

6 Resultados

6.1 Descrição dos testes efetuados

Após toda a definição do modelo, uma etapa fundamental é o teste do mesmo. Para isso, foram efetuados diversos exercícios com o objetivo de avaliar o modelo, testar as premissas utilizadas na sua fundamentação, e verificar a sensibilidade da alteração de alguns parâmetros chaves (penalidades e montante inicial de ativos). Então, foram definidos os seguintes testes:

- Teste 1: O modelo foi executado para dez diferentes árvores simuladas e para dois tamanhos de árvores distintos. Em seguida, foram avaliadas as alocações definidas para as diferentes árvores simuladas, bem como os resultados médios para cada um dos dois grupos de tamanhos distintos, sendo um grupo gerado com uma árvore que contém um menor número de cenários. Neste teste o objetivo foi avaliar a sensibilidade com relação à árvore gerada na definição das alocações nas diferentes classes de ativos e da probabilidade de insolvência.
- Teste 2: O modelo foi executado para diferentes totais iniciais de patrimônio, mantendo todas as demais variáveis e parâmetros constantes. Com esse teste buscou-se avaliar o comportamento da probabilidade de insolvência e da alocação para diferentes montantes iniciais de ativos.
- Teste 3: O modelo foi executado para diferentes valores de penalidade, mantendo todas as demais variáveis e parâmetros constantes. Com esse teste buscou-se avaliar o comportamento da probabilidade de insolvência e da alocação para os diferentes valores de penalidades.
- Teste 4: O modelo foi executado para dois cenários distintos. O primeiro com todas as regras de monitoramento contínuo de solvência, definidas nesta dissertação, e o segundo com o relaxamento de duas das principais regras (verificação do nível de solvência somente ao fim de 3 anos e

estimação da provisão somente com os parâmetros contratuais). Com isso, foi verificado o impacto destas regras na probabilidade de insolvência e na definição das alocações em ativos.

- Teste 5: O modelo foi executado para dois cenários distintos. O primeiro adotando as premissas de alocação dinâmica ao longo do horizonte de planejamento e o segundo com uma alocação estática. Neste teste foi avaliado o ganho em se utilizar uma alocação dinâmica a partir da comparação dos montantes gerados como excesso de riqueza (PLA) no fim do horizonte de planejamento.
- Teste 6: Foi definida a alocação dinâmica para o valor esperado dos passivos e para um pior cenário, baseado no CVaR dos pagamentos ao longo do horizonte de planejamento. Neste teste foi avaliada a significância das mudanças na carteira ótima para os dois cenários.

Para todos os testes, a não ser nos casos que se especificou o contrário, foram utilizadas as seguintes definições:

- Valor Inicial de Ativos: O montante total de ativos que a empresa possui no instante inicial foi definido como 105% da soma do valor das provisões técnicas com o CMR inicial.
- Alocação Inicial: Os valores iniciais investidos em cada ativo foram definidos semelhantemente à alocação média de todo o mercado segurador, apresentada na Figura 1.2. Sendo assim:
 - Caixa: 0,5%
 - Ações: 4,5%
 - Imóveis: 1,0%
 - Títulos privados: 9,0%
 - Títulos públicos (NTN-B): 85%.
- Penalidades: Foram definidos os seguintes valores para as penalidades: $\theta_1 = 10, \theta_2 = 10, \theta_3 = 20$ e $\pi = 1000$.

Diante dos conceitos previamente apresentados, a árvore de cenários foi estruturada para um horizonte de planejamento de 3 anos segmentado em 4 estágios com tamanhos diferenciados. Os estágios possuem respectivamente 2, 2, 4 e 4 trimestres. A estrutura de previsões condicionadas ao valor observado em um estágio anterior (nó anterior) é de 200 ramificações para o primeiro, 16 para o

segundo, 16 para o terceiro e 8 para o último. Idealmente diversas ramificações para todos os estágios deveriam ser escolhidas, mas por limitações tecnológicas essa estrutura foi considerada como uma solução viável, detalhando mais os períodos mais próximos, tendo em vista a maior previsibilidade, e menos os mais distantes, onde a incerteza é maior. Adicionalmente, registra-se que os estágios foram definidos como semestrais e anuais para coincidir com as datas de fechamento contábil de junho e dezembro de cada ano.

6.2 Teste 1

Como foi destacado nas seções 2.3 e 5.1.4, para a definição de um modelo de programação estocástica para fins de ALM é necessário a geração de uma árvore de cenários para os fatores de riscos que seja representativa das séries utilizadas. Como também detalhado acima, por questões de limitações de tecnologia, a árvore utilizada nessa dissertação foi estruturada para o horizonte de 3 anos e segmentada em 4 estágios com respectivamente 2, 2, 4 e 4 trimestres, sendo a estrutura de previsões condicionadas ao valor observado em um estágio anterior (nó anterior) de 200 ramificações para o primeiro, 16 para o segundo, 16 para o terceiro e 8 para o último. Tal estrutura define ao longo do horizonte 409.600 possíveis cenários¹⁸.

A estrutura definida pode ser suficiente ao se analisar somente o último instante de tempo que possui um total de mais que 400.000 cenários¹⁹. Contudo, ao longo da árvore verifica-se que poucas simulações foram definidas para alguns estágios e assim deve-se verificar se essas menores ramificações geram uma maior instabilidade para os resultados gerados.

Destaca-se que a escolha de uma árvore mais ramificada no início foi escolhida, pois, como defende Dempster & Thompson (1998), é esperado que as árvores sejam mais detalhadas no começo ou no máximo tendo uma ramificação constante, pois na prática as informações mais próximas do estágio inicial são mais relevantes do que aquelas no futuro mais longínquo.

¹⁸ Esta estrutura de árvore foi definida após diversos testes que buscaram utilizar uma maior árvore tendo em vista o limite do computador utilizado para as simulações (Intel Core i7 3,3 ghz com 64 gb de memória).

¹⁹ O total de restrições definidas foi de 20.424.840 restrições e 22.281.644 variáveis.

Diante disso, o primeiro teste consistiu em comparar os resultados de 10 simulações dessa árvore com os resultados de uma árvore menor. A árvore menor foi definida com os mesmos estágios, contudo utilizando 10 ramificações para o primeiro, 6 para o segundo e terceiro e 4 para o último. Tal estrutura define ao longo do horizonte 1.440 possíveis cenários. Os resultados das alocações iniciais para as 10 árvores foram sintetizados nas figuras abaixo.

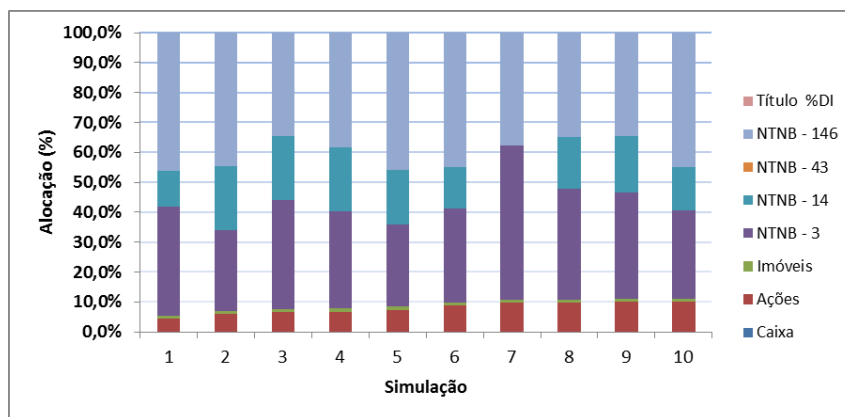


Figura 6.1 – Alocação no 1º estágio (Árvore Grande)

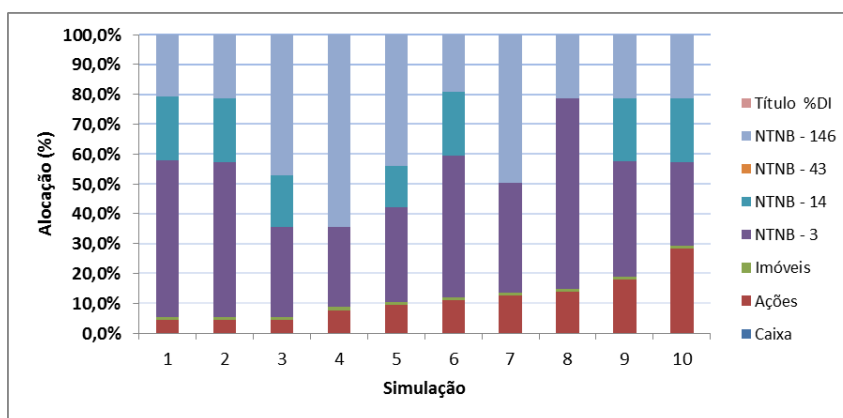


Figura 6.2 – Alocação no 1º estágio (Árvore Pequena)

Verifica-se facilmente, nas figuras acima, a grande variação das alocações ótimas entre as diferentes execuções da menor árvore, principalmente ao se comparar o investimento no ativo mais arriscado (ações). Contudo, para a árvore maior não foi verificado uma grande variação, o que nos fornece indícios de ser uma árvore suficientemente grande para o estudo, mesmo com as ramificações menores nos últimos estágios. Muito embora, houve uma clara menor variação ao se utilizar a árvore maior, podemos ainda trabalhar com o resultado médio de todas as árvores geradas. Os resultados médios podem ser observados abaixo.

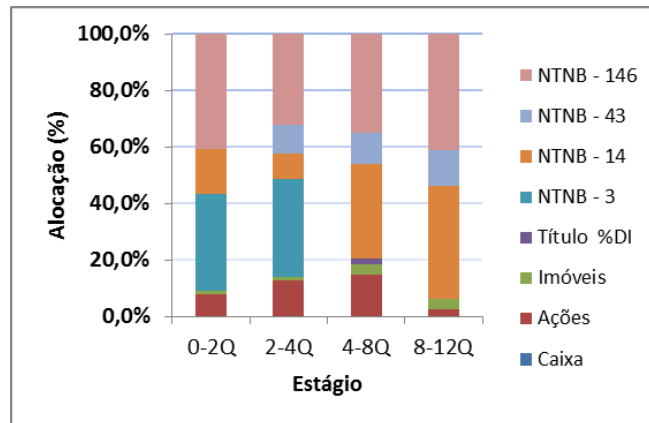


Figura 6.3 – Alocação média (Árvore Grande)

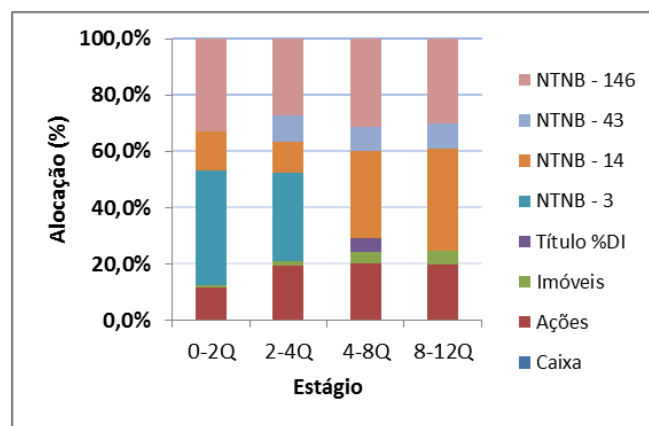


Figura 6.4 – Alocação média (Árvore Pequena)

A adoção da média das diversas árvores geradas pode ser visto como um meio de se estabilizar os resultados, tendo em vista as limitações computacionais para se gerar árvores maiores.

Ainda se destaca que, como era desejável, a árvore maior apresentou uma menor variação da função objetivo. Isto pode ser observado ao avaliar a variação em cada simulação em relação à média para as duas árvores de tamanhos distintos na Figura 6.5 abaixo.

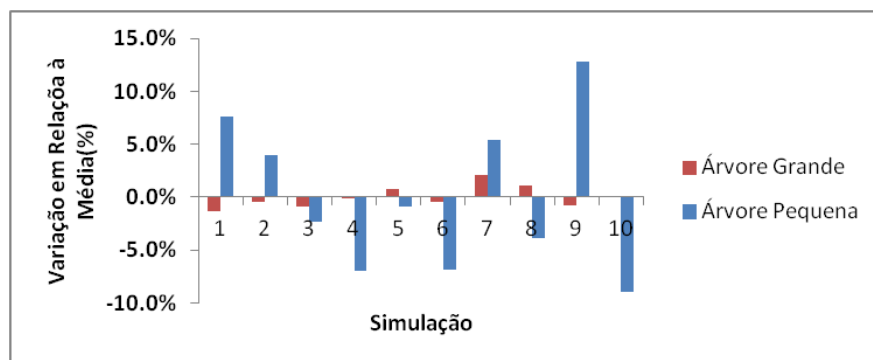


Figura 6.5 – Variação(%) da Função Objetivo

Por fim, foram comparadas também as probabilidades da empresa estar em situação de insolvência somente no último estágio (T) e ao longo de todo o horizonte (0 até T). Os resultados, que foram apresentados na Figura 6.6 e na Tabela 6.1 abaixo, apontam novamente para maiores diferenças ao se utilizar uma árvore menor. Ao passo que para a árvore maior os resultados foram mais consistentes no sentido de que houve menor variação entre os mesmos.

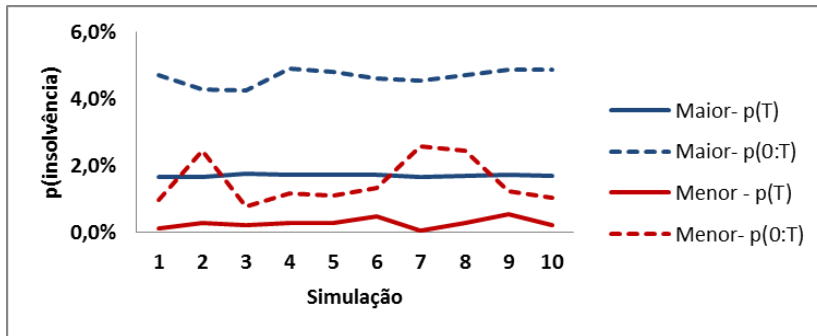


Figura 6.6 – Probabilidades de insolvência resultantes das simulações

Tabela 6.1 - Teste 1 – probabilidades de insolvência médias

Árvores	$\rho_T(\text{insolvente})$	$\rho_{0:T}(\text{insolvente})$
Árvore Maior	1,7%	4,6%
Árvore Menor	0,3%	1,5%

6.3 Teste 2

De acordo com as definições apresentadas no trabalho, é intuitivo definir que quanto maior o valor de montante inicial menor será a probabilidade da empresa ser avaliada como insolvente. Além disso, considerando a função utilidade definida em 4.3, espera-se que quanto maior o montante inicial, maior será alocação em ativos de maior retorno esperado. Tal raciocínio também é simplesmente explicado, pois quanto mais dinheiro o gestor possuir, maior será a sobra de patrimônio e com isso mais distante do ponto de inclinação definido para 0% de insuficiência na função utilidade estará o valor do PLA. Observa-se facilmente na função utilidade definida na seção 4.3.4 que após o valor de 0% de insuficiência a curva se torna linear e com isso neutra ao risco. Por isso, quanto

mais distante desse ponto, mais provável do PLA estar definido numa zona de neutralidade, e assim estando o gestor indiferente em arriscar ou receber um retorno esperado de mesmo valor médio.

Os resultados foram resumidos nas figuras abaixo e observa-se facilmente que os mesmos estão de acordo com a intuição a priori. Pois, quanto maior o valor do montante inicial de ativos observou-se uma menor probabilidade de insolvência e um maior investimento em ações que possuem um maior retorno esperado.

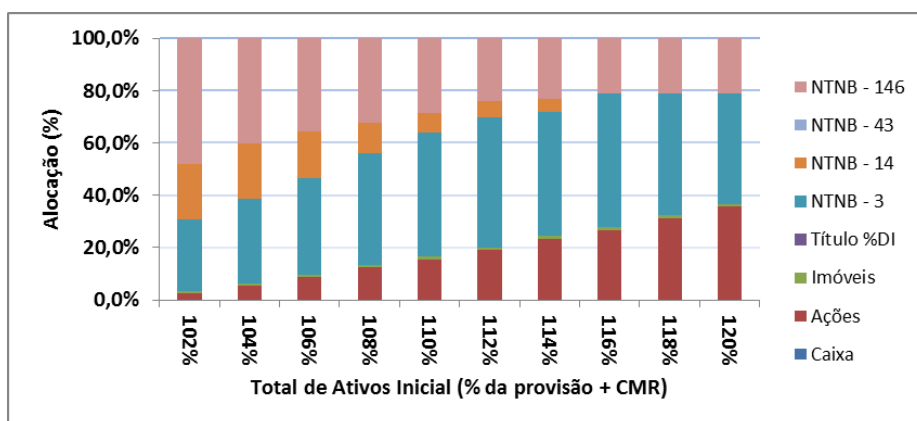


Figura 6.7 – Alocação média inicial para diferentes montantes

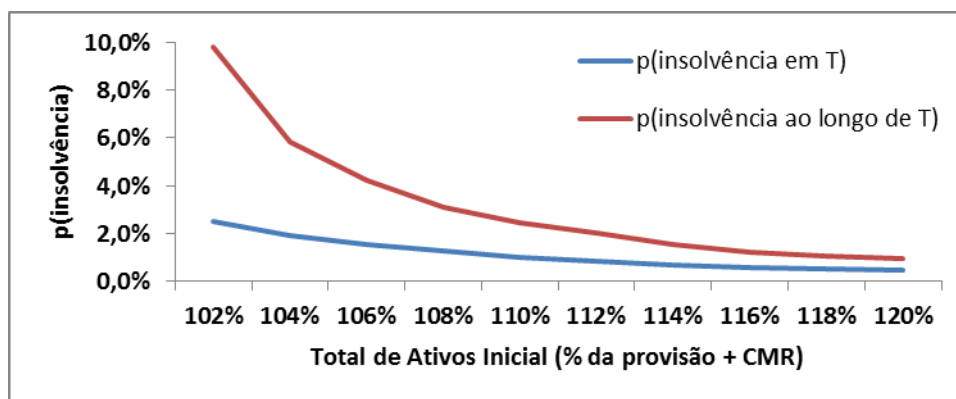


Figura 6.8 – Probabilidades de insolvência para diferentes montantes

Vale destacar que tal definição pode não ser desejável para empresas que possuem altos valores de patrimônios, pois não seria recomendável o gestor aumentar muito o risco de perder parte do patrimônio após ter conquistado elevado volume de recursos. Com isso, pode se utilizar um ajuste da utilidade para cenários de grandes excessos, sendo tal ajuste feito, por exemplo, ao se adicionar um novo ponto de inclinação na reta nos cenários de bônus. O trabalho

desenvolvido em Rudloff et al. (2011) apresenta uma proposta de definir as inclinações na função utilidade como uma função do CVaR dos possíveis valores dos próximos estágios.

6.4 Teste 3

Assim como no teste 2, um outro resultado intuitivo a ser verificado é o impacto do aumento da penalização para os cenários de insolvência na alocação dos recursos. Considerando que a penalidade define a intensidade da concavidade da função utilidade, quanto maior o seu valor, maior será a penalização para cenários desfavoráveis. Desta forma, foi definido o vetor de penalidades por $\theta = p \cdot [1 \ 1 \ 2]$, onde $p = \{2; 4; 6; 8; 10; 20; 50; 100; 500; 1000\}$ e foram avaliados as alocações iniciais e probabilidades de insolvência para cada valor de p . Os resultados foram detalhados nas figuras abaixo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212902/CA

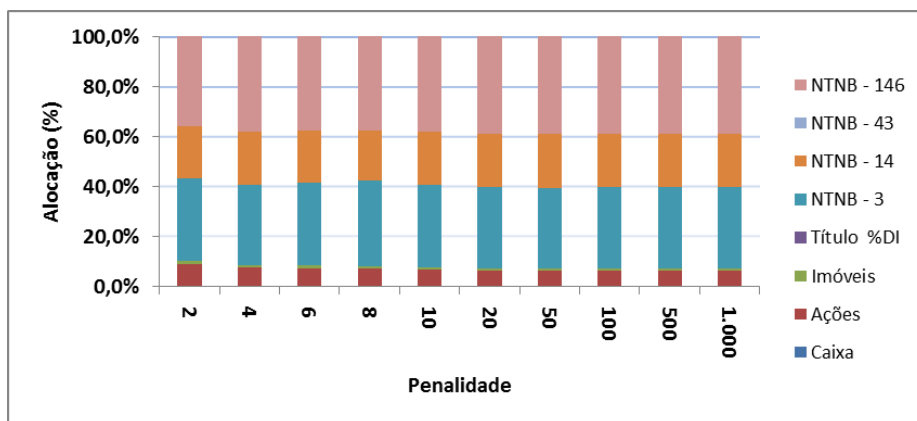


Figura 6.9 – Alocação média inicial para diferentes penalidades

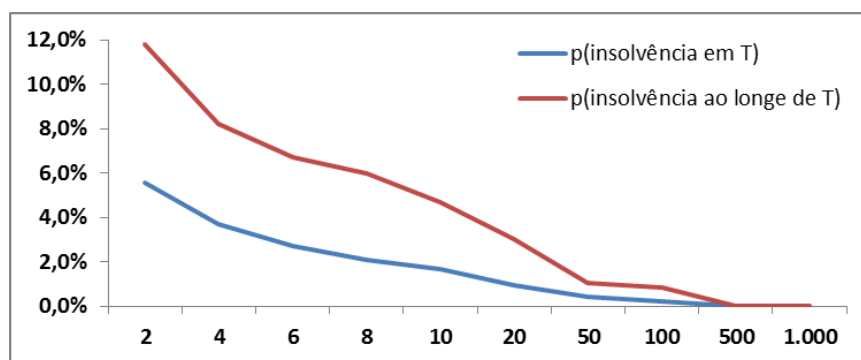


Figura 6.10 – Probabilidades de insolvência para diferentes penalidades

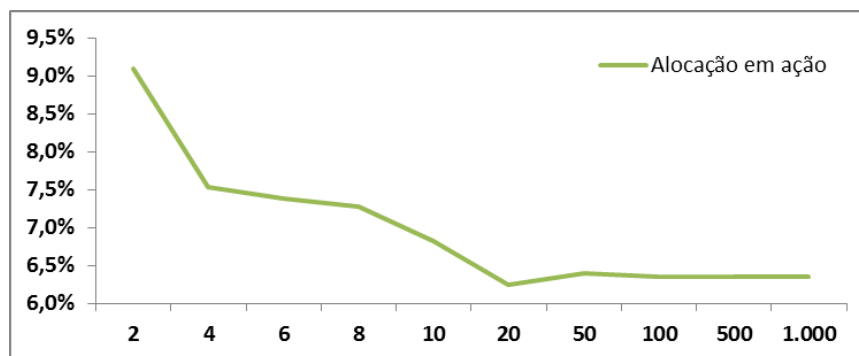


Figura 6.11 – Alocação média em ações para diferentes penalidades

Analisando a Figura 6.9, a Figura 6.10 e a Figura 6.11, verifica-se que os resultados estão de acordo com o que era esperado. Ou seja, ao aumentar a penalização foi diminuída a alocação média inicial nos ativos mais arriscados, mais especificamente em ações. E também como esperado, para maiores valores de penalidade observou-se uma tendência de diminuição das probabilidades de insolvência.

6.5 Teste 4

Conforme detalhado nessa dissertação, as empresas que operam planos abertos de previdência no Brasil estão sujeitas a regras bem definidas e um monitoramento contínuo do seu nível de solvência, podendo ser punidas ao se apurar cenários de insolvência. Diante disso, buscou-se estudar o efeito destas regras na definição da alocação ótima. E por este motivo, relaxaram-se duas exigências.

A primeira delas que a provisão deve ser avaliada a todo instante baseada em premissas realistas de taxas de juros e tábua de mortalidade. Com isso, foram utilizadas a taxa contratual (6%) e a tábua definida em contrato (AT-83) para o cálculo das obrigações.

A segunda exigência relaxada foi a referente à obrigatoriedade de se manter a empresa em estado de solvência (de acordo com o regulamento definido) ao longo de um período contínuo de análise. Diante disso, testou-se o cenário onde o nível de solvência somente é avaliado no final do período definido de 3 anos. Tal regra se aproxima da regulamentação definida para empresas fechadas de

previdência complementar, que podem apresentar insuficiência durante três anos seguidos desde que apresentem planos de recuperação.

Para isso, utilizou-se a primeira árvore de cenários simulada do grupo de árvores utilizadas para o Teste 1, para se definir a alocação ótima, com e sem as regras mencionadas acima. Os resultados da nova alocação podem ser verificados nas Figura 6.12, Figura 6.13, Figura 6.14, Figura 6.15 e na Tabela 6.2 abaixo.

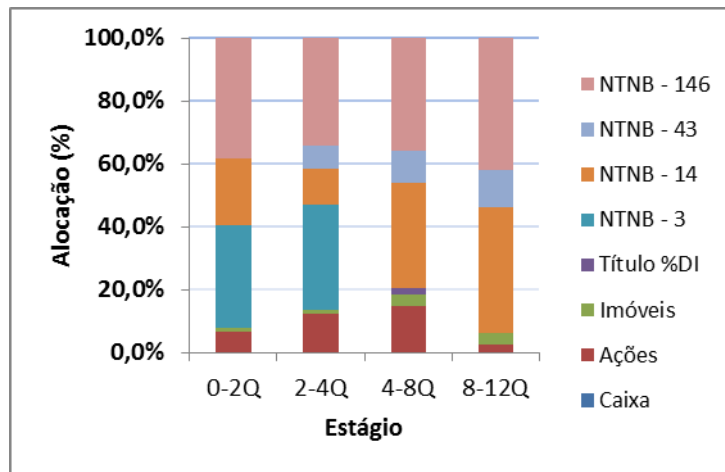


Figura 6.12 – Alocação média (com todas as restrições)

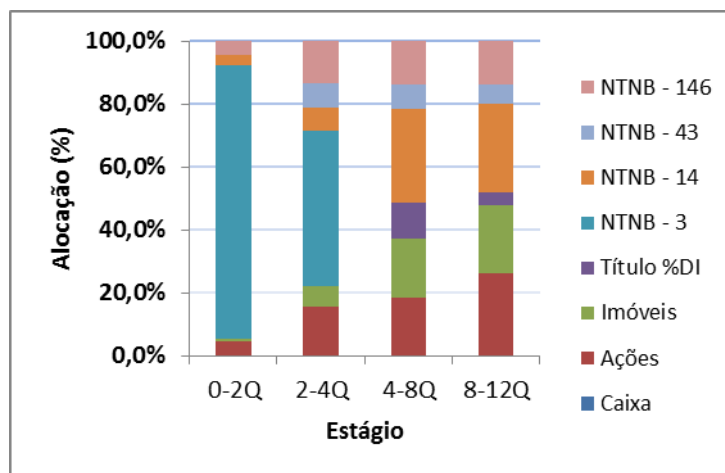


Figura 6.13 – Alocação média (com menores restrições)

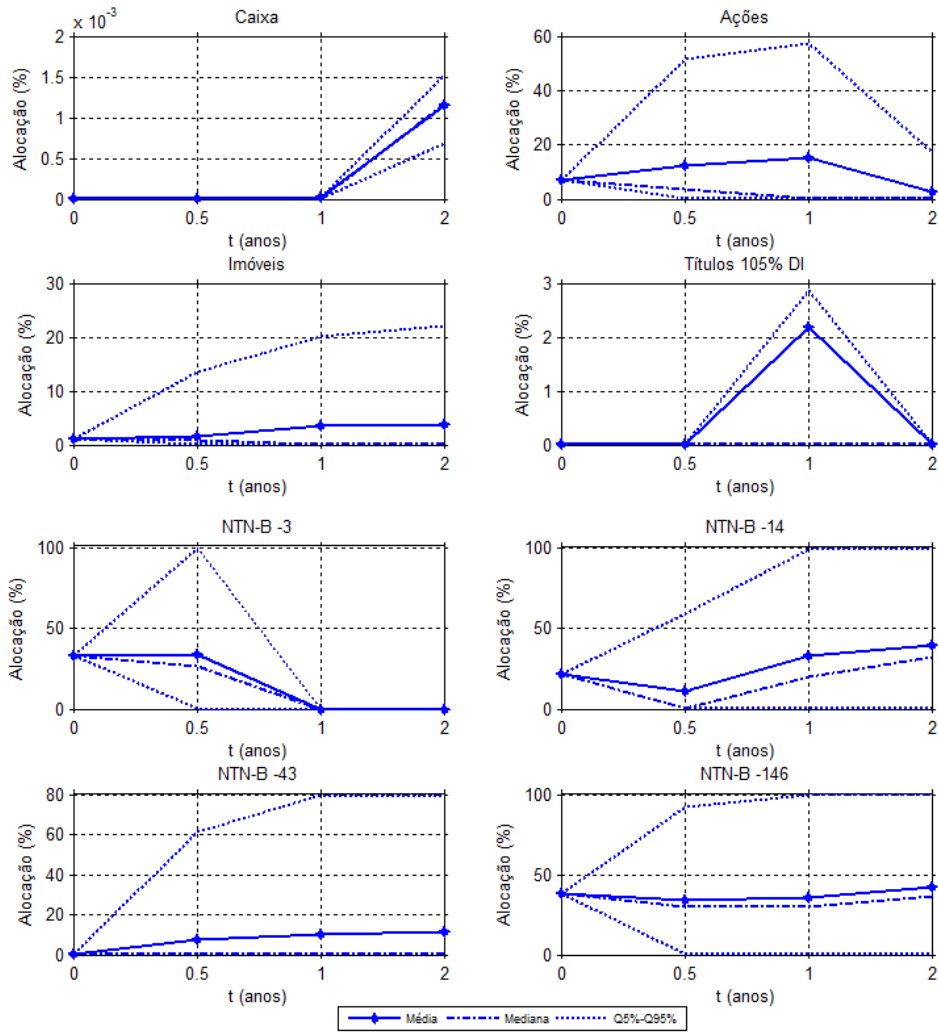


Figura 6.14 – Árvores de alocações (com todas as restrições)

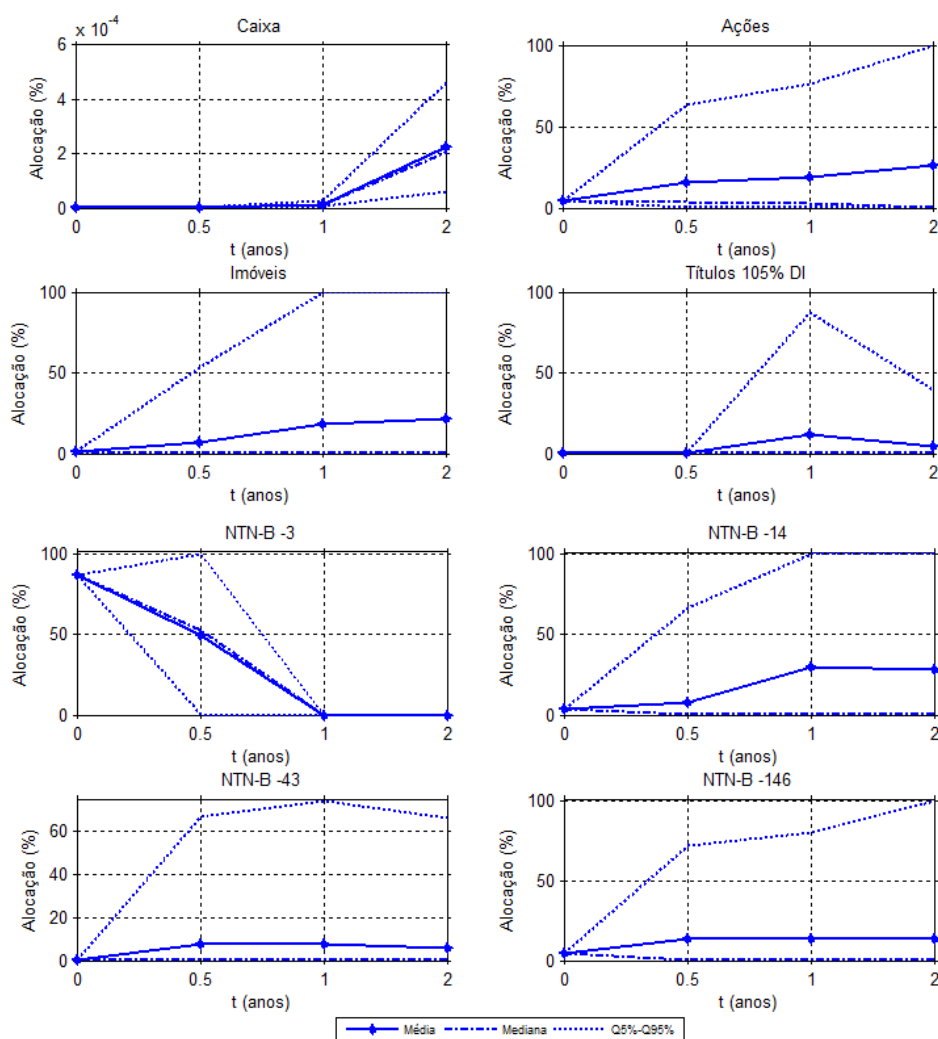


Figura 6.15 – Árvores de alocações (com menores restrição)

Tabela 6.2 - Teste 4 – probabilidades de insolvência

Cenários	$\rho_T(\text{insolvente})$	$\rho_{0:T}(\text{insolvente})$
Maior Restrição	1,7%	4,7%
Menor Restrição	3,7%	43,8%

Observa-se ao se comparar a Figura 6.12 e Figura 6.14 com a Figura 6.13 e a Figura 6.15 mudanças significativas nas alocações definidas como ótimas ao longo dos estágios. Destaca-se que ao se relaxar estas exigências a alocação em ações aumentou significativamente.

Como resultado desta mudança de alocações, na Tabela 6.2 observa-se um aumento expressivo da probabilidade de insolvência. Tal resultado evidencia o *trade-off* entre a busca de carteiras mais arriscadas num cenário de menor controle e a maior probabilidade de insolvência.

6.6 Teste 5

Este pode ser considerado como o teste mais significativo, pois de acordo com o que foi defendido ao longo de toda a dissertação, um dos grandes ganhos em se utilizar um modelo de ALM baseado em modelo de programação estocástica linear multiestágio é o dinamismo na alocação dos recursos ao longo do horizonte de planejamento. Desta forma, para verificar o ganho da introdução dessa dinâmica de alocação, foram comparados o excesso da riqueza (PLA) no final do horizonte de planejamento em duas situações. Na primeira utilizou-se o modelo dinâmico de alocação multiestágio e na segunda fez-se uso de um modelo de dois estágios, isto é, uma carteira definida somente no momento inicial e mantida até o final do horizonte.

A Figura 6.16 abaixo apresenta a frequência dos excessos em cada uma das situações. No gráfico fica claro o ganho expressivo em se utilizar um modelo multiestágio, atingindo significativamente maiores ganhos ao se comparar com um modelo não dinâmico.

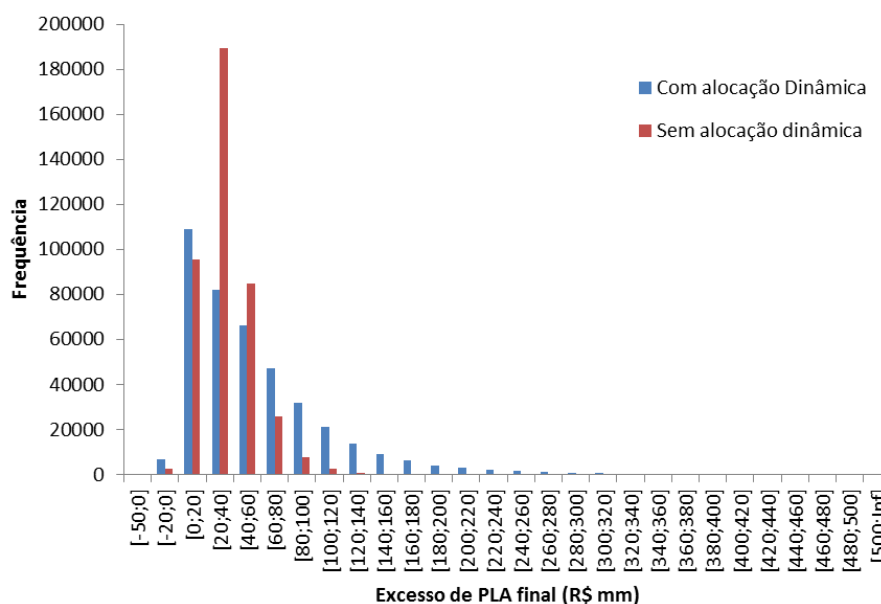


Figura 6.16 – Comparação do modelo com e sem alocação dinâmica

Em complemento à análise do histograma acima, foi realizado um teste de diferença de médias adotando-se a premissa de variâncias desconhecidas e distintas. No teste foi definido como hipótese nula (H_0) que as médias dos excessos no final do planejamento são iguais, enquanto que a hipótese alternativa

(H_1) é que a média dos excessos quando se utiliza a alocação dinâmica é maior. Os resultados dos testes foram sintetizados na Tabela 6.3 abaixo:

Tabela 6.3 - Teste 5 – estatísticas

Estatísticas	Dois estágios	Multiestágio
Média	R\$ 33,73	R\$ 57,09
Desvio Padrão	R\$ 19,74	R\$ 58,15
Estatística t	243,48	
p-valor	0,00	

Ao analisar o p-valor do teste, rejeita-se a hipótese nula de que as médias são iguais, sendo mais uma vez os resultados expressivos evidenciando que ao se utilizar um modelo dinâmico os ganhos podem ser significativamente otimizados.

6.7 Teste 6

Neste teste buscou-se avaliar o impacto da utilização da estocasticidade do passivo na definição da carteira ótima de investimentos. Para isso, utilizou-se os mesmos cenários simulados com todas as restrições no exercício 4, para se definir a alocação ótima. Contudo, ao invés de se otimizar a carteira para o valor esperado dos pagamentos de benefícios, $E[l_k]$, foi utilizado o pior cenário de pagamentos para o nível de 99%, baseando-se na medida $CVaR(l_k)$, que foi calculado de acordo com o que foi definido na seção 5.3.3. Os resultados da nova alocação podem ser verificados nas figuras abaixo.

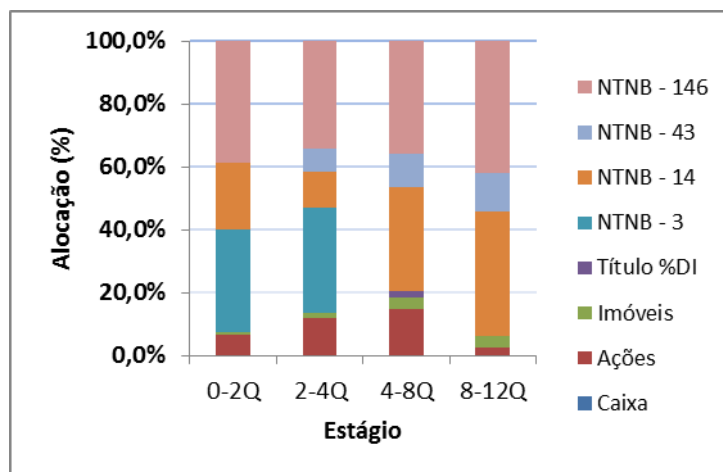


Figura 6.17 – Alocação média (CVaR)

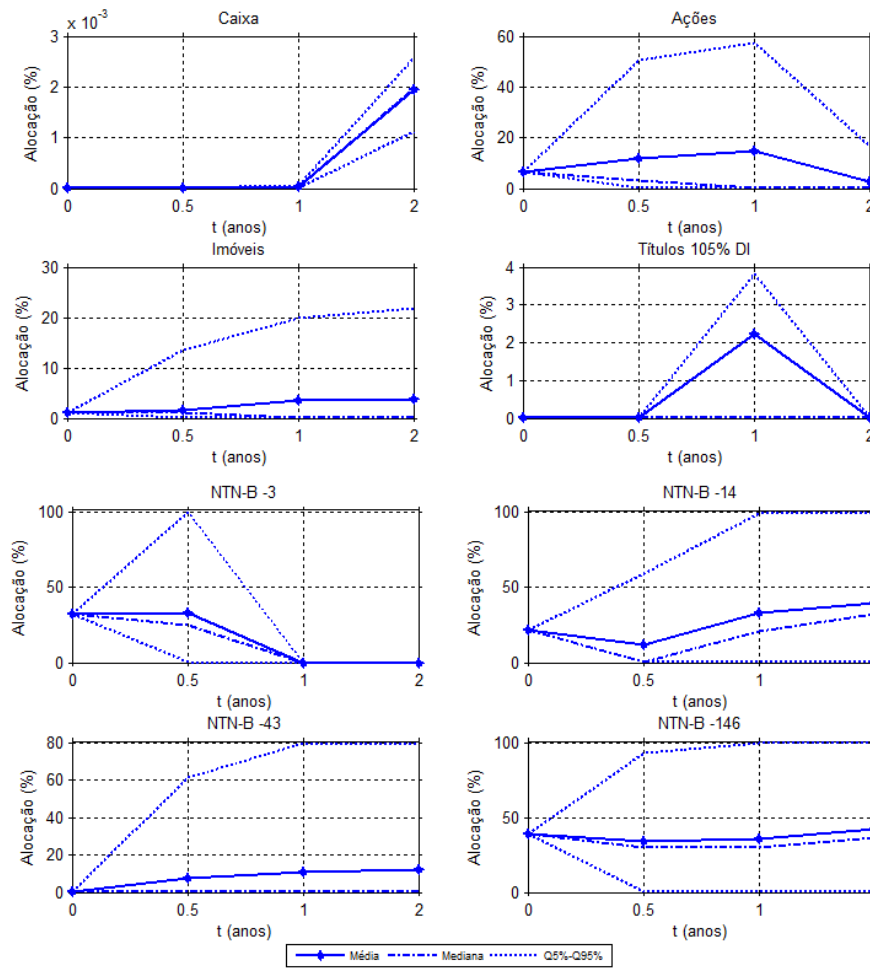


Figura 6.18 – Árvores de alocações (CVaR)

Para fins comparativos, plotamos novamente as alocações médias utilizando os valores dos passivos esperados:

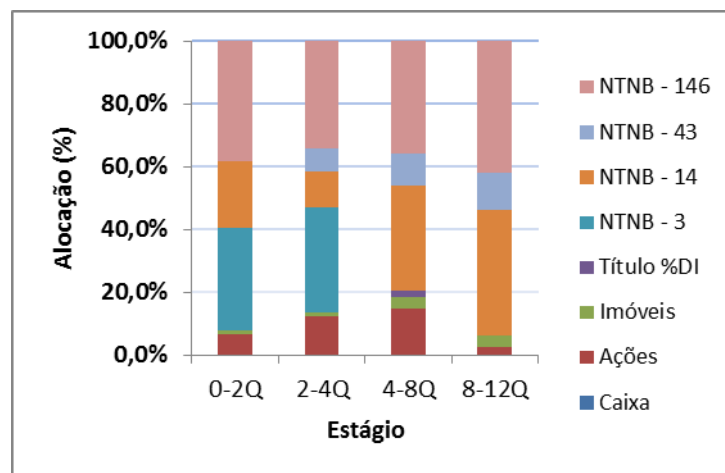


Figura 6.19 – Alocação média (valor esperado)

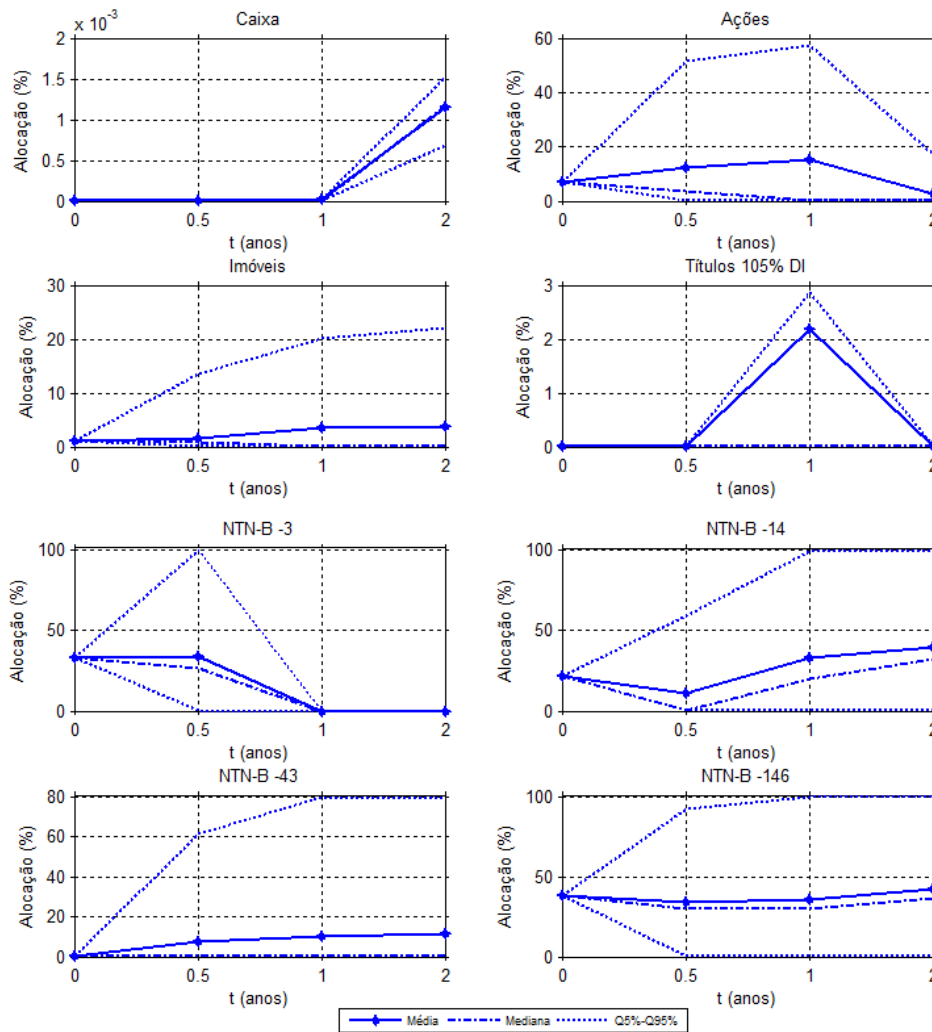


Figura 6.20 – Árvores de alocações (valor esperado)

Fica claro ao se comparar a Figura 6.17 e Figura 6.18 com a Figura 6.19 e a Figura 6.20, respectivamente, que não houve mudanças significativas na carteira ótima ao se utilizar o CVaR dos passivos ao invés do valor esperado. Logo, conclui-se que não há ganhos em se utilizar a estocasticidade do passivo para a definição de uma carteira dinâmica para o horizonte de planejamento estudado.

Isto certamente ocorre, pois, como foi apresentado na seção 5.3.3, para o período de planejamento o valor de variação dos benefícios é muito pequeno em torno do seu valor esperado. Portanto, não houve um grande impacto na alocação, mas pode se ter um ganho ao se considerar à incerteza no passivo para horizontes maiores de planejamento, tendo em vista o aumento da incerteza dos pagamentos das rendas.