



Mario Caetano Pareto de Sá

**Escoamento de soluções poliméricas através de capilar
com garganta**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Marcio da Silveira Carvalho
Co-Orientador: Dr. Danmer Paulino Maza Quinones

Rio de Janeiro
Agosto de 2015



Mario Caetano Pareto de Sá

**Escoamento de soluções poliméricas através de capilar
com garganta**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Márcio da Silveira Carvalho

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Dr. Danmer Paulino Maza Quinones

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Paulo Roberto de Souza Mendes

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Profa. Angela Ourivio Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 28 de agosto de 2015

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Mario Caetano Pareto de Sá

Graduou-se em Engenharia de Controle e Automação na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), no Rio de Janeiro – Rio de Janeiro - Brasil, em 2011.

Ficha Catalográfica

de Sá, Mario Caetano Pareto

Escoamento de soluções poliméricas através de capilar com garganta / Mario Caetano Pareto de Sá; orientadores: Márcio da Silveira Carvalho, Danmer Paulino Maza Quinones – Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Mecânica, 2015.

v., 85 f. il. (color.) ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia mecânica – Tese. 2. Soluções poliméricas. 3. Capilares com garganta. 4. Análise numérica. 5. Elementos finitos. 6. Oldroyd-B. 7. FENE-CR. 8. Galerkin. 9. EOR. 10. Fluidos Viscoelásticos. I. Carvalho, Márcio da Silveira. II. Quinones, Danmer Paulino Maza. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 621

Agradecimentos

À minha família, que sempre me deu suporte e incentivou minha investida na Pós-Graduação.

À minha namorada e meus amigos que me incentivaram nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador Professor Márcio da Silveira Carvalho pelo apoio e confiança depositada.

Ao meu co-orientador Danmer Maza, pelas importantes contribuições e palavras de apoio.

Aos meus amigos do Laboratório de Microhidrodinâmica e Meios Porosos (LMMP) que acompanharam e contribuíram com o sucesso deste trabalho.

Aos amigos conhecidos durante minha permanência no curso de mestrado, que certamente tornaram a trajetória percorrida muito mais agradável.

Aos professores e demais profissionais do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Aos professores que participaram da Comissão examinadora.

E finalmente à Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo

de Sá, Mario Caetano Pareto; Carvalho, Marcio da Silveira; Quinones, Danmer Paulino Maza. **Escoamento de soluções poliméricas através de capilar com garganta.** Rio de Janeiro, 2015. 85p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Soluções poliméricas diluídas podem ser usadas na indústria de Óleo e Gás para injeção em reservatórios de petróleo como agentes de controle de mobilidade em técnicas de recuperação avançada de óleo, com o objetivo de aumentar o fator de recuperação do campo e postergar a indesejada alta taxa de produção de água. No entanto, o fenômeno macroscópico esperado, aumento da eficiência de varrido, é influenciado diretamente por fatores microscópicos que ocorrem na escala de poro. Devido às suas grandes cadeias moleculares, ao avançar através do meio poroso, soluções poliméricas de alto peso molecular dificultam o avanço da água alterando a razão de mobilidades água/óleo. Porém, o estudo de escoamento de soluções poliméricas ainda é um desafio devido ao comportamento não Newtoniano da relação vazão x diferença de pressão e à sensibilidade a diversos fatores como: tipo de polímero utilizado, concentração, razão de viscosidades, temperatura, salinidade e taxa de cisalhamento. O presente trabalho analisa a implementação de dois modelos constitutivos, Oldroyd-B e FENE-CR, aplicados ao método de solução de elementos finitos, EF, utilizando a formulação dos resíduos ponderados de Galerkin para modelar o escoamento de soluções poliméricas diluídas através de capilares com constrição e entender os fenômenos viscosos e elásticos envolvidos. Os resultados obtidos fornecem uma descrição mais detalhada da aplicação dos modelos testados e do escoamento de soluções poliméricas diluídas em gargantas de poros.

Palavras chave

Soluções poliméricas; Capilares com garganta; Análise numérica; Elementos finitos; Oldroyd-B; FENE-CR; Galerkin; EOR; Fluidos Viscoelásticos;

Abstract

de Sá, Mario Caetano Pareto; Carvalho, Marcio da Silveira (Advisor); Quinonesa, Danmer Paulino Maza (Co-Advisor). **Polymer solutions flow through constricted capillary**. Rio de Janeiro, 2015. 85p. M.Sc. Dissertation – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Diluted polymeric solutions can be used in Oil & Gas industry for reservoir injection as mobility control agents in enhanced oil recovery technics, which goal is to increase the oil field recovery factor and postpone the high water production rates. However, the macroscopic expected phenomena, increase of the areal sweep, is directly influenced by microscopic factors that occurs at the pore scale. Due to their huge molecular chains, by advancing through the porous media, high molecular weight polymer solutions hinder the water flow changing the water/oil mobility ratio. Nevertheless, the comprehension of polymeric solutions flow is still a great challenge due to the Non-Newtonian behavior of the flow rate x pressure gradient relation and the sensibility to several variables such as: type of polymer used, concentration, viscosity ratio, temperature, salinity and shear rate. The present work analyzes the implementation of two constitutive models, Oldroyd-B and FENE-CR, coupled with the Finite Element method using the Galerkin weighted residual formulation to model the flow of diluted polymeric solutions through constricted capillaries and understand the viscous and elastic phenomena involved. The obtained results provide a more detailed portrait of the constitutive models and the flow of diluted polymeric solutions through pore throats.

Keywords

Polymeric solutions; constricted capillary; numerical analysis; Finite Element Method; Oldroyd-B; FENE-CR; Galerkin; EOR; Viscoelastic fluids;

Sumário

1 Introdução	17
1.1. Motivação	17
1.2. Revisão Bibliográfica	22
1.3. Objetivos do Trabalho	26
1.4. Roteiro da Dissertação	26
2 Modelagem do Problema	27
2.1. Descrição do Problema	27
2.2. Equações Governantes	29
2.3. Modelos Constitutivos	31
2.4. Condições de contorno	37
2.5. Formulação de Elementos Finitos	38
2.5.1. Método dos Resíduos Ponderados	38
2.5.2. Formulação fraca das equações	40
2.5.3. Definição das funções base	41
2.6. Solução do sistema não linear pelo método de Newton	42
2.7. Modelagem Computacional	42
2.7.1. Validação do Código	45
2.7.2. Modelagem da geometria do capilar	48
3 Apresentação dos Resultados e Discussão	53
3.1. Teste de Malha	53
3.2. Resultados para Fluidos Newtonianos	57
3.2.1. Influência da Razão de Construção	58
3.3. Resultados para fluidos Oldroyd-B	62
3.3.1. Influência de β e λ	64
3.4. Resultados para fluidos FENE-CR	68
3.4.1. Influência do parâmetro b	68
3.4.2. Influência de β e λ	73
3.5. Modelagem de uma Solução Polimérica	75

4 Comentários Finais / Sugestões	77
5 Referência Bibliográfica	80
Apêndice A – Lista de casos simulados	84

Lista de figuras

Figura 1-1 – Tempo de vida de um Campo de Petróleo no Canadá (Hull, 2012).....	17
Figura 1-2 – (a) Esquema de injeção de água (b) Esquema de injeção de solução polimérica.	19
Figura 1-3 – Evolução do processo de injeção de água e solução polimérica na macro escala e representação física do modelo de poro. (a) Meio poroso saturado de óleo (b) Injeção de água criando caminhos preferenciais (c) Injeção de solução polimérica.	20
Figura 1-4 – (a) Representação do espaço vazio na rocha e (b) modelo de rede de capilares (Øren e Bakke, 2003).....	21
Figura 2-1 – Representação gráfica da geometria do problema.....	27
Figura 2-2 – η_S e η_E para modelo Oldroyd-B.....	32
Figura 2-3 – N_1 para modelo Oldroyd-B.....	33
Figura 2-4 – η_E para modelos FENE (Bird <i>et al.</i> , 1980).....	35
Figura 2-5 – Ψ_1 para modelos FENE (Herrchen e Ottinger, 1997)	35
Figura 2-6 – Contornos do problema	37
Figura 2-7 – Mapeamento do domínio físico $x(x,r)$ em um domínio numérico retangular $\xi(\xi,\eta)$	39
Figura 2-8 – Fluxo lógico de evolução de parâmetros	44
Figura 2-9 – (a) Geometria de estudo (b) Malha utilizada para validação do código.....	45
Figura 2-10 – Níveis de pressão e velocidades horizontal e vertical para fluido Oldroyd-B ($Wi = 2$).....	46
Figura 2-11 – Componentes da tensão polimérica (τ_{pxx} , τ_{pxy} , τ_{pyy}) para fluido Oldroyd-B ($Wi = 2$).....	47
Figura 2-12 – Validação do código com resultados de Sun <i>et al.</i> (1999).....	48
Figura 2-13 – Foto do Capilar 200:50 μm obtida por Urdaneta (2008)	48
Figura 2-14 – Separação das regiões da malha para Geometria-1	

(simétrica)	49
Figura 2-15 – Foto do Capilar 200:50 μm obtida através de microscopia digital de alta resolução.....	49
Figura 2-16 – Imagem do capilar obtida por microscopia digital, com geometria modelada sobreposta.....	49
Figura 2-17 – Separação das regiões da malha para Geometria-2 (assimétrica).....	49
Figura 2-18 – Separação das regiões da malha para Geometria-3 (senoidal), no caso do capilar 200:50.....	50
Figura 2-19 – Comparação entre geometrias modeladas e resultados experimentais	50
Figura 2-20 – Erro relativo para cada geometria em relação aos resultados experimentais.	51
Figura 2-21 – Diagrama de condições de contorno de momento	52
Figura 2-22 – Diagrama de condições de contorno de tensão	52
Figura 3-1 – Malhas utilizadas no teste (esparsa, média, refinada e densa)	54
Figura 3-2 – Elemento de fluido em uma linha de corrente próxima a parede do capilar	55
Figura 3-3 – Componente tangencial da tensão polimérica (τ_{ptt}) ao longo de uma linha de corrente próxima à parede do capilar para diferentes malhas e $Wi = 3,81$	55
Figura 3-4 – Curvas de nível da componente tangencial da tensão polimérica (τ_{ptt}) para as quatro malhas analisadas.....	56
Figura 3-5 – Malhas utilizadas para razões de constrição 10:1:10, 4:1:4 e 2:1:2 respectivamente. Zoom na constrição.....	58
Figura 3-6 – Queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano com diferentes viscosidades e razões de constrição.....	59
Figura 3-7 – Detalhe da queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano com diferentes viscosidades e razões de constrição.	59
Figura 3-8 – Curvas de nível de pressão do escoamento do Fluido	

Newtoniano ($\mu=0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Zoom na constrição.....	60
Figura 3-9 – Curvas de nível da componente horizontal da velocidade do escoamento do Fluido Newtoniano ($\mu =$ $0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Zoom na constrição.....	61
Figura 3-10 – Curvas de nível da componente vertical da velocidade do escoamento do Fluido Newtoniano ($\mu = 0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Zoom na constrição.	62
Figura 3-11 – Queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano e Oldroyd-B e diferentes razões de constrição.....	63
Figura 3-12 – Queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano e Oldroyd-B e diferentes razões de constrição. Zoom na constrição.	63
Figura 3-13 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B no capilar 2:1:2.....	65
Figura 3-14 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B com diferentes razões de viscosidades no capilar 4:1:4.....	65
Figura 3-15 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B com diferentes razões de viscosidades no capilar 10:1:10.....	66
Figura 3-16 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B com diferentes λ no capilar 4:1:4.....	66
Figura 3-17 – Curvas de nível de pressão, velocidade horizontal, velocidade vertical e componente tangencial da tensão polimérica para capilar 10:1:10 e $Wi = 25,58$	67
Figura 3-18 – Curvas de nível da componente tangencial da tensão polimérica, $\tau_{p_{tt}}$, para fluidos FENE-CR escoando em um capilar 4:1:4. $Wi = 6,4$	70
Figura 3-19 – Componente tangencial da tensão polimérica ao longo da linha de simetria para diferentes valores de b	70
Figura 3-20 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de b escoando em um capilar 4:1:4.....	71
Figura 3-21 – Modelo FENE-CR com $b=10^5$ recuperando modelo	

Oldroyd-B em um capilar 4:1:4.....	72
Figura 3-22 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de b escoando em um capilar 10:1:10.....	72
Figura 3-23 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de b escoando em um capilar 2:1:2.....	73
Figura 3-24 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de β escoando em um capilar 4:1:4.....	74
Figura 3-25 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de β escoando em um capilar 10:1:10.....	74
Figura 3-26 – Relação Q - ΔP para diferentes capilares. Comparação entre modelos Newtoniano, Oldroyd-B e FENE-CR com resultados experimentais.....	75

Lista de tabelas

Tabela 1 – Eficiência de varrido horizontal para várias razões de mobilidades. (Rosa, Adalberto J., Carvalho, Renato S. & Xavier, 2006)	19
Tabela 2 – Comparação entre geometrias - Resultados obtidos.....	51
Tabela 3 – Descrição das Condições de Contorno de Momento	52
Tabela 4 – Descrição das Condições de Contorno de Tensão	52
Tabela 5 – Malhas utilizadas (Geometria 4:1:4)	53
Tabela 6 – Teste de Malha - τp_{tt} para diferentes malhas.....	57
Tabela 7 – Propriedades dos fluidos Newtonianos	57
Tabela 8 – Propriedades dos fluidos comparados	63
Tabela 9 – Propriedades dos fluidos Oldroyd-B	64
Tabela 10 – Propriedades dos fluidos FENE-CR	68
Tabela 11 – Propriedades dos fluidos FENE-CR	73
Tabela 12 – Propriedades dos fluidos testados na modelagem do PEO 0.2%.....	75
Tabela 13 – Lista de casos simulados	84

Lista de símbolos

Símbolos Gregos

β	Razão de viscosidades (fração do solvente na solução)
ΔP^*	Queda de pressão adimensional
$\dot{\epsilon}$	Taxa de alongamento
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento
$\overline{\overline{\gamma}}$	Tensor taxa de deformação
λ	Tempo característico do fluido (tempo de relaxação)
η_s	Viscosidade Newtoniana ou solvente
η_p	Viscosidade não Newtoniana ou polimérica
η_e	Viscosidade extensional
ρ	Massa específica do fluido
$\psi^m, \psi^{cm}, \psi^g, \psi^{\tau_p}$	Funções peso
$\overline{\overline{\tau}}$	Tensor extra tensão
$\overline{\overline{\tau}}_s$	Tensor solvente
$\overline{\overline{\tau}}_p$	Tensor polimérico
$\tau_{pxx}, \tau_{pxy}, \tau_{pyy},$ $\tau_{ptt}, \tau_{ptn}, \tau_{pnn}$	Componentes da tensão polimérica
Ω	Domínio do problema
$\varphi_i^m, \varphi_i^{cm}, \varphi_i^g, \varphi_i^{\tau_p}$	Funções base
ξ, η	Coordenadas elementares do domínio de referência

Símbolos Romanos

A	Área da seção transversal
$\overline{\overline{A}}$	Tensor de conformação de tensão
b	Comprimento físico das cadeias poliméricas para modelos FENE
C_j	Coefficientes de ajuste das variáveis do problema
D_c	Diâmetro característico do capilar

D_{min}	Diâmetro da garganta do capilar
D_{max}	Diâmetro de entrada / saída do capilar
De	Número de Deborah
f	Forças de corpo
f	Função de alongamento dos modelos FENE
F_d	Força de arraste exercida sobre o cilindro
H	Constante da mola nos modelos FENE
h_e	Parâmetro de Upwind
$\bar{\mathbf{I}}$	Tensor identidade
J	Fator de amortecimento da primeira diferença de tensões normais
J_{ij}	Blocos da matriz Jacobiana
k_w, k_o	Permeabilidade relativa da água e do óleo
L	Comprimento
M	Razão de mobilidades
\bar{n}	Vetor unitário normal
N_1	Primeira diferença de tensões normais em escoamentos de cisalhamento
N_2	Segunda diferença de tensões normais em escoamentos de cisalhamento
P	Pressão
Q	Vazão do escoamento
\mathcal{Q}	Vetor de três dimensões de conexão das massas nos modelos FENE
q_w, q_o	Vazão de escoamento da água e do óleo
r	Coordenada radial
Re	Número de Reynolds
R_f	Resíduo ponderado de uma equação genérica f
S_{OR}	Saturação de óleo residual
$\bar{\mathbf{T}}$	Tensor das tensões
\bar{t}	Vetor unitário tangencial
\bar{v}	Vetor velocidade
v_r	Componente radial do vetor velocidade

v_z	Componente axial do vetor velocidade
W	Função de peso vetorial
Wi	Número de Weissenberg
z	Coordenada axial
Z	Lei da força da mola nos modelos FENE

1

Introdução

1.1. Motivação

Ao longo da exploração de um campo de petróleo, diversas técnicas são empregadas com objetivo de maximizar a produção de óleo e controlar a produção indesejada de água. A injeção de polímeros é considerada um método de recuperação terciária, normalmente empregado após o desenvolvimento do método primário (energia interna do reservatório) e secundário (injeção de água e/ou gás). Atualmente, cerca de 70% da produção de óleo e gás mundial é feita por campos conhecidos como “maduros”, que são campos onde a produção já atingiu um patamar máximo através dos métodos primário e secundário e apresentam uma produção decrescente. Estes campos serão explorados até atingir o limite de viabilidade econômica.

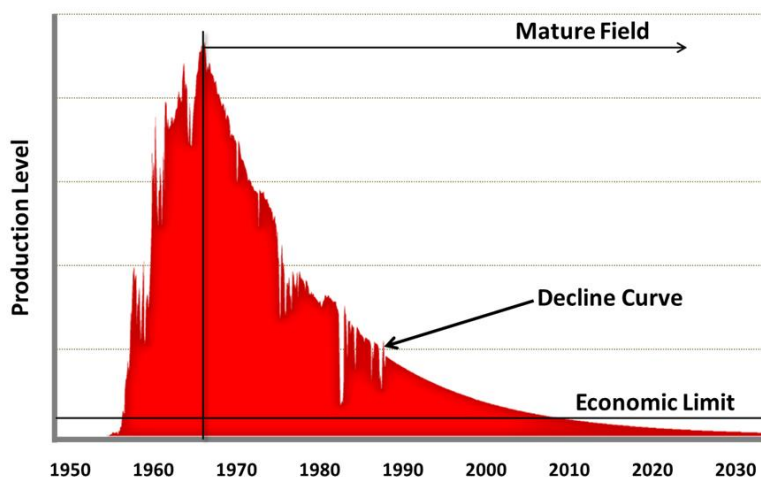


Figura 1-1 – Tempo de vida de um Campo de Petróleo no Canadá (Hull, 2012).

As diversas técnicas de Recuperação Avançada de Petróleo, ou *Enhanced Oil Recovery (EOR)*, têm como objetivo suavizar, estender ou até mesmo reverter a curva de declínio após o pico de produção, mantendo o campo ativo por mais tempo e aumentando o volume de óleo produzido.

Considerando que o fator de recuperação médio de campos de petróleo é de apenas 35% (viáveis economicamente) através dos métodos primário e secundário e as técnicas de EOR poderem proporcionar um aumento de até 20% do volume recuperado, torna-se extremamente interessante entender os mecanismos envolvidos para que seja possível otimizar as técnicas e implementar tais processos em larga escala.

A injeção de polímeros vem ganhando visibilidade nos últimos anos devido ao relativo baixo custo de implementação e manutenção, quando comparada às outras técnicas de EOR, e da versatilidade do processo, que pode ser empregada tanto em campos de óleo leve quanto pesado. Na macro escala, a adição de polímeros na água que será injetada no reservatório tem como objetivo principal a alteração da razão de mobilidades, definida abaixo, para valores mais baixos com o objetivo de se obter uma frente de avanço mais estável durante a varredura do reservatório.

$$M = \frac{(k_w/\mu_w)}{(k_o/\mu_o)} = \frac{k_w \mu_o}{\mu_w k_o} \quad (1.1)$$

As permeabilidades relativas das fases (k_w e k_o) são definidas como:

$$k_i = \frac{q_i \mu_i L}{A \Delta P} \quad (1.2)$$

Onde $i = w$ para água e $i = o$ para óleo. O aumento de viscosidade da fase aquosa com a adição de polímeros leva à uma redução expressiva da vazão da fase (q_w) para um mesmo diferencial de pressão (ΔP), aumentando a estabilidade da frente de avanço da fase aquosa devido à redução da mobilidade desta fase. A redução na razão de mobilidade leva a um varrido mais uniforme do reservatório, que é o objetivo a ser alcançado. A tabela a seguir representa resultados numéricos em macro escala obtidos por Rosa, Adalberto J., Carvalho, Renato S. & Xavier (2006) para a relação entre a razão de mobilidades e a eficiência de varrido horizontal no reservatório.

Tabela 1 – Eficiência de varrido horizontal para várias razões de mobilidades. (Rosa, Adalberto J., Carvalho, Renato S. & Xavier, 2006)

Razão de mobilidades	Eficiência de varrido horizontal no instante da crupção ("breakthrough") da água	Eficiência de varrido horizontal com um corte ("cut") de água de 95%
10	0,35	0,83
2	0,58	0,97
1	0,69	0,98
0,5	0,79	0,995
0,25	0,90	0,998

A fase aquosa, por possuir maior mobilidade que a fase oleosa, tenderá a escoar com maior velocidade e encontrar caminhos preferenciais, que apresentam maior permeabilidade, gerando instabilidades de Saffman-Taylor (Avendano *et al.* (2013)), ou, dedos viscosos como pode ser observado na Figura 1-2 (a). A Figura 1-2 (b) representa a injeção de uma solução polimérica que, devido às propriedades descritas anteriormente, minimiza a formação dos dedos viscosos levando a uma frente de avanço mais estável retardando a elevada produção de água.

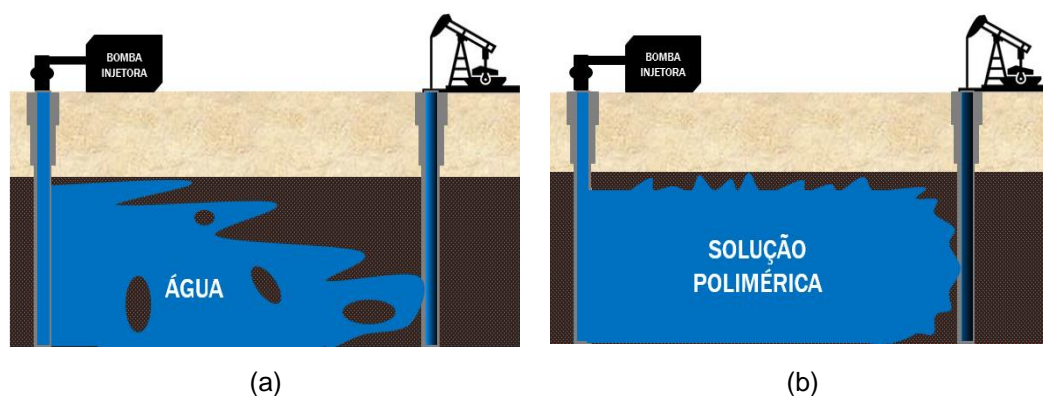


Figura 1-2 – (a) Esquema de injeção de água (b) Esquema de injeção de solução polimérica.

A depender do tipo de polímero e da concentração utilizada, tais soluções poliméricas podem apresentar comportamento de afinamento por cisalhamento, espessamento por cisalhamento ou viscoelástico. Neste último caso, as soluções desenvolvem tensões elásticas e viscosas ao sofrerem deformações no escoamento através de um meio poroso (Afsharpoor *et al.* (2012)). Parâmetros físicos de microescala como taxa de injeção, máxima taxa de deformação e temperatura devem ser respeitados afim de evitar a degradação da solução e consequente perda de eficiência de recuperação do reservatório (Hashmi, Al *et al.* (2013)). A

eficiência de recuperação (E_R) é o produto da eficiência de varrido (E_S) na macro escala e da eficiência de deslocamento (E_D) na micro escala. Convencionalmente acreditava-se que as soluções poliméricas não tinham efeito na saturação de óleo residual (S_{OR}) e que a recuperação era basicamente devido a uma diminuição da razão de mobilidade na macro escala (Green e Willhite (1998); Lake (1989); Sorbie (1991)). No entanto, resultados experimentais nos últimos anos indicam ou sugerem que as soluções poliméricas afetam a S_{OR} na micro escala pelas propriedades viscoelásticas que elas possuem (Wang *et al.* (2000); Wei *et al.* (2014); Wu *et al.* (2007); Xia *et al.* (2004)). No entanto, a compreensão fundamental de como as soluções poliméricas viscoelásticas melhoram o processo de recuperação ainda não está concluído.

A Figura 1-3 representa o processo de injeção de uma solução polimérica e os efeitos da presença do polímero na microescala. Ao injetar água em um meio poroso inicialmente saturado de óleo (Figura 1-3 (a) e Figura 1-3 (b)), caminhos preferenciais (de alta permeabilidade) são formados e grande parte do óleo inicial continua imóvel em poros que não foram invadidos. Ao injetar uma solução polimérica (Figura 1-3 (c)) as grandes cadeias moleculares do polímero são estendidas ao passarem pelas gargantas dos poros, aumentando a diferença de pressão da fase aquosa, mobilizando gânglios de óleo presos por forças capilares e levando a uma redução da saturação residual de óleo.

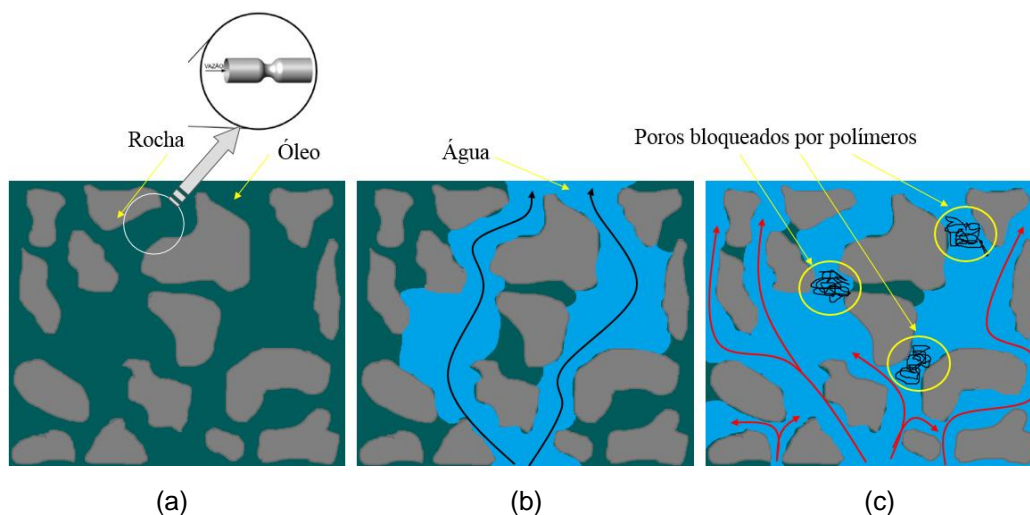


Figura 1-3 – Evolução do processo de injeção de água e solução polimérica na macro escala e representação física do modelo de poro. (a) Meio poroso saturado de óleo (b) Injeção de água criando caminhos preferenciais (c) Injeção de solução polimérica.

A modelagem computacional do escoamento na escala de poros pode ser feita através do conceito de rede de capilares. No modelo de redes, os poros são representados por nós e as gargantas que conectam os poros são representados por capilares. O modelo abaixo exibido na Figura 1-4, feito por Øren e Bakke (2003), representa uma amostra de arenito que foi modelado seguindo a abordagem de rede de capilares.

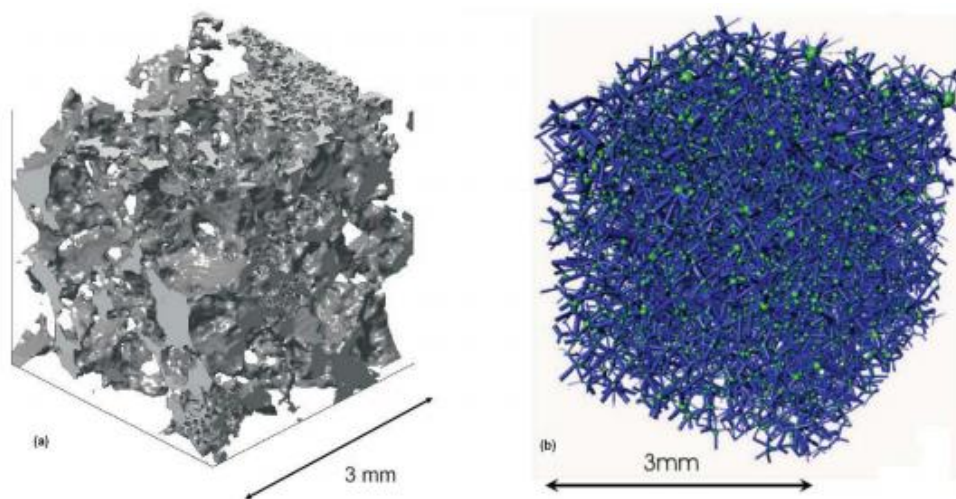


Figura 1-4 – (a) Representação do espaço vazio na rocha e (b) modelo de rede de capilares (Øren e Bakke, 2003).

A modelagem usando rede de capilares requer o perfeito entendimento do escoamento através de tubos capilares com gargantas, que representam as gargantas dos poros. No caso de fluidos Newtonianos, a relação vazão – diferença de pressão é linear e a constante de proporcionalidade é uma função da viscosidade do líquido e da geometria do capilar. No caso de soluções poliméricas viscoelásticas, o escoamento é fortemente não-linear.

O entendimento do escoamento de soluções poliméricas não é de interesse apenas para a indústria petrolífera. Na literatura encontra-se outras linhas de pesquisa como indústria de processamento de polímeros (Purnode e Crochet (1998)), revestimento de filmes finos (Romero *et al.* (2006)) e escoamento em vasos sanguíneos, que desenvolveram vasta documentação na busca de soluções para este problema.

Neste trabalho, faremos uma abordagem teórica sobre o escoamento de soluções poliméricas através de um único poro, modelado como um tubo capilar com uma constrição de menor diâmetro, conforme exemplo na Figura 1-3 (a),

com foco na determinação do aumento da diferença de pressão, ou *Enhanced Pressure Drop (EPD)*, devido às contribuições elásticas das cadeias poliméricas em relação ao referencial Newtoniano.

1.2.

Revisão Bibliográfica

O objetivo das pesquisas neste assunto é determinar a influência de parâmetros reológicos do fluido, geometria do escoamento e condições de operação sobre os campos de velocidade, pressão e tensão em um dado escoamento. A grande maioria dos trabalhos numéricos publicados até hoje tem dificuldade de reproduzir os resultados observados experimentalmente através dos modelos constitutivos existentes devido aos problemas intrínsecos que serão apresentados ao longo deste trabalho.

A aplicação de polímeros como agente de controle de mobilidade em soluções aquosas utilizadas em mecanismos de injeção de reservatórios não é novidade. No ano de 1964, Pye (1964) e Sandiford (1964) publicaram resultados promissores sobre a utilização de alguns polímeros específicos na forma diluída aonde observaram grande melhoria no controle de mobilidades e no fator de recuperação de óleo. A partir destas publicações começaram a surgir estudos focados na aplicação de tais polímeros em *EOR*. Smith (1970) fez diversos ensaios experimentais com poliacrilamida hidrolisada (*HPAM*) e interpretou os efeitos de diversas variáveis como peso molecular, salinidade, temperatura, vazão e tipo de rocha sobre a mobilidade da solução no meio poroso. Desde então, além do *HPAM*, outros polímeros como óxido de polietileno (*PEO*) e Goma Xantana vêm sendo analisados em pesquisas e testados com sucesso no campo.

Em paralelo, grupos de pesquisa em engenharia química e mecânica avançavam em estudos teóricos sobre a modelagem de escoamentos de fluidos viscoelásticos para compreender os fenômenos observados empiricamente. James Oldroyd (1950) publicou uma extensão do modelo de Maxwell convectado, que ficou conhecido como Oldroyd-B. Este modelo não-linear representa um fluido com massas conectadas por molas elásticas suspensas e não leva em consideração uma deformação limite para as moléculas, ou seja, ao aplicar uma força infinita as moléculas se deformam infinitamente. Warner Jr. (1972) propôs pela primeira vez o modelo FENE (halteres Hookeanos elásticos, não-lineares e finitamente

extensíveis) que prevê um comportamento elástico, não linear e finito para a força exercida pelas cadeias poliméricas. O modelo representa um comportamento linear para pequenas deformações e uma deformação máxima finita para o limite de uma força infinita aplicada. O modelo FENE foi posteriormente aprimorado por Peterlin e utilizado pela primeira vez em Bird *et al.* (1980). A proposta de Peterlin ficou conhecida como FENE-P e consistia na linearização da equação constitutiva, onde o termo não linear foi substituído por um termo médio conjunto facilitando a solução numérica do problema. Alguns anos depois, Rallison e Chilcott (1988) modificaram o modelo FENE, ainda aproveitando a linearização feita por Peterlin, e eliminaram a dependência da viscosidade com a taxa de cisalhamento. Desta forma o modelo passava a descrever bem fluidos de Boger. Esta modificação ficou conhecida como FENE-CR

Sabe-se que a adição de polímeros em um fluido newtoniano altera o comportamento do escoamento, principalmente quando a geometria analisada possui contrações abruptas, onde os efeitos extensionais são dominantes devido ao esticamento e alinhamento das cadeias poliméricas (Boger (1987)). Como foi percebido em diversos trabalhos experimentais como Afsharpoor *et al.* (2012); Hatzignatiou *et al.* (2013); Zhang *et al.* (2010), este aumento nas forças normais leva à um aumento da diferença de pressão (*EPD*) e com isso ajuda a mobilizar gotas de óleo presas, gerando uma redução na saturação residual de óleo.

Tirtaatmadja e Sridhar (1995) compararam os modelos Oldroyd-B, FENE-P, Giesekus e White-Metzner e concluíram que nenhum dos modelos consegue descrever completamente o comportamento esperado para fluidos elásticos ideais e nem fluidos com afinamento por cisalhamento em escoamentos com constrição.

Szabo *et al.* (1997) verificaram pela primeira vez a influência do parâmetro “*b*” na predição do *EPD* pelo modelo FENE-CR. O parâmetro *b* é um adimensional que mede o comprimento da molécula do polímero em relação ao tamanho de equilíbrio. Baixos valores de *b* representam polímeros pouco extensíveis e *b* tendendo ao infinito representa cadeias infinitamente extensíveis, de forma análoga ao modelo Oldroyd-B. Eles verificaram que só era possível atingir $EPD > 1$ para valores baixos de *b*, obtendo bons resultados para $b = 5$. O *EPD* negativo obtido nos outros casos foi atribuído à natureza transiente do escoamento visto pelos elementos de fluido em movimento pois a viscosidade só atingiria o seu valor de regime permanente após o fluido sofrer uma taxa de

deformação pela duração do tempo de relaxação do polímero. Com isso, verificaram que fluidos que possuem pequenas extensões finitas (baixos valores de b) possuem uma menor viscosidade extensional, porém, necessitam de menos alongamento para atingir o comprimento b e com isso atingem $EPD > 1$ para menores valores de Deborah (De).

Lee *et al.* (2002), fizeram uma revisão excelente sobre modelagem viscoelástica, aplicada à escoamentos de superfície livre (problema de revestimento). Foi implementado um método alternativo de solução, desacoplando as equações constitutivas das equações de conservação para reduzir o tempo computacional. Com isso, a presença das moléculas do polímero não afetava os campos do escoamento e as equações puderam ser resolvidas separadamente. Porém, campos de tensão condizentes só foram obtidos para baixos números de Weissenberg mostrando que é realmente necessário resolver as equações de forma acoplada.

Rodd *et al.* (2005), diferentemente de trabalhos anteriores, focaram a análise experimental do escoamento de soluções viscoelásticas (soluções aquosas de *PEO* em baixa concentração através de uma contração planar) na relação entre vazão e diferença de pressão, onde visualizaram a não linearidade esperada. Além disso, observaram grande aumento na diferença de pressão (até $EPD = 6$) para a solução de *PEO* 0.05%. Soluções de maiores concentrações (0,1% e 0,3%) atingiram menores valores de EPD (aproximadamente $EPD = 5$ e $EPD = 3,5$), fatos que foram atribuídos à possível redução da mobilidade e extensibilidade do polímero devido às interações entre as cadeias, resultando em uma menor viscosidade extensional η_e . A viscosidade extensional é um coeficiente utilizado em escoamentos de forte caráter extensional, como contrações, pois é função da taxa de deformação imposta ao fluido. É um parâmetro utilizado frequentemente para caracterizar soluções poliméricas e pode ser medido experimentalmente utilizando-se reômetros extensionais, como o *CaBER* (*Capillary Breakup Extensional Rheometer*).

Binding *et al.* (2006) analisaram no modelo Oldroyd-B, dentre outros fatores, a influência da contribuição da viscosidade do solvente em relação à viscosidade total da solução, definida como a razão $\beta = \eta_s/(\eta_s + \eta_p)$. Concluíram que um valor de $\beta = 0,9$ seria mais apropriado para descrever fluidos

de Boger do que $\beta = 1/9$, que era o valor mais utilizado em trabalhos anteriores por ser o menor valor que garantia que a tensão cisalhante seria uma função monotônica crescente da taxa de cisalhamento. Além disso, como fluidos de Boger costumam ser soluções de baixíssimas concentrações de polímero em solventes relativamente viscosos, β mais próximo de 1 seria mais realista. Eles concluíram, também, que aumentando o número de Deborah o gradiente de pressão na linha de simetria se desloca para a saída da constrição.

Posteriormente, Walters *et al.* (2009) baseado em publicações anteriores que sugeriam que o fato do modelo Oldroyd-B não representar bem fluidos de Boger estava atrelado à forte dependência da primeira diferença de tensões normais (N_I) em relação à taxa de cisalhamento, sugeriram a modificação do modelo. Foi inserido um fator de amortecimento, J , que torna a dependência de N_I não quadrática a partir de um valor de taxa de cisalhamento. Como resultado observaram um EPD positivo (> 1), inclusive para baixos valores de De . Para um material incompressível uma tensão normal por si só não possui significado reológico, uma vez que as tensões normais são as mesmas em todas as direções, isto é, a tensão é isotrópica, não haverá nenhuma deformação. Apenas as diferenças de tensões normais podem causar deformação, por exemplo, alongamento e compressão. As diferenças de tensões normais ($N_1(\dot{\gamma}) = \tau_{xx} - \tau_{yy}$ e $N_2(\dot{\gamma}) = \tau_{yy} - \tau_{zz}$) constituem toda a informação reológica que pode ser obtida de um fluido a partir da medição dos componentes de tensão.

Tamaddon Jahromi *et al.* (2011) utilizaram os modelos Oldroyd-B, Linear Phan-Thien-Tanner (LPTT) e FENE-CR para analisar o escoamento de fluidos de Boger através de uma geometria de contração/expansão. Tais modelos foram utilizados para entender a influência de suas diferentes propriedades reométricas no EPD . Neste trabalho, assim como em Szabo *et al.* (1997), foi obtido $EPD > 1$ com o modelo FENE-CR utilizando $b = 5$. Ao analisar os resultados obtidos com os diferentes modelos, ficou claro que há uma compensação entre as influências de η_e e N_I com o aumento da taxa de alongamento $\dot{\epsilon}$. Com o aumento de $\dot{\epsilon}$ há uma redução antecipada do EPD devido ao amortecimento de η_e e um aumento do EPD devido ao amortecimento de N_I .

1.3. Objetivos do Trabalho

O presente trabalho tem como objetivo analisar o escoamento de soluções poliméricas devido à um gradiente de pressão imposto em um tubo capilar com constrição. Este escoamento representa uma descrição simplificada do que ocorre na escala de poros de um reservatório durante o processo de injeção de polímeros.

O estudo permitirá a análise dos modelos constitutivos Oldroyd-B e FENE-CR e suas respostas na relação vazão – diferença de pressão bem como os campos de pressão, velocidades e tensão para diferentes condições de escoamento: Razão de viscosidades do solvente e polímero, tempo de relaxação do polímero e razão da constrição da geometria empregada.

Os resultados atingidos neste trabalho serão de grande importância para o estudo do escoamento de soluções poliméricas em meios porosos, já que a relação não-linear vazão – diferença de pressão obtida nesta análise pode ser utilizada no desenvolvimento de modelos de rede de capilares.

1.4. Roteiro da Dissertação

No Capítulo 2 é apresentada a modelagem matemática do problema e o método de solução empregado. Nele são apresentadas as equações de Navier-Stokes, os modelos constitutivos Oldroyd-B e FENE-CR e as condições de contorno aplicadas para a solução do problema. Para resolver o problema, o método de Elementos Finitos foi utilizado para discretizar as equações e o método de Newton para resolver o sistema de equações não lineares resultante.

Os resultados numéricos são apresentados no Capítulo 3. Nele é discutido o escoamento de fluidos viscoelásticos através de um capilar com constrição. É demonstrada a influência dos parâmetros reológicos do fluido, do modelo constitutivo utilizado e da geometria do capilar.

As conclusões e comentários finais são apresentadas no Capítulo 4 (final), bem como algumas sugestões para trabalhos futuros.

2 Modelagem do Problema

O escoamento de uma solução polimérica diluída através de um tubo capilar com constricção é um problema em regime permanente, não linear e monofásico. Ele é descrito pelas equações de balanço de massa e de quantidade de movimento com o modelo constitutivo de fluido viscoelástico e condições de contorno apropriadas.

2.1. Descrição do Problema

O objetivo do trabalho é estudar o escoamento de soluções poliméricas diluídas através de um capilar com constricção, verificando as influências da elasticidade do fluido, da geometria do capilar e do modelo constitutivo utilizado na modelagem. Uma representação do problema pode ser vista na Figura 2-1.

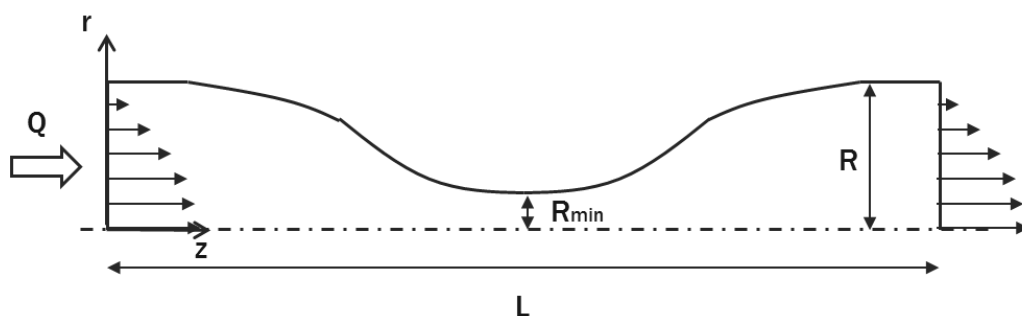


Figura 2-1 – Representação gráfica da geometria do problema

Para solucionar este problema, as premissas abaixo foram adotadas:

- Escoamento axissimétrico;
- Escoamento desenvolvido na seção de entrada;
- Fluido incompressível;
- Processo isotérmico;

- Não deslizamento na parede do capilar;
- Efeito gravitacional é desprezível;

Por estarmos analisando fluidos Não-Newtonianos, e o nosso objetivo ser entender os efeitos da viscoelasticidade, os efeitos inerciais no escoamento foram desprezados, pois o escoamento é lento e o número de Reynolds (Re) é baixo. Para observar os efeitos elásticos dominantes, tentaremos atingir resultados para o maior número de Weissenberg (Wi) possível. Este é um parâmetro adimensional utilizado para mensurar a magnitude da elasticidade de um líquido em um dado escoamento, dependendo do tempo de relaxação do polímero (λ) e da taxa de deformação do escoamento ($\dot{\epsilon}$):

$$Wi = \lambda \dot{\epsilon} \quad (2.1)$$

Para o escoamento através de um capilar com garganta, a taxa de extensão, $\dot{\epsilon}$, pode ser definida como:

$$\dot{\epsilon} = \frac{v_{(D_c)} \frac{\Delta D}{D_c}}{D_{min}} \quad (2.2)$$

onde $v_{(D_c)}$ é a velocidade média do escoamento do fluido através do capilar, ΔD é a diferença entre o diâmetro de entrada/saída do capilar (D_{max}) e o diâmetro da garganta (D_{min}) e D_c é o diâmetro característico do capilar, isto é, capilar com diâmetro constante que leva a uma mesma relação $Q - \Delta P$ do capilar com garganta. Este é calculado através da formulação de Hagen-Poiseuille (2.3) utilizando pontos da relação $Q - \Delta P$ obtidos através de simulações com um fluido Newtoniano de viscosidade conhecida η_s .

$$Q = \frac{\Delta P \pi D_c^4}{128 L \eta_s} \therefore D_c = \left(\frac{128 Q L \eta_s}{\Delta P \pi} \right)^{1/4} \quad (2.3)$$

Substituindo (2.2) em (2.1) chegamos à definição de Wi que será utilizada neste trabalho, exibida a seguir na equação (2.4).

$$Wi = \frac{\lambda Q \Delta D}{A_c D_c D_{min}} \quad (2.4)$$

A concentração do polímero na solução pode ser medida pelo parâmetro β , que representa a razão entre a viscosidade do solvente η_s e a viscosidade da solução $\eta_s + \eta_p$.

$$\beta = \frac{\eta_s}{\eta_s + \eta_p} \quad (2.5)$$

Os diferenciais de pressão obtidos com os modelos viscoelásticos serão apresentados de forma adimensional, em função de um ΔP puramente viscoso:

$$\Delta P^* = \frac{\Delta P_{viscoelástico}}{\Delta P_{viscoso}} \quad (2.6)$$

e o $\Delta P_{viscoso}$ será determinado através da formulação de Hagen-Poiseuille (2.3) utilizando um fluido Newtoniano de viscosidade equivalente ($\eta = \eta_s + \eta_p$) sob as mesmas condições de contorno e com a mesma vazão imposta.

2.2. Equações Governantes

Os campos de velocidade e de pressão do escoamento através do capilar devem satisfazer as equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear em duas dimensões (r, x), em regime permanente, acopladas à uma das duas equações constitutivas e sujeitas às condições de contorno apropriadas. A simplificação nas equações de conservação de massa e de movimento linear foram realizadas devido às premissas adotadas de regime permanente e fluido incompressível.

- Equação da continuidade (conservação de massa)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \bar{v}) \quad (2.7)$$

- Equação da quantidade de movimento linear

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} \right] = \nabla \cdot \bar{T} + f \quad (2.8)$$

Assumindo as premissas citadas acima (regime permanente, fluido incompressível e efeitos gravitacionais e de inércia desprezíveis) as equações podem ser simplificadas para:

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0 \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \bar{T} = 0 \quad (2.10)$$

O tensor das tensões, \bar{T} , pode ser decomposto em termos de pressão e do tensor de tensão devido ao escoamento do fluido:

$$\bar{T} = -p\bar{I} + \bar{\tau} \quad (2.11)$$

onde \bar{I} é o tensor identidade e $\bar{\tau}$ é definido como a soma das contribuições do solvente e do polímero.

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}_s + \bar{\tau}_p \quad (2.12)$$

A contribuição do solvente ($\bar{\tau}_s$), um líquido Newtoniano com viscosidade η_s , é:

$$\bar{\tau}_s = \eta_s \bar{\gamma} \quad (2.13)$$

onde $\bar{\bar{\gamma}}$ é o tensor taxa de deformação, definido como:

$$\bar{\bar{\gamma}} = \nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T \quad (2.14)$$

sendo $\nabla \bar{v}$ o gradiente de velocidade. A contribuição polimérica ($\bar{\bar{\tau}}_p$) para o tensor das tensões é descrita através dos modelos constitutivos detalhados adiante.

2.3. Modelos Constitutivos

Os diferentes modelos apresentados neste trabalho possuem equações constitutivas, também conhecidas como funções materiais, que definem o comportamento do fluido. As formulações para a viscosidade extensional e as diferenças de tensões normais apresentadas são implícitas na formulação de Halteres Hookeanos e alteram diretamente as componentes do tensor das tensões poliméricas.

O modelo constitutivo Oldroyd-B desenvolvido por Oldroyd (1950) é um modelo não-linear simples baseado na teoria de halteres Hookeanos. Tal modelo responde bem aos escoamentos de cisalhamento, porém, em escoamentos extensionais apresenta problemas pois nele as moléculas podem ser estendidas infinitamente, o que obviamente não é o comportamento físico observado. A equação da tensão polimérica para o modelo Oldroyd-B é:

$$\bar{\bar{\tau}}_p + \lambda \bar{\bar{\tau}}_{p(1)} = \eta_p \bar{\bar{\gamma}} \quad (2.15)$$

Onde λ é o tempo de relaxação do polímero (parâmetro reológico), η_p é a contribuição polimérica da viscosidade de cisalhamento e $\tau_{p(1)} \equiv \bar{v} \cdot \nabla \bar{\bar{\tau}}_p - \nabla \bar{v}^T \cdot \bar{\bar{\tau}}_p$ é a derivada superior convectada do tensor das tensões poliméricas. A viscosidade extensional obtida com este modelo é dada por:

$$\eta_E = 3\eta_p \frac{1}{(1 + \lambda \dot{\epsilon})(1 - 2\lambda \dot{\epsilon})} \quad (2.16)$$

e tende ao infinito em taxas de deformação altas. A viscosidade cisalhante, η_s , é constante para toda a faixa de deformações, caracterizando um fluido de Boger (que não sofre afinamento por cisalhamento).

A Figura 2-2 exibe as viscosidades cisalhante (constante) e extensional para dois fluidos com tempo de relaxação distintos ($\lambda = 0,001$ e $\lambda = 0,0001$). Percebe-se que o tempo de relaxação influencia diretamente em que taxa de deformação a viscosidade extensional tenderá ao infinito.

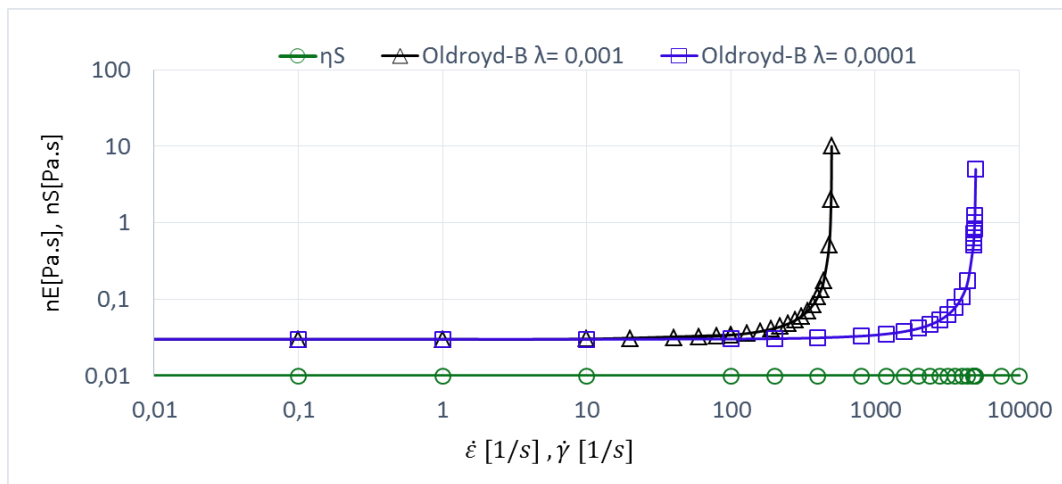


Figura 2-2 – η_s e η_E para modelo Oldroyd-B

A primeira diferença de tensões normais é dada por:

$$N_1 = 2 \eta_s \lambda \dot{\gamma}^2, \quad (2.17)$$

possuindo dependência quadrática da taxa de cisalhamento, como exibido abaixo na Figura 2-3 (em escala logarítmica). A segunda diferença de tensões normais é nula ($N_2 = 0$), fato este que leva à inexistência de escoamentos secundários.

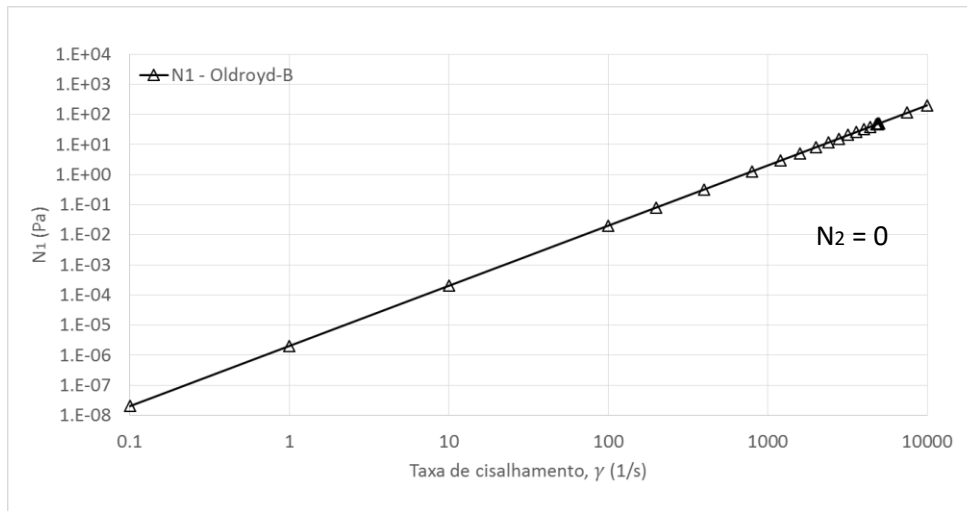


Figura 2-3 – N_1 para modelo Oldroyd-B

O modelo original de halteres Hookeanos com extensibilidade elástica finita não linear (FENE) para o comportamento da força da mola foi primeiramente proposto por Warner Jr. (1972) e é dado por

$$F = ZHQ , \quad (2.18)$$

$$Z = \frac{1}{1 - \frac{Q^2}{Q_0^2}} , \quad (2.19)$$

onde H é a constante da mola, Z é a lei de força da mola, Q é o vetor de três dimensões de conexão das massas e Q_0 é o comprimento máximo da mola. Este modelo implica num comportamento linear para pequenas deformações e uma extensão finita Q_0 no limite de uma força infinita aplicada. Esta característica elimina a inconsistência física que é intrínseca ao modelo Oldroyd-B, apresentado anteriormente.

De modo a obter uma equação constitutiva fechada para o tensor das tensões poliméricas, o modelo FENE-P, proposto por Peterlin e utilizado por Bird *et al.* (1980), substitui o termo não linear (dependente da disposição dos halteres), por um termo médio.

$$Z = \frac{1}{1 - \langle Q^2/Q_0^2 \rangle} . \quad (2.20)$$

A equação constitutiva para o modelo FENE-P é dada por:

$$Z\bar{\tau}_p + \lambda\bar{\tau}_{p(1)} - \lambda \left[\bar{\tau}_p + \left(\frac{\eta_p}{\lambda} \right) I \right] \frac{D(\ln Z)}{Dt} = \eta_p \bar{\dot{\gamma}} , \quad (2.21)$$

onde Z é uma função do tensor das tensões poliméricas:

$$Z = 1 + \frac{3}{b} \left[1 + \left(\frac{\lambda}{3\eta_p} \right) tr(\bar{\tau}_p) \right] , \quad (2.22)$$

sendo b um parâmetro adimensional que mede o tamanho da molécula de polímero em relação ao tamanho de equilíbrio. É importante notar que quando b vai para infinito, o modelo FENE-P simplifica à equação de Oldroyd-B. Para os modelos FENE, a viscosidade extensional é dada por:

$$\eta_E = 3\eta_p \frac{f^2}{(f + \lambda\dot{\epsilon})(f - 2\lambda\dot{\epsilon})} , \quad (2.23)$$

Onde f é a função de alongamento, baseada no tensor de conformação de tensão A :

$$f(Tr(\bar{\bar{A}})) = \frac{1}{1 - Tr(\bar{\bar{A}})/b^2} , \quad (2.24)$$

sendo $Tr(\bar{\bar{A}})$ o operador traço e b o parâmetro de extensibilidade. O tensor A é composto por vetores que separam as massas (“beads”) das moléculas do polímero e representa a distribuição espacial das cadeias.

Este modelo limita a viscosidade extensional à um patamar, regulado pelo parâmetro b , como pode ser observado na Figura 2-4. Ao se aumentar o valor de b , aumenta-se o comprimento das cadeias poliméricas e permite-se que maiores tensões sejam atingidas devido à possibilidade de maior deformação das moléculas.

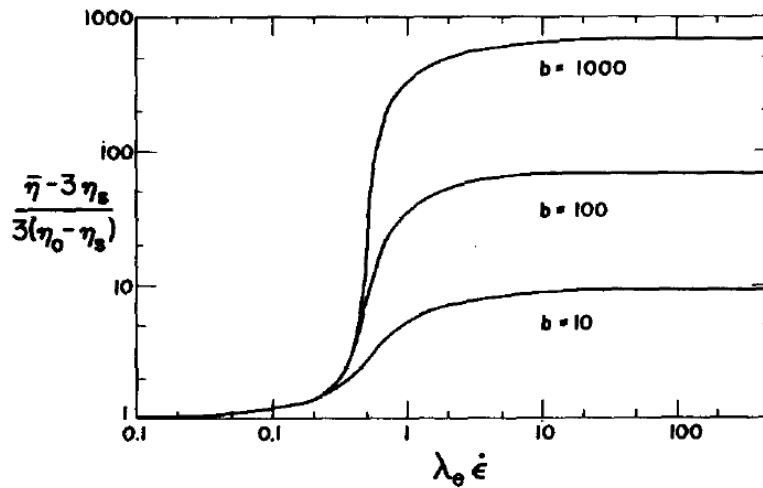


Figura 2-4 – η_E para modelos FENE (Bird *et al.*, 1980)

A primeira diferença de tensões normais, N_1 , é análoga ao modelo Oldroyd-B, porém é amortecida pela mesma função f que torna a dependência em relação à taxa de cisalhamento menor que quadrática.

$$N_1 = \frac{2 \eta_s \lambda \dot{\gamma}^2}{f^2} \quad (2.25)$$

A Figura 2-5 apresenta o primeiro coeficiente de tensões normais ($\psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2}$), para os diferentes modelos FENE.

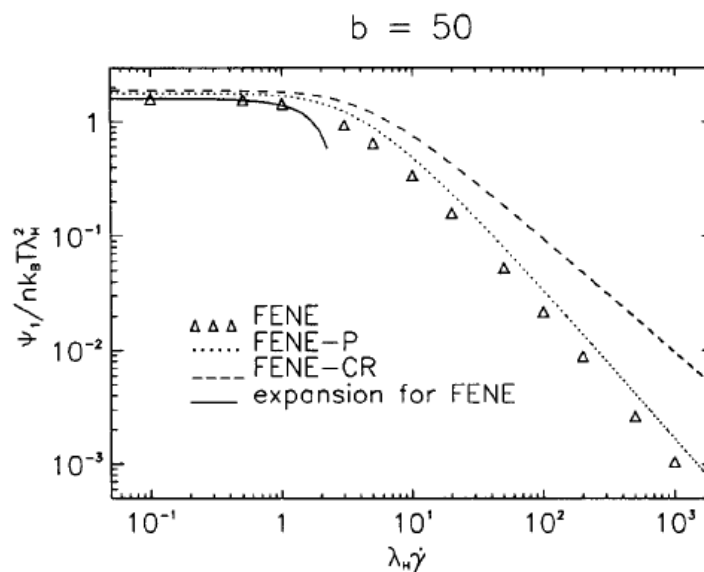


Figura 2-5 – Ψ_1 para modelos FENE (Herrchen e Ottinger, 1997)

O comportamento decrescente do coeficiente implicará na redução da primeira diferença de tensões normais, resultando na dependência em relação à taxa de cisalhamento menor que quadrática, como visto na equação 2.25. Assim como no modelo Oldroyd-B, a segunda diferença de tensões normais, N_2 , é nula.

Rallison e Chilcott (1988), propuseram uma evolução do modelo FENE-P para resolver numericamente escoamentos complexos, que ficou conhecida como FENE-CR. Este modelo ainda usa a aproximação linearizada criada por Peterlin, mas elimina a dependência da viscosidade em regime permanente da taxa de cisalhamento, de forma a modelar bem soluções classificadas como fluidos de Boger.

A equação constitutiva para o modelo FENE-CR é dada por:

$$\bar{\bar{\tau}}_p + \frac{\lambda}{Z} \bar{\bar{\tau}}_{p(1)} - \frac{\lambda}{Z} \bar{\bar{\tau}}_p \frac{D(\ln Z)}{Dt} = \eta_p \bar{\bar{\gamma}} \quad (2.26)$$

$$Z = \frac{1 + (\lambda/b\eta_p)tr(\bar{\bar{\tau}}_p)}{1 - (3/b)} \quad (2.27)$$

Para maiores detalhes sobre os modelos constitutivos apresentados, as referências Bird *et al.* (1987); Debbaut *et al.* (1988); Rallison e Chilcott (1988); Tirtaatmadja e Sridhar (1995); Warner Jr. (1972) podem ser consultadas.

2.4. Condições de contorno

Condições de contorno são necessárias para completar a formulação do problema. O contorno do problema é delimitado por planos de entrada e saída do escoamento, a parede do capilar (rígida) e um eixo de simetria, representados na Figura 2-6.

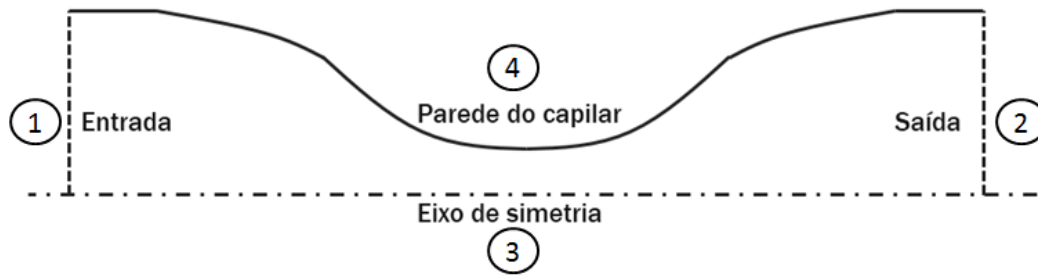


Figura 2-6 – Contornos do problema

No plano de entrada (1) foi imposta a condição de escoamento desenvolvido, com um perfil de velocidade parabólico correspondendo ao escoamento de um fluido Newtoniano:

$$v_z(r) = \frac{-2Q}{\pi R_{max}^4} \cdot r^2 + \frac{2Q}{\pi R_{max}^2}, \quad v_r(r) = 0 \quad (2.28)$$

Onde Q é a vazão do escoamento através do capilar. Utilizamos a condição de contorno de tensão proposta por Pasquali e Scriven (2002) que determina que em escoamentos completamente desenvolvidos a contribuição polimérica da tensão não varia ao longo das linhas de corrente:

$$\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\boldsymbol{\tau}}_p = 0 \quad (2.29)$$

No plano de saída (2) foi imposta a condição de escoamento desenvolvido com pressão nula:

$$\bar{\mathbf{n}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{v}} = 0, \quad p = p_{saída} = 0 \quad (2.30)$$

No eixo de simetria (3) foram impostas as condições de tensão tangencial e velocidade radial nulas:

$$\bar{t} \cdot (\bar{n} \cdot \bar{T}_i) = 0, \quad \bar{n} \cdot \bar{v} = 0 \quad (2.31)$$

Na parede do capilar (4) foram impostas as condições de não deslizamento e de impenetrabilidade:

$$\bar{v} = 0 \quad (2.32)$$

2.5. Formulação de Elementos Finitos

Como visto na formulação matemática do problema, a solução do escoamento viscoelástico num capilar consiste na solução das equações diferenciais de conservação de massa, Eq. (2.7), e de conservação de quantidade de movimento linear, Eq. (2.8). Como os fluidos de interesse possuem comportamento viscoelástico, escolhemos modelos constitutivos de equações diferenciais, Eqs. (2.15) e (2.21), para determinar o tensor extra tensão.

2.5.1. Método dos Resíduos Ponderados

Para resolver o conjunto de equações diferenciais numericamente, escolheu-se utilizar a técnica de elementos finitos. A técnica consiste em aplicar o método de resíduos ponderados, ou formulação fraca do problema, onde as variáveis de campo são aproximadas por combinações lineares de funções base conhecidas.

O domínio espacial contínuo foi dividido em elementos quadriláteros de nove pontos (nós), sendo oito pontos posicionados ao longo dos lados e um ponto no centro do elemento. Os elementos são gerados através de um mapeamento isoparamétrico das coordenadas físicas para um domínio numérico de referência, onde as coordenadas ξ e η são ditas elementares.

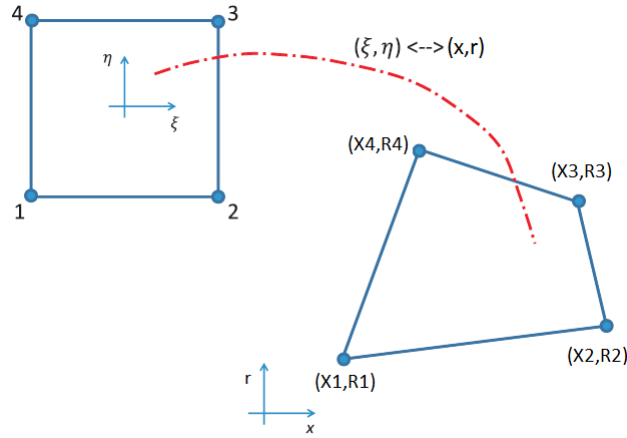


Figura 2-7 – Mapeamento do domínio físico $x(x,r)$ em um domínio numérico retangular $\xi(\xi,\eta)$

Sendo \tilde{u} uma solução aproximada do campo $u(\bar{x})$, escreve-se uma expansão em série da forma:

$$\tilde{u}(\bar{x}) = \sum u_i N_i(\bar{x}), \quad (2.33)$$

na qual a soma se estende por todas as funções base associadas ao campo. Os diferentes campos são escritos como:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \sum_{i=1}^{N_v} \bar{V}_k^i \varphi_i^m, & p &= \sum_{i=1}^{N_p} P_k^i \varphi_i^{cm}, \\ \bar{g} &= \sum_{i=1}^{N_g} \bar{G}_k^i \varphi_i^G, & \bar{\tau}_p &= \sum_{i=1}^{N_\tau} \bar{I}_k^i \varphi_i^{\tau_p} \end{aligned} \quad (2.34)$$

As funções φ_i^m 's utilizadas para descrever o campo de velocidade são contínuas e biquadráticas, as funções φ_i^{cm} 's usadas para descrever o campo de pressão são descontínuas e lineares e as funções φ_i^G 's e $\varphi_i^{\tau_p}$'s utilizadas para descrever o gradiente de velocidade interpolado e o tensor das tensões poliméricas são bilineares. A definição de tais funções é apresentada na seção 2.5.3.

2.5.2. Formulação fraca das equações

A formulação fraca consiste em encontrar uma solução aproximada de uma equação diferencial. A solução encontrada pode ser representada como uma combinação linear de um número finito de funções base conhecidas. Para isto, deve-se escrever a formulação integral do vetor resíduo de cada equação, definida na Eq. (2.35) e calculá-las pelo método da Quadratura Gaussiana. Para uma equação genérica f , tem-se o seguinte resíduo ponderado:

$$R_f = \int_{\Omega} [f] \cdot W d\Omega \quad (2.35)$$

onde Ω é o domínio do problema e W é uma função peso vetorial da mesma dimensão da equação f . Ao formular os resíduos para cada equação do problema, temos um sistema de equações não lineares que será resolvido pelo método de Newton.

Para as equações de conservação de massa, conservação de quantidade de movimento e gradiente de velocidade interpolado utilizou-se o Método de Galerkin, um caso particular do método dos resíduos ponderados. Neste método, as funções peso utilizadas para obter-se a formulação fraca do resíduo são iguais às funções base do subespaço escolhido.

$$\psi^m = \varphi^m, \quad \psi^{cm} = \varphi^{cm}, \quad \psi^G = \varphi^G \quad (2.36)$$

Para a equação do tensor das tensões poliméricas, devido à natureza hiperbólica das equações constitutivas, foi utilizado o método Streamline-Upwind com funções peso de Petrov-Galerkin (SUPG):

$$\psi^{\tau p} = \varphi^{\tau p} + h_e v \cdot \nabla \varphi^{\tau p}, \quad (2.37)$$

em que h_e é o parâmetro de “upwind” utilizado para estabilizar o método.

Para maiores detalhes sobre a formulação fraca das equações governantes do sistema, a tese de Coelho (2005) deve ser consultada.

2.5.3.

Definição das funções base

As funções base utilizadas nas expansões das variáveis independentes são:

- Funções Lagrangeanas polinomiais biquadráticas, φ_j^m , para a velocidade:

$$\begin{aligned}
 \varphi_1^m(\xi, \eta) &= \frac{\xi(\xi - 1)\eta(\eta - 1)}{4} \\
 \varphi_2^m(\xi, \eta) &= \frac{\xi(\xi + 1)\eta(\eta - 1)}{4} \\
 \varphi_3^m(\xi, \eta) &= \frac{\xi(\xi + 1)\eta(\eta + 1)}{4} \\
 \varphi_4^m(\xi, \eta) &= \frac{\xi(\xi - 1)\eta(\eta + 1)}{4} \\
 \varphi_5^m(\xi, \eta) &= \frac{(1 - \xi^2)\eta(\eta - 1)}{2} \\
 \varphi_6^m(\xi, \eta) &= \frac{\xi(\xi + 1)(1 - \eta^2)}{2} \\
 \varphi_7^m(\xi, \eta) &= \frac{(1 - \xi^2)\eta(\eta + 1)}{2} \\
 \varphi_8^m(\xi, \eta) &= \frac{\xi(\xi - 1)(1 - \eta^2)}{2} \\
 \varphi_9^m(\xi, \eta) &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

- Funções lineares descontínuas, φ_j^{cm} , para a pressão:

$$\begin{aligned}
 \varphi_1^{cm}(\xi, \eta) &= 1 \\
 \varphi_2^{cm}(\xi, \eta) &= \eta \\
 \varphi_3^{cm}(\xi, \eta) &= \xi
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

- Funções Lagrangeanas bilineares, φ_j^G , para o gradiente de velocidade interpolado e $\varphi_j^{\tau_p}$ para o tensor das tensões poliméricas.

$$\varphi_1^{G/\tau_p}(\xi, \eta) = + \frac{(\xi - 1)(\eta - 1)}{4}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_2^{G/\tau_p}(\xi, \eta) &= -\frac{(\xi + 1)(\eta - 1)}{4} \\
\varphi_3^{G/\tau_p}(\xi, \eta) &= +\frac{(\xi + 1)(\eta + 1)}{4} \\
\varphi_4^{G/\tau_p}(\xi, \eta) &= -\frac{(\xi - 1)(\eta + 1)}{4}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

2.6.

Solução do sistema não linear pelo método de Newton

O conjunto de equações algébricas não lineares obtido através da formulação de elementos finitos será resolvido através do método de Newton. Para isso, é necessário avaliar a sensibilidade de cada equação em relação a cada incógnita do problema. Isto é, deve-se calcular a matriz Jacobiana $J_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial c_j}$, onde C_j representa os coeficientes de ajuste das variáveis do problema.

Em cada iteração do método de Newton, o sistema linear de equações é resolvido através do método de Eliminação Gaussiana. Por se tratar de um sistema linear esparso, devido às funções base convenientemente escolhidas (não nulas apenas em uma pequena porção do domínio), ele é resolvido a partir de uma decomposição LU, utilizando um solver frontal.

A convergência é atingida quando a norma L_2 do vetor resíduo satisfaz a condição de desigualdade $\|R\|_2 \leq 10^{-6}$. Problemas de convergência surgem quando a aproximação inicial cai fora do raio de convergência, ou, no caso de continuação de parâmetros chega-se num ponto onde a matriz Jacobiana está muito sensível à qualquer alteração nos parâmetros utilizados para avançar no caminho da solução.

2.7.

Modelagem Computacional

O código utilizado nesta pesquisa é uma continuação do programa desenvolvido pelo Laboratório de Microhidrodinâmica e Meios Porosos da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (LMMP PUC-Rio), escrito em Fortran 77/90. Este programa foi exaustivamente testado para fluidos

Newtonianos em diversas geometrias. Além disso, Romero (2003) testou as implementações de modelos viscoelásticos para polímeros, aplicados à problemas de superfície livre. Em Romero *et al.* (2006) foram utilizados os modelos Oldroyd-B e FENE-CR para resolver através da formulação de elementos finitos pelo método de Galerkin um escoamento de fluidos viscoelásticos com superfície livre (revestimento de filmes). Os resultados obtidos estavam de acordo com alguns resultados experimentais reportados na literatura. Quintella *et al.* (2007), utilizaram o mesmo código de elementos finitos para resolver o deslocamento de um fluido viscoelástico por injeção de gás através de um tubo capilar e compararam com alguns resultados experimentais.

O programa utiliza a formulação DEVSS-G (Guénette e Fortin (1995)) que introduz o termo estabilizador $\nabla \cdot \eta_{adap}(\bar{\dot{\gamma}} - \dot{\gamma})$ na equação de quantidade de movimento:

$$0 = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_s + \nabla \cdot \tau_p + \nabla \cdot \eta_{adap}(\bar{\dot{\gamma}} - \dot{\gamma}) \quad (2.41)$$

O termo introduzido desaparece quando a convergência é atingida. O valor da viscosidade adaptativa η_{adap} tem que ser da mesma ordem de grandeza de η_s e η_p .

O programa utilizado é composto de três blocos: PREPRO (pré processador), SOLVER (solver) e POSTPRO (pós processador). No PREPRO define-se a geometria, número de regiões, número de elementos, tipo de fluido e condições de contorno. Depois, o SOLVER gera as soluções (campos de velocidade, pressão e tensão neste caso). E por último, o POSTPRO gera os arquivos que serão lidos pelo software Tecplot 360[®] e Microsoft Excel[®].

A estação de trabalho utilizada para compilar e executar o código foi um PC convencional com as seguintes especificações:

- Intel® Core™i7-4770 CPU @ 3.4 GHz
- 16.00 GB de memória RAM
- Sistema Operacional Windows 7 64 bits

Para cada caso simulado neste trabalho, utilizamos o fluxo lógico exibido a seguir até alcançarmos os parâmetros desejados.

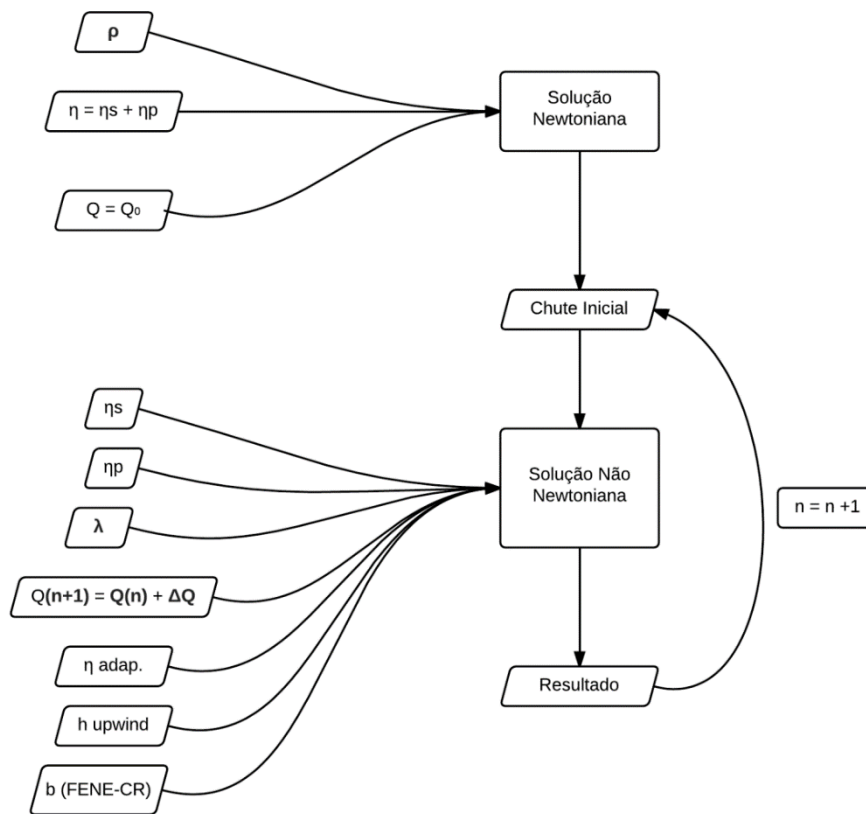


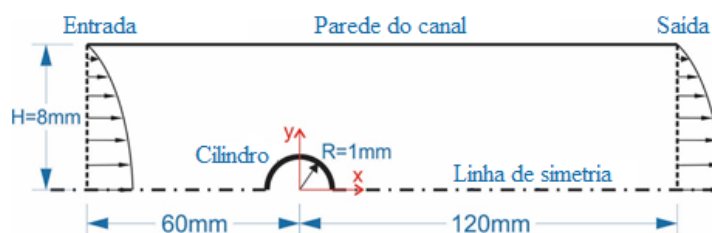
Figura 2-8 – Fluxo lógico de evolução de parâmetros

Passos para resolução de um problema:

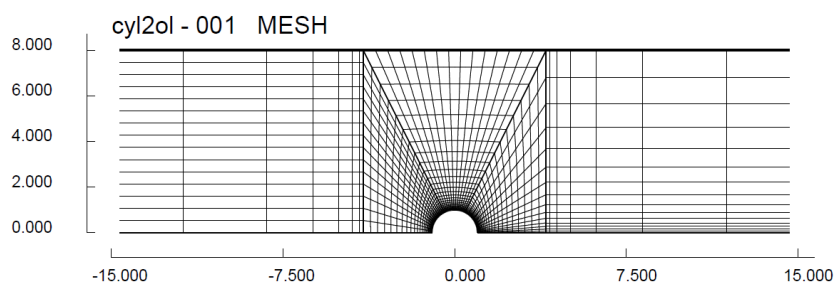
- Simulação de um caso Newtoniano equivalente (densidade e viscosidade equivalentes) à baixíssima vazão.
- Simulação de um caso Não-Newtoniano (FENE-P ou Oldroyd-B) com todos os parâmetros do modelo (viscosidade do solvente, do polímero, viscosidade adaptativa, densidade total, tempo de relaxação, extensibilidade da molécula (FENE-P) e fator de “upwinding”, utilizando a solução do caso Newtoniano como chute inicial.
- Evolução em pequenos incrementos da vazão imposta, até se atingir o caso desejado, ou, o maior número de Wi que se consegue obter convergência.

2.7.1. Validação do Código

Antes de utilizar o código para resolver o problema de interesse, o mesmo precisa ser testado e validado. Isto foi feito resolvendo um problema cujos resultados são conhecidos. O exemplo escolhido foi o escoamento de fluido ao redor de um cilindro e cálculo da força de arraste resultante no mesmo. Para a validação, comparamos os resultados obtidos para o modelo Oldroyd-B com os de Sun *et al.* (1999). Uma malha de 1710 elementos (exibida em parte na Figura 2-9) foi utilizada para gerar os resultados apresentados a seguir.



(a)



(b)

Figura 2-9 – (a) Geometria de estudo (b) Malha utilizada para validação do código

As posições dos contornos de entrada e saída do escoamento foram escolhidas de acordo com Sun *et al.* (1999) que demonstrou que o escoamento é insensível à maiores afastamentos dos contornos abertos para a faixa de números de Weissenberg estudada.

Na entrada foi imposto um perfil de velocidade $u = 1.5Q/H(1 - (y/H)^2)$ e na saída foi estabelecido que a pressão é nula ($P=0$). Os campos de pressão, velocidade e tensão são exibidos abaixo nas Figura 2-10 e Figura 2-11.

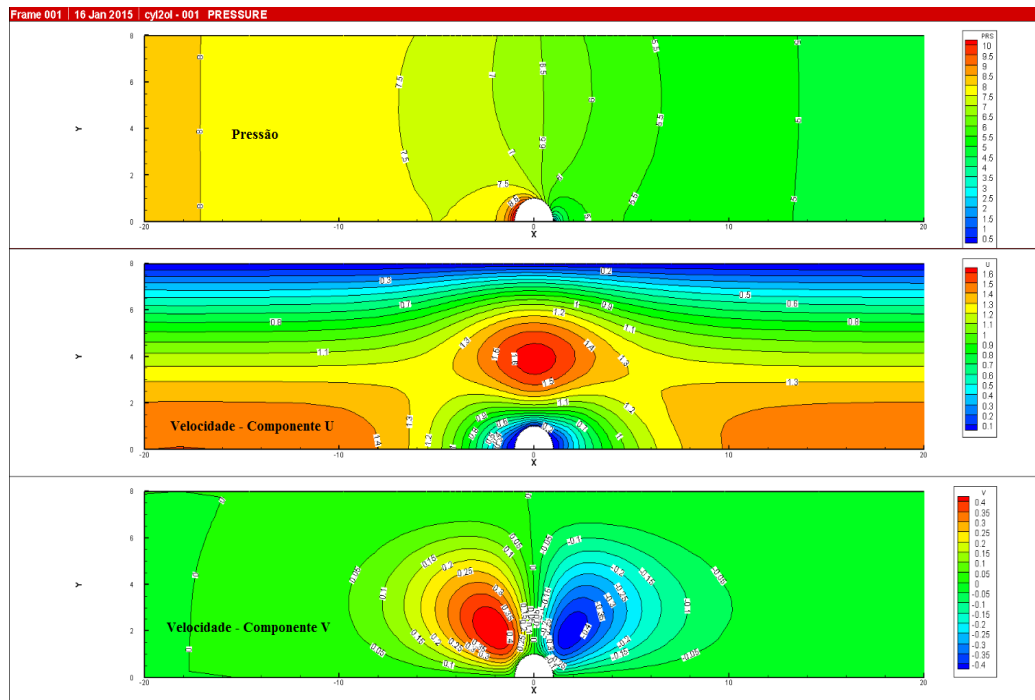


Figura 2-10 – Níveis de pressão e velocidades horizontal e vertical para fluido Oldroyd-B ($Wi = 2$)

Na Figura 2-10 observa-se a formação de uma zona de alta pressão na parte frontal (à montante) do cilindro, devido a força de arraste realizada pelo escoamento. Percebe-se, também, que a taxa de deformação do fluido é máxima acima do cilindro, onde a distância até a parede superior é menor devido a presença do cilindro.

A Figura 2-11 mostra as componentes $\tau_{p_{xx}}$, $\tau_{p_{xy}}$ e $\tau_{p_{yy}}$ do tensor das tensões poliméricas na região próxima ao cilindro. As oscilações nas curvas de nível da componente $\tau_{p_{xx}}$ sugerem que a malha computacional utilizada não está refinada o suficiente para capturar fielmente o comportamento desta tensão polimérica.

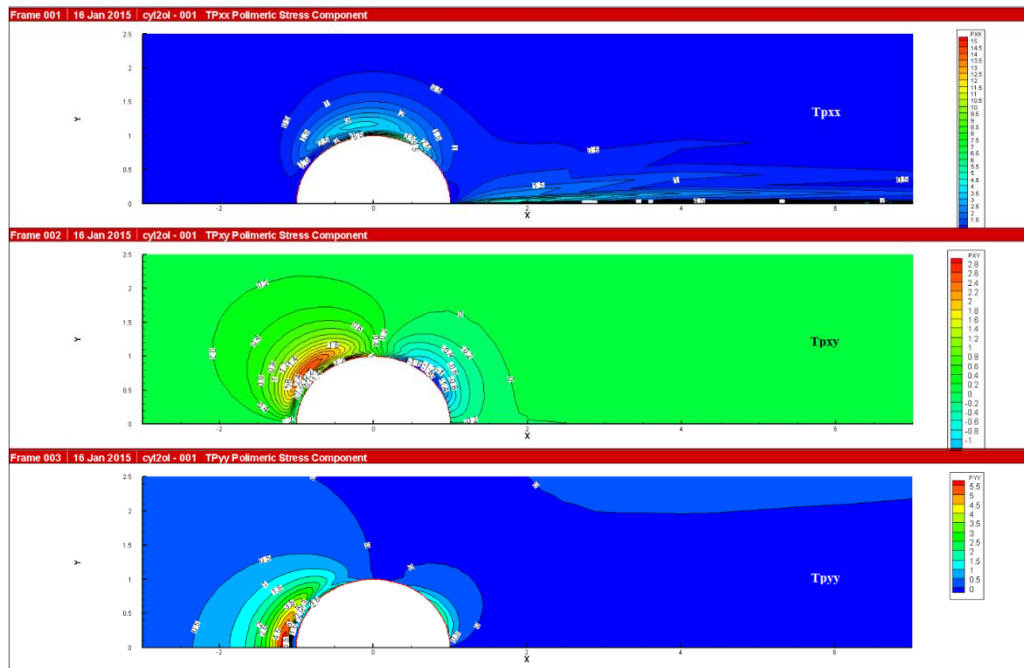


Figura 2-11 – Componentes da tensão polimérica (τ_{pxx} , τ_{pxy} , τ_{pyy}) para fluido Oldroyd-B ($Wi = 2$)

A força de arraste foi calculada de maneira adimensional como $Fd = \int_S [(\boldsymbol{\tau}_p - p\mathbf{I}) : \mathbf{n}\mathbf{i}] ds$ onde S é a superfície de meio cilindro, i é o vetor unitário horizontal e n é o vetor unitário normal, apontando do líquido para o cilindro. Na Figura 2-12 é possível observar a boa concordância dos resultados da força de arraste calculados neste trabalho com aqueles computados por Sun *et al.* (1999). Para valores de $Wi > 2$ observa-se um pequeno desvio na comparação, o que possivelmente é devido à falta de refinamento na malha que torna-se mais crítico conforme o Wi atinge valores mais elevados.

Em resumo, percebe-se que há uma excelente concordância de resultados entre as soluções geradas neste trabalho e as reportadas pela literatura tanto para escoamentos Newtoniano e Não-Newtoniano.

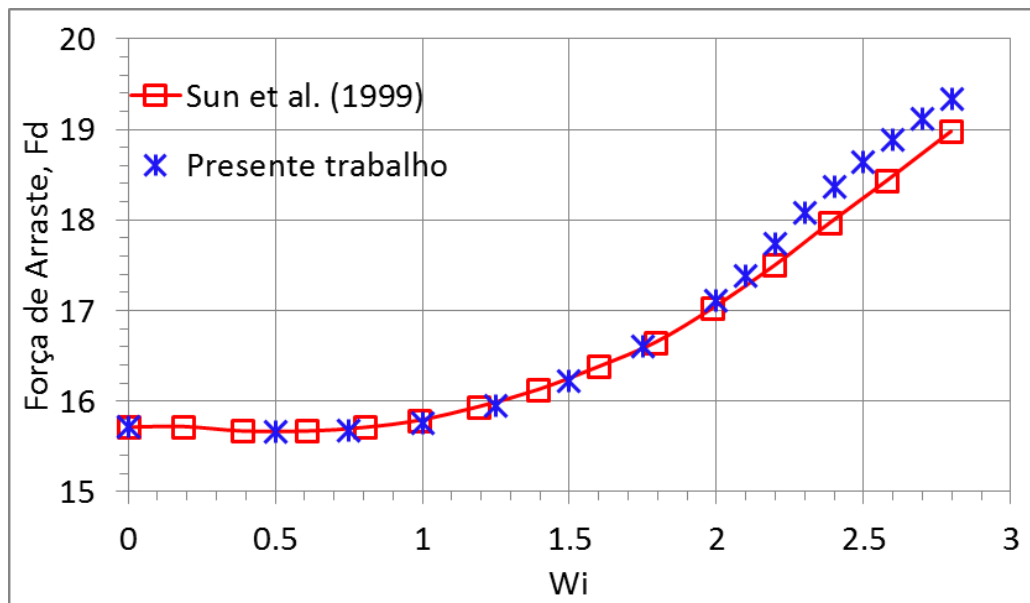


Figura 2-12 – Validação do código com resultados de Sun *et al.* (1999)

A partir dos resultados exibidos acima, concluímos que o código está coerente e podemos confiar nos resultados obtidos para as simulações exibidas a diante.

2.7.2. Modelagem da geometria do capilar

Para realizar as simulações desejadas, é necessário modelar a geometria física que se deseja analisar. Neste item vamos explicitar a influência da modelagem geométrica do capilar utilizado nas simulações. Inicialmente, foi utilizado como modelo uma imagem (Figura 2-13) montada através de diferentes fotografias obtidas por Urdaneta (2008) com um microscópio digital de lente fixa, porém, tal imagem contempla apenas metade do capilar. Baseado nela construímos uma geometria computacional simétrica (Figura 2-14) em relação ao ponto da constrição, referenciada aqui como Geometria-1 (simétrica).



Figura 2-13 – Foto do Capilar 200:50 µm obtida por Urdaneta (2008)

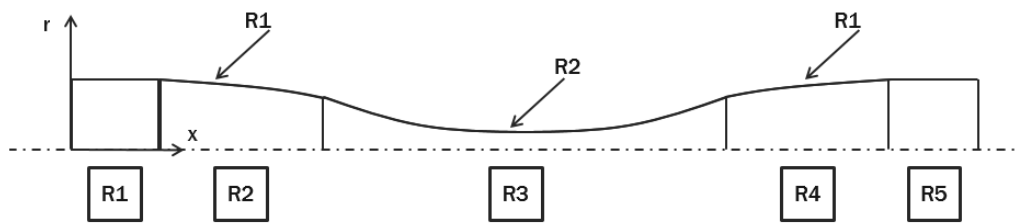


Figura 2-14 – Separação das regiões da malha para Geometria-1 (simétrica)

Em um segundo momento, modelamos o capilar com ferramentas gráficas utilizando uma foto de alta resolução (Figura 2-15 e Figura 2-16) obtida através de microscopia digital como base. A partir desta foto foi gerada a Geometria-2 (assimétrica) (Figura 2-17).

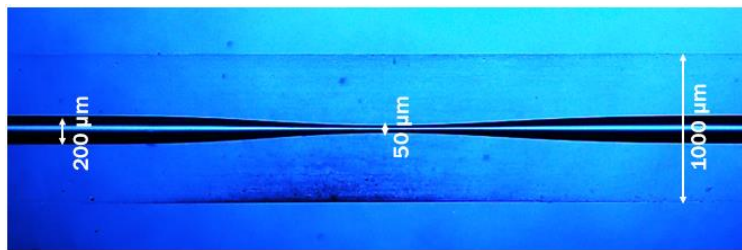


Figura 2-15 – Foto do Capilar 200:50 μm obtida através de microscopia digital de alta resolução

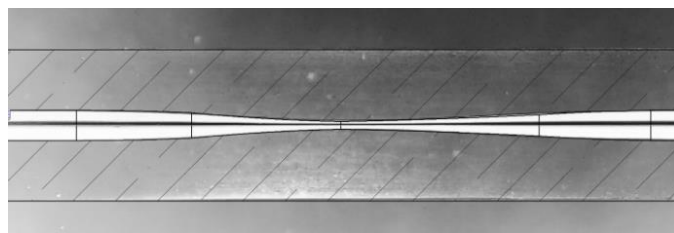


Figura 2-16 – Imagem do capilar obtida por microscopia digital, com geometria modelada sobreposta

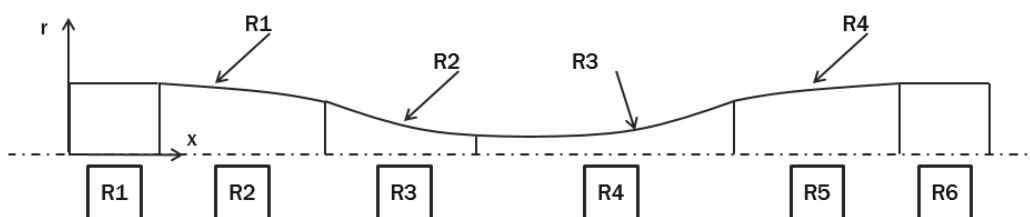


Figura 2-17 – Separação das regiões da malha para Geometria-2 (assimétrica)

Diante das dificuldades de convergência que surgiram devido à complexidade da Geometria-2, com raios de curvatura com diferentes tangentes e pontos de quina, decidimos utilizar uma geometria simplificada, com perfil

senoidal, à qual chamamos de Geometria-3 (senoidal) e é apresentada a seguir na Figura 2-18.

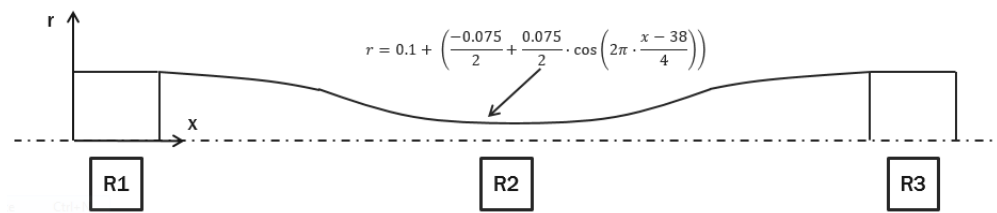


Figura 2-18 – Separação das regiões da malha para Geometria-3 (senoidal), no caso do capilar 200:50

É importante ressaltar, que para as três geometrias, o comprimento da zona de convergência / divergência se manteve constante e igual a 4 mm e o comprimento total do capilar mantido em 80 mm. A seguir, na Figura 2-19 segue um comparativo dos resultados obtidos com o modelo de fluido Newtoniano para cada modelo de geometria em relação às medidas experimentais. Os pontos experimentais foram obtidos injetando água à temperatura ambiente (24°C) através do capilar utilizando uma bomba de seringa de alta precisão.

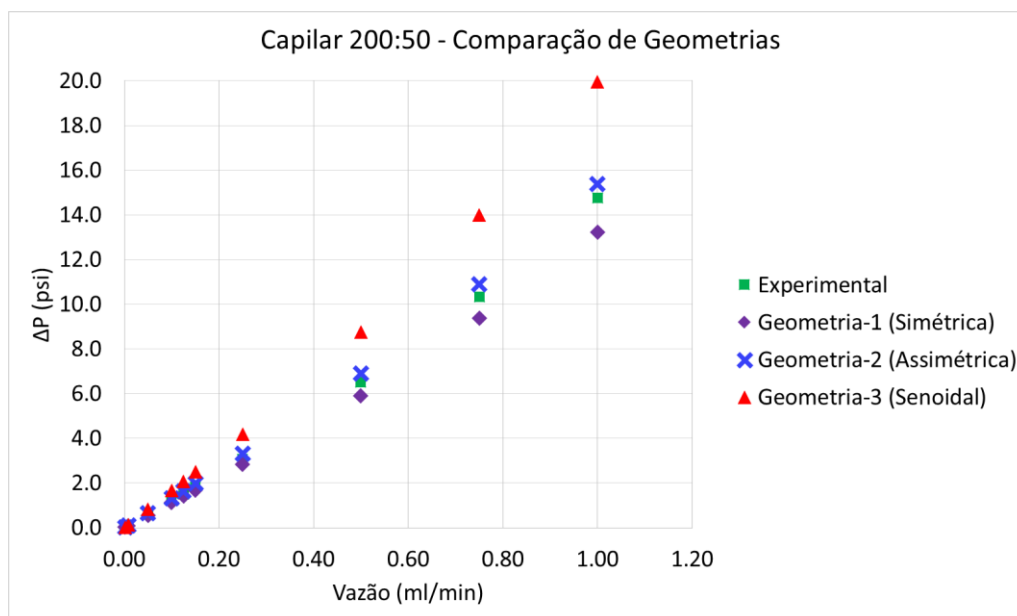


Figura 2-19 – Comparação entre geometrias modeladas e resultados experimentais

Na Tabela 2 apresentamos as relações $Q - \Delta P$ obtidas para cada geometria simulada assim como o erro relativo aos resultados experimentais.

Tabela 2 – Comparação entre geometrias - Resultados obtidos

Nº	Caso Q(ml/min)	Res. Experimentais	Geometria-1 (Simétrica)		Geometria-2 (Assimétrica)		Geometria-3 (Senoidal)	
		ΔP (Psi)	ΔP (Psi)	Erro	ΔP (Psi)	Erro	ΔP (Psi)	Erro
1	0.0017	0.056	0.0187	201.2%	0.0219	157.2%	0.0276	104.1%
2	0.0083	0.117	0.0935	24.9%	0.1095	6.7%	0.1379	15.3%
3	0.0500	0.655	0.5613	16.6%	0.6553	0.1%	0.8271	20.9%
4	0.1000	1.210	1.1244	7.6%	1.3134	7.8%	1.6581	27.0%
5	0.1250	1.493	1.4073	6.1%	1.6443	9.2%	2.0746	28.1%
6	0.1500	1.835	1.6913	8.5%	1.9767	7.2%	2.4941	26.4%
7	0.2500	3.068	2.8436	7.9%	3.3264	7.8%	4.1965	26.9%
8	0.5000	6.499	5.9161	9.9%	6.9063	5.9%	8.7632	25.8%
9	0.7500	10.323	9.3651	10.2%	10.9005	5.3%	13.9912	26.2%
10	1.0000	14.770	13.2126	11.8%	15.3900	4.0%	19.9557	26.0%

Na Figura 2-20 exibimos o erro relativo para cada caso simulado, em relação aos resultados experimentais. O caso 1 foi excluído pois o alto erro provavelmente deve-se ao fato da baixíssima pressão medida experimentalmente estar fora da faixa operacional do sensor utilizado.

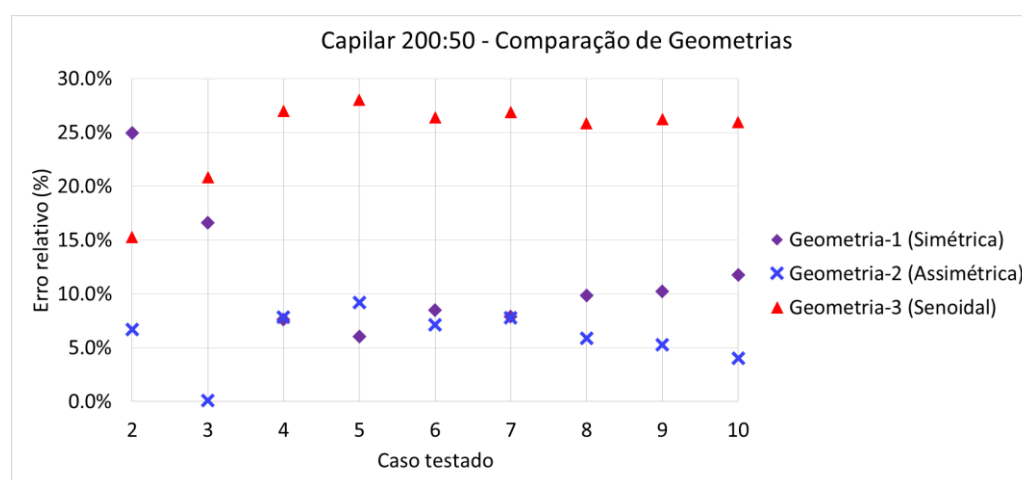


Figura 2-20 – Erro relativo para cada geometria em relação aos resultados experimentais.

Como pode-se perceber pelos resultados exibidos acima, o melhor modelo obtido foi a Geometria-2 (Assimétrica). Porém, para facilitar os cálculos analíticos e a convergência do código, vamos utilizar ao longo do trabalho a Geometria-3 (Senoidal). É importante notar, também, que os efeitos inerciais tornam-se importantes para altas vazões na geometria senoidal, no entanto, para a faixa de

vazões utilizadas nas simulações (0 – 0,1 ml/min) tais efeitos podem ser desprezados.

A seguir apresenta-se um resumo do domínio de elementos finitos que foi aplicado à geometria senoidal utilizada, com as condições de contorno apropriadas à cada extremo do domínio. Os números “1” e “0” nos vértices das paredes representam qual condição de contorno se aplica àquele nó.

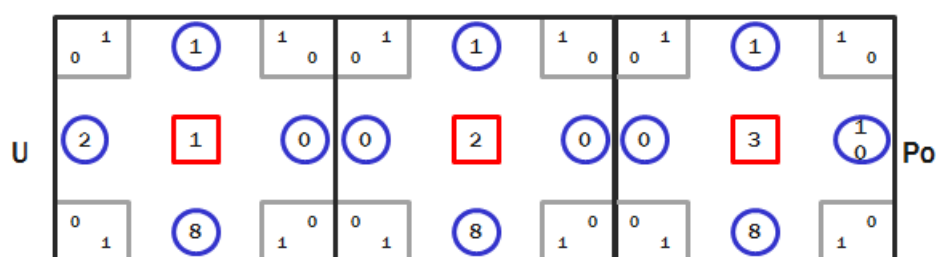


Figura 2-21 – Diagrama de condições de contorno de momento

Tabela 3 – Descrição das Condições de Contorno de Momento

0	Condição de Contorno Artificial
1	Velocidade Constante
2	Velocidade em função da posição
8	Parede Escorregadia / Linha de simetria
10	Pressão Fixa

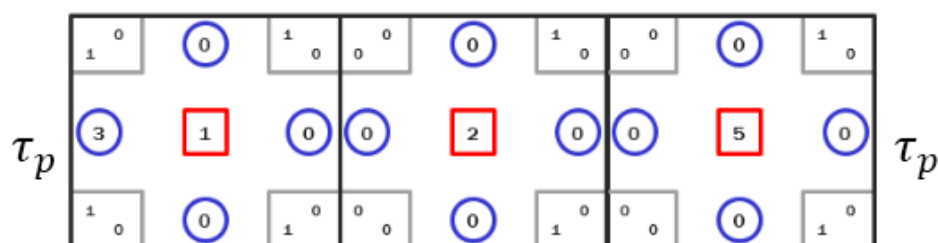


Figura 2-22 – Diagrama de condições de contorno de tensão

Tabela 4 – Descrição das Condições de Contorno de Tensão

0	Condição de Contorno Artificial
3	Campo de tensão desenvolvido

3

Apresentação dos Resultados e Discussão

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados obtidos. O escoamento de fluidos viscoelásticos através de um capilar com constrição é estudado em função dos parâmetros do problema: razão da constrição do capilar, modelo constitutivo utilizado, razão das viscosidades do solvente e do polímero, tempo de relaxação e do diferencial de pressão, que afeta diretamente a vazão do fluxo.

3.1.

Teste de Malha

Primeiramente, realizou-se um teste de malha para verificar qual tamanho de malha seria o mais adequado para utilizar neste problema. Para este teste, foram utilizadas quatro diferentes malhas, começando com uma malha de 10 elementos na direção r e 40 elementos na direção x . Os números de elementos em cada direção foram incrementados e de posse de quatro malhas diferentes, exibidas na Tabela 5, os resultados foram comparados. O teste de malha foi realizado para a Geometria-3 (Senoidal), com razão de constrição 4:1:4 e um fluido Oldroyd-B.

Tabela 5 – Malhas utilizadas (Geometria 4:1:4)

Malha	Elementos	Nós	Graus de Liberdade (u, p, τ)	h Upwind
1 (Esparsa)	400	1701	8210	0,15
2 (Média)	1050	4371	20980	0,02
3 (Refinada)	2200	9061	43370	0,018
4 (Densa)	3975	16461	78895	0,02

É importante ressaltar que todas as malhas possuem os elementos concentrados na região central do capilar, na direção axial, e a Malha-3 (Refinada) possui os elementos concentrados também na parede superior do capilar, na direção radial.

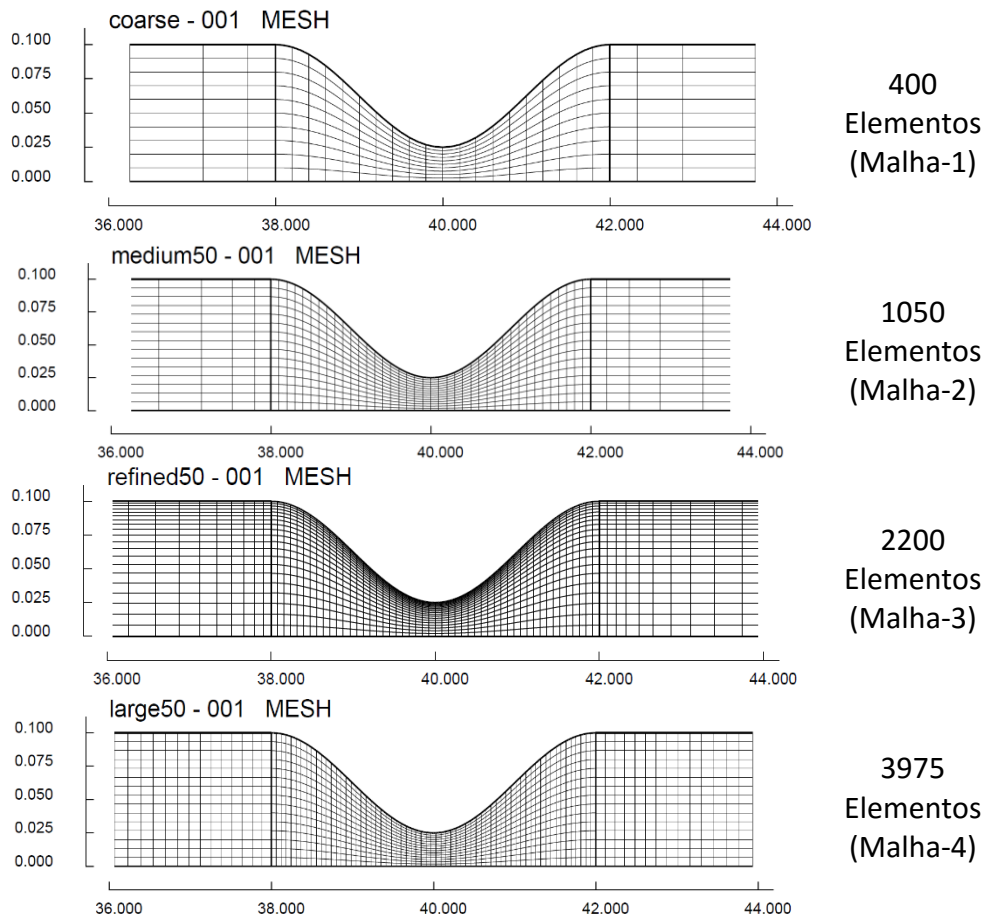


Figura 3-1 – Malhas utilizadas no teste (esparsa, média, refinada e densa)

Os testes foram realizados à um número de *Weissenberg* = 3,81 com os seguintes parâmetros: $Q = 1,4 \text{ mm}^3/\text{s}$; $\rho = 0,001 \text{ g/mm}^3$; $\eta_s = 0,001$; $\eta_p = 0,0038 \text{ Pa.s}$; $\lambda = 0,0023 \text{ s}$. Os valores das densidades foram selecionados de acordo com a maioria dos fluidos utilizados nas simulações futuras e o tempo de relaxação foi escolhido de tal maneira que determine um número de *Wi* que seja alcançável até para a malha mais esparsa.

Para avaliar a qualidade das malhas geradas, analisou-se o componente tangencial da tensão polimérica, τ_{pit} , ao longo de uma linha de corrente próxima à parede do capilar. A Figura 3-2 exhibe a representação de um elemento fluido ao longo de uma linha de corrente próxima a parede do capilar para a Malha-1 (Esparsa).

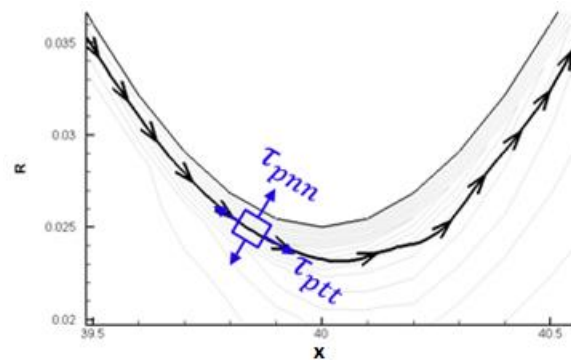


Figura 3-2 – Elemento de fluido em uma linha de corrente próxima a parede do capilar

Na Figura 3-3 comparamos o componente tangencial da tensão polimérica ao longo de uma linha de corrente próxima à parede do capilar. Percebe-se que quanto mais refinada é a malha, maior é tensão máxima obtida. É notório também o mal desempenho da malha esparsa, tendo comportamento muito diferente das outras três malhas, o que mostra que não há pontos suficientes para gerar a informação necessária.

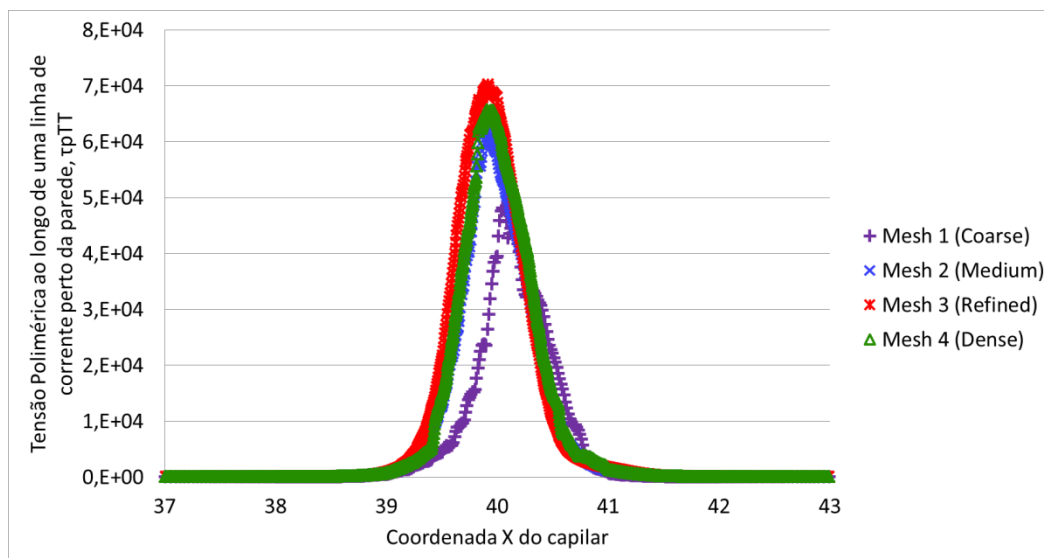


Figura 3-3 – Componente tangencial da tensão polimérica (τ_{ptt}) ao longo de uma linha de corrente próxima à parede do capilar para diferentes malhas e $Wi = 3,81$.

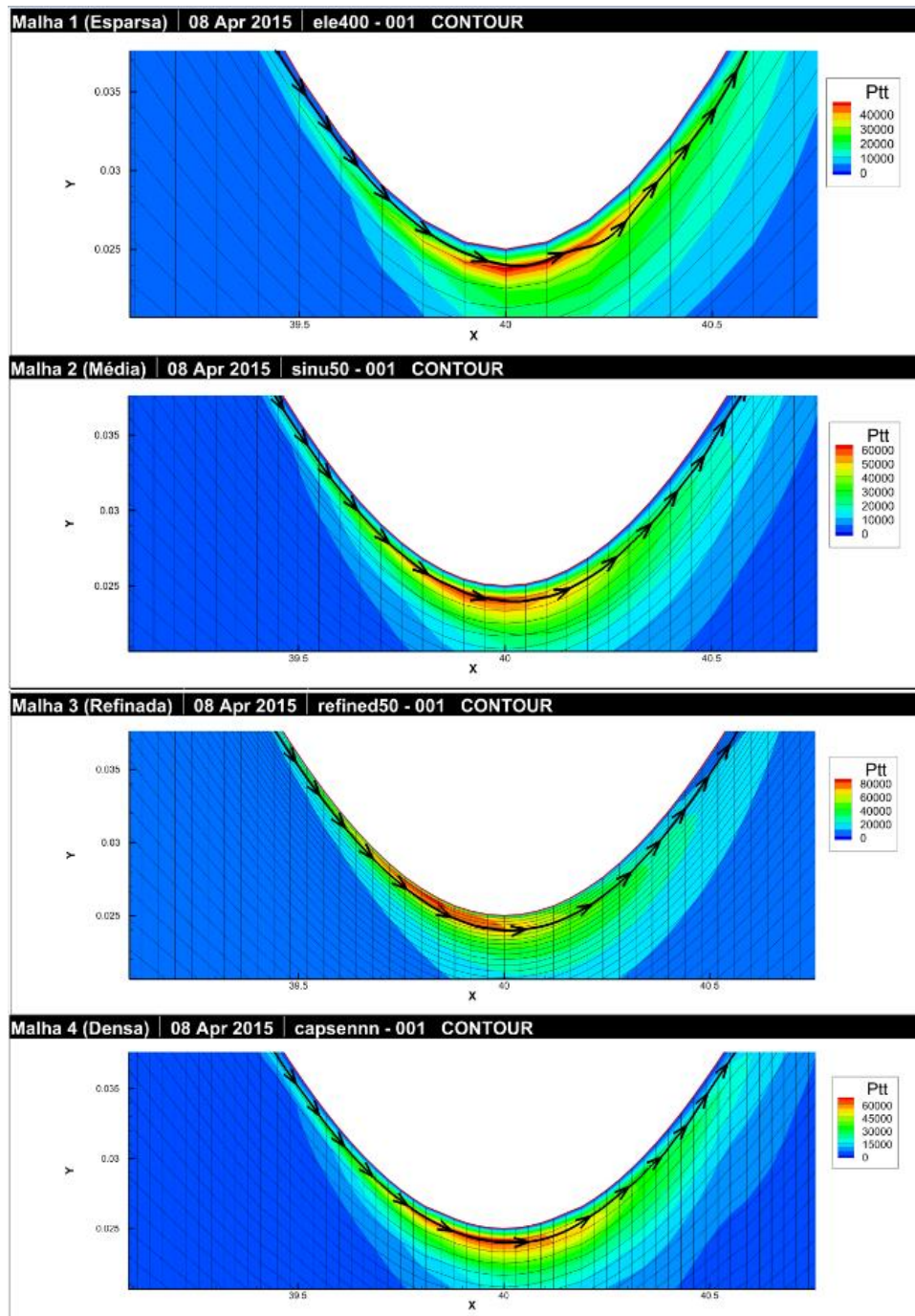


Figura 3-4 – Curvas de nível da componente tangencial da tensão polimérica (τ_{ptt}) para as quatro malhas analisadas.

A partir da Figura 3-4 é possível observar que a tensão polimérica é mais forte junto à parede do capilar, nas proximidades da constrição. Isto acontece devido ao esticamento das cadeias poliméricas ao serem aceleradas pela redução de diâmetro e explica o fato da Malha-3 (Refinada), que possui 2200 elementos, ter atingido valores maiores de τ_{ptt} do que a Malha-4 (Densa), que possui 3975 elementos. Apesar da Malha-3 ter pouco mais da metade dos elementos da

Malha-4, a resolução junto à parede do capilar é muito maior pois seus elementos foram propositalmente concentrados nesta área, gerando mais informação de cálculo para o Método de Elementos Finitos. A Tabela 6 confirma este estudo mostrando que a variação de τ_{ptt} reduz da malha esparsa para a malha refinada, onde se obtém maior definição na área de interesse.

Tabela 6 – Teste de Malha - τ_{ptt} para diferentes malhas

Malha	Max τ_{ptt}	Variação (%)
1 (Esparsa)	4.82E+04	-
2 (Média)	6.00E+04	19,7
4 (Densa)	6.56E+04	8,49
3 (Refinada)	6.89E+04	4,79

A partir deste conjunto de resultados escolhemos a Malha-3 (Refinada) para simular os casos desejados, devido à boa resolução na constrição aliada à um menor número de elementos, proporcionando cálculos mais rápidos.

3.2. Resultados para Fluidos Newtonianos

Esse item apresenta resultados iniciais obtidos com o modelo Newtoniano, afim de compreender a física básica do escoamento através de capilares com constrição comparando características de fluidos Newtonianos e Não-Newtonianos.

Inicialmente, simulamos escoamentos utilizando apenas o modelo Newtoniano. A Tabela 7 apresenta as propriedades dos fluidos utilizados nas simulações adiante.

Tabela 7 – Propriedades dos fluidos Newtonianos

Modelo	ρ (g/mm ³)	μ (Pa.s)
Newtoniano	0,001	0,001
Newtoniano	0,001	0,0048

3.2.1. Influência da Razão de Constrição

Analisou-se a influência da razão entre o raio do capilar ($R = 0,1 \text{ mm}$) e o raio da constrição. Foram utilizadas as razões 2:1:2 ($r = 0,05 \text{ mm}$), 4:1:4 ($r = 0,025 \text{ mm}$) e 10:1:10 ($r = 0,01 \text{ mm}$). Para cada malha, foi calculado o diâmetro característico baseado na equação de Hagen-Poiseuille (2.3), utilizando a relação $Q - \Delta P$ obtida para a simulação de um fluido newtoniano (água). A Figura 3-5 exibe as malhas utilizadas para simular os três capilares estudados.

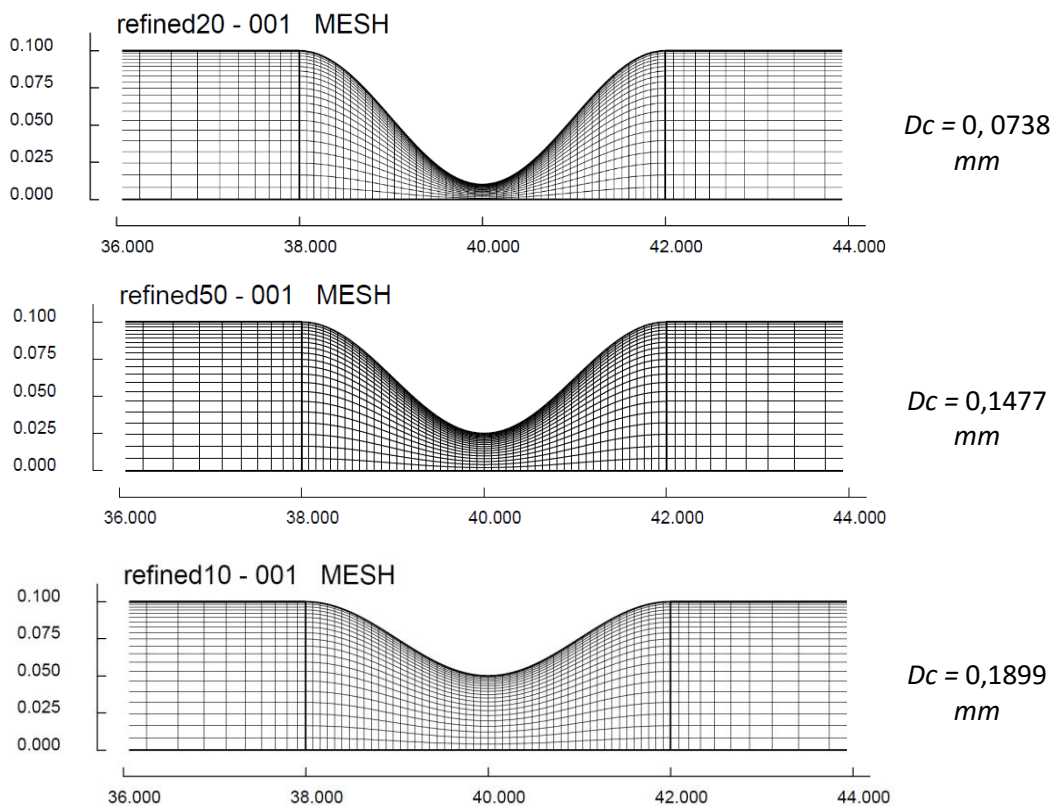


Figura 3-5 – Malhas utilizadas para razões de constrição 10:1:10, 4:1:4 e 2:1:2 respectivamente. Zoom na constrição.

As Figuras 3-6 à 3-8 exibem a queda de pressão ao longo do comprimento dos capilares para uma vazão imposta de $0,006 \text{ ml/min}$. Na Figura 3-6 fica claro a grande influência da razão de constrição para a queda de pressão no escoamento. O capilar de razão 10:1:10 apresenta uma queda de pressão quase 45 vezes maior do que o capilar de razão 2:1:2 para escoar o mesmo fluido à uma mesma vazão. Em todos os casos, a queda de pressão ocorre principalmente na região da garganta, como esperado.

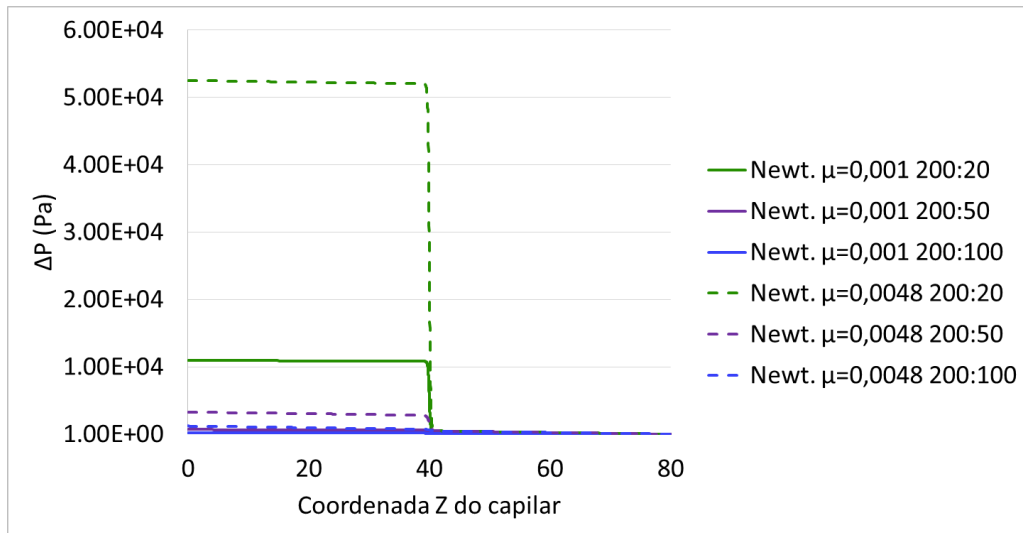


Figura 3-6 – Queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano com diferentes viscosidades e razões de constrição.

Como era de se esperar, a alteração da viscosidade aumenta linearmente a queda de pressão no capilar, como pode se observar com maior detalhe na Figura 3-7.

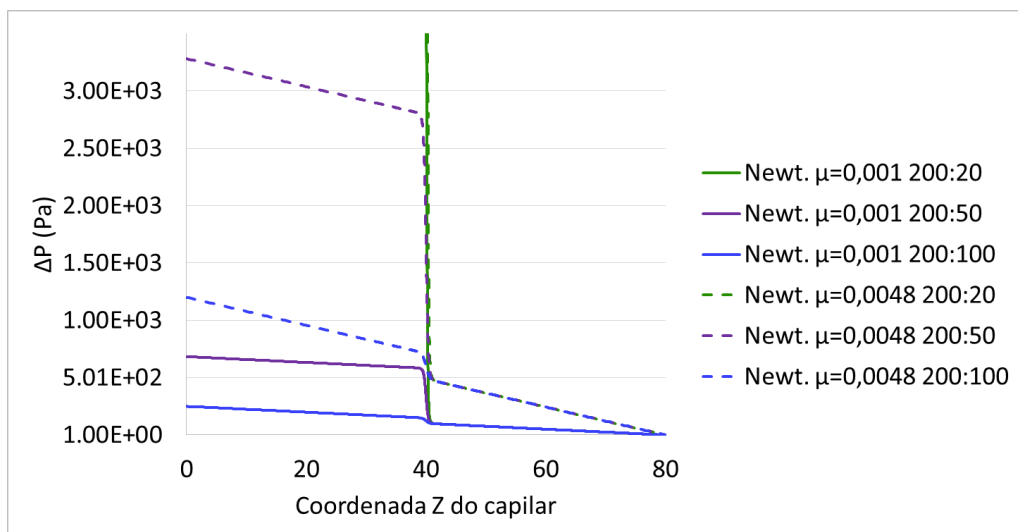


Figura 3-7 – Detalhe da queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano com diferentes viscosidades e razões de constrição.

Adiante seguem as curvas de nível de pressão, componente horizontal da velocidade e componente vertical da velocidade para escoamento do Fluido Newtoniano ($\mu = 0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Pode-se observar que, como as forças de inércia foram desprezadas, o escoamento é simétrico em relação à garganta.

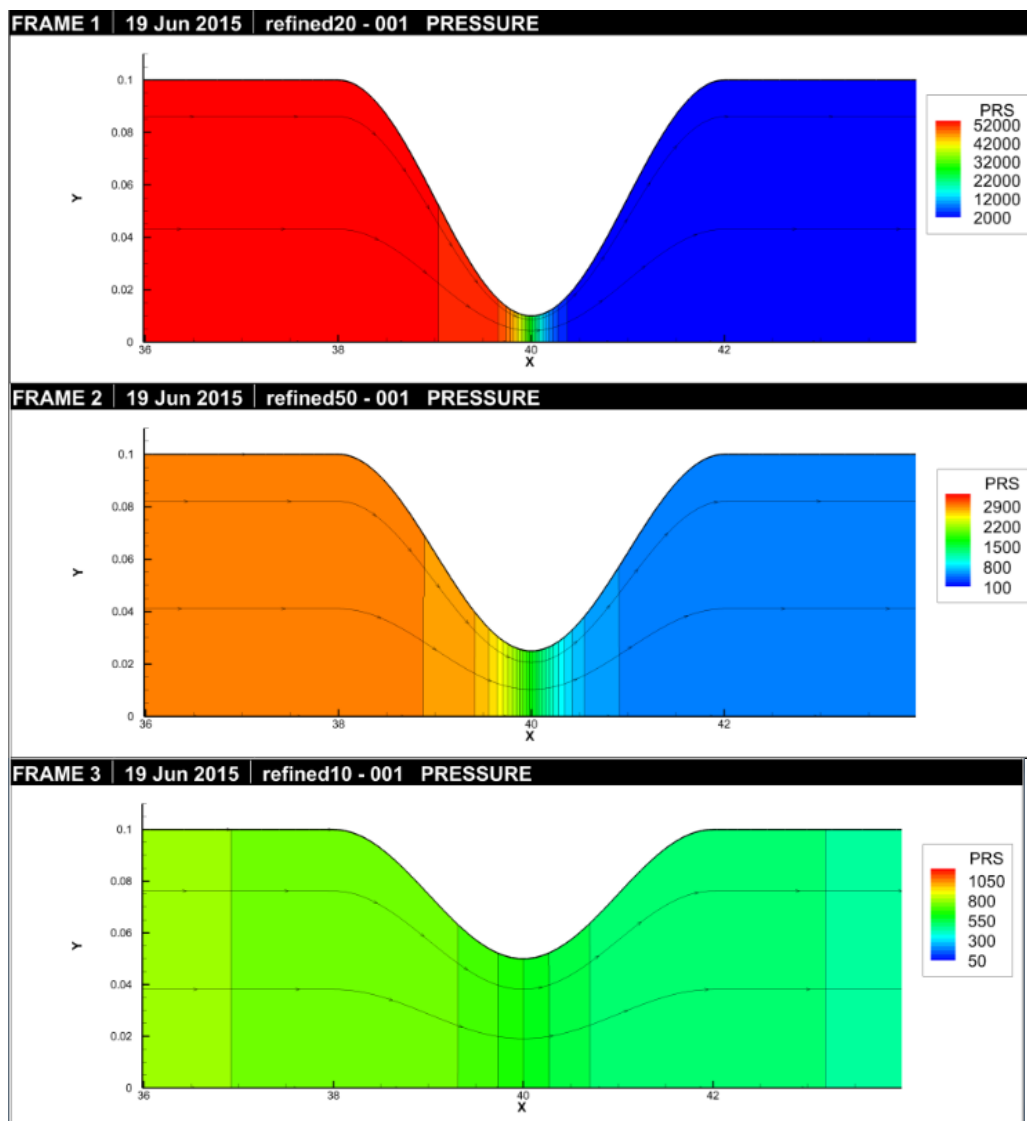


Figura 3-8 – Curvas de nível de pressão do escoamento do Fluido Newtoniano ($\mu=0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Zoom na constrição.

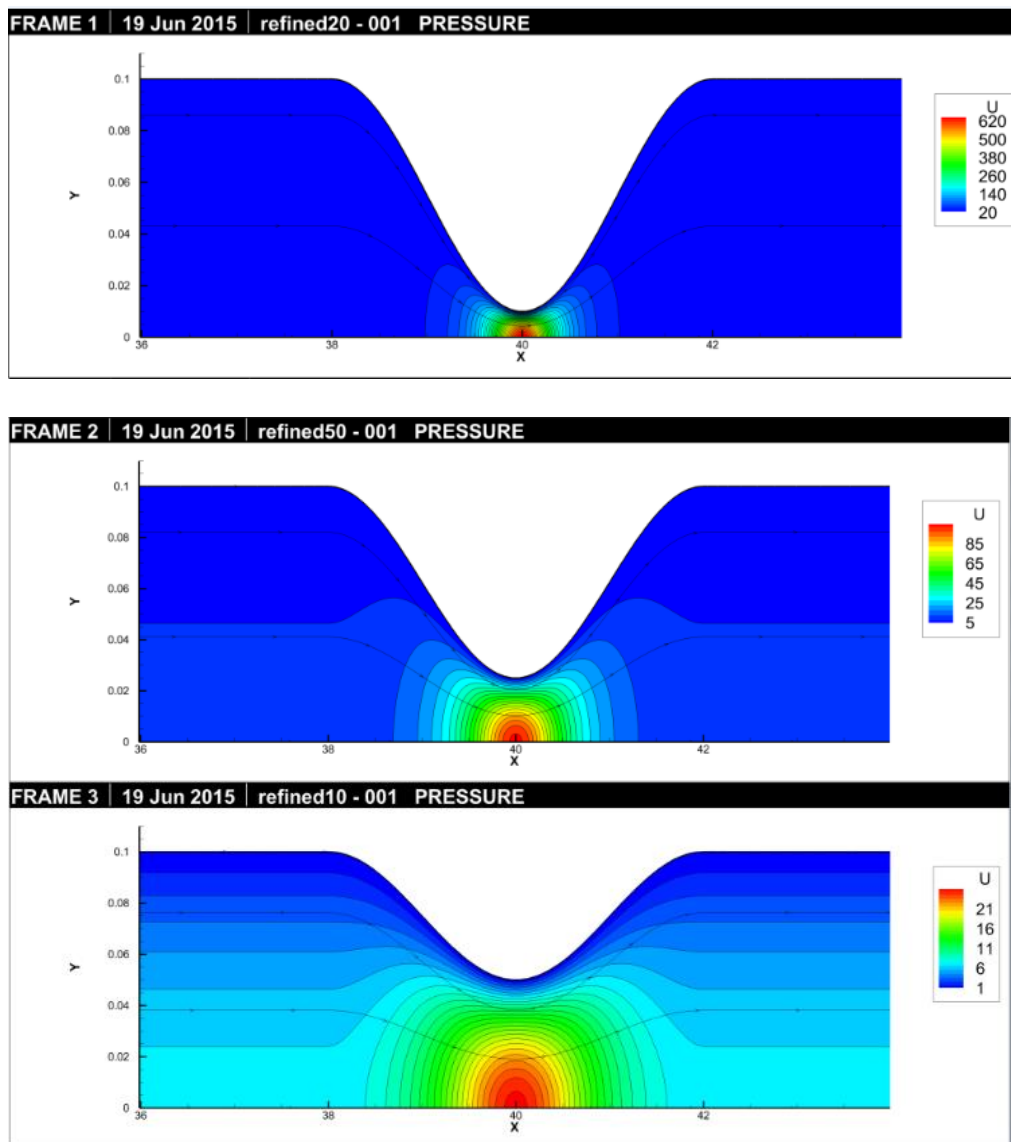


Figura 3-9 – Curvas de nível da componente horizontal da velocidade do escoamento do Fluido Newtoniano ($\mu = 0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Zoom na constricção.

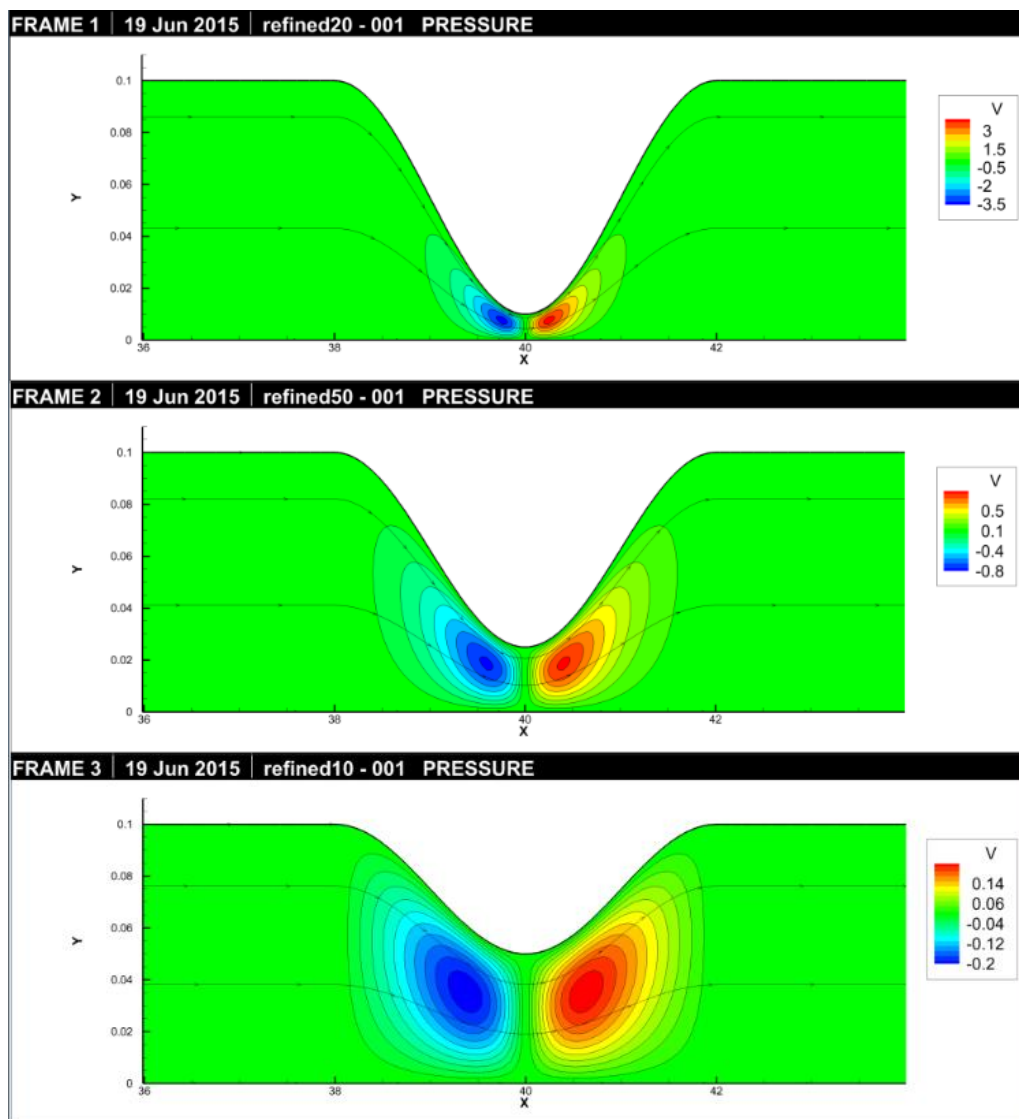


Figura 3-10 – Curvas de nível da componente vertical da velocidade do escoamento do Fluido Newtoniano ($\mu = 0,0048 \text{ Pa.s}$) através dos três capilares. Zoom na constricção.

3.3. Resultados para fluidos Oldroyd-B

A seguir seguem os resultados obtidos para as simulações realizadas com o modelo Oldroyd-B. A Tabela 8 apresenta as propriedades utilizadas nos modelos Newtoniano e Oldroyd-B para as simulações a seguir. Os resultados foram gerados para as geometrias 10:1:10, 4:1:4 e 2:1:2, com vazões de $0,0246 \text{ ml/min}$; $0,0312 \text{ ml/min}$ e $0,0541 \text{ ml/min}$, respectivamente. Estas vazões foram selecionadas de modo que o ΔP para os três capilares fosse aproximadamente o mesmo ($1,1 \cdot 10^4 \text{ Pa}$) para os três capilares com o fluido Oldroyd-B.

Tabela 8 – Propriedades dos fluidos comparados

Modelo	ρ (g/mm ³)	$\eta_s + \eta_p$ (Pa.s)	β	λ (s)
Newtoniano	0,001	0,0048	1	-
Oldroyd-B	0,001	0,0048	1/5	0,006

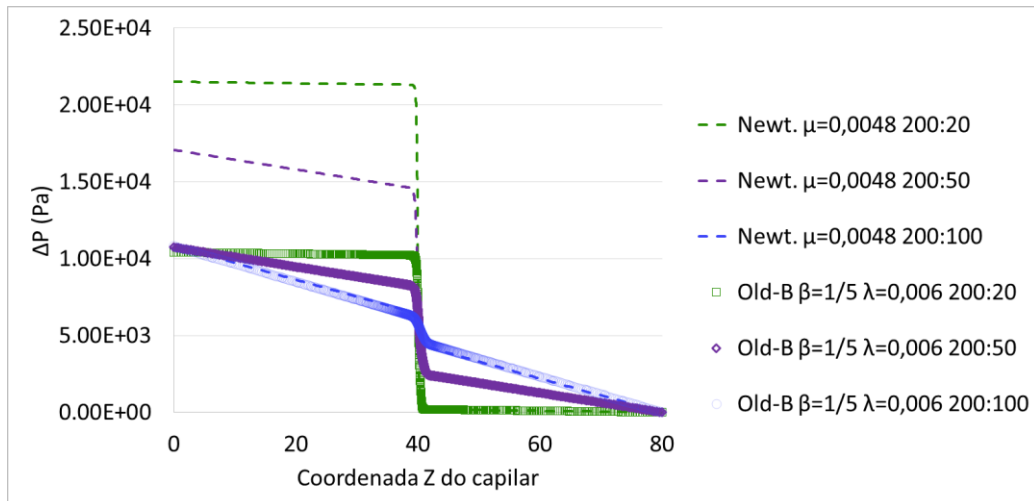


Figura 3-11 – Queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano e Oldroyd-B e diferentes razões de contração.

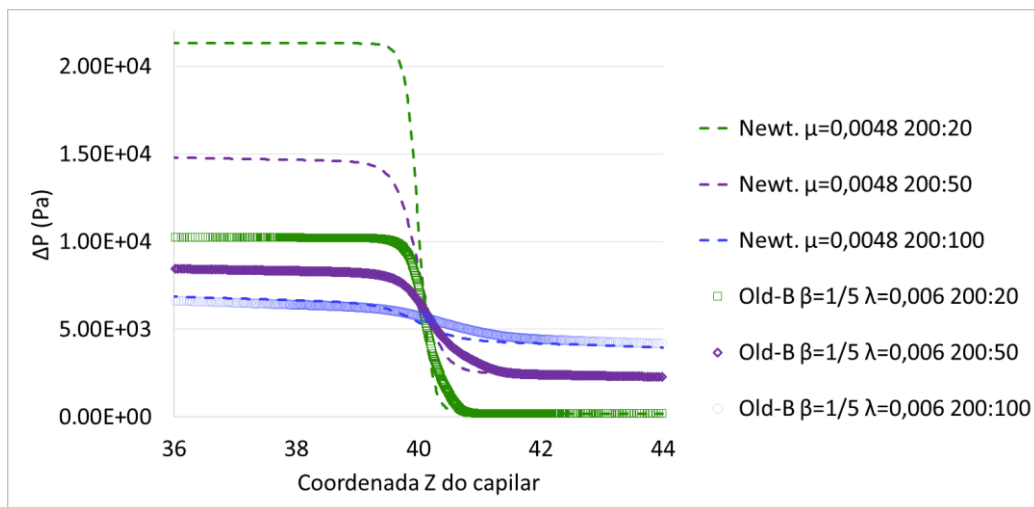


Figura 3-12 – Queda de pressão ao longo do capilar para modelo Newtoniano e Oldroyd-B e diferentes razões de contração. Zoom na contração.

Observando as Figura 3-11 e Figura 3-12 percebe-se de imediato que para uma mesma vazão imposta, o modelo Oldroyd-B apresenta uma relação $Q - \Delta P$ muito diferente daquela observada para o modelo Newtoniano. Observa-se uma queda de pressão muito reduzida em relação ao referencial Newtoniano, para os capilares 10:1:10 e 4:1:4, enquanto para o capilar 2:1:2 a relação é bastante

similar à Newtoniana. Estes resultados já indicam que o comportamento elástico do modelo não possui papel relevante para a constrição 2:1:2.

3.3.1. Influência de β e λ

O comportamento de redução da queda de pressão observado no item 3.3 pode ser estudado em função da razão de viscosidades (β) e do tempo de relaxação (λ). Esta comparação é feita nos gráficos exibidos adiante, onde analisa-se a variação da pressão adimensional (ΔP^*) em função do número de Wi . A Tabela 9 apresenta as propriedades dos fluidos Oldroyd-B testados.

Tabela 9 – Propriedades dos fluidos Oldroyd-B

Modelo	ρ (g/mm ³)	$\eta_s + \eta_p$ (Pa.s)	β	λ (s)
Oldroyd-B	0,001	0,0048	9/10	0,006
Oldroyd-B	0,001	0,0048	1/5	0,006
Oldroyd-B	0,001	0,0048	1/5	0,5
Oldroyd-B	0,001	0,0048	1/24	0,006
Oldroyd-B	0,001	0,003	1/3	0,007
Oldroyd-B	0,001	0,003	1/30	0,007

A Figura 3-13 exibe a relação ΔP^* - Wi para um fluido Oldroyd-B escoando através de um capilar de 200:100 μm . Percebe-se que a razão ΔP^* permanece próxima à um, o que é condizente com o comportamento similar ao puramente viscoso conforme foi observado na Figura 3-12. Este comportamento pode ser associado ao fato da pequena razão de constrição não proporcionar uma taxa de extensão suficiente para observar um forte efeito da contribuição polimérica.

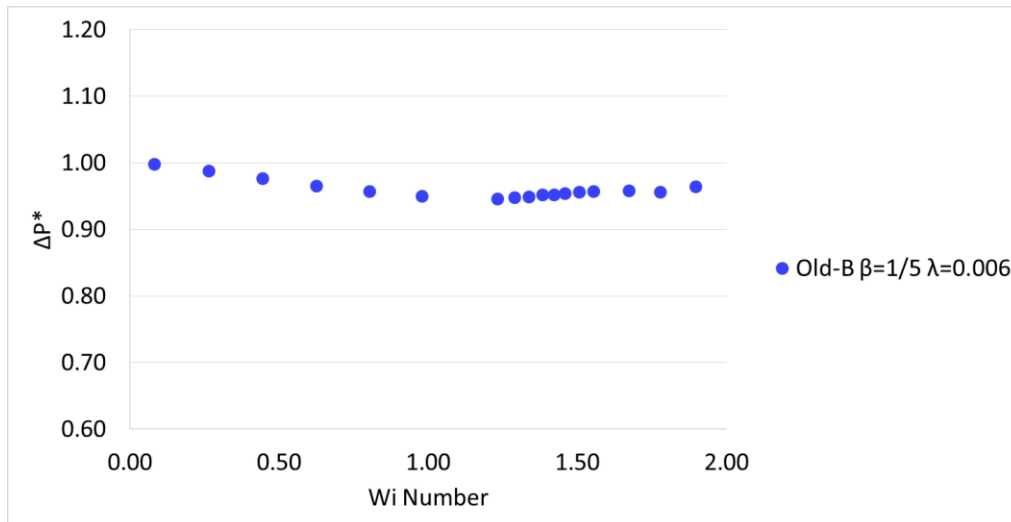


Figura 3-13 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B no capilar 2:1:2.

As Figuras 3-14 e 3-15 mostram que para diversas razões de viscosidades é observado uma relação ΔP^* - Wi bem diferente da Newtoniana. O único caso em que ΔP^* permaneceu próximo a um para toda a faixa de Wi testada foi para $\beta = 9/10$, devido à baixa contribuição do polímero na viscosidade do fluido. Este valor de β foi utilizado por indicação de Binding *et al.* (2006), pois representaria mais adequadamente fluidos de Boger.

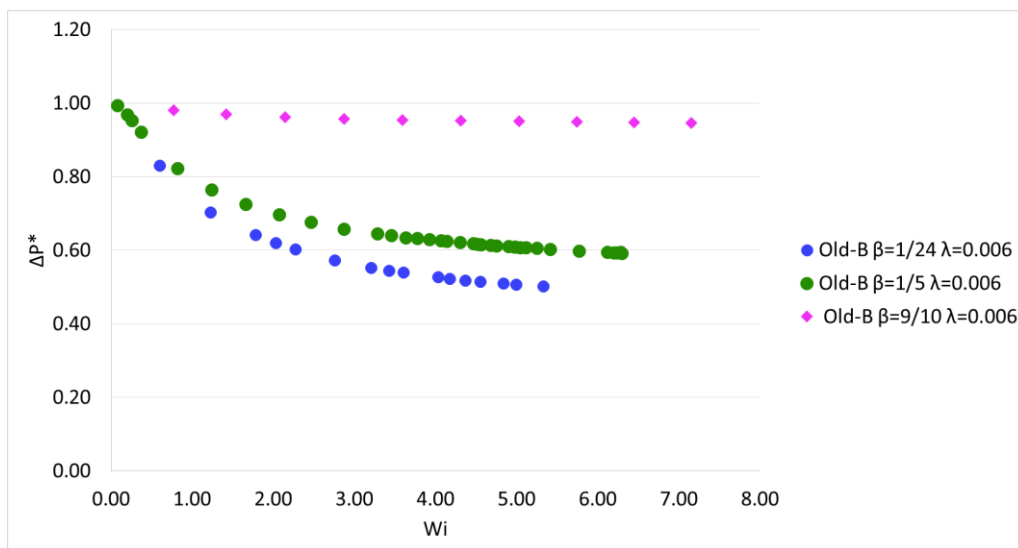


Figura 3-14 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B com diferentes razões de viscosidades no capilar 4:1:4.

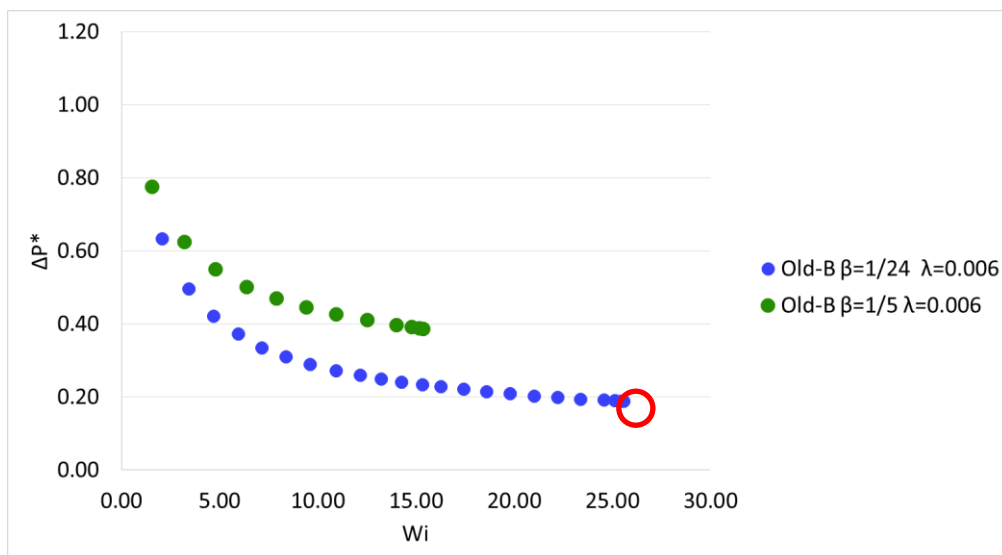


Figura 3-15 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B com diferentes razões de viscosidades no capilar 10:1:10.

Os resultados obtidos através desta análise reforçam os apresentados anteriormente, e permite-nos concluir que ao incrementar-se a razão de constrição, e com isso as taxas de cisalhamento e alongamento, a contribuição polimérica será mais forte e a queda de pressão será reduzida, fenômeno inverso ao observado experimentalmente. Percebe-se também claramente que a redução de β , isto é, aumentar a contribuição do polímero e reduzir a do solvente causa uma redução no ΔP^* .

Na Figura 3-16 fica evidente que no modelo Oldroyd-B a variação do tempo de relação (λ) não apresenta influência na relação ΔP^* - Wi . Nesta figura, percebe-se que para a mesma razão de viscosidades, $\beta = 1/5$, utilizando $\lambda = 0,006$ e $\lambda = 0,5$ as curvas se sobrepõem.

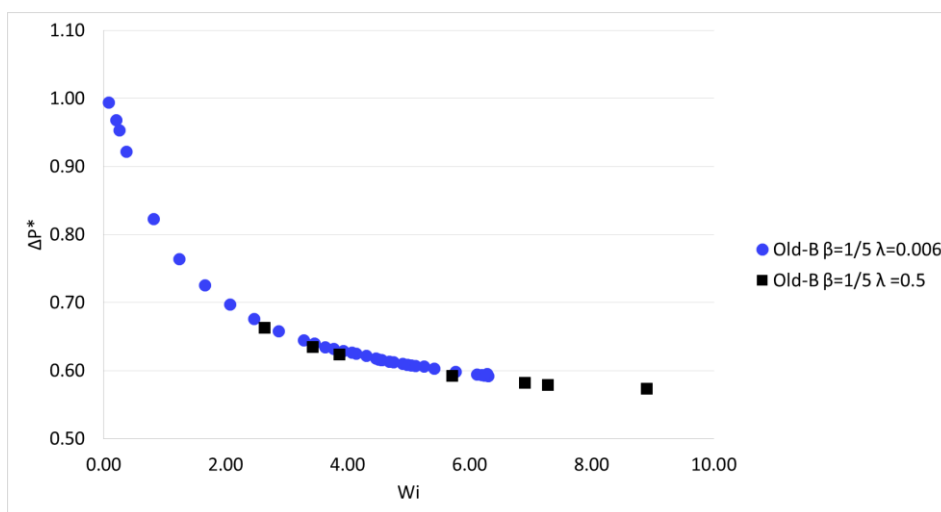


Figura 3-16 – ΔP^* - Wi para modelo Oldroyd-B com diferentes λ no capilar 4:1:4.

Na Figura 3-17 observa-se os campos de pressão, velocidade e tensão para o caso limite atingido para o capilar 10:1:10 (marcado com círculo vermelho na Figura 3-15) com um fluido Oldroyd-B ($\beta = 1/24$; $\lambda = 0,006$; $Wi = 25,58$). A taxa de cisalhamento máxima é estimada em $1,8 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$.

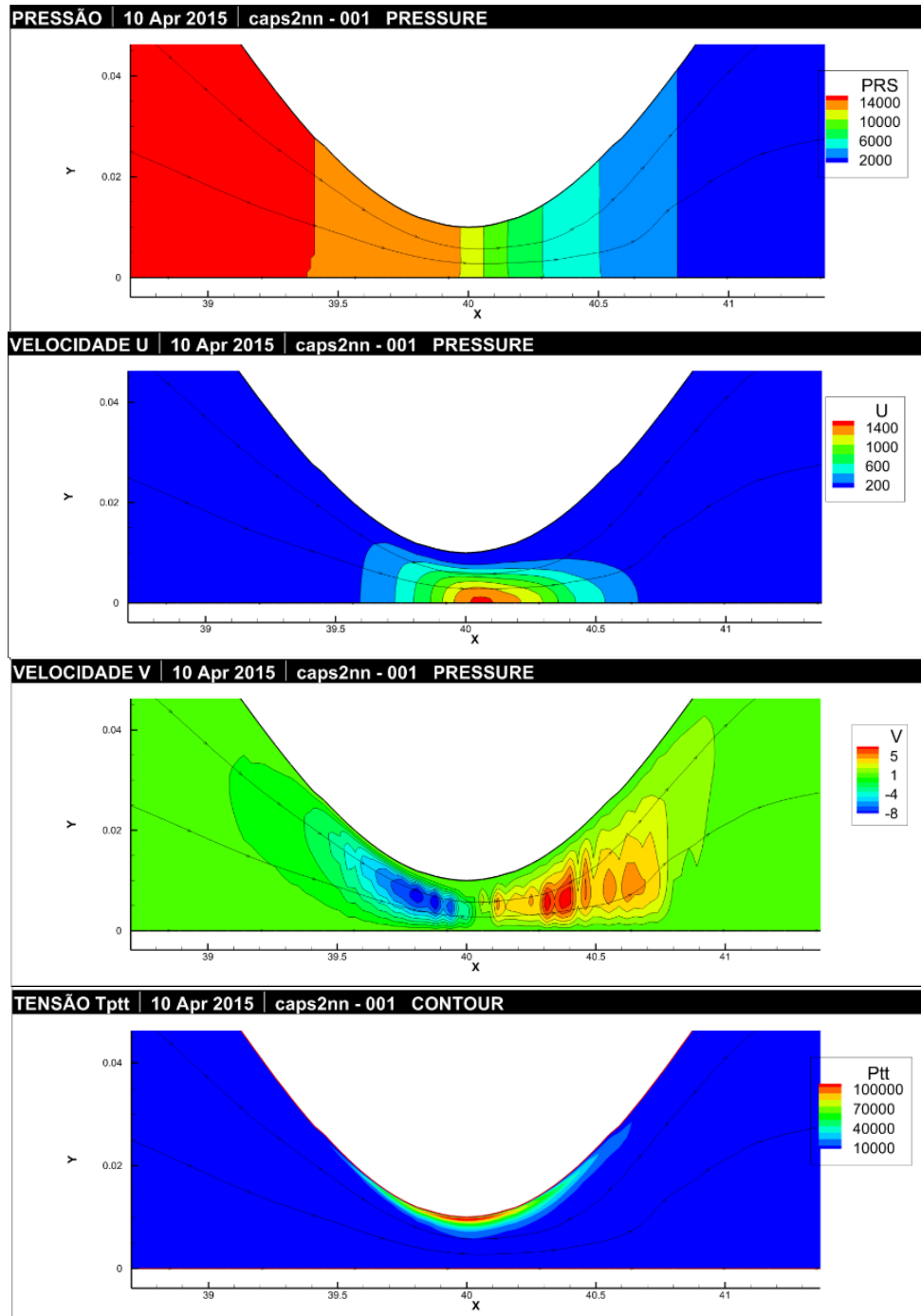


Figura 3-17 – Curvas de nível de pressão, velocidade horizontal, velocidade vertical e componente tangencial da tensão polimérica para capilar 10:1:10 e $Wi = 25,58$.

No caso acima percebe-se uma deformação no campo de velocidade horizontal, bem como elevada instabilidade no campo de velocidade vertical. Vale a pena ressaltar o altíssimo gradiente da componente tangencial da tensão polimérica, variando de 0 a 10^5 em alguns centésimos de milímetros.

3.4. Resultados para fluidos FENE-CR

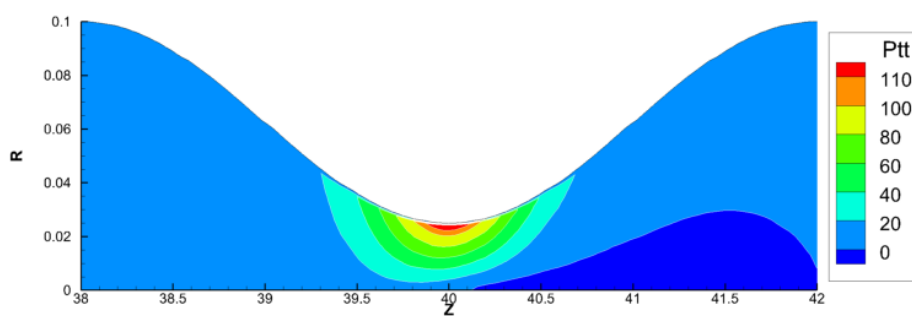
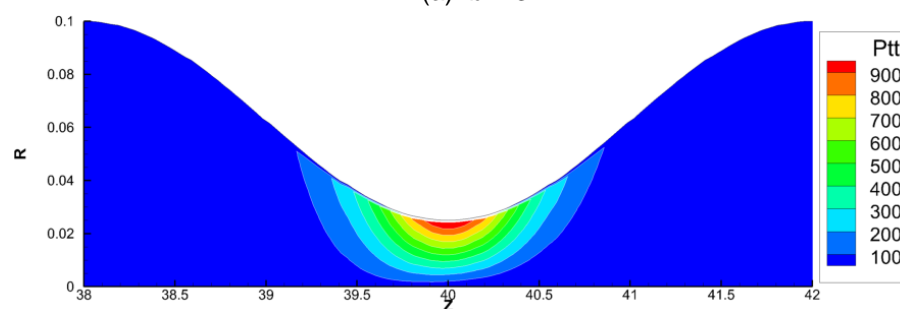
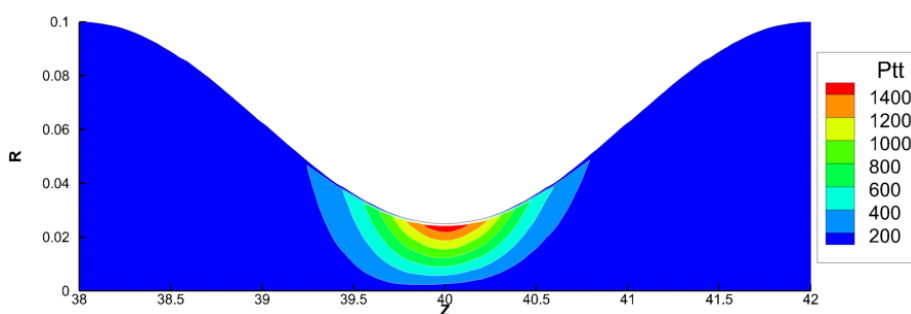
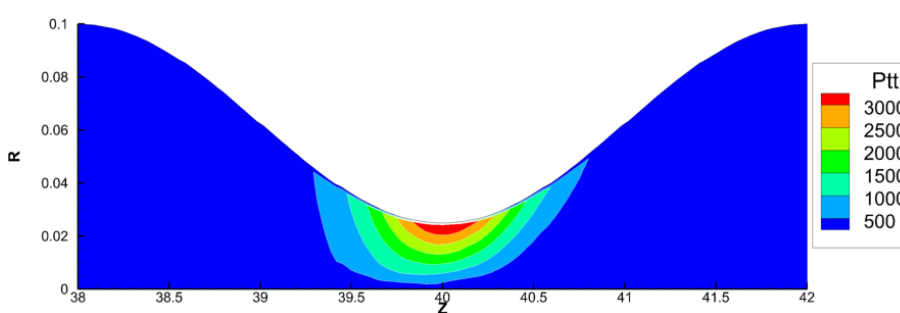
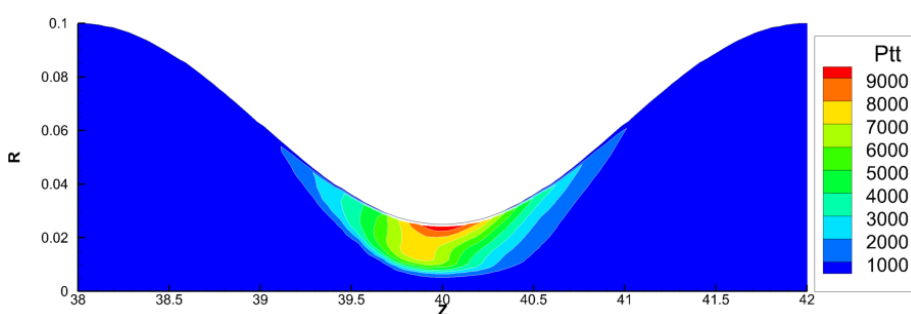
Neste item apresenta-se os resultados obtidos através das simulações com o modelo FENE-CR. Para este modelo, analisou-se a influência do comprimento das moléculas, b , tempo de relaxação do polímero, λ e a razão de viscosidades β .

3.4.1. Influência do parâmetro b

O parâmetro b , conforme visto no item 2.3, representa o comprimento físico das cadeias poliméricas e possui relação direta com a viscosidade extensional do fluido, η_E . Para baixos valores de b , o fluido se aproxima às características de um fluido puramente viscoso. Já para altos valores de b , maior será a contribuição elástica do fluido e no limite de $b \rightarrow \infty$ o modelo deve recuperar o comportamento de um fluido Oldroyd-B (infinitamente extensível). A Tabela 10 apresenta as propriedades utilizadas no modelo FENE-CR para as simulações a seguir. Os resultados foram gerados para a geometria 4:1:4 com vazão de 0,054 *ml/min*.

Tabela 10 – Propriedades dos fluidos FENE-CR

Modelo	ρ (g/mm ³)	$\eta_s + \eta_p$ (Pa.s)	β	λ (s)	b
FENE-CR	0,001	0,0048	1/5	0,006	3.1
FENE-CR	0,001	0,0048	1/5	0,006	10
FENE-CR	0,001	0,0048	1/5	0,006	20
FENE-CR	0,001	0,0048	1/5	0,006	100
FENE-CR	0,001	0,0048	1/5	0,006	1000
FENE-CR	0,001	0,0048	1/5	0,006	10^5

(a) $b = 3.1$ (b) $b = 10$ (c) $b = 20$ (d) $b = 100$ (e) $b = 1000$

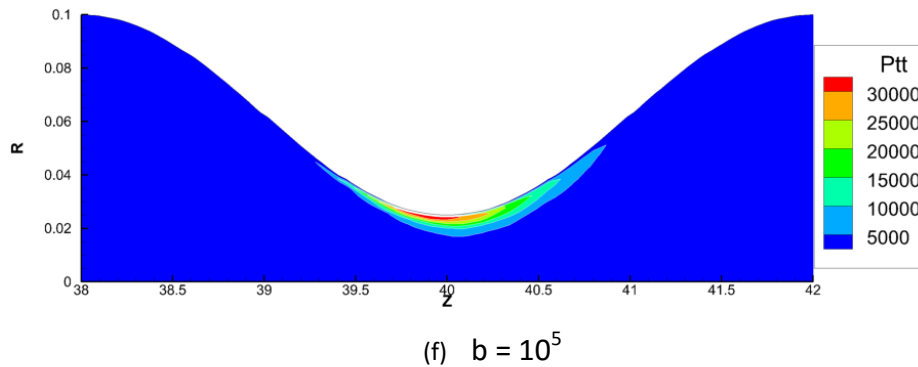


Figura 3-18 – Curvas de nível da componente tangencial da tensão polimérica, τ_{pt} , para fluidos FENE-CR escoando em um capilar 4:1:4. $Wi = 6,4$.

A Figura 3-18 exibe o campo do componente tangencial da tensão polimérica para um fluido FENE-CR com diversos valores de b . Percebe-se claramente que aumentando o valor de b , a tensão aumenta e se concentra na parede superior do capilar e para $b=10^5$ é formada uma camada limite, muito similar às observadas previamente com o modelo Oldroyd-B. A Figura 3-19 apresenta a componente tangencial da tensão polimérica ao longo da linha de simetria do capilar para os mesmos fluidos exibidos acima, além de um equivalente Oldroyd-B.

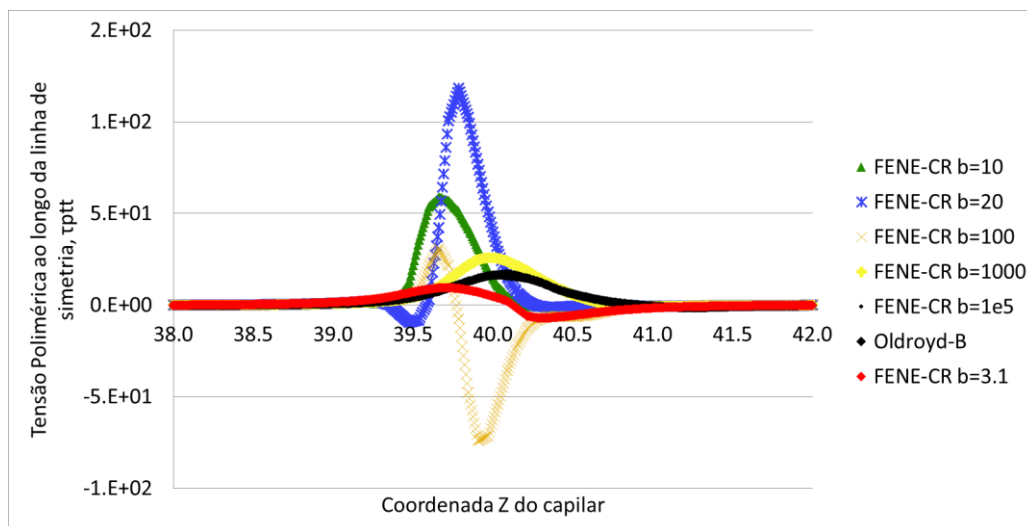


Figura 3-19 – Componente tangencial da tensão polimérica ao longo da linha de simetria para diferentes valores de b .

Nota-se que a tensão cresce de um valor mínimo em $b = 3.1$ até um máximo em $b = 20$. Após isto, a tensão diminui à medida em que a camada limite torna-se mais fina e mais concentrada na parede superior do capilar, onde a tensão é máxima, e cada vez mais distante da linha de simetria. Quando usado $b = 10^5$ a

resposta é idêntica àquela obtida para o modelo Oldroyd-B, com propriedades de fluido equivalentes e as curvas ficam sobrepostas.

A Figura 3-20 mostra a relação ΔP^* - Wi para um fluido FENE-CR escoando através de um capilar de 200:50 μm , onde varia-se apenas o comprimento das cadeias poliméricas, b .

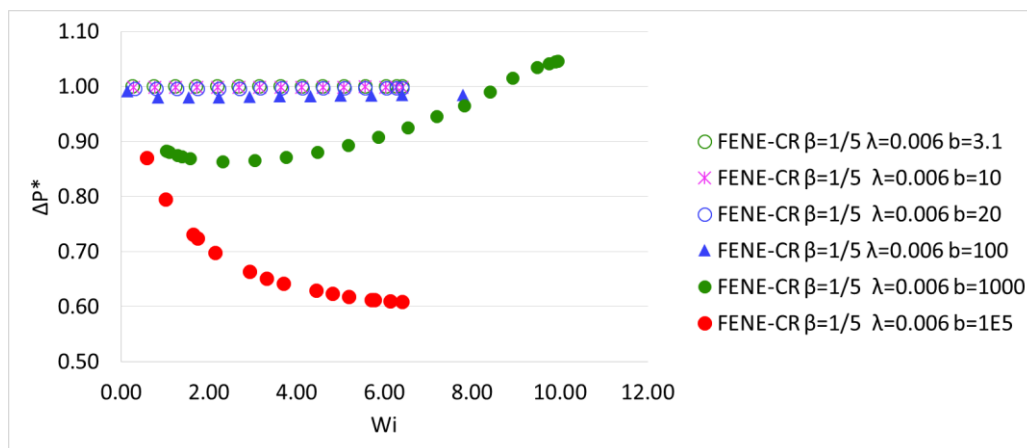


Figura 3-20 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de b escoando em um capilar 4:1:4.

Diferentemente de trabalhos anteriores (Szabo *et al.* (1997)) onde foi observado $\Delta P^* > 1$ para baixos valores de b ($b = 5$), neste trabalho só foi possível obter tal resultado ao utilizar-se $b = 1000$. Nota-se que para baixos valores de b o ΔP^* mantém-se constante, assim como em um fluido puramente viscoso.

A Figura 3-21 compara o modelo FENE-CR ($b = 10^5$) com resultados obtidos para o modelo Oldroyd-B, exibidos no item 3.3.1, e os modelos convergem para soluções muito próximas. Este resultado confirma o correto comportamento do modelo, já que no limite de $b \rightarrow \infty$ as cadeias poliméricas poderiam ser estendidas infinitamente, o que é intrínseco ao modelo Oldroyd-B.

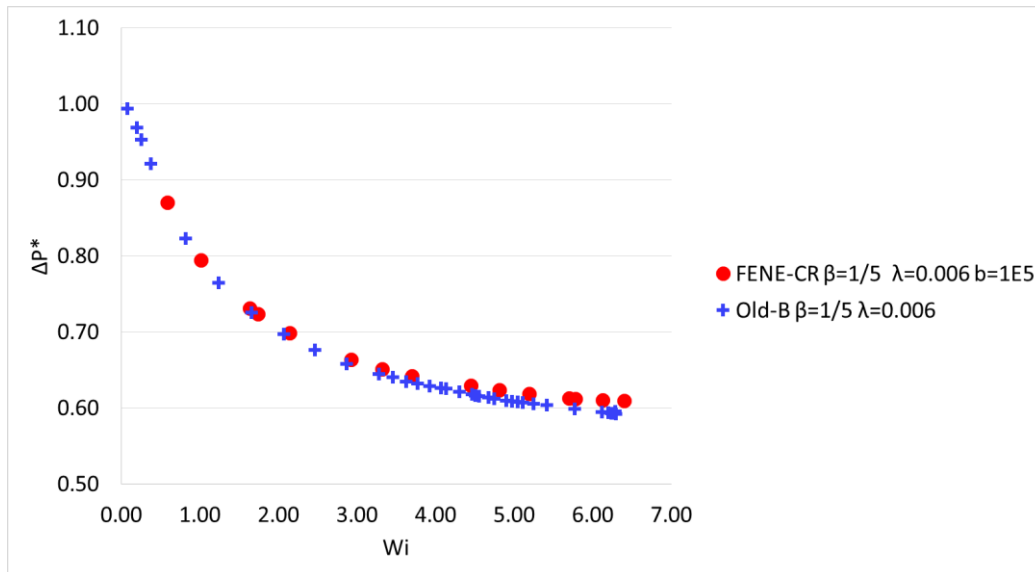


Figura 3-21 – Modelo FENE-CR com $b=10^5$ recuperando modelo Oldroyd-B em um capilar 4:1:4.

A Figura 3-22 apresenta o teste do parâmetro b realizado no capilar de razão 10:1:10. Percebe-se que assim como no capilar 4:1:4, $b = 10$ manteve a relação ΔP^* - Wi constante, porém, para $b = 1000$ o resultado obtido não foi satisfatório pois para a faixa de Wi analisada o ΔP^* manteve-se inferior à um, enquanto experimentalmente observa-se $\Delta P^* > 1$.

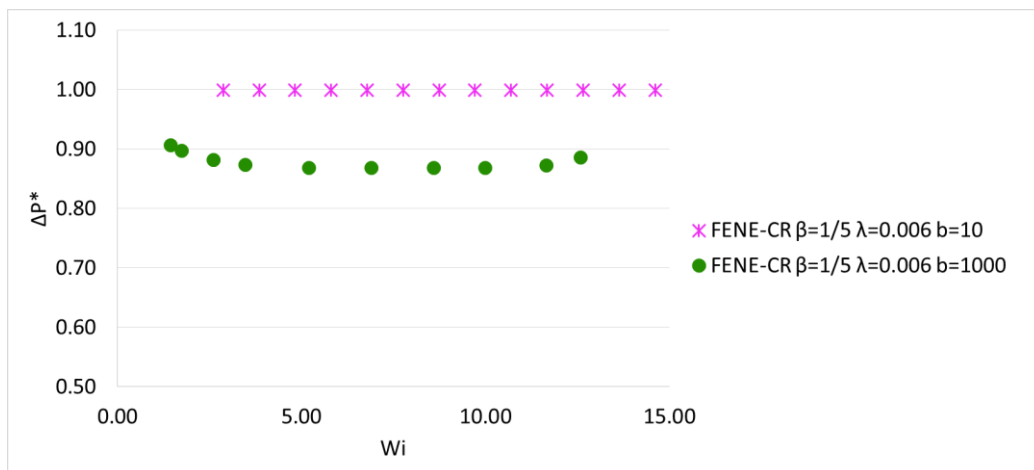


Figura 3-22 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de b escoando em um capilar 10:1:10.

Para o capilar de razão de contração 2:1:2 a Figura 3-23 mostra que novamente o capilar não proporciona deformações suficientes para se obter um bom resultado com o modelo. O ΔP^* manteve-se sempre muito próximo à um.

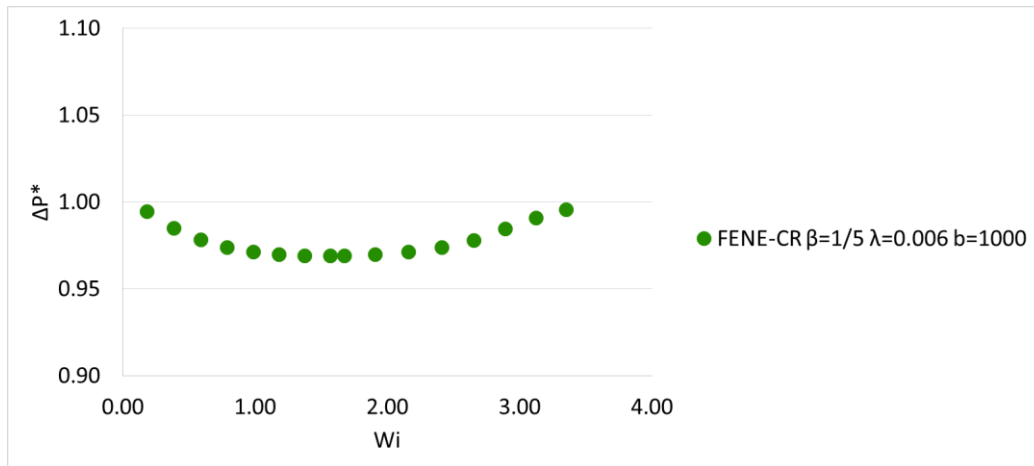


Figura 3-23 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de b escoando em um capilar 2:1:2.

3.4.2. Influência de β e λ

Neste item faremos o mesmo estudo que foi feito para o modelo Oldroyd-B, analisando a influência da razão de viscosidades (β) e do tempo de relaxação (λ), porém agora para o modelo FENE-CR. Este trabalho é apresentado nos gráficos exibidos adiante, onde analisa-se a variação adimensional de pressão (ΔP^*) em função do número de Wi . A Tabela 11 apresenta as propriedades dos fluidos FENE-CR testados.

Tabela 11 – Propriedades dos fluidos FENE-CR

Modelo	ρ (g/mm ³)	$\eta_s + \eta_p$ (Pa.s)	β	λ (s)	b
FENE-CR	0,001	0,0048	1/24	0,006	20
FENE-CR	0,001	0,0048	1/24	0,006	1000
FENE-CR	0,001	0,0048	4/9	0,006	1000
FENE-CR	0,001	0,0048	4/9	0,0165	1000

Na Figura 3-24 pode-se perceber que mesmo utilizando uma elevada viscosidade para o polímero ($\beta = 1/24$) não se observa variações no ΔP^* para baixos valores de b ($b = 20$, no caso). Ao simular a mesma razão de viscosidades, porém agora com $b = 1000$ observa-se um comportamento numericamente instável. O ΔP^* reduz e retoma mais bruscamente do que com $\beta = 1/5$, o que era esperado devido à maior contribuição do polímero, porém para $Wi > 6$ há uma estabilização e depois para $Wi > 9$ há uma retomada do crescimento.

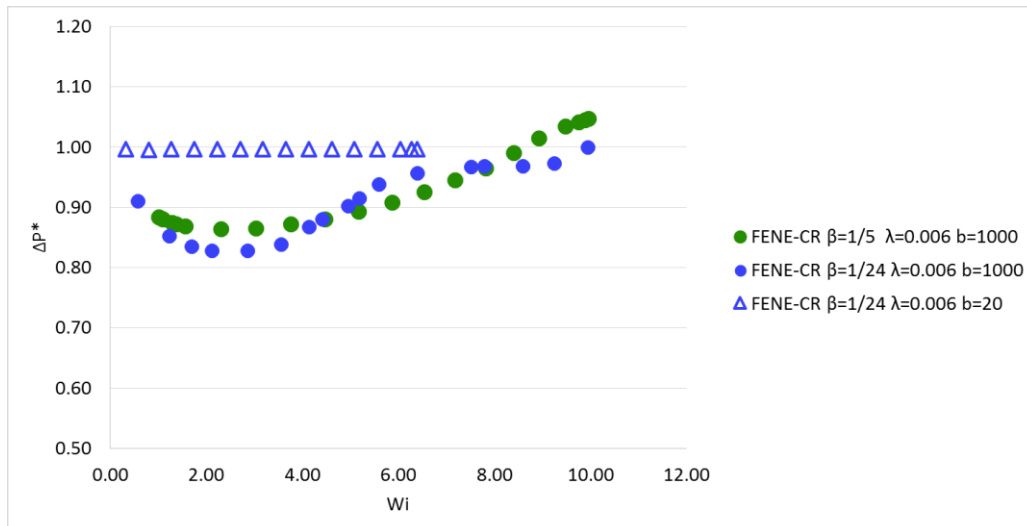


Figura 3-24 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de β escoando em um capilar 4:1:4.

Na Figura 3-25 apresenta-se os resultados para o capilar com razão de constricção 10:1:10. Neste caso testou-se a redução da contribuição polimérica (aumentando β) e o resultado obtido foi o esperado. Com a redução da contribuição polimérica, o ΔP^* sofreu menos alterações mas manteve-se com o mesmo comportamento do caso com $\beta = 1/5$.

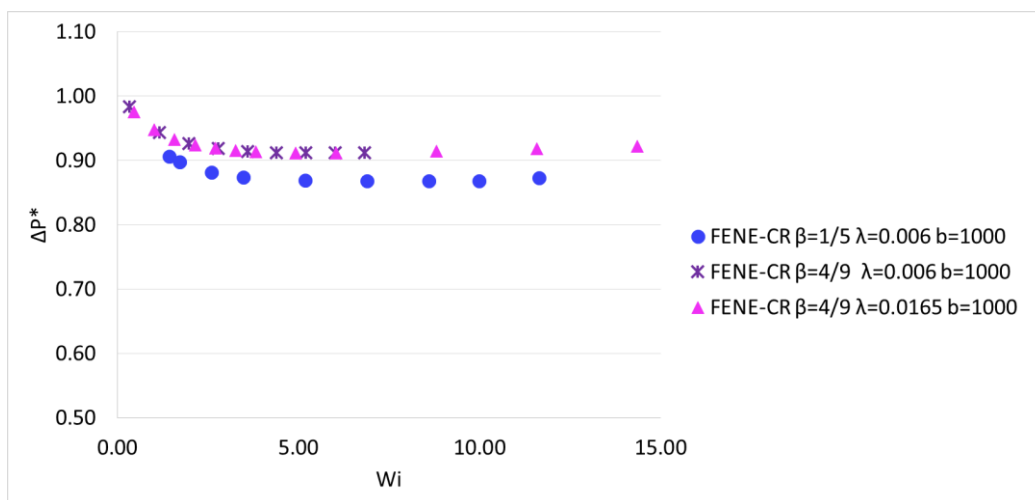


Figura 3-25 – ΔP^* - Wi para modelo FENE-CR com diferentes valores de β escoando em um capilar 10:1:10.

Ainda na Figura 3-25 nota-se que o incremento do tempo de relaxação de $\lambda = 0,006$ para $\lambda = 0,0165$ não apresentou alterações representativas na relação ΔP^* - Wi , comportamento que também foi observado no item 3.3.1 para o modelo Oldroyd-B.

3.5. Modelagem de uma Solução Polimérica

A Figura 3-26 apresenta uma tentativa de modelagem numérica de uma solução diluída de óxido de polietileno (PEO) à 0,2%. Nela compara-se a relação entre vazão e queda de pressão entre os três modelos estudados e com resultados experimentais publicados por Sá *et al.* (2015). As propriedades dos fluidos, também obtidas experimentalmente, são exibidas na Tabela 12.

Tabela 12 – Propriedades dos fluidos testados na modelagem do PEO 0.2%

Modelo	ρ (g/mm ³)	$\eta_s + \eta_p$ (Pa.s)	β	λ (s)	b
FENE-CR	0,001	0,0048	9/10	0,006	1000
Newtoniano	0,001	0,0048	1/5	0,006	-
Oldroyd-B	0,001	0,0048	1/30	0,007	-

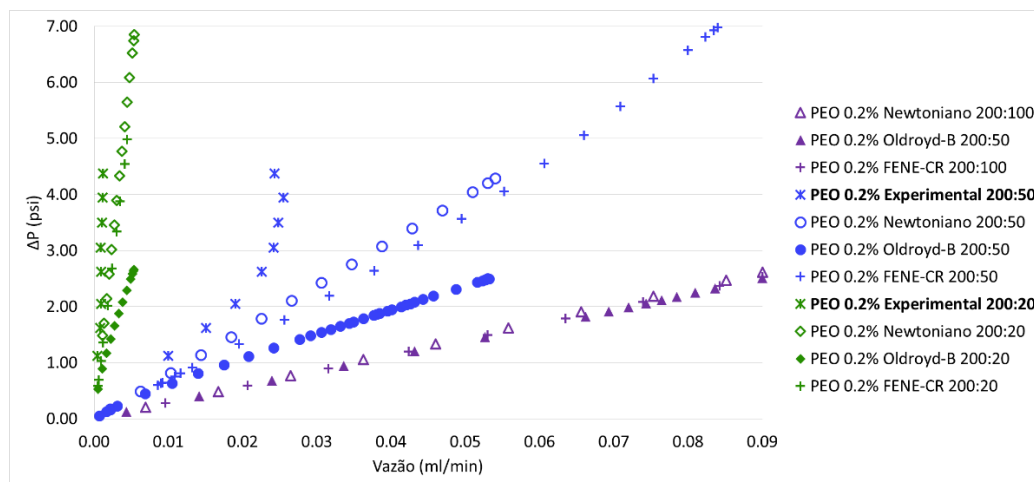


Figura 3-26 – Relação Q - ΔP para diferentes capilares. Comparação entre modelos Newtoniano, Oldroyd-B e FENE-CR com resultados experimentais.

Fica claro que a constrição 2:1:2 não apresenta taxa extensional suficiente para que as cadeias poliméricas sejam esticadas, com isso, os três modelos têm comportamento similar. Para os capilares com constrição 4:1:4 e 10:1:10, diferentes comportamentos foram observados. Nas duas geometrias o modelo Oldroyd-B apresentou uma redução do diferencial de pressão, sendo esta redução mais intensa na constrição 10:1:10. O modelo FENE-CR apresentou um comportamento interessante na constrição 4:1:4, onde a queda de pressão

ultrapassou o referencial Newtoniano e obteve-se $EPD > 1$. No entanto, não foi possível reproduzir este comportamento para o capilar de constrição 10:1:10. Por fim conclui-se que nenhum dos modelos apresentados consegue reproduzir o comportamento apresentado pelos resultados experimentais.

O escoamento de soluções poliméricas diluídas é estudado desde a década de 1960, em diversas linhas de pesquisa. O crescimento do interesse da indústria de petróleo e gás neste tema se deve à alta empregabilidade de tais soluções como métodos de recuperação avançada de petróleo e, com isso, tal problema é continuamente desenvolvido em pesquisas de todo o mundo em busca de um melhor entendimento deste problema complexo.

Seguindo este objetivo, estudou-se o escoamento de soluções poliméricas diluídas através de micro capilares com constrição implementando dois modelos constitutivos para fluidos Não-Newtonianos em um solver frontal de elementos finitos para as equações de Navier-Stokes. Para compreender o funcionamento dos modelos uma análise paramétrica dos parâmetros reológicos do fluido e característicos dos escoamentos foi realizada.

Baseado nos resultados apresentados no Capítulo 3, pode-se concluir que a modelagem numérica de um escoamento de soluções poliméricas diluídas através de micro capilares com constrição é influenciada por:

- **O modelo constitutivo utilizado e suas funções materiais**

O modelo Oldroyd-B tem sua convergência limitada à baixos números de Weissenberg devido ao elevado gradiente da tensão polimérica na parede da constrição, assemelhando-se ao problema clássico de camada limite. Como reportado em estudos recentes Tamaddon Jahromi *et al.* (2011); Walters *et al.* (2009), o modelo falha em prever um aumento da queda de pressão ($\Delta P^* > 1$) devido à forte dependência da primeira diferença de tensões normais (N_I) em função da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$). Já o modelo FENE-CR, quando utilizando um valor apropriado para o comprimento das moléculas (parâmetro b), anula o efeito de redução de queda de pressão levando até a casos de $EPD > 1$, como observou-se para o caso de $b = 1000$ no capilar 4:1:4. No entanto, para $b = 1000$ a

convergência limita-se à baixos valores para o tempo de relaxação, λ . Com menores valores de b , foi possível obter convergência para maiores valores de λ , porém, sem observar nenhum ganho significativo de *EPD*.

- **Tempo de Relaxação (λ)**

Para o modelo Oldroyd-B, um aumento no tempo de relaxação λ leva à um forte aumento no gradiente da tensão polimérica e, com isso, a camada limite de tensão formada impossibilita a convergência para maiores vazões. Já no modelo FENE-CR, quando usando valores apropriados de b , obtêm-se convergência para valores satisfatórios de λ sendo possível observar deformações nos campos de velocidade devido ao efeito elástico do polímero, porém, não visualizamos mudanças perceptíveis no *EPD*.

- **Razão de Viscosidades (β)**

Ao reduzir a razão de viscosidades no modelo Oldroyd-B, ou seja, diminuindo a contribuição do solvente e aumentando a do polímero, a redução do ΔP^* é acentuada devido ao aumento da tensão polimérica. Já no FENE-CR, os resultados foram inconclusivos, já que nos casos simulados observou-se instabilidades. Aguayo et al. (2008) reportaram melhores resultados com uma alta razão de viscosidades ($\beta = 0.9$), porém, para estes valores não conseguimos atingir convergência para a faixa útil de números de Wi .

- **Razão de Construção**

Para ambos os modelos é nítido o aumento da contribuição polimérica ao aumentar a razão de construção, devido ao proporcional aumento da taxa de cisalhamento. Observou-se uma redução pela metade no ΔP^* no modelo Oldroyd-B ao alterar a razão de construção de 4:1:4 para 10:1:10. O modelo FENE-CR apresentou tendências diferentes na relação ΔP^* - Wi para tais razões de construção. Usando as mesmas propriedades de fluido no capilar 4:1:4 obteve-se $\Delta P^* > 1$, já no capilar 10:1:10 o ΔP^* manteve-se entre 0,8 e 0,9. A contração 2:1:2 parece ser suave demais para qualquer modelo apresentar efeitos de suas

propriedades elásticas. Em todos os casos simulados para esta geometria o ΔP^* permaneceu próximo à unitário.

A partir deste estudo, identificamos alguns pontos que podem ser melhorados e fornecemos como sugestões para trabalhos futuros, a fim de melhorar o entendimento sobre o problema analisado.

- Implementar melhorias sugeridas por Walters *et al.* (2009) no modelo Oldroyd-B com o objetivo de representar de forma mais adequada a primeira diferença de tensões normais N_I e tentar prever $EPD > 1$. Walters apresenta o modelo “ J ”, no qual é possível limitar a primeira diferença de tensões normais em função da taxa de cisalhamento e comprova com o modelo que realmente há uma relação direta entre a primeira diferença de tensões normais e o comportamento indesejado de redução do EPD .
- Alcançar convergência para longos tempos de relaxação, com maiores vazões. O “Problema de Alto Número de Weissenberg” é um obstáculo recorrente na reologia computacional e acarreta em instabilidades numéricas e na não convergência da solução. Tal fenômeno pode ser suavizado com melhorias no tratamento da decomposição do tensor de conformação A como as apresentadas por Balci *et al.* (2011).

AFSHARPOOR, A. *et al.* **CFD modeling of the effect of polymer elasticity on residual oil saturation at the pore-scale.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 94-95, p. 79–88, set. 2012.

AGUAYO, J. P.; TAMADDON-JAHROMI, H. R.; WEBSTER, M. F. **Excess pressure-drop estimation in contraction and expansion flows for constant shear-viscosity, extension strain-hardening fluids.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 153, n. 2-3, p. 157–176, ago. 2008.

AVENDANO, J. *et al.* **Enhanced displacement of a liquid pushed by a viscoelastic fluid.** Journal of colloid and interface science, v. 410, p. 172–80, 15 nov. 2013.

BALCI, N. *et al.* **Symmetric factorization of the conformation tensor in viscoelastic fluid models.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 166, n. 11, p. 546–553, 2011.

BINDING, D. M.; PHILLIPS, P. M.; PHILLIPS, T. N. **Contraction/expansion flows: The pressure drop and related issues.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 137, n. 1-3, p. 31–38, ago. 2006.

BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. **Dynamics of polymeric liquids - Vol 1 - Fluid Mechanics**, 1987.

BIRD, R. B.; DOTSON, P. J.; JOHNSON, N. L. **Polymer solution rheology based on a finitely extensible bead-spring chain model.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 7, n. 2, p. 213–235, 1980.

BOGER, D. V. **Viscoelastic Flows Through Contractions.** Annual Reviews Fluid Mechanics, 1987.

COELHO, E. F. Q. A. **Deslocamento de Líquidos Viscoelásticos em Tubos Capilares.** [s.l.] Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

DEBBAUT, B.; MARCHAL, J. M.; CROCHET, M. J. **Numerical Simulation of Highly Viscoelastic Flows Through an Abrupt Contraction.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 29, p. 119–146, 1988.

GREEN, D. W.; WILLHITE, G. P. **Enhanced Oil Recovery.** SPE Textbo ed. Richardson, TX: Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME, Society of Petroleum Engineers, 1998.

GUÉNETTE, R.; FORTIN, M. **A new mixed finite element method for computing viscoelastic flows.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 60, n. 1, p. 27–52, 1995.

HASHMI, A. R. AL *et al.* **Rheology and mechanical degradation of high-molecular-weight partially hydrolyzed polyacrylamide during flow through**

capillaries. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 105, p. 100–106, maio 2013.

HATZIGNATIOU, D. G.; NORRIS, U. L.; STAVLAND, A. **Core-scale simulation of polymer flow through porous media.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 108, p. 137–150, ago. 2013.

HERRCHEN, M.; OTTINGER, H. C. **A detailed comparison of various FENE dumbbell models.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 0257, n. 96, 1997.

HULL, R. **What is a Mature Field? - Halliburton.** Disponível em: <<http://halliburtonblog.com/what-is-a-mature-field/>>. Acesso em: 26 mar. 2015.

LAKE, L. W. **Enhanced Oil Recovery.** Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1989.

LEE, A. G.; SHAQFEH, E. S. G.; KHOMAMI, B. **A study of viscoelastic free surface flows by the finite element method: Hele–Shaw and slot coating flows.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 108, n. 1-3, p. 327–362, 2002.

OLDROYD, J. G. **On the Formulation of Rheological Equations of State.** Proceedings of the Royal Society of London, p. 523–541, 1950.

ØREN, P. E.; BAKKE, S. **Reconstruction of Berea sandstone and pore-scale modelling of wettability effects.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 39, n. 3-4, p. 177–199, 2003.

PASQUALI, M.; SCRIVEN, L. E. **Free surface flows of polymer solutions with models based on the conformation tensor.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 108, n. 1-3, p. 363–409, dez. 2002.

PURNODE, B.; CROCHET, M. J. **Polymer solution characterization with the FENE-P model.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 77, p. 1–20, 1998.

PYE, D. **Improved Secondary Recovery by Control of Water Mobility.** Journal of Petroleum Technology, v. 16, n. 8, p. 911–916, 1964.

QUINTELLA, E. F.; SOUZA MENDES, P. R.; CARVALHO, M. S. **Displacement flows of dilute polymer solutions in capillaries.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 147, n. 1-2, p. 117–128, nov. 2007.

RALLISON, J. M.; CHILCOTT, M. D. **Creeping flow of dilute polymer solutions past cylinders and spheres.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 29, p. 381–432, 1988.

RODD, L. E. *et al.* **The inertio-elastic planar entry flow of low-viscosity elastic fluids in micro-fabricated geometries.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 129, n. 1, p. 1–22, 2005.

ROMERO, O. J. **Limite de vazao minima para processos de revestimento por extrusao de solucoes polimericas.** [s.l.] Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

ROMERO, O. J.; SCRIVEN, L. E.; CARVALHO, M. S. **Slot coating of mildly viscoelastic liquids.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 138, n. 2-3, p. 63–75, out. 2006.

ROSA, ADALBERTO J., CARVALHO, RENATO S. & XAVIER, J. A. D.

Engenharia de Reservatórios de Petróleo. [s.l.] Interciência, 2006.

SÁ, M. C. P. DE; MAZA, D.; CARVALHO, M. S. **Experimental and numerical studies of viscoelastic polymer solution flows through constricted micro capillary**, 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering. *Anais...*Rio de Janeiro: 2015

SANDIFORD, B. B. **Laboratory and Field Studies of Water Floods Using Polymer Solutions to Increase Oil Recoveries.** *Journal of Petroleum Technology*, v. 16, n. 8, 1964.

SMITH, F. **The Behavior of Partially Hydrolyzed Polyacrylamide Solutions in Porous Media.** *Journal of Petroleum Technology*, v. 22, n. 2, 1970.

SORBIE, K. S. **Polymer-Improved Oil Recovery.** Glasgow, Scotland: Blackie and Son Ltd., 1991.

SUN, J. *et al.* **Finite element method for viscoelastic flows based on the discrete adaptive viscoelastic stress splitting and the discontinuous Galerkin method: DAVSS-G/DG.** *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 86, n. 3, p. 281–307, set. 1999.

SZABO, P.; RALLISON, J. M.; HINCH, E. J. **Start-up of flow of a FENE-fluid through a 4:1:4 constriction in a tube.** *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 72, n. 1, p. 73–86, 1997.

TAMADDON JAHROMI, H. R.; WEBSTER, M. F.; WILLIAMS, P. R. **Excess pressure drop and drag calculations for strain-hardening fluids with mild shear-thinning: Contraction and falling sphere problems.** *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 166, n. 16, p. 939–950, 2011.

TIRTAATMADJA, V.; SRIDHAR, T. **Comparison of constitutive equations for polymer solutions in uniaxial extension.** *Journal of Rheology*, v. 39, n. 6, p. 1133, nov. 1995.

URDANETA, S. C. **Escoamento de Emulsões Óleo-Água Atraves de Capilares com Garganta.** [s.l.] Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

WALTERS, K.; WEBSTER, M. F.; TAMADDON-JAHROMI, H. R. **The numerical simulation of some contraction flows of highly elastic liquids and their impact on the relevance of the Couette correction in extensional rheology.** *Chemical Engineering Science*, v. 64, n. 22, p. 4632–4639, nov. 2009.

WANG, D. *et al.* **Viscous-Elastic Polymer Can Increase Micro-Scale Displacement Efficiency in Cores.** *Acta Petrol. Sinica*, v. 21, n. 5, p. 4A,45–51, 2000.

WARNER JR., H. R. **Kinetic theory and rheology of dilute suspensions of finitely extendible dumbbells.** *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, v. 1, n. 3, p. 379–387, 1972.

WEI, B.; ROMERO-ZERÓN, L.; RODRIGUE, D. **Oil displacement mechanisms of viscoelastic polymers in enhanced oil recovery (EOR): a review.** *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, v. 4, n. 2, p. 113–121, 2014.

WU, W.; DEMING, W.; HAIFENG, J. **Effect of the visco-elasticity of displacing fluids on the relationship of capillary number and displacement**

efficiency in weak oil-wet cores. ... Pacific Oil and Gas Conference and ..., p. 1–5, 2007.

XIA, H. *et al.* **Elasticity of HPAM Solutions Increases Displacement Efficiency under Mixed Wettability Conditions.** Proceedings of SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, p. 1–8, 2004.

ZHANG, Z.; LI, J.; ZHOU, J. **Microscopic Roles of “Viscoelasticity” in HPMA polymer flooding for EOR.** Transport in Porous Media, v. 86, n. 1, p. 199–214, 15 jul. 2010.

Apêndice A – Lista de casos simulados

Tabela 13 – Lista de casos simulados

Geometria	Nome	Modelo	λ	$\eta s + \eta p$	β	b
200:100	Newt $\mu=0,001$ 200:100	Newtoniano	-	0.00100	1	-
	Newt $\mu=0,0048$ 200:100	Newtoniano	-	0.00480	1	-
	Old-B $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$	Oldroyd-B	0.006	0.00480	1/5	-
	Old-B $\beta=9/10$ $\lambda=0.06$	Oldroyd-B	0.060	0.00480	8/9	-
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=1000	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	1000
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.5$ b=100	FENE-CR	0.500	0.00480	1/5	100
200:50	Newt $\mu=0,001$ 200:50	Newtoniano	-	0.00100	1	-
	Newt $\mu=0,0048$ 200:50	Newtoniano	-	0.00480	1	-
	Old-B $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$	Oldroyd-B	0.006	0.00480	1/5	-
	Old-B $\beta=1/24$ $\lambda=0.006$	Oldroyd-B	0.005	0.00480	1/24	-
	Old-B $\beta=1/5$ $\lambda=0.5$	Oldroyd-B	0.500	0.00480	1/5	-
	Old-B $\beta=9/10$ $\lambda=0.006$	Oldroyd-B	0.006	0.00480	8/9	-
	Old-B $\beta=1/3$ $\lambda=0.007$	Oldroyd-B	0.007	0.00300	1/3	-
	Old-B $\beta=1/30$ $\lambda=0.007$	Oldroyd-B	0.007	0.00300	1/30	-
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=10	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	10
	FENE-CR $\beta=1/3$ $\lambda=0.007$ b=10	FENE-CR	0.007	0.00300	1/3	10
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=20	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	20
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=1000	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	1000
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=1E5	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	100000
	FENE-CR $\beta=1/24$ $\lambda=0.006$ b=20	FENE-CR	0.006	0.00480	1/24	20
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=3.1	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	3.1
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=5$ b=3.1	FENE-CR	5.000	0.00480	1/5	3.1
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.0117$ b=100	FENE-CR	0.012	0.00480	1/5	100
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ b=100	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	100
	FENE-CR $\beta=1/24$ $\lambda=0.006$ b=1000	FENE-CR	0.006	0.00480	1/24	1000
	FENE-CR $\beta=9/10$ $\lambda=0.111$ b=10	FENE-CR	0.111	0.00480	8/9	10

200:20	Newt $\mu=0,001$ 200:20	Newtoniano	-	0.00100	1	-
	Newt $\mu=0,0048$ 200:20	Newtoniano	-	0.00480	1	-
	Old-B $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$	Oldroyd-B	0.006	0.00480	1/5	-
	Old-B $\beta=1/24$ $\lambda=0.006$	Oldroyd-B	0.006	0.00480	1/24	
	Old-B $\beta=1/3$ $\lambda=0.007$	Oldroyd-B	0.007	0.00300	1/3	-
	Old-B $\beta=1/30$ $\lambda=0.007$	Oldroyd-B	0.007	0.00300	1/30	-
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ $b=10$	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	10
	FENE-CR $\beta=1/5$ $\lambda=0.006$ $b=1000$	FENE-CR	0.006	0.00480	1/5	1000
	FENE-CR $\beta=4/9$ $\lambda=0.01652$ $b=1000$	FENE-CR	0.017	0.00680	4/9	1000
	FENE-CR $\beta=4/9$ $\lambda=0.006$ $b=1000$	FENE-CR	0.006	0.00680	4/9	1000
	FENE-CR $\beta=1/3$ $\lambda=0.007$ $b=10$	FENE-CR	0.007	0.00300	1/3	10