



Júlia de Toledo Camargo

**Análise limite tridimensional como um
problema de otimização cônica quadrática:
aplicação em estabilidade de taludes**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre pelo Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil do
Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior
Co-orientadores: Prof. Luiz Eloy Vaz (*in memoriam*)
Prof^a. Raquel Quadros Velloso

Rio de Janeiro
Janeiro de 2015



Júlia de Toledo Camargo

**Análise limite tridimensional como um
problema de otimização cônica quadrática:
aplicação em estabilidade de taludes**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Júnior

Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Profa. Raquel Quadros Velloso

Co-orientadora

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. Tácio Mauro Pereira de Campos

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. Ivan Fabio Mota de Menezes

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Profa. Lavinia Maria Sanabio Alves Borges

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 26 de Janeiro de 2015

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e da orientadora.

Júlia de Toledo Camargo

Graduou-se em Engenharia Ambiental pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 2012.

Ficha Catalográfica

Camargo, Júlia de Toledo

Análise limite tridimensional como um problema de otimização cônica quadrática: aplicação em estabilidade de taludes / Júlia de Toledo Camargo ; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr ; co-orientadores: Luiz Eloy Vaz, Raquel Quadros Velloso. – 2015.
114 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2015.
Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Análise limite numérica. 3. Estabilidade de taludes. 4. Otimização cônica quadrática. 5. Casos tridimensionais. 6. Solos saturados e não saturados. I. Vargas Júnior, Eurípedes do Amaral. II. Vaz, Luiz Eloy. III. Velloso, Raquel Quadros. IV. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. V. Título.

CDD: 624

*Aos meus queridos pais, Ricardo e Rosane.
À minha irmã, Carla.
À Raquel.*

Agradecimentos

Apesar deste trabalho parecer individual, ele foi, na verdade, um grande projeto coletivo. Algumas pessoas foram essenciais para a sua realização. Agradeço imensamente a meus pais, por trazerem leveza para o meu dia-a-dia, e mais que isso, pelo apoio incondicional. Agradeço também à Carla, minha irmã. Ela pouco desconfia de que é um grande exemplo para mim. Também agradeço ao Mário por me incentivar nas horas de cansaço, me acalmar nos momentos de dúvidas.

Ao Professor Vargas, sou grata pela sua orientação e entusiasmo em discutir resultados. À Raquel Velloso. Obrigada por ter me apresentado ao maravilhoso mundo numérico. Seu fascínio pela pesquisa certamente muito me influenciou e mudou minha trajetória de vida. Ao Professor Eloy, pela disposição em ensinar.

Agradeço ao Alonso, ao Luis Arnaldo, ao Silvestre, à Marlene e ao Luis Fernando pelas consultorias prestadas para a realização deste trabalho. Também essencial foi o envolvimento do Alonso e do Miqueletto, para que seu programa de análise de fluxo voltasse a ser usado.

Agradeço também ao próprio mestrado, que me apresentou tantos bons amigos durante esse tempo. Especialmente à Nathalia e Ricardo, obrigada pela paciência, pelas conversas e principalmente pelas risadas! Mas também eu não poderia deixar de agradecer aos amigos de longa data e, particularmente, à Simone. Além da boa companhia, ela sempre se colocou a par dos problemas enfrentados ao longo da dissertação, contribuindo com excelentes sugestões.

Sou muito agradecida aos professores Ivan Menezes e Lavínia Borges, pelas conversas que muito me esclareceram. O programa desenvolvido por André Muller para procurar as coordenadas locais de pontos específicos em uma malha prismática foi fundamental para se conseguir analisar exemplos não secos.

À Rita e à Fátima pelo grande suporte aos alunos. Aos demais professores da PUC-Rio do Departamento de Engenharia Civil, assim como à PUC, obrigada.

Finalmente, agradeço ao CNPq e à FAPERJ pelo apoio financeiro.

Resumo

Camargo, Júlia de Toledo; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Vaz, Luiz Eloy; Velloso, Raquel Quadros. **Análise limite tridimensional como um problema de otimização cônica quadrática: aplicação em estabilidade de taludes.** Rio de Janeiro, 2015. 114p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Visando avaliar uma ferramenta numérica efetiva para resolução de problemas de estabilidade tridimensionais, a análise limite numérica foi estudada neste trabalho. Sua abordagem numérica requer o uso tanto do método dos elementos finitos quanto de programação matemática. Isto porque os teoremas da plasticidade, base da análise limite, podem ser colocados como problemas de otimização. No teorema do limite inferior, por exemplo, se deseja maximizar o fator de colapso, com o solo sujeito a condições de equilíbrio e ao critério de ruptura. O critério de ruptura utilizado foi o de Drucker-Prager. Neste trabalho, fez-se uso da programação cônica quadrática, conhecida por possibilitar a resolução de problemas de grande escala com muita eficiência. Empregou-se, para tanto, o solver Mosek. Além de ser possível determinar o fator de colapso, também se desenvolveu um método para calcular o fator de segurança da encosta. Ele reduz sucessivamente os parâmetros de resistência do solo, através do método de Newton-Raphson. Em casos de geometrias mais complexas, a formulação do problema teve que ser modificada. Uma força horizontal fictícia foi adicionada na condição de equilíbrio e unicamente ela foi majorada com o fator de colapso. Foi apenas através desta formulação que se pode simular a estabilidade de solos submetidos ao efeito de poropressão. A análise de fluxo foi simulada a parte no programa de elementos finitos desenvolvido por Miquelletto (2007). A resistência do solo depende dos valores de poropressão, que caracterizam os solos como saturados ou não saturados.

Palavras-chave

Análise limite numérica; estabilidade de taludes; otimização cônica quadrática; casos tridimensionais; solos saturados e não saturados.

Abstract

Camargo, Júlia de Toledo; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-Advisor); Velloso, Raquel Quadros (Co-Advisor). **Three dimensional limit analysis using Second Order Cone Programming applied to slope stability**. Rio de Janeiro, 2015. 114p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Numerical limit analysis was studied in order to evaluate an effective numerical procedure to solve three-dimensional slope stability problems. This numerical approach utilizes finite element method and mathematical programming. Mathematical programming is needed because the plasticity theorems, basic theorems for limit analysis, can be cast as optimization problems. The lower bound theorem consists of finding the maximum collapse multiplier that will lead the soil to the imminence of collapse. The soil will still be restricted to equilibrium conditions and the yield criterion will have to be satisfied everywhere. Drucker-Prager was the yield criterion chosen. In this thesis, the optimization problem is reformulated as a second order cone programming (SOCP). SOCP is known to solve large-scale problems with great computational efficiency and we used the solver Mosek. The model calculates not only the collapse multiplier, but also the safety factor for the slope. A strength reduction scheme was proposed, based on the Newton-Raphson method. For complex geometries cases, a novel formulation was developed. A fictitious horizontal force was added at the equilibrium equation and uniquely this force was increased by the multiplier factor. It was only through this reformulation that it was possible to assess stability of slopes subjected to porepressure effects. The groundwater flow was simulated separately in a finite element program developed by Miqueletto (2007). The soil strength depends on porepressure values, which define soils as saturated or unsaturated.

Keywords

Numerical limit analysis; slope stability; second order cone programming; three-dimensional problems; saturated and unsaturated soils.

Sumário

1	Introdução	16
1.1.	Relevância da pesquisa	16
1.2.	Objetivos	18
1.3.	Organização do trabalho	19
2.	Análise limite	20
2.1	Considerações iniciais	20
2.2	Hipóteses da análise limite	24
2.2.1.	Lei de fluxo associada	24
2.2.2.	Material estável	27
2.2.3.	Critério de ruptura convexo	28
2.2.4.	Comportamento plástico perfeito do material	32
2.2.5.	Princípio do trabalho virtual	33
2.3	Análise limite como um problema de otimização	34
2.3.1.	Análise limite pelo teorema do limite superior	34
2.3.2.	Análise limite pelo teorema do limite inferior	35
2.3.3.	Formulações numéricas para a análise limite	36
2.4	Análise limite como um problema de otimização cônica quadrática	40
2.4.1.	Otimização cônica quadrática	40
3.	Implementações numéricas	43
3.1.	Função objetivo e variáveis	44
3.2.	Condições de equilíbrio	44
3.2.1.	Equação de equilíbrio convencional	45
3.2.2.	Equação de equilíbrio com força horizontal fictícia aplicada	46
3.3.	Discretização espacial	47
3.4.	Integração numérica	49
3.5.	Critérios de Drucker-Prager na forma cônica quadrática	50
3.5.1.	Critério de Drucker-Prager para solo com poropressão nula	50

3.5.2. Critério de Drucker-Prager considerando o efeito da poropressão	51
3.6. Problema de otimização	53
3.7. Condições de contorno	54
3.8. Cálculo do fator de segurança	54
3.9. Mecanismo de colapso	56
 4. Resultados	 60
4.1. Exemplos com poropressão nula	61
4.1.1. Talude infinito	61
4.1.2. Talude com uma camada fraca	66
4.1.3. Talude homogêneo de geometria complexa	73
4.2. Exemplos com fluxo	76
4.2.1. Talude infinito	76
4.2.2. Talude natural em Oregon	79
4.2.3. Talude natural na bacia do Quitite	91
 5 Considerações finais	 105
 6 Referências bibliográficas	 108

Lista de figuras

Figura 2.1 – Forças atuantes consideradas no equilíbrio limite.	21
Figura 2.2 – Desenho esquemático de um bloco submetido a duas forças.	25
Figura 2.3 – Critério para o deslizamento do bloco.	25
Figura 2.4 – Desenho esquemático visando o conceito de material estável e de critério de ruptura convexo, adaptado de Chen e Liu (1990).	28
Figura 2.5 – Formato do critério de Drucker-Prager, adaptado de Chen e Liu (1990).	31
Figura 2.6 – Correspondência entre envoltórias para determinação dos parâmetros de resistência.	31
Figura 2.7 – Formato do critério de Mohr-Coulomb, adaptado de Davis e Selvadurai (2002).	32
Figura 2.8 – a) Comportamento rígido plástico perfeito e b) elástico perfeitamente plástico.	33
Figura 2.9 – Tipo de discretização dos elementos finitos a) σ_3 -v6 e v6-UB; (b) σ_3 -v7 (c) σ_3 -LB, por Zouain et al. (2014).	39
Figura 3.1 – a) Ordem de numeração local e eixo de coordenadas locais b) Discretização das velocidades e da tensão no elemento.	48
Figura 3.2 – Pseudo código de Newton-Raphson para encontrar o fator de segurança.	56
Figura 4.1 – Geometria talude infinito.	62
Figura 4.2 – Discretização do talude infinito a) malha de 7500 elementos e b) malha de 30000 elementos.	63
Figura 4.3 – Convergência do fator de colapso com a maior discretização da malha.	64
Figura 4.4 – Convergência do fator de segurança com a maior discretização da malha.	64
Figura 4.5 – Mecanismo de colapso do talude infinito com malha deformada.	66
Figura 4.6 – Geometria do talude com camada fraca.	67
Figura 4.7 – Discretização do talude com camada fraca.	67

Figura 4.8 – Comparação de fatores de segurança de diversas técnicas para o talude com camada fraca (Sloan, 2013).	69
Figura 4.9 – Mecanismo de colapso para o talude com camada fraca, em a) resultado apresentado por Sloan (2013) e em b) resultado proveniente deste trabalho.	69
Figura 4.10 – Geometria todo talude com camada fraca tridimensional.	70
Figura 4.11 – Mecanismo de colapso para talude com camada fraca, modelo 3D. Resultados de a) análise limite e b) FEM de Gharti et al. (2012).	71
Figura 4.12 – Geometria do talude homogêneo de geometria complexa com a) visão de frente e b) visão de trás.	73
Figura 4.13 – Mecanismo de colapso (velocidades) da análise limite para o talude de geometria complexa.	75
Figura 4.14 – Mecanismo de colapso (deslocamentos) da análise elastoplástica através do método dos elementos finitos para o talude de geometria complexa (Nian et al., 2012).	75
Figura 4.15 – Desenho esquemático de um talude infinito com fluxo, em a) para simular o processo de infiltração e em b) quando o lençol freático não atinge o topo do talude.	77
Figura 4.16 – Mecanismo de colapso para o talude infinito com malha deformada em a) simulando processo de infiltração e em b) solo completamente não saturado.	79
Figura 4.17 – Curvas de nível para a) o topo do talude e b) a espessura do solo.	80
Figura 4.18 – a) Malha de elementos prismáticos e b) detalhe da discretização vertical.	81
Figura 4.19 – Poropressão (em kPa) no topo do talude: em a) simulado através do programa de Miqueletto (2007) e em b) resultado de Borja et al. (2012)	83
Figura 4.20 – Poropressão (em kPa) na base do talude: em a) simulado através do programa de Miqueletto (2007) e em b) resultado de Borja et al. (2012).	84

Figura 4.21 – Poropressão (em kPa) para malha de a) elementos prismáticos e b) elementos hexaédricos.	85
Figura 4.22 – a) Malha de elementos hexaédricos e b) detalhe da discretização vertical.	85
Figura 4.23 – a) Velocidade obtida por análise limite e b) deformação plástica por Borja et al., ambas na interface solo-rocha para o talude natural em Oregon.	87
Figura 4.24 – a) Velocidade obtida por análise limite e b) deformação plástica por Borja et al., ambas para o topo do talude natural em Oregon.	87
Figura 4.25 – Mecanismo de colapso para simulações com diferentes parâmetros de resistência: a) $c = 4 \text{ kPa} - \phi' = 40^\circ$; b) $c = 2 \text{ kPa} - \phi' = 40^\circ$; c) $c = 6 \text{ kPa} - \phi' = 40^\circ$; d) $c = 4 \text{ kPa} - \phi' = 33^\circ$; e) $c = 4 \text{ kPa} - \phi' = 44^\circ$.	90
Figura 4.26 – Mecanismo de colapso para a simulação a) de base, b) de $c = 3 \text{ kPa} - \phi' = 35^\circ$ na condição final e c) de $c = 3 \text{ kPa} - \phi' = 35^\circ$ na condição inicial de saturação do solo.	91
Figura 4.27 – Localização da bacia do Quitite e do Papagaio (adaptado de Guimarães et al., 2003).	92
Figura 4.28 – Intensidade de precipitação diária utilizada na simulação (Miqueletto, 2007).	93
Figura 4.29 – a) Discretização da malha em elementos prismáticos e seu detalhe em b).	94
Figura 4.30 – a) Novo domínio para análise de estabilidade e sua malha de elementos hexaédrico, detalhada em b).	95
Figura 4.31 – Poropressão (kPa) na malha de elementos hexaédricos a) no topo do talude e b) na sua base após 240 horas de precipitação.	96
Figura 4.32 – Poropressão (kPa) na malha de elementos hexaédricos a) no topo do talude e b) na sua base após 480 horas de precipitação.	96
Figura 4.33 – Para a condição inicial: a) visão de planta e b) seção A-A' do mecanismo de colapso.	98
Figura 4.34 – Para o tempo de 10 dias: a) visão de planta e b) seção A-A' do mecanismo de colapso e c) poropressão (kPa) na seção A-A'.	99

Figura 4.35 – Para o tempo de 20 dias: a) visão de planta e b) seção A-A’ do mecanismo de colapso e c) poropressão (kPa) na seção A-A’ .	100
Figura 4.36 – Para a condição inicial: fator de segurança para as bacias do Quitite e Papagaio por Miqueletto (2007).	101
Figura 4.37 – Para o tempo de 10 dias: fator de segurança para as bacias do Quitite e Papagaio por Miqueletto (2007).	102
Figura 4.38 – Para o tempo de 20 dias: fator de segurança para as bacias do Quitite e Papagaio por Miqueletto (2007).	102
Figura 4.39 – Para o tempo de 20 dias: visão de planta do mecanismo de colapso, após restringir movimentação dos nós rompidos na análise anterior.	103

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Discriminação no número de equações e de variáveis para o método das fatias, adaptado de Abramson et al. (2002).	21
Tabela 3.1 – Pontos e pesos para a integração numérica.	50
Tabela 4.1 – Parâmetros de resistência e peso específico - talude infinito.	62
Tabela 4.2 – Resultados da análise de convergência.	63
Tabela 4.3 – Tempo de processamento variando com o número de elementos da malha.	65
Tabela 4.4 – Parâmetros de resistência e peso específico – talude com camada fraca.	68
Tabela 4.5 – Fator de segurança e tempo de processamento para talude com camada fraca no modelo tridimensional.	71
Tabela 4.6 – Comparação entre FS para modelos 3D de talude com camada fraca, variando as larguras.	72
Tabela 4.7 – FS para o modelo 3D do talude com camada fraca de trabalhos encontrados na literatura.	72
Tabela 4.8 – Parâmetros de resistência e peso específico – talude de geometria complexa.	73
Tabela 4.9 – Resultados da análise limite para o talude de geometria complexa.	74
Tabela 4.10 – Parâmetros de resistência e peso específico - talude infinito com fluxo.	77
Tabela 4.11 – Resultados da análise limite para o talude infinito com fluxo	78
Tabela 4.12 – Parâmetros hidráulicos e índices físicos do solo para talude em Oregon.	82
Tabela 4.13 – Parâmetros de resistência e peso específico do solo para talude natural em Oregon.	86
Tabela 4.14 – Sensitividade da análise de estabilidade aos parâmetros de resistência.	89
Tabela 4.15 – Precipitação diária utilizada na simulação de fluxo (Miqueletto, 2007).	93

Tabela 4.16 – Parâmetros hidráulicos e índices físicos do solo para bacia do Quitite e Papagaio.	93
Tabela 4.17 – Parâmetros de resistência do solo para talude da bacia do Quitite.	97
Tabela 4.18 – Resultados da análise limite para a encosta do Quitite.	100