

### 3

## Métodos Propostos por Diferentes Autores para Determinar o Ramo de Transmissão mais Carregado

Neste capítulo, o objetivo é estudar alguns dos métodos encontrados na literatura para determinar o ramo de transmissão mais carregado, do ponto de vista de estabilidade de tensão, e fazer uma revisão crítica e determinar as falhas desses métodos, se for o caso.

Os testes para fazer a revisão de cada um dos métodos, geralmente consistem em calcular a tensão através das equações quadráticas propostas pelos autores. Serão testados três pontos de operação, obtidos por aumentos sucessivos na carga, o que significa que cada ponto de operação se encontra no ponto de máximo carregamento.

Como foi explicado no Capítulo 2, existe uma única solução de tensão no ponto de máximo carregamento, como é mostrado na Figura 2.4 da Seção 2.4 e na Figura 3.1. Para cargas maiores do que essa, não há solução de tensão.

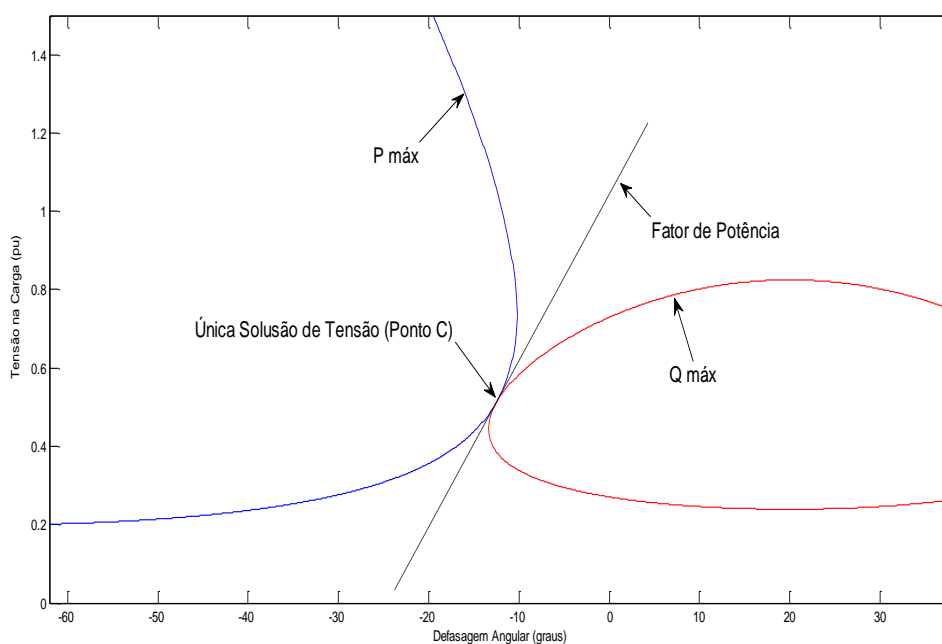


Figura 3.1 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Única Solução de Tensão

Na Figura 3.1, observa-se a existência de uma única solução de tensão (Ponto C), correspondente às potências P e Q máximas.

Assim, é esperado que as soluções de tensão calculadas em cada um dos métodos estudados sejam únicas e correspondam ao Ponto C, das curvas P e Q constantes.

### 3.1. Índice de Estabilidade de Linha (LMN)

M. Moghavvemi e F.M. Omar [7] propuseram um método para calcular um fator de estabilidade de tensão baseada no conceito de fluxo de carga através de uma linha conectada entre duas barras, onde o discriminante da equação quadrática de tensão é ajustado para ser maior ou igual a zero para conseguir a estabilidade de tensão. Se o discriminante é menor do que zero, as raízes são imaginárias, o que significa, segundo os autores, a instabilidade no sistema.

#### 3.1.1. Modelo Matemático

Considerando uma única linha da rede como vista na Figura 3.2 e utilizando o conceito de fluxo de potência, é desenvolvido o método.

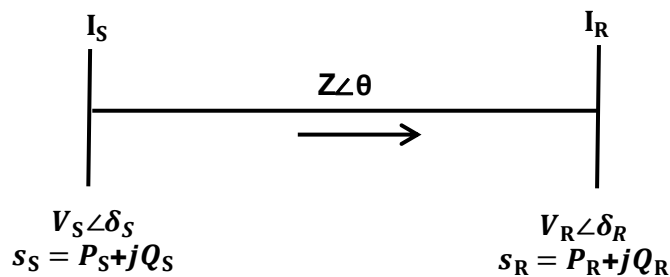


Figura 3.2 Diagrama Típico de Uma Linha de Transmissão

Da Figura 3.2, pode-se determinar a corrente e a potência na barra R:

$$I_R = \frac{V_S - V_R}{Z} \quad (3.1)$$

$$S_R = V_R \cdot I_R^* \quad (3.2)$$

Substituindo (3.1) em (3.2) e resolvendo:

$$\begin{aligned} S_R &= V_R \cdot \left( \frac{V_S - V_R}{Z} \right) \\ S_R &= \left( \frac{V_R V_S}{Z^*} \right) - \frac{|V_R|^2}{Z^*} \\ S_R &= \left( \frac{V_R V_S \angle \theta + \delta_R - \delta_S}{Z} \right) - \frac{|V_R|^2 \angle \theta}{Z} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Separando a parte real e imaginária de (3.3):

$$P_R = \frac{V_R V_S}{Z} \cos(\theta - \delta_S + \delta_R) - \frac{V_R^2}{Z} \cos \theta \quad (3.4)$$

$$Q_R = \frac{V_R V_S}{Z} \operatorname{Sen}(\theta - \delta_S + \delta_R) - \frac{V_R^2}{Z} \operatorname{Sen} \theta \quad (3.5)$$

Fazendo  $\delta = \delta_S - \delta_R$ , (3.5) fica:

$$-\frac{V_R V_S}{Z} \operatorname{Sen}(\theta - \delta) + \frac{V_R^2}{Z} \operatorname{Sen} \theta + Q_R = 0 \quad (3.6)$$

Resolvendo (3.6) para  $V_R$ :

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{\frac{V_S}{Z} \operatorname{Sen}(\theta - \delta) \pm \sqrt{\left[ \frac{V_S}{Z} \operatorname{Sen}(\theta - \delta) \right]^2 - 4 \frac{\operatorname{Sen} \theta}{Z} Q_R}}{2 \frac{\operatorname{Sen} \theta}{Z}} \\ V_R &= \frac{V_S \operatorname{Sen}(\theta - \delta) \pm \sqrt{[V_S \operatorname{Sen}(\theta - \delta)]^2 - 4 Z \operatorname{Sen} \theta Q_R}}{2 \operatorname{Sen} \theta} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Fazendo  $Z \operatorname{Sen} \theta = x$ :

$$V_R = \frac{V_S \text{Sen}(\theta - \delta) \pm \sqrt{[V_S \text{Sen}(\theta - \delta)]^2 - 4xQ_R}}{2\text{Sen}\theta} \quad (3.8)$$

Para obter valores reais de  $V_R$ , (3.8) deve ter raízes reais e, portanto, tem-se que cumprir as condições:

$$\{[V_S \text{Sen}(\theta - \delta)]^2 - 4xQ_R\} \geq 0 \quad (3.9)$$

Ou

$$LMN = \frac{4xQ_R}{[V_S \text{Sen}(\theta - \delta)]^2} \leq 1 \quad (3.10)$$

Segundo os autores, quando o valor de  $LMN$  for inferior a 1,00 o sistema é estável, e quando exceder esse valor, o sistema perde sua estabilidade e o colapso de tensão ocorre.

### 3.1.2. Observações

Segundo os autores, o ponto de colapso de tensão ocorre quando a raiz de (3.8) tem valores não reais e/ou menores do que zero.

A tensão  $V_R$ , indicada em (3.8), foi calculada na barra  $R$  da Figura 3.3, para os três pontos de operação, apresentados na Tabela 3.1. Para conhecer o lugar geométrico da única solução de tensão, foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ .

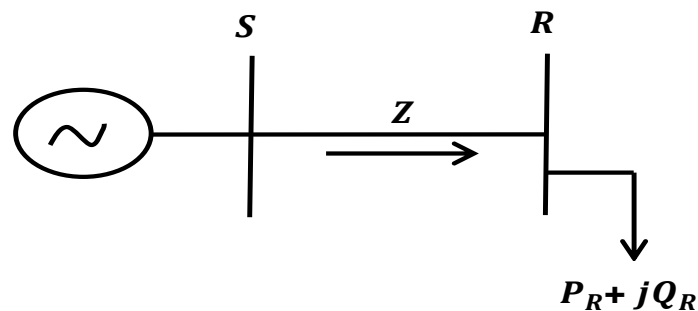
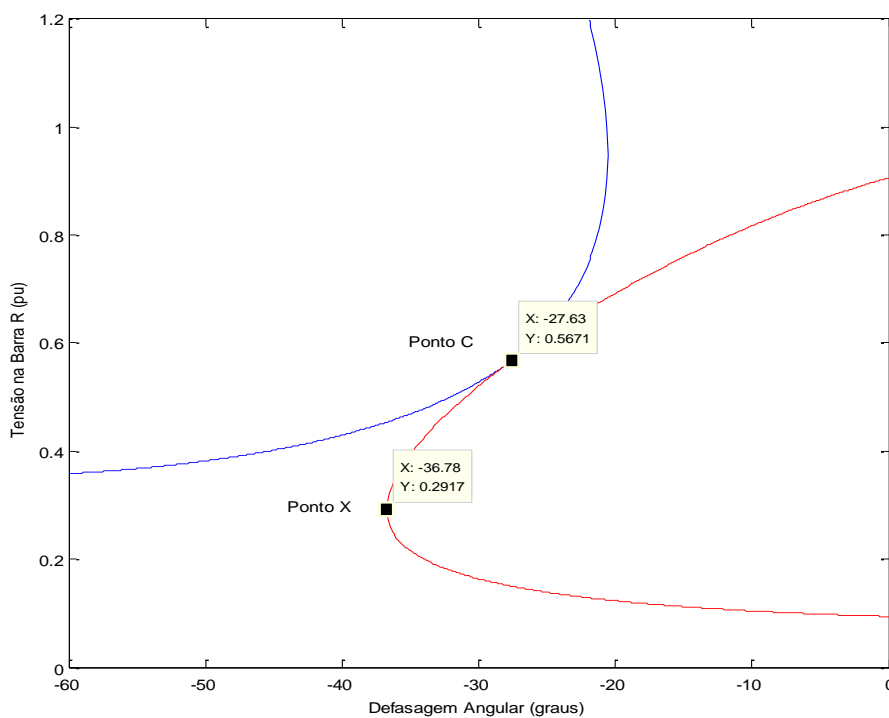


Figura 3.3. Sistema -Teste de Duas Barras

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
Z	0,0684 +j0,1879	0,0684 +j0,1879	0,0684 +j0,1879
PR (pu)	1,545129	0,399967	0,927490
QR (pu)	0,400000	1,184713	0,927490

Tabela 3.1. Pontos de Operação Testados

Os resultados obtidos para o ponto de operação (1) são apresentados na Figura 3.4. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q se tocam em uma única solução de tensão. O ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.8).

Figura 3.4 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (1)

Os resultados obtidos para o ponto de operação (2) são apresentados na Figura 3.5. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão. O ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.8).

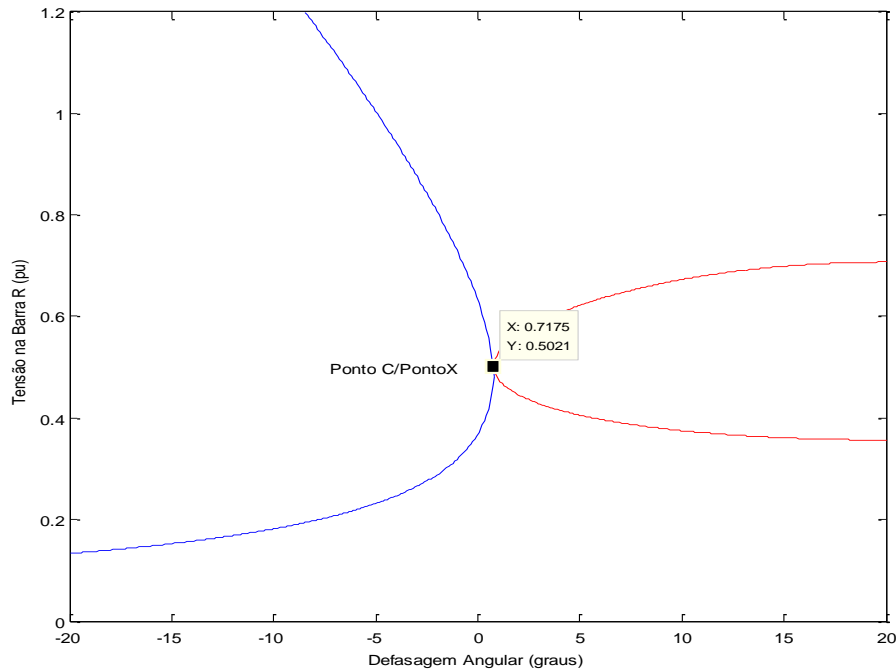


Figura 3.5 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (2)

Na Figura 3.6, são apresentados os resultados obtidos com o ponto de operação (3). O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão. O ponto X correspondente ao resultado obtido com (3.8).

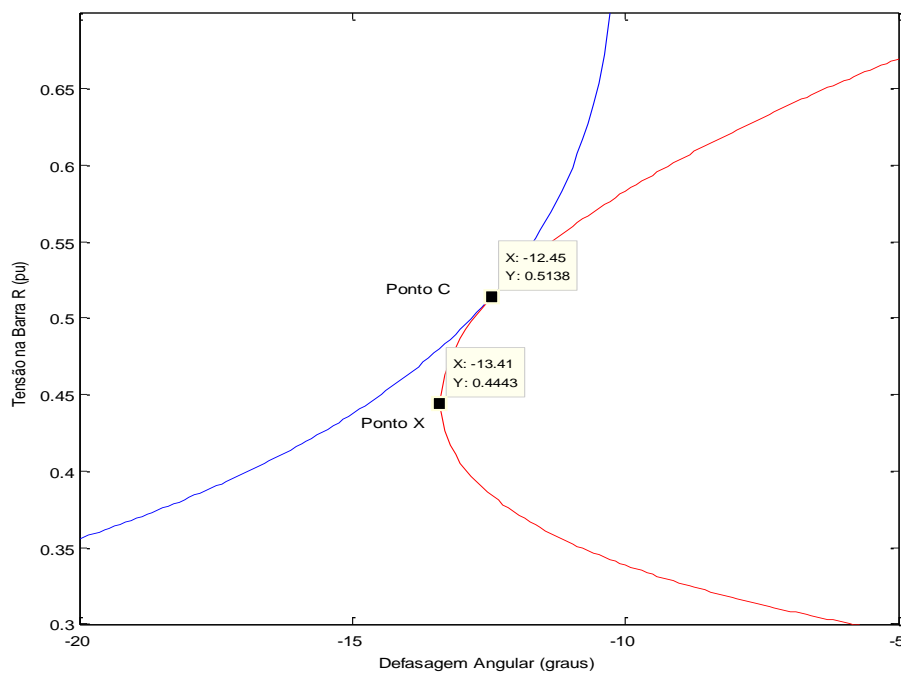


Figura 3.6 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (3)

Assim, observando-se as Figuras 3.4, 3.5 e 3.6, verifica-se que para os pontos de operação (1) e (3), os resultados obtidos de (3.8) correspondem a um valor de tensão errado. Para o ponto de operação (2), o resultado obtido é o esperado.

No desenvolvimento do método, observa-se que (3.8) foi obtida a partir de (3.5), a equação para  $Q_R$ . Assim, não é surpresa que a solução de (3.8) aponte para o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $Q_R$  em relação a  $V_R$  (o ponto mais à esquerda da curva  $Q_R$  constante).

Embora sabendo-se que o índice está conceitualmente errado, foi calculado por (3.10), tendo em conta os mesmos pontos de operação da Tabela 3.1. Os resultados são apresentados na Tabela 3.2.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
<i>LMN</i>	0,6615	1,0000	0,9786

Tabela 3.2. Resultados do Índice *LMN* para os Três Pontos de Operação

Pode-se observar que o índice apresenta um resultado igual à unidade no ponto de operação (2). Ou seja, o índice identifica a condição crítica de carregamento só neste ponto. O resultado correto deve-se a uma coincidência numérica: os ângulos do fator de potência da carga e da impedância de linha de transmissão são iguais (a  $70^\circ$ ), no ponto de operação (2).

É importante ressaltar que o modelo matemático para determinar o índice, não leva em conta as admitâncias *shunt* da linha de transmissão.

### 3.2. Índice de Proximidade de Estabilidade de Tensão Baseado nos Ramos ( $L_q''$ )

A. S. Quintela e C. A. Castro [8], propuseram melhorias do índice de estabilidade de tensão baseados em ramos, proposto em [7], neste, utiliza-se a equação do fluxo de potência reativa e não se considera elementos *shunt* na linha

de transmissão. Agora, o fluxo de potência é considerado, assim como elementos *shunt* de linha e de barra.

### 3.2.1. Modelo Matemático

O índice proposto é baseado na Figura 3.2. Pode-se calcular o fluxo de potência ativa  $P_{RS}$ :

$$P_{RS} = g_{SR}V_R^2 - V_S V_R (g_{SR} \cos \theta_{SR} - b_{SR} \sin \theta_{SR}) \quad (3.11)$$

Onde:

$g_{SR}$  e  $b_{SR}$  são a condutância e a susceptância série da linha, respectivamente.

Reescrevendo (3.11):

$$aV_R^2 + bV_R + c = 0 \quad (3.12)$$

Onde:

$$a = g_{SR}$$

$$b = -V_S (g_{SR} \cos \theta_{SR} - b_{SR} \sin \theta_{SR})$$

$$c = -P_{RS}$$

A equação (3.12) tem raízes reais quando  $(b^2 - 4ac) \geq 0$  ou  $(4ac/b^2) \leq 1$ . Usando essa condição, pode-se definir o índice de estabilidade  $L_P$  para o ramo como:

$$L_P = \frac{4ac}{b^2} = \frac{-4g_{SR} \cdot P_{RS}}{V_S^2 (b_{SR} \sin \theta_{SR} - g_{SR} \cos \theta_{SR})^2} = \frac{-4r_{SR} \cdot P_{RS}}{V_S^2 \cos^2(\theta_{SR} - \alpha)} \leq 1 \quad (3.13)$$

Onde,  $\alpha = \tan^{-1}(x_{SR}/r_{SR})$

O fluxo de potência reativa é:



$$Q_{RS} = -b_{SR}V_R^2 + V_S V_R (b_{SR} \cos \theta_{SR} + g_{SR} \sin \theta_{SR}) \quad (3.14)$$

Seguindo o procedimento anterior, o índice  $L_q$  é definido:

$$L_q = \frac{4b_{SR} \cdot Q_{RS}}{V_S^2 (b_{SR} \cos \theta_{SR} + g_{SR} \sin \theta_{SR})^2} = \frac{4x_{SR} \cdot Q_{RS}}{V_S^2 \sin^2(\theta_{SR} - \alpha)} \leq 1 \quad (3.15)$$

Segundo os autores, sob condições de carregamento máximo, qualquer dos índices  $L_p$  ou  $L_q$  alcançam a unidade, dependendo da topologia do sistema e das características da carga.

Os índices  $L_p$  e  $L_q$  foram calculados considerando o ramo S-R somente. Em geral, a barra R pode estar conectada a vários ramos. A injeção de potência ativa na barra R é dada por:

$$P_R = V_R \cdot \sum_{S \in R'} V_S (G_{SR} \cos \theta_{SR} + B_{SR} \sin \theta_{SR}) \quad (3.16)$$

Onde:

$R'$  é o conjunto de barras diretamente conectadas à barra R incluindo a barra R

$G_{SR}$  e  $B_{SR}$  são os elementos da matriz de admitância

A equação (3.16) pode ser reescrita como em (3.12), onde:

$$a = G_{RR}$$

$$b = \sum_{S \in \Omega_R} V_S (G_{RS} \cos \theta_{RS} - B_{RS} \sin \theta_{RS})$$

$$c = -P_R$$

$\Omega_R$  é o conjunto de barras diretamente conectadas à barra R

Depois de algumas manipulações, e tendo em conta que as raízes reais são obtidas quando  $(b^2 - 4ac) \geq 0$ , é definido o índice de estabilidade para a barra R:

$$L'_p = \left[ \frac{P_R}{V_R} + G_{RR}V_R \right]^2 = \left[ \frac{\partial P_R}{\partial V_R} \right]^2 \geq 0 \quad (3.17)$$

Onde  $\frac{\partial P_R}{\partial V_R}$  é um elemento da matriz Jacobiana do fluxo de carga. No caso que  $\Omega_R = S$  (barra R conectada só à barra S), então  $P_R = P_{RS}$ . Se  $L_p$  é definido como  $(b^2 - 4ac)$ , então  $L'_p = L_p$ .

A injeção de potência reativa na barra R está dada por:

$$Q_R = V_R \cdot \sum_{S \in R'} V_S (G_{SR} \text{Sen} \theta_{SR} - B_{SR} \text{Cos} \theta_{SR}) \quad (3.18)$$

Seguindo o procedimento anterior, o índice de estabilidade referente à potência reativa na barra R é:

$$L'_q = \left[ \frac{Q_R}{V_R} - B_{RR}V_R \right]^2 = \left[ \frac{\partial Q_R}{\partial V_R} \right]^2 \geq 0 \quad (3.19)$$

Onde  $\frac{\partial Q_R}{\partial V_R}$  é um elemento da matriz Jacobiana do fluxo de carga. No caso que  $\Omega_R = S$ , então  $Q_R = Q_{RS}$ . Se  $L_q$  é definido como  $(b^2 - 4ac)$ , então  $L'_q = L_q$ .

Portanto, os índices definidos em (3.13) e (3.15) estão relacionados aos elementos da matriz Jacobiana do fluxo de carga, dados por (3.17) e (3.19). Como já foi dito, para uma condição de carga máxima,  $L_p$  ou  $L_q$  serão iguais à unidade, enquanto,  $L'_p$  ou  $L'_q$  serão iguais a zero.

De acordo com testes feitos pelos autores, verificou-se que  $L_q$  alcança a unidade em condições de carregamento máximo, enquanto que  $L_p$  não fornece qualquer informação útil sobre a condição do sistema quando a relação  $r/x$  da linha é muito pequena. Quando essa relação é maior, o índice fornece informações relativas à condição de estabilidade de tensão. Assim, de acordo com esses resultados, pode-se concluir que os índices propostos não tem fundamento teórico.

A principal diferença entre o índice  $L_q$  e  $L'_q$  é a presença dos elementos *shunt* da linha e da barra, os quais podem ter um importante papel no aumento das margens de tensão. Enquanto os elementos *shunt* são levados em conta em  $L'_q$ , eles não aparecem na formulação de  $L_q$ .

Através dos testes verificou-se também que o índice  $L_q$  apresenta valores diferentes dependendo se o elemento *shunt* está na linha ou na barra R. Para as duas situações, os índices deveriam ser idênticos. O índice  $L'_q$  apresentou os mesmos resultados para as duas situações.

As modificações propostas para o índice  $L_q$  são baseadas nas verificações feitas através dos testes, e tem como objetivo que o índice apresente o mesmo valor para as duas situações (elemento *shunt* de linha e de barra). A inclusão de elementos *shunt* na formulação é muito fácil e a ideia é apresentada na Figura 3.7.

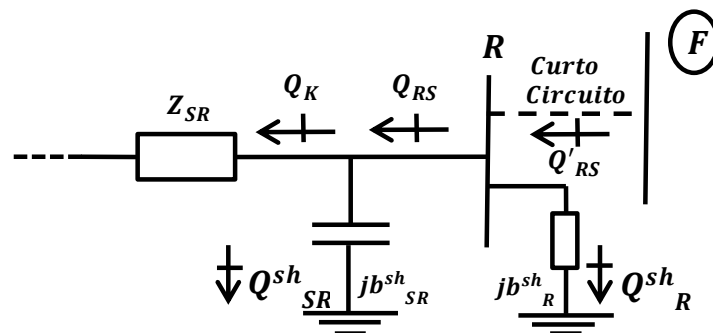


Figura 3.7 Inclusão de Elementos *Shunt* para o Índice Proposto

Uma barra fictícia  $F$  é conectada à barra  $R$  através de um curto-circuito. O fluxo de potência reativa é dado por:

$$Q'_{RS} = -(b_{SR} + b_{SR}^{sh} + b_R^{sh}) \cdot V_R^2 + V_S V_R (b_{SR} \cos \theta_{SR} + g_{SR} \sin \theta_{SR}) \quad (3.20)$$

O fluxo atual de potência reativa através da linha é  $Q_{RS}$ , o qual é dado por  $Q_K + Q_{SR}^{sh}$ . A potência reativa  $Q_K$  é dada por (3.14) e  $Q_{SR}^{sh} = -b_{SR}^{sh} \cdot V_R^2$ .

A contribuição do banco de capacitores é levada em conta ao considerar a barra fictícia mais o curto-circuito e adicionando  $Q_R^{sh} = -b_R^{sh} \cdot V_R^2$  ao fluxo atual.

Tendo em conta que as raízes só têm valores reais e positivos quando  $(b^2 - 4ac) \geq 0$  ou  $(4ac/b^2) \leq 1$ , é definido o índice proposto:

$$L''_q = \frac{4ac}{b^2} = \frac{4 \cdot (b_{SR} + b_{SR}^{sh} + b_R^{sh}) \cdot Q'_{RS}}{[V_S(b_{SR} \cos \theta_{SR} + g_{SR} \sin \theta_{SR})]^2} \leq 1 \quad (3.21)$$

### 3.2.2. Observações

Qualquer que seja o ramo de transmissão, o índice não identificará o máximo carregamento, pois não leva em consideração o fluxo de potência ativa. Os exemplos numéricos a seguir confirmam.

Foi calculada a tensão  $V_R$  de (3.21) para cada um dos pontos de operação apresentados na Tabela 3.1. Para conhecer-se o lugar geométrico da única solução de tensão, os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 3.8, 3.9 e 3.10.

Os resultados obtidos para o ponto de operação (1) são apresentados na Figura 3.8. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q se tocam em uma única solução de tensão. O ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.21).

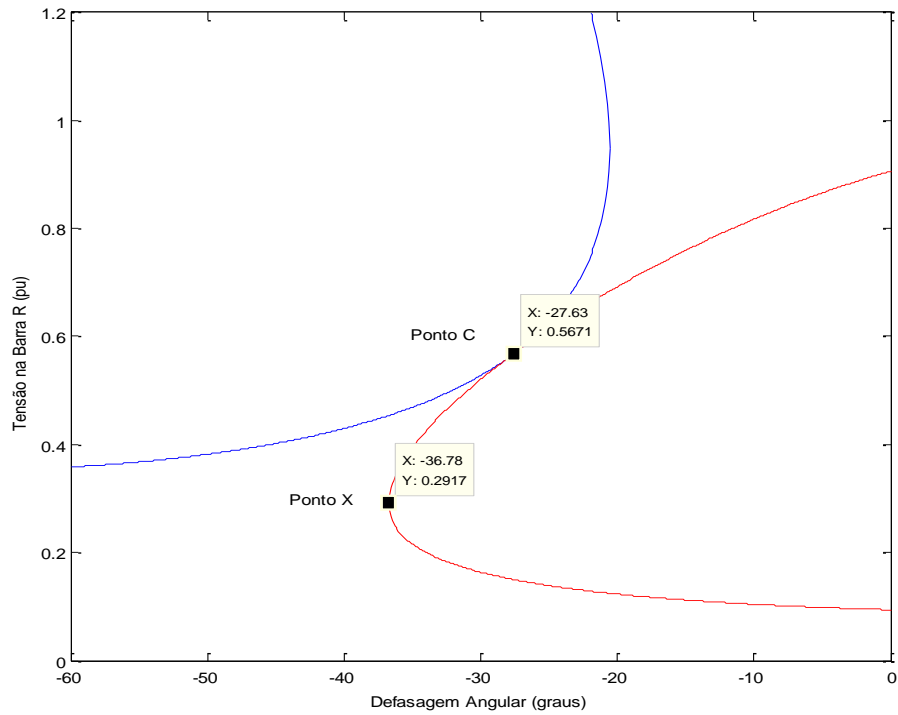


Figura 3.8 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (1)

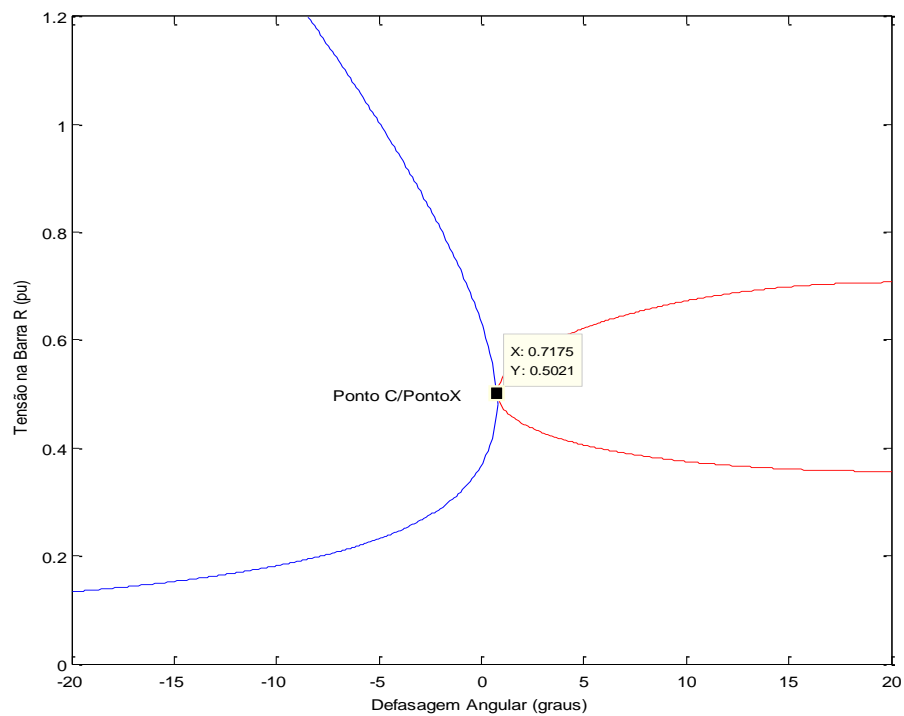


Figura 3.9 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (2)

Os resultados obtidos para o ponto de operação (2) são apresentados na Figura 3.9. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem

uma única solução de tensão. O ponto X correspondente ao resultado obtido com (3.21).

Na Figura 3.10, são apresentados os resultados obtidos com o ponto de operação (3). O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão. O ponto X correspondente ao resultado obtido com (3.21).

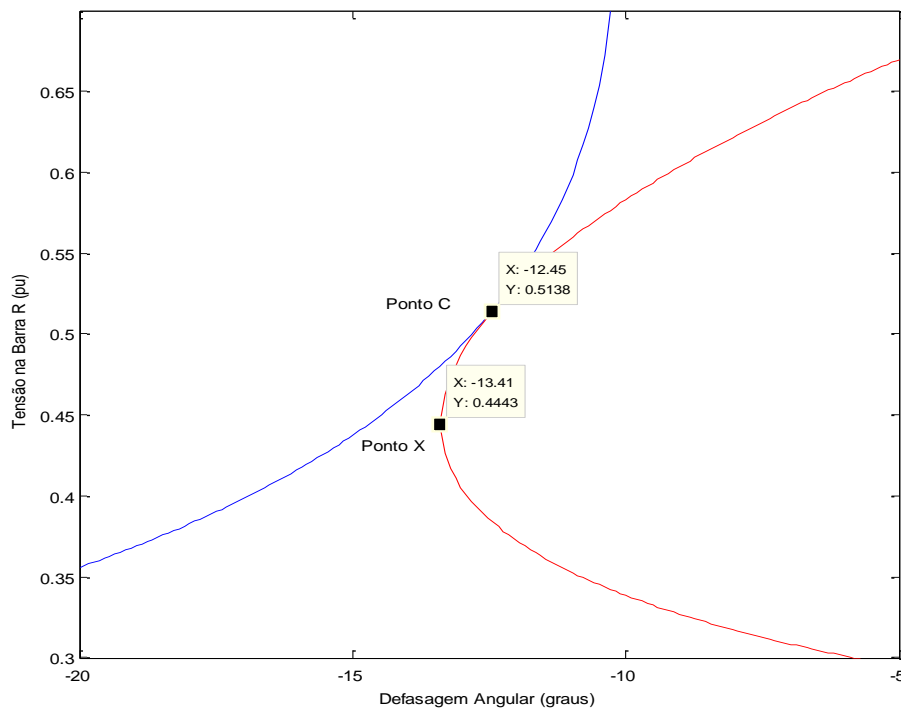


Figura 3.10 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (3)

O método proposto é baseado em [7] e, assim, quando não há elementos *shunt*, a única solução de tensão encontrada apresenta-se no mesmo lugar geométrico daquela em [7], (o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $Q_R$  em relação a  $V_R$ , o ponto mais à esquerda da curva  $Q_R$  constante).

Mesmo com as modificações introduzidas para levar em consideração os elementos *shunt* de linha e de barra, o método está conceitualmente errado. Mesmo assim, os três índices foram calculados para cada um dos pontos de operação da Tabela 3.1, e para três situações diferentes: sem elementos *shunt*, com elemento *shunt* de linha e com elemento *shunt* de barra. Foram calculados como  $(b^2 - 4ac)$

para poder fazer comparações entre eles. Assim, o valor está correto, se for nulo. Os resultados são apresentados na Tabela 3.3.

Índices	Sem <i>Shunt</i>	<i>Shunt</i> de Linha	<i>Shunt</i> de Barra
Ponto de Operação (1)			
$L_q$	3,8466	5,6119	7,3164
$L'_q$	3,8465	5,9319	5,9319
$L''_q$	3,8466	5,9319	5,9319
Ponto de Operação (2)			
$L_q$	$4,5296 \times 10^{-4}$	1,2769	-0,1701
$L'_q$	$4,4553 \times 10^{-4}$	0,7777	0,7777
$L''_q$	$4,5296 \times 10^{-4}$	0,7777	0,7777
Ponto de Operação (3)			
$L_q$	0,3818	1,0646	2,5442
$L'_q$	0,3817	1,8066	1,8066
$L''_q$	0,3818	1,8066	1,8066

Tabela 3.3 Resultados dos Índices para os Três Pontos de Operação

Dos resultados pode-se observar que, se não há elementos *shunt*,  $L_q$ ,  $L'_q$  e  $L''_q$  são iguais, como esperado.  $L'_q$  e  $L''_q$  para qualquer situação, apresentam os mesmos resultados, como esperado. Isso porque, no cálculo de  $L'_q$  por (3.19),  $B_{RR}$  inclui o elemento *shunt* de barra.

Pode-se observar também que, só para o ponto de operação (2), os resultados do índice identificam a condição crítica de carregamento. Isto deve-se a uma coincidência numérica: os ângulos do fator de potência da carga e da impedância de linha de transmissão são iguais (a  $70^\circ$ ), como já dito.

### 3.3. Índice de Estabilidade de Tensão Rápido (FVSI)

I. Musirin e T. K. A. Rahman [9] propuseram um método para prever o colapso de tensão. A análise foi feita tendo em conta o fluxo de potência através de uma linha. O desenvolvimento do índice é iniciado com a equação de corrente para formar a equação quadrática de tensão, onde o discriminante das raízes de tensão tem que ser maior do que zero. Quando o discriminante é menor do que zero, as

raízes da equação quadrática são imaginárias, o que leva ao sistema à instabilidade, segundo os autores, o que pode ocasionar o colapso de tensão no sistema.

### 3.3.1. Modelo Matemático

Tendo em conta a Figura 3.2 pode-se deduzir o índice proposto.

Calculando-se a corrente que flui na linha e sabendo que  $Z = r + jx$ :

$$I = \frac{V_S \angle 0 - V_R \angle \delta_R}{r + jx} \quad (3.22)$$

A barra S é escolhida como a barra de referência angular e, assim,  $\delta_S = 0$ .

Calculando a corrente na barra R, utilizando (3.2):

$$I_R = \left( \frac{S_R}{V_R} \right)^* = \frac{P_R - jQ_R}{V_R \angle -\delta_R} \quad (3.23)$$

Igualando (3.22) e (3.23):

$$\frac{V_S \angle 0 - V_R \angle \delta_R}{r + jx} = \frac{P_R - jQ_R}{V_R \angle -\delta_R} \quad (3.24)$$

$$(V_S \angle 0 - V_R \angle \delta_R)(V_R \angle -\delta_R) = (P_R - jQ_R)(r + jx)$$

Separando a parte real e imaginária de  $I_R$ , e fazendo  $\delta = \delta_S - \delta_R$ :

$$V_S V_R \cos \delta - V_R^2 = r P_R + x Q_R \quad (3.25)$$

$$-V_S V_R \sin \delta = x P_R - r Q_R \quad (3.26)$$

Reescrevendo (3.26) para  $P_R$  e substituindo em (3.25):

$$P_R = \frac{-V_S V_R \sin \delta + r Q_R}{x} \quad (3.27)$$



$$V_S V_R \cos \delta - V_R^2 = \left( \frac{-V_S V_R r \sin \delta + r^2 Q_R}{x} \right) + x Q_R \quad \therefore \quad (3.28)$$

$$V_R^2 - \left( \frac{r \sin \delta}{x} + \cos \delta \right) V_S V_R + \left( x + \frac{r^2}{x} \right) Q_R = 0$$

As soluções para  $V_R$  são:

$$V_R = \frac{\left( \frac{r \sin \delta}{x} + \cos \delta \right) V_S \pm \sqrt{\left[ \left( \frac{r \sin \delta}{x} + \cos \delta \right) V_S \right]^2 - 4 \left( x + \frac{r^2}{x} \right) Q_R}}{2} \quad (3.29)$$

Para obter valores reais de  $V_R$ , (3.29) deve-se ter raízes reais e, portanto, tem-se que cumprir as condições:

$$\left[ \left( \frac{r \sin \delta}{x} + \cos \delta \right) V_S \right]^2 - 4 \left( x + \frac{r^2}{x} \right) Q_R \geq 0 \quad (3.30)$$

Ou

$$\frac{4Z^2 Q_R x}{V_S^2 (r \sin \delta + x \cos \delta)^2} \leq 1 \quad (3.31)$$

O tamanho de  $\delta$  normalmente é muito pequeno e então:

$$\delta \cong 0 ; r \sin \delta = 0 ; x \cos \delta = x$$

Assim, o índice  $FVSI$  é definido como:

$$FVSI = \frac{4Z^2 Q_R}{V_S^2 x} \leq 1 \quad (3.32)$$

O valor de  $FVSI$  perto de 1,00 indica que a linha em estudo encontra-se perto ao colapso de tensão e, então, para manter uma condição segura o valor do índice deve ser menor do que a unidade.

### 3.3.2. Observações

Usando (3.29) foi calculada a tensão  $V_R$  na barra  $R$  da Figura 3.3, para os três pontos de operação apresentados na Tabela 3.1.

Foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ , para cada um dos pontos de operação, para identificação do lugar geométrico da solução única de tensão.

Os resultados obtidos para o ponto de operação (1) são apresentados na Figura 3.11. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q se tocam em uma única solução de tensão e o ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.29).

Para o ponto de operação (2) são apresentados os resultados na Figura 3.12, o ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão, e o ponto X correspondente ao resultado obtido com (3.29).

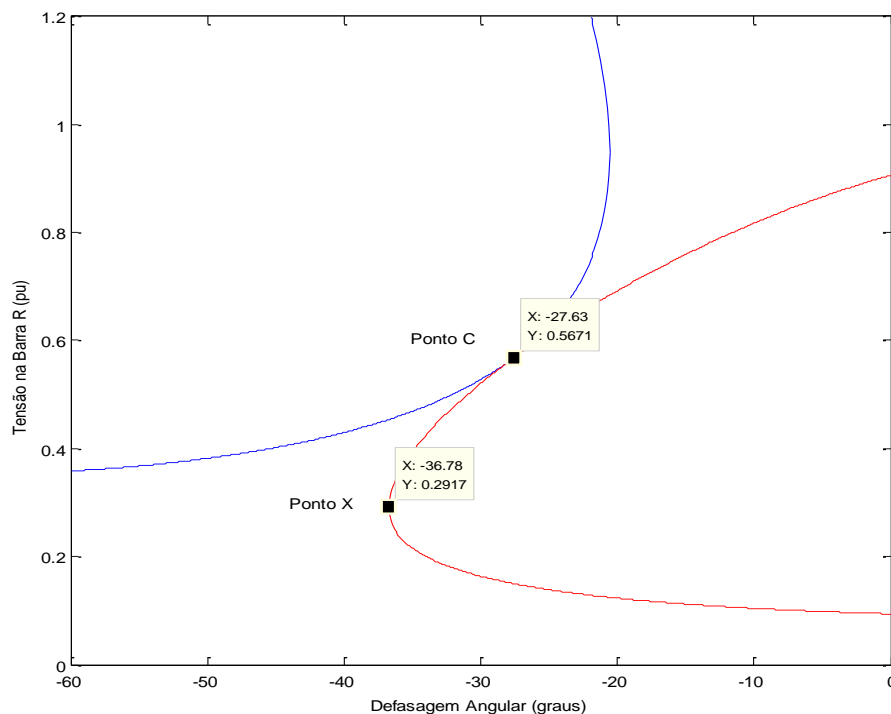


Figura 3.11 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (1)

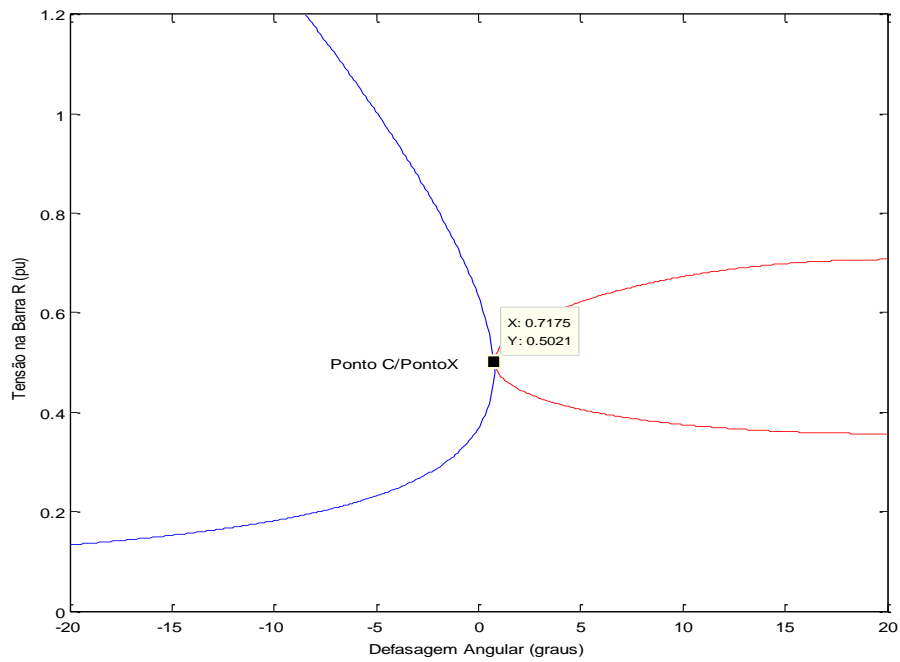


Figura 3.12 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (2)

Na Figura 3.13, são apresentados os resultados obtidos com o ponto de operação (3). O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão, e o ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.29).

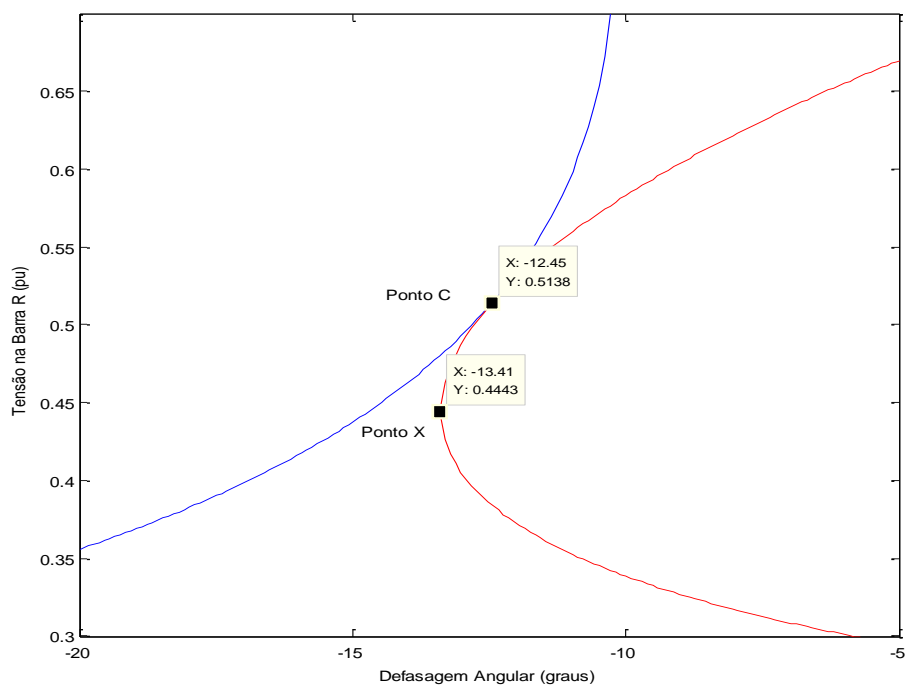


Figura 3.13 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (3)

Para os pontos de operação (1) e (3), os resultados obtidos de (3.29) correspondem a um valor de tensão diferente ao ponto C. Para o ponto de operação (2), o resultado obtido é o esperado.

No desenvolvimento do método, observa-se que (3.29) é obtida em função de  $Q_R$ . Assim, não é surpresa que a solução de (3.29) aponte para o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $Q_R$  em relação a  $V_R$  (o ponto mais à esquerda da curva  $Q_R$  constante).

Embora sabendo-se que o índice está conceitualmente errado, foi calculado por (3.32), para os mesmos pontos de operação da Tabela 3.1. Os resultados são apresentados na Tabela 3.4.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
<i>FVSI</i>	0,3405	1,0083	0,7895

Tabela 3.4 Resultados do Índice *FVSI* para os Três Pontos de Operação

Para os pontos de operação (1) e (3), o índice não avalia a condição crítica de carregamento. No ponto de operação (2) o índice apresenta resultados próximos à unidade. O resultado correto deve-se à coincidência numérica já mencionada. É importante ressaltar que o modelo matemático para determinar o índice, não leva em conta as admitâncias *shunt* da linha de transmissão.

### 3.4. Novo Índice de Estabilidade de Tensão (*VSI-P*)

J.J. Jamian, H. Musa, M.W. Mustafa, H. Mokhlis e S.S. Adamu [10] propuseram um novo índice de estabilidade de tensão baseado no procedimento feito em [9], mas não considerando a potência reativa, e sim a potência ativa. O objetivo de utilizar o novo índice *VSI-P* para os autores, é que para a avaliação dos modos de operação de fonte de energia renovável de geração distribuída o novo índice apresenta melhores resultados em comparação com o índice proposto em [9].

### 3.4.1. Modelo Matemático

Calculando  $Q_R$  de (3.26) e substituindo em (3.25):

$$Q_R = \frac{V_S V_R \text{Sen} \delta + x P_R}{r} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} V_S V_R \text{Cos} \delta - V_R^2 &= r P_R + x \left( \frac{V_S V_R \text{Sen} \delta + x P_R}{r} \right) \quad \therefore \\ V_R^2 - \left( \frac{x \text{Sen} \delta}{r} + \text{Cos} \delta \right) V_S V_R + \left( r + \frac{x^2}{r} \right) P_R &= 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

As soluções para  $V_R$  são:

$$\begin{aligned} V_R \\ = \frac{\left( \frac{r \text{Sen} \delta}{x} + \text{Cos} \delta \right) V_S \pm \sqrt{\left[ \left( \frac{r \text{Sen} \delta}{x} + \text{Cos} \delta \right) V_S \right]^2 - 4 \left( r + \frac{x^2}{r} \right) P_R}}{2} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Para obter valores reais de  $V_R$ , (3.35) deve ter raízes reais e, portanto, tem-se que cumprir as condições:

$$\left[ \left( \frac{x \text{Sen} \delta}{r} + \text{Cos} \delta \right) V_S \right]^2 - 4 \left( r + \frac{x^2}{r} \right) P_R \geq 0 \quad (3.36)$$

Ou

$$VSI - P = \frac{4Z^2 P_R r}{V_S^2 (x \text{Sen} \delta + r \text{Cos} \delta)^2} \leq 1 \quad (3.37)$$

O valor de  $VSI - P$  perto de 1,00 indica que a linha em estudo encontra-se perto ao colapso de tensão e, então, para manter uma condição segura o valor do índice deve ser menor do que a unidade.

### 3.4.2. Observações

Usando (3.35) foi calculada a tensão  $V_R$  na barra  $R$  da Figura 3.3, para os três pontos de operação apresentados na Tabela 3.1.

Foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ , para cada um dos pontos de operação, para identificação do lugar geométrico da solução única de tensão.

Os resultados obtidos para o ponto de operação (1) são apresentados na Figura 3.14. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q se tocam em uma única solução de tensão e o ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.35). Para o ponto de operação (2) são apresentados os resultados na Figura 3.15, o ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão, e o ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.35).

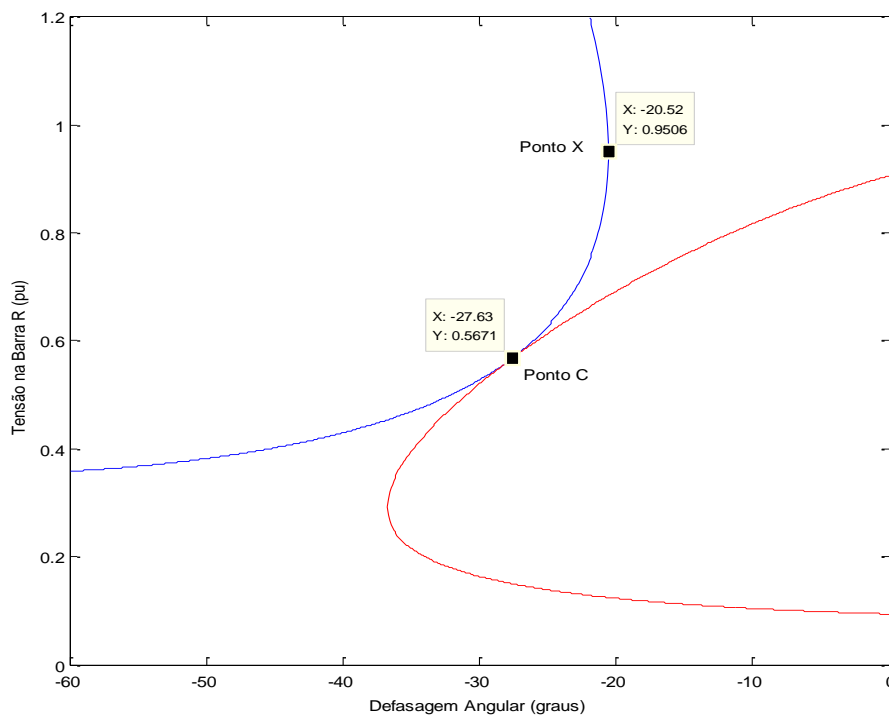


Figura 3.14 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (1)

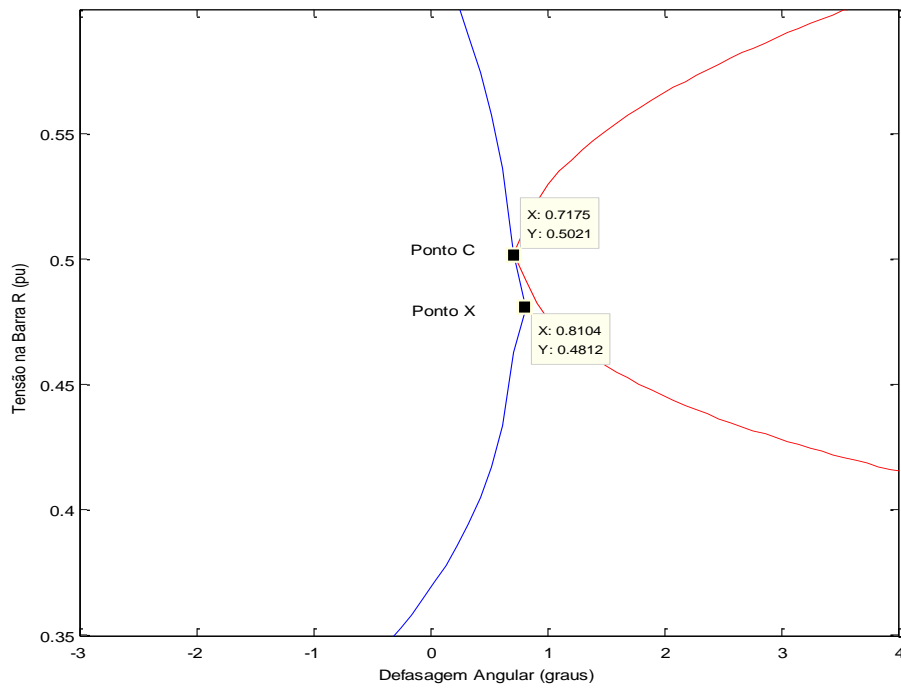


Figura 3.15 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (2)

Na Figura 3.16, são apresentados os resultados obtidos com o ponto de operação (3). O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q fornecem uma única solução de tensão, e o ponto X corresponde ao resultado obtido com (3.35).

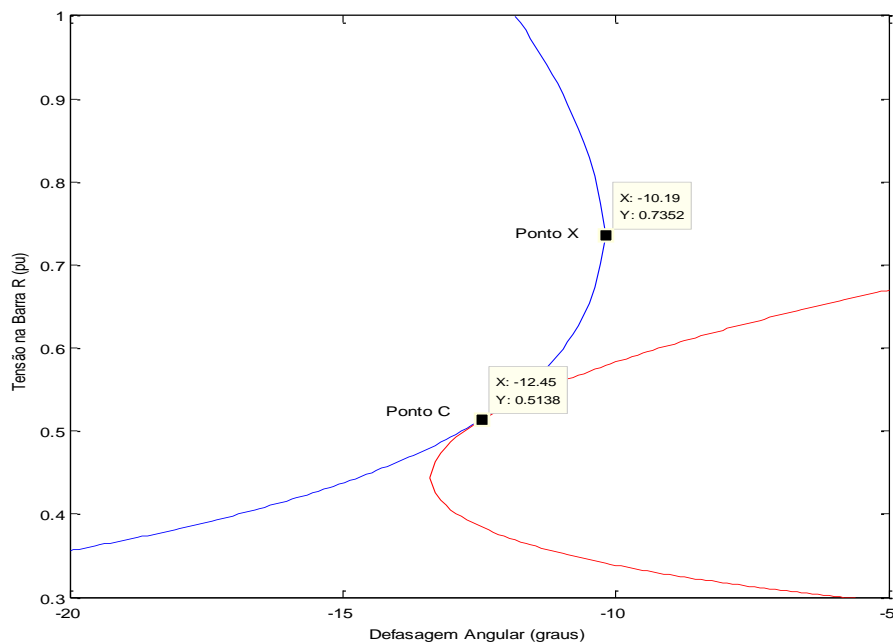


Figura 3.16 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (3)

Para todos os pontos de operação, os resultados obtidos de (3.35) correspondem a um valor de tensão diferente ao ponto C.

Ao contrário de (3.29) que é obtida em função de  $Q_R$ , (3.35) é obtida em função de  $P_R$ . Assim, não é surpresa que a solução de (3.35) aponte para o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $P_R$  em relação a  $V_R$  (o ponto mais à direita da curva  $P_R$  constante).

Embora sabendo-se que o índice está conceitualmente errado, foi calculado por (3.37), para os mesmos pontos de operação da Tabela 3.1. Os resultados são apresentados na Tabela 3.5.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
$VSI-P$	0,7749	0,9982	0,8822

Tabela 3.5 Resultados do Índice  $VSI-P$  para os Três Pontos de Operação

Para os pontos de operação (1) e (3), o índice não avalia a condição crítica de carregamento. No ponto de operação (2) o índice apresenta resultados próximos à unidade. O resultado correto deve-se à coincidência numérica já mencionada.

É importante ressaltar que o modelo matemático para determinar o índice, não leva em conta as admitâncias *shunt* da linha de transmissão.

### 3.5. Índice de Proximidade de Colapso de Tensão ( $VCPI$ )

M. Moghavvemi e O. Faruque [11] propuseram um método para calcular um índice de colapso de tensão baseado na máxima transferência de potência na linha, utilizando informação de fluxos de carga.

O objetivo deste índice, segundo os autores, é determinar a proximidade ao colapso de tensão para um ponto de operação qualquer.



### 3.5.1. Modelo Matemático

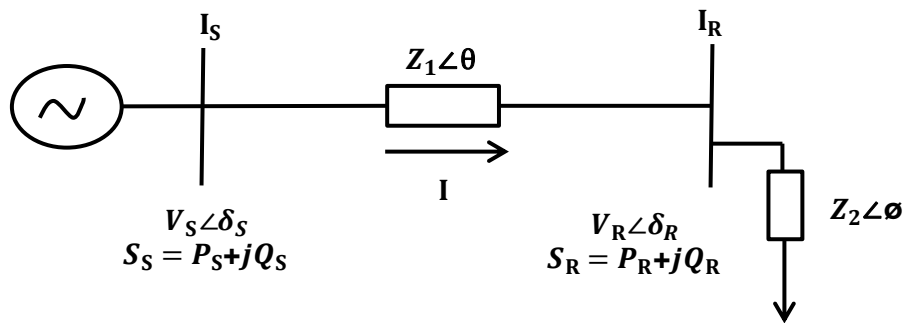


Figura 3.17 Sistema de Potência de Duas Barras

Na Figura 3.17 pode-se observar que:

$$I = \frac{V_S}{Z} \quad (3.38)$$

Onde:

$$Z = \sqrt{(Z_1 \cos \theta + Z_2 \cos \phi)^2 + (Z_1 \sin \theta + Z_2 \sin \phi)^2} \quad \therefore$$

$$Z = Z_1 \sqrt{1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2 \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)} \quad (3.39)$$

$Z_1 \angle \theta$  e  $Z_2 \angle \phi$  correspondem à impedância da linha e da carga respectivamente, e o ângulo  $\phi = \tan^{-1}(Q_R/P_R)$ .

Substituindo (3.39) em (3.38):

$$I = \frac{V_S}{Z_1 \sqrt{1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2 \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)}} \quad (3.40)$$

Calculando a tensão na barra R:

$$V_R = Z_2 I$$

$$V_R = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{V_S}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)}} \quad (3.41)$$

A potência na barra R pode-se ser descrita como:

$$P_R = V_R \cdot I \cdot \cos\phi \quad (3.42)$$

$$Q_R = V_R \cdot I \cdot \sin\phi \quad (3.43)$$

Assim, substituindo (3.40) e (3.41) em (3.42) e (3.43):

$$P_R = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{V_S^2}{1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)} \cdot \cos\phi \quad (3.44)$$

$$Q_R = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{V_S^2}{1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)} \cdot \sin\phi \quad (3.45)$$

Similarmente a potência perdida na linha é:

$$P_L = I^2 \cdot Z_1 \cdot \cos\theta \quad (3.46)$$

$$Q_L = I^2 \cdot Z_1 \cdot \sin\theta \quad (3.47)$$

Substituindo (3.40) em (3.46) e (3.47):

$$P_L = \frac{V_S^2}{Z_1 \left[1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)\right]} \cdot \cos\theta \quad (3.48)$$

$$Q_L = \frac{V_S^2}{Z_1 \left[1 + \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^2 + 2\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cos(\theta - \phi)\right]} \cdot \sin\theta \quad (3.49)$$

A máxima potência que pode ser transferida para a barra de carga pode ser obtida usando a condição limite,  $\frac{\partial P_R}{\partial Z_2} = 0$ , o que é atendida quando  $\frac{Z_2}{Z_1} = 1$ , ou seja, impedância da carga igual à impedância da linha de transmissão.

Substituindo  $\frac{Z_2}{Z_1} = 1$  em (3.44), (3.45), (3.48) e (3.49) obtém-se as potências máximas:

$$P_{R(máx)} = \frac{V_S^2}{Z_1} \frac{\text{Cos}\varnothing}{4\text{Cos}^2 \frac{(\theta - \varnothing)}{2}} \quad (3.50)$$

$$Q_{R(máx)} = \frac{V_S^2}{Z_1} \frac{\text{Sen}\varnothing}{4\text{Cos}^2 \frac{(\theta - \varnothing)}{2}} \quad (3.51)$$

$$P_{L(máx)} = \frac{V_S^2}{Z_1} \frac{\text{Cos}\theta}{4\text{Cos}^2 \frac{(\theta - \varnothing)}{2}} \quad (3.52)$$

$$Q_{L(máx)} = \frac{V_S^2}{Z_1} \frac{\text{Sen}\theta}{4\text{Cos}^2 \frac{(\theta - \varnothing)}{2}} \quad (3.53)$$

Finalmente, baseados nas potências máximas permissíveis, os índices *VCPI* são propostos:

$$VCPI(P) = \frac{P_R}{P_{R(máx)}} < 1 \quad (3.54)$$

$$VCPI(Q) = \frac{Q_R}{Q_{R(máx)}} < 1 \quad (3.55)$$

$$VCPI(PL) = \frac{P_L}{P_{L(máx)}} < 1 \quad (3.56)$$

$$VCPI(QL) = \frac{Q_L}{Q_{L(máx)}} < 1 \quad (3.57)$$

Onde  $P_R$ ,  $Q_R$ ,  $P_L$  e  $Q_L$ , são obtidos do algoritmo de fluxo de potência.

Os autores determinaram que os índices referentes à potência ativa e reativa na barra R apresentam resultados iguais. Os índices que relacionam as perdas ativa e reativa também são iguais, ou seja:

$$VCPI(P)=VCPI(Q)$$

$$VCPI(PL)=VCPI(QL)$$

Assim, não é preciso considerar os resultados dos quatro índices. Para a avaliação da proximidade ao ponto de colapso de tensão, pode-se considerar somente os índices  $VCPI(P)$  e  $VCPI(PL)$ .

Na Figura 3.18 é apresentado um gráfico proposto pelos autores, onde se mostra o comportamento dos índices em uma linha de transmissão típica. Observa-se que à medida que o fluxo de potência transferido através da linha aumenta, os índices  $VCPI(P)$  e  $VCPI(PL)$  também aumentam, enquanto a potência máxima permanece quase constante. Quando ambos os índices são iguais a 1,00, é atingido o ponto de colapso de tensão.

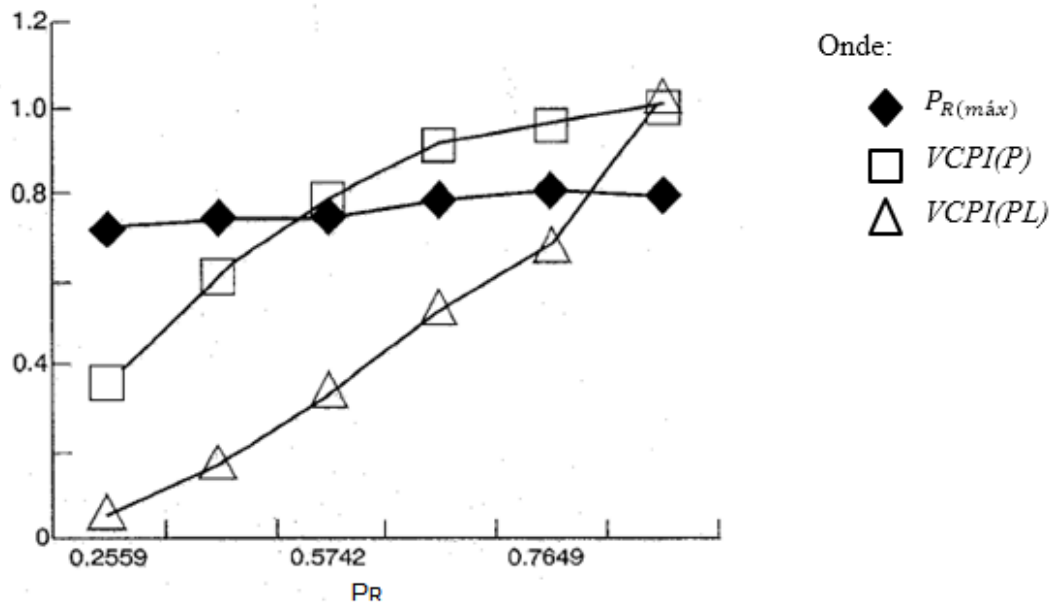


Figura 3.18 Comportamento dos Índices  $VCPI(P)$  e  $VCPI(PL)$  com Variação de

$P_R$

### 3.5.2. Observações

De fato, para qualquer fator de potência, a carga máxima ocorre quando  $Z_2 = Z_1$ .

Segundo os autores, quando os dois índices atingem o valor 1,00, ou dito de outra maneira, quando  $P_R = P_{R(máx)}$  e  $P_L = P_{L(máx)}$ , ocorre o colapso de tensão, como foi mostrado na Figura 3.18.

Com a finalidade de verificar a abordagem dos autores, apresentam-se na Figura 3.19, as curvas de potência ativa e reativa constante.

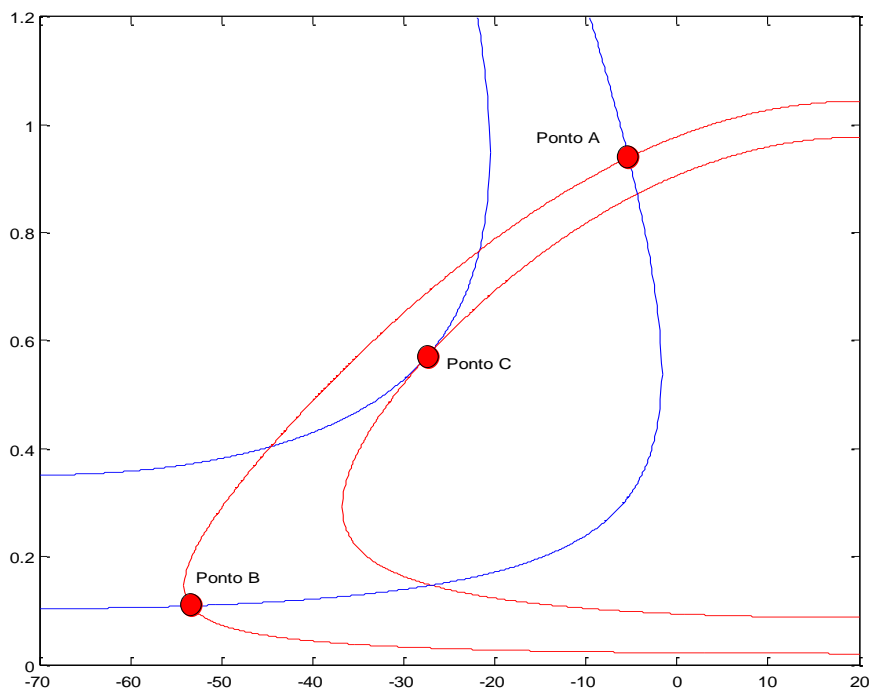


Figura 3.19 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$

Pode-se observar que, para um certo valor de P e Q constantes, existem duas soluções de tensão (pontos A e B). Quando a potência é máxima, para o mesmo fator de potência, a solução de tensão é única (ponto C).

As perdas foram calculadas para as três soluções de tensão, e verificou-se que a maior perda corresponde à solução de tensão do ponto B. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.6.

Ponto	Potência Gerada (pu)	Potência de Carga (pu)	Perdas (pu)
A	0,5533	0,5	0,053
B	1,7234	0,5	1,2234
C	1,5165	0,9273	0,5892

Tabela 3.6 Perdas nos Três Pontos de Operação

Pôde-se, então, comprovar que o ponto onde as curvas P e Q constantes têm uma única solução de tensão, não é igual ao ponto onde ocorre a maior perda de potência.

Foram calculados os índices (3.54) e (3.56), para cada um dos pontos de operação da Tabela 3.1. Os resultados são apresentados na Tabela 3.7. Com base nos valores da Tabela 3.6, sabe-se que o índice  $VCPI(PL)$  não é unitário.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
$VCPI(P)$	1,0000	0,9999	1,0000
$VCPI(PL)$	0,9940	0,9828	0,9895

Tabela 3.7. Resultados dos Índices  $VCPI$  para os Três Pontos de Operação

Por outro lado, como observado na Tabela 3.7, o índice  $VCPI(P)$  aponta corretamente o máximo carregamento.

É importante ressaltar que o modelo matemático para determinar o índice, não leva em conta as admitâncias *shunt* da linha de transmissão.

### 3.6. Índice de Proximidade de Colapso da Linha para Predição de Colapso de Tensão em Sistemas de Potência (LCPI)

Um índice para prever a ocorrência do colapso de tensão foi proposto por R. Tiwari, K.R. Niazi e V. Gupta [12]. É baseado nos parâmetros ABCD da linha apresentada na Figura 3.20.

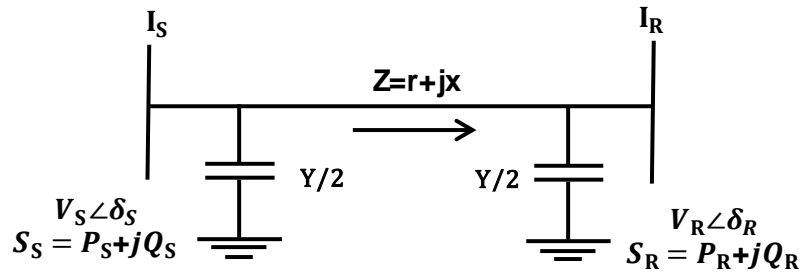


Figura 3.20 Diagrama Típico de uma Linha de Transmissão com Admitâncias Shunt

#### 3.6.1. Modelo Matemático

A relação entre os parâmetros da rede é expressa da forma:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Onde:

A, B, C e D são conhecidos como os parâmetros de transmissão da rede de duas barras e podem ser expressos como:

$$A = \left(1 + Z \frac{Y}{2}\right) \quad (3.59)$$

$$B = Z \quad (3.60)$$

$$C = Y \left(1 + Z \frac{Y}{4}\right) \quad (3.61)$$

$$D = A \quad (3.62)$$

De (3.58) é calculada a tensão na barra S:

$$V_S \angle \delta_S = A' \angle \alpha^* V_R \angle \delta_R + B' \angle \beta^* I_R \angle 0 \quad (3.63)$$

Substituindo a corrente da barra R calculada em (3.23) em (3.63) e fazendo  $\delta = \delta_S - \delta_R$ :

$$V_S \angle \delta_S = A' \angle \alpha^* V_R \angle \delta_R + B' \angle \beta^* \left( \frac{P_R - jQ_R}{V_R \angle -\delta_R} \right) \therefore \quad (3.64)$$

$$V_S V_R \angle \delta = A' \angle \alpha^* V_R^2 + B' \angle \beta^* (P_R - jQ_R)$$

Onde  $A'$ ,  $B'$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são os módulos e ângulos dos parâmetros  $A$  e  $B$  respectivamente. Separando a parte real e reescrevendo (3.64):

$$V_R^2 (A' \cos \alpha) - V_R (V_S \cos \delta) + (P_R B' \cos \beta + Q_R B' \sin \beta) = 0 \quad (3.65)$$

Resolvendo (3.65) para  $V_R$ :

$$V_R = \frac{V_S \cos \delta \pm \sqrt{(V_S \cos \delta)^2 - 4(A' \cos \alpha) \cdot (P_R B' \cos \beta + Q_R B' \sin \beta)}}{2A' \cos \alpha} \quad (3.66)$$

Para obter solução de tensão  $V_R$ , (3.66) deve-se ter raízes reais e, portanto, tem-se que cumprir as condições:

$$(V_S \cos \delta)^2 - 4(A' \cos \alpha) \cdot (P_R B' \cos \beta + Q_R B' \sin \beta) \geq 0 \quad (3.67)$$

Ou

$$LCPI = \frac{4(A' \cos \alpha) \cdot (P_R B' \cos \beta + Q_R B' \sin \beta)}{(V_S \cos \delta)^2} < 1 \quad (3.68)$$

O valor do índice aumenta a medida que a carga reativa aumenta. Perto do colapso de tensão, o valor do índice  $LCPI$  de uma linha será igual a 1,00. Assim, o sistema encontra-se estável, quando o índice é menor do que a unidade, segundo os autores.



### 3.6.2. Observações

Os autores propõem que o índice é capaz de prever a ocorrência do colapso de tensão, o que não é verdade, já que é calculado com base em um único ponto de operação. O índice, segundo os autores, permite saber se o ponto de operação encontra-se perto à instabilidade de tensão, quando o valor do índice é igual a 1,00. Para que  $V_R$  seja real e única solução, é preciso que o radicando seja nulo. É esperado que em uma condição crítica, onde as potências ativa e reativa são máximas, a solução de tensão seja única.

Para comprovar a condição anterior, foi calculada a tensão na barra R da Figura 3.3 por (3.66). Os pontos de operação utilizados foram apresentados na Tabela 3.1.

Foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ , para cada um dos pontos de operação.

Para o ponto de operação (1), os resultados obtidos de (3.66) são assinalados no ponto X da Figura 3.21. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas P e Q se tocam em um só ponto de tensão.

Para o ponto de operação (2), os resultados obtidos são apresentados na Figura 3.22. O ponto C corresponde ao lugar geométrico onde as curvas se tocam e o ponto X correspondente ao resultado obtido de (3.66).

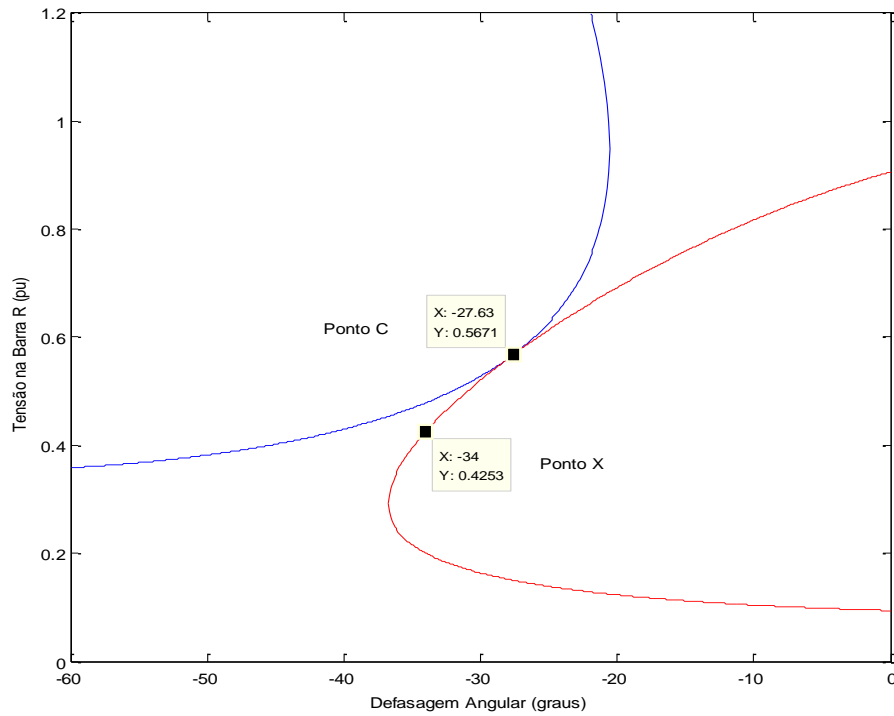


Figura 3.21 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (1)

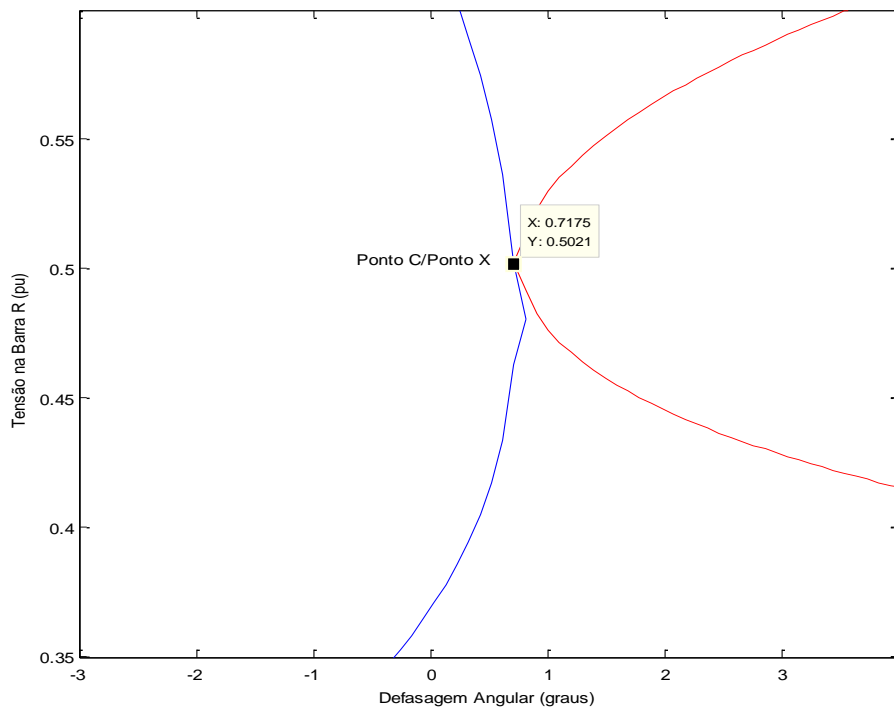


Figura 3.22 Curvas P e Q Constantes no Plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (2)

Os resultados obtidos do ponto de operação (3) são apresentados na Figura 3.23. O ponto X indica o resultado obtido de (3.66) e o ponto C corresponde à única solução de tensão para o ponto de operação em estudo.

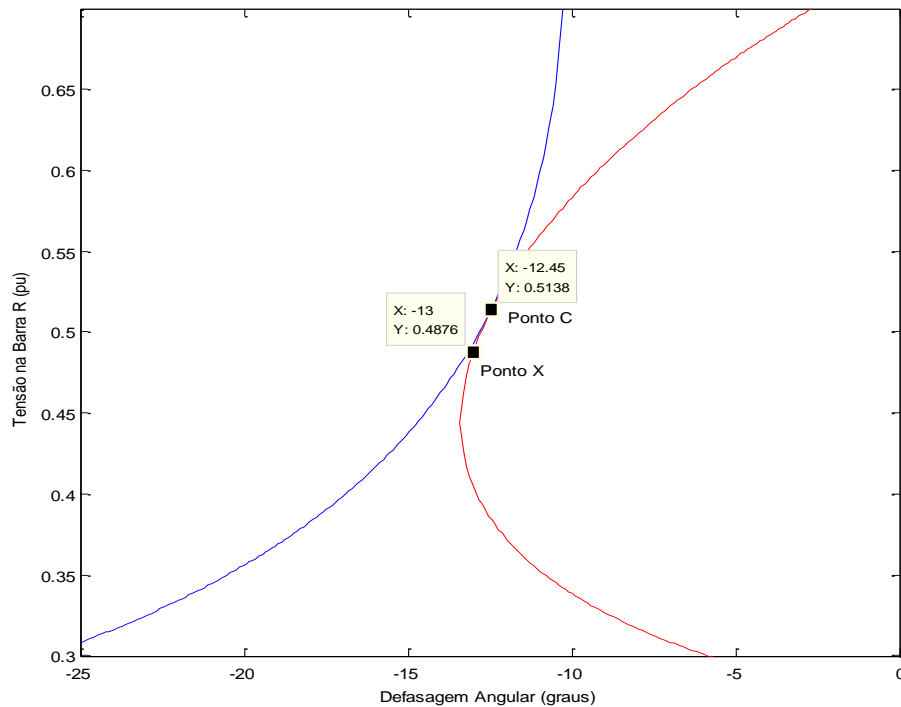


Figura 3.23 Curvas P e Q Constantes no plano  $\delta V$ -Ponto de Operação (3)

Para os pontos de operação (1) e (3), os resultados de tensão obtidos, correspondem a um valor errado. Já para o ponto de operação (2), o resultado obtido de (3.66) é igual ao lugar geométrico onde as curvas se tocam.

Os resultados errados se devem ao modelo utilizado. É dito que  $V_R$  é única e corresponde ao máximo carregamento quando o radicando de (3.66) é nulo. No entanto, (3.66) é a solução de (3.65) que, por sua vez, é a parte real de (3.64). A parte imaginária de (3.64) foi ignorada.

Deveria ter sido levada em conta uma outra equação para  $V_R$ . No máximo, os radicandos de (3.66) e dessa outra equação devem ser nulos.

Para avaliar a efetividade do índice  $LCPI$ , indicado em (3.68), foram testados os pontos de operação da Tabela 3.1. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.8.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
<i>LCPI</i>	0,9213	0,9999	0,9970

Tabela 3.8. Resultados do Índice *LCPI* para os Três Pontos de Operação

Mesmo com todos os pontos de operação correspondendo ao máximo carregamento, observa-se que só no ponto de operação (2) o índice apresenta um resultado muito próximo à unidade. Com os resultados observados nas Figuras 3.21 e 3.23 já se sabia que o índice não seria unitário para os pontos de operação (1) e (2).

O modelo da linha de transmissão inclui as admitâncias *shunt*.

### 3.7. Fator de Estabilidade de Linha (*LQP*)

A. Mohamed e G. B. Jasmon [13] propuseram um índice que é derivado das equações que descrevem o sistema da Figura 3.2, onde o discriminante da equação de segundo grau da tensão deve ser maior ou igual a zero para conseguir o critério de estabilidade de tensão.

#### 3.7.1. Modelo Matemático

Calculando a corrente na barra S, tem-se:

$$I_S = \left( \frac{S_S}{V_S} \right)^* = \frac{P_S - jQ_S}{V_S \angle -\delta_S} \quad (3.69)$$

Igualando (3.69) com a corrente na linha (3.22):

$$\frac{V_S \angle \delta_S - V_R \angle \delta_R}{r + jx} = \frac{P_S - jQ_S}{V_S \angle -\delta_S} \quad (3.70)$$

$$(V_S \angle \delta_S - V_R \angle \delta_R)(V_S \angle -\delta_S) = (P_S - jQ_S)(r + jx)$$

Separando a parte imaginária de (3.70) e fazendo  $\delta = \delta_S - \delta_R$ :

$$V_S V_R \text{Sen} \delta = x P_S - r Q_S \quad (3.71)$$

Considerando  $r = 0$  em (3.71) e (3.25) e rescrevendo, tem-se:

$$\text{Sen} \delta = \frac{x P_S}{V_S \cdot V_R} \quad (3.72)$$

$$\text{Cos} \delta = \frac{V_R^2 + x Q_R}{V_S \cdot V_R} \quad (3.73)$$

Fazendo  $\text{Cos}^2(\delta) + \text{Sen}^2(\delta) = 1$

$$\left[ \frac{V_R^2 + (x Q_R)}{V_S \cdot V_R} \right]^2 + \left[ \frac{x P_S}{V_S \cdot V_R} \right]^2 = 1 \quad (3.74)$$

Reescrevendo (3.74):

$$(V_R^2)^2 - V_R^2(V_S^2 - 2xQ_R) + x^2(P_S^2 + Q_R^2) = 0 \quad (3.75)$$

Resolvendo (3.75) para  $V_R$

$$V_R = \frac{(V_S^2 - 2xQ_R) \pm \sqrt{(V_S^2 - 2xQ_R)^2 - 4x^2(P_S^2 + Q_R^2)}}{2} \quad (3.76)$$

Para ter solução de tensão, (3.76) deve ter raízes reais e, portanto, tem-se que cumprir as condições:

$$(V_S^2 - 2xQ_R)^2 - 4x^2(P_S^2 + Q_R^2) \geq 0 \quad (3.77)$$

Ou

$$LQP = 4 \left( \frac{x}{V_S^2} \right) \left( \frac{x}{V_S^2} \cdot P_S^2 + Q_R \right) \leq 1 \quad (3.78)$$

Para manter uma operação segura e estável, segundo os autores, o valor do índice  $LQP$  tem que ser menor do que 1,00.

### 3.7.2. Observações

Os autores propuseram um índice, a partir de um modelo de uma linha de transmissão, tendo em conta só a reatância série desta, ou seja,  $r/x \ll 1$ . No desenvolvimento do índice é feito explicitamente  $r = 0$ . No problema de estabilidade de tensão, as perdas ativas são relevantes, porque o fenômeno está associado a carregamentos pesados. Assim, fazer  $r = 0$ , leva a resultados não exatos, o que pode invalidar os resultados do método.

Para saber-se o valor de tensão onde o método proposto tem uma única solução de tensão, a raiz de (3.76) foi igualada a zero. Os resultados apresentados na Tabela 3.9 são comparados com o ponto C das curvas P e Q constantes traçadas para os métodos anteriores.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
$V_R (LQP)$	0,4248	0,2774	0,3257
$V_R$ (Ponto C)	0,5671	0,5017	0,5138

Tabela 3.9. Tensão para os Três Pontos de Operação Calculados por (3.76) e no Ponto de Máximo Carregamento

Pode-se observar que, para nenhum ponto de operação, o valor de tensão obtido por (3.76) coincide com a tensão no ponto C das curvas. Assim, os valores de tensão encontrados pelo método são errados.

Mesmo assim, o índice indicado em (3.78) foi calculado para cada um dos pontos de operação da Tabela 3.1. Os resultados são apresentados na Tabela 3.10. Como esperado, devido aos resultados da Tabela 3.9, os índices não são unitários.

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
<i>LQP</i>	0,9154	0,9854	0,9627

Tabela 3.10. Resultados do Índice *LQP* para os Três Pontos de Operação

É importante ressaltar que o modelo matemático para determinar o índice, não leva em conta as admitâncias *shunt* da linha de transmissão, além de não levar em conta a resistência série.

Analisando todas as observações, pode-se dizer que o método proposto está conceitualmente errado.

### 3.8.

#### Identificação de Ramos Críticos para Estabilidade de Tensão Baseada na Análise Modal do Sistema

A.V. Garcia e M.C. de Almeida [14] propuseram um método para identificar ramos críticos para a estabilidade de tensão do sistema, através da análise modal da matriz de sensibilidades entre a injeção de potência reativa e o módulo da tensão nas barras de carga. A matriz de sensibilidades é obtida do Modelo de Acoplamentos Implícitos, desenvolvido por J. Carpentier, no qual mantêm-se fixos os fluxos de potência ativa nos bipolos da rede.

#### 3.8.1.

##### Matriz de Sensibilidade

Considera-se o bipolo da Figura 3.24. Os fluxos de potência ativa e reativa na linha são dados por (3.79), (3.80), (3.81) e (3.82):

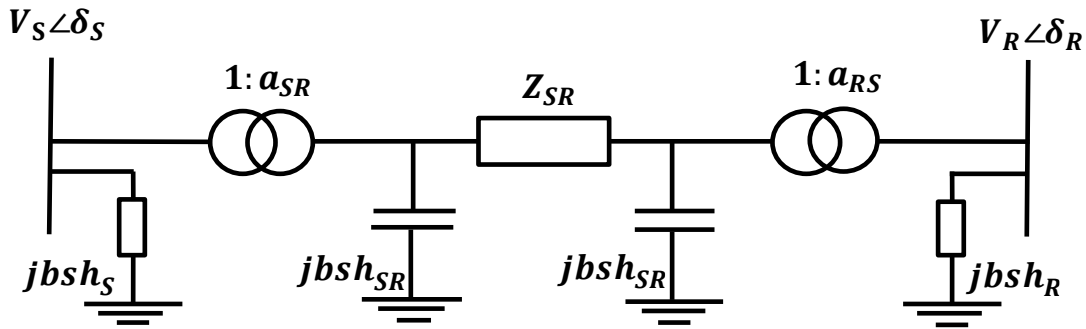


Figura 3.24 Modelo  $\pi$  da Linha de Transmissão Ligada às Barras por Transformadores em Fase

$$P_{SR} = (a_{SR} \cdot V_S)^2 \cdot Y_{SR} \cdot \text{Sen} \alpha_{SR} + a_{SR} \cdot V_S V_R \cdot Y_{SR} \cdot \text{Sen}(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) \quad (3.79)$$

$$Q_{SR} = (a_{SR} V_S)^2 \cdot Y_{SR} \cdot \text{Cos} \alpha_{SR} - b_{SR}^{sh} - a_{SR} \cdot V_S V_R \cdot Y_{SR} \cdot \text{Cos}(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) \quad (3.80)$$

A injeção líquida de potência reativa na barra S é dada por:

$$Q_S = \sum_{S \neq R} Q_{SR} - b_S^{sh} \cdot V_S^2$$

$$Q_S = \sum_{S \neq R} -Y_{SR} \cdot a_{SR} V_R \cdot V_S \cdot \text{Cos}(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) \quad (3.81)$$

$$+ \sum_{S \neq R} (a_{SR} \cdot V_S)^2 \cdot (Y_{SR} \cdot \text{Cos} \alpha_{SR} - b_{SR}^{sh}) - b_S^{sh} \cdot V_S^2$$

Para obter a matriz de sensibilidade QV pelo modelo Implicitamente Acoplado, mantém-se constantes os fluxos de potência ativa ( $P_{SR}$ ) no bipolo da rede, garantindo que as injeções de potência ativa na barra do sistema estarão fixas e, assim, isolando  $P_{SR}$  de (3.79), tem-se:

$$\text{Sen}(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) = \frac{P_{SR} - (a_{SR} \cdot V_S)^2 \cdot Y_{SR} \cdot \text{Sen} \alpha_{SR}}{a_{SR} \cdot V_S V_R \cdot Y_{SR}} \quad (3.82)$$

Usando a relação trigonométrica  $\text{Sen}^2(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) + \text{Cos}^2(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) = 1$  e manipulando (3.81):



$$Q_S = \sum_{S \neq R} -Y_{SR} \cdot a_{SR} V_R \cdot V_S \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{P_{SR} - (a_{SR} \cdot V_S)^2 \cdot Y_{SR} \cdot \text{Sen} \alpha_{SR}}{a_{SR} \cdot V_S V_R \cdot Y_{SR}} \right)^2} + \sum_{S \neq R} (a_{SR} \cdot V_S)^2 \cdot (Y_{SR} \cdot \text{Cos} \alpha_{SR} - b_{SR}^{sh}) - b_S^{sh} \cdot V_S^2 \quad (3.83)$$

Derivando parcialmente (3.83) em relação às tensões  $V_S$  e  $V_R$ , obtém-se as equações para a formação da matriz de sensibilidade  $L_C$ :

$$L_{C \ SS} = \frac{\partial Q_S}{\partial V_S} = 2 \cdot V_S \sum_{S \neq R} a_{SR}^2 \cdot (Y_{SR} \cdot \text{Cos} \alpha_{SR} - b_{SR}^{sh}) - b_S^{sh} \quad (3.84)$$

$$- \sum_{S \neq R} Y_{SR} \cdot a_{SR} \cdot \frac{V_R + 2a_{SR} \cdot \text{Sen} \alpha_{SR} \cdot \text{Sen}(\theta_{SR} - \alpha_{SR}) \cdot V_S}{\text{Cos}(\theta_{SR} - \alpha_{SR})} \quad (3.85)$$

$$L_{C \ SR} = \frac{\partial Q_S}{\partial V_R} = - \frac{Y_{SR} \cdot a_{SR} \cdot V_S}{\text{Cos}(\theta_{SR} - \alpha_{SR})}$$

A matriz  $L_C \in \Re^{n \times n}$  contém as sensibilidades entre o módulo da tensão e a potência reativa em cada das barras do sistema. Portanto, relacionando-a com os vetores dos incrementos de potência reativa e do módulo da tensão, tem-se:

$$\Delta Q = L_C \cdot \Delta V \quad (3.86)$$

$$\Delta V = L_C^{-1} \cdot \Delta Q \quad (3.87)$$

Da definição de autovalores, sabe-se que:

$$E \cdot L_C = \Sigma \cdot E \quad e \quad L_C \cdot D = D \cdot \Sigma \quad (3.88)$$

Onde:

$D$  é a matriz de auto vetores à direita de  $L_C$

$E$  é a matriz de auto vetores à esquerda de  $L_C$

$\Sigma$  é a matriz diagonal de auto valores de  $L_C$

Pós-multiplicando a segunda das equações (3.88) por  $D^{-1}$ , tem-se:

$$L_C \cdot D \cdot D^{-1} = D \cdot \Sigma \cdot D^{-1} \quad (3.89)$$

E sabendo que  $D^{-1} = E$ , chega-se a:

$$L_C = D \cdot \Sigma \cdot E \quad (3.90)$$

Tomando a inversa de  $L_C$ , tem-se, portanto:

$$L_C^{-1} = E^{-1} \cdot \Sigma^{-1} \cdot D^{-1} = D \cdot \Sigma^{-1} \cdot E \quad (3.91)$$

Substituindo (3.91) em (3.87), encontra-se:

$$\Delta V = D \cdot \Sigma^{-1} \cdot E \cdot \Delta Q \quad (3.92)$$

Pré-multiplicando por  $E$ , tem-se;

$$\begin{aligned} E \cdot \Delta V &= E \cdot D \cdot \Sigma^{-1} \cdot E \cdot \Delta Q \\ E \cdot \Delta V &= \Sigma^{-1} \cdot E \cdot \Delta Q \end{aligned} \quad (3.93)$$

Reescrevendo (3.93):

$$\Delta v = \Sigma^{-1} \cdot \Delta q \quad (3.94)$$

Onde:

$\Delta v$  é o vetor de tensões modais

$\Delta q$  é o vetor de injeções reativas modais

Estes novos vetores têm as mesmas unidades dos anteriores e são uma combinação linear das tensões e injeções físicas atuais.

Reescrevendo (3.94) de forma expandida:

$$\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_1 \\ \vdots \\ \Delta v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_1 \\ \vdots \\ \Delta q_n \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

De (3.95) a  $i$ -ésima tensão modal se relaciona com a  $i$ -ésima injeção reativa modal, por:

$$\Delta v_i = \frac{1}{\lambda_i} \cdot \Delta q_i \quad (3.96)$$

Em (3.96) o módulo da tensão é amplificada por um fator igual ao inverso do autovalor  $\lambda_i$ . Dessa forma, o módulo de cada autovalor determina a “fraqueza” da correspondente tensão modal.

Se  $\lambda_i \rightarrow 0$ , nenhuma variação na injeção reativa será capaz de provocar uma variação infinita na tensão.

Se  $\lambda_i < 0$ , qualquer  $\Delta q_i$  fará com que  $\Delta v_i$  seja negativo, o que implica em instabilidade do sistema. Logo, todos os autovalores de  $L_C$  devem ser positivos para que as tensões modais e, conseqüentemente, o sistema seja estável.

Um sistema é estável com relação à tensão se todos os autovalores da matriz  $L_C$  são positivos. Portanto, a matriz  $L_C$  é definida positiva e as sensibilidades  $VQ$  serão positivas. Logo, é possível relacionar-se a estabilidade do sistema com a sensibilidade  $VQ$ , a qual deve ser positiva em todas as barras para que o sistema seja estável.

Para fins práticos  $L_C$  pode ser tomada como uma matriz simétrica, o que implica que seus autovalores serão puramente reais. À medida que o sistema fica carregado, esses autovalores ficam continuamente menores, até que no ponto crítico da estabilidade de tensão, ao menos um deles torna-se nulo. Se algum dos autovalores é negativo, isso significa que o sistema passou do ponto crítico da estabilidade de tensão, segundo os autores.

### 3.8.2. Fatores de Participação dos Ramos

Da definição de autovalores, considerando o  $i$ -ésimo autovalor  $\lambda_i$  de  $L_C$  existe um autovetor à direita desta matriz,  $d_i$ , que satisfaz:

$$L_C^{-1} \cdot d_i = \lambda_i^{-1} \cdot d_i \quad (3.97)$$

Numa condição particular, assumindo que o k-ésimo elemento de  $d_i$  seja um incremento na potência reativa da k-ésima barra do sistema devido ao i-ésimo modo de estabilidade, tem-se:

$$L_C^{-1} \cdot \Delta Q_{Mi} = \lambda_i^{-1} \cdot \Delta Q_{Mi} \quad (3.98)$$

Relacionando (3.71) e (3.78) encontra-se um vetor  $\Delta V_{Mi}$  colinear a  $\Delta Q_{Mi}$ , tal que:

$$\Delta V_{Mi} = \frac{1}{\lambda_i} \cdot \Delta Q_{Mi} \quad (3.99)$$

Substituindo  $\Delta P = 0$  e  $\Delta Q_{Mi}$  na equação do regime permanente do sistema, encontra-se o vetor  $\Delta \theta_{Mi}$  associado do autovalor  $\lambda_i$ .

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Q_{Mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_{Mi} \\ \Delta V_{Mi} \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

Para cada autovalor  $\lambda_i$  de  $L_C$ , é possível obter os vetores  $\Delta Q_{Mi}$ ,  $\Delta \theta_{Mi}$ ,  $\Delta V_{Mi}$ . O k-ésimo elemento de cada um desses vetores se refere à k-ésima barra do sistema. Assim, para cada um dos modos críticos serão obtidos incrementos de potência reativa, incrementos de tensão e incrementos de ângulo em cada uma das barras do sistema.

Os fatores de participação dos ramos indicam, para cada modo, quais ramos consomem mais potência reativa para uma dada variação incremental na carga reativa. Ramos com altos fatores são os que fazem com que o i-ésimo modo se torne “fraco”, segundo os autores.

O fator de participação do ramo  $j$ , que conecta a barra S à barra R, é definido como sendo o diferencial total das perdas reativas nesse ramo calculadas no ponto de convergência do fluxo de carga. Na prática, opta-se por normalizar esses fatores pelo de maior módulo, dentro do conjunto de fatores obtidos para cada modo. Portanto, o fator de participação do ramo  $j$  relativo ao i-ésimo modo é dado por:

$$Pr_{ji} = \frac{\Delta Ql_{ji}}{\Delta Ql_{max i}} \quad (3.101)$$

Onde:

$\Delta Ql_{ji}$  é o diferencial total das perdas reativas do ramo  $j$  no  $i$ -ésimo modo

$\Delta Ql_{max i} = \max J (\Delta Ql_{ji})$ , com  $J = 1, 2, \dots, j, \dots, nr$  (número de ramos)

Para obter o diferencial total das perdas reativas no ramo  $j$ , aplicam-se os dois primeiros termos da série de Taylor à equação das perdas reativas nesse ramo. Para relacionar o diferencial total ao  $i$ -ésimo modo de estabilidade basta fazer com que a variação incremental na carga reativa seja  $\Delta Q_{Mi}$ . Logo, os incrementos nas variáveis de estado serão  $\Delta \theta_{Mi}$  e  $\Delta V_{Mi}$ . Portanto tem-se que:

$$\Delta Ql_{ji} = \frac{\partial Ql_j}{\partial V_S} \cdot \Delta V_{Mik} + \frac{\partial Ql_j}{\partial V_R} \cdot \Delta V_{MiR} + \frac{\partial Ql_j}{\partial \theta_S} \cdot \Delta \theta_{Mik} + \frac{\partial Ql_j}{\partial \theta_R} \cdot \Delta \theta_{MiR} \quad (3.102)$$

Onde:

$\frac{\partial Ql_j}{\partial V_S}$  é a sensibilidade das perdas reativas no ramo  $j$  com relação a tensão na barra S

$\frac{\partial Ql_j}{\partial \theta_S}$  é a sensibilidade das perdas reativas no ramo  $j$  com relação ao ângulo na barra

S

$\Delta V_{Mik}$  é o  $k$ -ésimo elemento do vetor de tensões incrementais relacionadas ao  $i$ -ésimo modo

$\Delta \theta_{Mik}$  é o  $k$ -ésimo elemento do vetor dos ângulos incrementais relacionados ao  $i$ -ésimo modo

Os ramos considerados críticos para a estabilidade de tensão são os que apresentam altos fatores de participação nos modos propícios à instabilidade.

### 3.8.3. Observações

Não há fundamento teórico que justifique a escolha do ramo crítico através de (3.101).

Na análise modal, a estabilidade de tensão é avaliada calculando-se os autovalores e autovetores da matriz Jacobiana reduzida  $J_R = [JQV - JQq(JPq)^{-1}JPV]$ , onde  $JQV$ ,  $JQq$ ,  $JPq$  e  $JPV$  são as partições da matriz Jacobiana  $J$  associadas com as derivadas parciais:  $\frac{\partial Q}{\partial V}$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial \theta}$ ,  $\frac{\partial P}{\partial \theta}$  e  $\frac{\partial P}{\partial V}$  respectivamente. Esta matriz é obtida considerando-se que as variações de potência ativa em todas as barras são nulas. Este procedimento é justificado pelo forte acoplamento entre os módulos das tensões e as injeções de potência reativa. Entretanto, na vizinhança do ponto de máximo carregamento, os módulos das tensões experimentam grandes variações para pequenas mudanças nas injeções de potência ativa. Conseqüentemente, a precisão dos resultados fornecidos pela análise modal é significativamente comprometida no ponto de máximo carregamento da rede elétrica. Além disso, em [15] foi reconhecido que a principal vantagem da análise modal é a sua capacidade de fornecer informações sobre tendências do sistema, ao invés de estimar os valores numéricos atuais de variáveis após mudanças de parâmetros.

Adicionalmente, a análise modal apresenta os seguintes defeitos [16]:

- i. A localização de áreas de rede muito carregadas não é imediata porque a análise é modal. Adicionalmente, faz-se necessário calcular os autovetores à direita, à esquerda e os fatores de participação; um conjunto de 3 vetores para cada autovalor.
- ii. Não é possível monitorar somente os autovalores de menor módulo durante a variação do cenário, como por exemplo, aumento da carga. Pode acontecer que um autovalor positivo com grande módulo se converta em um valor negativo com pequeno módulo para uma pequena variação de carga, enquanto um autovalor de pequeno módulo em carga leve continua na mesma situação em carga pesada.
- iii. Termos  $\partial Q/\partial V$  das barras PV são ignorados. As análises de casos reais mostram que as relações Q-V devem ser avaliadas em barras PV mesmo naquelas com reservas de potência reativa.

- iv. O efeito de qualquer evento, inclusive ações de reforço, não é facilmente avaliado isto é, não é direta a comparação de dois pontos de operação distintos.
- v. Há problema de interpretação do tamanho do índice: o autovalor é pequeno ou grande?
- vi. Há problema sobre a importância relativa entre barras (“*scaling*”).
- vii. Os modelos para controle de tensão local e remoto através de geradores, transformadores com mudança de *tap* e compensadores síncronos e estáticos não podem ser incluídos no sistema linearizado de equações. Quando estes modelos são incluídos no sistema linearizado, o autovalor nulo não mais corresponde ao máximo carregamento.
- viii. O esforço computacional da análise nodal é muito grande, o suficiente para inviabilizar aplicações na operação em tempo real, principalmente se for incluída a análise de contingências.

### 3.9.

#### **Avaliação das Condições de Estabilidade de Tensão em um Sistema com Duas Linhas**

O objetivo é identificar a região de operação e a distância até o ponto de máximo carregamento de um ponto de operação em um sistema com mais de uma linha de transmissão. É intuitivo supor que, em um sistema de grande porte, o problema possa aparecer em certas áreas e em outras não. Assim, a avaliação é feita por barra da rede. Uma vez identificado o problema, verifica-se quais as linhas de transmissão mais carregadas do ponto de vista de estabilidade de tensão.

O sistema de três barras apresentado na Figura 3.25 é testado com o método da matriz  $D'$  apresentado na Secção 2.7. Os parâmetros da rede e das cargas testadas são apresentados na Tabela 3.11.

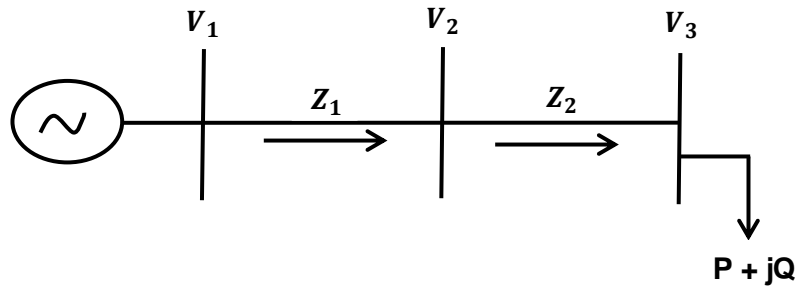


Figura 3.25 Sistema-Teste de Três Barras

	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
Z1	0,0342 +j0,09395	0,0342 +j0,09395	0,0342 +j0,09395
Z2	0,0342 +j0,09395	0,0342 +j0,09395	0,0342 +j0,09395
P3 (pu)	1,545129	0,399967	0,927490
Q3 (pu)	0,400000	1,184713	0,927490

Tabela 3.11. Pontos de Operação Testados

Os resultados obtidos pelo método da matriz  $D'$  são apresentados na Tabela 3.12. Pode-se observar que para os três pontos de operação, a barra 3 apresenta a margem quase nula, ou seja, o fluxo de potência ativa e reativa que chega a esta barra encontra-se muito perto ao ponto de máximo carregamento. Isto quer dizer que a posição na curva de cada um dos pontos de operação é muito perto à “ponta de nariz”, para a barra 3. As margens da barra 2 são de 100% porque não há carga nessa barra. Para ambas as barras, o ângulo  $\beta$  é quase  $180^\circ$ .

$D'$	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
M2	99,9957%	99,9997%	99,9977%
$\beta_2$	$177,8011^\circ$	$173,8573^\circ$	$176,8421^\circ$
M3	0,8727%	1,7406%	1,0537%
$\beta_3$	$179,3891^\circ$	$176,8085^\circ$	$178,8518^\circ$

Tabela 3.12. Resultados do Método da Matriz  $D'$ 

Agora, tendo em conta o mesmo sistema da Figura 3.25 e os dados da Tabela 3.11, foi calculado o índice  $VCPI$ , único que apresentou resultados corretos para um sistema com uma única linha. Os resultados são apresentados na Tabela 3.13.



Linha	Ponto de Operação (1)	Ponto de Operação (2)	Ponto de Operação (3)
Linha 1-2	0,7681	0,7456	0,7513
Linha 2-3	0,8592	0,8836	0,8808

Tabela 3.13. Resultados do Índice *VCPI* em cada Linha para os Três Pontos de Operação

Dos resultados obtidos pelo método *VCPI*, observa-se que para nenhum dos pontos de operação, o índice atinge o valor de 1,00. Ou seja, não é possível identificar a condição crítica de carregamento analisando cada linha individualmente.

Assim, pode-se concluir que para o estudo das condições de estabilidade de tensão, é preciso fazer a análise de cada linha levando em conta todo o sistema, como descrito na Seção 2.7, onde a rede reduzida depende das admitâncias da rede inteira e da tensão nodal das barras intermediárias, e não por linha por linha como é feito em todos os índices apresentados neste capítulo.

### 3.10. Conclusões

Neste capítulo o objetivo foi fazer uma revisão crítica dos métodos propostos encontrados na literatura e demonstrar as falhas existentes, se for o caso.

Foram estudados oito métodos diferentes. A maioria dos autores propõem um índice de colapso de tensão, relacionado ao discriminante da equação quadrática de tensão. Se for maior ou igual a zero, as raízes são reais e os autores as associam à estabilidade de tensão. Se o discriminante é menor do que zero, as raízes são imaginárias, o que significa, segundo os autores, a instabilidade no sistema. O sistema-teste foi apresentado na Figura 3.3 e os três pontos de operação testados foram apresentados na Tabela 3.1.

O índice *LMN* foi obtido através de (3.5), equação para  $Q_R$ . Foi calculada a tensão (3.8) para os três pontos de operação, e foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ . Os resultados obtidos sempre apontaram para o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $Q_R$  em relação a  $V_R$  (o ponto mais à esquerda da

curva  $Q_R$  constante). O índice (3.10) foi calculado para os mesmos pontos de operação tendo só um resultado correto, devido a uma coincidência numérica entre os ângulos do fator de potência e da impedância de linha. Assim, é possível dizer que o índice está conceitualmente errado.

O índice  $L_q''$  é uma “melhoria” do índice  $LMN$  onde, segundo os autores, é considerado o fluxo de potência e os elementos *shunt* de linha e de barra. No desenvolvimento do método, os autores determinaram, sem nenhum fundamento teórico, que os resultados obtidos através do fluxo de potência ativa não fornecem informação útil quando a relação  $r/x$  da linha é muito pequena. Assim, o fluxo de potência ativa foi excluído da formulação do índice. Foi calculada a tensão a partir de (3.21) para os três pontos de operação sem elementos *shunt*, e foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ . Os resultados de tensão apontam para o mesmo lugar daqueles encontrados para o índice  $LMN$ . Os índices apresentados pelos autores foram testados para os mesmos pontos de operação tendo só um resultado correto, devido à coincidência numérica. Mesmo com as modificações introduzidas, o método está conceitualmente errado.

Para o índice  $FVSI$ , a tensão (3.29) foi calculada e foram traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ . Os resultados obtidos sempre apontaram, também, para o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $Q_R$  em relação a  $V_R$  (o ponto mais à esquerda da curva  $Q_R$  constante). O índice (3.32) foi calculado para os três pontos de operação tendo só um resultado correto, devido à coincidência numérica já mencionada. Desta forma, é possível dizer que o índice está conceitualmente errado.

O índice  $VSI-P$  é baseado no desenvolvimento feito no índice  $FVSI$ , tendo em conta agora a potência ativa. Assim, o índice é obtido em função de  $P_R$ . Foi calculada a tensão (3.35) e os resultados obtidos apontaram sempre para o valor de  $V_R$  correspondente à derivada nula de  $P_R$  em relação a  $V_R$  (o ponto mais à direita da curva  $P_R$  constante). O índice (3.37) foi calculado para os três pontos de operação tendo só um resultado correto, devido à coincidência numérica já mencionada. Assim, pode-se dizer que o índice está conceitualmente errado.

O índice  $VCPI$  é baseado na máxima transferência de potência na linha. Assim, os autores determinaram os índices  $VCPI(P)$  e  $VCPI(PL)$  e, quando ambos os índices são iguais a 1,00, é atingido o ponto de máximo carregamento. As perdas para as três soluções de tensão apresentadas na Figura 3.19 foram calculadas e comprovou-se que o ponto onde as curvas P e Q constantes têm uma única solução de tensão, o ponto de máximo carregamento, não é igual ao ponto onde ocorre a maior perda de potência. Os índices (3.54) e (3.56) foram calculados para os três pontos de operação e observou-se que o índice  $VCPI(P)$  aponta corretamente o máximo carregamento. O índice  $VCPI(PL)$  está conceitualmente errado.

O índice  $LCPI$  é baseado nos parâmetros ABCD da linha de transmissão. As tensões para os três pontos de operação foram calculadas por (3.66) e traçadas as curvas P e Q constantes no plano  $\delta V$ . Observou-se que para os pontos de operação (1) e (3), correspondem a um valor errado. O resultado obtido para o ponto de operação (2) é igual ao lugar geométrico onde as curvas se tocam. Os resultados errados se devem ao modelo utilizado, onde a parte imaginária de (3.64) foi ignorada. O índice (3.68) foi calculado para os três pontos de operação, tendo só um resultado correto. Assim, é possível dizer que o índice está conceitualmente errado.

O índice  $LQP$  é derivado de um modelo de linha, o qual só tem em conta a reatância série desta, o que pode invalidar os resultados do método. A raiz de (3.76) foi igualada a zero para saber-se o valor de tensão onde o método proposto tem uma única solução de tensão. Os três pontos de operação foram testados e os resultados de tensão foram comparados com o valor de tensão no ponto de máximo carregamento. Observou-se que os valores de tensão não estão corretos. O índice (3.78) foi calculado e, como era esperado, os resultados não foram unitários. Desta forma, é possível dizer que o índice está conceitualmente errado.

O método proposto em [14] foi desenvolvido para identificar ramos críticos para a estabilidade de tensão do sistema, através da análise modal da matriz de sensibilidades entre a injeção de potência reativa e o módulo da tensão nas barras de carga. Segundo os autores, o ramo crítico é aquele que apresenta maior fator de

participação (3.101), mas não existe fundamento teórico que justifique a escolha do ramo crítico através desse fator de participação, e as razões foram apresentadas na Seção 3.8.3.

Assim, além do índice  $VCPI (P)$ , todos os autores estão conceitualmente errados ou não tem justificativa teórica.

Na Seção 3.9, foi apresentada a avaliação das condições de estabilidade de tensão em um sistema com duas linhas. Assim, comprovou-se que não é possível identificar a condição crítica de carregamento analisando cada linha individualmente. É necessário analisar as duas linhas de transmissão em conjunto. Assim, o índice  $VCPI (P)$  não pode ser utilizado.