

## 5

### Detecção subótima GSM – Detectores em duas fases

Este capítulo reúne detectores GSM subótimos em duas fases. Na proposta aqui desenvolvida, a detecção da combinação de antenas transmissoras utilizada na emissão do bloco de dados e a detecção dos símbolos emitidos por estas antenas são feitas separadamente. Com isso, estratégias com adequado balanço entre desempenho e complexidade podem ser desenvolvidas para cada estágio.

#### 5.1

##### Fase 1: Detecção da combinação de antenas transmissoras

Os sistemas SM requerem o desenvolvimento de estratégias na recepção que realizem a detecção não apenas do vetor de símbolos APSK, mas também da combinação de antenas empregada. Em particular, nos detectores em duas fases, esta integração produz esquemas concatenados, em que o resultado de detecção de um estágio influencia o desempenho do estágio seguinte, como ilustrado na Figura 5.1. Como verificado pelo diagrama, ao ocorrer um erro de detecção na primeira fase, o receptor irá supor que uma matriz de canal diferente da efetivamente empregada na transmissão,  $\mathbf{H}_{\hat{k} \neq k}$ , foi utilizada e, provavelmente, induzirá o detector da fase dois à tomada de uma decisão errônea a respeito dos símbolos emitidos. De forma semelhante, a expressão da probabilidade de erro de detecção,  $P(\text{erro})$ , também indica a dependência entre as duas fases:

$$\begin{aligned} P(\text{erro}) &= P(\hat{k} \neq k) + P(\hat{\mathbf{b}} \neq \mathbf{b} | \hat{k} = k) P(\hat{k} = k) \\ &= P(\text{erro fase 1}) + P(\text{erro fase 2} | \text{acerto fase 1}) P(\text{acerto fase 1}). \end{aligned} \tag{5-1}$$

##### 5.1.1

##### Fase 1: Detecção ótima

Ao se considerar a forma do detector ótimo para a combinação de antenas, procura-se a hipótese de matriz de canal  $\mathbf{H}_j$  que maximiza a probabilidade *a posteriori*  $P(\mathbf{H}_j | \mathbf{y})$ . Pelo teorema de Bayes,  $P(\mathbf{H}_j | \mathbf{y})$  é dada por:

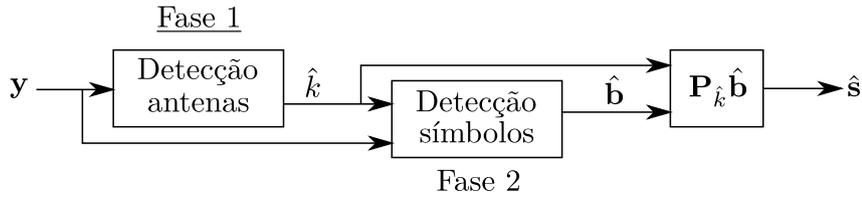


Figura 5.1: Esquema geral de um detector em duas fases.

$$P(\mathbf{H}_j|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{H}_j)P(\mathbf{H}_j)}{p(\mathbf{y})}. \quad (5-2)$$

Como  $P(\mathbf{H}_j)$  é equiprovável e  $p(\mathbf{y})$  independe da hipótese  $j$ , a regra de decisão é reescrita como:

$$\begin{aligned} \hat{k} &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} p(\mathbf{y}|\mathbf{H}_j) \\ &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \sum_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}} p(\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j)P(\mathbf{b}|\mathbf{H}_j) \\ &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \sum_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}} p(\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j)P(\mathbf{b}), \end{aligned} \quad (5-3)$$

sendo que na última igualdade  $P(\mathbf{b}|\mathbf{H}_j) = P(\mathbf{b})$ , uma vez que  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{H}_j$  são independentes.

Conhecida a forma de  $\mathbf{y}$  em (2-21), identifica-se  $p(\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j)$  como uma distribuição Gaussiana com média e matriz covariância dadas por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j} &= \mathbf{H}_j \mathbf{b} \\ \mathbf{K}_{\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j} &= N_0 \mathbf{I}_{N_R}. \end{aligned} \quad (5-4)$$

Assim,  $p(\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j)$  tem a forma:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j) &= \frac{1}{\pi^{N_R} |\mathbf{K}_{\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j}|} \exp \left( - (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j})^H \mathbf{K}_{\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j}^{-1} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}|\mathbf{b}, \mathbf{H}_j}) \right) \\ &= \frac{1}{\pi^{N_R} N_0} \exp \left( - \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{H}_j \mathbf{b})^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}_j \mathbf{b})}{N_0} \right). \end{aligned} \quad (5-5)$$

O detector ótimo é então desenvolvido como:

$$\hat{k} = \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \sum_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}} \frac{1}{\pi^{N_R} N_0 M^{N_A}} \exp \left( - \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{H}_j \mathbf{b})^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}_j \mathbf{b})}{N_0} \right). \quad (5-6)$$

Removendo os termos que independem da hipótese, a maximização

permanece inalterada. Assim, temos:

$$\begin{aligned}\hat{k} &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \sum_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}} \exp \left[ -\frac{1}{N_0} \left( \|\mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{H}_j \mathbf{b}\|^2 - 2 \operatorname{Re} (\mathbf{y}^H \mathbf{H}_j \mathbf{b}) \right) \right] \\ &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \sum_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}} \exp \left[ -\frac{1}{N_0} \left( \|\mathbf{H}_j \mathbf{b}\|^2 - 2 \operatorname{Re} (\mathbf{y}^H \mathbf{H}_j \mathbf{b}) \right) \right]\end{aligned}\quad (5-7)$$

Este detector, apesar de fornecer o desempenho de detecção ótimo, requer que sejam computados  $N_C M^{N_A}$  termos em (5-7), a mesma quantidade de hipóteses a serem testadas pelo detector ótimo em (3-4). Isto instiga o desenvolvimento de novas abordagens que, se não ótimas, possam reduzir o custo de computação deste estágio.

### 5.1.2

#### Fase 1: Detecção subótima

Estratégias subótimas são encontradas na literatura e reduzem o custo de computação da identificação da combinação de antenas transmissoras, ao custo de perda de desempenho na detecção. Normalmente estas estratégias tomam a decisão baseada na norma do sinal após algum processamento na recepção [13, 16].

#### Detecção baseada em banco de filtros casados (BFC)

Esta estratégia baseia-se na aplicação de um banco de  $N_C$  filtros casados,  $\mathbf{G}_j = \mathbf{H}_j^H$ , ao vetor de dados recebido, cada um supondo que uma das possíveis combinações de antenas foi usada na transmissão. A decisão da combinação de antenas usada pelo transmissor é feita pela seleção do vetor de sinal com maior módulo. Isto é dado por:

$$\begin{aligned}\hat{k} &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \|\mathbf{G}_j \mathbf{y}\| \\ &= \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \|\mathbf{H}_j^H \mathbf{H}_k \mathbf{b} + \mathbf{H}_j^H \mathbf{n}\|.\end{aligned}\quad (5-8)$$

Este filtro, apesar de simples implementação, possui limitação de desempenho. Supondo um cenário de alta relação sinal-ruído na qual a contribuição da componente de ruído ao cálculo da norma em (5-8) pode ser desprezada, o argumento desta maximização pode ser expresso por:

$$\|\mathbf{H}_j^H \mathbf{H}_k \mathbf{b}\|^2 = \sum_{n=1}^{N_A} \left| \sum_{m=1}^{N_A} \mathbf{h}_n^{(j)H} \mathbf{h}_m^{(k)} b_m \right|^2, \quad (5-9)$$

sendo  $\mathbf{h}_m^{(k)}$  e  $\mathbf{h}_n^{(j)}$  a  $m$ -ésima e a  $n$ -ésima colunas de  $\mathbf{H}_k$  e  $\mathbf{H}_j$ , respectivamente, e  $b_m$  o  $m$ -ésimo elemento de  $\mathbf{b}$ . Pela forma de (5-9), verifica-se que as possíveis diferenças de norma entre as colunas de distintas hipóteses de matrizes do canal  $\mathbf{H}_j$  têm grande influência no valor desta expressão, podendo levar frequentemente a erros na decisão da combinação de antenas usadas no transmissor. Este problema pode ser amenizado substituindo  $\mathbf{G}_j$  por  $\mathbf{G}'_j$ , que é dado por:

$$\mathbf{G}'_j = \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\mathbf{h}_{j1}}{\|\mathbf{h}_{j1}\|} & \frac{\mathbf{h}_{j2}}{\|\mathbf{h}_{j2}\|} & \dots & \frac{\mathbf{h}_{jN_A}}{\|\mathbf{h}_{jN_A}\|} \end{array} \right]^H. \quad (5-10)$$

O desempenho de (5-8) é melhor a medida que as colunas de  $\mathbf{H}$  aproximam-se de ortogonais entre si. Um caso particular acontece quando cada uma das matrizes  $\mathbf{H}_j$  apresenta colunas ortogonais. Nesta situação, esta regra de decisão equivale à decisão pela matriz de máxima projeção ortogonal, a ser apresentada nesta subsecção. Esta equivalência será explorada na estratégia de detecção em sistemas com codificação espaço-temporal, no Capítulo 6.

### Detecção baseada em banco de matrizes projetoras ortogonais (BMP)

Esta estratégia remove a sensibilidade à variação da norma das colunas da matriz do canal e busca prover melhor qualidade de detecção. Ela baseia-se no fato que, na ausência de ruído, o vetor de dados  $\mathbf{y}$  pertence ao subespaço vetorial gerado pelas colunas da matriz de canal correspondente às antenas usadas na transmissão. Assim, um novo banco de filtros é empregado, desta vez composto por  $N_C$  matrizes projetoras  $\{\mathbf{W}_j\}_{j=1}^{N_C}$ , de dimensão  $N_R \times N_R$ , nos subespaços gerados pelas hipóteses de canal,  $\mathcal{F}(\mathbf{H}_j) = \mathcal{F}_j$ . Assim, os elementos do banco são:

$$\mathbf{W}_j = \mathbf{H}_j (\mathbf{H}_j^H \mathbf{H}_j)^{-1} \mathbf{H}_j^H, \quad j = 1, 2, \dots, N_C. \quad (5-11)$$

Na hipótese de ausência de ruído, o vetor recebido pertencerá ao espaço vetorial gerado por  $\mathbf{H}_k$ , enquanto projeções menores serão observadas nos demais  $N_C - 1$  subespaços. No caso real ( $N_0 \neq 0$ ), a detecção das antenas ativas na transmissão é feita selecionando-se o subespaço de maior projeção:

$$\hat{k} = \arg \max_{j=1,2,\dots,N_C} \|\mathbf{W}_j \mathbf{y}\|. \quad (5-12)$$

A restrição para a geração das matrizes projetoras em (5-11) é que

$N_R \geq N_A$ , portanto, mais branda que aquela imposta pela equalização ZF nas estratégias de detecção integrada no Capítulo 4.

A utilização da projeção em subespaços vetoriais para a detecção da combinação de antenas transmissoras foi um conceito apresentado em uma das primeiras propostas de receptores para sistemas GSM [13], mas sem desenvolvimento e aplicação claros. Nesta Tese, explorou-se a melhor estruturação desta estratégia para uso nos detectores propostos.

O desempenho desta estratégia é influenciado pela posição relativa dos subespaços nos quais  $\mathbf{y}$  será projetado,  $\{\mathcal{F}_j\}_{j=1}^{N_C}$ . No melhor caso, quando as colunas de  $\mathbf{H}$  são ortogonais entre si, as matrizes  $\{\mathbf{H}_j\}_{j=1}^{N_C}$  geram subespaços os mais afastados possíveis. No caso geral, os ângulos entre estes subespaços são menores quanto maior o produto interno entre as colunas de  $\mathbf{H}$ , levando-se a maior imprecisão na detecção. Quanto à complexidade computacional, esta estratégia mostra-se mais complexa do que a baseada em filtros casados. O custo de computação do banco de filtros em (5-11) é dominado por três multiplicações matriciais,  $2 \times \mathcal{O}(N_T^2 N_R)$  e  $1 \times \mathcal{O}(N_R^2 N_T)$  e uma inversão matricial de complexidade  $\mathcal{O}(N_T^3)$  [47], operações que são repetidas para os  $N_C$  filtros que compõem o banco.

O número de operações requerido para a construção do banco de matrizes projetoras pode tornar a estratégia inviável para sistemas de grandes dimensões. No entanto, o custo de computação pode ser reduzido com o emprego da forma recursiva de cálculo das matrizes projetoras. Considerado um subespaço vetorial  $\mathcal{F}(\mathbf{A})$  de dimensão  $N$  gerado por  $\mathbf{A} = [\mathbf{B} \ \mathbf{c}]$ , sendo  $\mathbf{B}$  a matriz com as  $N - 1$  primeiras bases de  $\mathcal{F}(\mathbf{A})$  e  $\mathbf{c}$  que possui a última base. A matriz projetora em  $\mathcal{F}(\mathbf{A})$ , denotada por  $\mathbf{W}_A$  é dada por [53]:

$$\mathbf{W}_A = \mathbf{W}_B + \frac{(\mathbf{I} - \mathbf{W}_B) \mathbf{c} \mathbf{c}^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_B)}{\mathbf{c}^H (\mathbf{I} - \mathbf{W}_B) \mathbf{c}}, \quad (5-13)$$

sendo  $(\mathbf{I} - \mathbf{W}_B)$  a matriz projetora no espaço ortogonal a  $\mathcal{F}(\mathbf{B})$ . A redução do custo de computação alcançada com esta técnica deve-se à inexistência de inversões matriciais e, como a construção das matrizes de projeção são feitas progressivamente, termos usados no cálculo para uma matriz projetora em um subespaço vetorial são aproveitados para o cálculo da matriz projetora em outro subespaço, desde que elas compartilhem colunas de  $\mathbf{H}$ . Os passos para construção das matrizes projetoras para aplicação em (5-12) são apresentados para o caso  $N_A = 3$  no Apêndice F.

As estratégias de detecção da combinação de antenas transmissoras são comparadas quanto à taxa de erro de decisão na Figura 5.2. Nela, cada detector é associado a um par de curvas que correspondem a duas configurações de

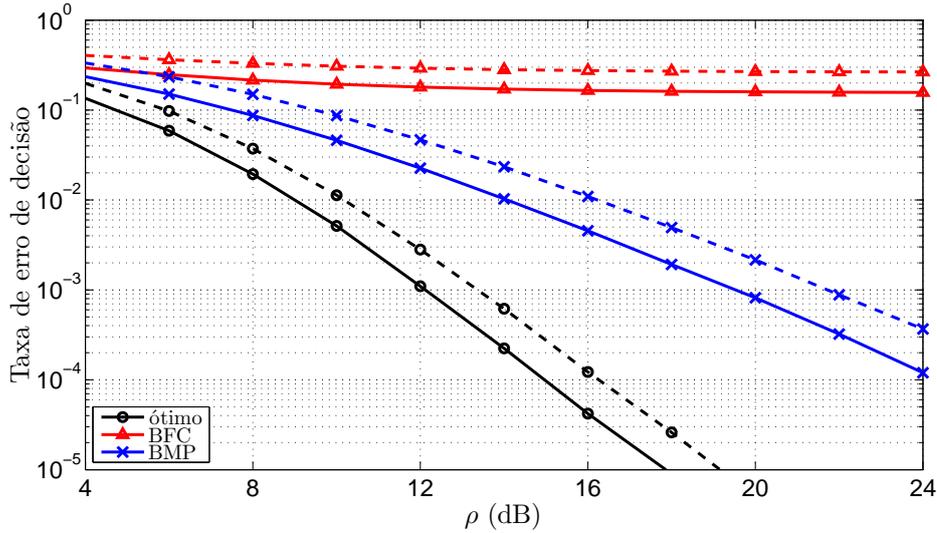


Figura 5.2: Taxa de erro de decisão das estratégias de decisão da combinação de antenas dos detectores em duas fases. Configurações: curvas tracejadas – Config. C 1; curvas sólidas – Config. C 2.

Tabela 5.1: Configurações de sistema usadas nas simulações.

Config.	$N_T$	$N_A$	$N_C$	$\kappa_{\min}^{\Pi}$	$N_R$	Modulação	Taxa (bits/s)
C 1	4	2	4	1	4	QPSK	6
C 2	8	2	4	2	4	QPSK	6

combinações de antenas. Nas curvas tracejadas, foi empregada a configuração C 1 da Tabela 5.1, enquanto nas curvas sólidas empregou-se a configuração C 2. Avaliando as três estratégias, verifica-se que o detector por banco de filtros casados (5-10) apresenta um piso no desempenho de detecção no intervalo de SNR avaliado. Como mencionado, esta saturação deve-se à sensibilidade desta regra de decisão às normas das colunas das hipóteses  $\mathbf{H}_j$ . A ordem de diversidade máxima é alcançada com o detector ótimo, enquanto o detector do banco de matrizes projetoras apresenta desempenho intermediário entre as duas estratégias anteriores. Desenvolvimentos analíticos que justifiquem a ordem de diversidade da estratégia são dificultados pela estrutura do problema. Adotando a abordagem da probabilidade de erro par a par para a decisão da combinação de antenas transmissoras, desenvolve-se:

$$\begin{aligned}
 P(k \rightarrow j | \mathbf{H}) &= P\left(\|\mathbf{W}_j \mathbf{y}\|^2 > \|\mathbf{W}_k \mathbf{y}\|^2 \mid \mathbf{H}\right) \\
 &= P\left(\|\mathbf{W}_j \mathbf{H}_k \mathbf{b} + \mathbf{W}_j \mathbf{n}\|^2 > \|\mathbf{H}_k \mathbf{b} + \mathbf{W}_k \mathbf{n}\|^2 \mid \mathbf{H}\right). \quad (5-14)
 \end{aligned}$$

Os termos no argumento da probabilidade em cada lado da inequação são identificados como somas ponderadas quadráticas de distribuições Gaussianas, que não possuem distribuição estatística em forma fechada.

Por outro lado, conclusões podem ser traçadas a respeito da diferença de desempenho das estratégias comparando as duas configurações do sistema. O deslocamento horizontal das curvas indica que o sistema que adota mapeamento de antenas com distância mínima de Hamming igual a dois possui maior ganho de codificação. Para o caso do detector ótimo, a justificativa é a discutida no estudo de diversidade do detector ótimo, na Seção 3.3. Para o detector baseado no banco de filtros casados, quando existe um grande número de colunas compartilhadas por duas ou mais hipóteses de matrizes do canal  $\mathbf{H}_j$ , maior a contribuição dos produtos  $\mathbf{h}_n^{(j)\text{H}} \mathbf{h}_m^{(k)}$  associados a estas antenas em comum em (5-9) para as hipóteses incorretas de  $\mathbf{H}_j$ , condição que leva à piora de desempenho desta regra de decisão. Para o detector baseado no banco de matrizes projetoras, o número de antenas em comum em uma configuração de combinações de antenas transmissoras está associado ao número de bases ortogonais em comum aos subespaços gerados por diferentes hipóteses de canal,  $\mathbf{H}_j$ , o que reduz o ângulo entre estes subespaços e, por fim, leva à maior imprecisão desta regra de decisão. Esta interpretação para o ganho de codificação baseado no ângulo entre subespaços vetoriais é desenvolvida no Apêndice G.

## 5.2

### Fase 2: Detecção dos símbolos APSK

Após a detecção da combinação de antenas empregada pelo transmissor, a detecção dos símbolos transmitidos é feita como nos sistemas MIMO com Multiplexação Espacial convencionais. Uma vasta coleção de estratégias que realizam esta tarefa é encontrada na literatura e algumas destas destacam-se pela vantajosa relação entre desempenho e complexidade. Detectores do tipo *Sphere Decoding* (SD), baseadas na estratégia apresentada no Cap. 3 apresentam desempenho ótimo, mas sua elevada complexidade para baixos valores de SNR afetam sua atratividade. Variações do algoritmo SD que atingem desempenho de detecção quase ótimo e fixam a complexidade do algoritmo seriam uma alternativa de maior interesse [44]. Adotando outra proposta, a estratégia escolhida para compor o detector GSM em duas fases é baseado no uso de equalizadores lineares, auxiliado pelo esquema de redução de reticulado, apresentado a seguir.

#### 5.2.1

##### Detector linear combinado à redução de reticulado

Estratégias de recepção baseadas em filtro lineares, tal como os equalizadores ZF e MMSE, seguidos da quantização símbolo a símbolo são frequentemente mencionados como estratégias de detecção em sistemas MIMO,

devido à baixa complexidade de computação [54]. Entretanto, a menos que combinados a outros esquemas, seu uso não produz desempenho satisfatório, pois sua qualidade de detecção é muito dependente da estrutura da matriz do canal experimentada pelo sinal transmitido. Isto ocorre pois estes filtros, apesar de removerem ou mitigarem a interferência entre os símbolos transmitidos, invariavelmente produzem amplificação e correlacionamento estatístico das componentes de ruído. Estes são fatores que degradam e não são explorados pelos quantizadores na detecção independente dos elementos do vetor de sinal.

A técnica de redução de reticulado (*lattice reduction*, LR) tem como princípio a substituição da matriz do canal  $\mathbf{H}_k$  por outra capaz de reduzir os efeitos indesejados causados pelos filtros lineares. Isto é realizado pela aplicação de uma matriz inversível  $\mathbf{T}$  de dimensão  $N_A \times N_A$  que transforma  $\mathbf{H}_k$  em uma nova matriz  $\tilde{\mathbf{H}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{T}$  que possui colunas aproximadamente ortogonais e, com o uso desta matriz, os problemas que afetam estes receptores lineares são amenizados. Para que este novo problema seja equivalente à formulação original, a detecção é feita sobre vetores de símbolos pertencentes a um novo domínio. O novo vetor de símbolos a ser detectado é  $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{b}$ , e a equivalência do problema é mantida:

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{z} + \mathbf{n} = \mathbf{H}_k \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{n} = \mathbf{H}_k \mathbf{b} + \mathbf{n}. \quad (5-15)$$

O conceito desenvolvido nos trabalhos seminais desta técnica [23] é que o reticulado que contém o domínio da componente de sinal  $\mathbf{y}_s = \mathbf{H}_k \mathbf{b} = \sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{h}_k^{(i)} b_i$  do vetor recebido  $\mathbf{y}$ , pode ser representado por novas bases em substituição as  $\{\mathbf{h}_k^{(i)}\}_{i=1}^{N_A}$ , de menor norma e aproximadamente ortogonais. As novas bases, após o uso dos filtros ZF ou MMSE, definem novas regiões de decisões que beneficiam o processo de quantização, mais tolerantes ao ruído aditivo. Esta interpretação é apresentada nas Figs. 5.4. As novas bases utilizadas em 5.3(b), aproximadamente ortogonais, oferecem, após a operação do filtro linear, regiões de decisão mais favoráveis que as apresentadas em 5.3(a). Isto pode ser verificado pelo raio da menor dimensão da região de decisão  $r_{LR} > r$ , sendo  $r$  o raio da região de decisão, sem o uso da técnica LR.

Existe uma variedade de algoritmos que realizam a tarefa de ortogonalizar as colunas de uma matriz [23]. O algoritmo CLLL [55], empregado nesta Tese, tem como dados de entrada a matriz a ser ortogonalizada e o parâmetro  $\delta_{CLLL}$ , que define o compromisso entre qualidade da ortogonalização e custo computacional, e produz como saída a matriz de transformação  $\mathbf{T}$ . A vanta-

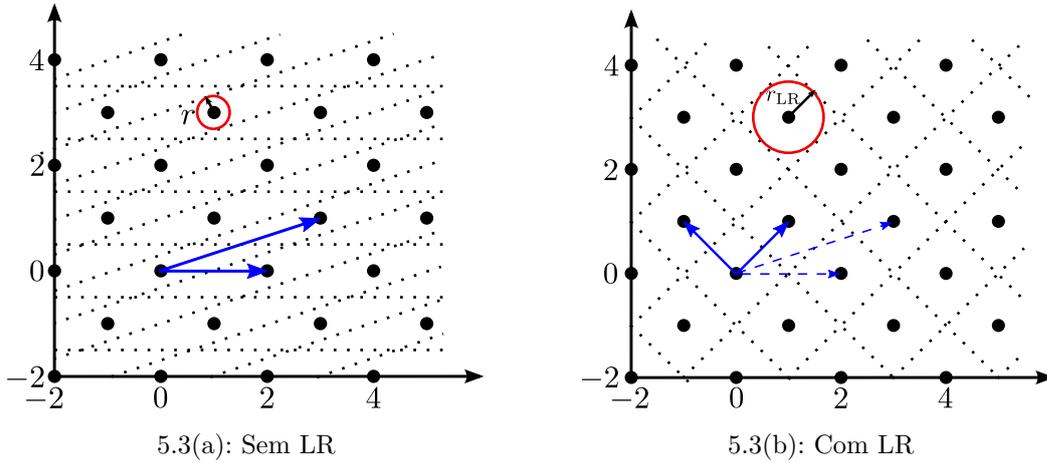


Figura 5.3: Representação do mesmo reticulado produzido por duas opções de conjuntos de bases, cada uma composta por duas bases reais. As novas bases adotadas 5.3(b) produzem regiões de decisão diferentes das apresentadas em 5.3(a).

gem de desempenho oferecida pela técnica LR é obtida após a quantização no domínio transformado do vetor de símbolos. Este novo domínio,  $\mathcal{Z}$ , relaciona-se com o alfabeto inicial do vetor de símbolos,  $\mathcal{B}^{N_A}$  através da transformação  $\mathcal{Z} = \{\mathbf{T}^{-1}\mathbf{b} | \mathbf{b} \in \mathcal{B}^{N_A}\}$ . Esta transformação induz a combinação linear entre os símbolos em  $\mathbf{b}$  para a produção de um vetor  $\mathbf{z}$  no novo domínio. Por esta dependência linear, a geração de regiões de decisão que permitam a quantização aprimorada de  $\mathbf{z}$  torna-se computacionalmente complexa, motivando a utilização de técnicas subótimas para esta tarefa.

O método chamado “deslocamento e divisão” [56] propõe simplificações no processo de quantização. Aplicável a modulações do tipo QAM, baseia-se na propriedade da matriz  $\mathbf{T}$  de operar sobre um vetor de elementos complexos inteiros, mapeando-o em um novo vetor de elementos complexos inteiros. Para fazer uso desta característica, a técnica realiza a normalização da constelação empregada, de forma que seus elementos recaiam sobre um reticulado bidimensional de elementos inteiros consecutivos. Assim, o processo de quantização subótima reduz-se a três passos: discretizar o vetor equalizado sobre o reticulado de pontos inteiros, retornar ao domínio original dos símbolos, aplicando a transformação  $\mathbf{T}$ , e requantizar o resultado, limitando possíveis pontos do reticulado que tenham caído fora da constelação QAM original. A operação de quantização é dada por:

$$\hat{\mathbf{z}} = \alpha \left[ \frac{1}{\alpha} \tilde{\mathbf{z}} - \frac{\beta}{\alpha} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_{N_A} \right] + \beta \mathbf{T}^{-1} \mathbf{1}_{N_A}, \quad (5-16)$$

sendo  $\tilde{\mathbf{z}}$  o sinal na saída do equalizador linear,  $\mathbf{1}_{N_A}$  o vetor de comprimento

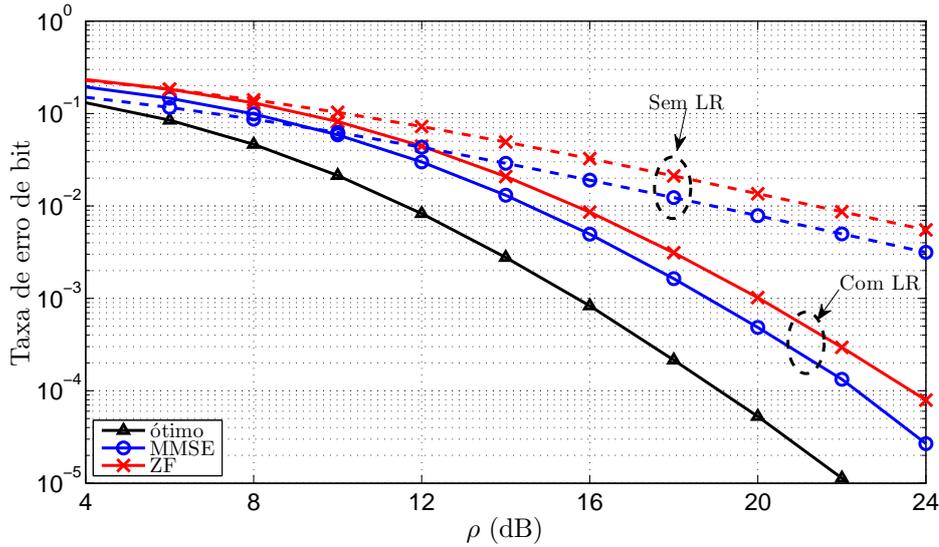


Figura 5.4: Taxa de erro de bit dos detectores lineares ZF e MMSE em um sistema MIMO SMX. Configuração:  $N_T = 3$ ,  $N_R = 3$ , QPSK e  $\delta_{\text{CLLL}} = 0,75$ .

$N_A$  com elementos iguais a um,  $\alpha$  é igual ao módulo da separação mínima entre dois símbolos da constelação QAM e  $\beta = 1 + j$ . O vetor de símbolos é reconstruído fazendo-se:

$$\hat{\mathbf{b}} = \mathcal{D}(\mathbf{T}\hat{\mathbf{z}}), \quad (5-17)$$

onde  $\mathcal{D}(\cdot)$  representa a operação de quantização para o símbolo da constelação APSK mais próximo.

Os equalizadores ZF e MMSE,  $\mathbf{G}_{\text{ZF-LR}}$  e  $\mathbf{G}_{\text{MMSE-LR}}$ , respectivamente, agora construídos com base na matriz  $\tilde{\mathbf{H}}_k$ , deve ser modificados de acordo. Como desenvolvido no Apêndice H, eles se relacionam com os filtros sem LR por:

$$\mathbf{G}_{\text{ZF-LR}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{G}_{\text{ZF}} \quad (5-18)$$

$$\mathbf{G}_{\text{MMSE-LR}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{G}_{\text{MMSE}}, \quad (5-19)$$

sendo  $\mathbf{G}_{\text{ZF}} = (\mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^H$  e  $\mathbf{G}_{\text{MMSE}} = \left( \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k + \frac{N_0}{E_s} \mathbf{I}_{N_A} \right)^{-1} \mathbf{H}_k^H$  as expressões dos equalizadores ZF e MMSE, respectivamente, sem o uso de redução de reticulado.

Na Figura 5.4 é apresentada a diferença de desempenho de detecção dos receptores lineares em um sistema MIMO com Multiplexação Espacial, com  $N_T = 3$  ( $N_T = N_A$ ),  $N_R = 3$ , QPSK e  $\delta_{\text{CLLL}} = 0,75$ . O objetivo deste resultado é avaliar o desempenho da estratégia empregada na Fase 2 do detector de forma isolada. Nas curvas apresentadas, verifica-se a vantagem de desempenho de detecção dos receptores lineares que empregam a técnica de redução de

reticulado. Enquanto os receptores que empregam os filtros ZF e MMSE sem LR atingem ganho de diversidade  $N_R - N_T + 1$  (diversidade aproximada, no caso MMSE) [57], é um resultado conhecido que os mesmos filtros, se empregados em combinação com a técnica LR, atingem diversidade máxima  $N_R$  [58].

Os resultados das Seções 5.1 e 5.2 com os desempenhos de detecção das estratégias para a Fase 1 e Fase 2 estudados individualmente permitem traçar conclusões a respeito do desempenho da estratégia a ser proposta de detecção em duas fases. A abordagem de divisão da detecção em duas partes a qualifica como um sistema de detecção concatenado, em que o desempenho resultante da estratégia é função do desempenho das partes. Este é um conceito normalmente aplicado às técnicas de detecção iterativa [59]. A concatenação do detector da combinação de antenas BMP com um detector linear do tipo LR para a determinação dos símbolos APSK constitui a integração de dois esquemas com desempenhos de detecção distintos, que contam com ganhos de diversidade diferentes. O detector BMP, ainda que não possua ganho de diversidade analiticamente determinado, mas, pelos resultados numéricos apresentados, inferior à diversidade máxima, irá preponderar sobre o desempenho final da estratégia.

Estes argumentos motivam o desenvolvimento de técnicas capazes de prover melhorias ao detector da combinação de antenas ativas e, por fim, da estratégia de detecção integralmente.

### 5.3

#### **Detector aprimorado baseado em lista de comprimento variável (List-BMP-MMSE-LR)**

Detectores baseados em lista vêm sendo amplamente usados nos problemas de detecção, especialmente em sistemas MIMO, como uma forma de aprimorar o desempenho de detecção ao custo de alguma carga de computação adicional [60, 24, 61, 62]. Esta técnica baseia-se na existência de múltiplos fluxos de recepção, seriais ou paralelos, que fornecem ao receptor candidatos à estimativa do vetor de símbolos transmitido. Dentre os candidatos disponíveis, é empregada alguma métrica para seleção de um deles como o vetor de sinal detectado.

Na estratégia aqui desenvolvida e publicada em [32], rotulada List-BMP-MMSE-LR, propõe-se que a saída do detector BMP seja o ponto inicial para o processamento em lista do receptor. Para isto, na saída do banco de matrizes projetoras, as combinações de antenas transmissoras são ordenadas de acordo com a norma do vetor projetado:

$$\{p_1, p_2, \dots, p_{N_C}\} = \arg \underset{j=1,2,\dots,N_C}{\text{sort}} \|\mathbf{W}_j \mathbf{y}\|. \quad (5-20)$$

Como resultado  $\|\mathbf{W}_{p_1} \mathbf{y}\| \geq \|\mathbf{W}_{p_2} \mathbf{y}\| \geq \dots \geq \|\mathbf{W}_{p_{N_C}} \mathbf{y}\|$ .

Nesta estratégia, uma combinação de antenas ordenada em (5-20) pode dar origem a um candidato para a decisão final do bloco detectado. Assim, para a  $p_j$ -ésima combinação de antenas, a detecção MMSE-LR é realizada, gerando o vetor de símbolos APSK no domínio LR,  $\hat{\mathbf{z}}_{p_j}$ :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_{p_j} &= \mathcal{Q}_{\text{LR}} \left( \mathbf{G}_{p_j}^{\text{MMSE-LR}} \mathbf{y} \right) \\ &= \mathcal{Q}_{\text{LR}} \left( \mathbf{T}_{p_j}^{-1} \mathbf{G}_{p_j}^{\text{MMSE}} \mathbf{y} \right), \end{aligned} \quad (5-21)$$

sendo  $\mathcal{Q}_{\text{LR}}$  a operação de quantização no domínio LR. O  $p_j$ -ésimo candidato ao vetor de símbolos no espaço  $\mathcal{B}^{N_A}$  é recuperado fazendo-se:

$$\mathbf{c}_{p_j} = \mathcal{D}(\mathbf{T}_{p_j} \hat{\mathbf{z}}_{p_j}). \quad (5-22)$$

Os candidatos gerados são passados individualmente por uma métrica que define o número de candidatos a serem processados, compondo um algoritmo responsável por atualizar o comprimento da lista e que tem como saída a estimativa do bloco GSM transmitido. Esta é uma variação dos esquemas empregados em outras estratégias de detecção em lista em sistemas MIMO [63, 64]. Inicialmente, cada candidato produzido na saída do filtro MMSE-LR tem sua distância Euclidiana calculada em relação ao vetor de dados observado. A distância do  $p_j$ -ésimo candidato,  $\epsilon_{p_j}$ , é dada por:

$$\epsilon_{p_j} = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{p_j} \mathbf{c}_{p_j}\|. \quad (5-23)$$

Esta distância é empregada em uma função custo, que leva em consideração as estatísticas de  $\epsilon^2$  no caso de  $k$  e  $\mathbf{b}$  serem detectados sem erro. Neste caso, apenas o ruído contribui para a distância  $\epsilon$ . Como  $\|\mathbf{n}\|^2$ , de dimensão  $N_R \times 1$ , é composto por variáveis aleatórias Gaussianas complexas circularmente simétricas de média nula e variância  $N_0$ , a variável aleatória a ser considerada é  $q = \sum_{i=1}^{2N_R} |n'_i|^2$ , sendo  $n'_i$  uma variável gaussiana real, de variância  $\text{var}_n = \frac{N_0}{2}$ . Reconhece-se que  $q$  possui distribuição  $\chi^2$  com  $\eta = 2N_R$  graus de liberdade, média  $\mu_q = \eta \text{var}_n = N_R N_0$  e variância  $\text{var}_q = 2\eta \text{var}_n^2 = N_R N_0^2$ . A função custo,  $\phi(p_j)$ , é definida como a diferença entre  $\epsilon_{p_j}^2$  e a média de  $q$ , normalizada

por seu desvio-padrão:

$$\phi(p_j) = \frac{\epsilon_{p_j}^2 - N_R N_0}{\sqrt{N_R N_0}}. \quad (5-24)$$

A métrica a ser desenvolvida para controlar o comprimento da lista deve ser tal que exija maior número de candidatos para o caso de  $\phi(p_i)$  assumir valores altos, enquanto requererá menor número de candidatos no caso contrário. Assim, uma função crescente de  $\phi(p_j)$  deve ser empregada. Fazendo a escolha por uma função exponencial, a métrica de definição do comprimento da lista,  $\lambda$ , é dado por:

$$\lambda(\phi(p_j)) = \left[ \max(l_{\min}, \exp(l_1 \phi(p_j))) \right]. \quad (5-25)$$

Os parâmetros  $l_{\min}$  e  $l_1$  têm a tarefa de evitar iterações desnecessárias que tendem a ocorrer em altos regimes de relação sinal-ruído. Conforme o SNR aumenta, menos frequentemente um candidato mal classificado no ordenamento das combinações de antenas em (5-20) será o candidato escolhido no saída do algoritmo. Definindo  $c_{lo}$  e  $c_{hi}$  como o número mínimo de candidatos a serem processados em valores baixo e alto de SNR ( $\rho_{lo}$  e  $\rho_{hi}$ , respectivamente), o número mínimo de candidatos a serem processados em um valor de SNR arbitrário,  $\rho$ , é:

$$l_{\min} = \frac{c_{hi} - c_{lo}}{\rho_{hi} - \rho_{lo}} \rho + c_{lo}, \quad (5-26)$$

sendo  $c_{hi}$  e  $c_{lo}$  ( $c_{hi} < c_{lo}$ ) frações do número de combinações válidas de antenas. O parâmetro taxa de crescimento,  $l_1$ , deve ajustar-se às configurações correntes do sistema. Ele é feito diretamente proporcional a  $N_C$  e inversamente proporcional à relação sinal-ruído. Resultados experimentais mostraram bom desempenho usando-se  $l_1 = \frac{l_{\min}}{\sqrt{\rho}}$ .

Assim, quando um novo candidato,  $j = J$  é obtido, este vetor é considerado a melhor solução corrente se a distância  $\epsilon_{p_J}$  é menor que as distâncias dos candidatos prévios,  $j = 1, 2, \dots, J - 1$ . Neste caso, a distância,  $\epsilon_{\min}$ , da melhor solução corrente, rotulada  $\hat{\mathbf{b}}$ , é atualizada e o comprimento da lista é atualizado fazendo-se  $\Lambda \leftarrow \lambda(\phi(p_J))$ . O algoritmo é terminado quando o número de candidatos gerados é igual a  $\Lambda$ . Supondo que o candidato  $j = J$  foi a melhor solução, o algoritmo tem como saída as estimativas da combinação

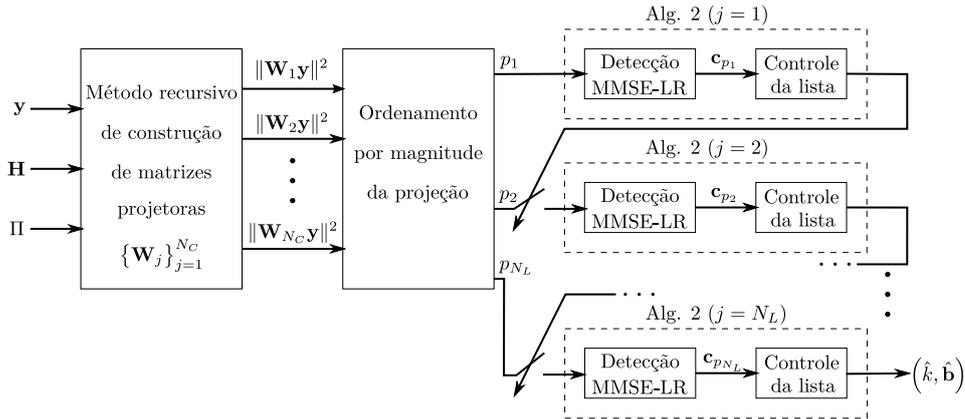


Figura 5.5: Diagrama de blocos do detector List-BMP-MMSE-LR.

de antenas transmissoras  $\hat{k} = p_J$ , e do vetor de símbolos transmitido  $\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{c}_{p_J}$ .

A forma sequencial como os candidatos são processados produz uma lista cujo comprimento é decrescente, já que oferece a possibilidade de redução de tamanho a cada novo candidato encontrado e, conseqüentemente, a redução do custo computacional do algoritmo. O diagrama de blocos da estratégia é apresentada na Figura 5.5 e o algoritmo que implementa a detecção dos símbolos APSK e o controle do comprimento da lista é estruturado no Algoritmo 2.

---

**Algoritmo 2** LIST-BMP-MMSE-LR – MMSE-LR E CONTROLE DA LISTA
 

---

**Entrada:**  $\mathbf{y}$ ,  $\{p_j\}_{j=1}^{N_C}$ ,  $l_{\min}$ ,  $l_1$ .

**Saída:**  $\hat{k}$ ,  $\hat{\mathbf{b}}$ .

- 1:  $\epsilon_{\min} \leftarrow \infty$     $\Lambda \leftarrow N_C$     $j \leftarrow 1$
  - 2: **while**  $j \leq \Lambda$  **and**  $j \leq N_C$  **do**
  - 3:     Gerar candidato  $\mathbf{c}_{p_j}$  pela detecção MMSE-LR, usando (5-21) e (5-22).
  - 4:     Calcular a distância ao vetor recebido  $\epsilon_{p_j}$ , usando (5-23).
  - 5:     **if**  $\epsilon_{p_j} < \epsilon_{\min}$  **then**
  - 6:          $\hat{\mathbf{b}} \leftarrow \mathbf{c}_{p_j}$     $\hat{k} \leftarrow p_j$     $\epsilon_{\min} \leftarrow \epsilon_{p_j}$
  - 7:         Calcular a função custo e a métrica de comprimento da lista,  $\phi(p_j)$   
               and  $\lambda(\phi(p_j))$ , usando (6-30) e (5-25).
  - 8:     **end if**
  - 9:      $j \leftarrow j + 1$
  - 10: **end while**
- 

## 5.4

### Resultados numéricos: desempenho de detecção

As taxas de erro de bit de detectores baseados nas estratégias apresentadas neste capítulo são comparadas em gráficos exibidos nesta seção. Os três detectores a seguir são apresentados: 1- BMP-MMSE-LR: esta estratégia uti-

Tabela 5.2: Configurações de sistema usadas nas simulações.

Config.	$N_T$	$N_A$	$N_C$	$\kappa_{\min}^{\text{II}}$	$N_R$	Modulação	Taxa (bits/s)
C1	4	2	4	1	4	QPSK	6
C2	5	3	8	1	6	QPSK	9
C3	7	4	32	1	7	QPSK	13

liza na Fase 1 o detector baseado no banco de matrizes projetoras e apenas a combinação de antenas transmissoras que resulta na maior projeção é considerada para a detecção do vetor de símbolos, usando MMSE-LR; 2- List-BMP-MMSE-LR: consiste na estratégia baseada em lista, proposto na Seção 5.3, utilizando os parâmetros  $c_{\text{lo}} = \frac{N_C}{4}$ ,  $c_{\text{hi}} = \frac{N_C}{8}$ ,  $\rho_{\text{lo}} = 0$  dB e  $\rho_{\text{hi}} = 30$  dB; 3- OB-MMSE: estratégia recentemente publicada [16], que também emprega a estratégia em fases. Utiliza o detector baseado no banco de filtros casados na Fase 1 e produz candidatos após a detecção usando o filtro MMSE. Seleciona o melhor candidato baseado na mínima distância Euclidiana, como feito em List-BMP-MMSE-LR, e determina o número de candidatos utilizando um critério comumente empregado em algoritmos *Sphere Decoding*, baseado na variância do ruído aditivo [42]. Estes algoritmos são avaliados nas configurações de sistema apresentadas na Tabela 5.2.

Nas Figuras (5.6) a (5.8) verifica-se o ganho de desempenho oferecido pelo esquema de detecção em lista ao comparar as curvas das estratégias List-BMP-MMSE-LR e BMP-MMSE-LR. Observa-se também a superioridade de desempenho do List-BMP-MMSE-LR em relação ao OB-MMSE e que a vantagem aumenta progressivamente ao comparar as configurações C1, C2 e C3. Este comportamento é justificado pela superioridade da estratégia BMP comparado ao BFC no ordenamento das combinações de antenas, e pelo melhor desempenho oferecido pela técnica de redução de reticulado usado na detecção do vetor de símbolos APSK. Estas vantagens de desempenho tornam-se mais pronunciadas quanto maiores as dimensões do sistema.

Sob a configuração C2 as três estratégias subótimas foram avaliadas no cenário de antenas transmissoras e receptoras correlacionadas com  $\tau = 0,5$ . A Figura 5.9 exhibe a diferença de desempenho neste cenário comparado a quando as antenas são descorrelacionadas. Pelas curvas, verifica-se que a List-BMP-MMSE-LR experimentou menor perda de desempenho comparada a OB-MMSE.

A avaliação do desempenho dos detectores ao considerar o conhecimento imperfeito do canal pelo receptor, onde a variância do estimador considerado é  $\sigma_{\text{err}}^2 = 0,25\rho^{-1}$  é apresentada na Figura 5.12. Nas estratégias avaliadas, a perda de desempenho devido ao erro do estimador é semelhante.

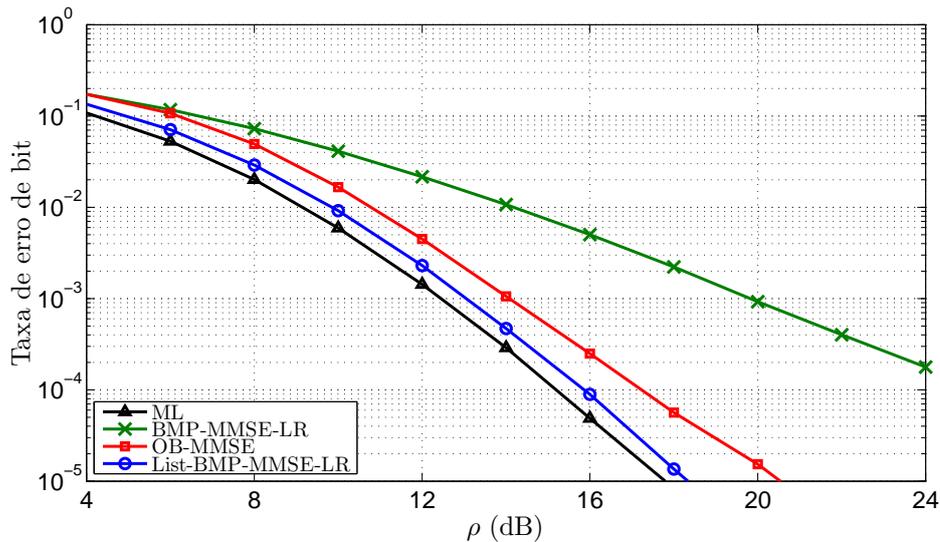


Figura 5.6: Taxa de erro de bit dos detectores subótimos em duas fases. Configuração C 1.

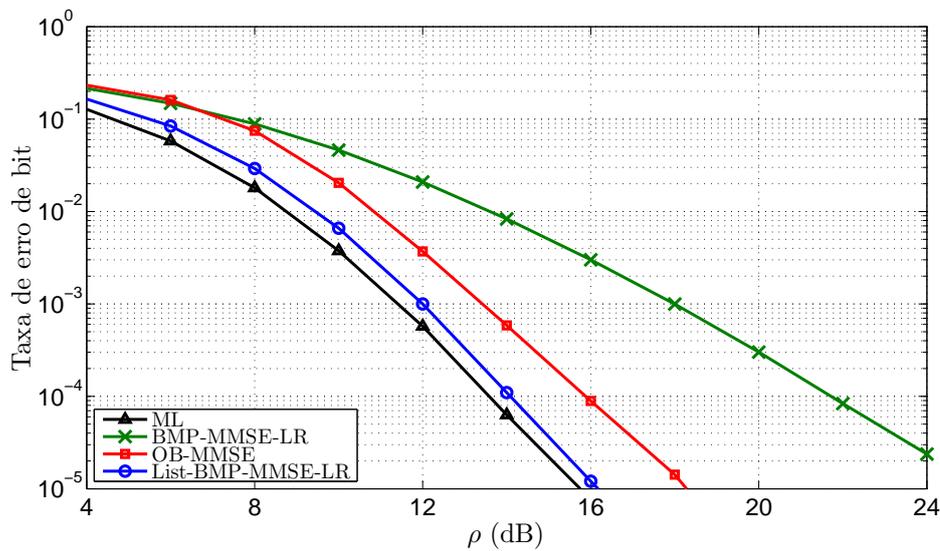


Figura 5.7: Taxa de erro de bit dos detectores subótimos em duas fases. Configuração C 2.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1113680/CA

## 5.5

### Resultados numéricos: complexidade computacional

As estratégias de detecção propostas neste capítulo são avaliadas quanto às suas complexidades computacionais, em termos do número FLOPs médio requerido por cada algoritmo para a detecção de um bloco, empregando as configurações de sistema apresentadas na Tabela 5.2. Assim como nos capítulos anteriores, são considerados o caso em que a matriz  $\mathbf{H}$  é fixa e parte dos cálculos pode ser pré-computada e o caso em que esta considerações sobre  $\mathbf{H}$  não é válida e as pré-computações não ocorrem.

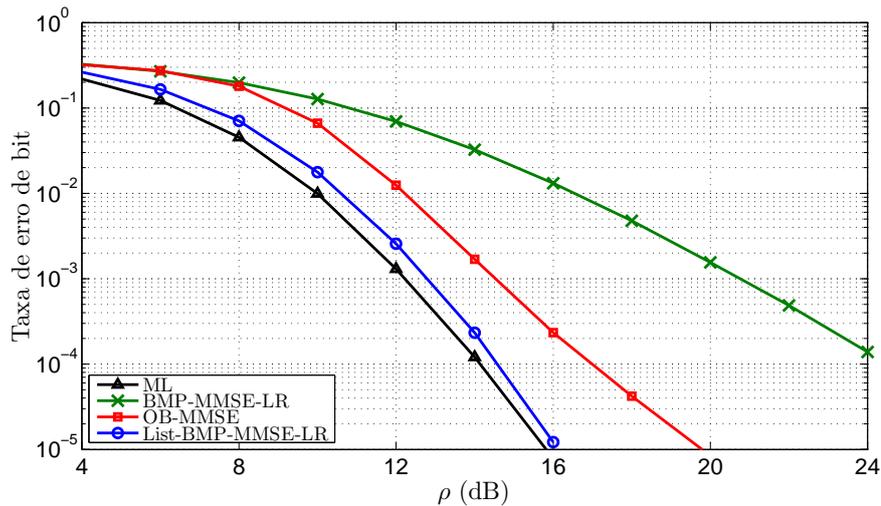


Figura 5.8: Taxa de erro de bit dos detectores subótimos em duas fases. Configuração C 3.

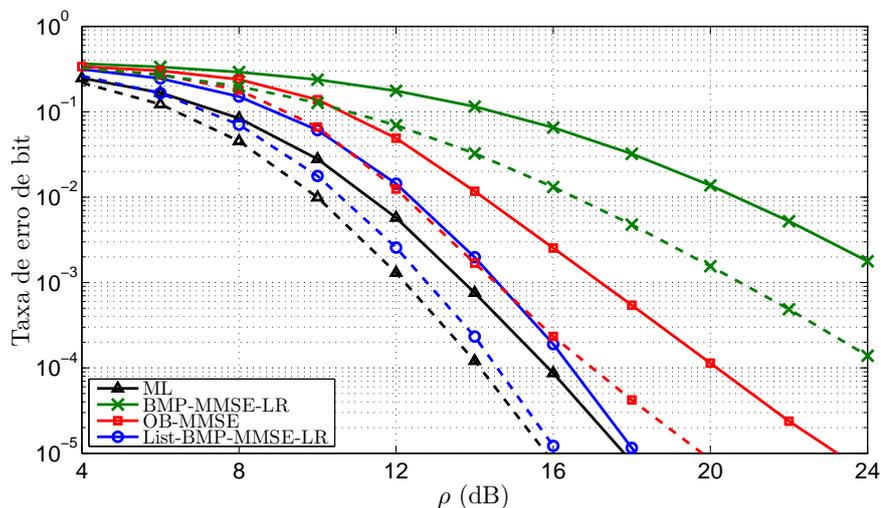


Figura 5.9: Taxa de erro de bit dos detectores subótimos em duas fases. Nas curvas pontilhadas o canal possui coeficientes descorrelacionados ( $\tau = 0$ ), nas curvas sólidas, os coeficientes são correlacionados ( $\tau = 0,5$ ). Configuração C 3.

A Figura 5.11 apresenta curvas com a razão entre os números de FLOPs requeridos pelos detectores sub-ótimos de duas fases e o detector ML ótimo, em função da relação sinal-ruído. Nas curvas tracejadas é representado o caso em que os termos do detector de duas fases e do detector ML ótimo que podem ser pré-computados não são incluídos na contagem de operações, enquanto nas curvas sólidas, todas as operações são contabilizadas. A comparação das estratégias List-BMP-MMSE-LR e OB-MMSE com o ótimo evidencia a representativa redução de custo computacional alcançada por estas duas estratégias sub-ótimas, especialmente em cenários com maior número de antenas. Avaliando comparativamente a estratégia proposta List-BMP-MMSE-

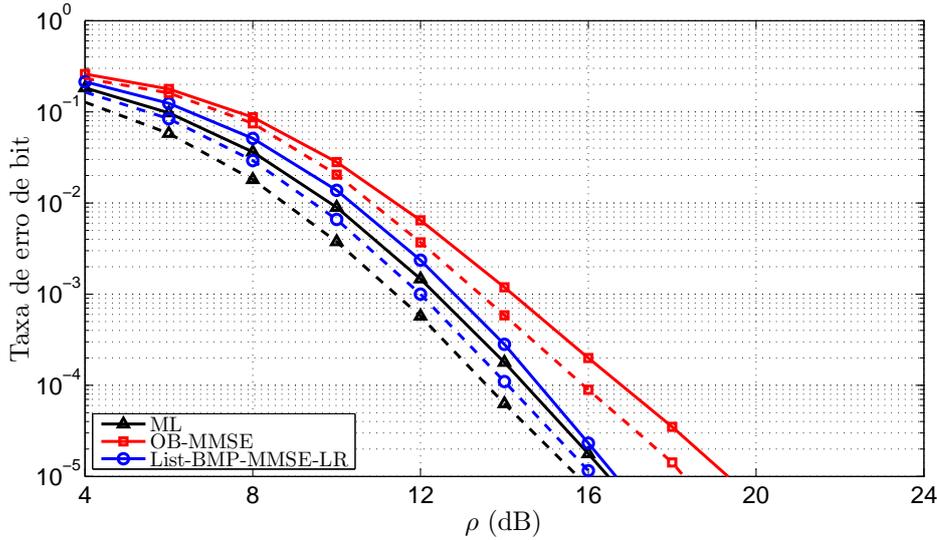


Figura 5.10: Taxa de erro de bit dos detectores ótimo, OB-MMSE e List-BMP-MMSE-LR. Nas curvas pontilhadas, o canal é perfeitamente conhecido pelo receptor ( $\sigma_{\text{err}}^2 = 0$ ). Nas curvas sólidas, há erro de estimação dos coeficientes do canal ( $\sigma_{\text{err}}^2 = 0,25\rho^{-1}$ ). Configuração C 2.

LR com o detector OB-MMSE, verifica-se que a estratégia proposta nesta Tese requer custo de processamento adicional, mas esta diferença é reduzida em valores elevados de SNR. A estratégia proposta apresenta custo computacional médio decrescente com o valor de  $\rho$ , enquanto o detector OB-MMSE possui complexidade praticamente constante, com um pequeno aumento com o SNR. Estas tendências se devem aos esquemas de controle de lista empregados por estes dois detectores. Estes esquemas empregam estratégias diferentes, mas que selecionam o número de candidatos como função do SNR do sistema. O número médio de candidatos processados pelo detector List-BMP-MMSE-LR é apresentado na Figura 5.12.

## 5.6

### Considerações a respeito das estratégias propostas na Tese

Nos Capítulos 3, 4 e 5 foram propostas estratégias de detecção baseadas em diferentes abordagens, que apresentaram distintos desempenhos de detecção e complexidades computacionais.

O detector baseado no algoritmo *Sphere Decoding*, SD-DI-RC, que empregou esquemas de redução da árvore de busca, por ter desempenho ótimo, é superior às demais estratégias em termos de taxa de erro de detecção. No entanto, verifica-se uma expressiva variação da complexidade computacional, dependendo da relação sinal-ruído presente no receptor.

Os receptores apresentados nos Capítulos 4 e 5 não possuem este comportamento, mas apresentam desempenho de detecção inferior ao detector

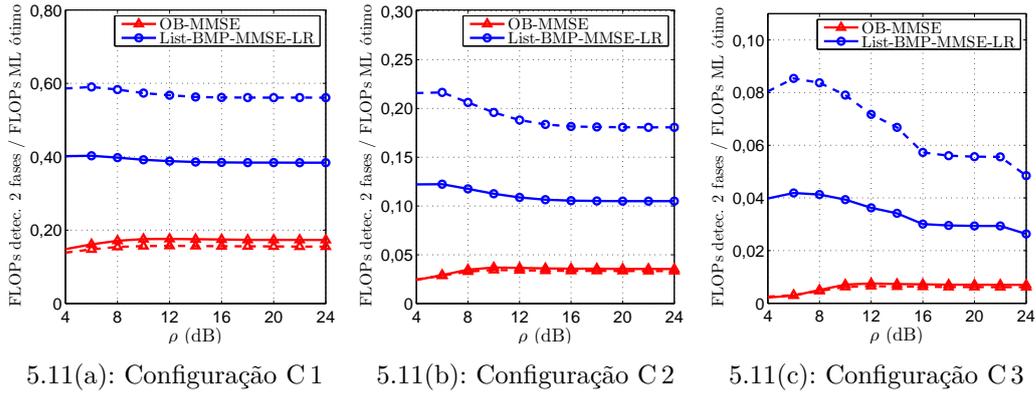


Figura 5.11: Razão entre o número de operações requerido pelas estratégias sub-ótimas e o detector ML ótimo, em função do SNR. As curvas tracejadas representam o caso em que pré-computações são feitas, enquanto nas curvas sólidas não há pré-computações.

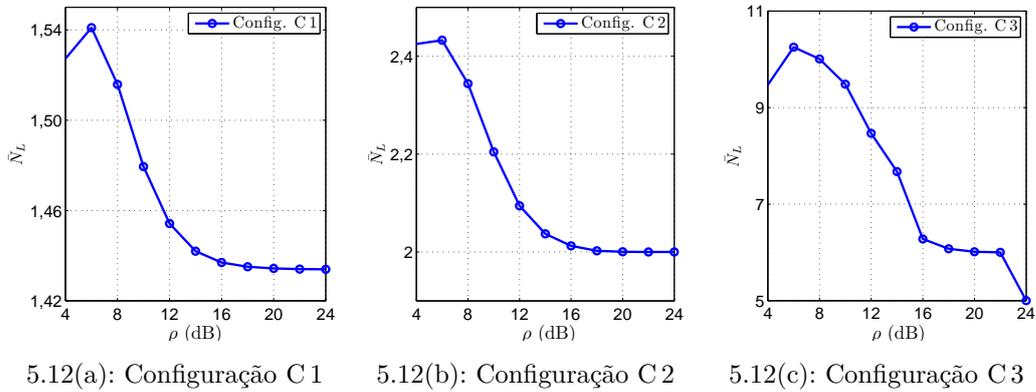


Figura 5.12: Comprimento médio da lista do detector List-BMP-MMSE-LR.

SD-DI-RC. Os dois detectores subótimos integrados de melhor desempenho, MLA-M e MLA-C, apesar de, nas curvas de taxa de erro de bit (TEB) estarem afastados do desempenho do detector ótimo (diferença entre 4 e 5 dB para  $TEB = 1 \times 10^{-4}$ , no MLA-C, nas configurações apresentadas), oferecem redução do custo computacional em relação ao SD-DI-RC, sem variação com  $\rho$ . Adicionalmente, verifica-se que quando se considera o conhecimento imperfeito da matriz do canal, o detector MLA-C com *feedback* mostra-se menos sensível aos erros do estimador de canal.

Os detectores sub-ótimos de duas fases, que separam o problema de detecção na identificação da combinação de antenas transmissoras e na detecção do vetor de símbolos APSK, têm o desempenho de detecção severamente afetado pela baixa diversidade dos esquemas de detecção na Fase 1. No entanto, a associação destas estratégias à técnica de detecção em lista possibilitou o alcance de taxas de erro de detecção próximas a do detector ótimo. Já o custo de

computação, que seria elevado devido ao alto custo de construção do banco de matrizes projetoras, é amenizado com o uso do método recursivo para obtenção das projeções. Com isto, o custo computacional, sempre inferior à do ML ótimo nas configurações de sistema estudadas, é comparável à do SD-DI-RC mesmo em elevadas relações sinais-ruído e menos custoso quando  $\rho$  assume valores baixos. Além disto, as estratégias de detecção em duas fases mostraram-se pouco sensíveis aos erros de estimativa do canal.

Pelos aspectos atrativos a respeito do detector List-BMP-MMSE-LR, a estratégia serviu de base para o desenvolvimento de um detector em sistema GSM com codificação espaço-temporal. Sistemas com codificação possibilitam o aumento do ganho de diversidade do sistema e são apresentados no Capítulo 6.