

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Instalação e capacidade de carga em fundações profundas

O processo de instalação de um elemento de fundação profunda e a avaliação da sua capacidade de carga são dois fatores de extrema importância para a avaliação do seu comportamento e segurança frente às solicitações a serem impostas.

A norma brasileira de fundações NBR 6122 (2010) define fundação profunda como um elemento de fundação que transmite carga ao terreno pela base (resistência de ponta), por sua superfície lateral (resistência de fuste) ou por uma combinação das duas, e está assente em profundidade superior ao dobro da sua menor dimensão em planta.

Adicionalmente, a classificação clássica de Terzaghi e Peck (1967) divide as estacas, quanto ao mecanismo de transferência de sua carga, em três tipos:

- Estacas de atrito em solos granulares muito permeáveis ou secos, as quais transferem a maior parte de suas cargas por atrito lateral e produzem uma compactação apreciável do solo, conhecidas como estacas de compactação. (Cabe aqui um parênteses, observado pelo autor em sua pesquisa bibliográfica, que este tipo de estaca é considerado, na prática, como um processo de melhoria do solo. Após sua execução, com retirada do tubo de revestimento suporte, é empregada, posteriormente, uma fundação direta num maciço de solo com maior densidade relativa e, conseqüentemente, menos susceptível a sofrer elevados recalques. Esta solução é muito utilizada nas capitais nordestinas, como relatado por Gusmão (2006), entre outros).

- Estacas de atrito em solos finos de baixa permeabilidade que também transferem a maior parte da sua carga por atrito lateral, porém não produzem uma compactação significativa no solo e são chamadas de estacas flutuantes.

- Estacas de ponta, que transferem sua carga a uma camada de solo resistente abaixo da base, de profundidade considerável.

Os elementos de fundação profunda, sejam eles estacas, tubulões, ou perfis metálicos, também podem ser classificados, segundo Velloso e Lopes (2010), de acordo com o seu material de formação e com o processo executivo e seu respectivo efeito no solo de fundação.

Quanto ao seu comportamento frente às solicitações impostas, sobretudo à respeito da ruptura geotécnica do material de fundação, este é avaliado, em geral a partir de métodos de capacidade de carga. Nestes métodos, a capacidade de carga é calculada por fórmulas que estudam a estaca mobilizando toda a resistência do solo, obtida previamente por ensaios de laboratório ou in situ. Estes métodos se separam em racionais ou teóricos, que relacionam a capacidade de carga a soluções de modos de ruptura se utilizando dos parâmetros do solo; e em métodos semiempíricos que se baseiam, em geral, em ensaios in situ de penetração (SPT e CPT).

2.1.1 Instalação do elemento de fundação

Sobre a instalação do elemento de fundação, a classificação mais usual utilizada, conforme descrita também, por Velloso e Lopes (2010), define as estacas quanto ao seu processo executivo e o consequente efeito no solo de fundação, como se segue:

- Estacas de Deslocamento – onde estariam incluídas as estacas cravadas em geral, uma vez que o solo no espaço que a estaca irá ocupar será deslocado horizontalmente, e;

- Estacas de Substituição – uma vez que o solo onde a estaca irá ser instalada é removido, causando algum nível de redução nas tensões horizontais iniciais.

Em alguns processos, onde há pouca remoção do solo, ou são realizadas medidas para restaurar, ao menos parcialmente, as tensões iniciais, estas estacas podem ser classificadas numa categoria intermediária, chamada de "sem deslocamento".

A cravação de uma estaca, incluída no grupo de estacas de deslocamento, pode se dar de três formas: por percussão, vibração e prensagem. Estas 3 formas podem, em princípio, oferecer diferenças tanto para o comportamento sob as cargas aplicadas quanto na alteração da massa de solo nos seus arredores.

As estacas de substituição, onde estão incluídas as estacas escavadas, podem gerar uma descompressão no terreno devida a sua instalação, que será maior ou menor dependendo do tipo de suporte utilizado no método executivo, modificando conseqüentemente seu comportamento e capacidade de carga, conforme discute Velloso e Lopes (2010), Décourt (1998), entre outros.

Como apresenta Basu, Prezzi e Salgado (2014), a instalação de uma estaca de deslocamento causa mudanças significantes no estado de tensões próximas à estaca, chegando a 10 vezes a tensão radial inicial, em solos arenosos, e a aumentos de 13% em uma distância de 20D. Yang et al. (2013), em suas avaliações experimentais e revisões da literatura, quantificaram mudanças extremas no estado de tensões próximo à estaca durante a penetração em solos granulares, utilizando câmaras de calibração e centrífugas. Em suas análises os autores discutem que efeitos na tensão radial se estendam até cem vezes o diâmetro da estaca, sugerindo uma utilização de domínios maiores do que este, ou um controle ativo nas tensões das bordas para obter comportamentos próximos aos de uma estaca isolada no campo.

Deeks, White e Bolton (2005) em ensaios de prova de carga no campo, verificaram que as estacas prensadas em areia apresentam uma alta rigidez no comportamento da resistência de ponta devido ao pré-carregamento do solo abaixo da base durante a instalação e da presença de uma carga residual na base. A rigidez das estacas prensadas excede de 2 a 10 vezes os valores de rigidez recomendados pra projetos de estacas cravadas e escavadas, respectivamente. De acordo com Lehane e White (2005) a rigidez do solo em volta da estaca controlam as tensões laterais desenvolvidas, indicando que estacas prensadas podem ter efeitos distintos das demais estacas cravadas no campo de tensões.

Quanto à alteração do solo ao redor da estaca, para solos granulares, Velloso e Lopes (2010) esclarecem o aspecto muito conhecido de que estacas cravadas em solos granulares, pouco a medianamente compactos, geram uma densificação ou aumento da compacidade à medida que sua inserção produz um deslocamento horizontal do solo no entorno da estaca introduzida no terreno, ou pelas vibrações geradas pelo processo de cravação, diminuindo seu índice de vazios.

Mas se o solo apresentar uma compacidade elevada, a introdução da estaca não causará mais aumento de compacidade, só o deslocamento lateral da massa de solo. Bernardes (1989) aponta, também para solos granulares, que a cravação pode causar densificação ou dilatação do material ao redor da estaca, acompanhados por mudanças no estado de tensão.

2.1.2 Teoria da Capacidade de Carga

A capacidade de carga de uma fundação profunda, em especial de uma estaca, é definida como a carga, aplicada no topo desta, necessária para que ocorra a ruptura do solo nos entornos e base da estaca ocasionando grandes deslocamentos. A ruptura, segundo modelos de plasticidade (e.g. Kachanov, 2004) é determinada pela contínua deformação do material sem modificações no estado de tensões, i.e. após atingido o estado de tensão necessário para alcançar a condição de ruptura, e sendo este mantido, o material se deformará indefinidamente. Para estacas, essa condição ocorreria pelo deslocamento ininterrupto da mesma após atingir a carga necessária para romper o solo ao redor da estaca e sob sua ponta, representando uma assíntota vertical no gráfico de carga aplicada *versus* recalque da estaca.

Nos métodos de capacidade de carga, esta é obtida, em geral, considerando o estado limite necessário para atingir a condição de ruptura. Para isso é imaginado o equilíbrio de forças, na direção vertical, entre o peso da estaca, a carga total aplicada e as cargas limites de reação do solo, conforme apresentado na equação (2.1) a seguir.

$$Q_{ult} + W = Q_{p,ult} + Q_{l,ult} \quad (2.1)$$

Onde Q_{ult} é a carga total aplicada, W é a força peso da estaca, $Q_{p,ult}$ e $Q_{l,ult}$ são as reações verticais do solo, no momento da ruptura, na base e nas paredes da estaca, denominadas resistência de ponta e resistência de fuste, respectivamente.

A componente do peso da estaca, W , é usualmente desconsiderado desta equação pela consideração de que este equivalha ao peso do solo no local em que a estaca foi inserida, ou simplesmente por esta componente ser em geral negligenciável em comparação às outras grandezas.

A partir da equação (2.1) este equilíbrio pode ser apresentado com base nas tensões resistentes últimas, lateral e de base, conforme equação (2.2).

$$Q_{ult} = A_B q_{p,ult} + f_s A_L \quad (2.2)$$

Onde $q_{p,ult}$ é a tensão última de ponta f_s é a tensão última de fuste, ou atrito lateral e A_B e A_L , as áreas da base e da lateral da estaca, respectivamente.

Considerando a variação da resistência lateral com a profundidade, por diferentes camadas ou diferentes estados de tensão, a equação (2.2) pode ser reescrita de acordo com a equação (2.3), sendo L o comprimento da estaca embutido no solo.

$$Q_{ult} = A_B q_{p,ult} + U \int_0^L f_s dz \quad (2.3)$$

Onde U é o perímetro do fuste, assumido constante ao longo do comprimento da estaca. Para o fuste é usual e bastante razoável considerar que a ruptura ocorra no contato entre o solo e a estaca, enquanto que para a ruptura de ponta, torna-se necessário que ocorra a plastificação dentro da massa de solo para que esse processo se desenvolva. Em ambas as condições, as resistências últimas de ponta e fuste, $q_{p,ult}$ e f_s , são obtidas pela teoria da capacidade de carga a partir de métodos racionais, com parâmetros do solo e do contato do solo com a estaca e serão apresentados nos subitens a seguir.

A Figura 2.1, a seguir, apresenta de forma ilustrativa como se dá o equilíbrio de forças de uma estaca submetida à carga de ruptura de compressão.

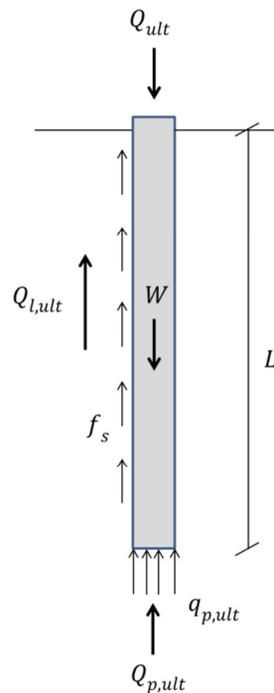


Figura 2.1 - Esquema de equilíbrio de forças verticais para capacidade de carga axial última

Algumas limitações deste método, apresentadas nos próximos subitens, justificam a preferência de muitos profissionais à utilização de métodos semiempíricos para a determinação da capacidade de carga das estacas, se utilizando de ensaios indiretos, em especial com o ensaio de cone, CPT, conforme discutido por Gui e Bolton (1998). Nesta mesma direção, Bernardes (1989) argumenta que os parâmetros de resistência dos solos, determinados por ensaios triaxiais convencionais e utilizados nas formulações teóricas de capacidade de carga, podem não ser muito adequados para estacas cravadas e a extrapolação desses resultados para obter parâmetros de projeto necessitam de julgamentos calcados na experiência do profissional. Alguns autores se utilizam do conceito de profundidade crítica, onde a partir de uma certa profundidade não haveria acréscimo de resistência de ponta ou de fuste, para incorporar alguns desses aspectos de modificação de resistência e deformação do solo com estado de tensões (e.g. Bernardes, 1989).

Os métodos semi-empíricos para obtenção da capacidade de carga, assim como o conceito da profundidade crítica de resistência de ponta e de fuste, amplamente discutida nos meios técnicos e acadêmicos não serão abordados no presente trabalho.

2.1.2.1

Resistência de ponta

As soluções teóricas para a ruptura de ponta, em sua maioria, estão relacionadas com as soluções de equilíbrio limite, como aponta Lambe e Whitman (1979), se utilizando dos parâmetros de resistência do solo para determinar a resistência à ruptura, sem avaliar as deformações ou o comportamento da estaca antes desse estado.

A equação geral da teoria da capacidade de carga foi apresentada primeiramente por Terzaghi (1943) para uma sapata contínua de largura B , com a base situada a uma profundidade D da superfície do terreno, exposta na equação (2.4), a seguir.

$$q_{p,ult} = cN_c + \gamma DN_q + \gamma \frac{B}{2} N_\gamma \quad (2.4)$$

Onde c é a coesão do solo, γ é o peso específico do solo e N_c , N_q , e N_γ são fatores de capacidade de carga que dependem do ângulo de atrito do solo e do formato da superfície de ruptura. No caso das estacas, Terzaghi (1943) apresenta fatores de correção devido a seção que elas apresentam. A equação (2.5), a seguir, apresenta a equação de capacidade de carga para a ponta de uma estaca de seção circular, segundo Terzaghi (1943).

$$q_{p,ult} = 1,2cN_c + \gamma LN_q + 0,6\gamma \frac{B}{2} N_\gamma \quad (2.5)$$

Meyerhof (1951) apresentou uma equação um pouco diferente para a capacidade de carga das estacas, considerando uma forma de ruptura diferente de Terzaghi, conforme a equação (2.6), a seguir.

$$q_{p,ult} = cN_c + K_s \gamma LN_q + \gamma \frac{B}{2} N_\gamma \quad (2.6)$$

Onde K_s é o coeficiente de empuxo contra o fuste próximo a ponta. Por considerar uma superfície de ruptura diferente de Terzaghi (1943), os fatores de capacidade de carga N_c , N_q , e N_γ da equação (2.6) são obtidos também de formas distintas dos fatores da equação (2.5), o que pode resultar em valores de capacidade de carga bastante diferentes entre os dois métodos, se utilizando dos mesmos parâmetros do solo e da estaca.

Estes dois métodos de capacidade de carga apresentados, assim como de Berezantzev et al (1961) e outros pesquisadores, consideram uma superfície de ruptura formada no estado limite, determinada apenas pelos parâmetros de resistência. De forma a suprir essas limitações, Vesic (1972, 1975), apresentou uma solução para o problema de capacidade de carga na base da estaca, utilizando da teoria de expansão de cavidade em uma massa infinita de solo, chegando à equação (2.7), a seguir.

$$q_{p,ult} = cN_c + \sigma_0 N_q \quad (2.7)$$

Onde σ_0 é a tensão octaédrica na base da estaca definida por $\sigma_0 = \sigma'_v \left(\frac{1+2K_0}{3} \right)$. Nesta análise realizada por Vesic, os fatores de capacidade de carga são determinados em função da rigidez do solo, assim como pelo ângulo de atrito. A equação (2.8), a seguir, apresenta a fórmula para obtenção do fator N_q da equação (2.7).

$$N_q = \frac{3}{3 - \text{sen}\phi} e^{(\frac{\pi}{2}-\phi)\text{tg}\phi} \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) I_{rr}^{\frac{4\text{sen}\phi}{3(1-\text{sen}\phi)}} \quad (2.8)$$

Onde I_{rr} é o índice de rigidez corrigido, obtido a partir da equação (2.9).

$$I_{rr} = \frac{I_r}{1 + I_r \Delta} \quad (2.9)$$

Onde Δ é a variação de volume na zona plástica e I_r é o índice de rigidez expresso pela equação (2.10), a seguir.

$$I_r = \frac{G}{c + \sigma' \operatorname{tg} \phi} = \frac{E}{2(1 + \nu)(\sigma' \operatorname{tg} \phi)} \quad (2.10)$$

Onde E e G são os módulos de elasticidade e cisalhante do solo, respectivamente. Outros autores, como Salgado et al (1997), também se utilizaram da teoria de expansão de cavidade para obter a capacidade de carga da base das estacas.

Como argumenta Velloso e Lopes (2010), Décourt (1998) e muitos outros autores, o termo $\gamma \frac{B}{2} N_\gamma$ da equação de capacidade de carga é negligenciável para fundações profundas e considerando o valor nulo para a coesão do solo, que é o caso de areias não cimentadas, a equação de capacidade de carga pode ser resumida conforme a equação (2.11), a seguir.

$$q_{p,ult} = \mu \sigma'_v N_q \quad (2.11)$$

Onde μ é igual a 1 para Terzaghi e outros pesquisadores, K_s para Meyerhof e $\left(\frac{1+2K_0}{3}\right)$ para Vesic. Portanto, no caso das areias, para a grande maioria dos métodos de capacidade de carga, a resistência unitária de ponta vai depender somente do estado de tensões na base da estaca e do fator N_q , que por sua vez depende do ângulo de atrito do solo (no caso de Vesic, também da rigidez e variação volumétrica) e da forma da superfície de ruptura considerada por cada autor.

Como discute Lambe e Whitman (1979), a localização da superfície de ruptura é consideravelmente menos conhecida em fundações profundas do que em fundações rasas. De acordo com Décourt (1998), apesar de existirem importantes esforços para tentar caracterizar essa superfície em casos práticos, não existe um consenso a respeito da forma da superfície de ruptura em fundações profundas e, portanto de qual método teórico de capacidade de carga apresenta uma solução mais próxima da realidade.

A Figura 2.2, a seguir apresenta, de forma ilustrativa, os diferentes formatos das superfícies de ruptura de ponta da estaca segundo diversos pesquisadores, conforme apresentado primeiramente por Vesic (1963).

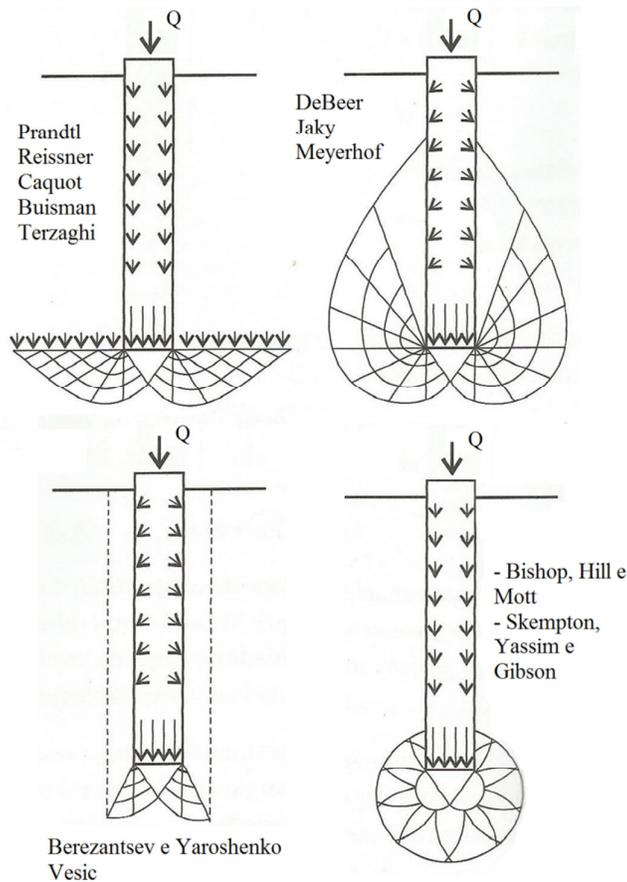


Figura 2.2 – Superfícies de ruptura assumidas na base de fundações profundas (Vesic 1963)

A Figura 2.3, a seguir, apresentada por Décourt (1998) mostra a variação do fator de capacidade de carga N_q com o ângulo de atrito interno do solo, ϕ , para diferentes superfícies de ruptura, consideradas por diferentes pesquisadores.

Um dos motivos apresentados por estes autores diz respeito aos deslocamentos necessários para que ocorra a ruptura do solo na base das estacas, indicando que este seria suficiente para que sua base atingisse uma maior penetração, portanto uma profundidade com um estado de tensões superior, nunca ocorrendo a ruptura física. Portanto, de acordo com estes autores, o problema de capacidade de carga de fundações profundas deveria ser abordado como uma questão de deslocamento da estaca, sem considerar a ocorrência de uma ruptura generalizada. Cabe destacar que a própria norma brasileira sugere uma metodologia de interpretação de prova de carga em estacas, dada a impossibilidade de caracterizar a ruptura física, denominada como ruptura convencional.

2.1.2.2

Resistência de fuste

A segunda componente da capacidade de carga é a resistência de fuste de uma estaca, conforme apresentada nas equações (2.1), (2.2) e (2.3). O tratamento teórico para a determinação do atrito lateral, f_s , é, em geral, análogo ao utilizado para analisar a resistência ao deslocamento de um sólido em contato com o solo (Velloso e Lopes 2010). Portanto, usualmente seu valor é definido de acordo com a equação (2.12), a seguir.

$$f_s = a + \sigma'_h tg\delta \quad (2.12)$$

Onde a é a aderência entre a estaca e o solo, σ'_h é a tensão horizontal efetiva contra o fuste da estaca e δ é o ângulo de atrito entre estaca e solo. Analisando o problema de solos granulares pode-se assumir $a = 0$ e $\sigma'_h = K_s \sigma'_v$, com K_s igual ao coeficiente de empuxo após a execução da estaca, resultando na expressão apresentada na equação (2.13), a seguir.

$$f_s = K_s \sigma'_v tg\delta \quad (2.13)$$

Por conveniência o valor de σ'_v é assumido igual ao valor da tensão efetiva vertical antes da instalação da estaca.

Segundo Velloso e Lopes (2010) os valores de δ podem ser determinados a partir de ensaios de resistência de interface entre o solo e o material da estaca, apresentando valores menores que o ângulo de atrito interno do solo, ϕ , e próximos a este valor para estacas rugosas. Já o valor de K_s seria bastante influenciado pelo método de execução da estaca, o estado de tensões iniciais e formato e comprimento da estaca, apresentando valores menores ou iguais ao coeficiente de empuxo no repouso, K_0 , para estacas escavadas e valores consideravelmente maiores do que K_0 no caso de estacas cravadas ou prensadas.

Bernardes (1989) realizou uma revisão abrangente sobre este assunto encontrando valores bastante distintos para K_s e δ , teóricos e experimentais, reforçando a dificuldade de obtenção destes parâmetros e indicando ainda abordagens que consideram interligados os valores de K_s , δ e a rugosidade da estaca, não podendo estes serem avaliados de forma independente.

Como discute Lambe e Whitman (1979), o atrito lateral depende não só do tipo de solo, mas também da forma de instalação da estaca no solo. Este pode ter um efeito significativo na perturbação do solo, nos esforços laterais atuantes, no ângulo de atrito e até na área de contato entre o solo e a estaca. Desta forma, preferencialmente estima-se os valores de f_s com base em dados empíricos de campo (Velloso e Lopes 2010).

2.1.3 Prova de carga estática

2.1.3.1 Descrição e tipos de Ensaio

A prova de carga estática constitui um dos métodos de verificação de desempenho do elemento de fundação profunda, que inclui outros ensaios como ensaio de carregamento dinâmico e o ensaio de integridade, como destacam Cintra e Aoki, (2013), Velloso e Lopes, (2010) e Niyama, Aoki e Chamecki, (1998). A prova de carga estática e o ensaio de carregamento dinâmico são as duas formas mais utilizadas para verificar o comportamento de uma fundação profunda em relação às previsões realizadas em projeto, sejam estas pelos métodos teóricos descritos no Item 2.1.2, ou por métodos empíricos ou semi-empíricos.

Dentre estes dois ensaios, a prova de carga estática constitui a forma mais confiável de se verificar o comportamento de uma estaca, pois seja por aplicação de carga ou por controle de deslocamento, esta forma se assemelha mais, em geral, ao tipo de funcionamento que este elemento de fundação exercerá após finalizada a obra. Segundo a norma brasileira de fundações, é obrigatória a realização de provas de carga estática em pelo menos 1% das estacas da obra ou de ensaios de carregamento dinâmico em pelo menos 10%, mostrando a importância de se verificar o comportamento de uma fundação profunda antes de realizada a obra. A prova de carga estática oferece algumas complicações quanto a montagem e medições e muitas vezes apresentam custos bastante superiores aos ensaios de carregamento dinâmico, mas os detalhes de montagem e medição não serão abordados no presente trabalho.

Como descreve Niyama, Aoki e Chamecki, (1998), o ensaio de prova de carga estática caracteriza um tipo de verificação "tensão x deformação" do maciço de solo em questão, em relação à interação com o elemento de fundação, para receber as solicitações que serão empregadas na obra. O ensaio é realizado até pelo menos duas vezes a carga de trabalho, para que seja garantido no mínimo um fator de segurança igual a 2 em relação à ruptura e ao limite de recalques especificado pelo projeto. Este tipo de ensaio também é realizado para fins de estudo e pesquisa para ganhar conhecimento em diferentes aspectos que podem ter influência no comportamento do solo ou do elemento de fundação.

A prova de carga estática em estacas consiste em aplicar cargas conhecidas no topo da fundação que melhor caracterizem as solicitações da obra, sejam elas de compressão, tração, horizontais ou inclinadas, e medir os deslocamentos referentes às cargas aplicadas.

Como descreve Velloso e Lopes (2010), a aplicação de carga pode ser dividida em 3 categorias:

- Carga controlada
- Deformação/deslocamento controlado
- Método "do equilíbrio"

Este último consiste em deixar estabilizar a carga e os recalques de cada estágio, sem aplicar mais pressão no macaco, após manter constante por 15 minutos a carga específica do estágio. Apesar de ser um método interessante de aplicação de carga, este não será abordado no presente trabalho.

A aplicação de carga por carga controlada é usualmente dividida em 2 subgrupos de carga incremental lenta e carga incremental rápida. Como aponta Velloso e Lopes (2010), o ensaio incremental lento tem a vantagem de se assemelhar mais com as formas de carregamentos que as fundações irão suportar na obra nos casos mais correntes, estabelecendo intervalos de tempo para verificação de critérios para estabilização dos deslocamentos. Por exemplo, a norma brasileira de fundações especifica a estabilização quando a diferença de deslocamento entre duas leituras consecutivas não ultrapasse 5% do recalque do presente estágio de carga. Já no ensaio incremental rápido os carregamentos são mantidos por um tempo preestabelecido, usualmente 15 minutos (Velloso e Lopes 2010), não havendo preocupação com a estabilização das cargas.

O método mais usual de deformação controlada é o ensaio de velocidade de penetração constante, onde a partir de um sistema elétrico de aplicação de carga, é mantida uma velocidade constante até que se atinja a condição de ruptura. As desvantagens desse ensaio são as mesmas do ensaio de carregamento rápido, dependendo da velocidade utilizada e do tipo de solo da fundação, e sua viscosidade, para julgar a influência do ensaio na resposta obtida.

A Figura 2.4, a seguir, apresenta de forma ilustrativa a diferença entre algumas formas de aplicação de carga.

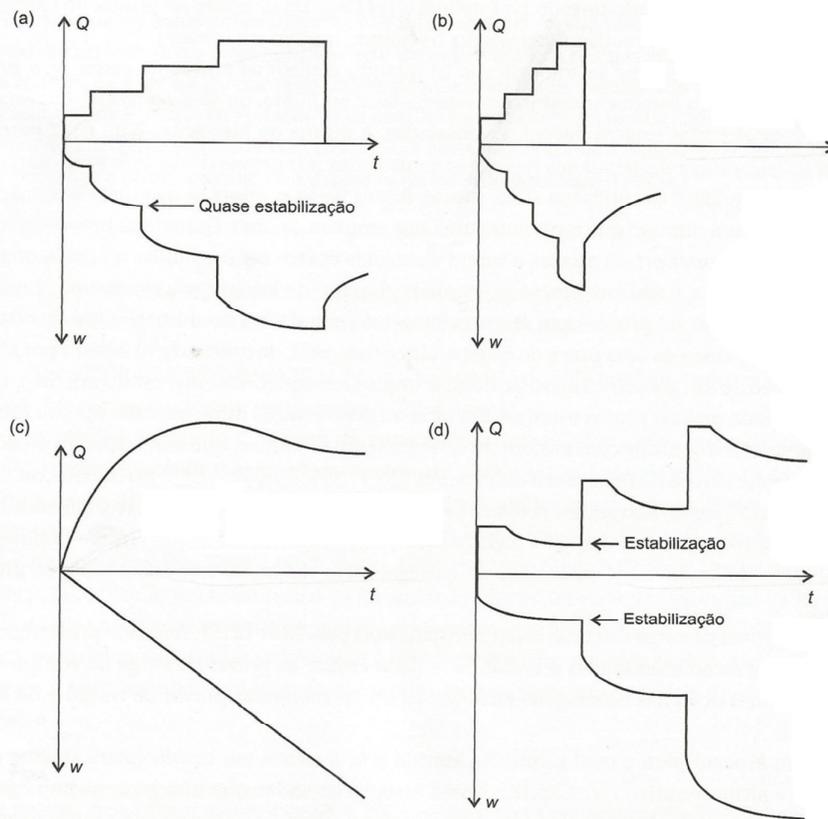


Figura 2.4 – Curvas de carga-tempo e recalque-tempo de diferentes procedimentos de carregamento em prova de carga (Velloso e Lopes 2010) - (a) Carregamento incremental lento (b) Carregamento incremental rápido (c) Velocidade de penetração constante (d) Método "do equilíbrio"

2.1.3.2

Métodos de interpretação

Como discutem Velloso e Lopes (2010) e Niyama, Aoki e Chamecki (1998), na grande maioria dos casos a prova de carga estática não é levada a ruptura física, caracterizada pelo estágio de carga que não experimenta a estabilização ou a uma assíntota vertical na curva de carga-recalque, e em alguns casos não ocorre também a ruptura convencional, caracterizada usualmente pelo deslocamento de 10% do diâmetro da base (Décourt, 1998). Além disso, como também apontado por Velloso e Lopes (2010), a escala do gráfico de carga *versus* recalque pode modificar bastante o aspecto da curva obtida. Por conta destes fatores são necessários métodos para interpretar, e em muitos casos extrapolar, os dados obtidos pelos ensaios de campo.

Niyama, Aoki e Chamecki (1998) fazem uma revisão bastante abrangente dos métodos existentes de interpretação e extrapolação de prova de carga dividindo os métodos de interpretação em 4 subgrupos: do recalque limite, da deformabilidade limite, da interseção das fases pseudo-elástica e pseudo-plástica, e da forma matemática. Já Velloso e Lopes (2010) subdividem os métodos em 4 categorias: critérios que se baseiam em valores absolutos (ou relativos ao diâmetro) dos recalques, critérios que utilizam regras geométricas à curva, critérios que buscam a assíntota vertical e critérios que caracterizam a ruptura por um valor de recalque subtraindo o encurtamento elástico da estaca.

Independente dos grupos ou categorias, a grande maioria dos métodos busca resolver os problemas com as curvas de carga-recalque, expostos anteriormente, e determinar um valor de carga de ruptura. Os dois métodos mais utilizados no Brasil, segundo Niyama, Aoki e Chamecki (1998), é o método determinado na Norma brasileira NBR 6122 (2010), onde é calculado o encurtamento elástico da estaca, como coluna, e após somado o valor de $B/30$ para caracterizar a ruptura, e o método de Van der Veen, onde a curva é extrapolada por uma função matemática exponencial, até esta alcançar uma assíntota vertical. O critério de interpretação da curva, pela NBR 6122 (2010) encontra-se apresentado na Figura 2.5, a seguir.

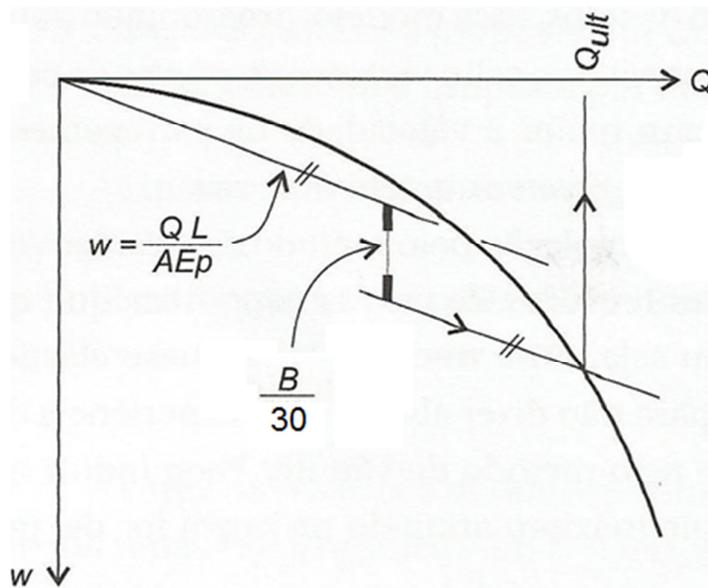


Figura 2.5 – Interpretação da curva carga-recalque – Critério da norma NBR 6122 (2010), adaptado de Velloso e Lopes (2010)

Como destacado por Fellenius (2014) é importante a utilização de um critério que não leve em consideração aspectos geométricos da curva, e conseqüentemente depender da escala do gráfico de carga-recalque, sendo importante a utilização de critérios matemáticos e com repetibilidade para interpretar os dados de campo, destacando o método de Davisson e o método de rigidez de Décourt.

Para maiores referências sobre este assunto consultar Fellenius (2014), Niyama, Aoki e Chamecki (1998) e Velloso e Lopes (2010).

2.2

Método dos Elementos Discretos

2.2.1

Introdução

O método dos elementos discretos (*Discrete Element Method* – DEM) foi introduzido por Cundall (1971) para interação entre blocos, posteriormente reformulado por Cundall e Strack (1979) e revisado por Cundall e Hart (1992) para aplicação em sistemas granulares. Apesar da existência de diferentes códigos do DEM (e.g. Campos et al., 2000; Donzé e Magnier, 1995; Itasca, 2008 e Kuhn, 2006) a grande maioria é baseada na metodologia definida por Cundall e Strack (1979) e, portanto, exibem características semelhantes.

O DEM constitui uma ferramenta de análise amplamente utilizada nas simulações de problemas de mecânicas de rochas, com metodologias bem definidas para calibrações e simulações de problemas de contorno (e.g. Potyondy, Cundall e Lee 1996, Potyondy e Cundall, 2004, Itasca. 2008, etc.), mostrando a possibilidade e eficiência em lidar, especialmente, com descontinuidades e propagação de fraturas (e.g. Camones et al. 2013 e Scholtès e Donzé 2012). Em meios granulares não coesivos, no entanto, ainda não existe um consenso entre as metodologias de geração e calibração da amostra e diversos autores se utilizam de abordagens diferentes para realizarem suas simulações. Apesar disso, como discutido por O’Sullivan (2011), os ganhos de resultados quantitativos e qualitativos deste método no comportamento do material granular são indiscutíveis, tanto na escala macroscópica quanto microscópica.

Em suas primeiras utilizações o método era empregado predominantemente como uma ferramenta para o estudo do comportamento dos materiais granulares. Elementos representativos constituídos de centenas de partículas eram ensaiados numericamente e o comportamento obtido era analisado. Os resultados eram, então, analisados para posterior aplicação em modelos constitutivos na tentativa de representar padrões complexos de deformação. Com o tempo a abordagem inicial foi modificada, devido à dificuldade de derivar leis constitutivas de resultados de arranjos de partículas e pelo significativo aumento de capacidade dos computadores possibilitando a criação e análise de quantidades consideravelmente maiores de partículas. (Itasca, 2008).

O DEM simula o comportamento de um meio granular pela interação entre partículas monitoradas contato por contato (Geng, Yu e McDowell 2010). Os elementos discretos compõem um sistema complexo de partículas e estes elementos movem-se independentemente uns dos outros.

No método, as partículas são consideradas como elementos rígidos e seu comportamento é regido pela mecânica de corpos rígidos. O cálculo utilizado alterna entre a aplicação da Segunda Lei de Newton e uma Lei Força-Deslocamento para os contatos.

Pela natureza discreta do método é permitido, portanto, modelar e analisar, de forma simples, mecanismos envolvendo grandes deformações ou interações complexas, sendo possível destacar, por exemplo, o fenômeno de ruptura (Salot, Gotteland e Villard 2009).

Outro atrativo do método, como apontado por diversos autores (e.g. Butlanska et al., 2014; Geng, Yu e Mcdowell, 2010; Oda e Iwashita, 1999 e O’Sullivan, 2011) é a habilidade de investigar o comportamento de materiais granulares no nível microscópico e a possibilidade de alternar entre escalas macro, meso e microscópicas, obtendo maiores informações sobre as condições analisadas.

Apesar das inúmeras vantagens, o método lida também com algumas importantes limitações, sendo a principal delas o alto custo computacional envolvendo a detecção de contato (O’Sullivan 2011). Esta limitação torna quase inviável a realização de simulações de problemas de larga escala ou utilizando tamanhos reais de partícula (Mcdowell; Falagush e Yu, 2012), considerando a capacidade atual dos computadores utilizados. Isto torna necessário, na maioria das vezes, lidar com tamanhos de partículas bastante superiores aos reais para simulação do problema de interesse. Além desta desvantagem, as simulações são, em geral, realizadas considerando condições idealizadas de partículas, como formatos simples, perfeitamente rígidas e indestrutíveis e modelos simplificados de contato (O’Sullivan 2011), podendo estas condições ter efeitos nas diversas escalas da simulação observadas.

2.2.2 O programa Particle Flow Code (PFC)

O Programa PFC (Particle Flow Code) foi desenvolvido pela *Itasca Consulting Group Inc.* Baseado no Método dos Elementos Discretos definido por Cundall e Strack (1979), o programa modela o movimento e interação de discos (PFC2D) e esferas (PFC3D). Adicionalmente, o PFC permite a criação de aglomerados rígidos de partículas e também ligação entre elas, gerando agrupamentos passíveis de serem quebrados. O presente trabalho utiliza o método em duas dimensões através do programa PFC2D, portanto os pontos discutidos neste capítulo, inclusive a formulação do método, serão, à princípio, referentes a esta forma de análise.

No programa, os cálculos são efetuados a partir de um esquema explícito de análise, análogo ao método explícito de diferenças finitas utilizado para análises contínuas (Itasca 2008). A interação das partículas é tratada como um processo dinâmico no qual os estados de equilíbrio se desenvolvem quando as forças internas se balanceiam.

O PFC2D providencia o modelo discreto com as seguintes características (Itasca 2008):

- As partículas são tratadas como corpos rígidos;
- Todos os contatos ocorrem em um ponto;
- O comportamento do contato utiliza uma abordagem onde é permitida a sobreposição entre partículas no ponto de contato;
- A magnitude das sobreposições é relacionada com a força de contato obtida pela lei de Força-Deslocamento e as sobreposições são pequenas em relação ao tamanho das partículas;
- Ligações podem existir entre partículas;
- Todas as partículas são circulares, no entanto o programa permite a criação de aglomerados com formatos arbitrários;

O programa PFC tem sua própria linguagem de programação, FISH (abreviação de *FLACish*), desenvolvido inicialmente para o programa FLAC da Itasca.

Esta linguagem permite ao usuário definir novas funções e variáveis, permitindo implementar as metodologias necessárias para a simulação do problema de interesse. No programa é possível incluir partículas e paredes, que na maioria das vezes determinam o contorno do sistema. Pode ser atribuído a estes elementos força (partícula) e velocidades (paredes e partículas).

2.2.3 Formulação do método dos elementos discretos

No DEM os cálculos são efetuados pela interação entre as partículas a partir de um processo dinâmico, alterando entre a aplicação do modelo de força-deslocamento nos contatos e da Segunda Lei de Newton para o movimento. A segunda Lei de Newton é utilizada para determinar o movimento de cada partícula a partir das forças aplicadas e as forças de contato, enquanto a Lei Força-Deslocamento é usada para determinar as forças de contato obtidas a partir da superposição de cada contato. O comportamento global do modelo é, portanto, governado pelas interações entre as partículas e o modelo constitutivo aplicado nos contatos.

Este comportamento é representado numericamente através de um algoritmo explícito de passos de tempo (*timestepping*), no qual é assumido que as velocidades e acelerações são constantes em cada passo, a utilização de um esquema numérico explícito, segundo Itasca, (2008) permite simular a interação não-linear de uma grande quantidade de partículas sem necessitar um uso excessivo de memória ou processos iterativos.

Para esse método de cálculo é necessária a escolha de um intervalo de tempo suficientemente pequeno para garantir a estabilidade do sistema. O'Sullivan, (2011) apresenta algumas abordagens utilizadas por diversos autores para a escolha deste intervalo de tempo (Δt_{crit}). Itasca, (2008) define o Δt_{crit} utilizado no PFC como sendo o menor intervalo de tempo estável (Δt) entre todos os graus de liberdade de todas as partículas do sistema, definido pela equação (2.14) abaixo.

$$\Delta t = \begin{cases} \sqrt{m/k^{tran}} & \text{(Movimento Translacional)} \\ \sqrt{I/k^{rot}} & \text{(Movimento Rotacional)} \end{cases} \quad (2.14)$$

Onde

m – massa da partícula

k^{tran} – coeficiente de rigidez translacional de contato

k^{rot} – coeficiente de rigidez rotacional de contato

I – momento de inércia da partícula

O DEM é baseado na ideia de que o intervalo de tempo escolhido é pequeno o suficiente para que, a cada passo, as perturbações de uma partícula se propaguem apenas até suas vizinhas imediatas. Com isso em todo momento da análise as forças de contato de cada partícula são determinadas apenas pelas partículas com a qual esta está em contato (Itasca, 2008).

Portanto, em cada intervalo de tempo, são aplicadas as leis de movimento e força-deslocamento em cada partícula e contato, respectivamente, para a solução do ciclo de cálculo realizado pelo método. A Figura 2.6 resume o procedimento utilizado.

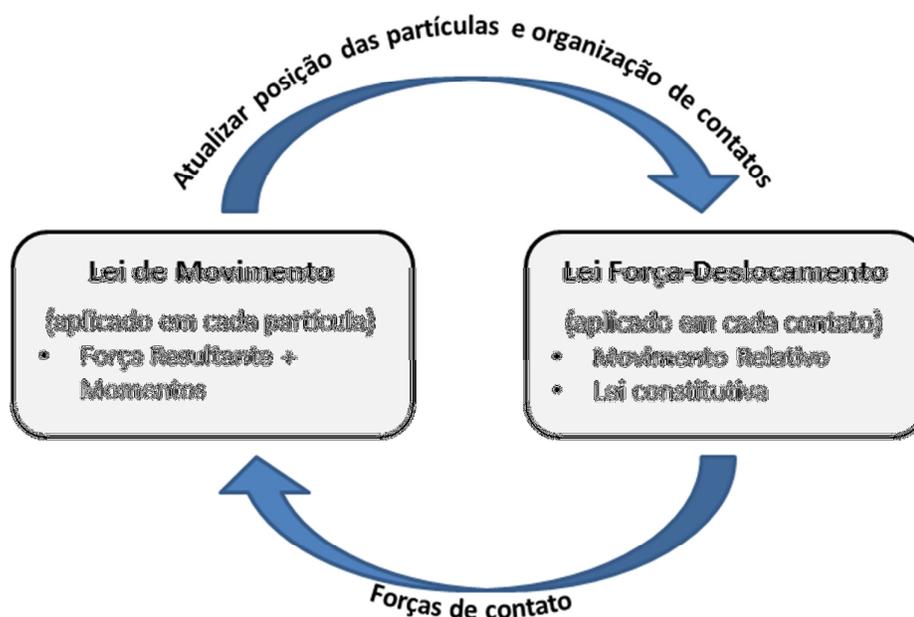


Figura 2.6 – Ciclo de Cálculo do PFC (adaptado de Itasca 2008)

No método dos elementos discretos, apesar de velocidades iniciais ou pontuais poderem ser prescritas às partículas, é usual iniciar uma análise com a prescrição de forças, seja de forma direta ou indireta. Esse processo pode se dar aplicando velocidade às paredes, tanto para a compressão do modelo, utilizado no processo de geração (Item 2.2.4) quanto para aplicação do problema de contorno de interesse (e.g. processo de penetração e ensaios biaxiais), gerando assim, uma força nos contatos das partículas vizinhas às paredes. Através do aumento do raio das partículas, também podem ser impostas superposições, tanto entre partículas quanto entre partículas e paredes. Através da gravidade é imposta uma força de corpo nas partículas que também causa o movimento. Logo, a relação entre forças de contato e deslocamentos e os respectivos modelos de contato são explicados com prioridade.

Os vetores empregados neste item utilizam a notação de índice a considerando o sistema de coordenadas cartesianas. Os índices variam entre {1,2,3} para três dimensões e entre {1,2} para duas dimensões. Além disso, a convenção de soma de Einstein é utilizada, na qual a repetição de um mesmo índice em uma equação denota a soma em respeito àquele índice.

2.2.3.1

Lei de Força-Deslocamento

A lei de Força-Deslocamento relaciona os deslocamentos relativos de contato com a força de contato gerada entre partículas ou entre a partícula e a parede. Para ambos os tipos de contato a força é proveniente da magnitude da sobreposição, modelada a partir de uma abordagem que permite a penetração entre partículas.

A sobreposição entre os contatos pode ser descrita pela posição do contato contido no plano de contato definido pelo vetor normal unitário n_i , conforme demonstrado na Figura 2.7 a seguir.

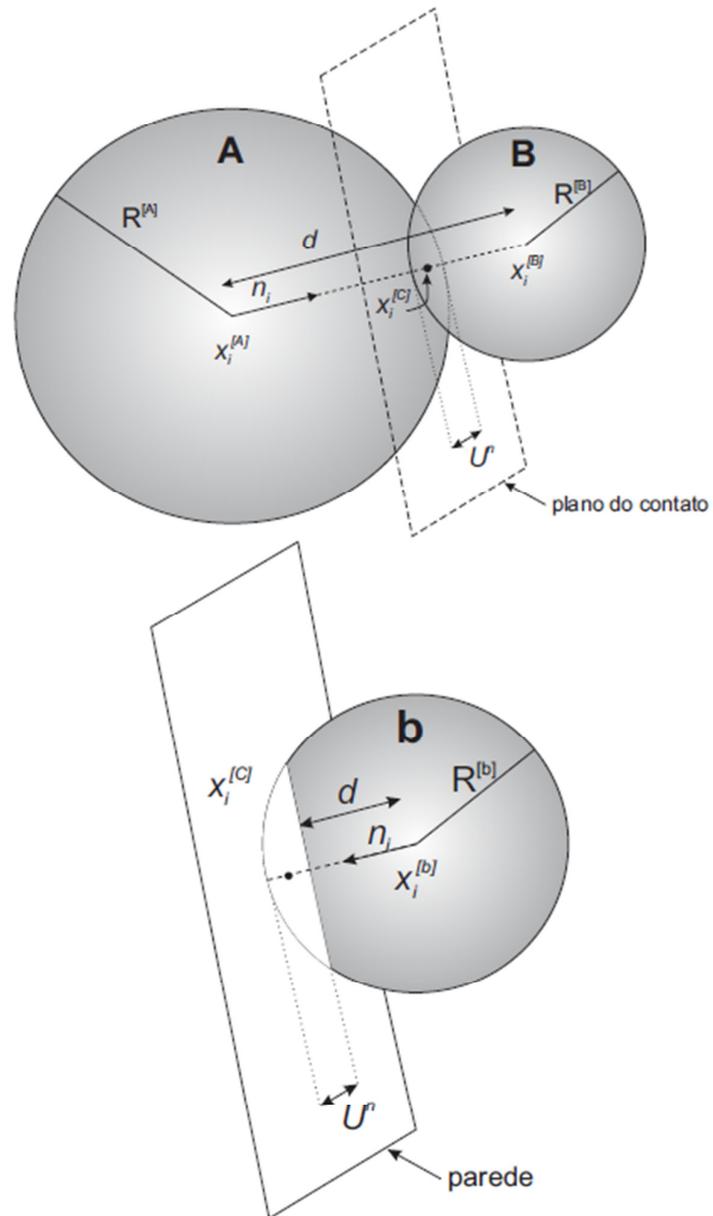


Figura 2.7 - Notações de Contato (Itasca 2008)

Onde

$x_i^{[A]}$ e $x_i^{[B]}$ – Vetores de posição das partículas A e B, respectivamente;

$R^{[\alpha]}$ – Raio da partícula α ;

$x_i^{[C]}$ – Vetor de posição do contato;

d – Distância entre as partículas ou entre a partícula e a parede;

U^n – Magnitude da superposição do contato na direção normal;

n_i – Vetor normal unitário do plano de contato.

O plano de contato no caso da interação entre partícula e parede é a própria parede que está em contato e o vetor n_i está na direção da menor distância entre a parede e o centro da partícula. Já no contato entre partículas, n_i aponta para a direção entre os centros das duas partículas consideradas. Para ambos os tipos de contato, na análise de duas dimensões (PFC^{2D}), o vetor n_i está contido no plano do programa.

No contato entre partículas o vetor normal unitário é, portanto, definido pela equação (2.15) a seguir.

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (2.15)$$

A equação (2.16) fornece o valor da distância d entre as duas partículas obtida pela norma da diferença dos vetores de posição das partículas A e B.

$$d = \|x_i^{[B]} - x_i^{[A]}\| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]}) \cdot (x_i^{[B]} - x_i^{[A]})} \quad (2.16)$$

No PFC existem dois lados da parede, um lado ativo, onde existe a interação de contato com a partícula e um lado não ativo, em que a superposição é desconsiderada e não existe contato. Para o contato entre partícula e o lado ativo da parede, a direção de contato é obtida pela posição do centro da partícula em relação ao espaço referente à parte relevante da parede, como pode ser observado na Figura 2.8. Os lados ativos das duas paredes AB e BC são definidos por cinco regiões e os vetores $n_i^{(1)}$ a $n_i^{(5)}$ definem as normais dos contatos com partículas contendo seu centro em uma dessas cinco regiões.

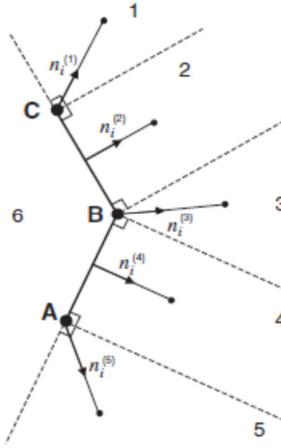


Figura 2.8 - Determinação da direção normal do contato entre partícula e parede (Itasca 2008)

Analisando a figura anterior é possível perceber a influência da borda da parede na partícula e em consequência, no modelo utilizado.

O valor da superposição de contato pode ser definido conhecendo o raio das partículas em contato e a distância d definida anteriormente, conforme a equação (2.17).

$$U^n = \begin{cases} R^{[A]} + R^{[B]} - d & \text{(Partícula - Partícula)} \\ R^{[b]} - d & \text{(Partícula - Parede)} \end{cases} \quad (2.17)$$

Conhecendo estas variáveis o vetor de localização de contato pode então ser determinado, equação (2.18).

$$x_i^{[c]} = \begin{cases} X_i^{[A]} + (R^{[A]} - \frac{1}{2}U^n)n_i & \text{(Partícula - Partícula)} \\ X_i^{[b]} + (R^{[b]} - \frac{1}{2}U^n)n_i & \text{(Partícula - Parede)} \end{cases} \quad (2.18)$$

O vetor da força de contato, F_i , gerada pelos deslocamentos pode ser decomposta em uma componente normal, que age na direção de n_i , e outra cisalhante que age no plano de contato. No caso 2D a componente cisalhante também age no plano do programa.

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (2.19)$$

Onde F_i^n e F_i^s são as componentes normal e cisalhante, respectivamente.

A lei de força-deslocamento relaciona, então, estes dois componentes da força de contato com os respectivos componentes de deslocamento relativo através da rigidez normal e rigidez cisalhante de contato (Itasca 2008).

A magnitude da força normal pode ser obtida pela equação (2.20).

$$F^n = K^n U^n \quad (2.20)$$

Onde K^n é a rigidez normal de contato [Força/Deslocamento] determinada a partir do modelo de rigidez de contato. K^n é o módulo secante de rigidez, pois relaciona a força com o deslocamento *total*.

A componente de força cisalhante é calculada de forma incremental, i.e. todo o incremento de deslocamento cisalhante gera um incremento de força, que é somado a força cisalhante existente no contato. O movimento do contato é obtido pela atualização dos vetores n_i e $x_i^{[C]}$ em cada passo de tempo.

O deslocamento cisalhante relativo de contato em duas dimensões é determinado pela velocidade cisalhante de contato (V_s), obtida através da equação (2.21). Esta velocidade é definida, no caso de contato entre duas partículas, pela velocidade da partícula B em relação à partícula A no ponto de contato (Figura 2.7), e, no caso do contato entre partícula e parede, pela velocidade da parede em relação à partícula. Considerando a atuação das forças de contato normais e cisalhantes, ambas no plano do programa, a velocidade angular, ω , e o momento, M , de cada partícula agem somente na direção fora do plano e se utilizam, portanto, do índice 3 na sua notação.

$$V^s = (\dot{x}_i^{[\phi^2]} - \dot{x}_i^{[\phi^1]}) t_i - \omega_3^{[\phi^2]} \|x_k^{[C]} - x_k^{[\phi^2]}\| - \omega_3^{[\phi^1]} \|x_k^{[C]} - x_k^{[\phi^1]}\| \quad (2.21)$$

$$(\phi^1, \phi^2) = \begin{cases} (A, B) & \text{(Partícula - Partícula)} \\ (b, w) & \text{(Partícula - Parede)} \end{cases}$$

Onde $t_i = (-n_2, n_1)$ é o vetor unitário da direção da força cisalhante, obtido pela rotação de noventa graus no sentido horário, do vetor da direção normal n_i .

O valor da superposição cisalhante é obtido pela equação (2.22) para cada passo de tempo.

$$\Delta U^s = V^s \Delta t \quad (2.22)$$

O incremento de força cisalhante é determinado pela equação constitutiva (2.23) abaixo, que depende do modelo de contato utilizado.

$$\Delta F^s = -k^s \Delta U^s \quad (2.23)$$

Onde k^s é a rigidez cisalhante de contato. Note que k^s é a rigidez tangente, pois relaciona o incremento de superposição cisalhante ao incremento de força cisalhante de contato. Para cada passo de tempo a força cisalhante total é, portanto atualizada (equação (2.24), na qual é acrescida do incremento de força calculado pela equação (2.23).

$$F^s \leftarrow F^s + \Delta F^s \quad (2.24)$$

A força resultante de contato pode ser determinada pela soma vetorial das forças normais e cisalhantes e as forças e momentos resultantes de cada partícula são atualizados conforme a equação (2.25).

$$\begin{aligned} F_i &= F^n n_i + F^s t_i \\ F_i^{[\phi^1]} &\leftarrow F_i^{[\phi^1]} - F_i \\ F_i^{[\phi^2]} &\leftarrow F_i^{[\phi^2]} + F_i \\ M_3^{[\phi^1]} &\leftarrow M_3^{[\phi^1]} - e_{3jk} (x_j^{[C]} - x_j^{[\phi^1]}) F_k \\ M_3^{[\phi^2]} &\leftarrow M_3^{[\phi^2]} + e_{3jk} (x_j^{[C]} - x_j^{[\phi^2]}) F_k \end{aligned} \quad (2.25)$$

O termo e_{ijk} é o símbolo de permutação definido como:

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{Se 2 índices coincidirem} \\ +1 & \text{Se i, j, k permutarem como 1,2,3} \\ -1 & \text{Nos outros casos} \end{cases} \quad (2.26)$$

2.2.3.2

Modelos de Contato

Os modelos de contato utilizados no DEM são divididos em:

- *Modelos de Rigidez de Contato*, que são modelos constitutivos utilizados para definir os módulos de rigidez empregados na Lei Força-Deslocamento (Item 2.2.3.1);
- *Modelo de Deslizamento de Contato*, que limita a atuação da força cisalhante de contato, levando ao deslizamento;
- *Modelos de Ligação*, que são modelos que utilizam ligações de contato pontuais ou de dimensões finitas para atribuir coesão ao material.

Tanto os modelos de ligação quanto outros modelos constitutivos de contato, como o *Smooth-Joint Model*, o *Simple Ductile Model* e o *Displacement-Softening Model*, não serão abordados no presente trabalho.

O amortecimento mecânico, que pode ou não ser utilizado no contato, será descrito no subitem 2.2.3.4.

Rigidez de Contato

Os modelos de rigidez de contato determinam os módulos de rigidez normal e cisalhante, utilizados no modelo constitutivo de contato para determinar a força de contato, conforme explicado no Item 2.2.3.1.

Os modelos descritos a seguir são o *Modelo Linear* e o *Modelo de Hertz-Midlin*, ambos definidos como modelos de contato padrão no programa PFC e amplamente utilizados em análises de DEM. Considerando as simulações sem modelos de ligação, os modelos de rigidez em questão não permitem força de tração nos contatos, levando a quebra de contato quando a superposição das partículas é igual ou menor do que zero.

- ***Modelo Linear***

O modelo linear de contato é definido apenas pela rigidez normal k_n , e cisalhante k_s , de cada uma das entidades em contato, que agem como *molas de contato* nas direções normal e cisalhante. A rigidez de contato no modelo é obtida considerando que a rigidez de cada entidade em contato age em série. Sendo a rigidez secante normal de contato definida pela equação (2.27).

$$K^n = \frac{k_n^{[A]} k_n^{[B]}}{k_n^{[A]} + k_n^{[B]}} \quad (2.27)$$

E a rigidez tangente cisalhante de contato definida pela equação (2.28).

$$k^s = \frac{k_s^{[A]} k_s^{[B]}}{k_s^{[A]} + k_s^{[B]}} \quad (2.28)$$

Onde os termos [A] e [B] indicam as duas entidades em contato. Como o modelo implica em uma relação elástica linear nos contatos, a rigidez normal tangente das entidades e, conseqüentemente do contato, são constantes para qualquer deslocamento. Com isso é de rápida apreciação a igualdade entre a rigidez normal secante e a rigidez normal tangente, como pode ser verificada na equação (2.29).

$$k^n = \frac{dF^n}{dU^n} = \frac{d(K^n U^n)}{dU^n} = K^n \quad (2.29)$$

- **Modelo de Hertz-Midlin**

Este modelo em contrapartida pressupõe uma relação não-linear de força e deslocamento nos contatos e é definida somente para forças de compressão nos contatos, tornando inviável a utilização da ligação de contato. O Modelo é definido pelos dois parâmetros, Módulo Cisalhante, G [tensão] e coeficiente de Poisson, ν [adimensional].

A rigidez secante normal de contato é obtida pela equação (2.30) e a rigidez tangente cisalhante de contato pela equação (2.31).

$$K^n = \left(\frac{2(\langle G \rangle \sqrt{2\hat{R}})}{3(1 - \langle \nu \rangle)} \right) \sqrt{U^n} \quad (2.30)$$

$$k^s = \left(\frac{2(\langle G \rangle^2 3(1 - \langle \nu \rangle) \hat{R})^{1/3}}{2 - \langle \nu \rangle} \right) |F_i^n|^{1/3} \quad (2.31)$$

Os multiplicadores do raio, Módulo Cisalhante e coeficiente de Poisson empregados nas equações (2.30) e (2.31) são definidos de acordo com a equação (2.32) para contatos entre duas partículas e de acordo com a equação (2.33) para o contato entre partícula e parede.

$$\hat{R} = \frac{2R^{[A]}R^{[B]}}{R^{[A]} + R^{[B]}}$$

$$\langle G \rangle = \frac{1}{2}(G^{[A]} + G^{[B]}) \quad (2.32)$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{2}(v^{[A]} + v^{[B]})$$

$$\hat{R} = R^{[b]}$$

$$\langle G \rangle = G^{[b]} \quad (2.33)$$

$$\langle v \rangle = v^{[b]}$$

A relação entre a rigidez normal secante e tangente é dada pela equação (2.34).

$$k^n = \frac{dF^n}{dU^n} = \frac{3}{2}K^n \quad (2.34)$$

De acordo com Itasca (2008) o Modelo de Hertz-Midlin deve ser usado para problemas onde seja de interesse o valor das ondas de compressão, as quais só seriam devidamente reproduzidas utilizando um modelo não linear de rigidez de contato.

Deslizamento de Contato

O modelo de deslizamento de contato ocorre aplicando uma relação entre a força normal de contato e a força cisalhante. Essa relação é utilizada para limitar a força de cisalhamento a uma força de cisalhamento máxima, na qual, quando essa condição ocorre, é permitido o deslizamento relativo entre contatos. A relação é definida pela equação (2.35), onde μ é o coeficiente de atrito (adimensional) de contato, definido como o menor entre os coeficientes de atrito das duas entidades em contato.

$$F_{max}^s = \mu |F_i^n| \quad (2.35)$$

A equação (2.35), portanto fornece uma relação de resistência de Coulomb como critério de resistência de contato, para os casos sem ligação de contato, e o coeficiente de atrito é determinado como:

$$\mu = \tan \varphi_c \quad (2.36)$$

Com φ_c sendo o ângulo de atrito do contato. Quando esta condição ocorre a força cisalhante máxima é imposta ao contato no próximo ciclo de cálculo.

2.2.3.3

Lei de Movimento

Após serem obtidas as forças e momentos resultantes atuantes em cada partícula é possível por fim o cálculo do movimento. Este movimento é determinado pela segunda lei de Newton para os movimentos translacionais do centro de massa da partícula, que é descrito a partir dos vetores de posição, x_i , de velocidade, \dot{x}_i , e de aceleração, \ddot{x}_i , enquanto o movimento rotacional pode ser descrito através da velocidade angular, ω_3 , e da aceleração angular, $\dot{\omega}_3$.

As equações de movimento podem ser expressas como duas equações vetoriais (Itasca 2008): uma resulta a força resultante da partícula, F_i , com o movimento translacional (equação (2.37)) e a outra relaciona o momento resultante, M_i , com o movimento rotacional (equações (2.38) e (2.39)).

$$F_i = m(\ddot{x}_i - g_i) \quad (2.37)$$

Onde:

m – Massa total da partícula;

g_i – Força de corpo (e. g. força gravitacional).

Através da física de corpos rígidos temos que o momento agindo na partícula é o momento angular da partícula \dot{H}_i , (equação (2.38)).

$$M_i = \dot{H}_i \quad (2.38)$$

Essa relação refere-se a um sistema de coordenadas local ligado ao centro de massa da partícula. Se este sistema local é orientado com os principais eixos de inércia da partícula, então a equação (2.38) se reduz a equação de movimento de Euler (2.39).

$$\begin{aligned} M_1 &= I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\omega_3\omega_2 \\ M_2 &= I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3)\omega_1\omega_3 \\ M_3 &= I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\omega_2\omega_1 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Onde:

I_1, I_2, I_3 – Momentos de inércia principais das partículas;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – Velocidades rotacionais sobre os eixos principais;

$\dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3$ – Acelerações rotacionais sobre os eixos principais;

M_1, M_2, M_3 – Momentos angulares resultantes, referentes aos eixos principais.

Considerado a partícula circular em duas dimensões de raio R , utilizada no presente estudo, com a massa distribuída uniformemente em seu volume, o centro de massa coincide com o centro do disco, cujo eixo permanece fora do plano, i.e. $\omega_2 = \omega_1 = 0$. A equação (2.39) pode ser reduzida à equação (2.40), referenciada com os eixos globais.

$$M_3 = I_3 \dot{\omega}_3 = \left(\frac{1}{2}mR^2\right) \dot{\omega}_3 \quad (2.40)$$

As equações de movimento são integradas pelo DEM, em geral, utilizando o procedimento de diferenças finitas centrais, no qual as acelerações são obtidas pela variação de velocidade entre os tempos $t - \Delta t/2$ e $t + \Delta t/2$, dividida pelo intervalo de tempo. Portanto as acelerações \ddot{x}_i e $\dot{\omega}_i$ são definidas em $t \pm n\Delta t$ e as velocidades \dot{x}_i e ω_3 em $t \pm n\Delta t/2$.

$$\ddot{x}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} (\dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} - \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)}) \quad (2.41)$$

$$\dot{\omega}_3^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} (\omega_3^{(t+\Delta t/2)} - \omega_3^{(t-\Delta t/2)})$$

Inserindo as equações (2.37) e (2.40) e resolvendo a equação (2.41) para $t + \Delta t/2$ resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} &= \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{F_i^{(t)}}{m} + g_i \right) \Delta t \\ \omega_3^{(t+\Delta t/2)} &= \omega_3^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{M_3^{(t)}}{I} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (2.42)$$

Enfim as velocidades obtidas em (2.42) são utilizadas para atualizar a posição do centro da partícula.

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (2.43)$$

2.2.3.4

Amortecimento mecânico

A forma de dissipação de energia em um sistema de partículas rígidas e com um modelo de contato elástico seria somente pela ruptura da *mola de contato* na direção normal ou pela dissipação no deslizamento por atrito de uma partícula na direção tangencial (O'Sullivan, 2011). Segundo Cavarretta, Coop e O'Sullivan (2010), danos às asperezas superficiais e deformações plásticas correspondem a outros mecanismos de dissipação de energia em grãos reais de solo, logo os modelos de contato elásticos utilizados no método são irrealistas.

Uma forma de contornar a falta de amortecimento advento do material real é a utilização de amortecimentos numéricos no DEM.

Segundo O'Sullivan, (2011) enquanto o amortecimento utilizado no método é uma forma de sobrepujar a natureza não física dos modelos de contato, é difícil obter um significado físico ou relacionar a fenômenos físicos os algoritmos de amortecimento utilizados.

O'Sullivan (2011) também aponta que variar o coeficiente de amortecimento pode influenciar significativamente os resultados da análise e recomenda realizar simulações de elementos discretos com valores muito baixos, ou até zero, de coeficientes de amortecimento e verificar a influência deste parâmetro no comportamento do material.

Ng (2006) verifica em suas análises, utilizando o amortecimento viscoso de contato, que a influência da magnitude deste parâmetro não influencia na simulação quase-estática, contanto que a condição de equilíbrio seja mantida durante toda a simulação. Já Suzuki e Kuhn (2014) para o mesmo amortecimento, observaram que este influencia no comportamento macroscópico do material para a condição pós-pico de ensaios biaxiais.

Itasca (2008), em contrapartida, defende a utilização de coeficientes de amortecimento relativamente altos, considerando a forma de amortecimento local, como a abordagem mais apropriada para se chegar ao equilíbrio e conduzir simulações com deformações quase-estáticas para arranjos compactos de partículas. Já para simulações dinâmicas, Itasca (2008) sugere a utilização de um coeficiente baixo de amortecimento local ou a utilização do amortecimento viscoso de contato, e para simulações dominadas por rápidos impactos o mesmo autor defende a consideração do amortecimento histerético. Este último amortecimento citado, não será abordado no presente trabalho.

Amortecimento Global

O amortecimento global foi introduzido por Cundall e Strack (1979) e fazia parte da formulação do programa BALL, precursor do PFC.

Este tipo de amortecimento opera nas velocidades absolutas dos discos e funciona como o efeito de amortecedores ligando cada partícula ao chão. Esses amortecedores atuam nos vetores de velocidade e rotação das partículas, são descritos a partir dos coeficientes de amortecimento C e C^* e são proporcionais à massa e momento de inércia, respectivamente.

$$\begin{aligned} C &= \alpha m \\ C^* &= \alpha I \end{aligned} \tag{2.44}$$

Estes coeficiente atuam na lei de movimento agindo no sentido oposto da força e momento resultantes de cada partícula. Os coeficientes C e C^* são, portanto inseridos nas equações (2.37) e (2.40) resultando na equação (2.45) a seguir.

$$\begin{aligned} F_i &= m(\ddot{x}_i - g_i) + C\dot{x}_i \\ M_3 &= I_3 \dot{\omega}_3 + C^*\omega_3 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Cundall (1987) discute algumas das limitações desta forma de amortecimento proporcional à massa. O autor aponta que este introduz forças de corpo que podem ser errôneas em regiões de fluência e podem influenciar no modo de ruptura. Além disso, essa forma de amortecimento é aplicada igualmente em todas as regiões do modelo, onde, na realidade, diferentes regiões necessitam de diferentes quantidades de amortecimento. A versão 4.0 do PFC não disponibiliza esta forma de amortecimento para as simulações.

Amortecimento Local

Esta forma de amortecimento introduzida por Cundall (1987) é, talvez, a forma mais corrente utilizada por analistas de DEM e também considerada como amortecimento padrão no PFC. O Amortecimento Local é proporcional à força resultante que age em cada partícula causando aceleração, de forma a amortecer somente o modo vibratório da força. Desta forma é possível amortecer igualmente regiões da amostra com períodos naturais diferentes, utilizando a mesma constante de amortecimento.

Segundo Itasca (2008), por esta forma amortecer somente os movimentos de aceleração das partículas, não existem forças errôneas de amortecimento surgindo de movimentos permanentes e a dissipação de energia não depende do intervalo de tempo em que o ciclo de cálculo é executado.

As equações de movimento amortecidas, em duas dimensões, podem então ser descritas como:

$$\begin{aligned} \bar{F}_i + D_i &= M_i \bar{A}_i \quad i = 1 \dots 3 \\ M_i \bar{A}_i &= \begin{cases} m \ddot{x}_i & \text{Para } i = 1, 2 \\ I \dot{\omega}_3 & \text{Para } i = 3 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.46)$$

Onde \bar{F}_i, M_i e \bar{A}_i são os componentes generalizados de força, massa e aceleração, respectivamente; \bar{F}_i inclui a contribuição da força gravitacional e D_i é a força de amortecimento obtida através da equação (2.47).

$$\begin{aligned} D_i &= -\alpha |\bar{F}_i| \text{sign}(\bar{V}_i) \quad i = 1 \dots 3 \\ \text{sign}(y) &= \begin{cases} +1 & \text{Se } y > 0 \\ -1 & \text{Se } y < 0 \\ 0 & \text{Se } y = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Onde \bar{V}_i é o componente generalizado de velocidade e α é a constante de amortecimento adimensional.

$$\bar{V}_i = \begin{cases} \dot{x}_i & \text{Para } i = 1, 2 \\ \dot{\omega}_i & \text{Para } i = 3 \end{cases} \quad (2.48)$$

Segundo Itasca (2008) o parâmetro de amortecimento α pode ser relacionado com a fração de amortecimento crítico, D , pela equação (2.49), a seguir.

$$D = \alpha / \pi \quad (2.49)$$

Para o valor padrão de $\alpha = 0,7$ utilizado no programa PFC, por exemplo, a fração de amortecimento crítico é de aproximadamente 22%.

Amortecimento Viscoso

O amortecimento viscoso de contato se utiliza de amortecedores nas direções normal e cisalhante, agindo em paralelo em cada contato juntamente com o modelo de rigidez selecionado.

Uma força de amortecimento é adicionada à força de contato, definida conforme a equação (2.50). Como esse amortecimento age no contato, o índice i , neste subitem, indica as direções normal e cisalhante.

$$D_i = c_i |V_i| \quad (2.50)$$

Onde c_i é a constante de amortecimento, V_i é a velocidade relativa do contato e a força de amortecimento age na direção inversa ao movimento. A constante de amortecimento, por sua vez é especificada como uma razão do amortecimento crítico.

$$c_i = \beta_i c_i^{crit} \quad (2.51)$$

Onde β_i é a razão de amortecimento crítico e c_i^{crit} é a constante de amortecimento crítico, que por sua vez pode ser obtida pela equação (2.52).

$$c_i^{crit} = 2m\omega_i = 2\sqrt{mk_i} \quad (2.52)$$

Onde ω_i é a frequência natural do sistema não amortecido, k_i é a rigidez tangencial de contato e m é a massa efetiva do sistema, que no caso do contato entre partícula e parede é definida como a massa da partícula e no caso do contato entre duas partículas é dada pela equação (2.53).

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.53)$$

O amortecimento viscoso é inserido nas equações de movimento da partícula a partir da equação (2.54), na qual $\sum D_i$ é o somatório das forças de amortecimento atuando na partícula e $M_3^{(t)}$ agora inclui a contribuição das forças de amortecimento na soma dos momentos.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} &= \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{F_i^{(t)} + \sum D_i}{m} + g_i \right) \Delta t \\ \omega_i^{(t+\Delta t/2)} &= \omega_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{M_3^{(t)}}{I} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (2.54)$$

2.2.3.5

Verificações de contínuo

As diferenças entre tensão em um meio contínuo e um meio descontínuo foi objeto de diversos estudos e é um conhecimento já amplamente difundido (e.g. Lambe e Whitman, 1979 e Mitchell, 2005). O conceito de tensão em um ponto não se aplica, pois as forças de contato entre partículas podem variar bastante entre pontos do meio. No DEM, onde em grande parte das vezes é necessário aumentar o diâmetro do grão em comparação ao modelo físico que se quer analisar, esta diferença torna-se ainda mais acentuada.

Logo, para se avaliar parâmetros como tensão e deformação e realizar uma relação com um meio contínuo é necessária a escolha de um volume representativo. A tensão e taxa de deformação são obtidos nestes volumes a partir das forças de contato e dos deslocamentos, respectivamente, calculados pelas equações expostas nos itens anteriores. Por sua vez, a porosidade é obtida pela consideração dos volumes ocupados pelas partículas e pelos vazios. Maiores informações sobre discussões e formulações para a obtenção desses parâmetros, podem ser verificados em Itasca (2008) e O'Sullivan (2011).

A escolha do tamanho dos volumes representativos também representa um ponto importante a ser analisado. Com dimensões pequenas, os parâmetros medidos podem variar significativamente entre volumes próximos, enquanto que se uma dimensão muito grande for selecionada, podem-se esconder importantes variações destes parâmetros no modelo.

Por exemplo, Schmitt e Karzenbach (2006) justificam a dispersão dos valores de tensão obtidos em suas análises à relação elevada entre o diâmetro das partículas e o diâmetro das esferas de controle, consideradas como volumes representativos. Já Butlanska et al. (2009) apresentam um estudo sobre a variação dos parâmetros medidos para cada tamanho do volume representativo com o intuito de escolher um tamanho mínimo a utilizar em suas simulações.

2.2.4 Geração do modelo

O processo de geração do modelo em uma simulação de elementos discretos, em geral, constitui uma tarefa bastante desafiadora, como ressaltado por Bagi (2005), O'Sullivan (2011), Calvetti, Viggiani e Tamagnini (2003), entre outros. Diferente de outros métodos de modelagem numérica do contínuo, como elementos finitos, as condições iniciais do modelo não podem ser diretamente impostas na simulação.

Como explicitado por O'Sullivan (2011), uma simulação com elementos discretos é uma análise transiente, na qual a resposta do sistema em pontos discretos no tempo é obtida baseando-se no estado anterior do sistema. Condições iniciais, como densidade da amostra, anisotropia do estado de tensão e anisotropia da textura do material são propriedades conhecidas por afetarem o comportamento de solos e outros materiais granulares (e.g. Lambe e Whitman, 1979 e Mitchell, 2005). Portanto, a geração de um arranjo inicial que especifique e verifique estas e outras condições são da mesma importância que as condições de contorno a serem analisadas.

Existem diversas formas de geração de amostras no Método de Elementos Discretos, como discute O'Sullivan (2011) e a melhor forma depende do problema em questão. Bagi (2005) apresenta uma revisão das abordagens existentes até o momento, separando estas em dois grandes grupos: *Técnicas dinâmicas* e *Algoritmos construtivos*.

As denominadas *técnicas dinâmicas* apresentam os métodos nos quais, para geração do modelo, são utilizados ciclos de cálculos como apresentados no item 2.2.3, a fim de trazer a amostra a um estado de equilíbrio estático. O grupo dos *algoritmos construtivos*, por sua vez, contém os métodos nos quais as partículas são criadas uma a uma de forma a gerar um estado denso de arrumação. Neste caso, as amostras são geradas baseadas somente em cálculos geométricos sem simular a dinâmica do movimento de partículas (Bagi 2005).

Usualmente, os procedimentos de geração de modelos para análises no DEM utilizam técnicas dinâmicas. Entre estas, as mais comuns são técnicas de deposição, expansão radial ou compactação da amostra.

Da mesma forma que um meio granular real, o modelo utilizado no DEM é sensível ao histórico de tensões, conforme verificado, por exemplo, por Huang e Ma (1994) para simulações do processo de penetração. Portanto, é aconselhada uma geração monotônica do estado de tensão da amostra, como sugere O'Sullivan (2011). Conforme destacado por Itasca (2008) é impossível obter simultaneamente valores determinados de porosidade e tensão isotrópica, independente do processo de geração de modelo utilizado. Desta forma, para ter um controle maior dessas condições, torna-se necessária a utilização de outros procedimentos em conjunto com o processo de geração, como por exemplo, a variação do atrito entre as partículas (e.g. Cundall, 1987; Barreto, O'Sullivan e Zdravkovic, 2008 e Butlanska et al. 2014)

Chareyre e Villard (2003) e Salot, Gotteland e Villard (2009) também utilizam a variação do atrito nas suas simulações através do método REFD (*Radius Expansion – Friction Decrease*), que será descrito no subitem 2.2.4.5.

2.2.4.1

Geração aleatória

Os procedimentos dinâmicos citados acima necessitam primeiramente de uma geração aleatória das partículas. Nessa etapa da geração do modelo as partículas são criadas no domínio pela seleção aleatória de duas variáveis: a posição do centro da partícula e o raio, sendo que este deve estar dentro do intervalo especificado. Se as variáveis selecionadas para a criação de uma partícula resultarem na superposição desta com outra partícula ou com uma parede, a posição selecionada é considerada inviável. A geometria da partícula é mantida e a posição do centroide é variada novamente (por um número limitado de tentativas) até que seja encontrada outra posição. Este procedimento é repetido diversas vezes até que todas as partículas sejam geradas ou até não existirem mais posições viáveis no domínio selecionado.

Por não permitir superposição, a geração aleatória resulta, essencialmente, em uma “nuvem” de partículas sem contato, conforme apontado por O'Sullivan (2011). Mesmo aumentando o número de tentativas para geração das partículas existe um limite a partir do qual esse fator tem pouco efeito sobre a densidade da amostra, conforme ilustrado na Figura 2.9.

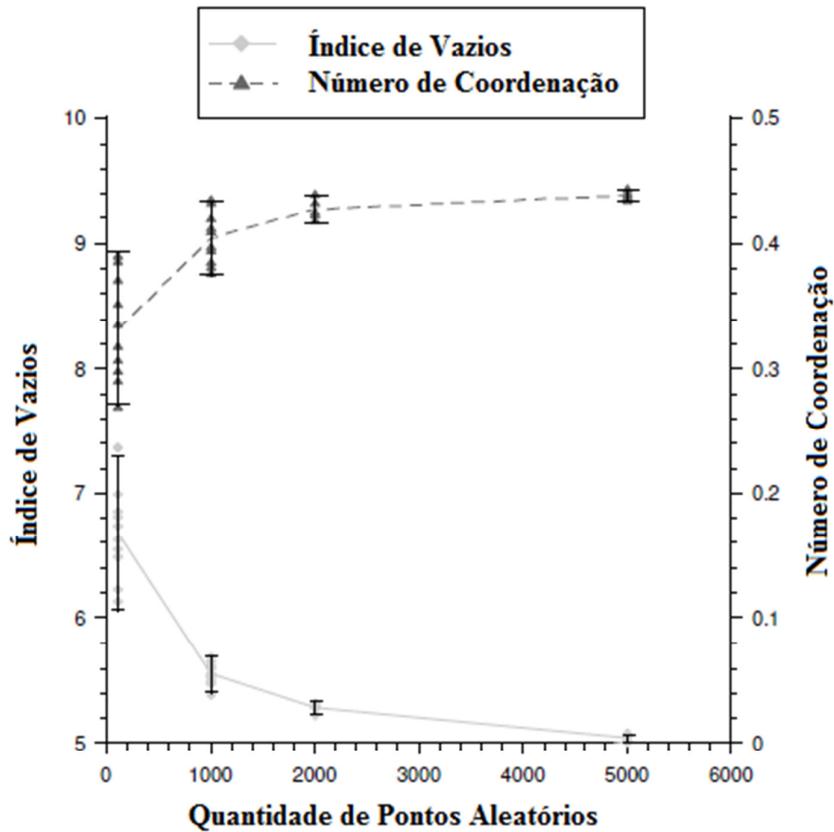


Figura 2.9 - Variação da densidade da amostra com número de tentativas de inserir partículas (adaptado de Cui e O'Sullivan 2003)

A Figura 2.9. mostra que, a partir de um certo número de tentativas, nem o índice de vazios e nem o número de coordenação apresentam alterações significativas. Sendo o número de coordenação definido pelo a quantidade média de contatos por partículas dentro de um determinado volume.

Utilizando a geração aleatória é possível também especificar diversos intervalos, cada um representando uma fração das partículas geradas, como explicado em Itasca (2008). A partir deste procedimento, é possível gerar uma distribuição de partículas similar à distribuição granulométrica de um solo, por exemplo, discretizando a curva em trechos, e em cada trecho utilizando uma distribuição linear dos raios.

2.2.4.2

Técnicas de deposição

As técnicas de deposição consistem na criação de partículas em alguma altura acima do domínio final da análise e em seguida permitir que estas "caiam" aplicando uma força de corpo vertical (O'Sullivan 2011). Apesar de ser a abordagem que mais se assemelha à formação natural de sedimentos e à preparação de amostras de solos granulares em laboratório (e. g. Lambe e Whitman 1979), esta apresenta como desvantagem um alto custo computacional. Isto ocorre principalmente devido a grandes movimentos e colisões de partículas, o que torna necessária uma atualização constante da lista de contatos.

Bagi (2005), utilizando este procedimento de geração de amostra, obteve um tempo de simulação três ordens de grandeza maior em comparação com alguns métodos de algoritmos construtivos.

2.2.4.3

Compactação da amostra

O método de compactação é realizado pelo movimento das paredes que limitam o domínio, em direção ao centro da amostra, até que a porosidade ou estado de tensões desejado seja obtido.

O'Sullivan (2011) aponta a necessidade de aplicar velocidades suficientemente pequenas nas paredes para garantir um estado de equilíbrio. Caso contrário, o estado de tensões medido seria obtido por um efeito dinâmico, realizado pelas ondas de compressão que se moveriam pelo sistema.

Itasca (2008) apresenta três desvantagens deste procedimento, que seriam:

- Perda da geometria inicial das paredes;
- Convergência lenta para o equilíbrio, pela necessidade dos distúrbios se propagarem dos limites para o centro do modelo;
- Distribuição não uniforme no modelo, pois diferentes partes do sistema compactam em velocidades distintas.

Apesar destas desvantagens, processo de compactação pode ser utilizado de forma eficiente para geração de um modelo em conjunto com outros procedimentos. Barreto, O'Sullivan e Zdravkovic (2008) e Butlanska et al. (2014) utilizaram o método de expansão radial e posteriormente a variação de atrito em conjunto com a compactação da amostra para obter os valores desejados de porosidade e tensão isotrópica.

2.2.4.4

Expansão radial

Uma das formas frequentemente utilizada por diversos pesquisadores para a geração do modelo no DEM, sozinha ou associada com algum outro procedimento, é o método de expansão radial (e.g. Arroyo et al., 2011; Calvetti, Viggiani e Tamagnini, 2003; Cavarretta, Coop e O'Sullivan, 2010; Kruyt e Rothenburg, 2006; Mcdowell, Falagush e Yu, 2012; Salot, Gotteland e Villard, 2009, entre outros).

Esse processo consiste na multiplicação de todos os raios das partículas por um fator, α (onde $\alpha > 1$), após a geração aleatória, de forma a aumentar a compacidade da amostra. Isto permite que as partículas se reorganizem, dentro de paredes confinantes, até chegarem a uma configuração final em equilíbrio.

Segundo Itasca (2008), essa metodologia é a forma mais simples e robusta para se produzir uma amostra compacta. Como todas as partículas são expandidas pelo mesmo fator, espera-se que as condições sejam similares em toda a amostra, resultando em um modelo isotrópico e uniforme.

O'Sullivan (2011) recomenda que a expansão radial seja feita por etapas e sugere a utilização de uma expressão para o fator de expansão α :

$$\alpha = 1,0 + \frac{\beta}{n^\gamma} \quad (2.55)$$

Onde:

β – número positivo $< 1,0$;

n – número de etapas de expansão;

γ – número $\geq 1,0$.

Dessa forma os raios das partículas são expandidos por um fator cada vez menor enquanto o processo de expansão continua. Esse procedimento, então, pode continuar até que uma porosidade específica seja encontrada, ou um estado de tensão desejado seja atendido. O processo termina quando a diferença entre o valor medido e especificado esteja dentro de uma tolerância arbitrada, seja este tensão isotrópica ou porosidade.

Itasca (2008) aponta que, após cada etapa da expansão radial, os ajustes que as partículas devem realizar são locais já que todas as partes da amostra são afetadas igualmente. Desta forma esse processo necessita de um tempo menor para se alcançar o equilíbrio em comparação à compactação da amostra, descrita anteriormente, e, diferente deste, mantém a configuração inicial do modelo.

Potyondy e Cundall (2004) utilizam a expansão radial para alcançar o estado de tensões desejado a partir de uma formulação para o fator de expansão das partículas, α , indicada na equação (2.56).

$$\alpha = \frac{\lambda V \Delta \sigma_0}{\sum_{N_p} \sum_{N_c^{(p)}} R^{(c,p)} K^{n(c,p)} \Phi^{(c,p)}} \quad (2.56)$$

Onde:

V – Volume da região considerada;

$\Delta \sigma_0$ – Diferença entre a tensão média atual e a desejada;

N_p – Número total de partículas no sistema;

$N_c^{(p)}$ – Número de contatos associada à partícula p ;

$R^{(c,p)}$ – Distância do centroide da partícula p para o contato c ;

$K^{n(c,p)}$ – Rigidez normal do contato c ;

$\Phi^{(c,p)}$ – Comprimento do vetor normal de contato;

λ – Dimensão do sistema, 2 para duas dimensões e 3 para três dimensões.

Nesta equação a configuração e a rigidez dos contatos são consideradas, relacionando o estado microscópico das partículas com o estado macroscópico da amostra. Essa mesma metodologia é descrita por Itasca (2008) e indicada para o controle do estado de tensões isotrópico do modelo. A tensão média, σ_0 , é assumida como a tensão isotrópica e dada por:

$$\sigma_0 = \frac{1}{\lambda} \sigma_{kk} \quad (k = 1, \dots, \lambda) \quad (2.57)$$

2.2.4.5

REFD – Radius Expansion – Friction Decrease

O processo REFD (Radius Expansion – Friction Decrease) foi desenvolvido por Chareyre e Villard (2003) em duas dimensões para o controle da porosidade do modelo, mantendo um estado de tensões constante. Posteriormente, este procedimento foi aperfeiçoado por Salot, Gotteland e Villard (2009) para suas análises de ensaios biaxiais em três dimensões.

O método consiste na geração da amostra, com os parâmetros de contato e geométricos (raios e formatos de partículas) através da expansão radial em etapas, até ser obtida uma tensão isotrópica (baixa em relação aos valores de tensão utilizados no problema de contorno), computada pelas paredes do modelo. Esse processo resulta em uma porosidade inicial considerada como porosidade mínima. Após a estabilização do modelo na porosidade máxima, são aplicadas sucessivas etapas, nas quais o atrito entre as partículas é diminuído e a expansão radial é aplicada novamente até ser alcançado monotonicamente o mesmo valor de tensão isotrópica. O modelo é criado aplicando uma taxa pequena de diminuição de atrito entre partículas, por etapas, até o atrito chegar a zero, onde a porosidade mínima é obtida. O estado final da amostra no REFD é, portanto, análogo ao estado inicial, pois é atingido a partir de um aumento homogêneo dos raios de todas as partículas.

Salot, Gotteland e Villard (2009) consideraram algumas formas de partículas, obtidas por aglomerados de 1 a 4 esferas de mesmo diâmetro, classificadas pela angulosidade definida na equação (2.58). Os parâmetros de contato e a forma das partículas utilizados na calibração são definidos antes da geração do modelo e a porosidade máxima é obtida pelo primeiro estágio de expansão radial, com o atrito inicial previamente definido.

$$ang = \frac{d}{2R} \quad (2.58)$$

Onde d é a distância entre o centro das esferas do aglomerado e R é o raio. Com os valores de porosidade máxima e mínima o valor necessário para obter a compacidade relativa desejada pode ser definido de forma análoga ao método utilizado usualmente para mecânica dos solos (e.g. Lambe e Whitman, 1979).

Enquanto que diversos autores discutem a influência das características dos grãos nas determinações das densidades relativas (e.g. Houlsby, 1991, Gui e Bolton, 1998, Salot, Gotteland e Villard, 2009, Mitchell, 2005, entre outros), grande parte das abordagens de geração de modelos em elementos discretos, para comparação com amostras reais, consiste em reproduzir a mesma porosidade do material em questão, enquanto que o REFD permite um controle e a obtenção da mesma densidade relativa do material, sem necessariamente obter a mesma porosidade.

Ambos os procedimentos aparentam gerar bons resultados em simulações de ensaios triaxiais para calibração do material (e.g. Salot, Gotteland e Villard, 2009 Butlanska et al., 2009, Widulinski, Kozicki e Tejchman, 2009, Calvetti; Viggiani; Tamagnini, 2003, entre outros).

Apesar de, a princípio, não existir uma comparação entre as influências dessas duas abordagens em outros problemas de contorno, a determinação de uma porosidade específica do modelo relacionada a uma compacidade relativa se mostra mais coerente com as constatações experimentais.

2.2.4.6

Condições de Equilíbrio da Amostra de Partículas do DEM

Conforme explicado no item 2.2.3, o processo de cálculo no DEM é realizado considerando o movimento de cada partícula do sistema, definido pela sua velocidade e aceleração. Essa interação entre partículas no método é um processo dinâmico e por ser tratado de forma explícita pelo programa PFC (e diversos outros) é necessário um critério para se considerar o equilíbrio do modelo utilizado. Este critério é necessário tanto para o início das simulações quanto para possíveis estágios subsequentes de equilíbrio estático, dependendo do problema de contorno a ser modelado.

Kuhn (2006), por exemplo, explicita que é necessário um "período de quietude" para permitir que o arranjo inicial de partículas chegue próximo a um estado de equilíbrio, o que se traduz na realização de uma série de ciclos de cálculo, mesmo procedimento recomendado por O'Sullivan (2011).

Rowe (1962), no seu artigo clássico, também cita a necessidade de um período de relaxação onde as partículas possam se equilibrar na sua condição existente, variando o tempo de acordo com as cargas aplicadas e tensões existentes, condizente com a questão numérica do DEM.

Itasca (2008) indica que este estado ocorre quando as forças internas do sistema se equilibram. Portanto, a força resultante de cada partícula (também chamada de "força desbalanceada") poderia ser considerada para avaliar esta condição, indicando que, quando essa força for pequena o suficiente, a partícula poderia ser considerada em repouso. Este parâmetro, no entanto, é muito subjetivo para ser analisado, sendo difícil a escolha de um valor único que possa ser considerado para força resultante da amostra em equilíbrio, conforme aponta O'Sullivan (2011).

O manual do PFC sugere algumas equações para avaliar o estado de equilíbrio do sistema, como por exemplo, considerar a força máxima resultante do modelo sobre a média das forças de contato (equação(2.59) e considerar a força média resultante entre cada partícula sobre a média das forças de contato (equação(2.60).

$$S = F_{max}^d / \sum_{i=1}^{nc} F_i^c \quad (2.59)$$

$$S = \sum_{i=1}^{np} F_i^d / \sum_{i=1}^{nc} F_i^c \quad (2.60)$$

Onde:

F_{max}^d – Força máxima desbalanceada;

F_i^c – Força normal do contato i;

F_i^d – Força desbalanceada da partícula i;

np – Número total de partículas do sistema;

nc – Número total de contatos do sistema.

Itasca (2008) recomenda considerar a força desbalanceada máxima com um valor de $S \leq 10^{-3}$ como critério de equilíbrio estático do sistema. Ng (2006) propõe outro critério de equilíbrio, utilizado também por outros pesquisadores (e.g. Suzuki e Kuhn, 2014), que define um índice, I_{uf} , para considerar a força desbalanceada, apresentado na equação (2.61) e considera que com $I_{uf} \leq 0,01$ o modelo esteja equilibrado.

$$I_{uf} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{np} (F_i^d)^2 / np}{\sum_{i=1}^{nc} (F_i^c)^2 / nc}} \quad (2.61)$$

Alternativamente, como sugerido por O'Sullivan (2011), o estado de tensões do modelo e o número de contatos podem ser observados nas simulações, onde o estado de equilíbrio seria obtido quando estes parâmetros se mantiverem constantes.

2.2.5 Relação entre micro e macro parâmetros

Em modelagens computacionais contínuas de materiais discretos, a relação entre as propriedades do modelo e o comportamento dos materiais é definida *a priori* e diretamente aplicada no modelo. Essas propriedades são obtidas a partir de ensaios experimentais e da aplicação de modelos constitutivos e não são necessariamente parâmetros intrínsecos do material. No método dos elementos discretos, o comportamento macroscópico do material é obtido pelas interações entre partículas da mesma forma que um material granular. Apesar do constante avanço das capacidades computacionais, algumas restrições como, formato e tamanho das partículas e modelos simplificados de contato, geralmente serão empregados nas simulações. Este fato torna necessária portanto, a calibração do modelo contra ensaios experimentais.

Mesmo considerando essas restrições, Calvetti e Nova (2005) apontam que dessa forma é possível, a partir da calibração de poucos parâmetros de contato, a representação do comportamento complexo de materiais granulares, transpassando a necessidade de modelos constitutivos.

Diferentemente de rochas cristalinas, para as quais os parâmetros macroscópicos podem ser bem definidos a partir das ligações paralelas e de contato (e.g. Itasca, 2008 e Potyondy e Cundall, 2004), para materiais não coesivos esse procedimento ainda é fonte de algumas discussões.

Além dos parâmetros do modelo de contato escolhido, outras características da amostra são conhecidas por influir nas propriedades mecânicas do material. Da mesma forma que solos granulares reais têm seu comportamento relacionado com propriedades como, porosidade ou compacidade relativa, curva granulométrica e angulosidade dos grãos (e.g. Bolton, 1986; Lambe e Whitman, 1979; Mitchell, 2005; Rowe, 1962, entre outros) o mesmo se aplica aos elementos discretos.

Itasca (2008) aponta que a resistência de um material não coesivo no DEM é controlada pela distribuição do tamanho de partículas, porosidade e coeficiente de atrito, enquanto que O'Sullivan (2011) discute que o arranjo inicial dos grãos do modelo pode ter um grande efeito no comportamento do material.

No entanto a forma idealizada de partículas, utilizada pelo método se traduz talvez na maior dificuldade de obter uma correlação entre os parâmetros micro e macroscópicos do modelo. Salot, Gotteland e Villard (2009) e outros autores atribuem ao mecanismo de rolamento a incapacidade de elementos esféricos e circulares de reproduzir quantitativamente a resistência ao cisalhamento de um solo granular, pois na realidade os grãos têm formatos não convexos que permite a transferência do momento entre partículas. Oda e Iwashita (1999) defendem que, sem considerar uma resistência à rotação no modelo, não é possível obter parâmetros de resistência reais em uma simulação de elementos discretos.

Publicações mais antigas, que continham processos de calibração, considerando partículas idealizadas tanto em 2D (Hainbüchner et al., 2003 e Chareyre e Villard, 2003), quanto em 3D (Achmus e Abdel-Rahman, 2003), utilizaram valores irrealistas de coeficiente de atrito em seus modelos, superiores a 10 (ângulo de 84°), para obter uma resistência próxima aos valores experimentais. Enquanto que Jiang, Yu e Harris (2006) utilizaram o coeficiente de atrito de 0,5 e justificaram o valor baixo de resistência ao cisalhamento obtido pela liberdade do rolamento das partículas.

As principais formas encontradas de transpor essa limitação do método foram a incorporação de uma resistência ao rolamento no modelo de contato (e.g. Oda e Iwashita, 1999), a consideração de formas de partículas não convexas, utilizando partículas não esféricas (e.g. Ng, 2006 e Suzuki; Kuhn, 2014), ou aglomerados de partículas (e.g. Das, 2007 e Salot, Gotteland e Villard, 2009), ou simplesmente impedindo a rotação das partículas no modelo (e.g. Butlanska et al., 2009; Calvetti, Viggiani e Tamagnini, 2003).

Salot, Gotteland e Villard (2009) defendem que partículas geradas a partir de aglomerados, como as utilizadas em seu modelo, permitem a consideração da rugosidade real dos grãos. Zhou et al. (2013), comparando resultados de simulações de ensaios biaxiais entre partículas não circulares e modelos de resistência a rotação, concluíram que apesar de ambas abordagens apresentarem maior resistência ao cisalhamento e dilatação, existem diferenças nos comportamentos micromecânicos e que os modelos de contato incluindo a resistência a rotação não reproduzem adequadamente o comportamento do material devido à rugosidade da superfície de partículas reais.

Apesar destas conclusões, a utilização de partículas não esféricas aumenta consideravelmente o tempo de simulação (e.g. McDowell, Falagush e Yu, 2012) e, portanto, a utilização de modelos de resistência ao rolamento ou impedir completamente a rotação das partículas ainda são mais atrativos em muitos casos.

Outros fatores como velocidade de deformação e tipo e valor do coeficiente de amortecimento mecânico considerado também podem ter efeitos significativos nas respostas do modelo utilizado (e.g. Ng, 2006 e Suzuki e Kuhn, 2014).

2.2.6

Comparação entre as condições de 2 e 3 dimensões

A escolha da simulação entre duas e três dimensões em elementos discretos vem acompanhada não somente de uma decisão de tempo computacional, mas também de mudanças importantes nas respostas a serem obtidas. A modelagem numérica em 3D aumenta os graus de liberdade e a detecção de contatos aumentando bastante o tempo computacional para realização dos ciclos de cálculos, como discute O'Sullivan (2011).

Além deste fator, para simular o mesmo tamanho de partícula em 3D é necessário uma quantidade bastante superior à quantidade utilizada no modelo 2D, levando a uma escolha de aumentar o tamanho das partículas e prejudicar às respostas das simulações ou lidar com um tempo computacional ainda maior.

Pelas equações de movimento e força-deslocamento do método de elementos discretos em duas dimensões, apresentadas anteriormente, é de se esperar que as restrições impostas por esta forma de simulação ocasionem efeitos nas respostas dos modelos sob diferentes condições de contorno. Como a dimensão fora do domínio não é considerada na formulação do método, a condição final de cada modelo de simulação não pode ser considerada como estado plano de deformação e nem estado plano de tensão, mas sim uma interação de "bastões" de mesmo comprimento interagindo entre si em apenas dois eixos no espaço.

Por conta dessas restrições de movimento, Kuhn (2006), a partir de simulações em elementos discretos, tanto em 2 quanto em 3 dimensões, aponta que a resistência em aglomerados de esferas em 3 dimensões é consideravelmente superior ao aglomerados de círculos em 2 dimensões, sob condições de compressão.

Do ponto de vista experimental, Bolton (1986) discute que as condições triaxiais permitem uma liberdade de movimento diferente de condições de estado plano de deformações esperando-se que, com esta maior liberdade, o aumento de resistência devida à dilatação em solos granulares seja menos pronunciado. Nesta mesma linha, Huang e Ma (1994) apontam que os efeitos de contorno e as restrições das simulações em 2D no DEM são bem mais severas em comparação às condições 3D.

McDowell, Falagush e Yu, (2012) discutem que as limitações dos modelos de discos do DEM impedem comparações quantitativas com ensaios experimentais, adicionando que as restrições cinemáticas impostas nas simulações em 2D são completamente diferentes das verificadas em materiais granulares reais.

Em contrapartida, Jiang et al. (2014) apresentam três argumentos em defesa da simulação em duas dimensões, sendo elas: que as duas condições, 2D e 3D, de partículas obedecem às mesmas leis como sistemas mecânicos; que é esperado o mecanismo de movimento de partículas, obtido pelas simulações em duas dimensões, ter uma forma similar às simulações em três dimensões; e que o DEM em 2D provou ser eficiente em descrever o comportamento do solo qualitativamente em inúmeros estudos.

2.3

Aplicações do DEM para os mecanismos de penetração e prova de carga

O potencial de simulação dos processos de penetração pelo método dos elementos discretos já é reconhecido há algum tempo, principalmente devido à facilidade com que o DEM trata problemas de grandes deformações e sem necessitar de complicados modelos constitutivos para a interação entre o solo e o penetrômetro.

Possivelmente a primeira aplicação do método de elementos discretos para problemas de penetração profunda foi apresentada por Huang e Ma (1994). Nas suas simulações foi realizada uma série de investigações de penetração para investigar o efeito do histórico de tensões, analisando a condição de $OCR = 1$ e $OCR = 10$. O cone utilizado era composto de paredes rígidas e por hipótese de simetria do modelo gerado, foi considerado metade do domínio para as análises. Para evitar efeitos de borda e não empregar um número inviável de partículas, foram utilizados elementos de contorno, com propriedades elástico-lineares, com os quais foi verificado que a partir de uma distância de $16R$ não havia mais interferência destes nos resultados obtidos para suas análises, considerando uma velocidade do cone de 20 cm/s e 12000 partículas.

Seus estudos indicaram que tanto o mecanismo de penetração quanto a dilatância do material granular são afetados pelo histórico de carregamento e que apesar das limitações da simulação em duas dimensões seus valores de resistência de ponta (q_c) e razão de atrito (FR) apresentaram a classificação de areia pelo gráfico simplificado de Robertson e Campanella (1983).

Tanaka et al. (2000) investigaram a capacidade do método de representar a deformação do solo pelo processo de penetração. Para tal foi realizada uma campanha experimental de penetração de barra em um solo areno siltoso e seu resultado foi comparado com um modelo em duas dimensões simplificado, com poucas partículas e parâmetros de contato arbitrários. Nas simulações foi variado o coeficiente de atrito entre a estaca e o solo e verificado qual atrito melhor comparava as deformações no modelo com seus resultados experimentais, como apresentado na Figura 2.10. Suas curvas de resistência de ponta na cravação foram comparadas com um ensaio experimental realizado com esferas de alumínio e os autores verificaram um comportamento parecido, apesar de valores numéricos bem menores, o que pode ser facilmente explicado pelas condições de rotação de partículas e resistência da amostra indicadas no item 2.2.4.6.

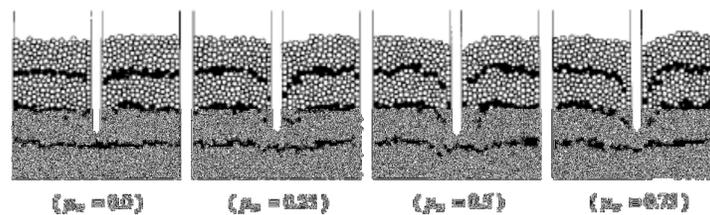


Figura 2.10 – Efeito do coeficiente de atrito entre estaca e partícula (Tanaka et al. 2000)

O primeiro trabalho a utilizar o método para avaliar o processo de penetração e simular o ensaio de prova de carga estática foi Mörchen e Walz, (2003). O método utilizado para o ensaio foi de simular a prova de carga por um segmento de 30° do cilindro utilizado como domínio do modelo, considerando a hipótese de simetria radial.

A estaca foi modelada por uma série de partículas de 2mm de raio conectadas por uma ligação de contato com alta resistência e realizando acréscimos de força no topo da estaca de 10N para a obtenção da curva de carga recalque. A partir dos resultados obtidos, foi concluído que a simulação mostra características qualitativas da curva *carga aplicada x recalque* e observaram um possível efeito de arqueamento no solo. Mas apesar do ângulo de atrito macroscópico do modelo ter sido calibrado tanto para ensaios triaxiais como para uma condição de empuxo ativo e de, a princípio, se propor a ter uma relação quantitativa de resultados, foi obtida uma carga maior para o recalque esperado. Os autores justificaram o resultado pela alta densidade da amostra, mas outra possível explicação seria pela rugosidade imposta na parede da estaca, que era

formada por partículas ao invés de paredes, tendo seu comportamento regido pelo atrito lateral, o que segundo Fellenius (1999) explicaria o comportamento assintótico da curva obtida.

Campos et al. (2005) simularam exemplos ilustrativos de cravação de estaca em 2D variando o formato da ponta entre cônico e reto com uma investigação micromecânica, investigando o incremento de velocidade das partículas ao longo do processo de cravação como um indício para o mecanismo de ruptura.

Calvetti e Nova (2005) investigaram as influências de parâmetros de contato e estados de densidade da amostra na curva de resistência de ponta, comparando com os referentes parâmetros macroscópicos de ângulo de atrito e rigidez obtidos pela calibração do material. Para suas simulações foi utilizado o PFC2D com 10.000 partículas consideradas. Entre os seus resultados obtidos, foi verificada uma grande influência do ângulo de atrito macroscópico no resultado de resistência de ponta, enquanto que a variação da rigidez de contato e da rigidez macroscópica do material não resultaram em grandes alterações nos valores encontrados, diferente de outros resultados utilizando elementos finitos.

Lobo-Guerrero e Vallejo, (2005) investigaram a influência da quebra de grãos no processo de cravação. Utilizando um modelo simplificado de quebra de grãos, em duas dimensões, desenvolvido pelos mesmos, os autores verificaram nos seus resultados uma diminuição da resistência de ponta e um alívio de tensões nas paredes da estaca e conseqüentemente uma redução do atrito lateral, ambos os resultados decorrentes da quebra de partículas, o que condiz com os resultados experimentais verificados até então.

Como continuação do trabalho anterior, Lobo-Guerrero e Vallejo (2007) consideraram a influência da forma da estaca e da inserção de estacas vizinhas na quantidade de quebra de grãos e resistência a penetração. A relação B/d_{50} (d) utilizada foi de 5, abaixo do 10 e 20 sugerido por Bolton e Gui, (1993). Como conclusão, foi observada uma maior quebra de grãos para a estaca de ponta fechada com formato reto e também um aumento da quebra de partículas na inserção da segunda estaca, com um espaçamento de três vezes o diâmetro. A razão atribuída para esta última conclusão foi devido à compactação do solo ao redor da primeira estaca o que aumentaria a resistência à penetração do solo e, portanto, causaria a maior quebra de grãos verificada.

Isso é um possível fator físico para a ocorrência deste fenômeno em resultados experimentais, porém existem dois fatores não considerados nas suas análises, primeiro a porosidade não foi verificada nas simulações, logo não se sabe se houve a compactação da amostra depois da instalação da primeira estaca. O segundo fator é devido à primeira estaca a ser inserida não ter sido descarregada e, portanto não ocorrendo o alívio de tensões no modelo, como será apresentado no item 4.4, o que levaria a segunda cravação começar em um estado de tensões possivelmente superior à primeira, sendo esta então uma causa do aumento da quebra de grãos.

Ardiç (2006) realizou uma simulação do carregamento em uma fundação rasa em três dimensões. Seus resultados foram comparados com resultados analíticos de capacidade de carga e numéricos, com elementos finitos em duas dimensões em estado plano de deformações, e foram obtidas interessantes comparações qualitativas entre os métodos considerados, com curvas de carga e recalque e modos de rupturas similares.

Já Jiang, Yu e Harris (2006) realizaram uma investigação extensiva dos aspectos de escala micro, meso e macro ao longo de todo processo de penetração, assim como uma comparação com abordagens usuais verificadas nos elementos finitos, utilizando uma metodologia de criação de uma malha gráfica e verificando o comportamento de partículas que estariam no local equivalente aos pontos nodais, conforme apresentado na Figura 2.11.

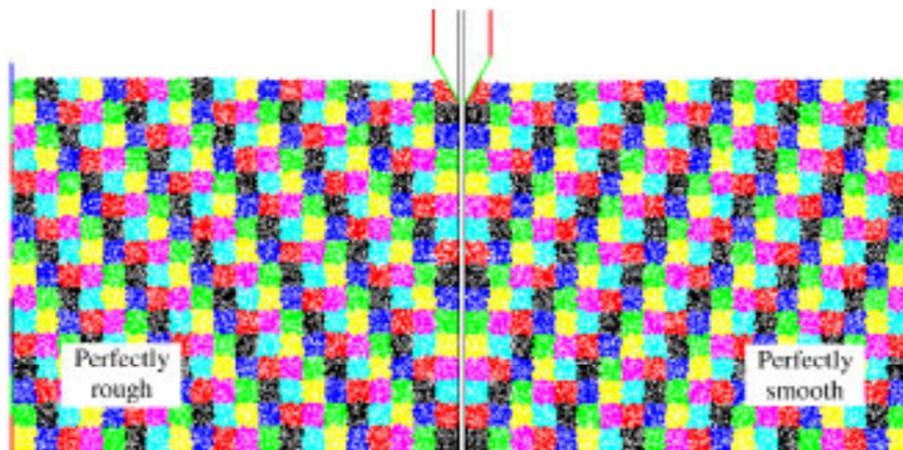


Figura 2.11 – Malha colorida observada nas análises de DEM (Jiang; Yu e Harris 2006)

Nas suas análises foi comparado o comportamento do material para duas condições de atrito da estaca, *Perfeitamente Liso*, na qual o atrito era igual a 0 e *Perfeitamente Rugoso* com o atrito da estaca igual ao coeficiente de atrito entre as partículas. Foi considerado apenas metade do modelo, analisando o campo de tensões, o deslocamento de partículas de posições pré-definidas, resistência de ponta e mecanismos de ruptura, obtidos pelo sentido e intensidade do deslocamento entre etapas da penetração.

Nos artigos subsequentes de Jiang, Harris e Zhu (2006) e Jiang, Zhu e Harris (2008) foram utilizados o mesmo modelo e metodologia do trabalho anterior. Jiang, Harris e Zhu (2006) analisaram os resultados obtidos nos trabalhos anteriores, comparando com teorias e resultados experimentais sobre comportamento de solos granulares, considerando a dilatação no cisalhamento, a dependência da velocidade de cisalhamento, o efeito de não coaxialidade e quebra dos grãos, de forma a propor que essas condições fossem inseridas em futuros modelos constitutivos de análise contínua. Enquanto Jiang, Zhu e Harris (2008) utilizaram o modelo inteiro para suas análises considerando somente a condição perfeitamente lisa, explicada acima, para verificar a influência de um campo cinemático clássico e não clássico (como definido pelos autores) no processo de penetração. O primeiro campo cinemático é avaliado pelo campo de deslocamento das partículas (Figura 2.12), conforme apresentado em Jiang, Harris e Zhu (2006), enquanto o segundo é avaliado por uma variável que considera a rotação das partículas e definida pelos autores como *Taxa Média de Rotação Pura*, que leva em consideração a rotação de cada contato e o raio das partículas envolvidas (Figura 2.13).

Enquanto o campo de velocidades foi novamente comparado com os mecanismos de ruptura das teorias de capacidade de carga, sobre o campo de rotações foi verificado somente que este aumenta próximo à ponta do penetrômetro sem maiores elucidacões sobre a participação do campo de rotações no mecanismo de ruptura, apesar da rotação ser reconhecida como uma importante componente na identificação de superfícies de ruptura (Oda e Iwashita, 1999 e O'Sullivan e Bray, 2003).

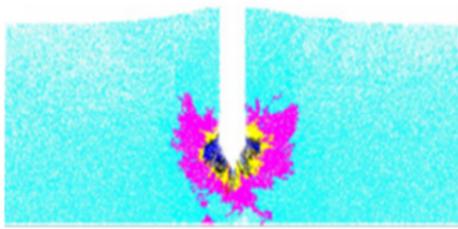


Figura 2.12 – Campo de cinemático clássico (Jiang, Zhu e Harris 2008)

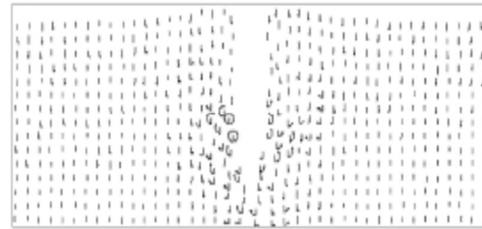


Figura 2.13 – Campo cinemático não-clássico (Jiang, Zhu e Harris 2008)

Jiang et al. (2014) utilizaram uma metodologia similar à utilizada nos trabalhos anteriormente citados (Jiang, Harris e Zhu 2006, Jiang, Yu e Harris 2006, Jiang, Zhu e Harris, 2008). Foi considerada, no modelo, uma distância de borda de 30D (trinta diâmetros), maior do que 20D como sugerido por Bolton et al. (1999) e uma quantidade de elementos também superior, utilizando aproximadamente 150.000 partículas para suas análises. O objetivo desta última publicação foi simular o efeito da direção de penetração, considerando inclinações do penetrômetro de 0°, 15°, 30° 45° e 60°, e adicionalmente avaliar os mecanismos de ruptura e resistência à penetração. Com isso foi obtida uma relação de resistência de ponta aumentando com a inclinação e verificado um processo de dilatação do solo na parte inferior e uma contração na parte superior, assim como mecanismos de ruptura similares independente do grau de inclinação considerado.

A prova de carga estática foi novamente modelada com auxílio dos elementos discreto por Schmitt e Karzenbach (2006), mas somente a resistência de fuste foi considerada, conforme apresentado na Figura 2.14. Suas simulações consistiram em verificar diferenças nos métodos dos elementos finitos e discretos no processo de prova de carga de estacas escavadas. Apesar de discutido o efeito da instalação, este foi desconsiderado de suas análises pelo custo computacional envolvido.

Para as análises com o DEM foi utilizado o PFC3D com um quarto do modelo e aproximadamente 10000 partículas não esféricas (aglomerados), o que aumenta também consideravelmente o tempo de simulação (e.g. McDowell, Falagush e Yu, 2012). Seus resultados incluem o efeito do atrito entre a estaca e as partículas, coeficientes de 0,5 e 0,25, assim como a expansão da estaca, e o conseqüente aumento de tensão radial, na influência do atrito lateral verificado.

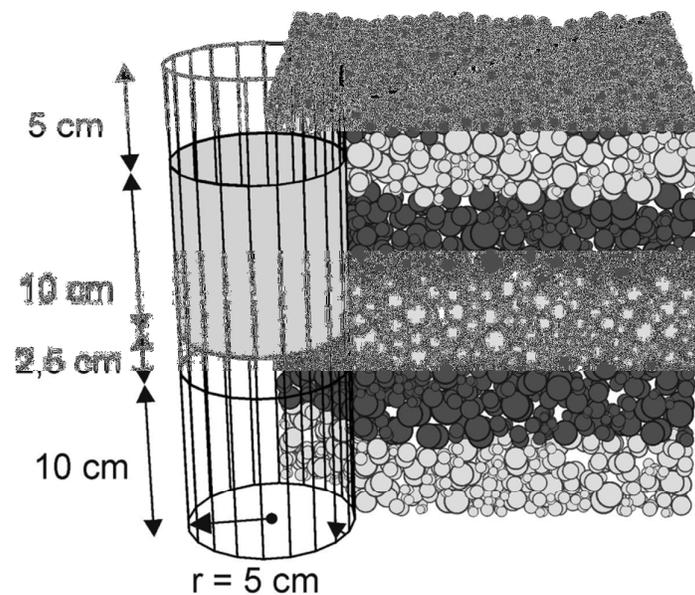


Figura 2.14 – Modelo de ensaio de resistência de fuste (Schmitt e Karzenbach 2006)

A abordagem utilizada por Kinloch e O’Sullivan (2007) foi um pouco diferente pelas suas investigações micromecânicas do mecanismo de penetração em duas dimensões. Foi verificada a influência do formato do penetrômetro entre a ponta cônica, ponta reta e ponta aberta da mesma forma que Lobo-Guerrero e Vallejo (2007) e a o atrito entre a estaca e as partículas para as condições perfeitamente liso e perfeitamente rugoso como Jiang, Harris e Zhu 2006. Foram investigados o efeito da rotação para definição do mecanismo de ruptura, apresentado na Figura 2.15, com o qual também observaram efeitos de contorno no seu modelo com distância de borda de $6,5D$. Foi verificada uma influência do atrito da estaca na profundidade da ruptura considerada e uma tendência direcional da rotação das partículas, sentido anti-horário à direita da estaca e sentido horário à esquerda, em todos os casos estudados. Não foram verificadas maiores diferenças na comparação dos resultados entre os formatos de ponta cônico e reto.

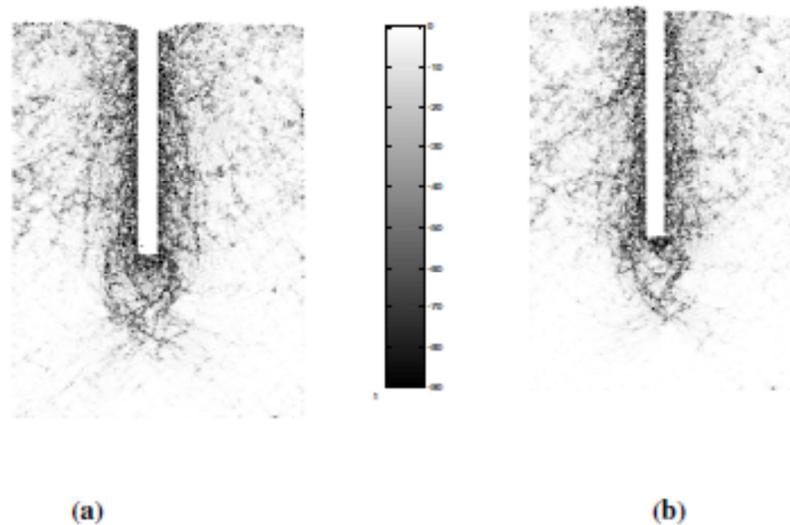


Figura 2.15 – Rotação de partículas para estacas de ponta reta (obtido de Kinloch e O’Sullivan 2007)

(a) – Condição perfeitamente rugosa (b) – Condição perfeitamente lisa

Shoda et al. (2009) realizaram simulações com o intuito de verificar a influência da utilização de estacas cônicas de madeira como material de construção. Para isso os autores utilizaram o PFD2D e verificaram a influência da inclinação da estaca na tensão de ponta e atrito lateral, comparando o resultado de uma estaca reta com outra de 3° de inclinação, assim como a influência de instalação de duas estacas no mesmo modelo. As influências de tensão e porosidade não foram fornecidas no artigo, assim como os parâmetros de contato utilizados.

De acordo com a revisão bibliográfica realizada para o desenvolvimento do presente trabalho, o primeiro artigo publicado com comparações quantitativas do processo de cravação foi de Breul et al. (2009). No seu trabalho foi executado um ensaio experimental com o penetrômetro Panda em duas compacidades relativas de solo granular grosso em laboratório e posteriormente simulações em elementos discretos. Suas simulações foram realizadas no software PFC3D utilizando as mesmas dimensões do modelo físico, com poucas partículas esféricas (< 2500). O tamanho das partículas foi escolhido aleatoriamente da distribuição granulométrica do material e os mesmos índices de vazio experimentais foram utilizados. A cravação foi realizada com uma velocidade constante de 10 cm/s de penetração, o que seria equivalente à velocidade média do penetrômetro utilizado no ensaio.

Sua calibração foi realizada apenas no atrito entre as partículas e, mesmo assim obteve uma razoável comparação com os resultados de energia de penetração e resistência de ponta medidos em laboratório, o que corrobora com o resultado de influência realizado por Calvetti e Nova (2005), da resistência de ponta ser influenciada somente pelo atrito do material.

Simultaneamente a Breul et al. (2009), Butlanska et al. (2009) publicaram um artigo, também com PFC3D, simulando a cravação de um penetrômetro em uma câmara de calibração virtual. Foi considerada uma velocidade constante de 10 cm/s e uma tensão confinante isotrópica aplicada por meio de servo controle numérico. Suas simulações verificaram a axissimetria do modelo, comparando o resultado do modelo inteiro com os resultados de metade e um quarto do modelo. A curva granulométrica utilizada foi basicamente a mesma do solo real e os parâmetros de contato utilizados foram calibrados. Através da simulação de um ensaio triaxial, com os parâmetros macroscópicos de uma amostra da areia de Ticino, inibindo a rotação das partículas como forma de contabilizar a irregularidade real dos grãos na forma esférica idealizada, como explicado no item 2.2.4.6, sendo então possível calibrar razoavelmente as relações de tensão versus deformação e deformação volumétrica.

Nos resultados, a curva de tensão de ponta foi *filtrada* pelo ruído observado nas suas respostas para obter a tensão de ponta permanente (*steady state cone resistance*), ajustando a curva em uma função exponencial. Mesmo com diâmetros elevados de partícula em relação ao cone (ver Figura 2.16), foram obtidas boas correlações com as tensões de ponta medidas nos ensaios experimentais.

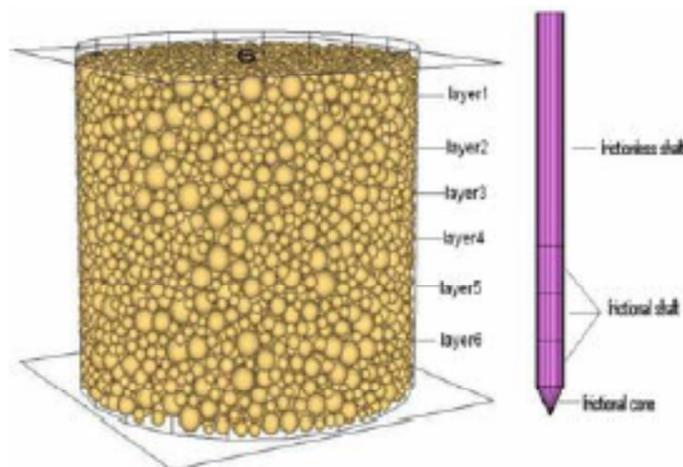


Figura 2.16 – Modelo e penetrômetro utilizados para as análises (retirado de Butlanska et al. 2009)

Continuando o trabalho anterior, Butlanska, Arroyo e Gens (2010) investigaram a influência de dois tipos de condição de contorno, com paredes laterais rígidas (deslocamento lateral igual a zero) e paredes com tensão confinante constante, para amostras com uma densidade relativa superior a 90% e uma condição anisotrópica de tensões. Nas suas análises foram utilizadas dimensões iguais as do modelo físico de referência e aqueles autores obtiveram uma boa comparação para as simulações de paredes radiais fixas, enquanto as simulações de tensão constante apresentaram resistências de ponta na ordem de 50% a 60% dos valores experimentais.

Utilizando o mesmo modelo de Butlanska et al. (2009) e Butlanska, Arroyo e Gens (2010), Arroyo et al. (2011) fizeram uma extensa investigação da resistência de ponta na câmara de calibração virtual desenvolvida, investigando diferentes densidades relativas do material, tensões confinantes e distância de borda para o campo de tensões isotrópico, o qual apresentou bons resultados em Butlanska et al. (2009). Para a análise dos resultados obtidos, foram utilizadas equações empíricas experimentais, apresentadas por Jamiolkowski, Lo Presti e Manassero (2003), que corrigissem o efeito as condições investigadas. Os resultados finais obtidos apresentaram uma excelente comparação com os resultados experimentais, conforme mostra a Figura 2.17.

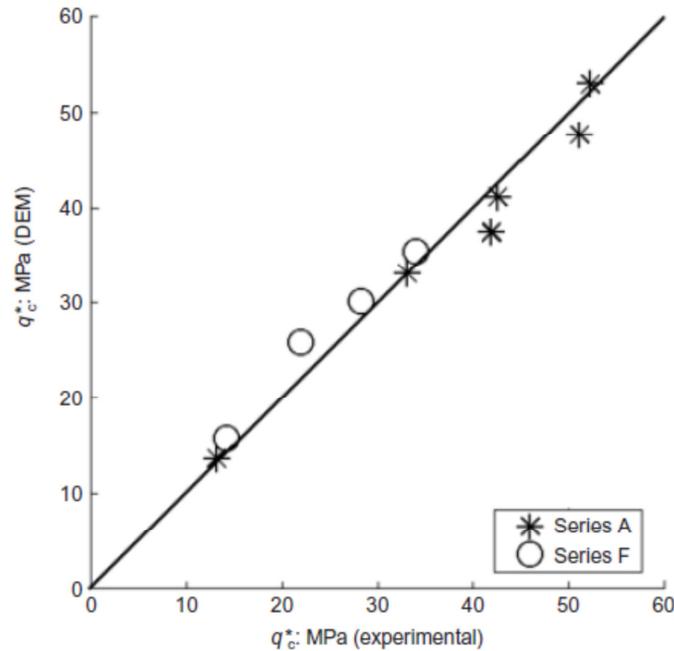


Figura 2.17 – Comparação entre resistência de ponta corrigidas (DEM) com valores de resistência de uma câmara de calibração experimental (retirado de Arroyo et al. 2011)

Butlanska et al. (2014), recentemente, avaliaram as condições de escala macro, meso e microscópica para as diferentes simulações realizadas no seu modelo, como, por exemplo, a curva filtrada de resistência; campos de deslocamento, tensão e deformação, assim como informações sobre força e orientação de contato e algumas formas de deslocamento de partículas. Considerando que as rotações foram impedidas nas análises, a avaliação das possíveis superfícies de ruptura foi obtida pelo deslocamento das partículas na cravação e pelo campo do segundo invariante de distorções, como apresentado na Figura 2.18 e Figura 2.19, respectivamente. Ambas as abordagens geraram resultados muito semelhantes entre as condições analisadas, o que pode ser tanto um resultado que representa um comportamento físico do problema considerado, quanto função da pequena quantidade de partículas próximas ao cone ou da restrição ao rolamento imposta.

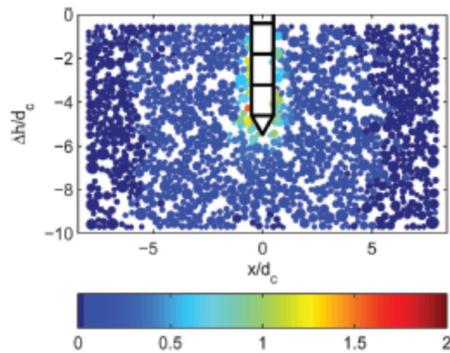


Figura 2.18 – Deslocamento das partículas no processo de cravação (Butlanska et al. 2014)

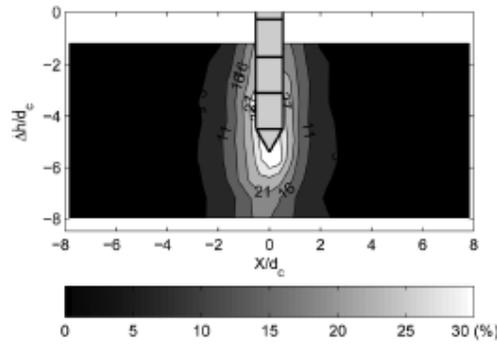


Figura 2.19 – Segundo invariante de distorções no processo de cravação (Butlanska et al. 2014)

Jin e Zhou (2010), semelhante a Huang e Ma (1994), acoplaram outros métodos de análise no contorno do modelo do DEM com o objetivo de diminuir o número de partículas e otimizar o tempo de simulação. A metodologia adotada foi a utilização de elementos finitos, onde as não linearidades envolvidas no processo de cravação não tivessem grandes efeitos. Foi considerado o modelo elástico-linear no modelo contínuo e medido os campos de tensão e deslocamento de partículas para as simulações acopladas e desacopladas para validar sua metodologia.

Como continuação, Zhou et al.(2012) aplicaram o acoplamento mecânico com elementos finitos no problema de cravação em três dimensões. O meio discreto foi novamente utilizado nas proximidades da estaca, de forma a representar o fenômeno de degradação e o comportamento não-linear do solo, enquanto que a análise contínua foi utilizada a uma distância de 3,5 vezes o diâmetro da estaca, baseada em referências de trabalhos experimentais que indicavam a existência de poucas forças de deformações plásticas nesta região. Os autores mostraram a viabilidade do acoplamento entre contínuo e descontínuo para este problema, indicando uma similaridade dos resultados das forças de contato e variações de porosidades ao redor da estaca entre a análise utilizando somente o DEM e a análise acoplada. Seu modelo foi calibrado com resultados experimentais de ensaios triaxiais, para o trecho inicial da curva de tensão desviadora e deformação axial (antes do pico), utilizando aglomerados com angulosidade 0,5 conforme definido no item 2.2.4, e apresentaram uma boa concordância da curva de tensão de ponta por profundidade normalizada entre o modelo numérico e a referência experimental utilizada.

McDowell, Falagush e Yu (2012) apresentaram outra abordagem para a diminuição do tempo computacional das suas simulações. Os autores atribuíram a boa concordância dos resultados obtidos por Arroyo et al. (2011) com o fato de ter sido evitada a rotação das partículas e discute a utilização do tamanho de partícula escalonado de suas análises como sendo irreal e não razoável, deixando poucas partículas em contato com a ponta do penetrômetro.

Com o objetivo de viabilizar a simulação de ensaios CPT com elementos discretos utilizando partículas de tamanho de areia nas suas análises, os autores adotaram uma metodologia de criação do modelo utilizando partículas maiores em zonas mais afastadas do local de penetração. Considerando uma *camada filtrante* entre as partículas mais finas e as mais grossas selecionadas, Figura 2.20, os autores conseguiram evitar a migração das partículas próximas ao penetrômetro e obter resultados similares ao resultado considerando apenas as menores partículas. Os autores investigaram também a utilização de partículas não esféricas (aglomerado de duas partículas) nas suas análises, resultando em um aumento considerável na resistência de ponta obtida, no entanto foi observado um aumento de dois terços do custo computacional variando o tempo da simulação considerada de 30 para 50 dias.

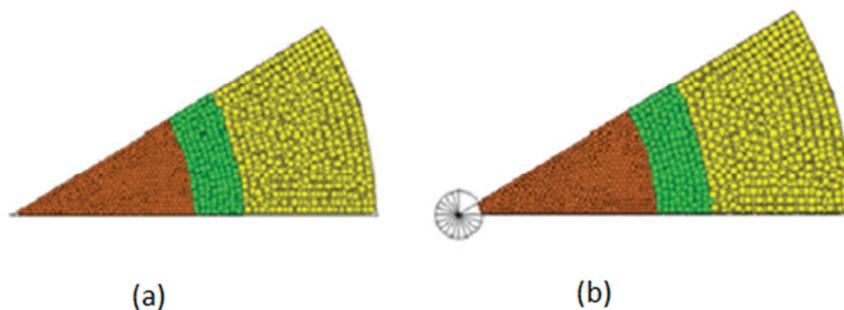


Figura 2.20 - Refinamento de partículas - (a) Antes da cravação e (b) após a cravação (McDowell, Falagush e Yu, 2012)

Li e Li (2014) utilizaram procedimentos de simulação similares aos apresentados por Jiang, Yu e Harris (2006), diferenciando principalmente no número bastante superior de partículas consideradas (aprox.. 100.000). Os autores investigaram os resultados de resistência de ponta e atrito lateral, assim como campo de deslocamento de partículas e possíveis formas de ruptura.

Como resultados e conclusões adicionais aos de Jiang, Yu e Harris (2006), foi apresentada a variação de porosidade no modelo, indicando um efeito de compactação ao redor da estaca e um movimento vertical de partículas em todo o modelo, possivelmente devida a alta porosidade de seus modelos.

Tran, Chevalier e Breul (2013) apresentaram uma primeira análise dinâmica de cravação de estaca publicada. Os autores consideram um modelo simplificado no PFC2D, com apenas 5.000 partículas, utilizando paredes rígidas do programa para a simulação da estaca. Suas análises compararam os resultados de resistência de ponta entre um carregamento dito estático, de velocidade constante igual a 1,25 m/s (muito alta em comparação aos estudos apresentados neste item) e um carregamento dinâmico imposto a partir da queda de uma bola de 0.5 kg e velocidade inicial de 1,25 m/s, sem a altura de queda fornecida. As curvas de força de reação na ponta para um impacto foram comparadas com medições experimentais e foram avaliadas pelos autores como uma boa comparação qualitativa de resultados.

Zhang e Wang (2014) também consideraram a simulação do processo de penetração em câmara centrífuga como Zhou et al. (2012). Suas curvas também obtiveram boa concordância com os valores medidos experimentalmente, tanto de resistência de ponta quanto de atrito lateral e os campos de tensão desviadora, deformação e movimento de partículas foi apresentado como resultados.

A Tabela 2.1, a seguir apresenta o resumo de algumas características dos trabalhos de simulação de penetração considerados neste item.

Tabela 2.1 – Resumo dos trabalhos considerados

Autor	Quantidade de partículas	Dimensões	Domínio	D_c/d_{50}	Distribuição. Granulométrica.	Distância Borda (*)	Ensaio	Condições analisadas	Vel. Cração	Formato da Partícula	Rotação
Huang e Ma (1994)	12.000	2	Metade	16,67	Curva com 4 tamanhos distintos de partícula	8D(**)	Penetração	Histórico de tensões e Acoplamento com elementos de contorno	200 mm/s	Circular	Permitida
Tanaka et al. (2000)	944	2	Inteiro	NI	Dois tamanhos (1:1)	NI	Penetração	Atrito entre estaca e partículas	10 mm/s	Circular	Permitida
Mörchen e Walz, (2003)	NI	3	30°	3,1	Tamanho único	19,5D	Prova de carga	Curva de carga versus recalque	NA	Esférico	Permitida
Campos et al. (2005)	NI	2	Inteiro	NI	Três tamanhos (1:1:1)	NI	Penetração	Formato do penetrômetro	NI	Circular	Permitida
Calvetti e Nova (2005)	10.000	2	Inteiro	NI	NI	5D	Penetração	Varição de parâmetros micro e macroscópicos	NI	Circular	Inibida
Kinloch e O'Sullivan 2005	29.457	2	Inteiro	16	Três tamanhos (1:1:1)	6,5D	Penetração	Formato e atrito do penetrômetro	0,5 mm/s	Circular	Permitida
Lobo-Guerrero e Vallejo, (2005)	6.500	2	Inteiro	5	Tamanho único	5,67D	Penetração	Quebra dos grãos	1×10^{-6} m/passo de tempo	Circular	Permitida
Ardıç (2006)	700	3	Inteiro	NA	Dist. Linear $R_{mx}/R_{min} = 1,5$	NA	Prova de carga (Fundação rasa)	Teoria de Capacidade de Carga	NI	Esférico	Permitida
Schmitt e Karzenbach (2006)	11.296	3	Um quarto	10	Curva experimental 'mais inclinada'	9D	Prova de carga	Atrito Lateral	NI	Aglomerado (2 Partículas)	Permitida
Jiang, Yu e Harris (2006)	10.000	2	Metade	12,3	Curva com 20 tamanhos distintos de partícula	8,25D	Penetração	Atrito da estaca	2 mm/s	Circular	Permitida

Autor	Quantidade de partículas	Dimensões	Domínio	D_c/d_{50}	Distribuição. Granulométrica.	Distância Borda (*)	Ensaio	Condições analisadas	Vel. Cravação	Formato da Partícula	Rotação
Jiang, Harris e Zhu (2006)	10.000	2	Metade	12,3	Curva com 20 tamanhos distintos de partícula	8,25D	Penetração	Comparação com Meio contínuo	2 mm/s	Circular	Permitida
Lobo-Guerrero e Vallejo (2007)	6.500	2	Inteiro	5	Tamanho único	5,67D	Penetração	Formato do penetrômetro e quebra dos grãos	1×10^{-6} m/passo de tempo	Circular	Permitida
Jiang, Zhu e Harris (2008)	20.000	2	Inteiro	12,3	Curva com 20 tamanhos distintos de partícula	8,25D	Penetração	Campos cinemáticos	2 mm/s	Circular	Permitida
Shoda et al. (2009)	10.000	2	Metade	10	Tamanho único	9D	Penetração	Angulação da estaca	50 mm/s	Circular	Permitida
Breul et al. (2009)	1.800 a 2.200	3	Inteiro	NI	NI	11,3D	Penetração	Comparação com Resistência de ponta experimental	100 mm/s	Esférico	Permitida
Butlanska et al 2009	60.000	3	Inteiro, metade e um quarto	2,7	Areia de Ticino, sem os 10% mais finos	8D	Penetração	Homogeneização e Simetria radial	100 mm/s	Esférico	Inibida
Butlanska, Arroyo e Gens (2010)	60.000	3	Inteiro	2,7	Areia de Ticino, sem os 10% mais finos	8D	Penetração	Resistência de ponta para condição anisotrópica de tensões	100 mm/s	Esférico	Inibida
Jin e Zhou (2010)	NI	2	Inteiro	8,75	Dist. Linear $R_{mx}/R_{min} = 3$	6D(**)	Penetração	Acoplamento do Domínio com FEM	20 mm/s	Circular	Permitida
Arroyo et al. (2011)	60.000	3	Inteiro, metade e um quarto	2,7	areia de Ticino, sem os 10% mais finos	8D	Penetração	Resistência de ponta para condição isotrópica de tensões	20 a 500 mm/s	Esférico	Inibida
Zhou et al. (2012)	26 700	3	Inteiro	(9,8)	Dist. Linear $R_{mx}/R_{min} = 1,3$	3,5D(**)	Penetração	Acoplamento do Domínio com FEM	NI	Aglomerado (2 Partículas)	Permitida

Autor	Quantidade de partículas	Dimensões	Domínio	D_c/d_{50}	Distribuição. Granulométrica.	Distância Borda (*)	Ensaio	Condições analisadas	Vel. Cravação	Formato da Partícula	Rotação
Mcdowell, Falagush e Yu (2012)	9.700 a 46.800	3	Arcos de 90° e 30°	3 – 18	Tamanho único de grãos – varável	7,3D	Penetração	Refinamento de partículas	20 mm/s	Esférico e aglomerado (2 Partículas)	Permitida
Tran, Chevalier e Breul (2013)	5.000	2	Inteiro	NI	Dist. Linear $R_{mx}/R_{min} = 2$	NI	Penetração	Condição estática e dinâmica	1250 mm/s	Circular	Permitida
Li e Li (2014)	120.000	2	Metade	40	Curva com 10 tamanhos distintos de partícula	10D	Penetração	Mecanismo de penetração	4 mm/s	Circular	Permitida
Jiang et al. (2014)	150.000	2	Inteiro	21	Curva com 20 tamanhos distintos de partícula	30D	Penetração	Inclinação de instalação do Cone	1000 mm/s	Circular	Permitida
Butlanska et al. (2014)	60.000	3	Inteiro	2,7	Areia de Ticino, sem os 10% mais finos	8D	Penetração	Mecanismos de escala micro e macro	100 mm/s	Esférico	Inibida
Zhang e Wang (2014)	608.088	3	Inteiro	5,8	Areia de Leghton Buzzard simplificado	5,5D	Penetração	Resistência de ponta e atrito lateral	1000 mm/s	Esférico	Resistência à rotação calibrada
Presente Trabalho	28.509 a 114.036	2	Inteiro	7,4	Areia de Hokksund simplificado	10D a 30D	Penetração e Prova de Carga	Resistência de ponta, atrito lateral, padrões de deformação e análise de sensibilidade	20 mm/s a 100 mm/s	Circular	Inibida

NI – Não informado
NA – Não aplicável
(*) – Distância de borda contabilizada da parede do penetrômetro até a borda do modelo
(**) – Utilização de técnicas de para evitar ou minimizar o efeito de borda