

ANÁLISE DA DEMANDA CONTRATADA POR UNIDADES CONSUMIDORAS DO GRUPO A SOB A ÓTICA REGULATÓRIA

Frederico Kós Botelho

ANÁLISE DA DEMANDA CONTRATADA POR UNIDADES CONSUMIDORAS DO GRUPO A SOB A ÓTICA REGULATÓRIA

Aluno: Frederico Kós Botelho

Orientador: Alexandre Street de Aguiar

Resumo

Esse trabalho tem como objetivo apresentar uma análise quantitativa da demanda contratada junto à distribuidora por consumidores do grupo A sob diferentes aspectos regulatórios. A resolução normativa REN414/2010 da ANEEL permite ao consumidor reduzir apenas uma única vez, em um período de 12 meses, o montante de uso do sistema de distribuição (MUSD) contratado mensalmente e estabelece uma regra de tarifação não contínua para ultrapassagem de demanda, dentre suas condições gerais do fornecimento de energia elétrica. Essas duas características regulatórias foram modificadas nas simulações realizadas e o impacto dessas alterações para o consumidor foi estudado.

Esse estudo foi feito através de um modelo de otimização estocástica do MUSD contratado desenvolvido no software Xpress, utilizando cenários de previsão gerados por uma simulação de Monte Carlo com base na série histórica de demanda máxima mensal de um certo consumidor.

Palavras-chave: MUSD, Otimização Estocástica, Demanda Contratada, REN 414, Previsão de Demanda

An Analysis of the Contracted Demand by High Voltage Consumer Units under Regulatory Perspective

Abstract

The present work aims to introduce a quantitative analysis of the contracted demand with the electricity distribution company by high voltage consumers under different regulatory aspects. ANEEL ruling REN414/2010 states that the consumer can only reduce once during a 12-month period the monthly contracted demand and establishes a non-continuous penalty charge for overpassing the contracted demand among its general conditions for electricity supply. These two rulings were modified in the simulations performed and the impact for the consumer of these alterations was analyzed.

This study was conducted by a stochastic optimization model of the contracted demand developed in the software Xpress using forecast scenarios generated by a Monte Carlo simulation based on the time series of the maximum monthly demand of a certain consumer.

Keywords: Stochastic Optimization, Contracted Demand, REN 414, Demand Forecast

Lista de Figuras

Fig 1 Custo associado à demanda contratada e à cobrança de ultrapassagem	6
Fig 2 Proposta para a curva de custos associada à demanda.....	7
Fig 3 Série Temporal dos dados de demanda fora ponta medidos (Jan/2005 – Set/2014).....	8
Fig 4 Correlograma da série de demanda	9
Fig 5 Teste de raiz unitária ADF na série sazonal.....	10
Fig 6 Teste estatístico do modelo estimado para a série de diferença sazonal da demanda	11
Fig 7 Teste residual de normalidade Jarque-Bera	11
Fig 8 Correlograma com testes residuais de dependência linear e não linear.....	12
Fig 9 Comparação da previsão do modelo com os dados de demanda medidos	13
Fig 10 Histograma da demanda prevista para o mês de agosto (10 mil cenários)	15
Fig 11 Histograma da demanda prevista para o mês de agosto (500 cenários).....	15
Fig 12 Curva de distribuição de perdas de uma empresa	17
Fig 13 Demanda Contratada e Simulada	21
Fig 14 Função Objetivo para diferentes números de reduções de demanda.....	22
Fig 15 Contratação de demanda para diferentes limites de redução ($\lambda = 0.455$).....	23
Fig 16 Contratação da demanda para o método tarifário de ultrapassagem proposto	24
Fig 17 Contratação da demanda para a tarifação contínua de ultrapassagem e redução livre	25
Fig 18 Contratação para as 4 regras regulatórias estudadas (com 3 reduções).....	27
Fig 19 Contratação para as 4 regras regulatórias estudadas (com redução livre).....	27
Fig 20 Comparação entre os dois limites de redução analisados	28

Lista de Tabelas

Tabela 1 Valores de demanda contratada e medidas relativas à demanda simulada (kW)	22
Tabela 2 Demanda contratada (kW) para diferentes limites de redução ($\lambda = 0.455$)	23
Tabela 3 Índice de Ineficiência (kW)	24
Tabela 4 Demanda contratada (kW) para o método tarifário de ultrapassagem proposto	24
Tabela 5 Índice de Ineficiência (kW) considerando o método tarifário contínuo de ultrapassagem	25
Tabela 6 Índice de ineficiência (kW) para o método tarifário proposto e múltiplas reduções	26
Tabela 7 Demanda contratada (kW) para o método tarifário de ultrapassagem proposto e redução livre	26
Tabela 8 Demanda contratada (kW) para o método tarifário de ultrapassagem proposto e limite de 3 reduções	26

Sumário

1	Introdução.....	1
1.1	Metodologia.....	1
1.2	Organização dos capítulos	2
2	Regulação.....	3
2.1	Definições.....	3
2.1.1	Demanda	3
2.1.2	Grupo A	3
2.2	Fornecimento.....	4
2.3	Contrato	4
2.4	Faturamento	5
2.5	Modificações Regulatórias.....	6
3	Modelo de Previsão	8
3.1	Série Temporal.....	8
3.2	Estimando o Modelo.....	10
3.3	Testando a Previsão	13
4	Simulação dos Cenários	14
5	Otimização Estocástica	16
5.1	Medidas de Risco	16
5.2	Modelo de Otimização.....	18
5.3	Alterações no Modelo.....	20
6	Resultados Simulados	21
7	Análise das Modificações Regulatórias Propostas.....	29
8	Conclusão e Trabalhos Futuros.....	31
9	Bibliografia	32

1 Introdução

Um monopólio natural ocorre quando o custo total (financeiro, social, ambiental) para certo nível de produção é menor quando realizado por uma única empresa em vez de duas ou mais competidoras. Esse é o caso da distribuição e da transmissão de energia elétrica.

Monopólios naturais podem levar a diversos problemas de desempenho econômico como preços excessivos, produção ineficiente, serviço de má qualidade [1] devido à falta de uma economia de mercado controlando esses aspectos através da competição. Por isso a atuação regulatória torna-se absolutamente necessária, ainda mais por serem serviços públicos essenciais sob concessão do Estado. Ela deve atuar como árbitro, moderando as relações comerciais em prol do equilíbrio econômico das empresas, bem-estar e satisfação dos consumidores e sustentabilidade socioambiental [2].

A regulação dos monopólios naturais tem evoluído muito no Brasil desde o início da década de 1990, a partir da criação de agências reguladoras autônomas e da privatização de empresas antes estatais. A não subordinação dessas agências aos governos, através de uma atuação independente como órgão do Estado, é a recomendação praticamente unânime entre estudiosos do assunto. Nesse contexto, a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) foi criada em 1996, no primeiro mandato do então presidente Fernando Henrique Cardoso, com a finalidade de regular e fiscalizar a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica, em conformidade com as Políticas e Diretrizes do Governo Federal.

Todavia, como em qualquer empreendimento humano, as agências reguladoras independentes não estão imunes a falhas que podem prejudicar o desenvolvimento do serviço à sociedade. Ainda mais considerando uma agência como a ANEEL criada há relativamente pouco tempo e com a responsabilidade de regular um setor tão complexo como o setor elétrico. Um exemplo desse incessante desenvolvimento são os Ciclos de Revisão Tarifária Periódica aplicados ao setor de distribuição de energia, onde há constante readequação metodológica. Esse processo visa analisar o equilíbrio econômico-financeiro das concessões de distribuição em ciclos periódicos de forma a buscar tanto o equilíbrio da concessão, quanto a modicidade tarifária (por meio de compartilhamento dos ganhos de eficiência) para o consumidor.

Dado o dinamismo da atividade e o caráter de independência da Agência Reguladora, há necessidade constante de se impor alterações na regulação existente, incorporando percepções do regulador e sugestões dos regulados a fim de melhorar o marco regulatório.

Por isso, não é desejável, neste ambiente, ficar engessado às regras regulatórias vigentes. É importante aos estudiosos da área, sendo ligados ou não à ANEEL, que se empenhem em aperfeiçoar a regulação do setor através de estudos que simulem os pontos de aperfeiçoamento. Essa é a motivação deste trabalho, que procura analisar o impacto das mudanças regulatórias propostas, com ênfase no ponto de vista do consumidor.

1.1 Metodologia

Todas as análises foram realizadas com base em dados reais de um determinado consumidor. Para cada assunto abordado nesse trabalho teremos uma explicação teórica e a aplicação do conceito para o caso real estudado.

Foram utilizados os softwares Eviews 7, para a estimação do modelo que representa a série temporal analisada, MatLab, para a geração de cenários através de uma simulação de Monte Carlo, e Xpress, responsável pela otimização estocástica.

1.2 Organização dos capítulos

O trabalho foi separado em nove capítulos de modo a organizar melhor os conceitos e análises apresentados. O capítulo 2, a seguir, abordará a regulação vigente e as alterações sugeridas.

O capítulo 3 é voltado para a estimação do modelo de previsão e o capítulo 4 para a simulação dos cenários. No capítulo 5 apresentaremos o modelo de otimização estocástica, além da explicação teórica das medidas de risco utilizadas por ele: VaR e CVaR.

No capítulo 6 são apresentados os resultados simulados. O modelo de otimização foi rodado diversas vezes, sendo cada rodada com uma especificidade distinta em seus parâmetros e restrições, e é nesta seção que os resultados das simulações estão sintetizados e apresentados. Um índice que representa a ineficiência de cada conjunto de parâmetros e restrições foi criado de modo a facilitar a análise quantitativa dos resultados. No capítulo 7 foram discutidos prós e contras das alterações propostas e possíveis alternativas para a implantação dessas medidas.

No capítulo 8 temos a conclusão sobre os resultados encontrados e indicações de trabalhos futuros a serem realizados para dar continuidade à discussão regulatória iniciada neste trabalho. O capítulo 9 enumera as referências bibliográficas citadas e recomendadas ao leitor para uma consulta mais aprofundada sobre temas aqui abordados.

2 Regulação

No dia 9 de setembro de 2010 a ANEEL publicou a resolução normativa nº 414 [3], que estabelece as condições gerais de fornecimento de energia elétrica no país. Esse documento pode ser considerado como os direitos e deveres do consumidor de energia elétrica. Esta seção tem como objetivo comentar aspectos dessa regulação e explicar conceitos nela presentes. Modificações propostas para a regulação também serão abordadas. A REN 414 é bem extensa e completa já que nela estão discutidos todos os detalhes possíveis da relação distribuidora – consumidor. Este capítulo apenas focará no que é considerado importante para o entendimento do trabalho.

2.1 Definições

2.1.1 Demanda

A REN 414 define demanda como média das potências elétricas ativas, solicitadas ao sistema elétrico pela parcela da carga instalada em operação na unidade consumidora, durante um intervalo de tempo especificado, expressa em quilowatts (kW).

Demanda contratada é a demanda de potência ativa a ser obrigatória e continuamente disponibilizada pela distribuidora, no ponto de entrega, conforme valor e período de vigência fixados em contrato, e que deve ser integralmente paga, seja ou não utilizada durante o período de faturamento.

Demanda medida é maior demanda de potência ativa, verificada por medição, integralizada em intervalos de 15 minutos durante o período de faturamento.

E o MUSD, ou montante de uso do sistema de distribuição, é a potência ativa média, integralizada em intervalos de 15 minutos durante o período de faturamento, injetada ou requerida do sistema elétrico de distribuição pela geração ou carga.

2.1.2 Grupo A

Grupamento composto de unidades consumidoras com fornecimento em tensão igual ou superior a 2,3 kV, caracterizado pela tarifa binômica. Se divide em subgrupos A1, A2, A3, A3a e A4, cada um de acordo com sua tensão de fornecimento.

- A1 – Igual ao superior a 230 kV
- A2 – 88 kV a 138 kV
- A3 – 69 kV
- A3a – 30 a 44kV
- A4 – 2,3 a 25 kV

O grupo A geralmente engloba os consumidores industriais e comerciais de médio ou grande porte. No grupo B estão os consumidores de baixa tensão (abaixo de 2,3 kV).

A modalidade tarifária para o grupo A é binômica, ou seja, é caracterizada por tarifas de consumo de energia elétrica (kWh) e de demanda de potência (kW). Ela pode ter três classificações distintas:

- Convencional – Opcional para fornecimento em tensão abaixo de 69 kV e demanda menor que 300 kW. É caracterizada por uma tarifa única para o consumo de energia e outro valor único para a tarifa de demanda.

- Horosazonal verde – Opcional para fornecimento abaixo de 69 kV. Tarifas diferenciadas de consumo de energia para ponta e fora ponta, variando também de acordo com o período (úmido ou seco). Tarifa única para demanda.
- Horosazonal azul – Opcional para fornecimento abaixo de 69 kV e obrigatória quando a tensão é superior a 69 kV. Tarifas diferenciadas de consumo de energia para ponta e fora ponta, variando também de acordo com o período (úmido ou seco). Tarifas de demanda diferenciadas entre ponta e fora ponta.

Sendo que posto tarifário ponta se refere ao período composto de 3 horas consecutivas, definido pela distribuidora, nos dias de semana, onde a carga é normalmente mais elevada (normalmente entre 17h e 20h). Posto tarifário fora ponta corresponde às demais horas da semana. E período úmido corresponde aos meses de dezembro a abril (5 meses), enquanto período seco aos outros 7 meses do ano.

2.2 Fornecimento

A REN 414 garante a todos o acesso à rede de distribuição. É de obrigação da distribuidora garantir esse acesso a quem solicitar. Ele, porém, não é gratuito. Representa um custo à distribuidora, como o custo do fio, do medidor, dos equipamentos utilizados, operação e manutenção, entre outros. Por isso existem encargos definidos para remunerar os ativos e os investimentos do concessionário. Além disso, novos consumidores representam um impacto à rede e pode ser necessário mais investimentos para o aumento e reforço de sua capacidade. Um exemplo é a troca de um transformador já sobrecarregado por outro de potência maior ou trocar um cabo da rede por um de maior capacidade de amperagem.

Nesse sentido, a regulação protege a distribuidora, o que é absolutamente necessário. A REN 414, entre outros aspectos, estabelece que o interessado no acesso à rede deve seguir as normas e padrões disponibilizados pela concessionária, deve declarar a carga instalada na unidade consumidora, além de obter todas as licenças, caso necessário. Em contrapartida, a distribuidora deve garantir o acesso do interessado à rede em um prazo determinado e realizar os investimentos necessários de sua responsabilidade.

Os contratos de fornecimento também apresentam prazos mínimos e multas para rescisão de modo a garantir que a distribuidora recupere o capital investido no acesso de um consumidor. Outro ponto importante é que em obras de conexão ou de aumento de carga para unidades consumidoras do grupo A a distribuidora arca apenas com o Encargo de Responsabilidade da Distribuidora (ERD), calculada por uma fórmula explicitada na regulação, enquanto o consumidor é responsável por pagar a diferença entre o total da obra e o ERD. Em certas condições, o interessado é o responsável por pagar a totalidade dos custos de obra.

2.3 Contrato

O artigo 63 da REN 414 estabelece as condições contratuais entre distribuidora e unidades consumidoras do grupo A. Nele é definida a tensão contratada, o MUSD contratado único (quando cabível, por posto tarifário), modalidade tarifária, posto tarifário ponta e fora ponta, prazo de vigência, condições de cobrança por ultrapassagem, entre outras informações importantes.

Segundo o contrato, a distribuidora deve atender às solicitações de aumento de demanda, caso solicitado, com um prazo máximo de 30 dias. Ela também deve atender às solicitações de redução de demanda efetuadas com uma antecedência mínima de 180 dias, sendo vedada mais de uma redução em um período de 12 meses. O mesmo não vale caso essa redução seja relativa à implementação de medidas de eficiência energética, cujo projeto deve ser aprovado pela distribuidora antes de sua implementação.

O prazo do contrato é de 12 meses, com renovação automática por mais 12 meses, e assim sucessivamente, caso o consumidor não se manifeste contrariamente à renovação. Caso houver necessidade de investimento por parte da distribuidora para atendimento à carga instalada, a concessionária pode estabelecer um prazo de 24 meses para primeira vigência do contrato.

Nesses casos de investimento específico para o fornecimento, o contrato assegura à distribuidora o ressarcimento dos investimentos realizados e não amortizados relativos ao cálculo do ERD.

É necessário a contratação mínima de 30 kW para o MUSD em pelo menos um dos postos tarifários, quando pertinente.

Em caso de unidade consumidora rural ou com perfil altamente sazonal (se a matéria-prima utilizada vem diretamente da agricultura, pecuária ou pesca e apresenta uma enorme diferença no consumo de energia nos quatro meses de maior consumo em relação aos quatro meses de menor consumo) não se aplica o MUSD contratado único.

Também existem multas para encerramento do contrato antes do prazo.

2.4 Faturamento

O faturamento, incluído o consumo de energia elétrica e a demanda contratada (caso o consumidor pertencer ao grupo A), deve ser efetuado pela distribuidora com periodicidade mensal.

Para um consumidor com modalidade tarifária horária azul, como é o caso do consumidor real cujos dados serão analisados nesse trabalho, o seu custo mensal em tarifa de energia elétrica (caso não ocorra penalizações por ultrapassagem) é:

$$C_t^{\text{TOTAL}} = D_t^p \cdot T_D^p + D_t^{\text{fp}} \cdot T_D^{\text{fp}} + E_t^p \cdot T_E^p + E_t^{\text{fp}} \cdot T_E^{\text{fp}}$$

Sendo C_t^{TOTAL} o valor final da tarifa de energia (R\$); D_t^p o valor máximo entre a demanda medida e a demanda contratada (kW) na ponta; D_t^{fp} o valor máximo entre a demanda medida e a demanda contratada (kW) na fora ponta; T_D^p e T_D^{fp} as tarifas de uso do sistema de distribuição (TUSD) associadas a demanda nos postos tarifários ponta e fora ponta (R\$/kW); E_t^p e E_t^{fp} a energia consumida (kWh) na ponta e fora ponta, respectivamente; T_E^p e T_E^{fp} as tarifas na ponta e fora ponta associadas ao consumo de energia elétrica (R\$/kWh), formada por uma componente TUSD e outra componente TE (tarifa de energia): TUSD + TE

Em relação à demanda, quando o MUSD medido exceder em mais de 5% o valor contratado, deve ser adicionado ao faturamento regular a cobrança por ultrapassagem conforme a equação:

$$C_t^U = (D_t^{\text{MAX}} - D_t^C) \cdot 2 \cdot T_D$$

Sendo C_t^U a cobrança por ultrapassagem (R\$); D_t^{MAX} a demanda medida no mês (kW), D_t^C a demanda contratada para aquele mês (kW) e T_D a tarifa relativa a essa demanda (ponta ou fora ponta, caso cabível) em R\$/kW.

Desse modo o custo relativo ao MUSD será:

$$C_t^{\text{MUSD}} = D_t^{\text{MAX}} \cdot T_D + C_t^U$$

O gráfico abaixo mostra a evolução, de acordo com a demanda medida, da TUSD para um consumidor que contratou 100 kW de demanda no mês em questão.

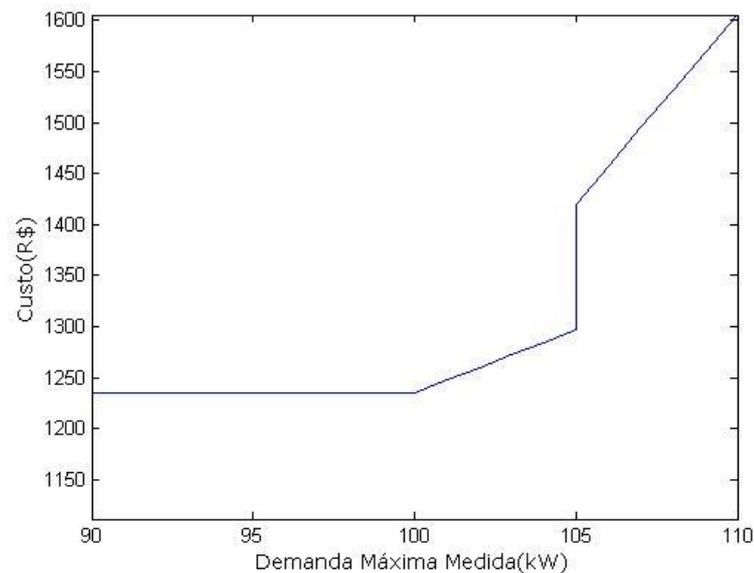


Fig 1 Custo associado à demanda contratada e à cobrança de ultrapassagem

Observa-se no gráfico a descontinuidade dos custos ao se ultrapassar o limite de tolerância de 5% sobre a demanda contratada.

2.5 Modificações Regulatórias

O objetivo desse trabalho é estudar o impacto para o consumidor de duas significativas alterações na regulação estudada ao longo desse capítulo. Os pontos da REN 414 a serem modificados serão:

- **Redução única da demanda contratada em um período de 12 meses**
- **Método de tarifação não contínuo para ultrapassagem de demanda**

A primeira alteração é devido a percepção que unidades consumidoras com cargas de caráter sazonal (mas sem serem cargas essencialmente sazonais, como definido pela REN 414) contratam em alguns meses muito mais demanda do que realmente precisam devido a impossibilidade de reduzirem mais de uma vez seu MUSD contratado no ano, gerando uma ineficiência ao sistema, em que a distribuidora tem que fornecer uma potência ativa que não será utilizada.

Serão simuladas as contratações ótimas de demanda alterando para 2, 3, 4 reduções possíveis, e assim sucessivamente até chegar a uma situação de redução livre por parte do consumidor.

Sobre a segunda alteração, a descontinuidade do método atual de custo associado à demanda sinaliza ao consumidor que ultrapassar o MUSD contratado (e seu nível de tolerância de 5%) é algo proibitivo. Caso haja ultrapassagem, mesmo que por muito pouco, o preço sairá alto. Ou seja, a descontinuidade é quase que uma barreira para não demandar mais potência que o contratado. Isso também gera ineficiência, já que como a contratação é feita ex-ante normalmente os consumidores contratam muito mais do que o que realmente será necessário com receio de ultrapassarem essa barreira dos 105%.

A modificação testada é substituir esse método de cobrança por uma curva de custos contínuos. Após a tolerância de 5%, a tarifa aumenta (reta mais inclinada), mas não há descontinuidade.

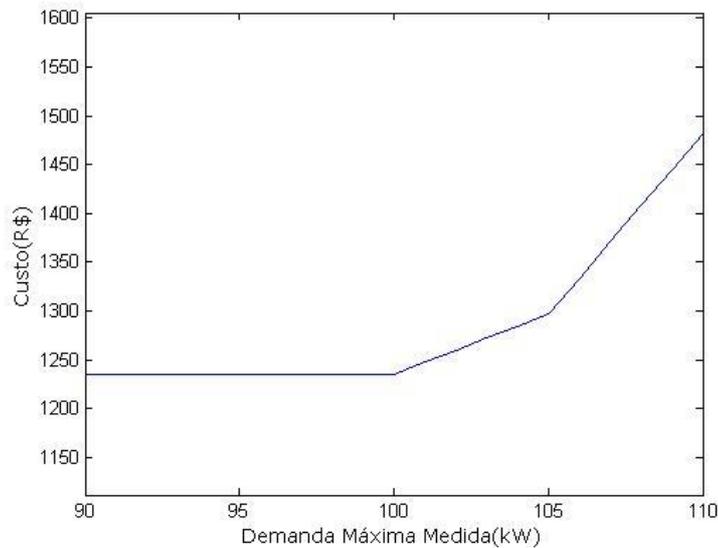


Fig 2 Proposta para a curva de custos associada à demanda

Assim podemos encarar os valores de demanda medidos acima de 105% do que foi contratado não como uma proibição, mas como uma nova faixa de tarifa, um segundo produto praticamente. Com isso dar uma lógica econômico-tarifário a esses valores depois do 105%.

Para efeitos de simulação, a inclinação da reta que vai dos valores de demanda de 105 kW a 110 kW no gráfico da Figura 2 se manteve a mesma que a inclinação da reta também entre os valores 105 kW e 110 kW do gráfico da Figura 1. Essa premissa foi estabelecida no modelo de otimização. Porém, em uma possível aplicação dessa mudança na regulação da ANEEL, essa inclinação, que significa tarifas maiores ou menores, pode ser bem diferente.

3 Modelo de Previsão

3.1 Série Temporal

Para se realizar uma previsão necessita-se da série histórica de um consumidor. Este trabalho utiliza os dados de demanda medidos mensalmente de um consumidor real de janeiro de 2005 até setembro de 2014 (117 observações). Por se tratar de uma unidade consumidora do grupo A4 com modalidade tarifária horária azul, temos os dados medidos para ponta e fora ponta, mas toda a análise será em cima dos dados fora ponta. Ou seja, faremos a previsão considerando a série histórica de demanda fora ponta e otimizaremos a contratação do MUSD na fora ponta.

O modelo de previsão permite que valores futuros de uma série temporal possam ser previstos a partir de valores passados. Isso ocorre através da identificação da correlação temporal que existe entre os valores da série.

Dentre os diversos modelos existentes na literatura, utilizaremos o SARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average with Seasonality) [4], adequado para séries que apresentam sazonalidade como a série de demanda que estamos analisando. A série temporal dos dados de demanda medidos na fora ponta entre Janeiro de 2005 e Setembro de 2014 é visualizada no gráfico abaixo. Nele temos valores normalmente mais altos no mês de março e valores mais baixos no mês de julho, por exemplo, o que indica uma tendência sazonal.

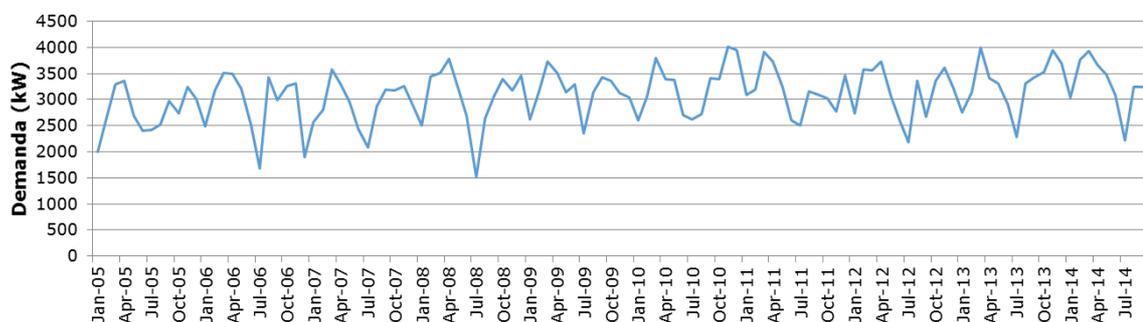


Fig 3 Série Temporal dos dados de demanda fora ponta medidos (Jan/2005 - Set/2014)

Essa sazonalidade pode ser observada na função de autocorrelação (FAC) da série. Os valores mais elevados de FAC para $k=12,24,36$ indicam que os dados de um mês guardam forte correlação com os dados desse mesmo mês em anos anteriores.

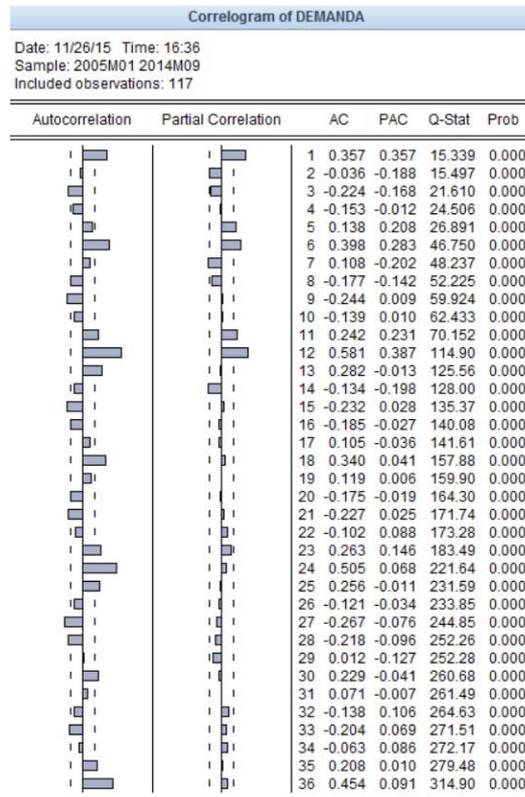


Fig 4 Correlograma da série de demanda

O primeiro passo para estimar um bom modelo é eliminar essa sazonalidade. Foi utilizado, portanto, a série da diferença sazonal de nossa série temporal original. Sendo a série de demanda original y_t , utilizaremos a a série de diferença sazonal z_t , sendo:

$$z_t = y_t - y_{t-12}$$

Aplicamos o teste de raiz unitária ADF (com constante, já que a média dos valores é não nula) à nossa série z_t para testar sua estacionariedade. O p-valor baixo, como foi encontrado, rejeita a hipótese de não estacionariedade da série. Portanto a série z_t é estacionária e adequada para a estimação do modelo.

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SAZ_DEMANDA					
Null Hypothesis: SAZ_DEMANDA has a unit root					
Exogenous: Constant, Linear Trend					
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)					
			t-Statistic	Prob.*	
<hr/>					
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-5.425064	0.0001	
<hr/>					
Test critical values:					
1% level			-4.049586		
5% level			-3.454032		
10% level			-3.152652		
<hr/>					
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.					
<hr/>					
Augmented Dickey-Fuller Test Equation					
Dependent Variable: D(SAZ_DEMANDA)					
Method: Least Squares					
Date: 11/26/15 Time: 15:10					
Sample (adjusted): 2006M03 2014M09					
Included observations: 103 after adjustments					
	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
	SAZ_DEMANDA(-1)	-0.712007	0.131244	-5.425064	0.0000
	D(SAZ_DEMANDA(-1))	-0.229393	0.096954	-2.366006	0.0199
	C	22.34079	94.85238	0.235532	0.8143
	@TREND(2005M01)	0.300361	1.321766	0.227242	0.8207
	R-squared	0.491708	Mean dependent var	-6.821359	
	Adjusted R-squared	0.476305	S.D. dependent var	551.0765	
	S.E. of regression	398.7963	Akaike info criterion	14.85284	
	Sum squared resid	15744813	Schwarz criterion	14.95516	
	Log likelihood	-760.9212	Hannan-Quinn criter.	14.89428	
	F-statistic	31.92326	Durbin-Watson stat	1.964241	
	Prob(F-statistic)	0.000000			

Fig 5 Teste de raiz unitária ADF na série sazonal

3.2 Estimando o Modelo

O próximo passo é identificar um modelo que represente bem a série z_t . Assim poderemos fazer previsões apuradas para a série original de demanda. Para verificar a eficácia do modelo, ele só será relativo aos dados até dezembro de 2013. Separamos os 9 meses de 2014 para testar nossas previsões.

Para cada modelo devemos analisar os critérios de informação AIC e BIC, estatísticas de aderência R^2 e testes nos resíduos.

O melhor modelo deve minimizar os valores de AIC e BIC e maximizar o valor de R^2 . Todos esses critérios penalizam a complexidade do modelo. E modelos muito complexos são perigosos devido ao overfitting, por isso seguir esses critérios é importante.

Além dos testes dos resíduos que devem indicar que nosso erro é um processo estocástico de média 0, variância constante e distribuição normal. Assumimos tais condições para o nosso modelo, portanto um modelo só é adequado se os resíduos respeitam esses pressupostos.

Um desses testes é o teste Jarque-Bera de normalidade, cuja hipótese nula é:

$$H_0: S = 0 \text{ e } K = 3 \text{ (resíduos tem distribuição normal)}$$

Sendo S uma medida de assimetria e K uma medida de curtose. Essas medidas são relativas à curva de distribuição do resíduo. Segundo a estatística de teste, um resultado menor que 6 no nosso teste de normalidade aceita a hipótese nula.

Após diversos testes, chegamos no seguinte modelo para a série da diferença sazonal da demanda:

$$z_t = c + \theta_2 \cdot z_{t-2} + \theta_{12} \cdot z_{t-12} + \varphi_{10} \cdot \varepsilon_{t-10} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

O teste estatístico identificou todas as partes do modelo como estatisticamente significantes (baixo p-valor).

Dependent Variable: D(DEMANDA,0,12)
 Method: Least Squares
 Date: 11/11/15 Time: 13:46
 Sample (adjusted): 2007M01 2013M12
 Included observations: 84 after adjustments
 Convergence achieved after 10 iterations
 MA Backcast: 2006M03 2006M12

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	55.64831	21.03369	2.645675	0.0098
AR(12)	-0.520748	0.085016	-6.125262	0.0000
AR(2)	0.198041	0.087119	2.273240	0.0257
MA(10)	-0.247024	0.116357	-2.122981	0.0368

R-squared	0.359144	Mean dependent var	56.40000
Adjusted R-squared	0.335112	S.D. dependent var	396.5763
S.E. of regression	323.3709	Akaike info criterion	14.44192
Sum squared resid	8365499.	Schwarz criterion	14.55768
Log likelihood	-602.5608	Hannan-Quinn criter.	14.48846
F-statistic	14.94436	Durbin-Watson stat	1.814925
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	.93-.24i	.93+.24i	.68-.66i	.68+.66i
	.25-.90i	.25+.90i	-.25-.90i	-.25+.90i
	-.68+.66i	-.68-.66i	-.93-.24i	-.93+.24i
Inverted MA Roots	.87	.70-.51i	.70+.51i	.27-.83i
	.27+.83i	-.27-.83i	-.27+.83i	-.70-.51i
	-.70+.51i	-.87		

Fig 6 Teste estatístico do modelo estimado para a série de diferença sazonal da demanda

O valor dos coeficientes $c, \theta_2, \theta_{12}, \varphi_{10}$ é dado pela coluna Coefficient e o desvio padrão do resíduo ε_t é o valor S.E. of regression. Portanto sua variância σ^2 é esse número elevado ao quadrado.

Em relação aos testes dos resíduos, temos o Jarque-Bera aceitando a hipótese de normalidade dos resíduos.

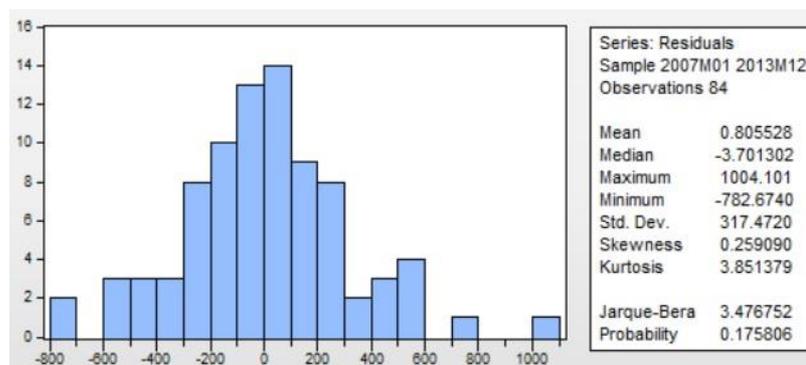


Fig 7 Teste residual de normalidade Jarque-Bera

Além do correlograma, indicando a ausência de autocorrelação estatisticamente significativa entre os valores residuais. Foram analisadas as FAC dos resíduos e dos resíduos ao quadrado, testando assim se existe dependência linear e não linear. Por mais que o p-valor rejeite a hipótese de decorrelação, os coeficientes da FAC encontrados nos dois testes foram muito pequenos, podendo considerar a série de resíduos ε_t como um processo aleatório.

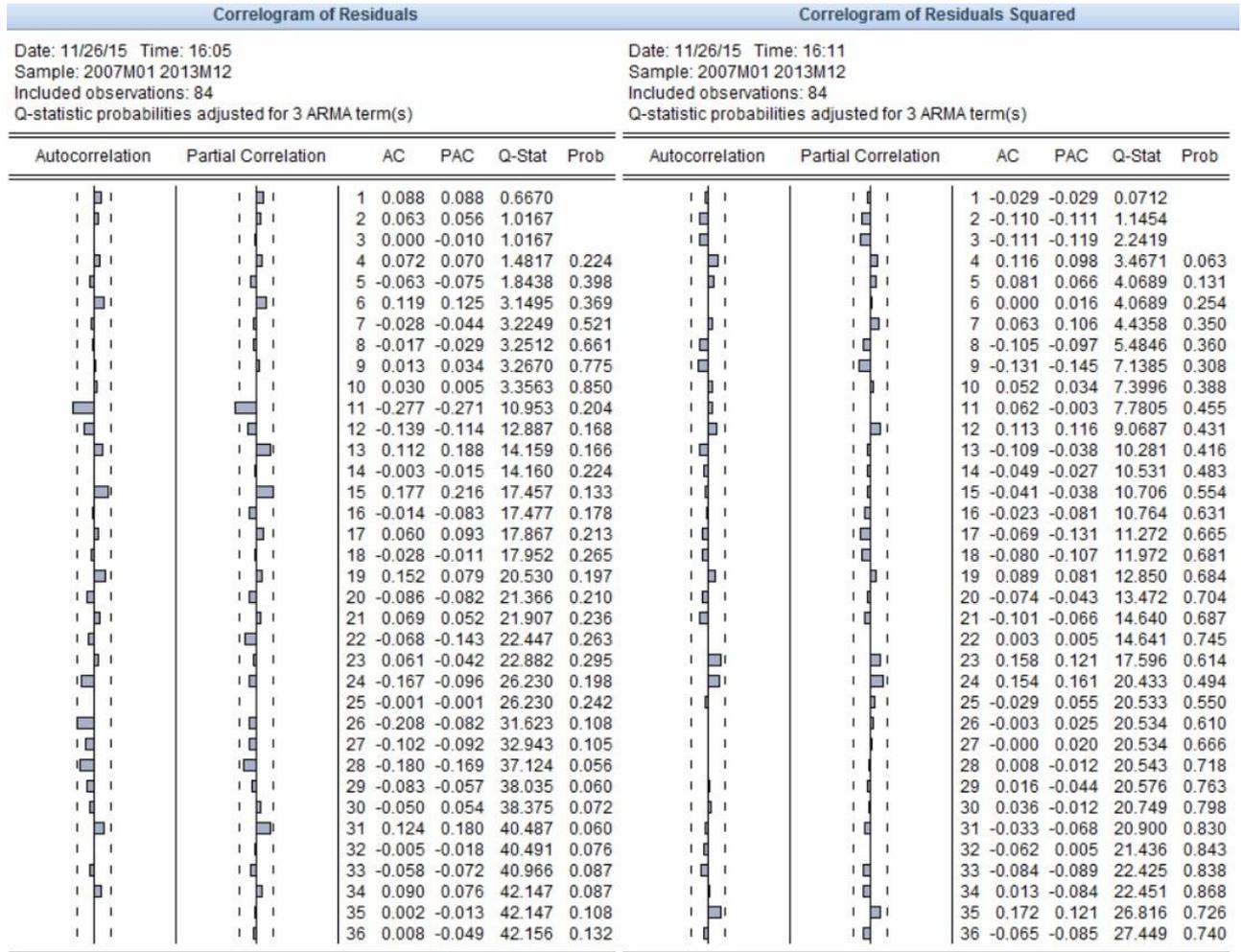


Fig 8 Correlograma com testes residuais de dependência linear e não linear

3.3 Testando a Previsão

A última etapa referente a este capítulo foi o teste da previsão do modelo. O Eviews realizou uma previsão (da série original y_t) 12 passos a frente. Como o modelo foi feito apenas usando os dados até dezembro de 2013, o modelo previu como se comportaria essa série no ano de 2014. Os dados medidos de janeiro a setembro de 2014 serviram para verificar se a previsão foi eficaz. Essa previsão é o valor esperado condicional da série:

$$\hat{y}_{t+1|t} = E[y_{t+1}|y_t]$$

A comparação gráfica da série real (em azul, até M09) e da previsão (em vermelho, até M12) indica que o modelo está bem ajustado, pois nos meses em que existe uma comparação real a previsão foi fidedigna.

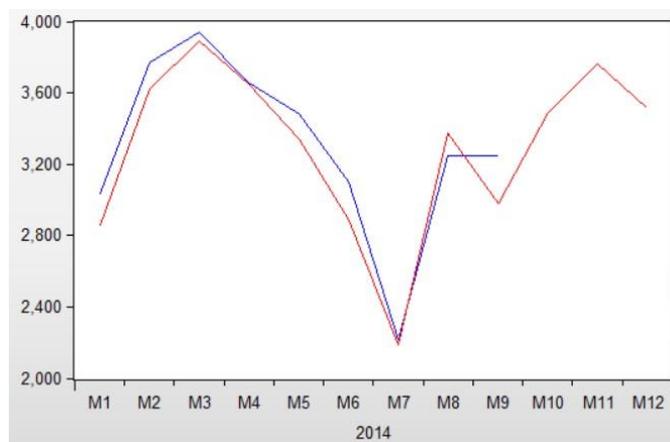


Fig 9 Comparação da previsão do modelo com os dados de demanda medidos

4 Simulação dos Cenários

Ao contratar o MUSD para os próximos 12 meses estamos lidando com situações que ainda não aconteceram, portanto é impossível garantir que a contratação realizada é a menos custosa possível para o consumidor. O objetivo da otimização estocástica não é acertar "na mosca" os valores exatos de demanda contratada que resultarão em menor custo, e sim contratar da melhor maneira possível baseado no que é provável de acontecer. Ela é feita a partir de cenários que representam as previsões para o futuro (para os próximos 12 meses, no caso), ajustando os valores de contratação mensal para que na média de todos os cenários analisados o custo seja o menor possível (o modelo de otimização também tem uma componente associada ao risco, que será melhor explicada no próximo capítulo).

Esses cenários são gerados com base no modelo de previsão da série. Como foi estimado um modelo em função de z_t , a série de diferenças sazonais da série original de demanda, o primeiro passo é encontrar o mesmo modelo mas agora em função da série original y_t . Partindo do modelo estimado:

$$z_t = c + \theta_2 \cdot z_{t-2} + \theta_{12} \cdot z_{t-12} + \varphi_{10} \cdot \varepsilon_{t-10} + \varepsilon_t$$

Reescrevemos utilizando L como o operador de atraso ($y_{t-2} = L^2 \cdot y_t$, exemplificando):

$$(1 - \theta_2 \cdot L^2 - \theta_{12} \cdot L^{12}) \cdot z_t = c + (1 + \varphi_{10} \cdot L^{10}) \cdot \varepsilon_t$$

Agora substituímos z_t por $y_t - y_{t-12}$ utilizando o operador L :

$$(1 - \theta_2 \cdot L^2 - \theta_{12} \cdot L^{12}) \cdot (1 - L^{12}) \cdot y_t = c + (1 + \varphi_{10} \cdot L^{10}) \cdot \varepsilon_t$$

Resolvendo a equação, encontramos:

$$y_t = c + \theta_2 \cdot y_{t-2} + (1 + \theta_{12}) \cdot y_{t-12} - \theta_2 \cdot y_{t-14} - \theta_{12} \cdot y_{t-24} + \varphi_{10} \cdot \varepsilon_{t-10} + \varepsilon_t$$

Substituindo os coeficientes por seus valores estimados (Figura 6), temos:

$$y_t = 55.64831 + 0.198041 \cdot y_{t-2} + 0.479252 \cdot y_{t-12} - 0.198041 \cdot y_{t-14} + 0.520748 \cdot y_{t-24} - 0.247024 \cdot \varepsilon_{t-10} + \varepsilon_t$$

Para prever o valor de um passo a frente (y_{t+1}), temos todos os valores necessários, exceto o ε_{t+1} . Os valores de y já realizados são os valores da série temporal de demanda e os valores de ε já realizados também estão armazenado pelo Eviews em uma série residual.

Falta apenas o ε_{t+1} . A cada iteração (prever um passo a frente) ele é sorteado através de uma função do MatLab que gera um número aleatório através de uma distribuição normal de probabilidade, com média 0 e desvio padrão σ . Esse valor de desvio padrão residual também é fornecido pelo modelo estimado no Eviews. Seu valor é 323.3709 . Assim, a cada iteração é realizada a previsão um passo a frente para a série de demanda, esse valor é incorporado pela série de demanda y_t e o valor sorteado do resíduo é incorporado pela série do ε_t . Depois o programa passa para a iteração seguinte, onde se chegará a um valor de y para o mês seguinte. Isso se repete até prever os valores de demanda para os próximos 12 meses.

Esse mesmo processo ocorre diversas vezes em um programa desenvolvido no MatLab gerando um grande número de cenários. É a chamada simulação de Monte Carlo. Como a diferença entre cada cenário vem justamente de uma geração aleatória de distribuição normal, ao pegar o valor de demanda prevista em um determinado mês para todos os cenários, teremos uma amostra de distribuição também normal. O histograma de 10.000 valores de demanda previstos para agosto (após o programa rodar 10 mil cenários) comprova essa afirmação.

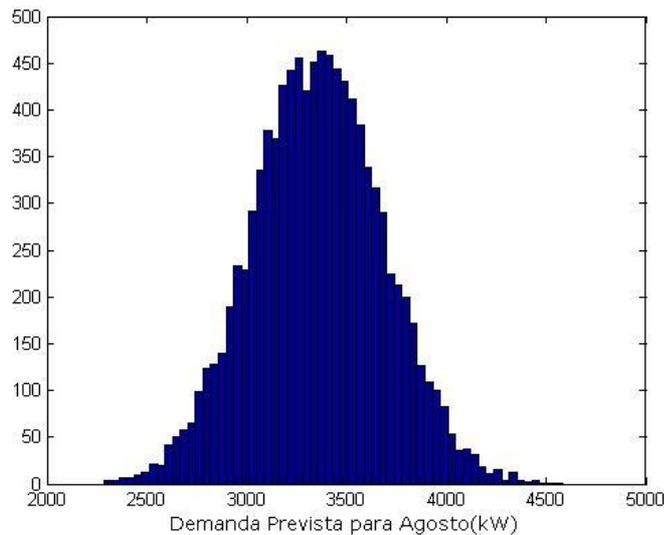


Fig 10 Histograma da demanda prevista para o mês de agosto (10 mil cenários)

A média dos valores simulados de cada mês se aproxima muito da previsão realizada no Eviews. O que está de acordo com a teoria, pois a previsão do Eviews é o valor esperado da demanda, e a média dos valores simulados em cada cenário nada mais é do que esse valor esperado.

Devido à complexidade computacional de resolver problemas de otimização com 10 mil cenários, foram sorteados apenas 500 cenários para serem utilizados no modelo de otimização estocástica da contratação. Perde-se um pouco de precisão. A amostra de valores previstos não apresenta mais um comportamento tão "perfeitamente" gaussiano como quando se analisam 10 mil cenários. Mas a diferença entre a média dos valores de cada mês e a previsão do Eviews ainda é muito pequena, de erro relativo menor que 1% em média. Portanto 500 cenários ainda é uma amostra razoável para se obter resultados precisos na otimização estocástica.

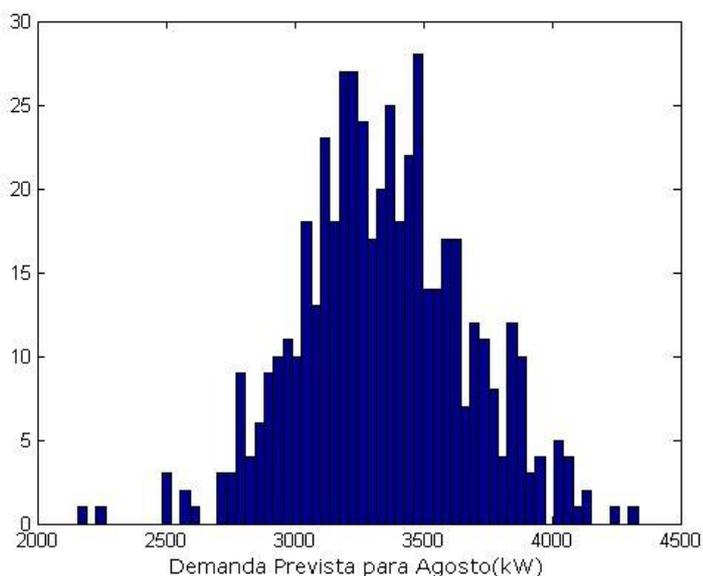


Fig 11 Histograma da demanda prevista para o mês de agosto (500 cenários)

5 Otimização Estocástica

Este capítulo é dedicado à apresentação do modelo de otimização estocástica que irá determinar a quantidade ótima de demanda que o consumidor deve contratar de modo a minimizar seus custos. É estocástica pois se trata de um processo aleatório, não determinístico. Como a contratação é feita anteriormente à utilização de fato daquela potência ativa, é impossível para o consumidor saber qual será sua demanda máxima medida em um determinado mês.

O modelo, que será apresentado mais a frente nesse capítulo, considera em sua função objetivo uma métrica que envolve o valor esperado do custo do consumidor e o CVaR, uma medida de risco.

5.1 Medidas de Risco

O CVaR é uma medida de risco derivada de outra medida muito usada, o VaR ("Value at Risk"). O VaR representa um valor pessimista para a perda financeira futura de um portfólio financeiro quando o resultado deste é modelado por uma variável aleatória. O VaR de $\alpha \cdot 100\%$ pode ser definido para a distribuição de probabilidade das perdas financeiras que um determinado portfólio pode produzir como o quantil associado ao percentil $\alpha \cdot 100\%$. Neste caso, o VaR pode ter a seguinte interpretação: é o montante financeiro que precisamos ter em caixa para garantir a solvência da empresa com alta probabilidade, $\alpha = 95\%$, por exemplo. Dessa forma, o VaR traduz um cenário pouco provável de ser excedido, em termos de perdas financeiras, e caso tenhamos este valor em caixa, estaremos protegidos contra um resultado negativo (insolvência) com alta confiabilidade, 95% neste exemplo.

Para o nosso caso de interesse, onde desejamos controlar o risco associado à variabilidade do custo de contratação de demanda de energia elétrica, o mesmo racional pode ser empregado. Com o objetivo de proteger a empresa contra um custo elevado inesperado decorrente de uma contratação que possa produzir ultrapassagens, por exemplo, podemos também utilizar o conceito do VaR para custo. Neste caso, o VaR será uma medida pessimista que fornecerá um valor com alta probabilidade de não ser excedido. Uma espécie de margem de segurança baseada no conhecimento da variabilidade dos custos obtido pela modelagem estatística da utilização de demanda. Dessa maneira, se considerarmos C uma variável aleatória, com função de distribuição acumulada conhecida F_C , para o custo associado à demanda de energia dentro de um período de apuração, o VaR do custo aleatório C pode ser definido como a função quantil, ou inversa generalizada, da função de probabilidade acumulada, F_C , para o percentil $1 - \alpha$:

$$VaR_\alpha(C) = \inf\{z \mid F_C(z) \geq 1 - \alpha\}.$$

Já o CVaR, ou "Conditional Value at Risk", é o valor esperado dos cenários de custo que ultrapassam (maiores) o valor do VaR. Assim, o CVaR do custo pode ser expresso pela seguinte expressão condicional:

$$CVaR_\alpha(C) = \mathbb{E}[C \mid C \geq VaR_\alpha(C)].$$

As principais vantagens que o CVaR apresenta frente ao VaR são:

- 1) o CVaR captura o a presença de cenários de alto impacto e baixa probabilidade, acima do VaR, que podem representar uma forte ameaça à empresa (casos típicos de distribuições com alta curtose e assimetria, bastante usuais em aplicações do setor elétrico brasileiro);
- 2) o CVaR é uma medida de risco coerente e, portanto, ao contrário do VaR, que não é, atende possui a propriedade de subaditividade (o risco associado à soma de dois portfólios é inferior à soma dos riscos individuais, $CVaR_\alpha(C_1 + C_2) \leq (CVaR_\alpha(C_1) + CVaR_\alpha(C_2))$); e por fim,
- 3) o CVaR proporciona uma formulação por programação linear que pode ser facilmente acoplado em modelos de decisão sem alterar a complexidade dos problemas de otimização.

A terceira propriedade foi apresentada em [5] com base em resultados clássicos de análise convexa [6]. Segundo [5], o CVaR de uma variável aleatória pode ser estimado através de um conjunto, S , de cenários amostrados por um procedimento de Monte Carlo, que proporciona valores independentes e equiprováveis, $\{C_s\}_{s \in S}$, através do seguinte problema de programação linear:

$$\text{CVaR}_\alpha(C) = \min_{z, \delta_s} z + \frac{1}{|S|} \cdot \sum_{s \in S} \frac{\delta_s}{1 - \alpha}$$

Sujeito a:

$$\delta_s \geq C_s - z \quad \forall s \in S$$

$$\delta_s \geq 0 \quad \forall s \in S$$

Nesta formulação, z desempenha o papel de uma variável de decisão que no seu valor ótimo atinge o valor do VaR do custo e as variáveis δ_s representam, na solução ótima, o truncamento positivo da diferença entre o custo e o valor de z , ou do VaR. Assim, na função objetivo, o CVaR é obtido através da soma do valor do VaR, z^* , com o valor esperado dos custos acima de z^* , ajustados pela probabilidade destes cenários (probabilidade do evento condicionante), que por definição é $1 - \alpha$. Para uma discussão mais aprofundada a respeito das virtudes do CVaR sugerimos as seguintes referências: [7] e [8]. A figura 12 apresenta uma ilustração da região associada ao CVaR e ao VaR para o caso de uma variável aleatória com densidade contínua. Neste caso, o CVaR é uma média condicional acima do VaR, ou seja, apenas dos valores da região em vermelho, considerando $\alpha = 95\%$.

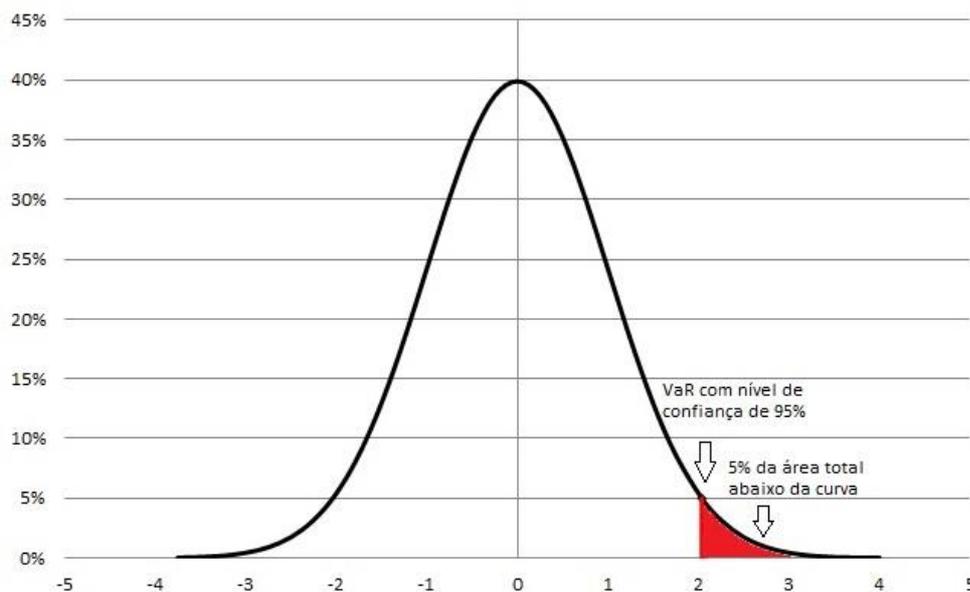


Fig 12 Curva de distribuição de perdas de uma empresa

5.2 Modelo de Otimização

O modelo visa definir a contratação ótima da demanda ao longo dos meses de maneira a minimizar a soma de uma métrica que pondera o valor esperado e o CVaR do custo produzido em cada mês. Assim, utilizamos o modelo de séries temporais apresentado no capítulo anterior para realizar uma simulação de Monte Carlo da demanda máxima observada ao longo do período de apuração para cada etapa (mês). Com base nos cenários de demanda máxima de cada etapa (ou período), podemos, através do modelo de otimização apresentado neste capítulo, modelar as regras que definem os custos com a contratação da demanda de energia elétrica e otimizá-la.

O modelo está apresentado abaixo, com suas constantes e variáveis explicadas. Ele é uma adaptação do modelo desenvolvido em [9]. É um problema de Programação Linear Inteira Mista [10], com variáveis de decisão pertencentes ao conjunto dos números reais e outras pertencentes ao conjunto dos binários:

Constantes

λ	Determina o peso dado ao Valor Esperado e ao CVaR, sendo $0 \leq \lambda \leq 1$
$D_{s,t}^{\text{MAX}}$	Demanda máxima simulada para o mês t no cenário s
u	Percentual de tolerância de ultrapassagem, quando não há penalidade. A regulação determina que $u = 5\%$
α	Define o nível de confiança da medida de risco CVaR. Seu valor padrão é 95%
M_1, M_2	Big M (número grande), parâmetros auxiliares no problema de otimização
T_d	Tarifa de demanda. É utilizado $T_d = 12.35$, valor de tarifa da Light [11] para consumidores A4 na fora ponta
N_{RED}	Determina o número de reduções de demanda máximo em um período de 12 meses. Na regulação vigente, $N_{\text{RED}} = 1$
T	Número total de meses. Para o problema em questão, $T = 12$
S	Número total de cenários considerados. Foi utilizado um $S = 500$

Variáveis de decisão

D_t^c	Demanda a ser contratada no mês t
$d_{s,t}^{\text{nu}}$	Variável que representa a parte da demanda em que não é cobrada tarifa de ultrapassagem no mês t e cenário s
$d_{s,t}^u$	Variável que representa a parte da demanda em que é cobrada tarifa de ultrapassagem no mês t e cenário s
$C_{s,t}$	Função de custo associada à demanda contratada no mês t e cenário s
$x_{s,t}$	Variável binária que representa a ultrapassagem de demanda no mês t e cenário s
y_t	Variável binária que representa o mês em que haverá redução de demanda

Variáveis auxiliares

z_t	Variável auxiliar que atinge o VaR da distribuição de custos do mês t
$\delta_{s,t}$	Variável auxiliar que representa os valores de custos acima do VaR do mês t

Função objetivo:

$$\min_{D_t^c, d_{s,t}^{nu}, d_{s,t}^u, C_{s,t}, x_{s,t}, y_t, z_t, \delta_{s,t}} (1 - \lambda) \cdot \frac{1}{S} \cdot \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} C_{s,t} + \lambda \cdot \sum_{t \in T} \left(z_t + \frac{1}{S} \cdot \sum_{s \in S} \frac{\delta_{s,t}}{1 - \alpha} \right)$$

Sujeito a:

$$d_{s,t}^{nu} + d_{s,t}^u \geq D_{s,t}^{MAX} \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu} + d_{s,t}^u \geq D_t^C \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu} \leq D_t^C \cdot (1 + u) \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu} \leq D_t^C + M_1 \cdot (1 - x_{s,t}) \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^u \geq D_t^C \cdot u - M_1 \cdot (1 - x_{s,t}) \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^u \leq M_1 \cdot x_{s,t} \quad \forall t, s$$

$$x_{s,t} \in \{0,1\} \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu}, d_{s,t}^u \geq 0$$

$$D_t^C \geq D_{t-1}^C - M_2 \cdot y_t \quad \forall t > 1$$

$$\sum_{t \in T} y_t \leq N_{RED}$$

$$y_t \in \{0,1\} \quad \forall t$$

$$T_D \cdot d_{s,t}^{nu} + 3 \cdot T_D \cdot d_{s,t}^u = C_{s,t} \quad \forall t, s$$

$$\delta_{s,t} \geq C_{s,t} - z_t \quad \forall t, s$$

$$\delta_{s,t} \geq 0 \quad \forall t, s$$

O primeiro termo da função objetivo considera o valor esperado dos custos para o consumidor. Chega-se nessa média ao somar os custos para cada cenário e dividir pelo número de cenários. O segundo termo reproduz o CVaR para cada período t conforme anteriormente explicado.

O λ é o grau de aversão ao risco. Um valor de λ muito próximo de 1 representa um consumidor muito avesso ao risco, já que a função objetivo dará um peso muito maior ao CVaR do que ao valor esperado. Por outro lado, um consumidor que seja mais confortável em relação a correr riscos preferirá um valor de λ mais próximo de 0 ao definir sua contratação do MUSD pelo modelo.

As restrições modelam aspectos regulatórios da contratação, como o limite de reduções e a questão da ultrapassagem de demanda. No modelo, se a demanda simulada para um mês t em um cenário s ($D_{s,t}^{MAX}$) é maior que 105% do valor da demanda contratada D_t^C para aquele mês, o $d_{s,t}^{nu}$ assume o valor da demanda contratada e o $d_{s,t}^u$ da diferença $D_{s,t}^{MAX} - D_t^C$. Por isso, multiplicamos a tarifa que incide em $d_{s,t}^u$ por 3: A tarifa normal de demanda T_D por utilização dessa potência + $2 \cdot T_D$ relativo à penalização de ultrapassagem.

O big M é um parâmetro importante para que as inequações do modelo representem o que acontecerá quando as variáveis binárias assumem o valor 0 ou 1. É necessário atenção na definição do valor do big M. Os algoritmos de programação inteira mista, empregados para se resolver este tipo de modelo, apresentam uma sensível dificuldade em convergir quando os valores de big M são muito elevados. Assim, torna-se necessário realizarmos uma análise mais detalhada dos limites das variáveis de decisão para definir um valor de big M que se adeque bem ao modelo. Pode-se realizar uma análise para se encontrar o menor valor de big M necessário para que as restrições sejam relaxadas quando necessário. Contudo, neste trabalho utilizamos um valor arbitrariamente grande.

5.3 Alterações no Modelo

De modo a cumprir com os objetivos do trabalho, ou seja, analisar o impacto de mudanças regulatórias na contratação da demanda comparativamente com o processo realizado hoje, regido pela regulação vigente, foram feitas modificações no modelo que simulem essas mudanças a serem analisadas.

O fim da redução única (em um período de 12 meses) do MUSD contratado é facilmente modelado. A constante N_{RED} representa o limite de reduções na contratação. Variamos o seu valor de 1, que caracteriza a regra regulatória atual, até 11 (considerando que desejamos contratar para os próximos 12 meses apenas), que representa a liberdade de se reduzir a demanda contratada em relação ao mês anterior quantas vezes o consumidor desejar.

A segunda alteração é em relação à penalização da ultrapassagem de demanda. Para representar o método de tarifação desejado, onde o custo em relação à demanda máxima medida no mês é uma curva contínua, inclusive quando há ultrapassagem, as restrições do modelo de otimização ficam assim:

$$d_{s,t}^{nu} + d_{s,t}^u \geq D_{s,t}^{MAX} \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu} + d_{s,t}^u \geq D_t^C \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu} \leq D_t^C \cdot (1 + u) \quad \forall t, s$$

$$d_{s,t}^{nu}, d_{s,t}^u \geq 0$$

$$D_t^C \geq D_{t-1}^C - M_2 \cdot y_t \quad \forall t > 1$$

$$\sum_{t \in T} y_t \leq N_{RED}$$

$$y_t \in \{0,1\} \quad \forall t$$

$$T_D \cdot d_{s,t}^{nu} + 3 \cdot T_D \cdot d_{s,t}^u = C_{s,t} \quad \forall t, s$$

$$\delta_{s,t} \geq C_{s,t} - z_t \quad \forall t, s$$

$$\delta_{s,t} \geq 0 \quad \forall t, s$$

A diferença é que agora, se há ultrapassagem de demanda em algum mês t e cenário s , a variável $d_{s,t}^{nu}$ assume o valor da demanda contratada D_t^C + a tolerância de 5% enquanto $d_{s,t}^u$ representa a diferença $D_{s,t}^{MAX} - D_t^C \cdot (1 + 5\%)$. Desse modo, obtemos uma curva de custos contínua, como representado na Figura 2.

A única parte inteira do novo problema de otimização é a definição de quais meses haverá redução da demanda, já que não se faz mais necessária a variável $x_{s,t}$ para a resolução. Portanto essas alterações diminuem muito a complexidade do problema, tornando-o mais simples computacionalmente de se resolver.

6 Resultados Simulados

Nesta seção serão apresentados os resultados das diversas simulações realizadas no Xpress, através de gráficos e tabelas. Cada simulação é caracterizada por uma especificidade diferente em relação a seus parâmetros e restrições. Para uma melhor análise do impacto de mudanças regulatórias na contratação do MUSD, algumas das simulações realizadas foram feitas para três perfis de consumidores distintos: muito avesso ao risco, nada avesso ao risco e moderado. Essas distinções são representadas no modelo através dos valores de λ .

Para o consumidor muito avesso ao risco, $\lambda = 0.99$, dando um peso muito maior à componente do CVaR. Já para consumidores não avessos ao risco, a lógica é inversa. O peso maior é para o valor esperado do custo, e para isso utilizamos $\lambda = 0.01$. Para o consumidor de perfil moderado, foi escolhido $\lambda = 0.455$. Esse é o valor que equipara a média dos custos com o CVaR, de acordo com a equação abaixo:

$$E[C_t] = \frac{1}{S} \cdot \sum_{s \in S} C_{s,t}$$

$$(1 - 0.455) \cdot E[C_t] \cong 0.455 \cdot \text{CVaR}[C_t] \quad \forall t$$

Primeiramente, o modelo de otimização foi aplicado para os três diferentes tipos de consumidores seguindo as restrições regulatórias atuais. O gráfico abaixo sintetiza os resultados da demanda contratada para cada λ em comparação com medidas representando os 500 cenários de previsão de demanda, utilizados como dados de entrada do modelo. Entre essas medidas temos o valor esperado da demanda prevista mês a mês, o CVaR da demanda de cada mês (média das 5% maiores previsões) e uma faixa cinza que vai do quantil de 1% dos valores de demanda previstos até o quantil de 99%.

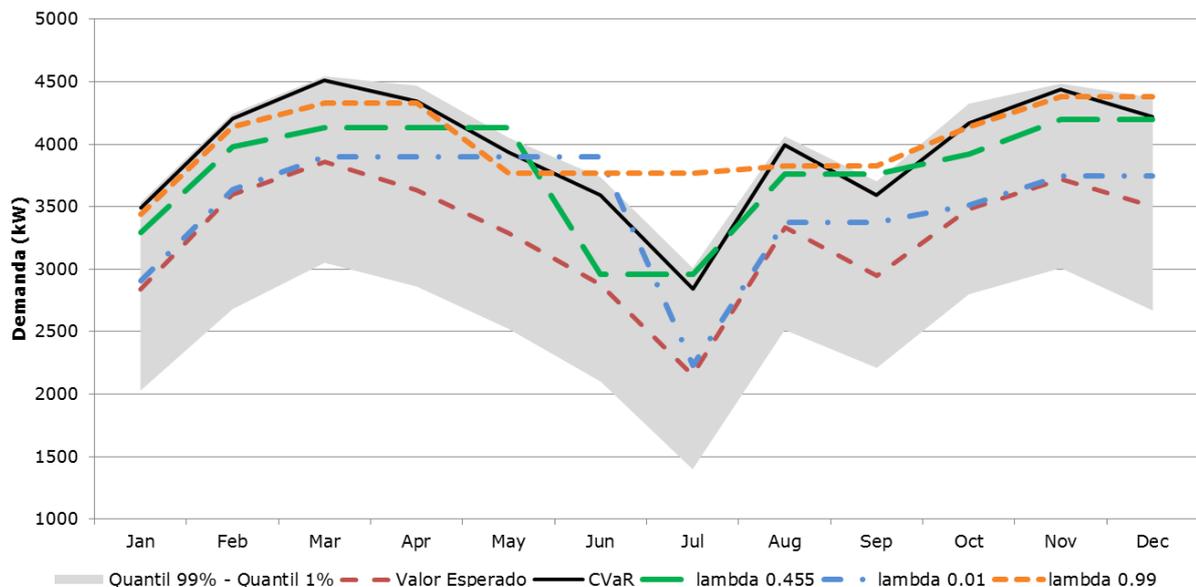


Fig 13 Demanda Contratada e Simulada

Percebe-se pelo gráfico que quanto maior for o λ , mais demanda, em média, o consumidor contratará. Os valores contratados estão explicitados na Tabela 1.

Demanda (kW)	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
λ 0.455	3293	3980	4132	4132	4132	2961	2961	3760	3760	3919	4199	4199
λ 0.01	2906	3635	3896	3896	3896	3896	2230	3376	3376	3513	3748	3748
λ 0.99	3436	4143	4327	4327	3767	3767	3767	3826	3826	4136	4379	4379
$CVaR[D_{s,t}^{MAX}]$	3487	4203	4512	4344	3933	3591	2838	3995	3596	4168	4439	4222
$E[D_{s,t}^{MAX}]$	2838	3594	3857	3632	3288	2871	2152	3335	2949	3479	3719	3505

Tabela 1 Valores de demanda contratada e medidas relativas à demanda simulada (kW)

Em seguida foi observado o impacto do número de reduções permitidas na contratação. Foi utilizado $\lambda=0.455$ ao rodar o modelo nessa etapa. N_{RED} varia de 1 (regra regulatória vigente) até 11 (número máximo de reduções possíveis ao se contratar para um período de 12 meses, redução livre).

Uma boa forma de se analisar os impactos do número de reduções é a função objetivo. Seu valor é uma métrica envolvendo a média dos custos e o CVaR dos mesmos, que pode ser considerado o equivalente certo do agente [7]. Esta é uma medida de risco que representa o menor montante financeiro determinístico que torna o agente indiferente ao fluxo estocástico (em que ele toma o risco). A comparação entre as diferentes funções objetivo (para cada número possível de reduções testadas) dá a ideia da magnitude do ganho para o consumidor, considerando que o modelo de otimização é de minimização. O equivalente certo em relação ao custo estar diminuindo de caso para caso significa que tomar o risco passa a ser uma opção mais atrativa para o consumidor.

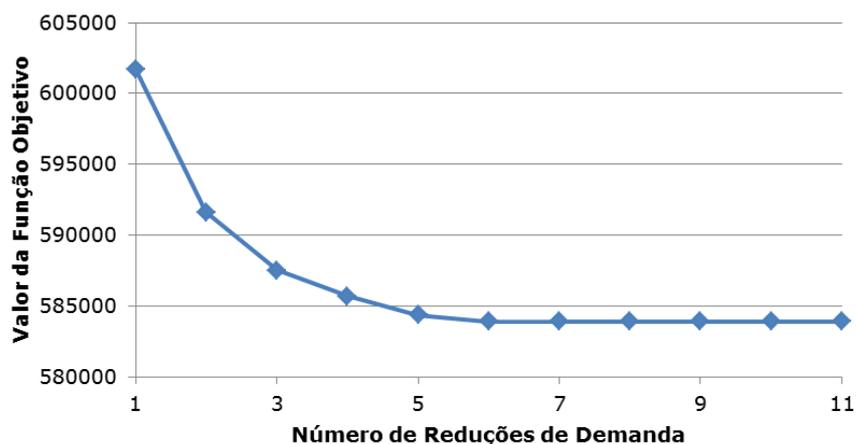


Fig 14 Função Objetivo para diferentes números de reduções de demanda

Como esperado, a curva do gráfico acima é decrescente já que o aumento do número de reduções possível é uma relaxação das restrições. A função objetivo de um problema relaxado (de minimização) tem valor ótimo menor ou igual que a de um problema não relaxado. Também se observa que a partir de seis reduções os resultados não mais se alteram, pois na contratação ótima quando não há limite de reduções, só seis vezes a demanda contratada para certo mês é inferior à demanda do mês anterior.

Para o caso acima, 80% do ganho potencial (ao comparar $N_{RED} = 1$ $N_{RED} = 11$) na função objetivo já é observado quando se pode reduzir três vezes. Resolvemos incorporar no gráfico abaixo a contratação para $N_{RED} = 3$ como uma alternativa intermediária entre uma redução apenas, como é hoje, e número livre de reduções. A curva do CVaR também se faz presente para efeito de comparação.

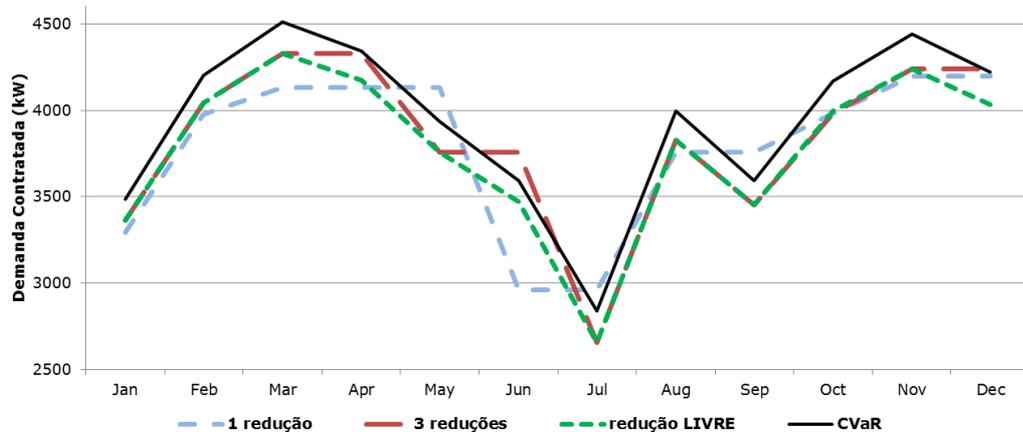


Fig 15 Contratação de demanda para diferentes limites de redução ($\lambda = 0.455$)

D_t^C (kW)	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
$N_{RED}=1$	3293	3980	4132	4132	4132	2961	2961	3760	3760	3981	4199	4199
$N_{RED}=3$	3364	4044	4327	4327	3758	3758	2657	3826	3453	3981	4239	4239
Livre	3364	4044	4327	4172	3758	3474	2657	3826	3453	3997	4239	4034

Tabela 2 Demanda contratada (kW) para diferentes limites de redução ($\lambda = 0.455$)

Considerando que a função objetivo do problema de otimização minimiza tanto o valor esperado do custo como o seu CVaR, é de se esperar que a quantidade contratada ótima fique entre a média das demandas previstas e o CVaR dessas previsões de demanda, para cada mês. Se a quantidade contratada estiver abaixo da média do mês, a penalidade de ultrapassagem para os piores casos será muito elevada e portanto o CVaR dos custos será também muito alto. Já se contratarmos muita demanda, apesar de não sofrer com grandes penalizações, o custo “fixo” para cada cenário será alto pois estaremos sempre pagando por aquela demanda contratada, que é excedente na grande maioria dos casos. Portanto a lógica do modelo de otimização é contratar uma quantidade intermediária entre o valor esperado e o CVaR, equilibrando o custo médio e a média dos casos mais custosos, sendo a soma dessas duas medidas o mínimo global.

O modelo, porém, contrata acima do CVaR da demanda prevista em alguns meses, como observamos nos gráficos acima (Figura 13 e Figura 15). Isso se deve à restrição regulatória de limite de reduções. Quando a redução é livre, a curva da contratação tem o mesmo perfil que a curva do CVaR porém deslocada para baixo, sem nenhum mês em que $D_t^C > CVaR_t^D$. Contratar acima do CVaR pode ser considerado como ineficiente pois está sendo contratada uma quantidade de demanda que com quase toda certeza será excedente. Foi criado então um índice, medido em kW, para quantificar essa ineficiência para os casos analisado:

$$I_{inef} = \sum_{t \in T} D_t^C - CVaR_t^D$$

Apenas quando:

$$D_t^C > CVaR_t^D$$

A tabela abaixo apresenta o índice de ineficiência calculado para os três perfis de consumidores e para diferentes limites de redução de demanda.

I_{inef} (kW)	$N_{RED} = 1$	$N_{RED} = 3$	$N_{RED} = 11$
$\lambda = 0.01$	304.5	0	0
$\lambda = 0.455$	485.4	183.4	0
$\lambda = 0.99$	1491.9	575.6	142.3

Tabela 3 Índice de Ineficiência (kW)

A Tabela 3 mostra duas tendências esperadas para os resultados. Quanto mais avesso ao risco for o consumidor, mais demanda ele contratará e portanto mais ineficiente essa contratação tende a ser. E também que o aumento do limite do número de reduções de demanda traz uma maior eficiência à contratação.

Nas próximas rodadas de simulação do modelo, a alteração proposta em relação à penalização por ultrapassagem de demanda passou a fazer parte do modelo. A contratação para os diferentes perfis de consumidores, quando o limite de reduções de demanda respeita a regulação vigente ($N_{RED} = 1$), mas o método tarifário de ultrapassagem é alterado, é visualizado no gráfico abaixo.

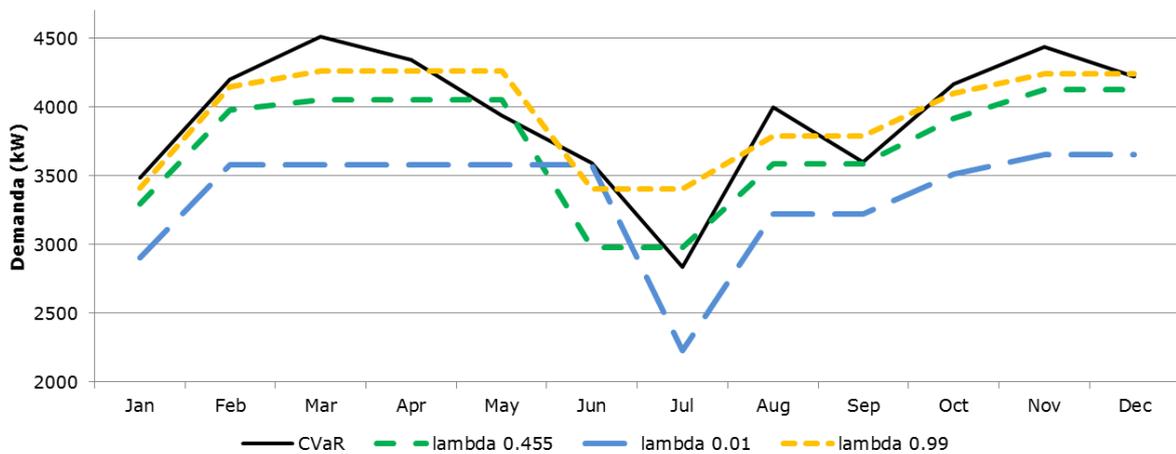


Fig 16 Contratação da demanda para o método tarifário de ultrapassagem proposto

D_t^c (kW)	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
$\lambda=0.455$	3293	3979	4052	4052	4052	2977	2977	3585	3585	3918	4127	4127
$\lambda=0.01$	2906	3581	3581	3581	3581	3581	2230	3220	3220	3513	3654	3654
$\lambda=0.99$	3408	4143	4262	4262	4262	3402	3402	3787	3787	4101	4239	4239

Tabela 4 Demanda contratada (kW) para o método tarifário de ultrapassagem proposto

Comparando o gráfico da Figura 16 com o da Figura 13, e a Tabela 4 com a Tabela 1, vemos que o MUSD contratado mês a mês foi, em média, menor. Isso ocorre, pois com uma curva contínua de tarifação da ultrapassagem, passar um pouco do permitido, sendo o permitido até 105% da demanda contratada, é bem menos custoso do que quando essa curva apresenta uma descontinuidade nesse ponto. Em razão dessa descontinuidade, os consumidores tendem a contratar bem mais do que provavelmente será necessário para minimizar as chances de utilizarem mais potência que o permitido. Com o novo método tarifário de ultrapassagem, esse “medo” de ultrapassar a demanda permitida é menor e consequentemente os consumidores contratam menos excessos de potência, o que traz eficiência ao sistema.

I_{inef} (kW)	Tarifação contínua de ultrapassagem e $N_{RED} = 1$
$\lambda = 0.01$	0
$\lambda = 0.455$	257.1
$\lambda = 0.99$	1100.5

Tabela 5 Índice de Ineficiência (kW) considerando o método tarifário contínuo de ultrapassagem

Por último, juntou-se as duas alterações propostas no modelo de contratação. Se não limitamos a redução de demanda e estabelecemos um método contínuo de tarifação por ultrapassagem, teremos um perfil de contratação como o do gráfico abaixo, para diferentes valores de λ . Eles estão posicionados entre as curvas do CVaR e do Valor Esperado das previsões.

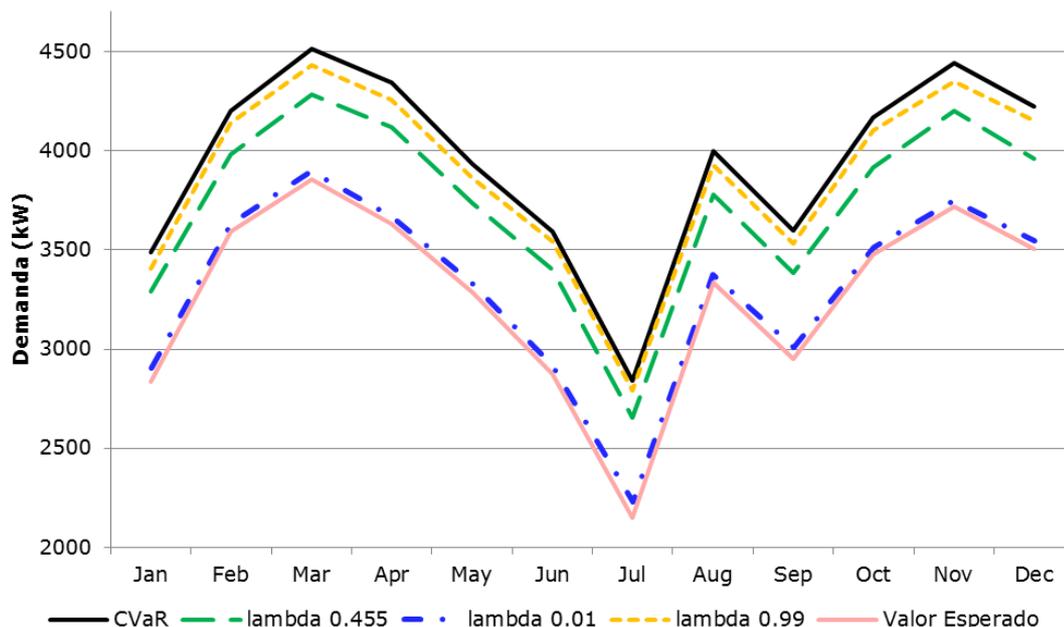


Fig 17 Contratação da demanda para a tarifação contínua de ultrapassagem e redução livre

O índice de ineficiência nos dá uma informação mais detalhada da contratação. Nota-se que ao adicionar o novo método tarifário, a ineficiência é reduzida, o que é observado ao comparar a Tabela 6 abaixo com a Tabela 3.

I_{inef} (kW)	$N_{RED} = 3$	$N_{RED} = 11$
$\lambda = 0.01$	0	0
$\lambda = 0.455$	0	0
$\lambda = 0.99$	168.9	0

Tabela 6 Índice de ineficiência (kW) para o método tarifário proposto e múltiplas reduções

Assim, mesmo com apenas três reduções de demanda, temos uma contratação totalmente eficiente para um consumidor de perfil moderado, segundo nossa definição de eficiência (de acordo com o índice I_{inef}). O que não acontecia quando havia a descontinuidade da penalização por ultrapassagem.

Os valores da demanda contratada mês a mês simulados para os dois casos de limite de redução estudados estão apresentados nas tabelas abaixo.

D_t^c (kW)	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
$\lambda=0.455$	3293	3979	4282	4119	3735	3402	2656	3776	3385	3918	4199	3960
$\lambda=0.01$	2906	3635	3896	3669	3332	2922	2230	3376	3006	3513	3748	3546
$\lambda=0.99$	3408	4143	4433	4258	3862	3544	2792	3927	3533	4101	4350	4154

Tabela 7 Demanda contratada (kW) para o método tarifário de ultrapassagem proposto e redução livre

D_t^c (kW)	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
$\lambda=0.455$	3293	3979	4222	4222	3576	3576	2656	3776	3385	3918	4127	4127
$\lambda=0.01$	2906	3635	3674	3674	3674	2922	2230	3220	3220	3513	3654	3654
$\lambda=0.99$	3408	4143	4325	4325	3744	3744	2792	3927	3533	4101	4239	4239

Tabela 8 Demanda contratada (kW) para o método tarifário de ultrapassagem proposto e limite de 3 reduções

Os próximos gráficos sintetizam todas as regras regulatórias analisadas: a vigente, a com alteração no limite de reduções, a com mudança no método de tarifação da ultrapassagem e a quando essas duas propostas se combinam. Cada gráfico representa um dos casos de redução analisados (limite de 3 e 11 reduções possíveis). Essas simulações são todas referentes ao consumidor de perfil de risco moderado ($\lambda = 0.455$), que é o perfil de consumo mais recorrente entre os clientes das distribuidoras e portanto o público alvo de nosso estudo. Os outros valores de λ representam casos extremos.

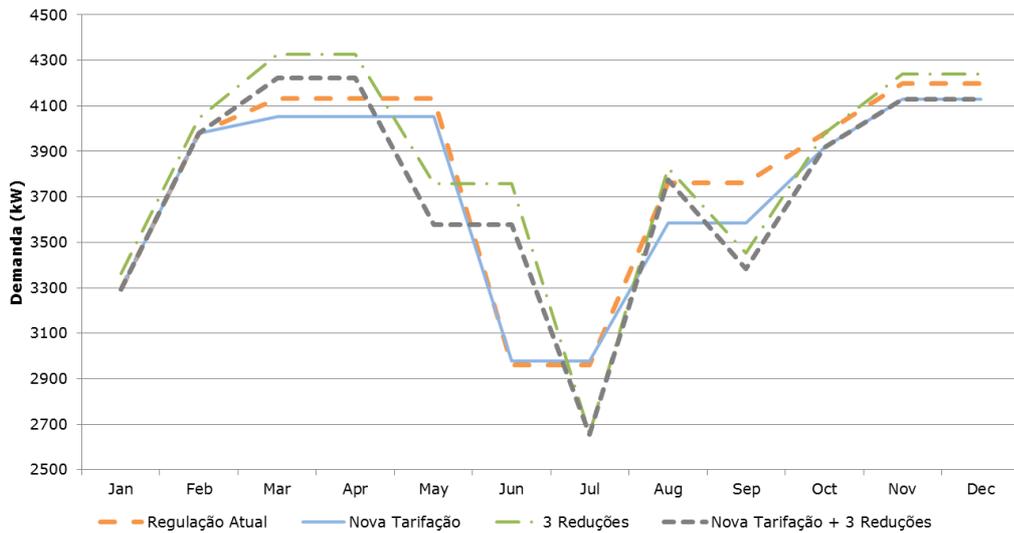


Fig 18 Contratação para as 4 regras regulatórias estudadas (com 3 reduções)

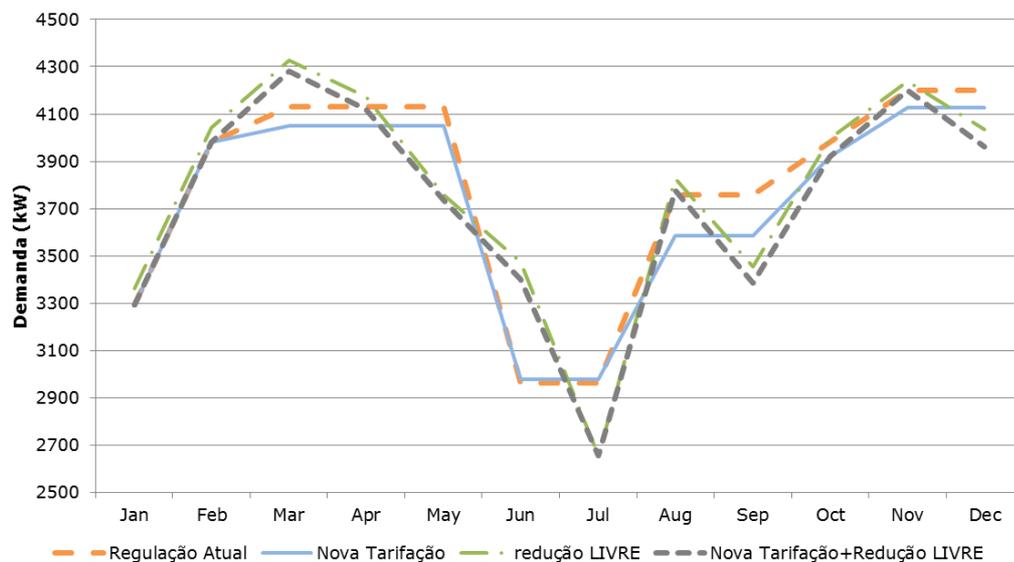


Fig 19 Contratação para as 4 regras regulatórias estudadas (com redução livre)

Ao incluir apenas a alteração relativa à penalização por ultrapassagem, o perfil de contratação se assemelha muito à contratação de acordo com a regulação atual. A diferença maior está nos meses agosto e setembro, onde temos uma redução considerável da demanda contratada com essa alteração, trazendo eficiência para o sistema.

Quando a redução da demanda é livre, acrescentar o método de tarifação de ultrapassagem proposto não afeta muito a contratação. Esse método tem impacto maior quando o número de reduções se limita a 3 por ano, com diferenças maiores na demanda contratada dos meses maio e junho, como é observado na Figura 18.

O último gráfico desse capítulo representa a contratação quando as duas alterações regulatórias entram em vigor, comparando o caso em que a redução da demanda se limita a três por ano com o caso onde não há limite para redução. Ela é semelhante para ambos os casos.

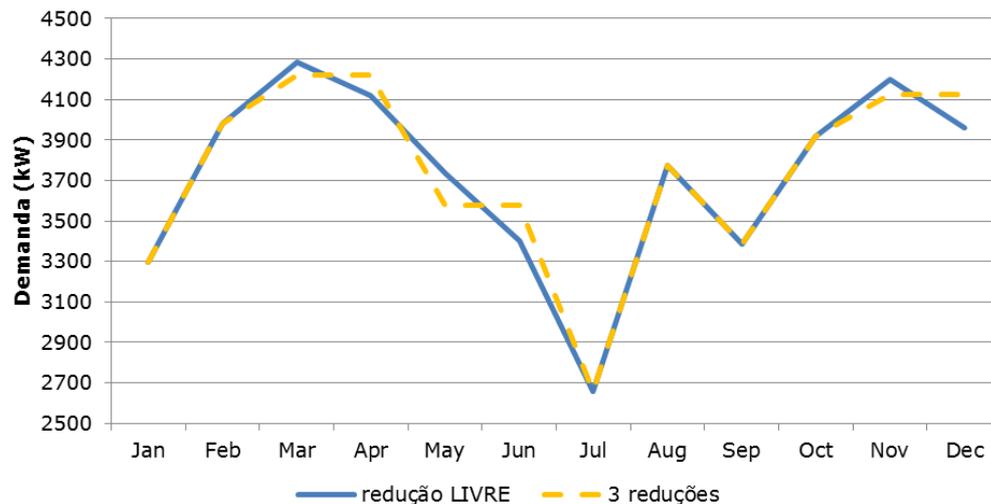


Fig 20 Comparação entre os dois limites de redução analisados

Há de se acrescentar que para resolver problemas de programação inteira o Xpress encontra um lower bound (como se trata de um problema de minimização) através de uma relaxação do problema original e depois vai encontrando resultados viáveis do problema não relaxado (também chamados de upper bound) que se aproximam do lower bound. Essa busca só acaba quando a diferença relativa entre o upper bound e o lower bound é menor que um valor percentual, chamado de gap de otimalidade. Neste trabalho o gap utilizado foi de 0.005%.

Devido a complexidade do problema, em algumas simulações não chegamos a um resultado ótimo, ou seja, a diferença entre o upper e o lower bound nunca chegou a ser menor que o gap de otimalidade. Nesses casos, utilizamos a melhor solução dentre as encontradas. Consideramos ela como uma solução sub-ótima. Portanto alguns resultados apresentados podem não ser a melhor solução possível, mas com certeza se aproximam muito dela. E isso já é o bastante para a análise desse trabalho, pois queremos observar tendências acima de tudo e não precisões cirúrgicas dos resultados.

7 Análise das Modificações Regulatórias Propostas

Qualquer proposta de mudança na regulação não pode ser pensada unilateralmente. Há de ser considerado como isso afetaria os consumidores, a distribuidora e o sistema elétrico como um todo. Ao mesmo tempo em que a ANEEL tem que assegurar que os consumidores recebam um bom produto a preço justo, ela tem que garantir que a distribuidora receba o retorno de seu investimento. E qualquer medida tomada para isso deve ser pensada em prol da eficiência do sistema. Pois um sistema eficiente precisa de menos recursos, o que representa menos gastos para todos.

Este trabalho optou por focar na otimização sob a ótica do consumidor, ou seja, analisar e quantificar o que cada alteração proposta representaria aos usuários dos produtos e serviços oferecidos. Que, neste caso, são as unidades consumidoras do grupo A. Entretanto nesse capítulo serão feitas considerações pensando em todos os agentes do setor, baseadas nos resultados apresentados no capítulo anterior. Claro que para validação e implantação de qualquer mudança regulatória são necessários outros estudos que verifiquem o impacto dessas alterações para os demais agentes do setor, além de um profundo debate sobre elas. Este trabalho é apenas o primeiro passo de todo esse processo.

Ambas as propostas analisadas se mostraram muito eficazes para diminuir a ineficiência na contratação do MUSD. Entre elas, o aumento do limite de reduções de demanda num período de 12 meses foi a que obteve a maior efetividade, como pode ser percebido pelos índices I_{inef} . Essa alteração permitiria ao consumidor modular melhor seu MUSD contratado de acordo com o que realmente ele necessita.

No caso de consumidores cuja potência máxima medida no mês apresenta uma tendência sazonal, como o exemplo estudado nesse trabalho, a regulação atual obriga este cliente a pagar, em certos meses, por uma potência que ele não utilizará, enquanto a distribuidora é obrigada a disponibilizar essa potência em excesso. Ou seja, é um processo ineficiente para o sistema. Se os valores contratados são utilizados pela distribuidora para planejar a infraestrutura da rede, como a capacidade de certos equipamentos instalados (ex: transformadores de distribuição de alimentadores), pode ser que ela esteja superestimando a capacidade necessária em razão dessa potência em excesso contratada.

Por outro lado, a distribuidora investe em toda uma infraestrutura de fios e equipamentos apenas para atender um consumidor específico. E essa infraestrutura tem que ser compatível com a maior potência que esse consumidor necessitará. Pode-se argumentar que permitir que se reduza muitas vezes a demanda contratada não remunerará adequadamente a distribuidora pois os seus investimentos seriam para uma estrutura mais robusta enquanto em muitos meses o consumidor pagaria compatível a uma estrutura de menor capacidade.

Em relação a essa argumentação, também temos que considerar que a REN 414 protege a distribuidora em alguns pontos. Como explicado na seção 2.2, os contratos firmados com os clientes tem prazos mínimos e multas por rescisão, garantindo que a distribuidora recupere o capital investido no acesso de novos clientes. E em obras de aumento de capacidade para consumidores do grupo A, a distribuidora arca apenas com uma parte dos custos (ERD). Portanto, quando a concessionária investe em novos ativos para atender uma ampliação de demanda do cliente, o contrato garante que ela terá o retorno deste ativo

Como essa modificação regulatória diminuiria os gastos de muitos consumidores e conseqüentemente o faturamento das distribuidoras, uma solução para reequilibrar a situação seria um aumento na tarifa de demanda. Ainda assim, o saldo seria positivo para diversas unidades consumidoras do grupo A e para o sistema em geral, pois reduziria muito a ineficiência na contratação. E também diminuiria o impacto financeiro para as distribuidoras.

Em relação à outra proposta de mudança regulatória, o método de tarifação contínuo para a ultrapassagem de demanda, também obtivemos um ganho considerável em eficiência na contratação ao considerá-lo no modelo de otimização.

O conceito dessa alteração é dar um significado econômico-tarifário para a ultrapassagem. Enquanto a ultrapassagem na regulação atual é vista com caráter punitivo (com pesada penalização), a proposta é considerá-la como uma segunda tarifação. Ou seja, a partir do ponto de 105% da demanda contratada, a tarifa aumenta, mas mantendo a continuidade na curva tarifária.

Diminuir o desincentivo da ultrapassagem pode ter um impacto negativo na segurança do sistema já que muitos consumidores utilizando mais potência do que o contratado (ou seja, mais do que o planejado pela distribuidora) pode acarretar em sobrecarga de alguns equipamentos do sistema, como transformadores, com risco de danificá-los.

Mas há opções regulatórias de implantar essa medida, que traz eficiência ao sistema, diminuindo esses riscos. Uma solução é variar essa tarifa de ultrapassagem, que nas simulações deste trabalho, teve valor equivalente a três vezes a tarifa de demanda. Um exemplo seria aumentá-la em maior grau no período úmido (verão no Brasil), quando a rede está normalmente mais sobrecarregada devido à cargas mais pesadas em relação ao período seco. Isso daria um sinal mais forte para o consumidor não ultrapassar a demanda contratada.

8 Conclusão e Trabalhos Futuros

Com base em tudo o que foi apresentado nesse trabalho, o aumento do limite de redução de demanda é visto como uma modificação regulatória benéfica para o sistema e principalmente justa para os consumidores, já que em diversos meses eles precisam pagar por uma potência que não usarão. Em relação ao número de reduções, o trabalho apresenta duas possibilidades: uma mudança mais radical, em que o consumidor reduz o MUSD contratado em relação ao mês anterior sempre que desejar, e outra mais moderada, limitando esse número a três reduções. Ao se juntar com a proposta de tarifação de ultrapassagem, a contratação para essas duas possibilidades é muito similar. Já se não considerarmos essa outra proposta, a possibilidade de apenas 3 reduções ainda apresenta uma certa ineficiência, ainda que bem menor do que se considerarmos a contratação seguindo as regras regulatórias vigentes.

O método contínuo de tarifação da ultrapassagem é outra proposta interessante em termos de resultado, pois traz eficiência ao sistema, e representa uma mudança de conceito, pois altera o significado da penalização por ultrapassagem. Essa alteração teve pouco impacto quando combinada com uma redução livre de demanda, mas nos outros casos, quando combinada com um limite de 1 ou 3 reduções por ano, diminui consideravelmente a ineficiência medida pelo I_{inef} . Diferente da proposta relativa ao número de reduções da demanda ao longo do ano, a curva do MUSD contratado com ou sem esse método tarifário não apresentou grandes mudanças em seu "formato". Requer um estudo mais completo antes de sua implementação do impacto que essa medida causaria à segurança do sistema. A possibilidade de tarifas de ultrapassagem diferenciadas entre período seco e úmido é uma boa alternativa para esse possível problema.

Como sugestão de pesquisas e trabalhos futuros, é necessário analisar o impacto financeiro para a distribuidora da proposta de redução de demanda (para os casos de 3 reduções e redução livre), considerando a recuperação do investimento da concessionária, através de um estudo de casos. E também calcular quanto um aumento nas tarifas de demanda impactaria no faturamento da distribuidora para assim propor um novo valor de tarifa que cubra parte da diminuição na receita da distribuidora em relação à nova regra regulatória de redução de demanda e que seja razoável para os consumidores.

Outros trabalhos também podem focar na questão da segurança do sistema, analisando a projeção para a ultrapassagem de demanda com o método contínuo de tarifação nos meses do período úmido e do período seco e qual seria o risco de sobrecarregamento da rede das distribuidoras devido a essa mudança regulatória, para ambos os períodos. E também chegar a uma projeção de valor de tarifa de ultrapassagem, diferenciado por período, que minimize esses riscos.

Uma questão não abordada nesse trabalho é a utilização de geração própria na gestão do risco de ultrapassagem de demanda de alguns consumidores. Os trabalhos futuros podem considerar essa abordagem em seu estudo de casos.

9 Bibliografia

- [1] P. L. JOSKOW, "Regulation of Natural Monopolies," in *Handbook of Law and Economics 2*, North Holland, 2007, pp. 1227-1348.
- [2] F. S. EL HAGE and M. P. DELGADO, "Regulação Técnica e Econômica em Monopólios Naturais – Reflexões Conceituais e Metodológicas no Setor de Distribuição de Energia Elétrica," Synergia Editora, 2014, p. 5.
- [3] ANEEL, "Resolução Normativa nº 414," 2010.
- [4] C. FERNANDES, "Modelos Arima para Séries Temporais Utilizando Software EViews," Apostila PUC-Rio, 2012.
- [5] R. T. ROCKAFELLAR and S. URYASEV, "Optimization of conditional value-at-risk," *Journal of Risk*, vol. 2, pp. 21-41, 2000.
- [6] R. T. ROCKAFELLAR, *Convex Analysis*, Princeton University Press, 1970.
- [7] A. STREET, *Equivalente Certo e Medidas de Risco em Decisões de Comercialização de Energia Elétrica*, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, 2008.
- [8] A. STREET, "On the conditional value-at-risk probability-dependent utility function," *Theory and Decision*, vol. 68, pp. 49-68, 2010.
- [9] D. LIMA, A. STREET, C. MARIN, G. VASCONCELOS, A. VEIGA, A. BRIGATTO, B. FANZERES, L. FREIRE and R. SAAVEDRA, "Contratação de Energia Elétrica de Grandes Consumidores: uma abordagem estatística e de otimização para definição da melhor estratégia de contratação," in *XXIII SNPTEE*, 2015.
- [10] M. FAMPA, *Otimização Combinatória*, Apostila UFRJ.
- [11] Light, "Composição da Tarifa," [Online]. Available: <http://www.light.com.br/para-residencias/Sua-Conta/composicao-da-tarifa.aspx>. [Accessed 3 12 2015].