresentadas na forma final.

4.1. Equações Discretizadas

Conservação de Massa da Mistura

A discretização da Eq. 25, apresentada no capítulo 3, conforme os procedimentos descritos no item anterior, resulta em

$$\begin{pmatrix} \rho_{G_{I}} - \rho_{L_{I}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \left(\alpha_{G_{p,I}} - \alpha_{G_{p,I}}^{0} \right) \\ \Delta t \end{bmatrix} + \overline{V}_{p,I} \left(\frac{\alpha_{G_{I}} - \alpha_{G_{I-1}}}{\Delta s_{i}} \right) \end{bmatrix} + \\ \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial p} \right)_{I} \begin{bmatrix} \left(p_{I} - p_{I}^{0} \right) \\ \Delta t \end{bmatrix} + \left[-\max(-\overline{V}_{p,I}, 0) \left(\frac{p_{I+1} - p_{I}}{\delta s_{I+1}} \right) + \max(\overline{V}_{p,I}, 0) \left(\frac{p_{I} - p_{I-1}}{\delta s_{I}} \right) \end{bmatrix} \end{bmatrix} + (77) \\ + \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T} \right)_{I} \begin{bmatrix} \left(T_{p,I} - T_{p,I}^{0} \right) \\ \Delta t \end{bmatrix} + \overline{V}_{p,I} \left(\frac{T_{I} - T_{I-1}}{\Delta s_{I}} \right) \end{bmatrix} + \overline{\rho}_{I} \left(\frac{\overline{V}_{I} - \overline{V}_{I-1}}{\Delta s_{I}} \right) = 0$$

$$a_i p_I = b_i \overline{V_i} + c_i T_{i-1} + d_i T_i + e_i \overline{V_{i-1}} + f_i p_{I+1} + g_i p_{I-1} + h_i$$
(78)

$$a_{i} = \left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial p}\right)_{I} \frac{1}{\Delta t} + f_{i} + g_{i}$$
(79)

$$b_i = -\frac{\overline{\rho}_I}{\Delta s_i} \quad ; \quad e_i = \frac{\overline{\rho}_I}{\Delta s_i} \tag{80}$$

$$c_{i} = \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T}\right)_{I} \left(\frac{\overline{V}_{p,I}}{\Delta s_{i}} - \frac{(1 - fx_{i})}{\Delta t}\right) \quad ; \quad d_{i} = \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T}\right)_{I} \left(-\frac{\overline{V}_{p,I}}{\Delta s_{i}} - \frac{fx_{i}}{\Delta t}\right) \tag{81}$$

$$f_{i} = \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial p}\right)_{I} \frac{\max(-\overline{V}_{p,I}, 0)}{\delta s_{I+1}} \quad ; \quad g_{i} = \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial p}\right)_{I} \frac{\max(\overline{V}_{p,I}, 0)}{\delta s_{I}}$$
(82)

$$h_{i} = \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial p}\right)_{I} \frac{p_{I}^{0}}{\Delta t} + \left(\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial T}\right)_{I} \frac{T_{p,I}^{0}}{\Delta t} + \left(\rho_{L_{I}} - \rho_{G_{I}}\right) \left[\frac{\left(\alpha_{G_{p,I}} - \alpha_{G_{p,I}}^{0}\right)}{\Delta t} + \overline{V}_{p,I} \frac{\left(\alpha_{G_{I}} - \alpha_{G_{I-1}}\right)}{\Delta s_{i}}\right]$$

$$(83)$$

Conservação de Massa da Fase Gás

A discretização da Eq. 31, conforme os procedimentos descritos no item anterior, resulta em

$$\frac{(\alpha_{G_{i}} - \alpha_{G_{i}}^{0})}{\Delta t} + \left[-\max(-\overline{V_{i}}, 0) \left(\frac{\alpha_{G_{i+1}} - \alpha_{G_{i}}}{\Delta s_{i+1}} \right) + \max(\overline{V_{i}}, 0) \left(\frac{\alpha_{G_{i}} - \alpha_{G_{i-1}}}{\Delta s_{i}} \right) \right] + \left(\frac{\alpha_{G}}{\rho_{G}} \frac{\partial \rho_{G}}{\partial p} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_{G}} \frac{\partial X_{G}}{\partial p} \right)_{f,i} \left[\frac{\left(p_{f,i} - p_{f,i}^{0} \right)}{\Delta t} + \overline{V_{i}} \left(\frac{p_{I+1} - p_{I}}{\delta s_{I+1}} \right) \right] + \left(\frac{\alpha_{G}}{\rho_{G}} \frac{\partial \rho_{G}}{\partial T} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_{G}} \frac{\partial X_{G}}{\partial T} \right)_{f,i} \left\{ \frac{\left(T_{i} - T_{i}^{0} \right)}{\Delta t} + \overline{V_{i}} \left[fxu_{i} \frac{\left(T_{i+1} - T_{i} \right)}{\Delta s_{i+1}} + \left(1 - fxu_{i} \right) \frac{\left(T_{i} - T_{i-1} \right)}{\Delta s_{i}} \right] \right\} + \alpha_{G_{i}} \left[fxu_{i} \frac{\left(\overline{V_{i+1}} - \overline{V_{i}} \right)}{\Delta s_{i+1}} + \left(1 - fxu_{i} \right) \frac{\left(\overline{V_{i}} - \overline{V_{i-1}} \right)}{\Delta s_{i}} \right] = 0$$

$$a_i \alpha_{Gi} = b_i \alpha_{Gi+1} + c_i \alpha_{Gi-1} + d_i \tag{85}$$

$$a_i = \frac{1}{\Delta t} + b_i + c_i \quad ; \quad b_i = \frac{\max(-\overline{V_i}, 0)}{\delta s_{I+1}} \quad ; \quad c_i = \frac{\max(\overline{V_i}, 0)}{\delta s_I} \tag{86}$$

$$\begin{aligned} d_{i} &= \frac{\alpha_{G_{i}}^{0}}{\Delta t} - \left(\frac{\alpha_{G}}{\rho_{G}}\frac{\partial\rho_{G}}{\partial p} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_{G}}\frac{\partial X_{G}}{\partial p}\right)_{f,i} \left[\frac{(P_{f,i} - P_{f,i}^{0})}{\Delta t} + \overline{V_{i}}\left(\frac{P_{i+1} - P_{i}}{\delta s_{i+1}}\right)\right] + \\ &- \left(\frac{\alpha_{G}}{\rho_{G}}\frac{\partial\rho_{G}}{\partial T} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_{G}}\frac{\partial X_{G}}{\partial T}\right)_{f,i}\frac{(T_{i} - T_{i}^{0})}{\Delta t} + \\ &- \left(\frac{\alpha_{G}}{\rho_{G}}\frac{\partial\rho_{G}}{\partial T} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_{G}}\frac{\partial X_{G}}{\partial T}\right)_{f,i}\overline{V_{i}}\left[fxu_{i}\frac{(T_{i+1} - T_{i})}{\Delta s_{i+1}} + (1 - fxu_{i})\frac{(T_{i} - T_{i-1})}{\Delta s_{i}}\right] + \\ &- \alpha_{G_{i}}\left[fxu_{i}\frac{(\overline{V_{i+1}} - \overline{V_{i}})}{\Delta s_{i+1}} + (1 - fxu_{i})\frac{(\overline{V_{i}} - \overline{V_{i-1}})}{\Delta s_{i}}\right] \end{aligned}$$

$$(87)$$

Conservação de Quantidade de Movimento Linear da Mistura

A discretização da Eq. 37, conforme os procedimentos descritos no item anterior, resulta em

$$\frac{\left(\overline{V_{i}} - \overline{V_{i}}^{0}\right)}{\Delta t} + \left[-\max(-\overline{V_{i}}, 0)\left(\frac{\overline{V_{i+1}} - \overline{V_{i}}}{\Delta s_{i+1}}\right) + \max(\overline{V_{i}}, 0)\left(\frac{\overline{V_{i}} - \overline{V_{i-1}}}{\Delta s_{i}}\right) \right] + \frac{1}{\overline{\rho}_{f,i}} \frac{\left(p_{I+1} - p_{I}\right)}{\delta s_{I+1}} + \frac{f_{i}}{2} \frac{\left|\overline{V_{i}}\right| \overline{V_{i}}}{D_{i}} + g \operatorname{sen} \theta_{i} = 0$$
(88)

$$a_{i}\overline{V_{i}} = b_{i}T_{i} + c_{i}p_{I} + d_{i}p_{I+1} + e_{i}T_{i-1} + f_{i}\overline{V_{i+1}} + g_{i}\overline{V_{i-1}} + h_{i}$$
(89)

$$a_i = \frac{1}{\Delta t} + f_i + g_i + \frac{f_i |\overline{V_i}|}{2D_i}$$
(90)

$$b_i = e_i = 0$$
 ; $c_i = \frac{1}{\overline{\rho}_{f,i} \,\delta s_{I+1}}$; $d_i = -\frac{1}{\overline{\rho}_{f,i} \,\delta s_{I+1}}$ (91)

$$f_i = \frac{\max(-\overline{V_i}, 0)}{\Delta s_{i+1}} \quad ; \quad g_i = \frac{\max(\overline{V_i}, 0)}{\Delta s_i} \tag{92}$$

$$h_i = \frac{\overline{V_i^0}}{\Delta t} - g \operatorname{sen} \theta_i \tag{93}$$

Conservação de Energia da Mistura

A discretização da Eq. 56, conforme os procedimentos descritos no item anterior, resulta em

$$\left(\overline{\rho}\frac{\partial \overline{h}}{\partial p}-1\right)_{i}\left[\frac{\left(p_{f,i}-p_{f,i}^{0}\right)}{\Delta t}+V_{i}\frac{\left(p_{i+1}-p_{i}\right)}{\delta s_{I+1}}\right]+ \left(\overline{\rho}\frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}\left\{\frac{\left(T_{i}-T_{i}^{0}\right)}{\Delta t}+\left[-\max\left(-\overline{V_{i}},0\right)\left(\frac{T_{i+1}-T_{i}}{\Delta s_{i+1}}\right)+\max\left(\overline{V_{i}},0\right)\left(\frac{T_{i}-T_{i-1}}{\Delta s_{i}}\right)\right]\right\}+ \left(94\right) - \frac{4U_{i}}{D_{i}}\left(T_{\infty}-T_{i}\right)-\frac{f_{i}}{2D_{i}}\overline{\rho}_{f,i}\overline{V_{i}}^{2}\left|\overline{V_{i}}\right|+\Gamma_{i}(h_{G,i}-h_{L_{i}})=0$$

$$a_{i}T_{i} = b_{i}p_{I+1} + c_{i}\overline{V_{i}} + d_{i}\overline{V_{i+1}} + e_{i}p_{I} + f_{i}T_{i+1} + g_{i}T_{i-1} + h_{i}$$
(95)

$$a_{i} = \frac{1}{\Delta t} + f_{i} + g_{i} + \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \frac{4U_{i}}{D_{m}}$$
(96)

$$b_{i} = \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \left(1 - \overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial p}\right)_{i} \left(\frac{\overline{V}_{i}}{\delta s_{I+1}} + \frac{fx_{i}}{\Delta t}\right)$$

$$e_{i} = \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \left(1 - \overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial p}\right)_{i} \left(-\frac{\overline{V}_{i}}{\delta s_{I+1}} + \frac{(1 - fx_{i})}{\Delta t}\right)$$
(97)

$$c_i = d_i = 0 \quad ; \quad f_i = \frac{\max\left(-\overline{V_i}, 0\right)}{\Delta s_{i+1}} \quad ; \quad g_i = \frac{\max\left(\overline{V_i}, 0\right)}{\Delta s_i} \tag{98}$$

$$h_{i} = \frac{T_{i}^{0}}{\Delta t} - \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \left(1 - \overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial p}\right)_{i} \frac{P_{f,i}^{0}}{\Delta t} + \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \frac{4U_{i}}{D_{m}} T_{\infty_{i}} + \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \frac{f_{i}}{2 D_{i}} \overline{\rho}_{f,i} \overline{V}_{i}^{2} \left|\overline{V}_{i}\right| - \left(\overline{\rho} \frac{\partial \overline{h}}{\partial T}\right)_{i}^{-1} \Gamma_{i} (h_{Gi} - h_{Li})$$

$$(99)$$

4.2. Propriedades de Fluido Discretizadas

Conforme já mencionado, as propriedades das fases gás e líquido foram retiradas de tabelas termodinâmicas geradas por programas comerciais (a saber, PVTsim e Multiflash) para a composição informada na Tabela 3 e equação de estado Peng-Robinson (1976). Em função de anomalias identificadas no envelope de fases gerado pelo programa PVTsim, optou-se pelos uso das tabelas geradas no programa Multiflash. Como pode ser observado na Figura 13 (fração mássica de gás em função de pressão e temperatura), a baixas temperaturas e pressões moderadas, i.e. na fronteira do envelope de fases em proximidade com o ponto crítico, descontinuidades de caráter não-físico foram constatadas. Este comportamento não é observado na geração da tabela alternativa (Multiflash), a qual foi escolhida no intuito de evitar problemas de convergência durante as simulações.

Estas tabelas são organizadas por variável para uma faixa pré-determinada de temperatura e pressão num número limitado de pontos (50×50). Uma vez carregadas no programa, uma rotina de interpolação determina as propriedades necessárias nos pares (pressão e temperatura) requeridos.



Figura 13 - Fração mássica de gás no PVTsim (esquerda) e Multiflash (direita).

Além da interpolação das variáveis nestes pontos de interesse, foi necessário gerar blocos de variáveis não fornecidas originalmente nestas tabelas. Tais blocos faltantes correspondem a algumas derivadas parciais necessárias no equacionamento mostrado no item 3. São elas: as derivadas, em relação a pressão

e temperatura, das frações mássicas, massas específicas e entalpias de ambas as fases.

Assim, os termos $\partial X_G / \partial p$, $\partial X_G / \partial T$, $\partial \overline{\rho} / \partial p$, $\partial \overline{\rho} / \partial T$, $\partial \overline{h} / \partial p$ e $\partial \overline{h} / \partial T$ são resultado de interpolação dentro de blocos destas variáveis com valores referentes a pressões e temperaturas pré-estabelecidas, obtidos por derivação numérica nas próprias tabelas de propriedades. Para este procedimento, adotou-se derivada central de modo que a derivada de qualquer destas referidas variáveis (φ) em relação a pressão, por exemplo, é calculada no ponto correspondente à pressão p_i e temperatura T_i como

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p}\Big|_{i,j} = \left(\frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{p_{i+1,j} - p_{i-1,j}}\right)$$
(100)

No caso de ponto nas imediações do envelope de fases (próximo à pressão de bolha P_b) de forma que $p_{i,j} \leq P_{bj}$ e $p_{i+1,j} > P_{bj}$, adota-se derivada lateral de forma que

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p}\Big|_{i,j} = \left(\frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{p_{i,j} - p_{i-1,j}}\right)$$
(101)

Também no caso de ponto nas imediações do envelope de fases, mas tal que $p_{i,j} > P_{bj}$ e $p_{i-1,j} < P_{bj}$, adota-se derivada lateral de forma que

$$\frac{\partial \varphi}{\partial p}\Big|_{i,j} = \left(\frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{p_{i+1,j} - p_{i,j}}\right)$$
(102)

Para as derivadas em relação à temperatura, adota-se procedimento análogo nas imediações do envelope de fase e também para a fronteira gás-líquido da região monofásica (fora do envelope), onde então são consideradas derivadas laterais. Fora destas regiões, é considerado o procedimento de derivada central, em que a derivada no ponto é calculada com bases nos valores disponíveis para os vizinhos imediatos à mesma pressão.

Exemplos do resultado deste procedimento são mostrados na Figura 14 e Figura 15, onde, nos gráficos a esquerda, são apresentadas as variáveis como informadas pelo programa comercial gerador das tabelas e, a direita, o resultado do procedimento de derivação mencionado.

Vale destacar destas figuras o critério para determinação da fase (líquido ou gás) quando fora do envelope de fases baseado apenas na condição de temperatura, maior (gás) ou menor (líquido) do que aquela do ponto crítico. Além disso, notar que, mesmo quando apenas uma das fases estaria presente (líquido ou gás), são geradas propriedades hipotéticas para a outra fase, o que busca evitar problemas na simulação, mas não deve gerar inconsistências nos cálculos.



Figura 14 - Fração mássica de gás (esquerda) e sua derivada parcial em relação a pressão (direita).



Figura 15 - Entalpia da fase gás (esquerda) e sua derivada parcial em relação a pressão (direita).

Quanto à interpolação em si, o valor de uma variável (φ) na pressão (p) e temperatura (T) de interesse, uma vez definidos os quatros valores presentes nas tabelas nas suas imediações, é calculado por

$$\begin{aligned}
\varphi_{p,j} &= dpx \,\varphi_{i,j} + (1 - dpx) \,\varphi_{i+1,j} \\
\varphi_{p,j+1} &= dpx \,\varphi_{i,j+1} + (1 - dpx) \,\varphi_{i+1,j+1} \\
\varphi_{p,T} &= dtx \,\varphi_{p,j} + (1 - dtx) \,\varphi_{p,j+1}
\end{aligned} (103)$$

onde

$$dpx = \frac{p_{i+1} - p}{p_{i+1} - p_i} = \frac{\Delta p}{\Delta p_i} \qquad dtx = \frac{T_{j+1} - T}{T_{j+1} - T_j} = \frac{\Delta T}{\Delta T_j}$$
(104)

A Figura 16 ilustra de forma esquemática as diferenças de temperatura e pressão retiradas das tabelas de propriedades.



Figura 16 - Esquemático de interpolação de propriedades nas tabelas.

No caso de variáveis diretamente relacionadas ao envelope de fases, que apresentam valores constantes fora dele - α_G , no caso do Modelo HEM (três equações); e das derivadas $\partial X_G / \partial p$ e $\partial X_G / \partial T$, no caso do Modelo Homogêneo (de quatro equações) -, o procedimento de interpolação detalhado anteriormente ocasionaria a ampliação artificial do próprio envelope de fases. Para evitar este efeito, na interpolação apenas destas variáveis, é adotado procedimento distinto detalhado a seguir (Figura 17). Para sua adoção, é necessário constar das tabelas de propriedades as pressões de bolha (ou de orvalho) para cada temperatura informada (p_{b_i}).

$$\varphi_{j} = \begin{cases} dp x_{j} \varphi_{i,j} + (1 - dp x_{j}) \varphi_{b_{j}} & , \text{se } p < p_{b_{j}} \\ \varphi_{i,j} & , \text{se } p \ge p_{b_{j}} \end{cases} \\
\varphi_{j+1} = \begin{cases} dp x_{j+1} \varphi_{i,j+1} + (1 - dp x_{j+1}) \varphi_{b_{j+1}} & , \text{se } p < p_{b_{j+1}} \\ \varphi_{i,j+1} & , \text{se } p \ge p_{b_{j+1}} \end{cases} \\
\varphi_{p,T} = \begin{cases} dt x_{b} \varphi_{j} + (1 - dt x_{b}) \varphi_{j+1} & , \text{se } p < p_{b_{T}} \\ \varphi_{i,j} & , \text{se } p \ge p_{b_{T}} \text{ e } p \ge p_{b_{j}} \\ \varphi_{i,j+1} & , \text{se } p \ge p_{b_{T}} \text{ e } p \ge p_{b_{j+1}} \end{cases} \end{aligned} (105)$$

onde

$$dpx_{j} = \frac{\left|p_{b_{j}} - p\right|}{p_{b_{j}} - p_{i}} = \frac{\Delta p_{p_{b},T_{j}}}{\Delta p_{b_{j}}}$$
(106)

$$dpx_{j+1} = \frac{\left|p_{b_{j+1}} - p\right|}{p_{b_{j+1}} - p_i} = \frac{\Delta p_{p_b, T_{j+1}}}{\Delta p_{b_{j+1}}}$$
(107)

$$dtx_{b} = \frac{T_{b_{p}} - T}{T_{b_{p}} - T_{j}} = \frac{\Delta T_{p,T_{b}}}{\Delta T_{b_{j}}}$$
(108)

$$T_{b_p} = dpx_b T_j + (1 - dpx_b) T_{j+1}$$
(109)

$$dpx_{b} = \min\left(1, \max\left(0, \frac{p - p_{b_{j+1}}}{p_{b_{j+1}} - p_{b_{j}}}\right)\right) = \frac{\Delta p_{p_{b}, T_{j}}}{\Delta p_{p_{b}, T_{j}} + \Delta p_{p_{b}, T_{j+1}}}$$
(110)

$$p_{b_{T}} = dtx \ p_{b_{j}} + (1 - dtx) \ p_{b_{j+1}}$$
(111)



Figura 17 - Esquemático de interpolação de propriedades nas tabelas (envelope de fases).

4.3. Solução do Sistema Algébrico

A distribuição do campo de pressões, velocidades e temperaturas do escoamento é obtida a partir de uma solução acoplada. Já as frações volumétricas (quando resolvidas por uma equação específica), são obtidas em separado após a convergência das variáveis acopladas.

A equação geral na forma vetorial é dada por

$$\mathbf{A} \, \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{h} \tag{112}$$

onde

$$\Phi = \begin{pmatrix} p \\ V \\ T \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \Phi = \begin{pmatrix} \vdots \\ T_{i-1} \\ p_I \\ V_i \\ T_i \\ p_{I+1} \\ \vdots \end{pmatrix}$$
(113)

A matriz **A** é uma matriz heptadiagonal, sendo formada com os coeficientes das equações discretizadas $a_i - g_i$, com a diagonal principal formada pelos coeficientes dos pontos nodais principais a_i . O vetor **h** é formado pelos coeficientes h_i das equações discretizadas. O algoritmo para solução do sistema algébrico se assemelha ao caso particular otimizado do algoritmo de eliminação de Gauss (Press et al, 1992), assim como o algoritmo TDMA (para matrizes tridiagonais) (Patankar, 1980) utilizado para resolver a equação da fração de gás.

$$a_i\phi_i = b_i\phi_{i+1} + c_i\phi_{i-1} + d_i\phi_{i+2} + e_i\phi_{i-2} + f_i\phi_{i+3} + g_i\phi_{i-3} + h_i$$
(114)

4.4.Critério de Convergência

O conjunto das equações discretizadas por diferenças finitas é não linear e, consequentemente, é necessário o uso de um método iterativo para resolvê-las a cada passo de tempo. As variáveis dependentes obtidas no passo de tempo anterior servem de estimativas iniciais, no novo passo de tempo, para a correção das propriedades de fluido e os cálculos do coeficiente de atrito e dos coeficientes das equações discretizadas. Os resultados da solução destas equações são então usados como estimativas para a iteração seguinte, continuando até que o processo demonstre convergência dentro de uma tolerância prescrita.

A cada iteração, o código verifica se foi satisfeito o critério de convergência

$$\sum_{i=1}^{NMAX} \left| a_i \phi_i - \left(b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i-1} + d_i \phi_{i+2} + e_i \phi_{i-2} + f_i \phi_{i+3} + g_i \phi_{i-3} + h_i \right) \right| < tol.$$
(115)

onde NMAX é o número máximo de incógnitas do problema.

Se, mesmo após um número limite de iterações, não houver convergência, o passo de tempo é reduzido à metade (limitado a um valor mínimo prescrito ao início da simulação) e o processo iterativo reiniciado.

No caso de atingida a convergência, há ainda a verificação de estabilidade pelo critério CFL (Courant, et al., 1928). Se o passo de tempo utilizado respeitar critério a seguir para determinado valor de Courant, *Co*; a solução para o instante em questão é assumida definitiva e segue-se para o próximo instante. Caso contrário, o processo é reiniciado com passo de tempo reduzido até o critério ser satisfeito.

$$\Delta t \le Co \times \min\left(\Delta s / V\right)_i \tag{116}$$

Se o passo de tempo tiver sido reduzido para garantir a convergência pelo primeiro critério, a recuperação do passo de tempo nos próximos instantes é gradual.

Somente para o Modelo Homogêneo (de quatro equações), após convergida a solução acoplada para pressão, velocidade e temperatura seguindo critério da Eq. 115, ainda é necessária a convergência da equação adicional para a fração de gás. Neste caso, também é adotado critério de convergência análogo ao anterior, conforme equação a seguir. A princípio, é mantido passo de tempo herdado da solução acoplada e, na dificuldade de convergência, o mesmo é reduzido a metade e reiniciado o processo completo, resgatando toda a solução do instante anterior e retornando ao cálculo da solução acoplada para o novo passo de tempo reduzido.

$$\sum_{i=1}^{NMAX} |a_i \alpha_{Gi} - (b_i \alpha_{Gi+1} + c_i \alpha_{Gi-1} + d_i)| < tol.$$
(117)

5 Resultados e Discussões

Nesta seção, são apresentados os resultados de simulações obtidas com o modelos de três (HEM) e quatro equações (Modelo Homogêneo). O problema da despressurização de um gasoduto é avaliado em duas etapas distintas, chamadas etapas de validação e alvo. Na primeira, como o próprio nome já indica, o objetivo é validar a formulação proposta comparando seus resultados aos obtidos com os resultados de um simulador comercial de referência, usando condições de contorno simplificadas. Já a segunda etapa corresponde efetivamente ao objetivo deste trabalho, quando os resultados da formulação proposta são comparados aos obtidos com o simulador comercial, com a utilização de condições de contorno mais realistas e com um menor número de hipóteses simplificadoras do que na etapa anterior. Finalmente, uma terceira seção é introduzida neste capítulo, onde se investiga o fenômeno de despressurização utilizando outros cenários típicos da indústria de petróleo, com geometrias diferentes da ilustrada no Capítulo 2.

5.1.Etapa de Validação

Para validar a metodologia proposta, o problema descrito no Capítulo 2 foi simplificado, visando reproduzir exatamente as mesmas condições de contorno nos dois *softwares* (comercial OLGA e o desenvolvido neste trabalho).

Os dois modelos, de três e quatro equações, descritos no Capítulo 3, foram investigados. No modelo de três equações, considera-se equilíbrio homogêneo (HEM) e resolvem-se de forma acoplada as três equações de conservação para a mistura - massa, quantidade de movimento e energia. Nesta formulação, as frações de cada fase são obtidas por interpolação das tabelas, já que esta variável é tratada como uma propriedade do fluido (e não como uma propriedade do escoamento). O termo de transferência de massa entre fases é então construído para honrar as variações nas frações de cada fase. Já com o modelo de quatro equações, após a solução acoplada das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia da mistura, da mesma forma que o realizado

com o modelo de três equações, a equação de conservação de massa da fase gasosa (Eq. 31) é também resolvida.

As soluções obtidas com os dois modelos desenvolvidos neste trabalho (de três e quatro equações) foram comparadas com os resultados das simulações utilizando o *software* comercial OLGA, este último avaliando as propriedades em duas formas distintas:

- (i) composicional, em que as propriedades do fluido são calculadas de maneira rigorosa, levando em conta os diversos componentes (apresentados na Tabela 2) que formam o fluido em questão. Neste caso, resolve-se uma equação de conservação de massa para cada uma das espécies. O critério para agrupamento das espécies em fases é baseado na minimização da energia livre de Gibbs. Somente uma fase é mantida se qualquer das possibilidades de composição de uma eventual fase adicional tenha energia de Gibbs superior à do caso monofásico. Duas ou mais fases serão formadas se for possível separar a mistura das espécies nestas fases e resultando numa energia livre de Gibbs total inferior ao caso monofásico. As propriedades do fluido são então obtidas a partir das propriedades de cada componente e da concentração resultante durante o processo de despressurização.
- (ii) com tabelas, nas quais as propriedades do fluido são previamente calculadas numa faixa especificada de pressão e temperatura e aquelas necessárias durante a execução são obtidas através de interpolações, considerando composição global constante.

Neste processo de simplificação, eliminou-se a tubulação de superfície de pequeno diâmetro da configuração de interesse ilustrada na Figura 2. Na prática, é esta pequena tubulação que dita a velocidade da despressurização. Visando representar nos dois simuladores exatamente a mesma condição de contorno na saída da tubulação de interesse (com 20,3 cm de diâmetro), a vazão mássica obtida com o simulador comercial, na situação e modelagem apresentadas no Capítulo 2, foi imposta na saída (topo). A Figura 18 apresenta a variação temporal da vazão mássica imposta na saída (linha cheia) com base nos valores calculados (linha pontilhada).

Outra simplificação foi impor um coeficiente global de troca de calor constante para diferentes trechos da tubulação, conforme apresentado na Tabela 5. Estes valores também foram estimados, a partir da simulação descrita no Capítulo 2. Com esta simplificação, considerou-se o coeficiente de transferência de calor interno constante, independendo das condições locais do escoamento.



Figura 18 - Vazão mássica imposta na saída da tubulação (topo).

			Comp.	Elev.	U
	[m]	[m]	[m]	[m]	[W/m²C]
Início 1 2 3 4 5	0 570 4823 6476 6476 6476	-984 -977 -925 -905 0 10	570 4253 1653 905 10	7 52 20 905 10	15 150 15 15 15

Tabela 5 - Coeficiente global de troca de calor (U).

Como o equacionamento proposto despreza o escorregamento entre as fases (escoamento homogêneo), esta condição também foi replicada no simulador comercial. Vale salientar que, no código desenvolvido, é utilizada a mesma tabela de propriedades usada no simulador comercial e apenas nesta modalidade (tabela de propriedades), já que, para este trabalho, não foram desenvolvidas rotinas de cálculo composicional.

Quanto à malha utilizada, o trecho de tubulação no leito marinho foi discretizado em elementos de aproximadamente 100 m enquanto, no trecho vertical, utilizou-se discretização mais refinada, elementos de 10 m aproximadamente. Nos resultados a seguir, foi usado Co (Courant) equivalente a

0,85 (Modelo de Equilíbrio Homogêneo, de três equações) e 0,1 (Modelo Homogêneo, de quatro equações).

A Figura 19 e a Figura 20 expõem os resultados de pressão e temperatura ao longo do tempo para as posições de topo e base do domínio. Analisando-as, observa-se que todas as simulações apresentam resultados qualitativamente semelhantes.

A pressão (Figura 19) apresenta uma queda acentuada no início do processo (primeira hora) seguida de uma queda mais suave, à medida que o tempo passa. Observa-se claramente uma correlação direta entre o comportamento da pressão nestas duas posições, com apenas um pequeno retardo na base com relação ao topo.

Analisando a variação temporal da temperatura no topo da tubulação, Figura 20a, também se observa uma queda bem acentuada da temperatura na primeira hora do processo de despressurização, a partir de quando a temperatura passa a ser recuperada. A variação da temperatura na base da tubulação segue um comportamento análogo; porém, inicialmente, como o fundo do mar encontra-se a baixa temperatura (Figura 3), o gás em seu interior estava a 4ºC e as variações observadas da temperatura são bem mais suaves.



Figura 19 - Variação temporal da pressão no topo e base. Caso validação.



Figura 20 - Variação temporal da temperatura no topo e base. Caso validação.

Para melhor compreender o fenômeno de despressurização é interessante avaliar as variações obtidas de pressão e temperatura no interior da tubulação juntamente com o envelope de fase da mistura de hidrocarbonetos em questão. Este envelope de fase é então apresentado na Figura 21 e consiste na variação da pressão com a temperatura mantendo a fração de gás constante. O interior do envelope corresponde à região onde as duas fases (líquido e gás) estão presentes. Na figura, também está destacado com o símbolo de diamante, o ponto crítico para o fluido considerado.



Figura 21 - Estados do topo e base durante despressurização. Caso validação.

Apresenta-se na Figura 21 a trajetória dos estados termodinâmicos no interior da tubulação no topo e base do domínio durante a despressurização, superposta ao envelope de fases da mistura de hidrocarbonetos. Estas trajetórias correspondem aos resultados obtidos com as duas metodologias desenvolvidas neste trabalho. Da sua análise, pode-se inferir o aparecimento de líquido quando as condições de pressão e temperatura tocam o envelope de fases, o que ocorre em aproximadamente 1 hora após o início do processo.

Ainda analisando a Figura 21, observa-se que ocorre uma reversão na tendência de formação de líquido, quando as trajetórias de pressão e temperatura na base e topo da tubulação caminham em direção a maiores frações de gás dentro do envelope de fase. Este comportamento das curvas está de acordo com a variação temporal do inventário de líquido total ilustrado na Figura 22a - $\int \alpha_G A \, ds$ - e do fluxo de massa total entre fases apresentado na Figura 22b - $\int \Gamma A \, ds$. Observa-se um aumento do volume de líquido total no interior da tubulação, o qual decai, quando o fluxo de massa passa a ocorrer do líquido para o gás, conforme apresentado na Figura 22b. Ainda na Figura 22a, os modelos desenvolvidos no presente trabalho apresentam o mesmo comportamento, com relação a variação temporal do inventário de liquido total, do que o previsto pelo *software* OLGA com o modelo composicional, o qual prevê uma maior quantidade de líquido.



 (a) volume de líquido total
 (b) Fluxo de massa entre fases
 Figura 22 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido total e fluxo de massa entre fases no domínio. Caso validação.

As distribuições espaciais da fração de gás, pressão e temperatura após 1 hora e 2 horas do início da despressurização encontram-se ilustradas na Figura 23 e Figura 24. Os resultados obtidos com as duas modelagens de três e quatro equações são comparados à previsão obtida com o *software* OLGA, com o modelo composicional. Conforme observado na análise da evolução de pressão e temperatura junto com o envelope de fase, o escoamento é praticamente monofásico durante o transiente inicial, e boa concordância é obtida para as três variáveis com os três modelos. Após uma hora, no trecho inferior praticamente horizontal, não existe líquido, o qual começa a ser formado na região do topo do *riser* (Figura 23). Pequeno gradiente de pressão é observado na região quase horizontal, basicamente devido ao atrito viscoso (Figura 24a). Já na região do *riser*, devido ao efeito hidrostático da coluna de fluido, a queda de pressão é acentuada. A variação da temperatura ao longo do duto encontra-se ilustrada na Figura 24b. Observa-se que, nos trechos de duto rígido, devido à sua alta condutividade térmica e ausência de isolamento (Tabela 1), a temperatura é aproximadamente constante no interior do duto (próxima à do mar). As temperaturas mais baixas nos trechos imediatamente antes e após o duto rígido correspondem à região de duto flexível. Na região inferior do *riser*, a temperatura cai, porém, com o aumento da temperatura do meio exterior a profundidades mais rasas, ocorre uma reversão desta tendência e a temperatura da mistura sobe no trecho final.

Após duas horas do início da despressurização, o comportamento do escoamento é análogo ao comentado após uma hora de processo, porém, diferenças podem ser observadas entre as modelagens. As maiores diferenças ocorrem com relação a fração de gás, pois como já comentado, o modelo composicional prevê uma maior formação de líquido. As distribuições de pressão e temperatura obtidas com o modelo de três equações apresentam excelente concordância com a distribuição obtida com o modelo composicional.



Figura 23 - Perfis de fração volumétrica de gás ao longo do comprimento do duto. Caso validação.


Figura 24 - Perfis de pressão e temperatura ao longo do comprimento do duto. Caso validação.

Uma vez compreendido o fenômeno ocorrido durante o processo de despressurização, pode-se mais facilmente interpretar o desempenho das diferentes formulações para o problema.

Analisando a Figura 19 e a Figura 20, é possível constatar uma excelente concordância entre os resultados de pressão e temperatura obtidos com o simulador OLGA na modalidade "composicional" (linhas pontilhadas) e com o Modelo Homogêneo (linhas grossas contínuas). A boa concordância entre essas duas modelagens está diretamente relacionada com a formação de líquido no interior da tubulação, conforme ilustrado na Figura 22a. Porém, o presente modelo prevê um menor volume total de líquido do que o modelo composicional do OLGA. Isto se deve a pequenas diferenças de envelope de fases previstos para a composição do fluido em questão no PVTsim (que gerou o arquivo composicional usado no OLGA) e o Multiflash (que gerou a tabela usada na simulação do Modelo Homogêneo de Mistura).

Analisando a Figura 22a, correspondente ao inventário do volume de líquido formado, observa-se que o simulador comercial OLGA não consegue prever a formação de líquido quando as propriedades são determinadas através do uso das tabelas termodinâmicas. Uma consequência deste fato é o maior nível de pressão obtido, tanto na base como no topo da tubulação (Figura 19) pelo simulador OLGA no modo "tabela". A incapacidade de prever a formação de líquido com esta modelagem também é refletida na variação temporal da temperatura, induzindo a um desvio com relação a curva obtida no caso mais realista com a formulação composicional (Figura 20). Não fosse por esta dificuldade na previsão de condensado, esperava-se encontrar resultados semelhantes do simulador quando executado utilizando os enfoques "composicional" ou "tabela", uma vez que, para efeitos de comparação e validação do código proposto, o escorregamento entre as fases encontrava-se desabilitado.

No que se denominou Modelo Homogêneo (HM), foi testada também outra forma de resolução do problema na qual as frações de cada fase não são mais diretamente lidas nas tabelas, mas sim são resultado da solução de mais uma equação de conservação (além das três anteriores): continuidade da fase gás. Esta equação adicional é resolvida em separado, após convergida a solução das outras três para cada instante de tempo, uma vez que é mantido o acoplamento $(p, V \in T)$ anterior. Nesta forma, os termos de transferência de massa entre fases são construídos a partir das derivadas (em relação a pressão e temperatura) da variável fração mássica de gás interpolada nas tabelas.

Na prática, esta forma mostrou-se mais instável, não sendo possível atingir seu fim pretendido; já que, apesar dos esforços, sempre houve "quebra" da simulação antes do tempo total simulado que se objetivava atingir (simuladas 10 h, em vez das 14 h pretendidas). Do início da simulação até a iminência de entrada no envelope de fases, a simulação (essencialmente monofásica) ocorre de forma praticamente idêntica à do caso anterior (HEM). Ao se atingir o envelope, há certo atraso na formação de condensado e, por isso, seus resultados se alinham, a princípio, com aqueles do simulador OLGA no modo "tabela". Uma vez formada quantidade significativa de condensado, os valores tendem a se aproximar dos casos OLGA "composicional" e Modelo de Equilíbrio de Mistura (HEM) até voltarem a divergir quando, ao contrário dos outros casos, o Modelo Homogêneo apresenta quase nenhum líquido remanescente nas linhas (Figura 22a). Acreditase que a formação e evaporação excessivas de condensado no caso do Modelo Homogêneo se devam ao mau comportamento das derivadas da fração mássica de gás (Figura 14), que por sua vez formam os termos de transferência de massa (ver item 3.2). Pode ser visto na Figura 14 que, nas fronteiras do envelope de fases, há bruscas variações desta variável para então assumir um comportamento mais ameno no interior do envelope.

De maneira geral, a boa concordância dos resultados dos modelos de três e quatro equações (HEM e HM, respectivamente) com aqueles do simulador OLGA no modo "composicional" também se repete na variável principal de interesse deste trabalho, ou seja, no tempo necessário para despressurização. A Tabela 6

compara os tempos necessários para frações da pressão inicial (p_i) para cada um dos casos. Nela percebem-se desvios de até 11% do modelo HM em relação ao do OLGA (composicional) e até 7% do modelo HEM.

	50% p _i		15% p _i	
OLGA (comp.)	3.45	-	13.3	-
OLGA (tab.)	5.24	52%		
3 eqs.	3.36	-2%	12.4	-7%
4 eqs.	3.84	11%		

Tabela 6 - Tempo simulado (h) até percentual da pressão inicial (*p_i*). Caso validação.

Visando verificar se as discrepâncias observadas nas distribuições de pressão e temperatura obtidas com o *software* OLGA utilizando "tabelas" para a determinação das propriedades, e devido a falha deste modelo em prever a formação de condensado, um teste adicional foi realizado. Este consistiu em resolver o mesmo problema, porém, forçando um valor nulo para a transferência de massa entre as fases, i.e., impedindo a formação de líquido. Os resultados obtidos com o simulador comercial OLGA utilizando as duas modelagens "tabela" e "composicional" foram comparados com as previsões do modelo proposto aqui com três equações. A Figura 25 apresenta a variação temporal da pressão e temperatura na posição de topo obtida com as três metodologias. Comparando-se estes resultados com aqueles das Figura 19a e Figura 20a, observa-se maior concordância entre as soluções na ausência de líquido, indicando ser fundamental prever adequadamente a formação de condensado para obter uma boa previsão do escoamento.

Os resultados obtidos nesta etapa de validação foram considerados satisfatórios. A modelagem proposta se mostrou positiva, pois, apesar de ser mais aproximada, é bem mais simples e rápida de ser obtida numericamente e apresenta resultados análogos a formulação mais completa obtida com o *software* OLGA, a qual considera a mudança da composição do fluido durante o processo de despressurização.



Figura 25 - Evolução temporal da pressão e temperatura no topo (sem transferência de massa entre fases).

5.2.Etapa Alvo

Uma vez validado o equacionamento proposto, partiu-se para a comparação dos resultados do modelo HEM com o simulador OLGA (apenas caso composicional) sem as simplificações adotadas nas condições de contorno do item anterior. Nesta fase, os resultados obtidos são comparados à simulação de referência cujos resultados já foram apresentados no Capítulo 2.

Assim, a vazão mássica de saída não deve mais ser imposta e foi então substituída por uma expressão analítica para escoamento de Fanno, que busca representar as condições na tubulação de superfície (pequeno trecho de 50 m de comprimento e 1" de diâmetro). Optou-se por não adicionar este último trecho ao domínio a ser discretizado em razão da instabilidade e dificuldade de convergência geradas na simulação se assim feito. Tomada esta decisão, a comparação entre as vazões mássicas obtidas na saída da tubulação (topo) na forma aqui proposta e obtida no simulador OLGA permite constatar uma boa concordância entre si.



Figura 26 - Vazão mássica calculada na saída da tubulação (topo).

A condição de coeficientes globais de transferência térmica fixos foi substituída pelo cálculo do mesmo ao longo do domínio e do tempo de simulação a partir de correlações descritas no item 3.4.1 para a convecção interna e da imposição apenas da convecção externa (fixa no tempo, mas variável no espaço) conforme Tabela 4. A Figura 27 compara resultados do modelo HEM e do simulador OLGA 1 e 10 h após o início da despressurização. Apesar de aparente discrepância entre eles no trecho de tubulação menos isolado termicamente (duto rígido, entre 500 e 5000m), o resultado final parece não ser afetado, como será evidenciado mais adiante. Atribuem-se estas discrepâncias às diferentes correlações empíricas (item 3.4.1) para o cálculo do coeficiente de transferência por convecção interno (h_i) utilizadas no simulador OLGA e neste trabalho (Figura 28). Vale ressaltar que estas discrepâncias não afetam o coeficiente global nos trechos de duto flexível, mais isolado termicamente do que o trecho rígido, já que no caso flexível prepondera o efeito da menor condutividade da parede do tubo no cálculo do coeficiente global (U). Recomenda-se que estas discrepâncias sejam esclarecidas em trabalhos futuros.



Figura 27 - Perfis de coeficientes globais de transferência térmicos (*U*) ao longo da tubulação.



Figura 28 - Perfis de coeficientes de transferência de calor por convecção internos (*h_i*) ao longo da tubulação.

Uma vez que o problema utilizado na fase de validação é uma versão simplificada do caso de interesse analisado nesta etapa do trabalho, espera-se que o comportamento qualitativo do escoamento seja análogo ao já discutido na seção anterior.

Da Figura 29 a Figura 31, apresenta-se a comparação dos resultados obtidos neste trabalho com o modelo HEM e a solução do modelo composicional

completo obtida com o OLGA. Apresenta-se a variação temporal da pressão e temperatura no topo e base, assim como a evolução temporal do inventário do volume de líquido total e do fluxo de massa entre fases, como no caso anterior. Observa-se que os resultados têm boa coerência entre si, principalmente quanto à evolução da pressão no domínio ao longo do tempo (Figura 29). Na comparação das temperaturas calculadas, os valores no topo (Figura 30a) também tiveram boa coerência. Já na base (Figura 30b), comportamentos relativamente distintos são percebidos, em razão, principalmente, do resultado do simulador comercial ser fruto da consideração de escorregamento entre fases (e portanto considerar o acúmulo de líquido nesta região), enquanto no código é feita a premissa de escoamento homogêneo (ver Figura 32). Ou seja, fluidos distintos estão presentes nesta região nos dois casos e, portanto, diferentes valores de temperaturas eram esperados. Esta diferença nas frações de condensado também se evidencia na Figura 31.







Figura 30 - Variação temporal da temperatura no topo e na base. Caso alvo.



Figura 31 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Caso alvo.

Há que se destacar a enorme diferença de ordem de grandeza dos tempos de processamento dos dois casos. Enquanto a simulação do OLGA levou alguns dias para sua conclusão, a simulação usando o código proposto é da ordem de poucos minutos. Para esta vantagem, acredita-se que a maior contribuição venha da consideração de escoamento de Fanno na tubulação de superfície, ou seja, da substituição de um trecho a ser discretizado e resolvido numericamente por uma expressão analítica que fornece resultados muito semelhantes (conforme Figura 26).



Figura 32 - Perfis de fração volumétrica de gás (α_G) ao longo do comprimento do duto. Caso alvo.

O principal objetivo do presente estudo é a determinação do tempo necessário para a despressurização do gasoduto, de forma rápida e com precisão aceitável. Dessa forma, a partir dos resultados obtidos, pode-se afirmar que o modelo simplificado proposto atende ao desejado, já que apresenta desvio relativamente pequeno em relação à referência, resultado obtido no OLGA "composicional" com escorregamento, conforme Tabela 7.

Tabela 7 - Tempo simulado (h) até percentual da pressão inicial (p_i). Caso alvo.

	50% p _i		15% p _i		
OLGA (comp.)	2.69	-	9.37	-	
З eqs.	3.19	18%	10.9	17%	

5.3.Casos Complementares

Neste item, são mostrados casos complementares aos dos itens anteriores. Investiga-se a influência da topografia no processo de despressurização, assim como do nível de pressão no gasoduto.

O primeiro caso trata praticamente do mesmo problema apresentado no item 5.2, sendo a única diferença a consideração de uma geometria levemente distinta. Neste novo caso, a partir da válvula no leito marinho (nó fechado) até a base do *riser*, o caminho do escoamento é estritamente descendente (em vez de estritamente ascendente, como até então considerado).

O segundo caso analisa a injeção de gás em um gasoduto típico encontrado no Pré-Sal. Neste caso, não só a topografia é outra, mas o nível de pressão é mais elevado.

5.3.1.Inversão de Batimetria

A Figura 33 ilustra a geometria do gasoduto para este caso, o qual apresenta inversão de batimetria com relação ao caso alvo. Todos os outros parâmetros foram definidos iguais ao caso alvo.



Figura 33 - Geometria do duto de gás (batimetria invertida).

Da mesma forma que nos exemplos anteriores, compara-se os resultados do presente modelo de três equações (HEM) com a solução obtida com o OLGA, utilizando o modelo composicional.

Apresenta-se na Figura 34 a variação temporal da pressão na base e topo do gasoduto, onde se pode observar uma excelente concordância entre as previsões, em especial na base do duto.

Os resultados correspondentes a variação temporal da temperatura na base e topo encontram-se na Figura 35, enquanto que a evolução temporal do inventário de líquido e fluxo de massa entre as fases pode ser analisado na Figura 36.



Figura 34 - Variação temporal da pressão no topo e base. Batimetria invertida.



Figura 35 - Variação temporal da temperatura no topo e na base. Batimetria invertida.



Figura 36 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Batimetria invertida.

Assim como no caso da pressão, as diferenças nos resultados de temperatura do presente modelo em relação aos do simulador comercial são bem pequenas. No OLGA, a consideração do escorregamento entre as fases provoca uma tendência ao acúmulo de líquido na base do *riser* (Figura 37), em vez do nó fechado no caso anterior (Figura 32, item 5.2). Como a base do *riser* é uma seção de alta velocidade, quando comparado à do nó fechado (velocidade próxima à nula), há menor acúmulo residual de condensado ao final da simulação, aproximando os resultados àqueles se adotada premissa de não deslizamento entre fases (escoamento homogêneo). Este último fato fica evidente na comparação da Figura 36a com a Figura 31a, que apresentam os inventários de líquido ao longo do tempo, o que justificaria a boa concordância entre os resultados de pressão simulados e de referência (Figura 34). Também por conta do menor acúmulo de líquido na simulação do OLGA nesta configuração de batimetria, as temperaturas no nó fechado (base) são praticamente idênticas nos casos comparados (Figura 35b).



Figura 37 - Perfis de fração volumétrica de gás (α_G) ao longo do comprimento do duto. Batimetria invertida.

5.3.2. Duto de Injeção de Gás no Pré-Sal

Nesta etapa, foi simulado um caso típico dos novos projetos do Pré-Sal, cuja geometria está ilustrada na Figura 38. Nela, está representada uma situação de duto de injeção de gás que deve ser despressurizado a partir de patamar de pressão muito superior aos casos anteriores (conforme condições iniciais na Figura 39).

A Tabela 8 e Tabela 9 apresentam detalhes da instalação, indicando dados geométricos e de materiais de cada trecho da tubulação. A composição do gás é a mesma dos casos anteriores (Tabela 3). Foi considerado um coeficiente global de troca de calor constante para toda a tubulação (14 W/m²C).

Utilizaram-se aqui as mesmas premissas daquelas da etapa de validação do caso anterior (item 5.1) com a eliminação da tubulação de superfície de pequeno diâmetro e a imposição de vazão mássica obtida em uma simulação completa prévia no programa OLGA no modo composicional. A Figura 40 apresenta a variação temporal da vazão mássica imposta na saída (linha cheia) com base nos resultados calculados (linha pontilhada) pelo simulador OLGA.



Figura 38 - Geometria típica de duto de injeção de gás no Pré-Sal.



Figura 39 - Condição inicial (repouso). Caso Pré-Sal.

Da mesma forma dos casos anteriores, o trecho de tubulação no leito marinho foi discretizado em elementos de aproximadamente 100 m; enquanto, no trecho suspenso, utilizou-se discretização mais refinada, elementos de 10 m aproximadamente. Também foi usado Co (Courant) equivalente a 0,85 (Modelo de Equilíbrio Homogêneo, de três equações) e 0,1 (Modelo Homogêneo, de quatro equações).

			Comprimento		Diâmetro		
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
Infeie	0	2250					
INICIO	7200.0	-2250	7004	100	0.450	0.044	0.00001
1	7300.0	-2150	7301	100	0.152	0.044	0.00061
2	7450.8	-2051	181	100	0.152	0.044	0.00061
3	7554.1	-1851	224	199	0.152	0.044	0.00061
4	7621.5	-1652	210	199	0.152	0.044	0.00061
5	7675.4	-1453	206	199	0.152	0.044	0.00061
6	7724.7	-1254	205	199	0.152	0.044	0.00061
7	7783.1	-1155	115	100	0.152	0.044	0.00061
8	7819.0	-1135	41	20	0.152	0.044	0.00061
9	7890.8	-1155	75	-20	0.152	0.044	0.00061
10	7971.7	-1185	86	-30	0.152	0.044	0.00061
11	8079.5	-1155	112	30	0.152	0.044	0.00061
12	8241.1	-956	256	199	0.152	0.044	0.00061
13	8339.9	-657	315	299	0.152	0.044	0.00061
14	8399.7	-358	305	299	0.152	0.044	0.00061
15	8442.5	8	369	366	0.152	0.044	0.00061
16	8492.5	8	50	0	0.025	0.013	0.00018

Tabela 8 - Dados da geometria dos trechos de duto (Pré-Sal).

Tabela 9 - Dados das propriedades do material dos trechos de duto (Pré-Sal).

			Comprimento		Calor específico	Condutividade	
	[m]	[m]	[m]	[m]	[J/kg-C]	[W/m-C]	[kg/m3]
Início	0 7300 0	-2250	7301	100	1300	0.55	3500
2	7450.0	2051	101	100	1200	0.55	3500
2	7450.6	-2051	101	100	1300	0.55	3500
3	7554.1	-1851	224	199	1300	0.55	3500
4	7621.5	-1652	210	199	1300	0.55	3500
5	7675.4	-1453	206	199	1300	0.55	3500
6	7724.7	-1254	205	199	1300	0.55	3500
7	7783.1	-1155	115	100	1300	0.55	3500
8	7819.0	-1135	41	20	1300	0.55	3500
9	7890.8	-1155	75	-20	1300	0.55	3500
10	7971.7	-1185	86	-30	1300	0.55	3500
11	8079.5	-1155	112	30	1300	0.55	3500
12	8241.1	-956	256	199	1300	0.55	3500
13	8339.9	-657	315	299	1300	0.55	3500
14	8399.7	-358	305	299	1300	0.55	3500
15	8442.5	8	369	366	1300	0.55	3500
16	8492.5	8	50	0	500	16	8000



Figura 40 - Vazão mássica imposta na saída da tubulação (topo). Caso Pré-Sal.

A Figura 41 expõe os resultados de pressão ao longo do tempo para as posições de topo e base do domínio. Analisando-as, observa-se que todas as simulações apresentam resultados qualitativamente semelhantes, embora o caso do modelo HEM (três equações) apresente interrupção abrupta com aproximadamente 1 h de simulação.

A Figura 42 demonstra os resultados de temperatura ao longo do tempo para as posições de topo e base do domínio. No caso do modelo HM (quatro equações), é possível perceber uma tendência distinta no topo (Figura 42a) em relação aos casos referentes ao simulador OLGA no período entre 1 e 3 h de simulação, o qual se refere às adjacências do envelope de fases. Na Figura 43, percebe-se que a entrada no envelope de fases na região do topo no modelo HM se dá a esquerda do ponto crítico enquanto em ambos os casos do simulador OLGA se dá pela direita. Acredita-se que as fortes variações das propriedades de fluidos ao redor deste ponto notável (crítico) justifiquem as trajetórias distintas nos casos expostos, sem se conseguir precisar exatamente seus motivos.



Figura 42 - Variação temporal da temperatura no topo e na base. Caso Pré-Sal.



Figura 43 - Estados do topo e base durante despressurização. Caso Pré-Sal.

Na Figura 44a, o modelo HM não apresenta quase nenhuma formação de líquido até período de 2 h de simulação, a partir de quando passa a ter comportamento semelhante ao do OLGA "composicional". Quanto ao comportamento da simulação OLGA "tabela", a grande formação de líquido prevista logo ao início da simulação (em torno de 1 h), na verdade, diz respeito à transição gás-líquido na região monofásica e não efetivamente a uma mudança de fase propriamente dita. Percebe-se que, quando efetivamente dentro do envelope de fases, esta modalidade mais uma vez não foi capaz de prever satisfatoriamente a formação de líquido. Comportamento semelhante a este foi obtido com o modelo HEM que, ao cruzar esta fronteira gás-líquido na região monofásica, também prevê a conversão quase instantânea de todo o gás disponível numa fase líquida. Depois deste evento, infelizmente, a simulação é interrompida na iminência de entrada no envelope de fases.



Figura 44 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Caso Pré-Sal.

Ainda no caso do modelo HM, para o qual foi possível simular período superior a 8 h, nota-se que houve ocorrência semelhante à do item 5.1 no comportamento da fração de gás. Ou seja, em relação ao resultado OLGA "composicional", houve um retardo no início de formação de líquido e, após atingido um máximo, a vaporização total deste líquido (6 h) quando, segundo a simulação OLGA, ainda deveria haver líquido disponível. Este consumo exagerado de líquido parece estar relacionado às instabilidades vistas na simulação a partir deste instante.

A respeito do retardo na formação de condensado, cabe enfatizar que, ao cruzar a fronteira gás-líquido na região monofásica, as derivadas de fração de gás obtidas a partir das tabelas de propriedades de fluido são nulas. Assim, não há nenhuma conversão de gás em líquido, já que os termos de transferências de massa (Γ) construídos a partir destas derivadas são nulos. Ao efetivamente entrar no envelope de fases pela região à esquerda do ponto crítico, estas derivadas da fração de gás são no sentido de formação de gás a partir de líquido (conforme Figura 44b), que ainda não existe neste caso. Assim, nenhum líquido está presente no estágio inicial dentro do envelope de fases (entre 0,5 e 3 h aproximadamente), em contraste com o resultado de referência (OLGA "composicional").

Na tentativa de solucionar os problemas encontrados nas simulações anteriores (modelos HEM e HM), foi deslocada a posição da transição gás-líquido na região monofásica presente na tabela de propriedades de fluido, de modo a não haver seu cruzamento durante as simulações, conforme resultado ilustrado na Figura 45. Neste caso, o novo critério de identificação de fases considerou que a transição gás-líquido ocorre a -40 °C, no entanto considerando-se as mesmas propriedades que a tabela anterior na região modificada. A nova tabela é também usada nos resultados OLGA "tabela".



Figura 45 - Fração mássica de gás original (esquerda) e modificada (direita).

No caso do modelo HM, percebe-se melhor concordância da temperatura de topo em relação às simulações OLGA "composicional" (Figura 47a) e a formação antecipada de líquido (Figura 48a) em relação ao caso anterior (Figura 44a), aproximando-se também dos resultados de referência. Com o deslocamento da transição gás-líquido, a entrada no envelope de fases a esquerda do ponto crítico agora leva à formação quase imediata de uma fase líquida em razão da inversão de sinal das derivadas parciais de fração de gás em relação à pressão obtidas a partir da tabela de propriedades.

Já para o caso do modelo HEM, apesar dos esforços, os resultados da modificação na tabela de propriedades mostram ganhos quase marginais, já que a simulação avança um pouco na região no interior do envelope de fases, mas novamente não foi possível evitar sua interrupção prematura. Conforme esperado, não é mais verificada (Figura 48a) a transformação abrupta do inventário de gás para líquido na região monofásica como ocorria antes (Figura 44a) da modificação, tanto no OLGA "tabela" como no modelo HEM.



Figura 46 - Variação temporal da pressão no topo e base. Caso Pré-Sal (mod.).



Figura 47 - Variação temporal da temperatura no topo e na base. Caso Pré-Sal (mod.).



Figura 48 - Evolução temporal do inventário do volume de líquido total (a) e fluxo de massa entre fases no domínio (b). Caso Pré-Sal (mod.).



Figura 49 - Estados do topo e base durante despressurização. Caso Pré-Sal (mod.).

6 Conclusão

Foram modelados e simulados numericamente casos de despressurização de dutos de gás *offshore* em diferentes situações. Nelas, há formação de uma fase líquida (condensado) a partir de um inventário inicial de fluido supercrítico. Para tanto, foram apresentadas duas modelagens distintas: de três (Modelo de Equilíbrio Homogêneo ou HEM) e quatro (Modelo Homogêno ou HM) equações de conservação, ambas com premissa de não deslizamento entre fases, mas com diferenças na forma de solução das frações de cada fase (líquido e gás).

Diferentes configurações do problema típico de despressurização foram investigadas e o tempo necessário para despressurizar a tubulação foi determinado.

A introdução da solução analítica de Fanno na saída da tubulação se mostrou excelente, não só por fornecer resultado de boa qualidade, mas também, por ser substancialmente mais simples, auxiliando a reduzir o tempo de computação, assim como eliminando dificuldades de obtenção de solução numérica para o escoamento estrangulado.

Os resultados obtidos utilizando as duas modelagens para a determinação da fração de gás apresentaram boa concordância com os resultados de simulador comercial de referência, com o benefício de ordem de grandeza inferior de tempo de simulação.

Em casos em que o escorregamento entre fases possa ser negligenciado, é preferível a adoção de modelo simplificado (HEM) com a imposição de frações de gás a partir de tabelas PVT a modelos com a resolução de uma equação de conservação de massa (como o modelo de quatro equações proposto - HM). Nestes últimos, dadas as fortes variações de fração de gás nos arredores do envelope de fases, imprecisões são acumuladas ao longo da simulação, comprometendo o resultado final. Assim, é importante avaliar o efeito do refinamento e da melhoria da qualidade da tabela, principalmente, próximo das fronteiras do envelope de fases. Em casos em que a variação de composição

induzida pelo forte escorregamento entre as fases é significativa, é recomendável a adoção de modelagem composicional em detrimento do uso de tabelas de propriedades para uma composição fixa da mistura. Outra sugestão para trabalho futuro consiste em introduzir deslizamento entre as fases no Modelo Homogêneo (HM), comparando-se com o desempenho do Modelo de Dois Fluidos (simulador OLGA) para a solução de problemas de despressurização.

Recomenda-se também para trabalhos futuros a avaliação de uma abordagem mista: a solução de apenas três equações de conservação enquanto na região monofásica, de modo a lidar de maneira melhor com a transição gáslíquido nesta região, e a solução de uma equação adicional (conservação de massa da fase gás) apenas quando dentro do envelope de fases. Além disso, quando nesta última condição, recomenda-se a solução acoplada de todas as variáveis na tentativa melhorar a taxa de convergência com relação ao procedimento utilizado neste trabalho, no qual a fração do gás foi resolvida em separado das demais variáveis.

Uma vez que o caso é fortemente não linear e alguns problemas de convergência foram encontrados, sugere-se a implementação do Método de Newton-Raphson para tratar as não linearidades do sistema.

Finalmente recomenda-se investigar o processo de despressurização considerando outras composições do gás. Principalmente para fluidos de maior capacidade térmica do que o considerado neste trabalho, recomenda-se também estudar a adequabilidade das correlações usadas para estimar os coeficientes de transferência de calor por convecção, uma vez que grandes desvios foram encontrados em relação aos resultados do simulador comercial de referência.

Referências bibliográficas

ABBASPOUR, M.; CHAPMAN, K. S.; GLASGOW, L. A. Transient modeling of non-isothermal, dispersed two-phase flow. **Applied Mathematical Modelling 34**, 2010.

BENDIKSEN, K. H. et al. The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application. **SPE Production Engineering**, Maio 1991.

BOTROS, K. K.; JUNGOWSKI, W. M.; WEISS, M. H. Models and Methods of Simulating Gas Pipeline Blowdown. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, 67, 1989.

BURLUTSKIY, E. A one-dimensional mathematical model of multi-component fluid flow in pipes and its application to rapid decompression in dry natural gas mixtures. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, 2013.

BURLUTSKIY, E. Numerical analysis of phase behavior during rapid decompression of rich natural gases. **Process Safety and Environmental Protection**, 2014.

CHEN, J. R.; RICHARDSON, S. M.; SAVILLE, G. Modelling of two-phase blowdown from pipelines - II. A simplified numerical method for multicomponent mixtures. **Chemical Engineering Science, Volume 50, Issue 13**, Julho 1995. 2173-2187.

COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. On the partial difference equations of mathematical physics. **IBM Journal of Research and Development**, 1967 [1928].

EUCKEN, A. Allgemeine GesetzmäBigkeiten für das Wärmeleitvermögen, Jan./Fev. 1940.

EVANGER, T. et al. Full-scale depressurization of a section of a riser platform. Measurements and comparison with simulations. Journal of Hazardous Materials, Volume 46, Issues 2-3, Abril 1996. 117-129.

FIROOZABADI, A. Thermodynamics and applications of hydrocarbon energy production. [S.1.]: McGraw Hill Professional, 2015.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 5a Edição. ed. Rio de Janeiro: LTC Editora Guanabara Dois S.A, 1998.

GNIELINSKI, V. On the heat trasnfer in tubes. International Journal of Heat and Mass Transfer, 81, 2013.

HAALAND, S. E. Simple and explicit formulas for the friction factor in turbulent pipe flow. **J. Fluid Engineering**, 105, 1983.

ISHII, M.; HIBIKI, T. Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow. 2a Edição. ed. [S.l.]: Springer, 2011.

KOEIJER, G. et al. Experiments and modeling of two-phase transient flow during CO2 pipeline depressurization. **Energy Procedia, Volume 1, Issue 1**, Fevereiro 2009. 1683-1689.

MAHOOD, H. B.; RASHEED, F. L.; ABBAS, A. K. Analytical and Numerical Investigation of Transient Gas Blow down. **Modern Applied Science**, *5*, 2011.

MUNKEJORD, S. T.; HAMMER, M. Depressurization of CO2-rich mixtures in pipes: Two-phase flow modelling and comparison with experiments. **International Journal of Greenhouse Gas Control**, 2015.

PATANKAR, S. V. Numerical heat transfer and fluid flow. [S.l.]: McGraw Hill, 1980.

PENG., D. Y.; ROBINSON, D. B. A new two constant equation of state. Ind. Eng. Chem. Fund., 15, 1976. 59-64.

PRESS, W. H. et al. Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing Cambridge Univ. Press, 1992.

RICHARDSON, S. M.; SAVILLE, G. Blowdown of LPG Pipelines. Trans IChemE, 74, 1996.

XIA, J. L.; SMITH, B. L.; YADIGAROGLU, G. A simplified model for depressurization of gas-filled pressure vessels. International Communications in Heat and Mass Transfer, Volume 20, Issue 5, Setembro 1993. 653-664.

ZUCKER, R. D.; BIBLARZ, O. **Fundamentals of Gas Dynamics**. 2a Edição. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2002.