2
Revisão da Literatura

2.1
Modelagem de uma Rede Logística de Suprimentos

Numa cadeia de suprimentos (ou rede logística) típica, os insumos (matérias-primas) são adquiridos dos fornecedores, os itens são produzidos em uma ou mais fábricas (plantas), transportados para centros de distribuição (e/ou depósitos) para armazenamento (estocagem) por certo período e, então, entregues para varejistas (e/ou clientes) como esquematizados na Figura 1. Ao longo da cadeia de suprimentos, considerando a partir das fábricas, ocorrem estoques de produtos em processo que ficam estocados e de produtos acabados que fluem entre instalações.

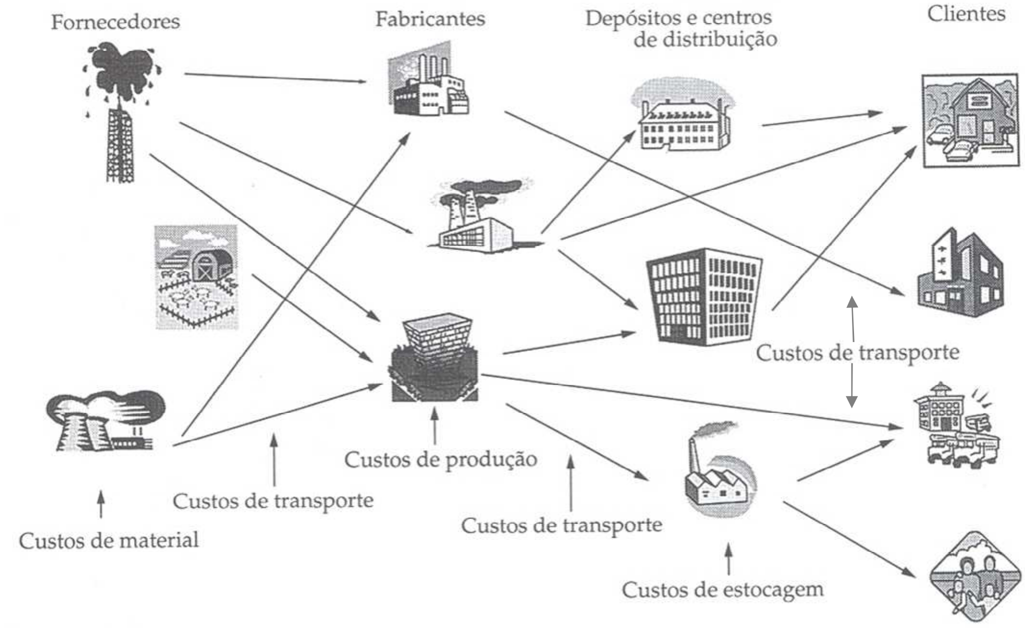

Figura 1 – Cadeia de Suprimentos típica. Fonte: Simchi-Levi et al. (p.28, 2003).

A Figura 1 serve para ilustrar a rede logística a ser modelada, pois ela é composta pelos mesmos três pares (camadas) de instalações sequenciais (fornecedores, plantas, armazéns e clientes) e segue o mesmo sentido dos fluxos dos produtos. Os custos que compõem a rede modelada são, além dos ilustrados, os custos fixos de localização e de alocação de produtos nas instalações. Somamse ainda, os custos fixos associados à escolha da melhor alternativa de transporte em cada camada da rede logística.

O conceito de cadeia logística de suprimentos, também chamado de sistemas logísticos ou redes logísticas[1], surgiu em vários segmentos de negócios e funções governamentais incluindo: firmas de manufatura, firmas de varejo, distribuidoras, organizações militares, companhia de serviços, postagem, entre outros.

O escopo e a complexidade das questões logísticas sugerem que não existe um único caminho com a melhor representação e melhor modelo, ou o melhor algoritmo para otimizar as questões logísticas. Cada cadeia logística de suprimentos tem características únicas, as quais sempre frustrarão e complicarão o trabalho do tomador de decisão logística.

Entretanto, existe um crescimento de aparatos de conceitos de suporte à decisão e ferramentas de pesquisa operacional, sistema de informações geográficas, gerenciamento de banco de dados e uso de interfaces gráficas que melhoram imensamente a qualidade e oportunidades de decisões logísticas.

A análise logística é mutuamente influenciada pelas especialidades particulares do modelador: por exemplo, um profissional da logística pode focar em modelos de referência de outras empresas; um analista de pesquisa operacional pode focar em modelos de otimização matemática; e um cientista computacional pode focar em modelos de dados orientados por objetos. Entretanto, cada um destes elementos é importante e deve ser incluído no modelo.

Dadas as questões complexas e “trade-offs” envolvidos na rede logística de suprimentos, o único caminho prático para determinar como melhorar as operações logísticas é gerar e avaliar as alternativas lógicas. Na Figura 2, algumas questões possíveis referentes a uma rede logística são apresentadas.

[1] As relações entre as entidades pertencentes as cadeias de suprimentos estão cada vez mais complexas, de modo que os fluxos tenham sentidos que não reflitam um formato de um cadeia e se pareçam mais com uma rede.

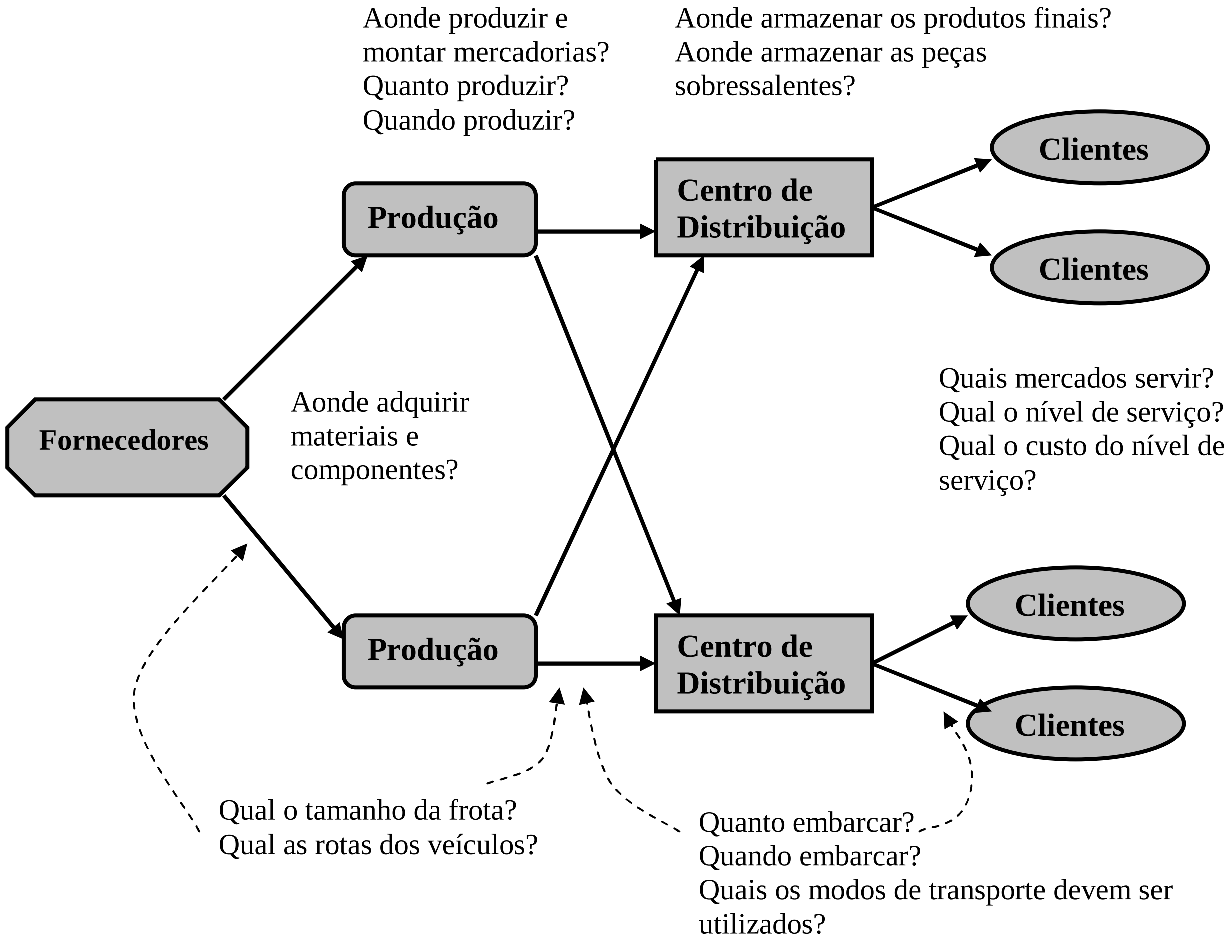

Figura 2 – Decisões na Cadeia de Suprimentos. Fonte: Ratliff, H. D. e Nulty, W. G. – “Logistics Composite Modelling”- Ratliff & Nulty, 1996

De acordo com as questões levantadas na Figura 2, pode-se classificar as decisões a serem tomadas em três categorias conforme a sua importância e seu horizonte de tempo. Primeiro, as decisões relacionadas com a localização de instalações, capacidade de produção nas plantas e de estocagem e movimentação nos armazéns, ou seja, tudo aquilo que envolve uma grande quantia de investimento e tempo de planejamento e de execução considerável. Neste caso, as decisões são tratadas em um nível estratégico por terem um horizonte de planejamento de vários anos. A seleção de fornecedores, faixa de produtos designados, plano contingencial no caso de quebra de uma linha de produção, bem como seleção de um modo de transporte ou transportadoras, pertencem a um nível tático e podem ser revistos em intervalos de meses. Por último, estão aquelas decisões relativas a um curto período de tempo, geralmente relacionadas ao fluxo de produtos pela rede, que no caso são as decisões em um nível operacional, como por exemplo, rotas de entrega de produtos vendidos no dia anterior, com horizonte de dias, ou de semanas.

Das questões descritas na Figura 2, somente aquelas referentes ao tamanho da frota e do roteirização de veículos são as que o modelo proposto não pretende responder. A modelagem parte do princípio de que primeiro deve-se definir o escopo do projeto de modelagem, em seguida modela-se a cadeia atual, valida-se o modelo, e a partir desse ponto, efetua-se os experimentos dos cenários que permitirão ao analista definir possíveis melhorias a serem implementadas.

Segundo Ghiani, Laporte e Mussmano (2004, pp 74-76), pode-se classificar os problemas de localização de instalações com relação:

i. **Horizonte de Tempo**. Problemas de período único, onde as decisões são feitas no início do período baseado no histórico passado ou em previsão para o período estudado. Em problemas de múltiplos períodos, a decisão é feita no início do período e ao longo do tempo ocorrem mudanças que podem alterar o planejamento inicial ou não.

ii. **Tipologia da Instalação**. Problemas de localização de um único tipo (armazém) e de múltipos tipos (armazém e fábrica).

iii. **Fluxo de Material**. Pode ser considerado um fluxo homogêneo (um único produto) ou heterogêneo (multi-produtos).

iv. **Interação entre Instalações**. Em sistemas logísticos complexos podem existir fluxos de produtos entre armazéns e entre plantas.

v. **Fluxos Dominantes de Material.** Problemas de localização de uma única camada (single-echelon) são problemas em que os produtos entram ou saem da instalação a ser localizada. Em problemas de múltiplas camadas (multiple-echelon), tanto a entrada de produtos quanto a saída são relevantes.

vi. **Divisibilidade da Demanda.** Em alguns sistemas é necessário, seja por motivo administrativo ou contábil, que cada instalação ou cliente seja suprido por um único fornecedor (indivisível), em outros casos é possível ser suprido por vários centros (divisível).

vii. **Influência do Transporte nas Decisões de Localização.** Muitos modelos assumem que o transporte é feito apenas entre dois pontos (origem/destino) calculando os custos como a taxa de transporte vezes a distância de ida e volta vezes o volume transportado. Na realidade, é comum um veículo percorrer uma rota entregando os produtos demandados pelos clientes.

Seguindo a lógica do último item da classificação acima, Influência do Transporte nas Decisões de Localização, poderia ser considerado, também, a **Influência de Estoques nas Decisões de Localização**, que é tão bem abordado por Daskin et al. (2005, p.61), que recomenda aos pesquisadores incorporar mais modelos sofisticados de estoques, incluindo modelos de múltiplos-itens de estoques e modelos que contabilizem o estoque acumulado ao longo de todos os níveis da cadeia logística de suprimentos.

O modelo matemático a ser desenvolvido neste trabalho pode ser definido como um modelo de múltiplos itens, múltiplos níveis, para um único período, com indivisibilidade da demanda, com localização de múltiplas instalações, sem interação entre instalações iguais, sem influência da roteirização, mas com influência de estoques.

A aplicação do modelo a ser formulado pode contribuir para diversas decisões a serem tomadas, pois gerando interativamente o modelo matemático e avaliando as possíveis alternativas podem surgir refinamentos para estratégias, objetos logísticos, e arquitetura de suporte a decisão.

O trabalho em questão utiliza alguns conceitos de Sistema de Informações Geográficas (SIG), que é um sistema de computação, onde o dado que se trabalha tem, como um dos atributos básicos, a sua posição geográfica. É normalmente apoiado em banco de dados, que associado ao terreno, possibilita a produção de informações diversificadas sobre o mesmo (Monteiro, 2002).

Uma característica importante do SIG é a possibilidade de adquirir dados das mais variadas fontes, homogeneizá-los segundo um padrão definido e exibi-los, ao final, em uma aplicação específica.

Dentre as variadas áreas de aplicação do SIG, pode-se destacar uma em especial, a de transporte e apoio logísticos, auxiliando o controle de cargas sobre as rodovias e outros serviços, seja qual for o nível modal de interesse. Para tornar esta aplicação viável, pode-se dividir genericamente o SIG em quatro funções básicas: aquisição, gerenciamento, análise e exibição de dados.

A função aquisição está relacionada com a conversão de informações analógicas em digitais. A coleta de dados é proveniente de diversas fontes como fotografias aéreas, levantamentos topográficos, imagens de satélites, mapas bi e tridimensionais, relatórios estatísticos, levantamentos de população e outras fontes de informações, obtidas por intermédio de restituidores, fitas magnéticas, digitalizadores e entrada de dados via teclado.

Neste trabalho, o sistema de informações geográficas serviu para auxiliar a modelagem da cadeia de suprimentos dos estudos de casos escolhidos. De início foi feito um levantamento das informações geográficas que serviram de base para o mapeamento da cadeia, onde constaram os pontos de origem e de destino e os caminhos utilizados, que fazem parte da cadeia de suprimentos da organização escolhida. Para isso foi levantado a latitude e longitude de todas as instalações da cadeia de suprimentos, a partir disto, foi programado uma fórmula que calcula a distância entre dois pontos, baseado em Brimley e Love (1992), que considera a curvatura da terra e um fator de ajuste das sinuosidades das estradas entre os pontos localizados. Estas informações, bem como a fórmula da distância foram incorporadas no modelo computacional a fim de facilitar o cálculo dos custos de movimentação entre as instalações.

A facilidade de se trabalhar com o SIG permite que nos relatórios gerados pelo software de programação matemática possa desenhar as instalações em uma base georreferenciada de forma a facilitar graficamente o fluxo de produtos na rede logística.

2.2
Modelagem a Decisão de Estoques

Modelos matemáticos de decisão quanto à localização de instalações, produção e transporte, os quais consideram produção como restrição do problema, aproximam-se mais aos modelos clássicos de localização (Daskin, Snyder e Berger, 2005), que têm sido largamente estudados nas últimas décadas

(Aikens, 1983 e Krarup e Pruzan, 1983 *Apud* Pirkul e Jayaraman, 1996). A incorporação de estoques resulta em uma modelagem matemática recente e mais complexa como pode ser visto nos trabalhos de Daskin, Snyder e Berger (2005) e Ballou (2001) *apud* Croxton e Zinn (2005), necessitando, portanto, um conhecimento teórico mais embasado para poder entender sua formulação final.

Gerenciamento de estoques corresponde a decidir para cada ponto de estocagem na rede logística quando enviar o pedido e quanto pedir a fim de que o custo anual esperado de estoques seja minimizado conforme o nível de serviço oferecido. Segundo Lambert, Stoch e Ellram (1998), os estoques representam altos investimentos em ativos para muitos fabricantes, atacadistas e varejistas. O investimento em estoques pode representar um valor superior a 20% do total do ativo de fabricantes, e mais do que 50% do total do ativo de atacadistas e varejistas.

Segundo Ghiane, Laporte e Musmmano, 2004, os custos relevantes para a determinação de uma política de estoques podem ser classificados em quatro categorias:

Custos de Aquisição (ou Obtenção). São custos associados com a aquisição de produtos. São tipicamente custos fixos e variáveis, sendo que os custos variáveis ocorrem por unidade ou SKU (Stock Keeping Unit) movimentado, podendo incluir:

- Custo fixo do pedido (custo de emissão e processamento do pedido através do departamento de aquisição e contabilidade que o produto é comprado, ou o custo de preparação de um processo de produção caso um produto seja produzido pela empresa);

- Custo variável de compra ou de fabricação (depende se a produto é comprado ou processado pela empresa);

- Custo de transporte (caso não seja incluído no preço de compra do produto);

- O custo de manuseio do produto no ponto de recebimento.

Custos de Manutenção de Estoques. Incorrem quando os produtos são armazenados por um período de tempo. Dentre eles estão:

- Custo de oportunidade (ou capital), que segundo Lambert, Stock e Ellram (1998), representa a taxa de retorno que a empresa poderia obter com a aplicação do capital imobilizado com estoques em outros investimentos, com o objetivo de refletir precisamente o verdadeiro custo de capital envolvido . Chopra e Meindl (2004) e Faria e Costa (2005) defendem que a abordagem adequada para o cálculo do custo de oportunidade seja através da avaliação do custo médio ponderado de capital. Em seu cálculo é considerado o custo do financiamento e o retorno exigido sobre o patrimônio da empresa. Segundo Ballou (2006), podem representar em até 80% dos custos totais de estoques;

- Custo do espaço de armazenagem. Incluem os custos de espaço e de equipamento, além dos salários, seguro dos produtos estocados, custos de manutenção, custos de energia e taxas governamentais. No caso de armazéns terceirizados, o custo é aquele responsável pela armazenagem dos produtos.

Custos da Falta de Estoques. Ocorrem quando um pedido não pode ser atendido, seja em parte (pedidos incompletos) ou em sua totalidade (vendas perdidas). Caso só possa ser atendido parcialmente, o cliente se vê obrigado a esperar que o fornecedor entregue o restante do pedido em outro momento do que o combinado. Os custos do pedido em atraso são aqueles envolvidos com a entrega do produto faltante num primeiro momento.

Quando o cliente verifica que o fornecedor não tem o produto solicitado, de forma parcial ou total e cancela o pedido, ocorre o custo das vendas perdidas, que pode ser mensurado de forma tangível (lucro não realizado) e de forma intangível (efeito do atendimento sobre vendas futuras) que é difícil de mensurar em um primeiro momento.

Custos de Riscos. Custos relacionados à deterioração, roubo, danos ou obsolescência dos produtos estocados. Poderiam também ser incluídos nesta categoria, os custos associados aos custos com seguros.

2.2.1
Classificação dos Modelos de Gestão de Estoques

Segundo Ghiane, Laporte e Musmmano (2004), os modelos de gestão de estoques podem ser classificados de acordo com os seguintes critérios.

- **Modelos Determinísticos versus Estocásticos.** Em um modelo determinístico a demanda, o preço e o lead-time[2] são assumidos como conhecidos. Em um modelo estocástico existe incerteza com relação a esses dados, ou seja, é impossível determinar com exatidão a demanda e lead-time de entrega.

- **Número de pontos de estocagem.** O grau de dificuldade de determinar as políticas ótimas de estoque aumenta conforme o número de pontos de estocagem. Isso quer dizer que implementar uma política de estoque em uma instalação é mais simples do que implementar em várias instalações que compõem a rede logística da empresa modelada.

- **Número de produtos.** Modelos com múltiplos produtos tendem a ser mais complexos e costumam derivar para problemas do tipo NP-difícil.

- **Ressuprimento instantâneo versus não instantâneo.** Respectivamente, o primeiro costuma ser usado para entrega em quantidade (em lote) a cada pedido em um dado momento temporal, e o segundo em partes em determinados momentos (ao longo do processo de manufatura).

Os modelos descritos anteriormente podem se referir a diferentes formas de políticas de estoques. Ballou (2006) classifica em três as tipos de políticas de estoques, já Axsäter (2006) classifica em dois tipos, enquanto Silver, Pyke e Peterson (1998) classificam em quatro tipos. As políticas de estoques costumam derivar, geralmente, de dois princípios básicos, o de solicitar o pedido quando se atinge uma quantidade mínima de estoque do produto (método do ponto do pedido) e o de solicitar o pedido em intervalos de tempos (método de revisão periódica).

A idéia do método de revisão periódica é a partir da definição do intervalo de tempo entre pedidos para cada produto, o qual é calculado pela divisão entre o tamanho do pedido (lote econômico) e a demanda anual do produto (considerando o período de um ano), verificar os estoques ao fim de cada intervalo de tempo e solicitar um tamanho do pedido, que é a diferença entre uma quantidade máxima para cada item, calculado em um primeiro momento, e a quantidade estocada (ou em mãos).

---

[2] Tempo compreendido entre fazer o pedido ao fornecedor e o recebimento do mesmo. Também conhecido como tempo de ressuprimento.

Segundo Zheng (1992) e confirmado pelo trabalho de Williams e Tokar (2008) que fez uma revisão dos artigos publicados sobre gerenciamento de estoques nos principais periódicos de logística, a política de controle de estoques mais popular e mais amplamente usada na prática é o método do ponto do pedido (Q,r) que define uma quantidade Q a ser pedida sempre que o estoque de um produto diminuir a um valor r mínimo, que em geral é a quantidade necessária para atender a demanda durante o lead-time. Quando a demanda é determinística com uma taxa de demanda constante e o reabastecimento é instantâneo, o formato é idêntico ao da Figura 3.

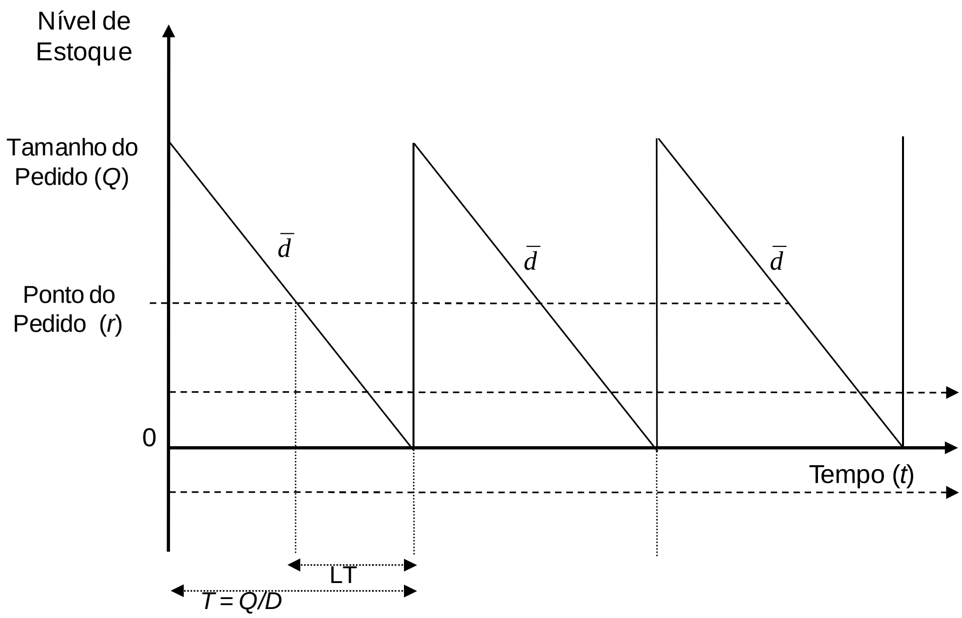

Figura 3 – Modelo do ponto do pedido (Q,r) para uma demanda determinística

Na Figura 3, $\bar{d}$ é a taxa de demanda média em função do período de tempo considerado no modelo (dia, semana, etc...), que é a mesma unidade de tempo usada no lead-time (LT), que é o tempo compreendido entre fazer o pedido ao fornecedor e recebê-lo.

2.2.2
O Modelo Clássico da Quantidade do Lote Econômico (LEC)

Este modelo trata do problema clássico proposto por Harris (1913) *apud* Axsäter (2006) e Bramel e Simchi-Levi (1997). A notação utilizada e as características do modelo são as seguintes:

• A demanda é constante e contínua, a uma taxa de *D* itens por unidade de tempo;

• Os custos de aquisição e de manutenção são constantes;

• A quantidade pedida é fixa em *Q* itens por pedido;

• O intervalo de tempo entre entregas é constante (*T*);

• Não são admitidas faltas de estoques;

• Um custo fixo de preparação ou do pedido *S* ocorre toda vez que a instalação (por exemplo, um armazém) faz um lançamento de um pedido;

• O lead-time (*LT*) do produto solicitado;

• Para todo produto em estoque deve ser considerado um valor *C*, que é o valor monetário do produto estocado;

• A taxa de manutenção de estoques *I*, que representa a percentagem do valor do produto em estoque (*C*) que se tem por manter um item do produto estocado por um período de tempo considerado;

• O custo total (*CT*), que compreende os custos de obtenção e manutenção de estoques para a mesma unidade de tempo considerada anteriormente.

A quantidade ótima do pedido será aquela que minimize os custos de estocagem como mostrado na Figura 4.

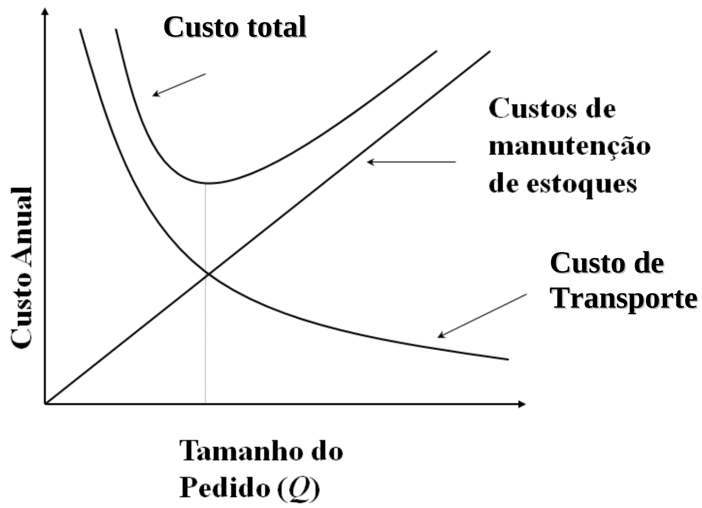

Figura 4– “Trade-off” na definição do tamanho do pedido.

O tamanho ótimo do pedido pode ser obtido por meio da derivação da equação do custo total. Considere a seguinte fórmula do custo por unidade de tempo:

$$CT = \frac{Q}{2} IC + \frac{D}{Q} S \ ,$$

onde a primeira parcela significa o valor financeiro imobilizado com a manutenção de estoque e a segunda parcela representa o número de pedidos vezes o custo de cada pedido, ou seja, o valor financeiro despendido com a obtenção do produto durante o período considerado. Se derivar a equação anterior em função de Q, obtém-se que $\frac{dCT}{dQ} = \frac{IC}{2} - \frac{D}{Q^2} S = 0 \ \Rightarrow \ Q = \sqrt{\frac{2DS}{IC}}$, que representa o lote econômico ou tamanho do pedido que deve-se fazer toda vez que se for enviar um pedido.

2.2.3
O Modelo Estocástico do Ponto do Pedido

Em estoques, os modelos determinísticos são fáceis de demonstrar didaticamente, mas de uso bem restrito, visto que geralmente deve-se levar em consideração um grau de incerteza nas operações com estocagem. Williams e Tokar (2008) mostram em seu estudo que boa parte dos artigos publicados nos últimos anos tem tratado da demanda de forma estocástica.

Uma das incertezas mais comuns é quanto à demanda, que varia ao longo do tempo. No modelo determinístico, demanda pode ser tomada como a média da série histórica coletada ou prevista. No mundo real é necessário trabalhar com a hipótese da variação da demanda provocar a variação no estoque. Nesse caso, é interessante definir uma quantidade estocada, a qual costuma ser chamado de estoque de segurança (*ES*), possa atender aos pedidos quando a demanda for superior a média.

Considerando a série histórica da demanda de um produto qualquer, caso a distribuição identificada for de Poisson, que é uma distribuição discreta, e o conjunto dos dados coletados for suficientemente grande, pode-se por meio do uso do teorema do limite central aproximar a distribuição amostral para uma distribuição normal. Chama-se de $\bar{x}'$ e σ_d' respectivamente a média e desvio padrão da DDLT. Sabe-se que eles, usualmente, não costumam ser conhecidos, mas podem ser facilmente estimados a partir da taxa da demanda média ($\bar{d}$) e do desvio padrão da demanda (σ_d) do produto estudado, como afirma Ballou (2006).

A demanda média da distribuição DDLT pode ser calculada multiplicando a taxa de demanda ($\bar{d}$) pelo período do lead-time (LT), que é o valor esperado da distribuição DDLT construída a partir da coleta das demandas reais (considerando o mesmo período temporal do lead-time) durante o tempo de ressuprimento por *n* pedidos ($n \geq 30$, para uso do teorema do limite central). Para exemplificar, considere uma demanda média de um produto qualquer de 5 unidades por dia e o seu lead-time é de 3 dias, pode-se concluir que o valor esperado da demanda média durante o lead-time é de 15 unidades por lead-time (ou na DDLT) para todos os pedidos feitos no período considerado (D/Q).

A mesma lógica pode ser usada para calcular a variância da distribuição DDLT, calculada pela soma das variâncias das distribuições de demanda em cada unidade de tempo (*t*) assumido no modelo, ou seja, $\sigma_d'^2 = \sigma_d^2 + \sigma_d^2 + \sigma_d^2 = 3 \cdot \sigma_d^2 \Rightarrow \sigma_d'^2 = LT \cdot \sigma_d^2$, e o desvio-padrão do DDLT pode ser calculado, então, da seguinte forma: $\sigma_d' = \sigma_d \cdot \sqrt{LT}$.

Considerando-se ainda a distribuição DDLT, é necessário expor uma definição e uma proposição, baseado em Montgomery e Runger (2003), para seguir adiante.

Definição. Se X é uma variável aleatória normal com um valor esperado $E(X) = \mu$ e variância $V(X) = \sigma^2$, a variável aleatória $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$ é a variável aleatória normal padronizada, com $E(Z) = 0$ e $V(Z) = 1$. A função de distribuição acumulada de Z é usada para o cálculo de probabilidades é denotada por $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ (Devore, 2006), onde z é o valor tabelado a partir da distribuição normal padrão.

Proposição. Supondo a mesma variável aleatória normal *X* com média μ e variância σ^2 como descrito anteriormente, pode-se definir que a probabilidade da variável aleatória *X* ser menor que um valor *x* qualquer é calculada de forma que

$$P(X \leq x) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = P(Z \leq z),$$

onde *Z* é a variável aleatória normal padronizada, e $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ é o valor de obtido pela padronização de *X* e encontrada em tabelas de distribuição normal padronizada encontradas em livros de estatística e probabilidade, onde cada valor de *z* está atrelado a uma probabilidade respectiva.

Utilizando a teoria da distribuição normal, pode-se determinar, agora, o estoque de segurança (ES). Considere a distribuição DDLT da Figura 5, o ES é quantidade a mais ao do estoque médio atendido durante o lead-time, ou seja, é a diferença entre um valor *x* qualquer e a média da DDLT (desde que x > μ). A área da curva bicaudal destacada na Figura 5, e limitada superiormente por *x*, representa o nível de serviço ou disponibilidade do produto estar em estoque durante o atendimento do pedido. A partir disso, pode-se concluir que a probabilidade da variável *X* ser menor ou igual a *x* $P(X \leq x)$, representa o nível de serviço oferecido. Assumindo a curva da distribuição DDLT e o respectivo desvio-padrão, pode-se afirmar que $z = \frac{x-\mu}{\sigma_d^{'}}$, logo a quantidade referente ao estoque de segurança x-μ (Figura 5) é igual a $z \cdot \sigma_d^{'}$. Sabendo-se ainda que $\sigma_d^{'} = \sigma_d \cdot \sqrt{LT}$, conclui-se que o estoque de segurança pode ser calculado pela seguinte equação: $ES = z \cdot \sigma_d^{'} \cdot \sqrt{LT}$.

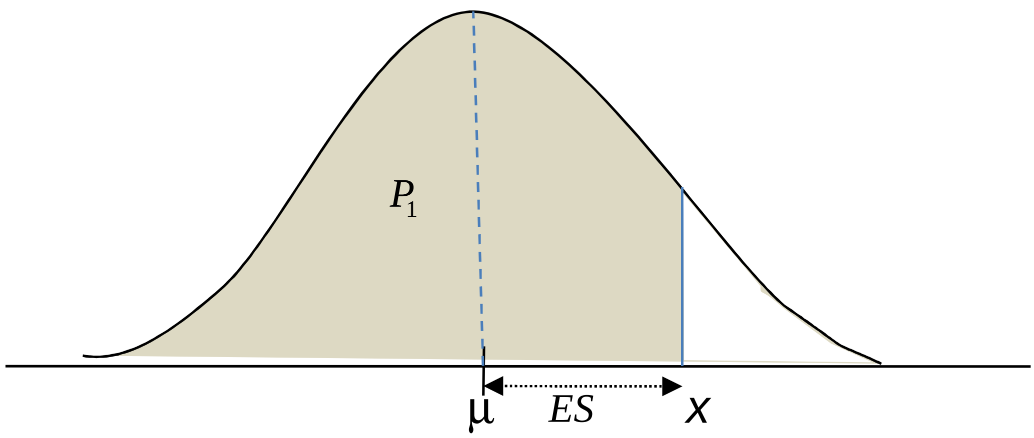

Figura 5– Distribuição da Demanda Durante o Lead-Time (DDLT).

A composição do custo total (*CT*) apresentada na seção 2.2.2, com a inserção do estoque de segurança chega-se a seguinte fórmula:

$$CT = \frac{D}{Q}S + IC \cdot \left(\frac{Q}{2} + z \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{LT} \right),$$

onde a primeira parcela representa o custo de obtenção, a segunda o custo de manutenção do estoque médio e a última o custo de manutenção do estoque de segurança.

O ponto do pedido pode ser definido como $PP = \bar{d} \cdot LT + z \cdot \sigma_d^{'}$.

Os conceitos de estoques introduzidos até o momento têm por objetivo auxiliar o entendimento do próximo capítulo, bem como o modelo proposto. Outros fatores que compõem o custo total de estoques não foram abordados, tais como o impacto da incerteza do lead-time no cálculo do estoque de segurança e o custo da falta de estoques, pois não fazem parte do modelo descrito neste trabalho.

A política de estoques proposta neste trabalho é estocástica e baseada na política do ponto de pedido com reabastecimento instantâneo. São considerados vários pontos de estocagem para múltiplos produtos. Em sua formulação são considerados custos de aquisição (obtenção), de manutenção de estoques regular e de segurança. Não são abordados custos relacionados a falta do produto e do estoque em trânsito[3].

[3] É o tempo que os produtos permanecem no equipamento de transporte durante a entrega (BALLOU, 2006).

2.3
Modelagem Matemática de Redes Logísticas

Desde a década de 60 uma série de modelos tratam o problema de localização de instalações, dentre os quais os de Aikens (1985) e Drezner (1995), *apud* Cordeau et al. (2006) ou a rede de forma parcial, como o de Daskin (2005). Um dos primeiros trabalhos a serem realizados foi o de Geoffrion e Graves (1974) que desenvolveram um modelo de rede de distribuição de multi produtos utilizando programação inteira mista e o método de resolução de decomposição de Benders para convergir mais rapidamente para a solução ótima.

O modelo matemático a ser desenvolvido nesta tese parte do trabalho de Cordeau, Pasin e Solomon (2006) sobre um modelo de rede integrada em que para a sua solução utilizou-se relaxação lagrangeana e decomposição de Benders. Para a formulação matemática, uma série de considerações são feitas e descritas a seguir.

Seja F o conjunto de produtos finais. Um elemento $f \in F$ identifica um artigo específico de manufatura ou montagem pela empresa, ou uma família de artigos similares que podem ser agregados e tratados como um produto simples para o planejamento proposto. Denote por R o conjunto de matérias-primas e componentes comprados ou fornecidos usados na manufatura ou montagem dos produtos finais. Para cada $r \in R$ e todo $f \in F$, seja b^{rf} a quantidade de matéria-prima r necessária na produção de uma unidade do produto f. O conjunto de todos os fornecedores considerados pela companhia é denotado por S, e $S^r \subseteq S$ representa o subconjunto de fornecedores que são habilitados para prover matéria-prima $r \in R$. Considere que P e W denotam o conjunto das localizações potenciais de plantas e armazéns, respectivamente. Para todo o produto $f \in F$, P^f e W^f denotam o subconjunto de plantas e armazéns em que o produto f pode ser feito (produzido) e armazenado, respectivamente. Finalmente, seja C o conjunto das localizações dos clientes. Um elemento $c \in C$ pode identificar qualquer cliente específico ou um grupo de clientes que podem ser agregados para objetivos de planejamento. Para cada $c \in C$ e cada $f \in F$, seja a_c^f a demanda do cliente c para o produto f.

Por conveniência, denote por $K = R \cup F$ o conjunto de todas os mercadorias representadas no modelo, e por $O = S \cup P \cup W$ e $D = P \cup W \cup C$ o conjunto de origens e destinos para estas mercadorias. Então, para cada $k \in K$, defina $O^k \subseteq O$ e $D^k \subseteq D$ como o conjunto de origens e destinos potenciais para a mercadoria k . Mais especificamente, tem-se $O^r = S^r$ para qualquer matéria-prima $r \in R$, e $O^f = P^f \cup W^f$ para qualquer produto $f \in F$. Similarmente, possíveis destinos para a matéria-prima r são plantas em que os produtos requerem estas matérias-primas que podem ser feitas, ou seja, $D^r = \cup_{f \in F^r} P^f$, onde $F^r = \{ f \in F \mid b^{rf} > 0 \}$. Finalmente, o conjunto de destinos possíveis para um produto f é definido como $D^f = W^f \cup C^f$, onde $C^f = \{ c \in C \mid a^f_c > 0\}$.

Para cada $k \in K$ e cada $o \in O^k$, seja V_o^k uma variável binária, e o custo c_o^k de designar a mercadoria k para a origem o, assumindo o valor 1 se a mercadoria k é designada para a origem o. Por exemplo, a variável V_s^r assume o valor 1 se o fornecedor s é selecionado para prover a matéria prima r, enquanto que a variável V_p^f deveria assumir o valor 1 se o produto for feito na planta p. Para cada origem $o \in O$, define-se uma variável U_o igual a 1 se esta origem é designada por pelo menos uma mercadoria, e seja c_o o custo fixo de selecionar esta origem. No caso de um fornecedor $s \in S$, a variável U_s tem o valor 1 se o fornecedor é selecionado para prover pelo menos uma matéria-prima. Neste caso de uma localização potencial de uma planta ou armazém, a variável associada assume o valor 1 se a localização correspondente é escolhida para localizar uma instalação. Para cada $k \in K$, $o \in O^k$ e $d \in D^k$, seja Y_{od}^k uma variável binária, com custo c_{od}^k de prover a mercadoria k de o para d, que é igual a 1 se a origem o provê a mercadoria k para o destino d. Para cada $k \in K$ e $o \in O^k$, seja q_o^k um limite superior na quantidade da mercadoria k para ser provido pela origem o para qualquer destino e seja q_{od}^k a quantidade máxima que pode ser disponibilizada da mercadoria k para o cliente d. Finalmente, para cada $o \in O$, seja u_o a sua capacidade, em unidades equivalentes e para cada $k \in K$, seja u_o^k a taxa de ocupação de cada mercadoria k na origem o. No caso de uma planta p, u_p deveria representar a capacidade de manufatura total no período de planejamento, enquanto u_p^f é o fator de transformação para converter a unidade real do produto *f* em unidades de ocupação na planta *p*.

Para cada par origem-destino $(o,d) \in O \times D$, seja M_{od} o conjunto de modos de transporte entre *o* e *d*, define-se uma variável binária Z_{od}^m igual a 1 se o modo de transporte *m* é usado entre a origem *o* e o destino *d*. Seja c_{od}^m o custo fixo de uso do modo *m*, e seja g_{od}^m a sua capacidade. Para cada $k \in K$, $o \in O^k$ e $d \in D^k$, seja $M_{od}^k \in M_{od}$ o conjunto de modos de transporte viáveis entre *o* e *d* para a mercadoria *k* no modo *m*. Então para cada $m \in M_{od}^k$, define-se uma variável não-negativa X_{od}^{km} e um custo variável c_{od}^{km}, o produto dos dois representa o custo de movimentar uma quantidade de mercadoria *k* da origem *o* para um destino *d*, usando um transporte *m*. Por exemplo, X_{pw}^{fm} é a quantidade de produto *f* transportado de uma planta *p* para o armazém *w* usando o modo $m \in M_{pw}^r$. Por ser considerado um único período de planejamento, a quantidade total de produto *f* manufaturado na planta *p* no período é dado por $\sum_{w \in W} \sum_{m \in M_{pw}} X_{pw}^{fm}$. Na Tabela 3 é apresentado o sumário da nomenclatura usada.

Tabela 3 – Notação utilizada no modelo proposto por Cordeau, Pasin e Solomon (2006)

	CONJUNTOS
C	Conjunto de clientes
C^f	Conjunto de clientes que requerem o produto f
D	Conjunto de destinos ($D = P \cup W \cup C$)
D^k	Conjunto de destinos potenciais para o produto k
F	Conjunto de produtos finais
F^r	Conjunto de produtos finais que requerem a matéria-prima r
K	Conjunto das mercadorias $K = R \cup F$
M_{od}	Conjunto de meios de transportes disponíveis entre a origem o e d
M_{od}^k	Conjunto de meios de transporte entre o e d para a mercadoria k
O	Conjunto das origens ($O = S \cup P \cup W$)
O^k	Conjunto das origens potenciais para a mercadoria k
P	Conjunto das localizações potenciais das plantas
P^f	Conjunto das localizações potenciais para fabricar o produto f
R	Conjunto das matérias-primas (insumos)
S	Conjunto dos fornecedores potenciais
S^r	Conjunto de fornecedores potenciais que fornecem a matéria-prima r
W	Conjunto das localizações potenciais dos armazéns
W^f	Conjunto das localizações potenciais para armazenar o produto f
	PARÂMETROS
a_c^f	Demanda do produto f no cliente c (em unidades no período de tempo modelado)
b^{rf}	Quantidade de matéria-prima r no produto f (em unidades)
c_o	Custo fixo de selecionar a origem o ($)
c_o^k	Custo fixo de designar a mercadoria k para a origem o ($)
c_{od}^k	Custo fixo de prover a mercadoria k para o destino d a partir de o ($)
c_{od}^m	Custo fixo de usar o transporte m entre o e d ($)
c_{od}^{km}	Custo unitário para prover a mercadoria k da origem o para o destino d ($)
g_{od}^m	Capacidade do transporte m em unidades equivalentes (peso, volume, etc...) da origem para destino d
g^{km}	Ocupação equivalente de uma unidade da mercadoria k no transporte m (peso, volume, etc.)
q_o^k	Quantidade máxima da mercadoria k que a origem o pode fornecer (em unidades)
q_{od}^k	Quantidade máxima da quantidade da mercadoria k que pode ser embarcada de o para d (em unidades)
u_o	Capacidade da origem o em unidades equivalentes de ocupação (SKU)
u_o^k	Capacidade de ocupação de uma unidade da mercadoria k na origem o (SKU)
	VARIÁVEIS
X_{od}^{km}	Quantidade da mercadoria k fornecido por o para d pelo modo de transporte m (em unidades)
U_o	= 1 se a origem o é selecionada
V_o^k	= 1 se a mercadoria k é selecionada para a origem o
Y_{od}^k	= 1 se a origem o fornece a mercadoria k para o destino d
Z_{od}^m	= 1 se o modo de transporte m é selecionado entre o e d

O modelo matemático é formulado da seguinte forma:

Minimizar

$$\sum_{o\in O}\left[c_o U_o + \sum_{d\in D}\sum_{m\in M_{od}} c_{od}^m Z_{od}^m\right] + \sum_{k\in K}\sum_{o\in O^k}\left[c_o^k V_o^k + \sum_{d\in D^k}\left[c_{od}^k Y_{od}^k + \sum_{m\in M_{od}^k} c_{od}^{km} X_{od}^{km}\right]\right] \qquad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{s\in S^r}\sum_{m\in M_{sp}^r} X_{sp}^{rm} - \sum_{f\in F^r}\sum_{w\in W^f}\sum_{m\in M_{pw}^f} b^{rf} X_{pw}^{fm} = 0 \qquad r\in R; p\in P \qquad (2)$$

$$\sum_{p\in P^f}\sum_{m\in M_{pw}^f} X_{pw}^{fm} - \sum_{c\in C}\sum_{m\in M_{wc}^f} X_{wc}^{fm} = 0 \qquad f\in F; w\in W^f \qquad (3)$$

$$\sum_{w\in W^f}\sum_{m\in M_{wc}^f} X_{wc}^{fm} = a_c^f \qquad f\in F; c\in C^f \qquad (4)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{d\in D^k}\sum_{m\in M_{od}^k} u_o^k X_{od}^{km} - u_o U_o \leq 0 \qquad o\in O \qquad (5)$$

$$\sum_{d\in D^k}\sum_{m\in M_{od}^k} X_{od}^{km} - q_o^k V_o^k \leq 0 \qquad k\in K; o\in O^k \qquad (6)$$

$$\sum_{m\in M_{od}^{km}} X_{od}^{km} - q_{od}^k Y_{od}^k \leq 0 \qquad k\in K; o\in O^k; d\in D^k \qquad (7)$$

$$\sum_{k\in K} g^{km} X_{od}^{km} - g_{od}^m Z_{od}^m \leq 0 \qquad o\in O; d\in D; m\in M_{od} \qquad (8)$$

$$X_{od}^{km} \in \Re_+ \qquad k\in K; o\in O^k; d\in D^k; m\in M_{od}^k \qquad (9)$$

$$U_o \in \{0,1\} \qquad o\in O \qquad (10)$$

$$V_o^k \in \{0,1\} \qquad k\in K; o\in O^k \qquad (11)$$

$$Y_{od}^k \in \{0,1\} \qquad k\in K; o\in O^k; d\in D^k \qquad (12)$$

$$Z_{od}^m \in \{0,1\} \qquad o\in O^k; d\in D^k; m\in M_{od} \in \qquad (13)$$

A função objetivo (1) representa o somatório de todos os custos fixos e variáveis envolvidos nas decisões de localização e alocação na rede logística. Os custos variáveis estão atrelados ao fluxo de mercadorias (matérias-primas e produtos manufaturados) entre os pares de instalações (fornecedores, plantas, armazéns e clientes) utilizando para isso o modo (alternativa) de transporte com menor custo entre os pares. Os custos fixos englobam os custos de manutenção das instalações, o custo de alocar cada mercadoria a cada instalação, o custo de estabelecer um canal comercial entre os pares de origem e destino para uma mercadoria específica, além do custo fixo de habilitar um modo (alternativa) de transporte ente os pares da rede logística. A restrição (2) compele que a quantidade de matéria-prima *r* enviada por um fornecedor para a planta seja igual à necessária para produzir seus produtos a serem que são enviados para os armazéns, conforme a lista de materiais referente a composição de cada produto *f* manufaturado. Para complementar, a restrição (3) enfatiza que não há perda de produtos que fluem pelo armazém *w*, tanto a partir da planta quanto a partir dele para os clientes que são atendidos (conservação de fluxo).

A restrição (4) mostra que a quantidade total de cada produto *f* embarcado dos armazéns para os clientes deve atender toda demanda prevista de cada cliente. A restrição (5) refere-se à capacidade total de fornecimento (fornecedores, plantas e CDs) em unidade de ocupação nas instalações para cada produto (SKU, por exemplo), enquanto que a restrição (6) refere-se à capacidade de fornecimento de uma mercadoria (matéria-prima ou produto manufaturado) a partir da origem *o*. A restrição (7) define que a movimentação origem/destino em relação a mercadoria *k* só pode ocorrer se a origem de *o* for selecionada para fornecer para o destino *d*, tendo como limite de fluxo a capacidade de fornecimento entre os pares da rede. A restrição (8) evidencia a restrição de capacidade de ocupação (volume, por exemplo) dos tipos de transportes utilizados. A imposição de não negatividade da variável que representa o fluxo dos produtos é dada pela restrição (9), e as restrições de (10) a (13) definem as variáveis binárias do modelo.

O modelo descrito pelas equações (1) - (13) pode ser incrementado considerando restrições de instalações a serem abertas, restrições de produção e de estoques, além de restrições de transporte para os diversos produtos da rede. Como já mencionado, a contribuição deste trabalho é aperfeiçoar este modelo, a fim de torná-lo mais abrangente e mais próximo da realidade das cadeias logísticas de suprimento atuais.

Nas considerações finais do trabalho de Cordeau, Pasin e Solomon (2006), os autores propõem como pesquisa futura a possibilidade do uso de programação dinâmica e do uso de demanda estocástica, com a incorporação de decisões de estocagem.

O trabalho proposto por Miranda e Garrido (2004), consolidado por González (2004), aborda a modelagem de uma rede de distribuição com demanda estocástica, considerando decisões estratégicas de localização de instalações integrada a decisões de estoques para um único produto. Com relação a estoques, foi considerado o método do ponto do pedido, onde a função custo total é dada como somatório do custo de obtenção do pedido, do custo de manutenção do estoque regular e do custo de manutenção do estoque de segurança durante o período de um ano. Nas conclusões do mesmo trabalho, é proposto como pesquisa futura, a incorporação de mais estágios da cadeia logística, como produção, insumos e produtos finais.

No referido trabalho, os clientes da cadeia de suprimentos possuem uma demanda média e variância conhecida. Para cada armazém é definido uma quantidade ótima de embarque, baseada no grupo de varejistas (clientes) atendidos, ou seja, na demanda e variância dos clientes atendidos, bem como e no tempo de ressuprimento (lead-time) de atendimento de cada um. A representação gráfica da rede de distribuição pode ser vista na Figura 6.

Considerando a mesma figura descrita e que demandas de diferentes varejistas são independentes, a demanda de cada armazém pode ser definida como o somatório das demandas atendidas, que no caso do armazém 1 é as demandas dos varejistas 1 e 2. O estoque de segurança dos produtos no armazém 1, seria proporcional a $\sqrt{u_1 + u_2}$, no armazém 2 é proporcional a $\sqrt{u_3 + u_4 + u_5}$ e no armazém 3 é proporcional a $\sqrt{u_6 + u_7}$. Se, por ventura, fosse decidido fechar os armazéns 1 e 3, o armazém 2 teria um estoque de segurança proporcional a $\sqrt{u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5}$, e provavelmente os seus custos com armazenagem seriam menores, sendo que o nível de serviço oferecido poderia ser igual ou superior a rede logística com três armazéns. Isso se deve a aleatoriedade da demanda, pois um pedido acima da média de um varejista seria compensado por um pedido abaixo da média de outro, e como o número de varejistas atendidos aumenta com a centralização, esta probabilidade também aumenta (Simchi-Levi, Kaminski, e Simchi-Levi, pp. 79). Este fenômeno é conhecido com o Compartilhamento de Risco (*Risk Pooling).*

Utilizando a nomenclatura do trabalho proposto por Miranda e Garrido (2004) mostrada na Tabela 2, a melhor política de estoques é aquela que gera o menor custo total (CT) que pode ser dado pela equação:

$$CT = \sum_{i}^{N} \left(RC_i \cdot Q_i + OC_i + \left(HC_i \cdot K \cdot \sqrt{LT_i} \cdot \sqrt{U_i} + HC_i \cdot {Q_i}/{2} \right) \cdot TP_i \right) \qquad (14)$$

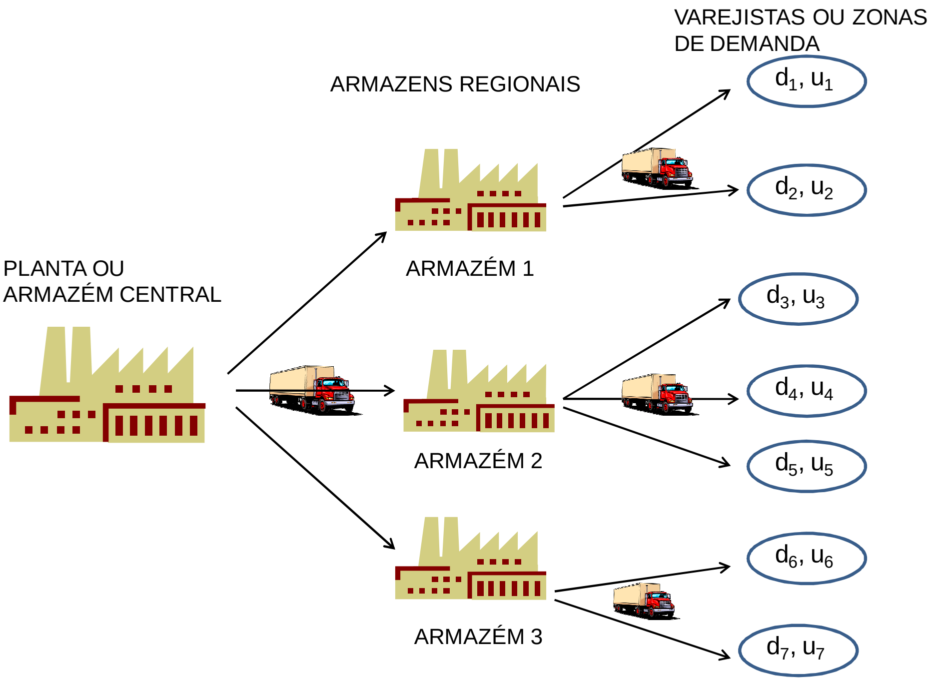

Figura 6 – Rede logística modelada por Miranda e Garrido (2004).

A primeira e a segunda parcela da equação (14) significam o custo de aquisição (custo de transporte da planta para o armazém e o custo de obtenção aquisição a partir do armazém), enquanto que a terceira parcela representa o custo de manutenção do estoque de segurança e do estoque regular, sendo TP_i o intervalo de tempo entre os pedidos. Dividindo a equação (14) por $TP_i = (Q_i / D_i)$ tem-se:

$$CT = \sum_{i}^{N} \left(\left(RC_i + {OC_i}/{Q_i} \right) \cdot D_i + HC_i \cdot K \cdot \sqrt{LT_i} \cdot \sqrt{U_i} + HC_i \cdot {Q_i}/{2} \right) \qquad (15)$$

Adicionando as variáveis binárias de decisão Z_i e Y_{ij} , os parâmetros do custo fixo da instalação i (F_i), o custo de transporte dos armazéns para os clientes (TC_{ij}) e o fator de atualização financeira (*TH*), chega-se a formulação da função objetivo (FO) da equação (16).

$$FO = \sum_{i=1}^{N} F_i \cdot Z_i + TH \cdot \sum_{i=1}^{N} HC_i \cdot K \cdot \sqrt{LT_i} \cdot \sqrt{U_i} + TH \cdot \sum_{i=1}^{N} HC_i \cdot {Q_i}/{2} + TH \cdot \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\left(TC_{ij} + RC_i + {OC_i}/{Q_i} \right) \cdot d_j \cdot Y_{ij} \qquad (16)$$

Considerando a fórmula introduzida por F. W. Harris em 1913 *apud* Ghiani, Laporte, Musmmano (2004),

$$Q_i = \sqrt{{2 \cdot OC_i \cdot D_i}/{HC_i}} \qquad (17)$$

O modelo da função objetivo é obtido substituindo a equação (17) na equação (16) e fazendo os ajustes algébricos necessários. Acrescentando, ainda as restrições necessárias ao modelo de otimização de estoques, tem-se a formulação final:

Minimizar

$$\sum_{i=1}^{N} F_i \cdot Z_i + TH \cdot \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\left(TC_{ij} + RC_i \right) \cdot d_j \cdot Y_{ij} + TH \cdot \sum_{i=1}^{N} \sqrt{2 \cdot HC_i \cdot OC_i} \cdot \sqrt{D_i} + TH \cdot \sum_{i=1}^{N} HC_i \cdot K \cdot \sqrt{LT_i} \cdot \sqrt{U_i} \qquad (18)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{N} Y_{ij} = 1 \qquad \forall j = 1,\ldots\ldots,M \qquad (19)$$

$$\sum_{j=1}^{M} d_i \cdot Y_{ij} \le Cap_i \cdot Z_i \qquad \forall i = 1,\ldots\ldots,N \qquad (20)$$

$$\sum_{j=1}^{M} d_j \cdot Y_{ij} = D_i \qquad \forall i = 1,\ldots\ldots,N \qquad (21)$$

$$\sum_{j=1}^{M} u_j \cdot Y_{ij} = U_i \qquad \forall i = 1,\ldots\ldots,N \qquad (22)$$

$$Z_i,\ Y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i = 1,\ldots\ldots,N;\ \forall j = 1,\ldots\ldots,M \qquad (23)$$

O sumário da descrição dos conjuntos variáveis e dos parâmetros do modelo de Miranda e Garrido (2004) está na Tabela 4.

O modelo a ser proposto é a junção das propostas dos dois apresentados anteriormente. Em que além de decisões de localização de instalações, de produção e transportes Cordeau, Pasin e Solomon (2006), são incluídos questões relacionadas a estoques Miranda e Garrido (2004) na configuração da rede logística.

Tabela 4 - Notação utilizada em Miranda e Garrido (2004).

	CONJUNTOS
I	Conjunto de todos os armazéns potenciais i
J	Conjunto de todos os clientes j
	PARÂMETROS
N	Número de armazéns
M	Número de clientes
RC_i	Custo unitário de transporte da planta e o armazém i
OC_i	Custo do pedido na instalação i
Q_i	Lote econômico na instalação i
HC_i	Custo de manuseio dos produtos estocados no armazém i
K	Valor de z na tabela normal, em função da disponibilidade do estoque
LT_i	Lead Time para o armazém i
F_i	Custo fixo de manutenção do armazém i
TC_{ij}	Custo por unidade transportada do armazém i para o cliente j
d_j	Demanda média do cliente j
TH	Fator de atualização financeira (depende da taxa de desconto associada rede de distribuição)
TP_i	Intervalo de tempo entre pedidos
Cap_i	Capacidade de fornecimento da instalação i
	VARIÁVEIS
D_i	Demanda do armazém i
U_i	Variância em função da demanda do armazém i
Z_i	1 se o armazém é instalado no local i , 0 caso contrário
Y_{ij}	1 se o armazém i serve o cliente j , 0 caso contrário