

4

Modelo para Escoamento Bifásico Imiscível e Incompressível

Como mencionado anteriormente, o comportamento do polímero em escoamentos multifásicos é complexo e varia em função das condições do escoamento, com isso, no presente trabalho será estudado a eficiência de deslocamento do polímero considerando separadamente os efeitos cisalhantes e extensionais.

Neste capítulo será apresentado o modelo utilizado para descrever o escoamento de soluções poliméricas em meios porosos a partir das equações de conservação de massa e da Lei de Darcy. Assim como os modelos de viscosidade puramente cisalhante e extensional, modelos idealizados para avaliar isoladamente a contribuição de cada efeito na eficiência de deslocamento de soluções poliméricas.

4.1. Descrição Matemática

A derivação das equações para escoamento em meios porosos, conhecidas como equações de pressão e de saturação, é realizada mediante a aplicação da equação de continuidade e Lei de Darcy, que são suplementadas para os casos não isotérmicos mediante o uso de equações de estado.

A aplicação da equação de conservação de massa em um volume de controle diferencial, assumindo escoamento multifásico, multicomponente, considerando rocha e fluidos compressíveis e negligenciando a difusão/dispersão dos componentes é dada por (Aarnes, Gimse, Lie, 2007):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_j C_{ij} \rho_j S_j \right) + \nabla \cdot \left(\sum_j C_{ij} \rho_j v_j \right) = \sum_j C_{ij} q_j \quad \text{Eq.(4.1)}$$

Onde q_j , vazão da fase j , representa os termos de fonte (injeção) ou sumidouro (produção) no domínio dos poços.

A velocidade de Darcy, ou superficial, de cada fase (v_j) é definida mediante a Lei de Darcy generalizada para escoamento multifásico. Substituindo a equação 2.11 na equação 4.1 obtém-se a equação de pressão, equação 4.2, que relaciona a velocidade de cada fase com o gradiente de pressão e gravitacional como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_j C_{ij} \rho_j S_j \right) + \nabla \cdot \left(\sum_j C_{ij} \rho_j \left(-\frac{k k_{rj}}{\mu_j} \nabla p_j - \rho_j G \right) \right) = \sum_j C_{ij} q_j \quad \text{Eq.(4.2)}$$

Assumindo a rocha e fluidos incompressíveis (ϕ e $\rho_j = Cte$) e negligenciando efeitos gravitacionais ($\Delta \cdot G = -g \Delta z$), a equação 4.2 é simplificada da seguinte maneira:

$$\phi \rho_j \frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \sum_j C_{ij} S_j \right) + \rho_j \left[\nabla \cdot \sum_j C_{ij} \rho_j \left(-\frac{k k_{rj}}{\mu_j} \nabla p_j \right) \right] = \sum_j C_{ij} q_j \quad \text{Eq.(4.3)}$$

Considerando o escoamento bifásico (óleo, água), sendo constituída a fase óleo por gás dissolvido e óleo morto e a fase aquosa constituída por água pura e polímero, a conservação de massa em cada fase deve satisfazer $C_{oo} + C_{go} = 1$ e $C_{ww} + C_{pw} = 1$ de maneira que a equação de continuidade para cada fase é dada por:

$$\phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{k k_{ro}}{\mu_o} \nabla p_o \right) = \frac{q_o}{\rho_o} \quad \text{Eq.(4.4)}$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-\frac{k k_{rw}}{\mu_w} \nabla p_w \right) = \frac{q_w}{\rho_w} \quad \text{Eq.(4.5)}$$

Somando-se as equações 4.4 e 4.5 e considerando a vazão volumétrica total $q = q_w/\rho_w + q_o/\rho_o$, as mobilidades das fases ($\lambda_w = k_{rw}/\mu_w$; $\lambda_o = k_{ro}/\mu_o$) e a relação entre as saturações ($S_w + S_o = 1$), deriva-se a equação de pressão:

$$-\nabla \cdot [k\lambda_o \nabla p_o + k\lambda_w \nabla p_w] = q \quad ; \quad \Delta \cdot v = q \quad \text{Eq.(4.6)}$$

Onde $v = v_o + v_w$. A equação 4.6 possui duas incógnitas, a pressão do óleo (p_o) que se relacionadas através do conceito de pressão capilar $p_{cow} = p_o - p_w$ gera um acoplamento muito forte entre as equações de pressão e saturação. Para minimizar o acoplamento define-se uma pressão global $p = p_o - p_c$ que é função de uma pressão complementar p_c dependente da saturação de água:

$$p_c(S_w) = \int_1^{S_w} f_w(\xi) \frac{\partial p_{cow}(\xi)}{\partial S_w} d\xi \quad \text{Eq.(4.7)}$$

Onde o fluxo fracional $f_w = \lambda_w / (\lambda_w + \lambda_o) = \lambda_w / \lambda$ descreve a fração entre o fluxo de água e o fluxo total. Utilizando o conceito de pressão global e sabendo-se que $\nabla p_c = f_w \nabla p_{cow}$, obtém-se a forma elíptica da equação de pressão global:

$$-\nabla \cdot [k\lambda \nabla p] = q \quad \text{Eq.(4.8)}$$

Para complementar o modelo deriva-se a equação de saturação a partir da equação de continuidade para apenas uma fase de referencia (geralmente água) desde que a relação entre as saturações das fases satisfaça $\sum_j S_j = 1$. Para conectar a equação de continuidade da fase água com a equação de pressão global, equação 4.8, a velocidade v_w é expressa em função das pressões global e complementar. Para tanto usa-se a formulação de velocidade total v_t . Usando a Lei de Darcy, a definição de pressão capilar e manipulando as expressões de velocidades para ambas as fases tem-se:

$$\lambda_o v_w - \lambda_w v_o = k\lambda_o \lambda_w \nabla p_{cow} \quad \text{Eq.(4.9)}$$

Substituindo $v_o = v_t - v_w$ e dividindo pela mobilidade total λ obtém-se:

$$v_w = f_w [v_t + k\lambda_o \nabla p_{cow}] \quad \text{Eq.(4.10)}$$

Substituindo a equação 4.10 em 4.5 e desprezando as forças capilares ($\nabla p_{cow} = 0$), obtém-se a equação de saturação (Aarnes, Gimse, Lie, 2007):

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (f_w v_t) = \frac{q_w}{\rho_w} \quad \text{Eq.(4.11)}$$

Considerando o polímero como um componente conectado na fase aquosa a equação de transporte de polímero é dada por:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} (C_p S_w) + \nabla \cdot (C_p f_w v_t) = C_{p0} \left(\frac{q_w}{\rho_w} \right) + C_p f_w q \quad \text{Eq.(4.12)}$$

Para uma completa descrição do escoamento, o sistema de equações dado pelas equações 4.8, 4.11 e 4.12 deve ser suplementado com condições de contorno e condições iniciais. Para tanto, considerando um reservatório definido de domínio Ω e fronteira $\partial\Omega$ com poços injetores e produtores na fronteira $\partial\Omega_i$ e $\partial\Omega_p$ respectivamente, assume-se as condições de não deslizamento, vazão de injeção e produção prescrita e saturação de água inicial:

$$k\lambda \nabla p(\partial\Omega, \tau) \cdot \hat{n} = 0 \quad \text{Eq.(4.13)}$$

$$p(\partial\Omega_p, \tau) = 0 \quad \text{Eq.(4.14)}$$

$$\frac{q_w}{\rho_w}(\partial\Omega_i, \tau) = cte \quad \text{Eq.(4.15)}$$

$$S_w(\Omega, \tau = 0) = cte \quad \text{Eq.(4.16)}$$

Desta forma o sistema de equações diferenciais utilizado para a modelagem de injeção de soluções poliméricas é descrito pelas equações de contorno descritas acima e pelas equações de pressão, saturação e transporte de polímero:

$$-\nabla \cdot [k\lambda \nabla p] = q \quad \text{Eq.(4.17)}$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot (f_w v_t) = \frac{q_w}{\rho_w} \quad \text{Eq.(4.18)}$$

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} (C_p S_w) + \nabla \cdot (C_p f_w v_t) = C_{p0} \left(\frac{q_w}{\rho_w} \right) + C_p f_w q \quad \text{Eq.(4.19)}$$

O sistema de equações descrito acima é o tipicamente resolvido nos simuladores comerciais para o processo de injeção de polímero. No caso particular do simulador comercial STARS[®] da CMG (*Computer Modelling Group*) é possível analisar o efeito da velocidade e da taxa de cisalhamento na viscosidade do polímero, porém não permite o estudo dos efeitos elásticos. Como o objetivo deste trabalho é obter a análise de cada efeito separadamente, os modelos viscosos e viscoelásticos descritos a seguir foram utilizados.

4.1.1.

Modelo Viscoso: Viscosidade como função da taxa de cisalhamento

Para descrever o modelo de viscosidade que considere unicamente o efeito da taxa de cisalhamento local, utilizou-se o modelo de Christopher e Middleman (1995), que estimou a taxa de cisalhamento durante o escoamento monofásico em meios porosos como:

$$\dot{\gamma} = \frac{3n+1}{4n} \cdot \frac{12v}{150k\phi^{1/2}} \quad \text{Eq.(4.20)}$$

Onde v é a velocidade da água a partir da velocidade de Darcy considerando o fluxo fracional f_w , k é a permeabilidade absoluta, ϕ é a porosidade total e n é o índice de potencia, que é uma propriedade reológica, dependente da concentração do fluido.

Para definir a viscosidade em função da taxa de cisalhamento local foi utilizado o modelo de potência dado por:

$$\mu_{pw} = H \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{Eq.(4.21)}$$

Considerando que o polímero é um componente na fase água, a viscosidade do fluido injetado pode ser determinada pela equação 4.22,

mediante a ponderação da viscosidade da fase água (pura e com polímero) pela concentração de cada componente:

$$\mu_w(\dot{C}p) = \mu_w(1 - Cp) + Cp \cdot \mu_{pw} \quad \text{Eq.(4.22)}$$

4.1.2.

Modelo Viscoelástico: Viscosidade como função da taxa de extensão

No caso de soluções viscoelásticas, o aumento da queda de pressão no escoamento através de meios porosos pode ser descrito como um efeito puramente associado à viscosidade extensional, para um escoamento monofásico, que é função da taxa de extensão ($\dot{\epsilon}$) definida como (Vorwerk and Bunn, 1993):

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sqrt{2} v}{\phi d_k} \quad \text{Eq.(4.23)}$$

Substituindo o diâmetro médio da partícula (d_k) dado pela equação 2.15 de Kozeny-Carman na equação 4.23, tem-se que:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sqrt{2} v}{\alpha} \frac{\phi^{1/2}}{k^{1/2} (1 - \phi)} \quad \text{Eq.(4.24)}$$

Onde, $\alpha = 180^{1/2}$, k é a permeabilidade absoluta, ϕ é a porosidade total e v é a velocidade da água a partir da velocidade de Darcy. Para o modelo de viscosidade puramente extensional modificou-se o modelo Carreau-Yasuda:

$$\mu_{pw} = \mu_{e\infty} + (\mu_{e0} - \mu_{e\infty}) \left[1 + (\dot{\epsilon} \lambda_{cy})^2 \right]^{\frac{n_{cy}-1}{2}} \quad \text{Eq.(4.25)}$$

Onde μ_{e0} representa a viscosidade aparente quando a taxa de cisalhamento tende a zero, $\mu_{e\infty}$ a viscosidade aparente quando a taxa de cisalhamento tende ao infinito, λ_{cy} é um tempo característico do fluido igual ao inverso do valor da taxa de extensão, $\dot{\epsilon}$ e n_{cy} é o expoente *power-law*. Sendo todos parâmetros reológicos tipicamente usados no modelo Carreau-Yosuda que definem a dependência da viscosidade extensional com a taxa de deformação.

Finalmente, da mesma forma que no modelo de viscosidade puramente cisalhante, a viscosidade do fluido injetado para o modelo de viscosidade puramente extensional também pode ser determinada pela equação 4.22.

4.2. Solução do Sistema de Equações Diferenciais

O sistema de equações diferenciais, dado por (4.17, 4.18 e 4.19) é discretizado utilizando o método dos volumes finitos fazendo a aproximação das derivadas na equação de pressão através do método de TPFA (*Two-point flux approximation*). O código soluciona o sistema de equações acoplado resolvendo em forma implícita a equação de pressão e explícita a equação de saturação (método IMPES, *implicit pressure – explicit saturation*).

A solução desacoplada das equações de pressão e saturação é realizada em forma iterativa para cada passo de tempo. Primeiramente com valores iniciais de distribuição de saturação calcula-se as mobilidades das fases para resolver a equação de pressão, 4.17. Uma vez obtida a pressão global, computa-se o campo de velocidade total. No caso de injeção de polímero, calcula-se as viscosidades segundo os modelos viscosos e viscoelásticos em função do campo de velocidade. Em seguida mantendo a velocidade total v_t constante resolve-se iterativamente a equação de saturação (4.18) e de transporte de polímero (equação 4.19) em forma explícita dividindo-se o passo de tempo ($\Delta\tau$ global) em frações menores (Δt local) para satisfazer a condição CFL de estabilidade (Aarnes, Gimse, Lie, 2007).

Posteriormente, com os novos valores de saturação e de concentração de polímero resolve-se novamente a equação de pressão repetindo-se o mesmo processo para cada passo de tempo até o final do processo de injeção.