



Aderson Campos Passos

**Modelo Decisório Dinâmico para Incentivar
as Fontes Renováveis no Brasil**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico e Científico da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Alexandre Street de Aguiar

Rio de Janeiro
Agosto de 2015



Aderson Campos Passos

Modelo Decisório Dinâmico para Incentivar as Fontes Renováveis no Brasil

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico e Científico da PUC-Rio. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Alexandre Street de Aguiar

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

Prof. Luiz Augusto Nóbrega Barroso

PSR Consultoria

Prof. Sérgio Granville

PSR Consultoria

Prof. Luiz Eduardo Teixeira Brandão

Escola de Negócios – PUC-Rio

Prof. Carlos de Lamare Bastian Pinto

Faculdades Ibmec/RJ

Prof. Davi Michel Valladão

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de Agosto de 2015

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Aderson Campos Passos

Oficial do Exército. Graduiu-se em Engenharia Elétrica pelo Instituto Militar de Engenharia, em 1999. Concluiu mestrado em Administração de Empresas pelo Ibmec, Rio de Janeiro, em 2002. Concluiu mestrado em Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), em 2010. Atuou como engenheiro de manutenção na Fábrica da Estrela, IMBEL (2000-2002) e no Hospital Central do Exército (2002-2005). Fez parte do corpo docente da Coordenação de empreendedorismo da PUC-Rio, de 2012 a 2014. Trabalha no Instituto Militar de Engenharia desde julho de 2005. Começou a atuar como professor da Seção de Engenharia de Computação em janeiro de 2006. Esteve licenciado de março de 2011 a março de 2014 para realização deste curso de doutorado.

Ficha Catalográfica

Passos, Aderson Campos

Modelo Decisório Dinâmico para Incentivar as Fontes Renováveis no Brasil / Aderson Campos Passos; orientador: Alexandre Street de Aguiar. — 2015.

v., 107 f: il. ; 30 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2015.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia Elétrica – Tese. 2. Opções Reais. 3. Carteiras de Energia Renovável. 4. Otimização Robusta e Estocástica. 5. Comercialização de Energia. 6. Melhor Momento para Investir. 7. Fontes Renováveis Complementares. I. de Aguiar, Alexandre Street. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

Dedico esta tese à minha esposa
e a meus três filhos maravilhosos.

Agradecimentos

Grandes conquistas, grandes projetos, não se realizam solitariamente. Precisei de muita ajuda para chegar até aqui, e por isso agradeço:

A Deus, que conduz o meu caminho, e me permitiu realizar este sonho, que tenho desde menino. Assumo agora novas responsabilidades derivadas de minha nova condição.

À minha esposa pelo amor e apoio incondicional para que eu pudesse me concentrar nos estudos. Sem ela, fazer este curso seria inviável. Agradeço também aos meus três filhos, que sem saber, me inspiram, me confortam e estimulam. À minha família maravilhosa, que enche meu coração de amor, meus agradecimentos, meu esforço, meu trabalho.

A meu orientador, professor e amigo Alexandre Street de Aguiar, que me ensinou e conduziu com muita objetividade, sabedoria e responsabilidade. Tive nele todo o apoio necessário, muitas horas de dedicação e atenção. A ele meus fraternos agradecimentos.

Aos meus colegas do LAMPS, e novos amigos, tenho muito a agradecer pelo apoio constante que recebi e pelo rico ambiente de discussão sobre diversos assuntos: setor elétrico, pesquisa operacional, finanças e muitos outros. São eles Betina Dodsworth Martins Froment Fernandes, Moisés Lima de Meneses, Keila Mara Cassiano, Mario Henrique Alves Souto Neto, Gustavo Ayala, Joaquim Masset Lacombe Dias Garcia e Ana Luiza Lopes. Entretanto, a três deles tenho que fazer agradecimento especial. O primeiro é Alexandre Moreira da Silva que me apoiou de diversas formas, seja no aprendizado no uso de softwares ou no fornecimento de dados fundamentais para o meu trabalho, seu apoio foi muito importante. O segundo é Lucas Freire, que contribuiu diretamente para que hoje eu saiba programar, forneceu dados e muito mais. E por último, e mais importante, agradeço todo o apoio prestado por Bruno Fânzeres dos Santos. Adaptei o modelo de otimização derivado de sua dissertação de mestrado, para utilizá-lo neste trabalho. Recebi dele todo o apoio possível para que eu fosse bem sucedido, desde o código que ele desenvolveu em sua dissertação (que depois adaptei para o meu trabalho), até as diversas discussões sobre os resultados obtidos. O suporte do Bruno foi fundamental para o meu sucesso.

Aos meus pais, que me colocaram neste mundo, me conduziram, me moldaram e fizeram tudo por mim.

Aos meus queridos sogros Célia e Licínio, que me forneceram apoio e estímulo constantes tanto em questões familiares quanto em suporte para que eu pudesse me concentrar nos trabalhos desta tese.

A Davi Michel Valladão, ex-colega de doutorado e agora professor da PUC, que me deu importante apoio no início do curso, no aprendizado da programação e dos algoritmos de otimização linear. Como membro da banca deu importantes sugestões para este texto.

A Carlos de Lamare Bastian Pinto, membro da banca de avaliação desta tese, que me forneceu diversos dados importantes e apoio na utilização do modelo de precificação de opções reais utilizados neste trabalho, modelo este desenvolvido por ele em sua tese. Agradeço também pelas diversas dicas para melhoria do texto final.

A Sérgio Granville, Luiz Augusto Barroso e Bruno da Costa Flach agradeço pelas inúmeras propostas de melhoria fornecidas durante a defesa de minha proposta de tese. Junto comigo, meu orientador e com prof. Carlos Bastian compuseram o evento mais importante de todo o curso, proporcionando a mim a segurança necessária para a sua conclusão. Gostaria de fazer um agradecimento especial a Luiz Augusto Barroso, que viu em meu trabalho contribuições que antes eu não fui capaz de perceber e que, por isso, contribuiu para o aumento da qualidade do resultado final.

Aos meus excelentes professores durante o período de disciplinas: Marley Maria Bernardes Rebuzzi Vellasco, Marco Aurélio Cavalcanti Pacheco, Carlos Kubrusly e Marcos Craizer, que são referências de postura em sala de aula, conhecimento e respeito por seus alunos.

Aos excelentes professores Luiz Eduardo Teixeira Brandão e Marco Antônio Guimarães Dias, especialistas em opções reais, que me ajudaram em diversos momentos e me deram atenção especial no aprendizado deste assunto. Ao professor Marco gostaria de agradecer pela leitura atenta do principal artigo derivado da tese. Suas observações contribuíram para me dar segurança e aprimorar o seu texto final.

Ao Exército Brasileiro meu destacado agradecimento, personificado nos diversos colegas de farda do QEM¹, que sabem a importância e incentivam o aprimoramento profissional. Início agradecendo ao ex-comandante do Instituto Militar de Engenharia, General Emílio Carlos Acocella e aos demais integrantes do IME, que permitiram a minha liberação em tempo integral por três anos para a realização deste curso. Nesse grupo destaco o Prof. José Carlos Amorim e o Cel QEM José Geraldo Teles Ribeiro (antigos chefes da Subdivisão de Pesquisa e Extensão, SD/4), Cel QEM José Antônio de Sousa Fernandes (antigo chefe da Seção de Engenharia de Computação do IME, SE/8). Quero agradecer também ao Cel QEM Luiz Henrique da Costa Araujo, atual chefe

¹Quadro de Engenheiros Militares: segmento de oficiais do Exército Brasileiro, que estudaram (maioria) ou passaram pelo Instituto Militar de Engenharia.

da SE/8, que me propôs para retornar ao IME após a conclusão de minha liberação para doutoramento e, comigo já no IME, criou condições favoráveis para que eu pudesse terminar os trabalhos. Também agradeço ao General Rodrigo Balloussier Ratton, que encaminhou a minha proposta de nomeação para professor do IME em 2013, ao General Waldemar Barroso Magno Neto pela constante motivação e incentivo para rápida conclusão do curso, ao Cel QEM Paulo César Salgado Vidal pelos diversos dias de liberação para avanço dos trabalhos. Ao Cel QEM Marcelo Rodrigues Leão Silva pelo incentivo e apoio para o término dos trabalhos. Ao Cel QEM Pedro Paulo Levi Mateus Canazio, chefe da Assessoria/1 (Recursos Humanos) do Departamento de Ciência e Tecnologia do Exército, um querido e excelente ex-professor, que silenciosamente me acompanhou, e me apoiou com todos os recursos para que eu pudesse participar de importante conferência internacional² em 2014. Por fim, agradeço ao meu atual chefe na SD/4, Cel QEM Alberto Gaspar Guimarães, pelo reforçado apoio nos meses finais do doutorado.

²Power Systems Computation Conference (PSCC 2014), na Breslávia, Polônia.

Resumo

Passos, Aderson Campos; de Aguiar, Alexandre Street (Orientador). **Modelo Decisório Dinâmico para Incentivar as Fontes Renováveis no Brasil**. Rio de Janeiro, 2015. 107p. Tese de Doutorado — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta um *framework* de investimento dinâmico para carteiras de energia, baseados em opções reais, que visa maximizar o valor, corrigido pelo risco, do investimento conjunto em projetos de geração de energia com fontes renováveis. Diferente de outros modelos semelhantes, várias classes de incerteza são levadas em consideração simultaneamente e os valores de projeto são calculados por um modelo de otimização híbrido robusto e estocástico. O *framework* de investimento é adequado para qualquer mercado que permita a negociação bilateral, conforme feita no *Ambiente de Contratação Livre*, e é construído na visão da empresa de geração, ou comercializadora de energia, que pretende investir em uma carteira de geração. Utilizando este *framework* é possível definir o quanto investir em cada fonte renovável, quanto vender da carteira de energia e o melhor momento para investir. Além disso, com essa modelagem é calculado o prêmio do investimento simultâneo em fontes renováveis complementares. Ele estende os modelos de decisão estáticos, já abordados na literatura, para um contexto dinâmico, ou seja, considerando a decisão ótima de investimento no tempo. Isso é feito utilizando a abordagem numérica desenvolvida por Bastian-Pinto [9], para descrever cenários de variáveis estocásticas que se comportam como um processo de reversão à média (típico dos preços de energia). Ao final são mostrados estudos de caso realistas que demonstram o valor do *framework*. Este modelo aprimora as decisões da indústria de energia, contribui para aumentar a competitividade das fontes renováveis e reduz a necessidade de subsídios para o investimento. Com isso, impulsiona a penetração das fontes renováveis no mercado brasileiro de energia elétrica.

Palavras-chave

Opções Reais ; Carteiras de Energia Renovável ; Otimização Robusta e Estocástica ; Comercialização de Energia ; Melhor Momento para Investir ; Fontes Renováveis Complementares.

Abstract

Passos, Aderson Campos; de Aguiar, Alexandre Street (Advisor). **Dynamic Decision Model to Foster Renewable Sources in Brazil**. Rio de Janeiro, 2015. 107p. PhD Thesis — Department of Electrical Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

This dissertation presents a dynamic framework for renewable energy portfolios, based on real options, that maximize the risk-averse investment value. Differently from similar models, several classes of uncertainty are taken into account simultaneously and the project values are calculated by means of a hybrid robust and stochastic optimization model. The investment framework is suitable for any market that allows bilateral trading (as in the Brazilian *free contracting environment*) and is designed for a generation company or energy trading company, that intends to invest in a renewable-source portfolio. Using this framework it is possible to define how much to buy or build from each renewable source, how much to sell from the energy portfolio, and the best moment to invest. Additionally, the premium for investing simultaneously in several complementary renewable sources is also determined. The section responsible for supporting the dynamic investment timing decision uses the binomial lattice proposed by Bastian-Pinto et al [9], to describe mean reverting processes. This framework improves industry practices, contributes to increase renewables competitiveness and proposes an arrangement that reduces the need for subsidies. As a consequence, this model contributes to foster the penetration of renewable sources in Brazilian electricity market.

Keywords

Real Options ; Renewable Energy Portfolio ; Robust and Stochastic Optimization ; Energy Trading ; Investment Timing ; Complementary Renewable Sources .

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Motivação e Relevância do Tema	15
1.2	Revisão Bibliográfica	19
1.3	Objetivo do Trabalho	26
1.4	Organização	28
2	Comercialização de Energia no Setor Elétrico Brasileiro	29
2.1	Marco Regulatório	29
2.2	Ambiente de Contratação Regulada	34
2.3	Ambiente de Contratação Livre	36
2.4	Contratos	37
3	Modelos de Decisão sob Incerteza	41
3.1	Caracterização das Incertezas	41
3.2	Otimização Estocástica	42
3.3	Medidas de Risco	46
3.4	Otimização Robusta	48
3.5	Modelo de Contratação Robusto-Estocástico (MCRE)	51
4	Métodos Numéricos para Opções Reais Americanas	58
4.1	Breve Introdução às Opções Reais	58
4.2	Cálculo de Opções Reais usando Treliças	59
4.3	Opções Reais e o <i>Timing</i> de Investimento	64
4.4	Modelos de Reversão à Média	66
4.5	Modelo de Bastian-Pinto [9] para o cálculo de opções americanas	71
4.6	<i>Framework</i> usando treliça binomial de Bastian-Pinto [10] e o MCRE	74
5	<i>Framework</i> de Investimento Ótimo e Dinâmico usando Opções Reais	77
5.1	Estudo de Caso	78
5.2	Resultados Obtidos utilizando o MCRE	79
5.3	Aplicação do <i>Framework</i> ao Estudo de Caso	81
6	Conclusão	88
6.1	Proposta de Trabalhos Futuros	89
	Referências Bibliográficas	91
A	Nomenclatura	105

“O urgente desafio de proteger a nossa casa comum inclui a preocupação de unir toda a família humana na busca de um desenvolvimento sustentável e integral, pois sabemos que as coisas podem mudar. O Criador não nos abandona, nunca recua no seu projecto de amor, nem Se arrepende de nos ter criado. A humanidade possui ainda a capacidade de colaborar na construção da nossa casa comum.”

Papa Francisco,
Carta Encíclica *Laudato Si'*, sobre o Cuidado da Casa Comum, 2015.

1

Introdução

O Brasil é um país que possui em sua matriz elétrica uma enorme participação de fontes renováveis de energia. Isso se deve à disponibilidade desses recursos renováveis em função das características geográficas do país. Dentre as diversas fontes, a energia eólica aparece com grande perspectiva de crescimento. Entre 2009 e 2011 foram contratados 6,8 GW em novos projetos, que elevarão a participação da energia eólica na matriz elétrica de 2,1 GW em 2013 [24] para 8,2 GW até 2016 [95]. Além disso, há ainda um grande potencial inexplorado dessa fonte. O atlas eólico publicado pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica da Eletrobrás (CEPEL) em 2001 estima o potencial eólico brasileiro em cerca de 143 GW, mais de 10 vezes a potência nominal da usina de Itaipu. E apesar deste potencial ser elevado, seu valor é subestimado pois toma como premissa aerogeradores com altura de 50 m. Visto que as usinas já utilizam torres de 100 e 120 m, essa estimativa certamente aumentará muito, pois a velocidade do vento cresce com a altitude. Considerando que a potência instalada do Brasil é de um pouco mais de 124 GW [24] e que os preços praticados para a energia eólica no Brasil são atualmente, devido a uma série de questões conjunturais, os mais baixos do mundo [90] é possível afirmar que são muito grandes as perspectivas de crescimento da energia eólica no mercado brasileiro. Manter no país este perfil renovável é valioso por várias razões, mas especialmente pela questão ambiental.

Criar mecanismos para incentivar empreendedores a manter o investimento em fontes renováveis é importante para manter o processo de expansão do sistema elétrico, que anualmente precisa da injeção de novas fontes de energia. A maioria dos novos empreendimentos se desenvolve dentro do Ambiente de Contratação Regulada (ACR), que é o ambiente onde estão as distribuidoras de energia e que será melhor explicado no capítulo 2, mas o Ambiente de Contratação Livre (ACL), que é o ambiente onde estão os grandes consumidores de energia, cresce anualmente e tem oferecido melhores oportunidades de contratação (preços, flexibilidades em cláusulas contratuais, possibilidade de escolher para quem vender ou de quem comprar a energia) [113], o que traz impactos

positivos para a competitividade da indústria brasileira e, conseqüentemente, para a economia do país.

Este trabalho vem mostrar um arranjo comercial próprio para o ACL que contribui para a penetração de fontes de energia renovável, mitigando os riscos comerciais para o empreendedor. Essa mitigação se dá através da montagem de carteiras de energia, caracterizadas por ter em sua composição diferentes fontes de geração (p.ex. usinas eólicas, pequenas centrais hidrelétricas, usinas de biomassa de cana-de-açúcar etc). Uma característica desejável para essas carteiras é que o perfil de geração de uma das fontes seja complementado por outra fonte, de forma que possa ser fornecido energia pelo conjunto das fontes com perfil pouco variável. Como consequência, será possível assumir contratos de fornecimento com os consumidores com baixa exposição ao preço do mercado *spot* de energia¹, uma vez que as diferenças precisam ser liquidadas neste ambiente.

O Brasil possui um sistema elétrico complexo, com um conjunto de fontes de geração bastante diversificado, com predominância hidroelétrica (cerca de 68,93%, em 2013), mas com forte presença de usinas térmicas movidas por diversos combustíveis (cerca de 27,84%, em 2013), segundo BIG-ANEEL [24]. As dimensões continentais do país proporcionam climas diferentes com regimes de vazões complementares. Para aproveitar este fenômeno e aumentar a confiabilidade no fornecimento de energia, este sistema é quase que completamente interligado. O despacho da energia gerada por todo o sistema é feito pelo Operador Nacional do Sistema (ONS).

O planejamento deste despacho é realizado com o suporte de dois sistemas diferentes, ambos desenvolvidos pelo CEPEL: sistema NEWAVE e o sistema DECOMP, que realizam o planejamento de longo, médio e curto prazo [114]. Estes sistemas utilizam modelos de programação dinâmica dual estocástica [107] para definir planejamentos de operação a mínimo custo. O NEWAVE fornece projeções de 5 (cinco) anos, com discretização mensal, dos valores totais de geração térmica e hidráulica, os valores esperados dos custos marginais de operação (CMO) para cada subsistema e o custo esperado de operação, expresso pela função de custo futuro (FCF). A realização dessas projeções é feita tendo como entrada o Plano de Expansão Decenal, que fornece a projeção esperada da demanda, e a configuração do sistema. O sistema DECOMP fornece as mesmas saídas anteriores, porém, com horizonte semanal e os resultados são apresentados para cada usina. As projeções deste sistema são feitas tendo como entrada a FCF gerada pelo NEWAVE, as projeções

¹Por essa razão, o investimento em carteiras, em substituição ao investimento em fontes isoladas, pode contribuir para a mitigação dos riscos do empreendedor.

semanais/mensais das afluências e a disponibilidade das usinas térmicas com os respectivos preços de produção. O CMO, após ser limitado superior e inferiormente, gera o Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) no mercado de curto-prazo de energia. São gerados semanalmente 4 (quatro) valores de PLD distintos para cada submercado brasileiro (Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte). A Figura 1.1 mostra a semelhança de comportamento entre os valores de PLD dos submercados Sudeste/Centro-Oeste e Nordeste.

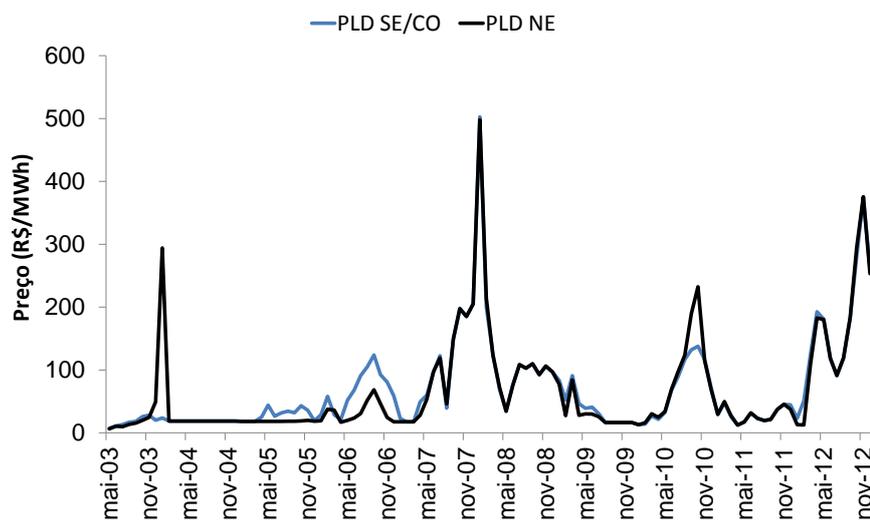


Figura 1.1: Valores de PLD para os submercados Sudeste/Centro Oeste e Nordeste.

São dois os ambientes para comercialização de energia no Brasil: o ambiente de contratação regulada (ACR) e o ambiente de contratação livre (ACL), anteriormente mencionados. No ACR são negociados os contratos de energia estabelecidos entre as usinas geradoras e as distribuidoras de energia. Neste ambiente os valores pagos pela energia são estabelecidos através de leilões, que são formatados para estimular os geradores a ofertarem o seu custo para gerar e com isso busca-se a modicidade tarifária. O marco regulatório estabelecido em 2004 também criou o ACL [126]. Nele é permitido que consumidores com potência instalada acima de 3 kW e consumidores especiais (descritos no capítulo 2) possam estabelecer contratos de compra de energia diretamente dos geradores ou comercializadores de energia. A participação do ACL no mercado brasileiro de energia é crescente representando em 2015 cerca de 25% da energia comercializada.

Novos projetos de geração de energia costumam contar com o financiamento de grandes bancos. Para que seja possível emprestar os seus recursos a taxas baixas os bancos costumam exigir uma série de garantias. As principais delas são os contratos de longo prazo de venda de energia para as distribuidoras.

ras de energia elétrica. Geralmente esses contratos são obtidos depois que esses projetos vencem os leilões de energia do ACR. O investidor que opta pelo ACL passa a ter um problema na hora de financiar seus projetos de geração, pois os bancos exigirão dos geradores contratos de venda de longo prazo que possam servir de garantia financeira para o empréstimo. São poucos os consumidores dispostos a fechar contratos de longo prazo com geradores ou comercializadores (p.ex. 20 anos) [116]. O gerador, por consequência, precisará ter preços atraentes para conseguir estabelecer contratos de longo prazo. Algumas soluções são propostas para incentivar o desenvolvimento exclusivo no ACL. Uma é a realização de leilões exclusivos para o ACL, onde consumidores se reuniriam para compartilhar um contrato de venda de longo prazo e, com isso, financiar a construção de usinas até 30 MW [116]. Outra solução é a criação de uma conta de reserva especial, em conjunto com o banco financiador (p.ex. BNDES), em substituição às garantias de contratos de longo prazo exigidas. Para essa conta iriam todos os recursos e os acionistas receberiam somente o mínimo obrigatório, de 25%, até que apresentassem contratos compatíveis com o final do prazo de financiamento [115].

1.1

Motivação e Relevância do Tema

O investimento em geração requer a aplicação de grande volume de recursos, na maioria das vezes requerendo empréstimos. O mercado de energia brasileiro possui muitas regras e detalhes apropriados para lidar com energia oriunda de recursos naturais renováveis e os riscos associados ao investimento nesse tipo de fonte são muitos. Por isso, o tomador de decisão precisa se cercar de cuidados para garantir o sucesso do seu investimento. Um modelo decisório que considere as características dos contratos, contemple vários tipos de riscos e apoie na indicação do melhor momento para investir certamente contribuirá para que este investidor seja bem sucedido.

As fontes renováveis têm como característica a inconstância da geração, pois depende do comportamento das variáveis climáticas (vazão dos rios, regime de ventos e insolação p.ex.). Os aerogeradores e as pequenas centrais hidroelétricas (PCH) geram de acordo com a disponibilidade de ventos e vazão dos rios (visto que as PCHs não possuem reservatório), respectivamente. Devido a esta característica, somente é permitido aos geradores comercializar a sua Garantia Física² (GF), ou menos, estimadas e certificadas por entidade

²Esta *garantia física* é determinada, no caso das renováveis, com base em um quantil da produção estimada para um histórico de disponibilidade de seus recursos (p.ex. vento e vazão).

credenciada e independente. Com ela será emitido um *certificado de garantia física*, que indica o limite que cada gerador poderá comercializar.

Devido à sazonalidade da energia fornecida por ambas às fontes, em alguns períodos a contabilização da energia gerada indicará sobra, enquanto que em outras épocas indicará falta. Essas diferenças, conforme mencionado na seção anterior, deverão ser contabilizadas no mercado de curto prazo utilizando o PLD. O sistema elétrico brasileiro por ter predominância hídrica, que é uma fonte de energia barata, possui valor de PLD baixo na maioria do tempo. A exceção está nos momentos de escassez de recursos hídricos ou quando alguma externalidade temporária afeta o equilíbrio do sistema, provocando picos do preço *spot*. A figura 1.2 ilustra um desses momentos em que ocorre o pico de PLD. Adicionalmente, na mesma figura é esboçado um exemplo de contrato onde o gerador renovável vende uma quantidade fixa Q de energia para um cliente.

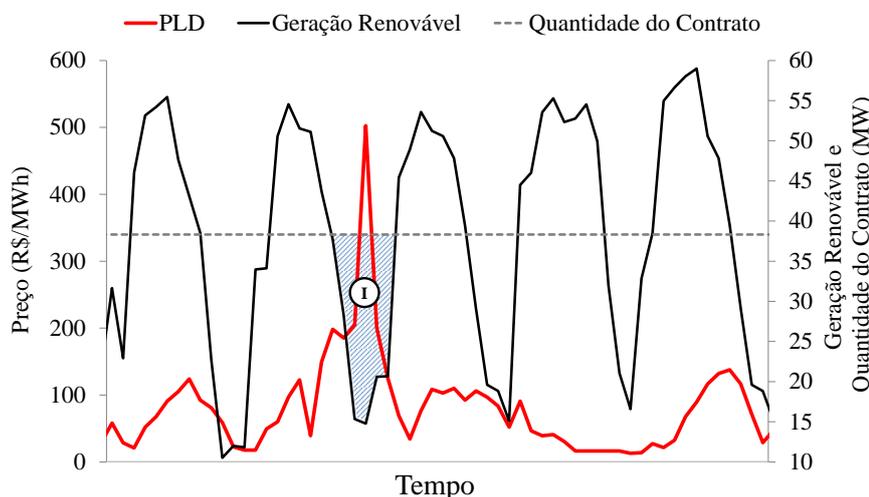


Figura 1.2: Ilustração do risco Preço-Quantidade.

Um problema deste tipo de contrato é que o gerador fica extremamente exposto às variações do PLD. Na maioria do ano os valores de PLD são baixos, visto que esses preços refletem o custo da energia em um sistema predominantemente hídrico. Entretanto, é comum que ocorram picos (como mostrado na figura 1.1 em dezembro de 2007), que se coincidirem com períodos de déficit de geração poderão gerar grandes perdas financeiras. Esse é o chamado risco preço quantidade, que será mais explorado no capítulo 2. Por isso, é importante criar mecanismos para proteger o gerador da variabilidade do PLD através do investimento conjunto em carteiras de energia. Outra vantagem dessa abordagem é que o investimento na carteira faz com que a rentabilidade

global do investimento seja maior do que se ele fosse feito em uma fonte isoladamente. Essa modelagem estática (“aqui e agora”) para a montagem de carteiras de energia e essas conclusões, já foram mostradas em outros trabalhos [57, 58, 122].

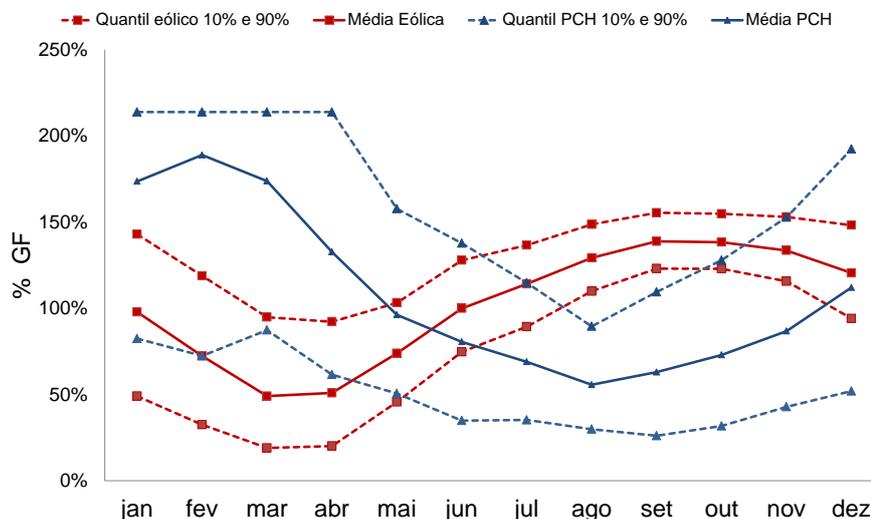


Figura 1.3: Complementariedade entre a energia eólica produzida no nordeste e a energia hídrica produzida no sudeste do Brasil

Uma característica desejável para as carteira de energia é elas sejam compostas por fontes complementares. O fenômeno natural da complementariedade entre fontes renováveis, já citado na literatura [105][53][122][132], é a correlação sazonal negativa dos fluxos de geração para energia alternativa³. Neste texto interessa especificamente o comportamento sazonal oposto do regime de ventos no nordeste e da vazão de rios no sudeste do Brasil, conforme descrito na figura 1.3. Poder investir conjuntamente em duas fontes complementares cria um mecanismo natural de mitigação dos riscos associados às variabilidades do PLD e, por isso, torna o investimento nesses tipos de fontes mais atraente.

Outro ponto importante na decisão de investimento é o preço dos contratos de longo prazo para venda de energia. As condições do mercado, a perspectiva futura dos preços negociados e o preço *spot*, devem ser considerados pois influenciam na lucratividade. Assim, o *trade-off* entre investir imediatamente e esperar é uma preocupação constante e um problema de otimização multiestágio típico. Para lidar com ele há teoria de opções reais, que possui mecanismos adequados para lidar com esta *opção de espera para investir*. Quando se trata do investimento conjunto em carteiras de energia a solução *estática* já foi abor-

³Ou seja, fontes complementares são “cobertas” umas pelas outras. Quando, dentro do ano, uma usina que usa uma dessas fontes está produzindo pouco outra está produzindo muito.

dada [57,58,122]. Entretanto, o problema *dinâmico*, que considera essa tomada de decisão ótima ao longo do tempo (no caso a *espera para investir*), ainda não foi abordado. Essa é a principal motivação desta tese.

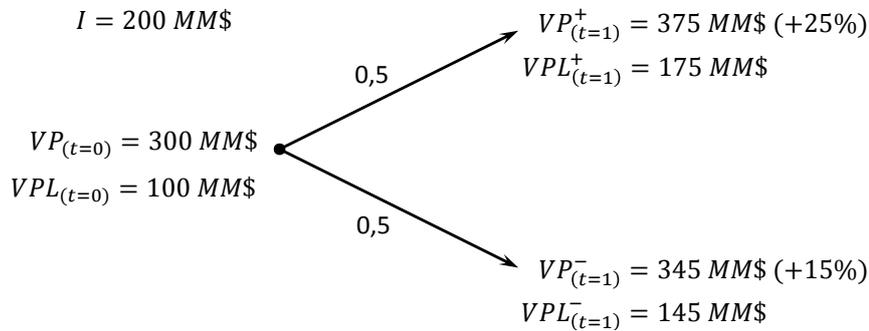


Figura 1.4: *Trade-off* entre investir imediatamente e esperar.

Para exemplificar, suponha agora uma situação em que uma empresa tem a possibilidade de investir I milhões em um projeto que hoje ($t = 0$) vale $VP_{(t=0)} = 300 \text{ MM}\$$. Dado que o investimento é de $I = 200 \text{ MM}\$$ (em qualquer momento), se o tomador de decisão optar pelo investimento imediato obtém como resultado em $t = 0$, conforme mostrado na figura 1.4, que $VPL_{(t=0)} = 100 \text{ MM}\$$. A taxa de desconto considerada é de 10% ao ano. A análise tradicional sugere que deva ser feito o investimento imediato. Entretanto, essa regra não considera o valor da espera.

A incerteza quanto ao valor do projeto está representada na figura 1.4 através de dois possíveis cenários, com probabilidades idênticas de ocorrência. No primeiro cenário supõe-se um crescimento de +25% em relação a $VP_{(t=0)}$. O segundo cenário supõe-se um crescimento de +15% em relação a $VP_{(t=0)}$.

A *regra de decisão* de opções reais confronta o valor da espera com o valor do investimento imediato ($VPL_{(t=0)} = 100 \text{ MM}\$$). O valor presente da espera (VP_{espera}), em $t = 0$, pode ser calculado como,

$$VP_{espera} = \frac{1}{1 + 0,1} \left(0,5 \cdot VPL_{(t=1)}^+ + 0,5 \cdot VPL_{(t=1)}^- \right)$$

$$VP_{espera} = 145,45 \text{ MM}\$ \geq 100 \text{ MM}\$ = VPL_{(t=0)}$$

Fica evidente aqui, que perspectivas de negócios melhores podem justificar a espera. Esse é um exemplo simples mas que ilustra com clareza o valor dessa opção. A seção seguinte desenvolve a revisão bibliográfica, mostrando os trabalhos que contribuíram para o desenvolvimento desta tese e destacando diversos trabalhos que usam a teoria de opções reais .

1.2

Revisão Bibliográfica

Nesta seção serão relatadas referências que tratam de assunto de interesse desta pesquisa. São eles: a complementariedade entre fontes renováveis de energia no Brasil e no mundo, o investimento em carteiras de energia e a teoria de opções reais (TOR) aplicadas ao investimento em geração elétrica.

1.2.1

Complementariedade entre Fontes Renováveis

O fenômeno da complementariedade entre fontes de energia renovável é bastante relevante no planejamento energético. Administrando este fenômeno é possível mitigar os riscos de baixa produção de uma das fontes e manter a qualidade da matriz elétrica. Esse assunto já foi explorado na literatura mostrando aplicações no Brasil e no mundo. A complementariedade entre geração eólica no nordeste e hidroeletricidade no sudeste do Brasil já foi tratada por Dutra e Szklo [53], Wachsmann e Tolmasquim [132], Street et al [122], Fanzeres et al [57, 58] e Passos et al [105]. Em Dutra e Szklo [53] é abordada a implementação do Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (PROINFA), mencionando seus diversos resultados e dificuldades encontradas. Neste trabalho é mencionada a complementariedade existente entre a geração eólica no Nordeste e as aflúncias na bacia do rio São Francisco, também no nordeste do Brasil. Wachsmann e Tolmasquim [132] fazem uma comparação entre os programas alemão e brasileiro para incentivar a penetração da energia eólica nas duas matrizes elétricas. Neste trabalho é mencionado que no Programa Emergencial da Energia Eólica (PROEÓLICA), que foi lançado no início do racionamento de energia e que tinha como um de seus objetivos promover a complementariedade sazonal com os fluxos hidráulicos. Este último programa foi o primeiro esforço governamental para incentivar o uso da energia eólica no Brasil.

Street et al [122] sugerem a montagem de carteira física que associa a energia de um parque eólico a de uma PCH, mostrando algumas vantagens dessa associação. Fanzeres et al [58][57] propõem um modelo de contratação de carteiras de eletricidade e usam como estudo de caso usinas que utilizam energia vinda de fontes complementares. Passos et al [105] desenvolvem um modelo de opções reais, baseado no algoritmo de simulação de Longstaff e Schwartz [83], que é usado para calcular o prêmio do investimento em fontes renováveis complementares quando comparado ao investimento em cada uma das fontes componentes da carteira separadamente. Além da complementariedade

dade entre hidreletricidade no sudeste do Brasil e geração eólica no nordeste do Brasil, Street et al [120] tratam da complementariedade entre hidreletricidade e termelétricas movidas a bagaço de cana e propõem a criação de uma carteira física onde um comercializador de energia, ao negociar a energia de ambas as fontes, é capaz de mitigar grande parte de seus riscos e tornar o seu negócio mais atraente.

No México, Jaramillo et al [76] tratam do uso complementar de hidrelétricas e eólicas. Em Portugal, Moura e Almeida [99] tratam do uso complementar de hidrelétricas, eólicas e usinas solares. Além deles, Sousa e Martins [117] compõem uma carteira ótima e estática de energia para aproveitar, também, a complementariedade entre hidrelétricas, eólicas e usinas solares fotovoltaicas. Na Suécia, Widén et al [133] trata do uso complementar da energia eólica e solar. Widén et al [134] levantam os trabalhos na literatura que tratam da previsão da energia gerada por fontes renováveis e da sua medida de variabilidade, questões fundamentais para a incorporação das energia oriunda de fontes renováveis nos sistemas de potência. Neste artigo, entre outras coisas, eles mostram que a complementação entre fontes é capaz de reduzir a variabilidade da energia fornecida pela combinação de algumas das fontes estudadas.

1.2.2

Investimento em Carteiras de Energia

A diversidade de fontes de geração é importante para os mercados de energia, pois aumenta a segurança do sistema, traz benefícios econômicos, de suprimento [15], especialmente no que trata da operação dos sistemas de potência, e de redução de riscos. O investimento em carteiras de energia é uma forma de por em prática essas ações de diversificação. Nesta seção serão apresentados diversos modelos de investimento em carteira de energia publicados na literatura. Para atender à proposta desta pesquisa, esses modelos serão classificados como *estáticos* ou *dinâmicos*. Nos modelos *estáticos* os resultados das variáveis de decisão não dependem da revelação das incertezas. Em contrapartida, alguns modelos podem ser construídos levando em consideração fatores de incerteza que mudam com o tempo. Um exemplo desse tipo de incerteza, e que interessa a este trabalho, é o preço dos contratos de longo prazo para venda de energia, que pode mudar com o tempo dependendo de diversos fatores. A decisão de investimento em novas usinas dependerá diretamente desses novos contratos que somente serão estabelecidos se os preços forem suficientemente vantajosos. Este modelos que possuem essa característica de dependência da revelação de incerteza para a tomada de decisão, serão chamados de *dinâmicos*.

Alguns exemplos de modelos estáticos de decisão de investimento em carteiras de eletricidade são dados a seguir. Arnesano et al [2] estendem o trabalho de Shimon Awerbuch sobre teoria de carteiras aplicada a planejamento de energia com a finalidade de otimizar uma ou mais funções objetivo contextualizadas ao espaço geográfico, em maior ou menor escala. Kumar et al [80] avaliam o impacto de fontes renováveis usando a teoria de carteiras para incorporar o efeito da volatilidade do preço de combustíveis, assim como as emissões de CO_2 . Essa avaliação é feita utilizando modelo de otimização multi-objetivo baseado em algoritmo evolucionário. Mejía-Giraldo e McCalley [92] apresentam um modelo de otimização robusta ajustável, aplicado a problema de expansão da capacidade de geração via carteiras de energia. Uma característica do modelo desenvolvido é abordar em sua formulação as incertezas relacionadas a custos de combustível, demanda futura e capacidade de transmissão. Em outro trabalho, Mejía-Giraldo e McCalley [93] apresentam um modelo, que também utiliza otimização robusta ajustável para planejar o aumento da capacidade de geração. O objetivo dessa formulação é projetar carteiras de eletricidade capazes de se adaptar a quaisquer condições descritas pelos cenários futuros descritos no modelo. Awerbuch [5] demonstra que a inserção de fontes alternativas em carteiras de energia dominadas pela geração baseada em combustíveis fósseis, pode acarretar em menores custos de geração, apesar do preço elevado da energia oriunda de fontes renováveis. Fanzeres et al [57, 58] desenvolvem modelo de contratação de carteira de energia baseado em uma formulação híbrida de otimização robusta e estocástica, levando em consideração as incertezas do preço *spot* e das fontes de geração renováveis que compõem a carteira. Muñoz et al [101] propõem uma formulação aplicada ao mercado espanhol em que é buscada uma carteira ótima de energia levando em consideração quatro fontes de geração: eólica, solar fotovoltaica, pequenas centrais hidrelétricas e termelétricas. É desenvolvido um modelo econômico que calcula a taxa interna de retorno de cada uma das fontes consideradas e define o percentual de cada uma delas na carteira. Os resultados são comparados com o método da fronteira eficiente para diferentes tipos de opção de financiamento. Zeng et al [136] desenvolvem um modelo de otimização multiobjetivo para avaliar a viabilidade de incorporar à carteira de geração de distribuidoras de energia privadas, plantas de geração fotovoltaicas.

São poucos os trabalhos que abordam as carteiras dinâmicas de energia. Fortin et al [64], Szolgayová et al [124] e Fuss et al [66] propõem modelos de portfolio que consideram o uso de opções reais e da medida de risco $CVaR$ simultaneamente. Nesses trabalhos é proposta a construção de usinas terme-

létricas (a gás e a carvão) e usinas de biomassa que possuem a possibilidade de receberem módulos de captura de carbono. Dessa forma teriam como se beneficiar da venda de carbono no mercado e ter mais uma fonte de receita. E são consideradas como fonte de incerteza o preço do carbono (em [124] e [64]) e o preço do carbono e preço do combustível (em [66]). Os modelos se dividem basicamente em duas partes na primeira é calculado o valor de projeto de cada usina que comporá a carteira separadamente. O cálculo desse valor de projeto embute o valor da opção de instalar, ligar ou desligar o módulo de captura de carbono. Esse cálculo é feito utilizando programação dinâmica. Uma vez definidos os diversos cenários de valores de projeto, esses cenários são levados para um modelo de otimização que maximiza o CVaR dos retornos e define a composição da carteira, sujeita a um conjunto de restrições. Nesses três trabalhos semelhante, somente [124] considera o investimento dinamicamente distribuído no tempo. Outro trabalho que desenvolve um modelo de portfolio dinâmico foi desenvolvido por Deng [45]. Seu modelo considera uma empresa de geração que possui uma única usina e quer definir o melhor momento para investir na próxima usina que comporá a carteira. Além disso, considera-se o preço da eletricidade como a única variável incerta. Por fim, o problema decisório é formulado como um problema misto de controle ótimo estocástico e de tempo de investimento ótimo, ambos resolvidos utilizando o método de diferenças finitas.

A figura 1.5 organiza as referências citadas de acordo com o o tipo de modelo de decisão de portfolio utilizado.

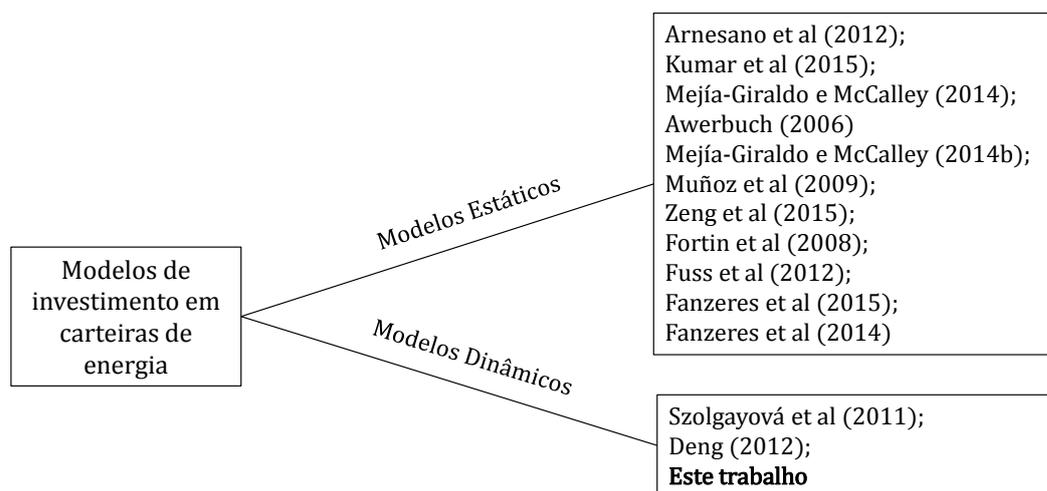


Figura 1.5: Referências classificadas de acordo com o tipo de modelo de investimento em carteira de energia, *estático* ou *dinâmico*.

1.2.3

Opções Reais Aplicadas ao Investimento em Geração Elétrica

Nessa seção serão mostrados exemplos de aplicações da TOR em problemas do setor elétrico aplicados no Brasil e em outros países. O primeiro objetivo é classificar estes trabalhos de acordo com o número de fontes de incerteza utilizadas na modelagem do problema. Esse tópico é considerado importante, pois o empreendedor precisa lidar com muitas as incertezas no processo de investimento, que podem fazer o negócio bem ou mal sucedido. O desenvolvimento de um modelo de investimento que considere grande número de possíveis incertezas, de forma realista, trará maior segurança para o investidor. Foram importantes para a escrita desta seção dois levantamentos abrangentes sobre aplicações da TOR no setor elétrico: Fernandes et al [59] e Ceseña et al [36]. Embutido na TOR está a possibilidade de determinar o melhor momento para exercer a opção. Isso está associado ao conceito de *valor crítico*, bem descrito em Dixit e Pindyck [50], que representa o para o qual o investidor fica indiferente entre *investir imediatamente* ou *esperar* para investir depois. Assim, se a opção é de investimento, o valor crítico servirá como uma referência para definir o melhor momento para investir. Um segundo objetivo dessa seção é identificar aplicações recentes que abordem modelos de *timing* de investimento.

Há alguns trabalhos que falam sobre o uso de opções reais aplicadas a projetos de geração e contratos de energia elétrica no Brasil. Moreira et al [98] estuda a competitividade das termelétricas no ambiente criado após a 1ª reforma do setor elétrico brasileiro (brevemente descrita no capítulo 2) e usa a TOR para avaliar o investimento em termelétricas. Marreco e Carpio [87] realizam avaliação financeira de uma termelétrica hipotética de 100 MW, definindo quanto pagar anualmente para tê-la disponível para o sistema. Batista et al [11] utilizam a TOR para determinar o valor incremental obtido através da venda de créditos de carbono associado a projetos de geração que utilizam energia renovável. Gomes e Luiz [68] avaliam um contrato típico do ACL e calculam o valor adicional que ele possui, associado às suas flexibilidades, utilizando a TOR. Desses trabalhos, Moreira et al [98] considera três fontes de incerteza (demanda de eletricidade, preço do gás natural e afluência hídrica) em três modelos diferentes. O modelo que possui maior número de variáveis estocásticas simultâneas, considera somente duas variáveis. Marreco e Carpio [87] consideram uma variável (energia natural afluenta). Batista et al [11] considera como única variável estocástica o preço dos certificados de redução das emissões de carbono. Gomes e Luiz [68] consideram

como única variável estocástica o preço *spot* do mercado brasileiro de energia elétrica.

O artigo escrito por Martínez-Ceseña et al [36], sobre modelos de opções reais aplicados a projetos de geração de eletricidade, levanta diversos trabalhos da literatura e propõe a classificação desses artigos segundo alguns critérios, são eles: tipos e número de incertezas, fase do planejamento considerado, ferramenta utilizada para o cálculo da opção real e tipo de projeto de geração. Nos trabalhos com uma única fonte de incerteza é comum que a variável estocástica seja o preço da energia [36]. Se enquadram nessa categoria os trabalhos de Fleten et al [62], Takashima et al [125] e Martinez e Mutale [89]. Entretanto, é possível encontrar trabalhos de uma só variável estocástica que analisam outro tipo de incerteza. Em Botterud et al [31], por exemplo, um modelo usando programação dinâmica foi desenvolvido para resolver problemas de expansão da geração centralizada ou descentralizada⁴. Neste modelo uma treliça binomial foi utilizada para representar as probabilidades de transição em um modelo de cadeias de Markov, que descreve as incertezas no crescimento da demanda. Alguns artigos desenvolvem modelos com duas variáveis estocásticas. Kjaerland e Larsen [78] utilizam o preço da energia e os fluxos de água como variáveis. Martínez-Ceseña e Dávalos [88] modelam estocasticamente o preço da energia e os custos. Zhang et al [137] consideram o preço e os fluxos de água. Ashuri e Kashani [4] consideram o preço da energia e a tecnologia como variáveis estocásticas. Alguns trabalhos desenvolvem abordagem com três variáveis estocásticas simultaneamente. Liu et al [82] apresentam um modelo decisório para apoiar o investimento em geração que considera três variáveis: o preço futuro das emissões de CO_2 , o preço dos combustíveis e o preço da eletricidade. Da mesma forma, Cheng et al [37] também desenvolvem modelo de avaliação de investimentos em geração considerando o preço futuro das emissões de CO_2 , o preço dos combustíveis e o preço da eletricidade como variáveis estocásticas.

Tratando do uso de modelos de opções reais para a análise do tempo de investimento, Muñoz et al [100] desenvolvem uma ferramenta para analisar o investimento em energia eólica dentro do mercado espanhol. Eles estudam a opção de investir em uma usina eólica e analisam as incertezas usando o modelo trinomial de Hull e White [74]. Ao final, associam à treliça trinomial criada regiões de investimento, espera e abandono. Boomsma et al [29] utilizam

⁴Problemas de expansão da geração (PEG) centralizada estão relacionados a estudos/-modelos de expansão da geração ocorridos em mercados onde o governo centraliza o planejamento e as ações de expansão do sistema elétrico. Nos PEGs descentralizados é permitido que os investimentos venham de empreendedores privados. Assim, não existe a figura centralizadora do governo comandando as iniciativas de investimento.

o arcabouço da TOR para avaliar o melhor para investir e a escolha de capacidade em projetos de energia eólica levando em consideração dois mecanismos populares para financiar projetos de energia renovável: as tarifas de incentivo e os certificados negociáveis para energias alternativas⁵. Para esse trabalho foi utilizado o modelo de ativos contingentes (equações diferenciais parciais) com duas fontes de incerteza. Bøckman et al [28] desenvolvem um método para analisar o investimento em projeto de pequenas centrais hidrelétricas, que define o melhor momento para investir e a capacidade da usina. Para isso eles usam a TOR assumindo como variável incerta o preço da energia elétrica e utilizam a o método dos ativos contingentes para avaliar o valor da opção. Fleten e Näsäkkälä [63] analisam investimentos em termelétricas a gás natural determinando o *timing* de investimento e atribuindo valor às flexibilidades de abandono do equipamento. Para avaliar as flexibilidades e determinar os valores críticos, novamente é utilizado o método dos ativos contingentes. Biondi e Moreto [25] discutem a viabilidade do investimento em módulos fotovoltaicos no mercado italiano. Para isso, utilizam a teoria de opções reais para lidar com as incertezas associadas aos preços da energia e aos custos dos módulos. O cálculo do valor crítico, para a definição do melhor momento para investir, é feito utilizando a formulação dos ativos contingentes. Botterud e Korpås [30] desenvolvem um modelo para apoiar o investimento em geração, utilizando programação dinâmica e estocástica [21] para a definição do valor crítico para investimento. A variável incerta considerada foi crescimento da carga. Fertig et al [60] compara o critério tradicional do valor presente líquido (VPL), considerado neste texto como o valor do exercício imediato, com o valor da opção de espera para investir, calculado utilizando o modelo *Least Square Monte Carlo* (LSM) de Longstaff e Schwartz [83]. Este modelo é utilizado para definir o melhor momento para investir em projetos de armazenamento de energia potencial através de bombeamento de água⁶. É considerada como variável incerta o preço da energia. Hach e Spinler [70] avaliam em qual contexto as usinas termelétricas a gás podem ser lucrativas, dado que em vários países europeus há crescentes incentivos para a energia renovável. Para isso eles desenvolvem modelo de OR discreto com duas variáveis estocásticas (preço do gás natural e preço da energia elétrica), baseado na formulação de Boyle et al [32], e calculam o valor da disponibilidade das usinas térmicas para atender picos de demanda. Lukas e Welling [85] propõem um modelo de teoria dos jogos com

⁵Tradução livre do autor para *feed-in-tariffs* e *tradeable green certificates*, respectivamente. Mais informações sobre esses tipos de financiamento podem ser obtidas em Abolhosseini e Heshmati [1].

⁶Tradução livre da expressão *pumped hydropower storage*.

opções reais para analisar incentivos financeiros para o desenvolvimento de inovações ecologicamente corretas no investimento em geração. Como variável incerta é utilizado o preço da permissão de emissão de CO_2 e para modelar o valor da opção real foi utilizado o método dos ativos contingentes. Näsäkkälä e Fleten [103] desenvolvem um modelo para avaliação de usinas termelétricas que utilizam a tecnologia de turbinas a gás de ciclo combinado. Para isso é desenvolvido modelo que utiliza a formulação dos ativos contingentes, tendo como variável estocástica o *spark spread*⁷ modelado em função do preço da eletricidade e do preço do gás. Além da opção de adiamento do investimento é considerada a opção de ampliação das usinas. Venetsanos et al [131] apresentam um modelo para avaliar projetos de energia renovável utilizando opções reais e ilustra as possíveis incertezas existentes em mercados de energia desregulados. O artigo modela um projeto de energia eólica no mercado grego utilizando o modelo de Black and Scholes. Zeng et al [135] analisam o melhor momento para recompra⁸ de painéis fotovoltaicos em instalações domésticas montadas por terceiros, que assumem todo o risco da instalação pela geração distribuída. Para essa análise é utilizado o modelo de simulação *Least Square Monte Carlo* (LSM) de Longstaff e Schwartz [83], com uma variável estocástica.

A figura 1.6 organiza as referências citadas de acordo com o número de incertezas consideradas na modelagem e com o uso de recursos para a análise do melhor momento para investir. É importante perceber que o trabalho de Liu et al [82] não trata de carteiras de energia.

1.3

Objetivo do Trabalho

O objetivo do trabalho é desenvolver modelos decisórios de investimento que permitem ao empreendedor apto a comercializar a sua energia (empresas de geração e/ou comercialização de energia), decidir o melhor momento para investir em uma carteira de fontes complementares, quanto comprar de cada uma das fontes e quanto vender dessa energia gerada. Para isso é utilizado um modelo híbrido que possui duas partes. A primeira é baseada em uma modificação do modelo desenvolvido em Fanzeres et al [57, 58], que define os percentuais de cada fonte dentro da carteira física montada e calcula o valor presente do fluxo de lucros do empreendimento de longo prazo, utilizando

⁷Diferença entre o preço da energia elétrica no mercado e o seu custo de produção. Este valor poderá ser positivo ou negativo

⁸A expressão “recompra” é a tradução livre de *buyback* e tem sentido nessa aplicação porque existem empresas nos EUA que instalam equipamentos para geração solar em residências e são donas de toda a instalação. Ao comprar os equipamentos de volta o dono da residência passa a ter oportunidade de lucrar mais com a energia vendida.

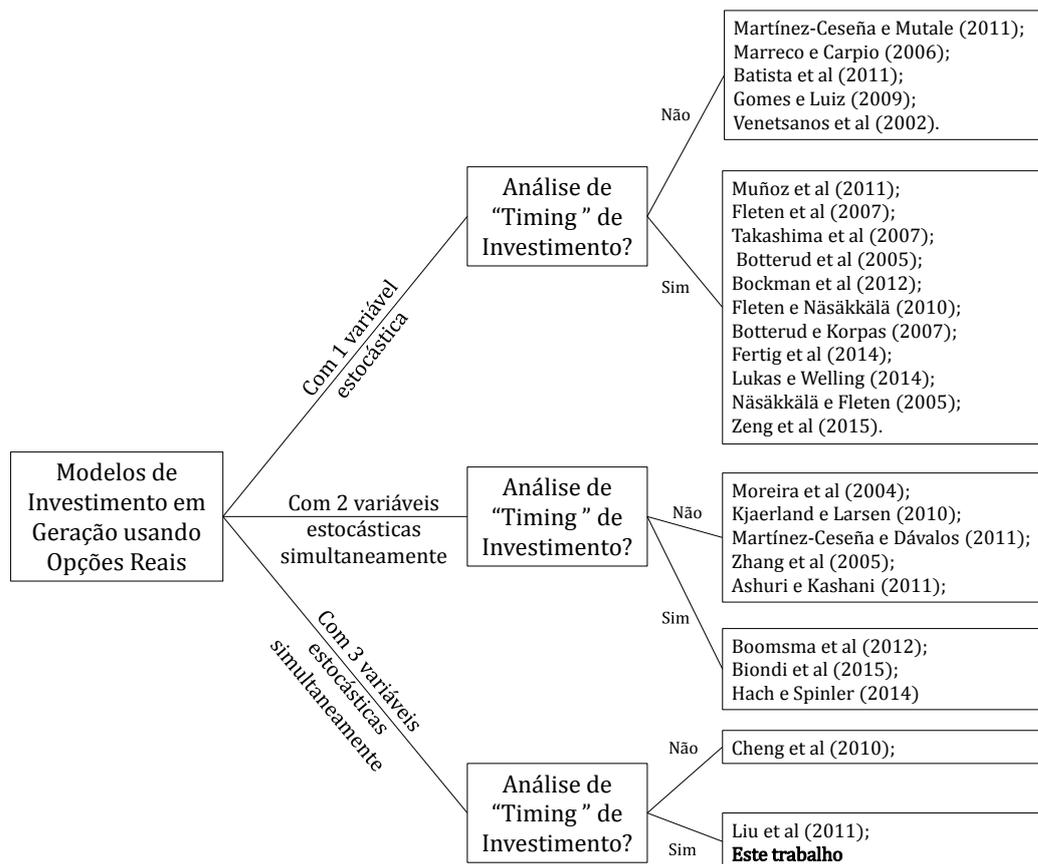


Figura 1.6: Referências classificadas de acordo com o número de variáveis estocásticas consideradas simultaneamente.

um modelo de otimização robusto e estocástico. A segunda é um modelo de opções reais para definir o melhor momento de investir nesta carteira de fontes renováveis. Assim, no conjunto do modelo são tomadas duas decisões (momento de investir e quantidades da carteira) e são levadas em consideração três classes de incertezas: preço de venda da energia, geração renovável e preço *spot*. Pelo fato de ser assumido que o preço de venda da energia é independente da geração renovável, é possível parametrizar as decisões de contratação e construção na decisão de quando investir e no preço de contrato. Assumiremos que o preço dos contratos de venda da energia e o preço *spot* podem ter uma relação de longo prazo [61, 86, 89]. A modificação visa permitir que o modelo expresse a dependência entre o preço do contrato de longo prazo (P^{venda}) e o preço *spot* (π).

Levando em consideração os levantamentos bibliográficos da seção anterior, a contribuição deste trabalho pode ser destacada em três tópicos:

1. Construção de um *framework* que utiliza a teoria de opções reais para obter a política ótima de investimento em carteiras de energia renovável,

considerando decisões dinamicamente distribuídas ao longo do tempo e três classes de incerteza simultaneamente (geração renovável, preço do contrato de venda de longo prazo e preço *spot*).

2. Mostrar uma modificação do modelo de contratação robusto e estocástico proposto por [57, 58] que relaciona o preço do contrato de longo prazo com o preço *spot*.
3. Calcular o prêmio para o investimento em fontes de energia complementares, destacando o valor que este fenômeno possui para incentivar a penetração das fontes renováveis na matriz elétrica brasileira.

1.4

Organização

O presente capítulo configura o problema a ser resolvido, motiva o leitor mostrando a sua relevância e caracteriza a inovação através de busca na literatura científica por trabalhos correlatos.

O capítulo 2 explica o modelo do setor elétrico brasileiro descrevendo com brevidade a sua construção e mostrando as suas diversas características com relação à comercialização de energia. No final, são mostrados os principais tipos de contratos praticados no setor e no modelo desenvolvido neste trabalho.

No capítulo 3 é feita uma breve revisão dos modelos de decisão sob incerteza, importantes para o desenvolvimento do trabalho. No final são descritos os modelos de otimização empregados para a obtenção dos resultados.

No capítulo 4 é feita uma descrição da TOR, com foco no cálculo de opções americanas. No final do capítulo é descrito um modelo discreto de geração de cenários de preços, que se comportam como um movimento de reversão à média.

No capítulo 5 é apresentado o estudo de caso desenvolvido utilizando as ferramentas descritas nos capítulos anteriores. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e as propostas de trabalhos futuros.

2

Comercialização de Energia no Setor Elétrico Brasileiro

Este capítulo tem como finalidade contextualizar este trabalho dentro dos ambientes de comercialização de energia criados após o novo marco regulatório brasileiro em 2004. Para isso serão mostradas as principais características deste novo marco regulatório, fazendo-se uma breve revisão histórica que explica como se chegou até ele. Além disso, será descrito o modo de funcionamento dos dois ambientes de contratação existentes: o regulado e o livre, e por fim serão descritos os contratos negociados no ACR e neste trabalho.

2.1

Marco Regulatório

O conjunto de normas, leis e diretrizes que atualmente regem o setor elétrico brasileiro entraram em vigor em meados de 2004 representam o melhoramento de um processo de modificação do setor que se iniciou em 1996 no governo do então presidente Fernando Henrique Cardoso [106]. Antes de mostrar suas principais características será mostrada a situação do setor elétrico do país antes de 1996, a primeira reforma implantada e somente depois a segunda reforma.

2.1.1

Antecedentes da Primeira Reforma do Setor

No final da década de 1980 o Brasil vivia um período de crise econômica que possuía como principal vilão os elevados índices de inflação. E a União, sob grande pressão popular, tentava de várias maneiras conter seus efeitos perversos. O fato de quase todas as empresas do setor elétrico serem estatais, fez com que o governo as utilizasse como instrumento para controle inflacionário, não repassando para as tarifas de energia as correções devidas. Como consequência essas empresas passaram a ter dificuldades financeiras graves deixando, inclusive, de pagar as suas contas. Leite [81] relata o não pagamento por parte de distribuidoras de energia do estado de São Paulo (Cesp e Eletropaulo), no período da gestão dos governadores Orestes Quéricia e Antônio

Fleury, das contas de suprimento da energia oriunda de Furnas e Itaipu. Isso originou atitudes semelhantes em outros estados e gerou desequilíbrios dentro do setor elétrico como um todo. Relata também o desvio de recursos ocorridos em diversas outras empresas importantes como Cemig, Chesf e Furnas e o cancelamento do envio de recursos vindo do Banco Mundial destinados para projetos de infraestrutura administrados por empresas estatais. A crise administrativa nas grandes empresas do setor fez com que ocorresse a paralisação de obras de expansão da geração, a malha de transmissão tornou-se insuficiente e tudo isso indicava uma crise de abastecimento iminente no médio prazo. Este contexto de desequilíbrio setorial junto com as diversas tentativas frustradas de melhorar a gestão dessas empresas levou à primeira reforma do setor.

2.1.2

A Primeira Reforma do Setor

Seguindo a visão econômica vigente em vários outros países que passaram por modificações dos seus setores elétricos, a reforma no Brasil se caracterizou por um intenso processo de privatização das empresas de eletricidade. Em 1990 foi instituído o Plano Nacional de Desestatização através da Lei nº 8.031 [94], que propiciou a venda das empresas de energia elétrica já em estado financeiro crítico. Praticamente todas as distribuidoras de energia foram privatizadas. Na geração somente 15% da geração foi privatizada devido a impedimentos criados pelos partidos políticos de oposição ao governo. A reestruturação do setor elétrico brasileiro se deu, portanto, com um forte estímulo à participação privada com três objetivos principais:

1. Equacionar o déficit fiscal, por meio da venda de ativos;
2. Restaurar o fluxo de investimentos;
3. Aumentar a eficiência das empresas de energia através da promoção da competição [126].

No início de 1996 o governo, através do Ministério das Minas e Energia (MME), determinou que a Eletrobras contratasse o a consultoria inglesa Coopers & Lybrand, que participou do desenho do novo modelo setorial inglês, para conduzir junto com técnicos nacionais o projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro (RE-SEB). Como resultado foram instituídas novas características para o setor:

- a. Desverticalização das atividades;

- b. Geração passa a ser uma atividade competitiva com preços definidos pelo mercado;
- c. Transmissão independente para garantir o livre acesso dos geradores ao mercado e dos consumidores livres às fontes de geração ou aos comercializadores livres que competem pela prestação de seus serviços;
- d. Apenas as atividades de transporte de energia na transmissão e na distribuição são monopólios naturais com preços administrados pelo poder concedente;
- e. Criação do Operador Nacional do Sistema (ONS), que opera o sistema interligado de geração e transmissão de forma independente, visando a otimização do despacho hidrotérmico e o livre acesso da energia.
- f. Criação do Mercado Atacadista de Energia Elétrica (MAE) ambiente para propiciar a compra e venda de energia.
- g. Criação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), órgão regulador do setor elétrico como um todo.
- h. Expansão da oferta de energia podendo estar sob responsabilidade dos agentes privados [51].

De fato as modificações realizadas no setor trouxeram benefícios iniciais importantes conforme esperado: aumento na eficiência dos serviços prestados pelas distribuidoras, arrecadação de cerca de US\$ 10 bilhões pela união e pelos estados e aumento na participação da iniciativa privada na expansão da geração. Destaca-se a redução de custo dos novos empreendimentos e a redução do tempo das obras [6]. Entretanto, apesar dos resultados iniciais encorajadores o modelo possuía falhas que conduziram a um severo racionamento de energia que durou de 1^o de junho de 2001 a 28 de fevereiro de 2002 e conduziu o país à redução drástica da produção econômica. O crescimento do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro em 2000 foi de 4,36%, em 2001 foi de 1,31% e em 2002 houve retração, ou seja, decréscimo do PIB [126]. O fraco desempenho econômico do país e as suas diversas consequências negativas contribuíram fortemente para que a oposição política assumisse o governo na eleição seguinte [106].

Em 2001 foi criada através de decreto presidencial a Comissão de Análise do Sistema Hidrotérmico de Energia Elétrica, com a finalidade de identificar os motivos que conduziram o país à crise de abastecimento [77]. Os principais

problemas levantados foram: o atraso da entrada em operação de empreendimentos de geração e de transmissão, superdimensionamento da garantia física associada aos contratos vigentes, falha na comunicação e na definição dos papéis que cada uma das instituições setoriais (ONS, MME, ANEEL) deveria ter. Tolmasquim [126] adiciona à lista de motivos que justificam a crise a restrição ao investimento das empresas estatais, a falta de planejamento estrutural e de um modelo regulatório juridicamente consistente e robusto, que estimulasse o investimento privado. Outra questão levantada em Barroso et al [6] é o fato que as distribuidoras eram obrigadas a ter lastro de contratos de somente 85% de sua capacidade contratada. Isso levava a um viés de subcontratação e servia como um sinal de redução dos investimentos em geração. Cita ainda a inadequação do valor de referência utilizado pela ANEEL, chamado de Valor Normativo (VN), para estabelecer o preço da energia para o consumidor final. Após analisar diversas possibilidades foi decidido atribuir ao VN o custo marginal da energia de longo prazo, que é o custo da energia (investimento + operação) da tecnologia marginal para expandir o sistema. Definir esse VN se mostrou complexo e confuso resultando em muitas oscilações durante a vigência deste procedimento de cálculo. Por isso, não contribuiu para estimular a expansão do mercado nem a modicidade tarifária.

Todas essas questões foram importantes e levadas em consideração para a criação do novo marco regulatório de 2004.

2.1.3

A Segunda Reforma do Setor

O modelo do setor elétrico atualmente em vigor foi desenhado na gestão do presidente Luis Inácio Lula da Silva, tendo como ministra das minas e energia Dilma Rouseff. Diversas mudanças implementadas no modelo anterior foram mantidas. Portanto, pode-se dizer que representa uma “correção de rumos” aprimorando o que foi definido anteriormente. Três são os conceitos fundamentais na sua construção:

1. Confiabilidade de suprimento;
2. Modicidade tarifária; e
3. Universalização da energia [126].

A confiabilidade de suprimento foi quebrada em 2001 com o racionamento de energia especialmente pela falta de estímulos ao investimento na expansão do sistema. O VN mostrou-se oneroso para o consumidor e por isso não contribuía para a modicidade tarifária, por isso precisava ser substituído.

Para criar condições de redução dos preços da energia e estimular os investimentos privados foram criados dois ambientes para a comercialização da energia: o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL), conforme ilustrado na figura 2.1. Para o ACR foi desenvolvido um mecanismo de contratação multilateral baseado em leilões. A energia comercializada pelas distribuidoras passa a ser adquirida através de leilões de geração onde os empreendedores são estimulados a ofertar os menores preços para poder vender sua energia. Dessa maneira há estímulo para a modicidade tarifária. Clientes com demanda acima de 3MW podem comprar energia livremente de geradores ou comercializadores através do ACL, mas são obrigados ainda a pagar pelo uso dos sistemas de distribuição, transmissão e encargos.

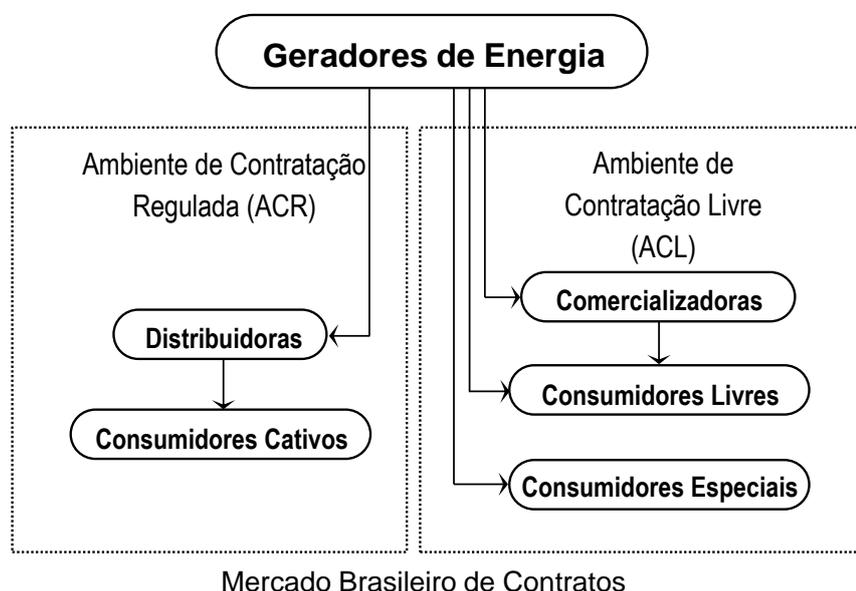


Figura 2.1: Mercado brasileiro de contratos. Os geradores de energia podem optar por comercializar sua energia no ACR ou no ACL. No ACR estão as distribuidoras de energia que atendem aos consumidores cativos. No ACL estão os consumidores livres, os consumidores especiais e as comercializadoras de energia.

As funções das diversas instituições do setor já existentes (MME, ANEEL, ONS) foram revistas e bem definidas. Foram criadas novas instituições para contribuir no planejamento setorial. São elas: o Conselho Nacional de Política Energética (CNPE), o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE), a Empresa de Pesquisa Energética (EPE) e a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE).

As distribuidoras passaram a ter a obrigação ter 100% de sua demanda contratada em vez de 85%, como era no modelo anterior. Além disso, passou

a ser permitido contratar até 103% da demanda, podendo repassar os custos para a tarifa do consumidor. Dessa forma, passa a existir um pequeno viés de sobre contratação e o estímulo nítido para a expansão do sistema. Além disso, todos os contratos de fornecimento de energia devem possuir um respaldo físico de energia firme.

Uma das principais características do novo modelo reside na utilização de leilões de energia para contratação da maioria da carga e na liberdade que possuem os geradores e consumidores para vender e comprar, respectivamente, a sua energia. A descrição mais detalhada dos procedimentos de compra e venda dessa energia no ACR e no ACL são mostrados nas seções seguintes.

2.2

Ambiente de Contratação Regulada

O ACR é o ambiente mais representativo do setor elétrico brasileiro e corresponde atualmente por cerca de 75% do consumo do país. Nele estão todas as distribuidoras de energia que obrigatoriamente devem contratar a sua energia através de leilões que ocorrem anualmente, desde 2004. A contratação através de leilões de menor preço é uma característica marcante do modelo instituído para o setor, é a forma como os contratos no ACR são definidos e o que de fato promove a modicidade tarifária. Entender o funcionamento desses leilões é central neste ambiente.

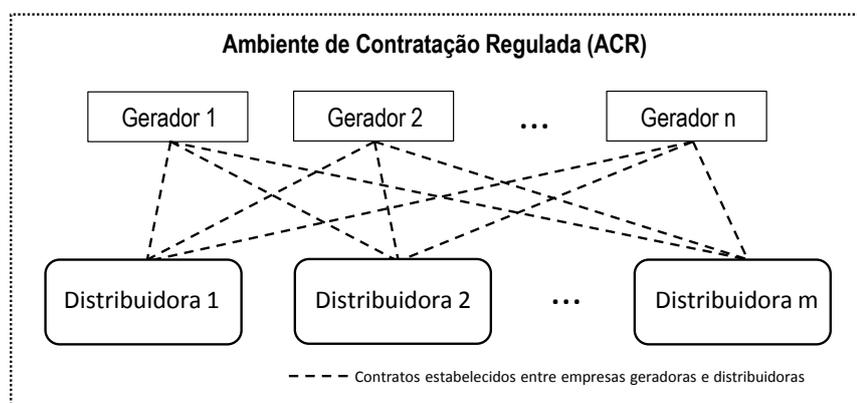


Figura 2.2: Procedimento de contratação entre os geradores vencedores do leilão e as distribuidoras. As linhas pontilhadas representam os Contratos de Comercialização de Energia no Ambiente Regulado (CCEAR).

Todos os anos as distribuidoras de energia fazem a estimativa do seu aumento de carga para os próximos três e cinco anos, tendo em mente que devem cumprir a determinação de contratar 100% de sua carga, podendo se submeter a multas em caso de subcontratação. E conforme já mencionado, é

possível repassar para o consumidor até 103% do preço da energia contratada. São dois tipos básicos de leilões: os de energia existente e os de energia nova. Em todos eles a participação dos órgãos de governo se limita a organização das diversas etapas do leilão. Depois de definidos os vencedores são estabelecidos contratos com as diversas distribuidoras participantes de maneira que todas são beneficiadas com os preços obtidos na exata proporção do aumento de carga declarado no início do processo. Assim, cada gerador participante do leilão assinará contratos com cada distribuidora conforme ilustrado na figura 2.2.

Seguindo a classificação proposta por Barroso et al. [7] são quatro os tipos de leilões definidos no novo marco regulatório: leilões de energia existente (LEE), leilões de energia nova (LEN), leilões de ajuste e leilões de energia de reserva (LER).

Nos LEE competem empreendimentos com investimentos já amortizados e por isso com energia mais barata. Tecnicamente um empreendimento é considerado existente quando detém outorga de concessão, permissão ou autorização na data de início do processo público licitatório. A separação dos leilões visa contribuir para a modicidade tarifária, uma vez que com a junção poderia haver usinas amortizadas ofertando energia a preço de usinas novas [126]. Os contratos estabelecidos nestes leilões já valem para o ano seguinte que é o ano de fornecimento (A), ou seja, o leilão ocorre em $A-1$. Isso caracteriza simplesmente a renovação do contrato e só pode ser feito porque os empreendimentos já estão em funcionamento. Em geral a duração dos contratos nesses leilões é de 3 a 15 anos.

Nos LEN competem empreendimentos que não estão em operação e que pelo fato de ainda precisarem pagar suas contas de financiamento, possuem energia mais cara. Dentro desta modalidade existem três tipos básicos de leilões: os leilões principais ($A-5$), os leilões complementares ($A-3$) e os leilões exclusivos para energias alternativas (entre $A-5$ e $A-1$). Os leilões principais são realizados com base nas estimativas de aumento de carga das distribuidoras para o período de cinco anos à frente. Neles estão incluídos os projetos de hidrelétricas e são definidos contratos com duração de 15 a 30 anos [6]. Em geral as distribuidoras fornecem para esses leilões as suas estimativas mais conservadoras, neste caso o limite inferior de seus intervalos de confiança para a demanda. Fazem isso devido às incertezas elevadas, associadas à previsão de sua demanda em longo período à frente [106]. Os leilões complementares auxiliam as distribuidoras nesse ajuste, pois uma vez que dois anos se passam será possível fazer previsões com nível menor de incerteza. São, portanto,

igualmente leilões de longo prazo e que ocorrem três anos antes do fornecimento da energia. São geralmente incluídas nesses leilões as usinas termelétricas. Os leilões para energias alternativas fornecem contratos de longo prazo para fontes renováveis específicas: eólicas, PCHs, usinas solares e usinas de bagaço de cana.

Os leilões de ajuste têm como objetivo realizar o “ajuste fino” da carteira de contratos da distribuidora. Cada um desses contratos possui a duração de até dois anos, com entrada em vigor no mesmo ano. Esses leilões ocorrem de três a quatro vezes por ano e se limitam a contratar até 1% do total contratado pela distribuidora [7].

Os LER existem para criar uma folga de geração para o sistema. Eles ocorrem sem periodicidade definida, mas em acordo com o planejamento dos órgãos setoriais. Em geral entram nesses leilões usinas eólicas, que ficam descontratadas. A energia gerada por essas usinas servirá para liquidação no mercado de curto prazo seguindo regras setoriais específicas [126].

Dado que uma distribuidora vende a energia a partir de uma carteira de contratos obtidos em leilões de menor preço, é estabelecido agora no ACR um novo parâmetro para tarifar o cliente atendido por essas distribuidoras. Esse é chamado no setor de Valor de Referência (VR) e representa a média dos contratos estabelecidos em cada leilão, ponderada pelas quantidades de cada contrato [126], pg 136. Substitui, portanto, o Valor Normativo (VN) definido na primeira reforma do setor. Sobre ele, grosseiramente falando, a distribuidora coloca uma taxa de retorno que estará associada à sua bonificação e despesas indiretas, ambas reguladas pela ANEEL.

2.3

Ambiente de Contratação Livre

O ACL é o ambiente onde está cerca de 25% do consumo do país. Os contratos estabelecidos neste ambiente se dão livremente entre geradores, comercializadores e consumidores livres. Poderão participar deste ambiente consumidores com potência instalada superior a 3MW, em qualquer tensão e os consumidores especiais. São considerados consumidores especiais uma ou mais entidades que se reúnam por terem interesses semelhantes (p.ex. cooperativas), que juntas demandem 500kW ou mais e cuja energia provenha de fontes incentivadas (solar, eólica ou biomassa) de potência injetada na rede inferior a 50MW.

Consumidores livres e especiais, quando consomem energia proveniente de fontes incentivadas, podem usufruir de desconto nas tarifas de transporte de energia (TUST ou TUSD) nas alíquotas de 50% ou 100% de acordo com

as regras da ANEEL. Entretanto, esse desconto somente será fornecido para energia oriunda de usinas que injetem na rede até 30MW [104].

Depois do racionamento de 2001 e da mudança do perfil de consumo das empresas e residências, que passou a ser muito mais eficiente, a energia no mercado livre passou a ser muito mais barata do que a ofertada pelas distribuidoras, devido às sobras que surgiram em pouco tempo no mercado. Com isso, houve grande migração do ACR para o ACL, conforme mostrado na figura 2.3, que mostra a evolução do número de consumidores livres no ACL.

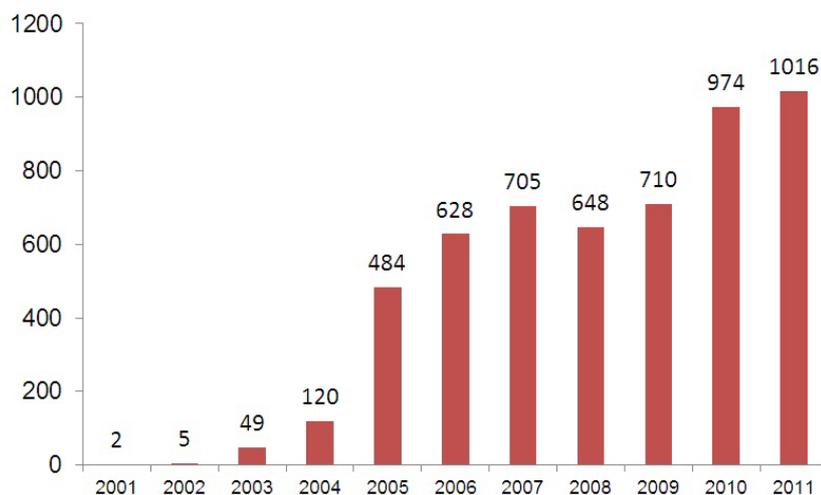


Figura 2.3: Evolução do número de clientes no ACL (eixo das ordenadas) em função dos anos (fonte: Trade Energy).

Migrar para o ACL implica em passar a se preocupar com a gestão da energia consumida pela empresa. E para isso é necessário ter uma equipe dedicada a essa atividade, medidores de consumo em tempo real e muitas vezes contratar consultorias especializadas. Entretanto, conforme relatado por Silva [113], poucos são os consumidores que se arrependem dessa iniciativa, pois os ganhos financeiros costumam ser muito maiores.

2.4

Contratos

Dentro do ACR é permitido dois tipos de contratos: os contratos financeiros a termo, conhecidos como “contratos por quantidade” e as opções de compra de energia, conhecidos como “contratos por disponibilidade”, conforme explicado a seguir:

- a. **Contratos por quantidade:** nesse tipo de contrato o vendedor assume o risco de fornecer uma quantidade de energia a um preço fixo para o

consumidor e quando não a tem deve liquidar a diferença no mercado de curto prazo (mercado spot) ao preço de liquidação das diferenças (PLD). É possível equacionar a receita mensal do vendedor conforme mostrado na equação 2-1¹ :

$$\tilde{R}_t = P^{venda} \cdot D \cdot h_t + (\tilde{G}_t - D) \cdot \tilde{\pi}_t \cdot h_t \quad (2-1)$$

Na equação 2-1 os valores marcados com um til (\sim) são variáveis aleatórias e serão melhor caracterizadas no próximo capítulo. Na equação \tilde{R}_t é a receita mensal do gerador no mês t, P^{venda} é o valor fixo do contrato a termo pago ao vendedor pelo cliente, D a quantidade da demanda de energia a ser vendida para um consumidor através do contrato, \tilde{G}_t é a variável aleatória que caracteriza a energia gerada no mês t e $\tilde{\pi}_t$ representa a variável aleatória que modela o valor do PLD. A parcela $P^{venda} \cdot D \cdot h_t$ representa uma receita positiva para o vendedor sempre. Entretanto, em situações onde a geração \tilde{G}_t é menor que a quantidade acordada Q a parcela $(\tilde{G}_t - D) \cdot \tilde{\pi}_t \cdot h_t$ é negativa. Se isto acontecer em momentos de pico de PLD, as perdas acumuladas pelo gerador podem ser muito grandes. Esse é o chamado risco preço-quantidade, já mencionado no capítulo 1 e que está ilustrado na figura 1.2. Este risco também pode se caracterizar por baixos ganhos em situação de produção acima da quantidade contratada D , mas no caso do mercado brasileiro, ter valores baixos de PLD já é esperado devido a grande presença hidrelétrica na matriz energética.

- b. **Contratos de disponibilidade:** neste tipo de contrato o consumidor “arrenda” a usina pagando por ela uma quantidade fixa por mês. Quando a usina entra em operação os seus custos variáveis também são reembolsados pelo consumidor. Outra característica importante desse tipo de contrato é que o consumidor passa a ser responsável pela liquidação das diferenças no mercado spot. Esse tipo de contrato é muito utilizado para termelétricas [7].

No ambiente de contratação livre os contratos são flexíveis e estabelecidos de acordo com os interesses das partes, entretanto conforme documento disponível no portal da CCEE [35], qualquer tipo de contrato no ACL precisará liquidar as diferenças no curto prazo.

¹Na verdade a contabilização se dá de maneira mais complexa levando em consideração a modulação e sazonalização estabelecida no contrato do gerador com a distribuidora. Além disso, existem três valores de PLD, um para cada patamar de carga e que mudam semanalmente. Mais informações podem ser obtidas em Neves e Pazzini [104] e CCEE [35]. A receita mostrada na equação 2-1 é uma simplificação.

Neste trabalho serão utilizados contratos no ACL tomando como premissa que existe um comercializador de energia que “arrenda” duas usinas renováveis complementares a preço fixo e que, com isso, tem o direito de comercializar a sua energia e o dever de liquidar as diferenças no mercado de curto prazo. Assim, entre o comercializador e os geradores há um contrato de compra de energia que representa para o primeiro um custo fixo mensal. Entre o comercializador e o consumidor há um contrato de fornecimento de energia onde todos os meses este consumidor pagará ao comercializador um preço fixo P que dará a ele o direito de usufruir da garantia física e da produção da carteira de fontes. A figura 2.4 mostra a caracterização dos contratos estabelecidos entre as partes.

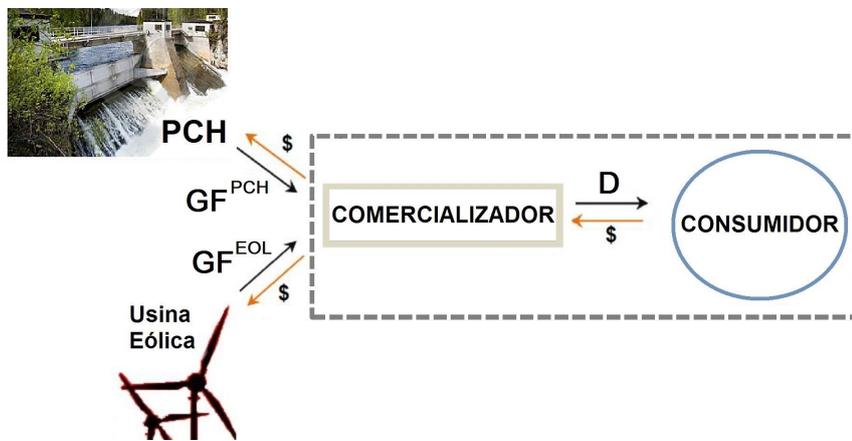


Figura 2.4: Ilustração dos contratos existentes no problema resolvido na tese (adaptado de [58,65,122]).

Analisando o arranjo é possível perceber que o contrato estabelecido entre o comercializador e o consumidor (destacado na figura 2.4 com linha pontilhada) é idêntico a um contrato por quantidade estabelecido no ACR, descrito anteriormente. Por isso, este comercializador está submetido ao risco preço-quantidade. O custo no mês t com o arrendamento (G_t) está ilustrado na equação 2-2.

$$G_t = P^{PCH} \cdot GF_{PCH} \cdot h_t + P^{EOL} \cdot GF_{EOL} \cdot h_t \quad (2-2)$$

Onde P^{PCH} e P^{EOL} representam o valor mensal a ser pago (R\$/MWh) pelo lastro da PCH e da usina eólica, respectivamente e GF_{PCH} e GF_{EOL} representam estes lastros (em MW) de cada uma das usinas. A receita do contrato de venda é dada pela equação 2-3

$$R_t = P^{venda} \cdot D \cdot h_t \quad (2-3)$$

Onde D é o lastro (em MW) a ser disponibilizado para o cliente e P^{venda} o preço *forward* de longo prazo a ser negociado com o cliente. O lucro mensal obtido pelo comercializador, portanto, é dado pela equação 2-4

$$\tilde{R}_t = \underbrace{P^{venda} \cdot D \cdot h_t - G_t}_{\text{fixo}} + \underbrace{(\tilde{G}_{EOL,t} + \tilde{G}_{PCH,t} - D) \cdot \tilde{\pi}_t \cdot h_t}_{\text{administrado pelo comercializador}} \quad (2-4)$$

onde $\tilde{G}_{EOL,t}$ e $\tilde{G}_{PCH,t}$ representam o que foi gerado pelas usinas no mês t , $\tilde{\pi}_t$ é o valor do PLD para o mês t e h_t são as horas acumuladas no mês t .

3

Modelos de Decisão sob Incerteza

Uma vez compreendidas as características relevantes do Setor Elétrico Brasileiro será mostrado o corpo teórico necessário para entender os modelos de otimização utilizados neste texto. O primeiro é um modelo de otimização estocástica de dois estágios, com aversão ao risco na função objetivo e que utiliza técnicas de otimização robusta, desenvolvido por Fanzeres [58] [57]. A descrição deste modelo será feita em etapas utilizando um modelo intermediário chamado de modelo a. Somente na seção 3.5 será descrito o modelo de contratação robusto estocástico. O segundo é um modelo de otimização dinâmica e estocástica que é utilizado para determinar o momento de investir. Assim, a contribuição deste trabalho está em inserir o modelo de Fanzeres em um procedimento de opções reais para calcular o valor incremental de projetos de energia complementares e consequente decisão de *timing* de investimento.

3.1

Caracterização das Incertezas

Neste trabalho são quatro as principais fontes de incerteza: 1) geração eólica, 2) geração hídrica, 3) preço de venda da energia para o consumidor e 4) preço de curto prazo (PLD). Para lidar com a incerteza de geração eólica e hídrica foi desenvolvido um modelo para geração de cenários a partir de dados históricos, que captura a correlação sazonal existente entre as diversas variáveis utilizadas na otimização. As variáveis consideradas são: 1) geração eólica mensal, 2) geração hídrica mensal (ambas em MW) e 3) valores do PLD para os submercados sudeste e nordeste. É importante observar que a presença dos valores de PLD na geração de cenários faz com que eles sejam mais realistas. Mais detalhes sobre este modelo de geração de cenários pode ser obtida em Street et al [122]. Esses cenários gerados são usados no modelo de otimização estocástica de dois níveis que será mostrado nas seções seguintes. O preço de venda da energia para o consumidor será modelado usando uma treliça binomial de cenários de preços, que será descrita em detalhes no capítulo 4. O PLD será modelado usando as técnicas de otimização robusta aplicadas

por Santos [58]. Na seção 3.5 são mostrados os detalhes deste procedimento para modelar as incertezas do PLD.

3.2

Otimização Estocástica

Desde os primeiros desenvolvimentos da programação linear em 1947, por George B. Dantzig, muito foi feito no campo da programação matemática. Naquele momento a grande motivação era realizar o planejamento de atividades dinamicamente e sob incerteza. Hoje isso continua sendo um desafio devido à realidade complexa, com inúmeras tecnologias e áreas de conhecimento nascentes [44]. Modelar a incerteza em problemas de otimização é uma tarefa muitas vezes árdua, pois nem sempre os cenários são previsíveis. Além disso, na maior parte das vezes requer o uso de aproximações discretas que dependem de um grande número de cenários para representar bem as incertezas e comumente esse processo leva à construção de modelos de difícil processamento computacional. O primeiro trabalho desenvolvido na área da otimização estocástica foi feito pelo próprio Dantzig [42]. Paralelamente, Beale [16] desenvolveu trabalho semelhante. Um livro claro e didático sobre o assunto foi escrito por Birge e Louveaux [26] onde são mostrados os principais conceitos e diversas técnicas de modelagem. Outro texto que faz uma abordagem clara sobre o assunto é o livro de Brandimarte [33]. A motivação principal deste tipo de modelo parte do problema de otimização linear clássico determinístico. Dado um problema genérico de programação linear na forma canônica de minimização, conforme mostrado no modelo 3-1

$$\begin{aligned} \max_x \quad & c^T x & (3-1) \\ \text{s.a.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Uma das questões importantes a serem levantadas é como obter soluções para este problema caso exista incerteza associada ao valor de algum de seus parâmetros. Existem várias maneiras de caracterizar estas incertezas e em decorrência delas a formulação e a resolução do problema se dará de maneira diferente. Dentre os diversos modelos existentes na literatura estão os modelos de *dois* e *múltiplos* estágios que serão abordados nas seções seguintes.

3.2.1

Modelos de Dois Estágios

Em um problema de otimização estocástica de dois estágios, uma vez que a incerteza é resolvida é possível resolvê-lo normalmente como se fosse um problema de otimização determinístico. O primeiro estágio trata de decisões sob incerteza tomadas hoje, levando em consideração a expectativa futura das variáveis incertas. Uma vez que as incertezas são realizadas o segundo estágio visa contornar as decisões de primeiro estágio com ações corretivas. A realização das incertezas é normalmente expressa através de cenários que são gerados para estes modelos de otimização. Essa divisão dos estágios não necessariamente significará que os estágios são resolvidos nessa sequência. Muitas vezes ela serve somente para caracterizar a modelagem e os estágios são resolvidos todos juntos. Um exemplo é o problema do fazendeiro [26] seção 1.1b. Nele, as incertezas são caracterizadas em três cenários que são formulados dentro do problema de otimização com todas as outras variáveis da forma convencional. A solução é obtida de uma só vez utilizando um solver comercial. O problema de dois estágios pode ser formulado conforme o modelo 3-2,

$$\begin{aligned} \max_x \quad & c^T x + E_\xi[Q(x, \xi)] \\ \text{s.a.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (3-2)$$

Onde $Q(x, \xi) = \max\{q^T y | Wy = h - Ty, y \geq 0\}$ sendo o vetor ξ formado pelas componentes que contém as incertezas de q^T , h^T e T . O operador $E_\xi[.]$ representa o valor esperado associado a este vetor. O vetor c^T é o vetor de custos associado ao vetor de variáveis determinísticas x , a matriz A e o vetor b compõem as restrições determinísticas de produção. Para exemplificar a formulação de um problema em dois estágios será mostrado um modelo de contratação semelhante ao que será utilizado para a resolução do problema principal deste texto, de agora em diante chamado de *modelo a*.

Modelo a :

Suponha a existência de um comercializador de energia que pretende investir na construção de uma usina eólica no Nordeste do Brasil e na construção de uma PCH no sudeste, de forma a garantir a complementariedade entre fontes. As duas usinas propostas neste problema possuem potência nominal instalada de 30 MW, porém, suas garantias físicas são menores (11,63 MW para a eólica e 14,03 MW para a PCH). A idéia é que sejam

estabelecidos contratos de compra da geração de ambas as usinas (onde é comprado o direito de comercializar a garantia física de ambas as usinas a preço fixo mensal) e contratos de venda onde o(s) cliente(s) paga(m), também, um preço fixo P (R\$/MWh) pela garantia física comercializada. Desta forma, o comercializador fica com todos os riscos da comercialização e oferece aos seus clientes contratos mais fáceis de administrar. O modelo de otimização a seguir tem como finalidade definir qual o percentual da garantia física (GF) de cada usina que deverá ser comprado pelo comercializador e qual o percentual desta carteira de fontes que deverá ser vendida de forma a maximizar o retorno esperado com a venda de energia. O modelo está descrito a seguir,

$$VP(P) = \max_{x^{venda}; x_i^{compra}; L_{s,\tau}} \sum_{\tau \in T} \left[\sum_{s \in S} p_s \cdot L_{s,\tau} \right] \cdot (1 + J)^{-\tau} \quad (3-3)$$

s.a.

$$x^{venda} \cdot D \leq \sum_{i \in U} GF_i \cdot x_i^{compra} \quad (3-4)$$

$$x^{venda}, x_i^{compra} \in \{0, 1\}, \forall i \in U \quad (3-5)$$

$$G_t = \sum_{i \in U} P_i^{compra} \cdot GF_i \cdot x_i^{compra} \cdot h_t; \quad \forall t \in H_\tau, \forall \tau \in T, \forall s \in S \quad (3-6)$$

$$R_{s,\tau} = \sum_{t \in H_\tau} \left[P \cdot x^{venda} \cdot \sum_{i \in U} GF_i \cdot h_t - G_t + \left(\sum_{i \in U} x_i^{compra} \cdot G_{i,t,s} - x^{venda} \cdot D \right) \cdot h_t \cdot \pi_{s,t} \right]; \quad \forall \tau \in T, \forall s \in S \quad (3-7)$$

Na função objetivo, $VP(P)$ representa o valor presente do fluxo de lucros que o comercializador teria com a venda da energia da carteira em função do preço P de venda do contrato. Aqui é utilizada a expressão *fluxo de lucros* porque neste modelo não são considerados os impostos. Caso contrário, a expressão mais adequada seria *fluxo de caixa*. O valor p_s representa a probabilidade de ocorrência de cada cenário s conjugado de geração das duas fontes e PLD, $s \in S$, todos com discretização mensal. Os lucros em cada cenário e em cada ano são dados por $L_{s,\tau}$. As variáveis x_i^{compra} , $\forall i \in U$ onde U é o conjunto de usinas renováveis consideradas, e x^{venda} representam o quanto comprar de cada usina e quanto vender da carteira, respectivamente. O valor D representa a demanda do consumidor. O valor J indica a taxa de desconto do investimento. GF_i indicam as garantias físicas de cada uma das usinas e representam o que cada uma delas de fato poderão comercializar. G_t são os gastos fixos que o comercializador terá mensalmente comprando a energia das usinas ao preço fixo P_i^{compra} , para cada usina i . O contador $\tau \in T$ (variando

entre 1 e 20) indica os anos na vida das usinas, t indica os meses dentro do conjunto H_τ ou seja, meses de um dado ano. O valor h_t indica a quantidade de horas do mês t e $\pi_{s,t}$ representa o valor do PLD para cada mês e cenário. Assim, o lucro anual $L_{s,\tau}$, para cada cenário, seria composto de uma parcela fixa devido ao contrato de venda da energia ($P \cdot x^{venda} \cdot \sum_{i \in U} GF_i \cdot h_t$), de uma parcela de liquidação de diferenças ($(\sum_{i \in U} x_i^{compra} \cdot G_{i,t,s} - x^{venda} \cdot D) \cdot h_t \cdot \pi_{s,t}$), e uma parcela de custos (GF_t).

Ao comparar o *modelo a* com a formulação genérica proposta para o modelo de dois estágios é possível perceber que a parcela $E_\xi[Q(x, \xi)]$ que indica o valor esperado de uma função aleatória $Q(x, \xi)$ pode ser comparada a toda a função objetivo $\sum_{\tau \in T} \left[\sum_{s \in S} p_s \cdot L_{s,\tau} \right] \cdot (1 + J)^{-\tau}$. Ao modificá-la alterando a ordem das parcelas do somatório $\sum_{\tau \in T} p_s \cdot \left[\sum_{s \in S} L_{s,\tau} \right] \cdot (1 + J)^{-\tau}$ fica bem caracterizado um valor esperado para variável aleatória discreta. O vetor ξ possui as componentes incertas $G_{i,t,s}$ e $\pi_{s,t}$ que são os cenários de geração renovável e de valores de PLD, respectivamente. As variáveis determinísticas do tipo x na formulação geral são representadas no exemplo pelas variáveis x_i^{compra} e x^{venda} . A função $Q(x, \xi)$ é representada pela função $\sum_{\tau \in T} L_{s,\tau} \cdot (1 + J)^{-\tau}$ que possui como argumentos as variáveis $G_{i,t,s}$, $\pi_{s,t}$, x_i^{compra} , x^{venda} . A restrição determinística $Ax \leq b$ pode ser comparada a equação 3-4 no *modelo a*.

3.2.2

Modelos Multiestágio

A formulação geral do modelo multiestágio pode ser obtida partindo da formulação de dois estágios mostrada na seção anterior. Assim, se no modelo de dois estágios as decisões são obtidas após resolvidas as incertezas no segundo estágio, no modelo com múltiplos estágios as diversas decisões são obtidas sequencialmente após resolvidas as diversas incertezas em cada um dos estágios imediatamente à frente.

Uma maneira genérica de formular um problema de otimização multiestágio é escrevendo suas equações como um problema de programação dinâmica [111]. Dado um problema no último estágio T ,

$$\max_{x_T \in \Upsilon_T(x_{T-1}, \xi_T)} f_T(x_T, \tilde{\xi}_T) \quad (3-8)$$

Onde $\Upsilon_T(x_{T-1}, \tilde{\xi}_T)$ representa o conjunto viável para as decisões de T e que contempla a função de transição de estado. O valor ótimo para este problema será dado por $Q_T(x_{T-1}, \tilde{\xi}_T)$ e dependerá do vetor de decisões x_{T-1} e da realização das incertezas no estágio T , representadas por $\tilde{\xi}_T$. Nos estágios

$t = 2, \dots, T - 1$ é escrito o seguinte problema de otimização.

$$\begin{aligned} Q_t(x_{t-1}, \tilde{\xi}_t) &= \max_{x_t} f_t(x_t, \tilde{\xi}_t) + E_{\tilde{\xi}_{t+1}}[Q_{t+1}(x_t, \tilde{\xi}_{t+1})] \\ \text{s.a.} \quad x_t &\in \Upsilon_t(x_{t-1}, \tilde{\xi}_t) \end{aligned} \quad (3-9)$$

O valor ótimo do problema acima depende da decisão x_{t-1} no estágio anterior, da realização das incertezas $\tilde{\xi}_t$. Dada a necessidade de atribuir valor à expectativa futura, para obter um resultado para o problema de otimização será necessário calcular as funções de valor $Q_t(x_{t-1}, \tilde{\xi}_t)$ de maneira recursiva utilizando o cálculo *backward*, ou seja, realizando primeiramente os valores incertos do futuro e com esses valores desvendar as diversas outras etapas anteriores, estágio a estágio. No primeiro estágio finalmente será possível resolver o problema,

$$\max_{x_1 \in \Upsilon_1} f_1(x_1) + E_{\tilde{\xi}_2}[Q_2(x_1, \tilde{\xi}_2)] \quad (3-10)$$

Nem sempre os estágios estão relacionados ao tempo [52]. Entretanto, isto acontece neste trabalho. Aqui, as decisões de investimento são as que serão tratadas como multiestágio. Já as decisões de quanto investir em cada fonte serão tomadas condicionalmente à decisão de investir ou não. Existem outras formulações para o problema multiestágio, conforme descrito em Birge e Louveaux [26] e em Shapiro et al [111].

3.3 Medidas de Risco

Saber lidar com o risco é uma questão importante para diversas áreas de conhecimento. Muitas das grandes realizações da humanidade não poderiam ser levadas adiante se não houvesse respaldo de mecanismos capazes de mitigar os riscos associados. Em Bernstein [20] é contada a história sobre como surgiram e foram aplicadas as teorias sobre risco que são utilizadas no mercado financeiro e daí disseminadas e adaptadas para a área de negócios em geral, gerência de projetos, energia e outras. Das medidas de risco discutidas na literatura o *Value at Risk* (*VaR*) e, principalmente, o *Conditional Value at Risk* (*CVaR*) são as mais importantes para este trabalho. O *CVaR* está presente na função objetivo do problema de contratação descrito na seção 3.5 e para entendê-lo é importante compreender o significado do *VaR*.

O VaR_α é um quantil comumente utilizado para mensurar as perdas em uma carteira para diversos cenários de resultados desta carteira. Assim, o valor denominado por VaR_α é uma referência e indica que $\alpha\%$ dos cenários gerados

para os resultados da carteira serão maiores que este valor [74]. Se for criada uma distribuição de probabilidade para esses cenários será possível representar o VaR_α graficamente conforme mostrado na figura 3.1.

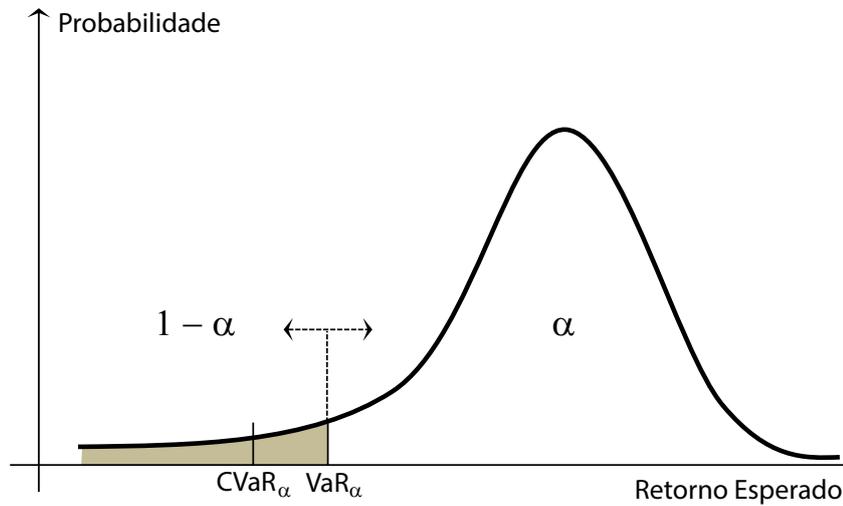


Figura 3.1: Distribuição de probabilidade para diversos retornos esperados de uma carteira de investimentos. A região marcada em cinza indica a probabilidade acumulada dos retornos até o valor VaR_α . Essa probabilidade, neste gráfico tem valor $1 - \alpha$

A medida de risco $CVaR_\alpha$ foi primeiramente descrita por Artzner et al [3]. Junto com a descrição foi mostrado um conjunto de propriedades que, segundo os autores, seriam desejáveis para uma medida de risco. E a medida VaR_α não possui todas essas propriedades. O valor $CVaR_\alpha$ representa o valor esperado dos $(1 - \alpha)\%$ piores cenários dos retornos desta mesma carteira anteriormente descrita. Na figura 3.1 o valor do $CVaR_\alpha$ está marcado. Usando a linguagem de Hull [74] para traçar um paralelo entre as duas medidas, enquanto a primeira responde à pergunta “o quanto as coisas podem ficar ruins?” a segunda responde à pergunta “se as coisas ficarem ruins, quanto esperamos perder?”.

Uma contribuição importante para este trabalho foi dada por Rockafellar e Uryasev [109], que desenvolveram uma formulação baseada em otimização linear para expressar o $CVaR_\alpha$, muito adequada para problemas de otimização estocástica, que naturalmente trabalham com cenários. Em Street et al [121] é mostrada uma adaptação dessa formulação para problemas de maximização da receita aleatória de uma carteira genérica (\tilde{R}) cujo valor pode mudar para cada cenário s .

$$CVaR_\alpha(\tilde{R}) = \max_{z, \delta_s} z - \sum_s \frac{\delta_s \cdot p_s}{(1 - \alpha)} \quad (3-11)$$

$$s.a. \quad \delta_s \geq z - R_s, \quad \forall s \quad (3-12)$$

$$\delta_s \in \mathbb{R}^+, \quad \forall s \quad (3-13)$$

Na restrição 3-12 são selecionados apenas os desvios positivos em relação a z , que nesse caso representa o VaR_α (no caso valores de cenários de receita R_s que sejam menores que z). Em 3-11 é calculado o valor esperado condicional desses desvios deslocados de z . A demonstração deste resultado está disponível em Rockafellar e Uryasev [109].

Em Street [119] é desenvolvida uma função de valor baseada no $CVaR_\alpha$, para decisores avessos ao risco. Uma vez que o decisor opte por utilizar o $CVaR_\alpha$ como uma grandeza para expressar a sua satisfação, ela poderá servir como o seu equivalente certo. Esta função de valor foi utilizada em outros trabalhos [122], [121]. E é descrita na equação 3-14, onde $\lambda \in [0, 1]$.

$$\Phi_{\alpha, \lambda}(\tilde{R}) = \lambda \cdot CVaR_\alpha(\tilde{R}) + (1 - \lambda) \cdot E[\tilde{R}] \quad (3-14)$$

Esta função avessa ao risco permite ao decisor ajustar o seu grau de aversão ao risco utilizando o valor λ . Quando $\lambda = 0$, o decisor é neutro ao risco e adota a média das receitas ($E[R]$) como o seu equivalente certo. Quando $\lambda = 1$ o decisor estará adotando o $CVaR_\alpha$ como seu equivalente certo.

3.4 Otimização Robusta

A *otimização robusta* pode ser entendida como um conjunto de técnicas determinísticas usadas para tratar a incerteza em parâmetros dos problemas de otimização. Em Soyster [118] é descrito um procedimento que define um poliedro para os diversos coeficientes das restrições, ampliando o tamanho da região viável e, com isso, penalizando a função objetivo. Outros trabalhos foram desenvolvidos para tratar da otimização robusta [17–19, 54, 55]. Entretanto, para este texto a abordagem mais relevante será a desenvolvida por Bertsimas e Sim [22]. Nela, a incerteza presente em coeficientes das restrições é controlada pelo decisor de forma que a função objetivo não seja demasiadamente penalizada, como ocorre na formulação de Soyster. Nesta seção será descrita parte da formulação proposta por Bertsimas e Sim, que permitirá o entendimento do modelo proposto neste trabalho.

Na formulação de Soyster [118] é desenvolvido o modelo 3-15,

$$\begin{aligned} & \min_x c^T x & (3-15) \\ \text{s.a. } & \tilde{a}_i x \leq b_i & \tilde{a}_i \in U_i, \forall i = 1..m \\ & I \leq x \leq S \end{aligned}$$

Onde $U_i = \{\tilde{a}_i \in \mathbb{R}^n \mid \tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \hat{a}_{ij} \cdot u_{ij}, u_{ij} \in [-1, 1]\}$, i é o índice das restrições e j o índice das componentes do vetor $x \in \mathbb{R}^n$. Com isso, $\tilde{a}_i^T = [\tilde{a}_{i1} \ \tilde{a}_{i2} \ \dots \ \tilde{a}_{in}]$ e o conjunto de restrições pode ser reescrito da seguinte maneira,

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j \leq b_i \quad \forall \tilde{a}_i \in U_i \quad (3-16)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^n \hat{a}_{ij} \cdot u_{ij} \cdot x_j \leq \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^n \hat{a}_{ij} |x_j| \leq b_i \quad (3-17)$$

Observando o problema anterior percebe-se que as variáveis são definidas permitindo que todos os parâmetros a_{ij} estejam dentro do intervalo $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$. É importante perceber que, segundo este modelo, obter um valor ótimo para o problema está intimamente ligado a modificar o lado esquerdo das restrições de modo que elas não sejam violadas.

Na formulação de Bertsimas e Sim [22] é criado uma modelagem que dá ao tomador de decisão o recurso de selecionar quantas dessas variáveis deverão ser levadas ao pior caso. Com isso o modelo 3-15 é alterado da seguinte forma,

$$\begin{aligned} & \min_x c^T x & (3-18) \\ \text{s.a. } & \tilde{a}_i x \leq b_i & \tilde{a}_i \in U_i, \forall i = 1..m \\ & I \leq x \leq S \end{aligned}$$

Agora $U_i = \left\{ \tilde{a}_i \in \mathbb{R}^n \mid \tilde{a}_{ij} = a_{ij} + \hat{a}_{ij} \cdot u_{ij}, u_{ij} \in [-1, 1], \sum_{j=1}^n |u_{ij}| \leq \Gamma_i, \forall i \right\}$, o que é equivalente a reescrever o problema 3-18 de uma forma claramente não linear conforme mostrado abaixo.

$$\begin{aligned}
 & \min_x c^T x && (3-19) \\
 & s.a. \\
 & a_i x + \underbrace{\max_u \left\{ \sum_{j=1}^n (\hat{a}_{ij} \cdot x_{ij}) \cdot u_{ij} \mid \sum_{j=1}^n |u_{ij}| \leq \Gamma_i, u_{ij} \in [-1, 1], \forall j \right\}}_{\beta_i(x)} \leq b_i, \forall i \\
 & I \leq x \leq S
 \end{aligned}$$

Aqui, Γ_i representa o número de coeficientes na restrição i sujeitas à variação e por simplicidade considera-se aqui $\Gamma_i \in \mathbb{Z}^+$, conjunto dos inteiros positivos. Uma contribuição de Bertsimas e Sim [22] que é utilizada para o modelo desta tese é modificar o problema 3-19 de maneira que ele possa ser resolvido como um problema de programação linear comum. Conforme demonstrado no mesmo artigo o valor $\beta_i(x)$, que é um problema de otimização, é equivalente a,

$$\begin{aligned}
 & \max_u \sum_{j=1}^n (\hat{a}_{ij} \cdot |x_{ij}|) \cdot u_{ij} && \text{Variáveis duais:} && (3-20) \\
 & s.a. \sum_{j=1}^n u_{ij} \leq \Gamma_i, && \forall i && \lambda_i \\
 & 0 \leq u_{ij} \leq 1, && \forall j && \theta_{ij}
 \end{aligned}$$

Seu dual é dado por:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\lambda_i, \theta_{ij}} \lambda_i \Gamma_i + \sum_{j=1}^n \theta_{ij} && (3-21) \\
 & s.a. \lambda_i + \theta_{ij} \geq \hat{a}_{ij} |x_j|, && \forall j \\
 & \lambda_i, \theta_{ij} \geq 0, && \forall j
 \end{aligned}$$

Inserindo o dual no problema principal será possível ter uma formulação equivalente à proposta em 3-18, mas sem as suas não-linearidades. Observe que isso é possível, pois, pelo teorema da dualidade fraca [14][23][43][84], o problema dual de minimização é sempre limite superior para o problema primal de maximização equivalente. Assim o problema 3-18 é reescrito conforme mostrado em Bertsimas e Sim [22], seção 3.

Na seção seguinte é mostrado o problema de contratação levando em consideração as incertezas associadas ao PLD. Será uma evolução do modelo a, descrito na seção 3.2.1, que inclui uma formulação robusta ao PLD e aversão ao risco na função objetivo.

3.5

Modelo de Contratação Robusto-Estocástico (MCRE)

O modelo de contratação proposto nesta seção, e que será usado no estudo de caso do capítulo 5, supõe um investidor que possui um orçamento (*budget*) limitado e conhecido para investir em geração. Este modelo considera a possibilidade de investimento simultâneo em carteira de usinas renováveis diferentes (e.g. pequenas centrais hidrelétricas, parques eólicos, termelétricas a bagaço de cana). Seu objetivo é obter quanto investir em cada usina, dado um orçamento fixo, e qual o valor ótimo de contratação da carteira formada, de forma a maximizar o valor dos projetos de geração. São consideradas aqui dois tipos principais de incerteza: a geração de cada uma das fontes renováveis e o preço de curto prazo (preço *spot*).

A incerteza quanto ao valor de determinados parâmetros de um modelo motivam o uso das técnicas de otimização robusta, que buscam levar, de forma determinística, os valores destes parâmetros para o seu pior caso. Nesta tese é utilizada uma adaptação do modelo de contratação de Fanzeres et al [58] que insere as incertezas do PLD utilizando otimização robusta, conforme a proposta de Bertsimas e Sim [22]. Essa adaptação tem por objetivo parametrizar a dependência entre P^{venda} (preço do contrato de longo prazo) e $\tilde{\pi}_t$ (preço *spot*). O objetivo desta seção é descrever este modelo.

Um comportamento importante do PLD é que, como visto no capítulo 1, ele pode apresentar picos esporádicos devido a razões externas difíceis de prever. Assim, no modelo de contratação há um parâmetro K_τ que indica o número de meses do ano τ em que este valor de PLD será levado a um valor máximo, ou mínimo, de forma a fazer com que a função objetivo seja piorada ao máximo. Assim, neste modelo, esse valor de PLD se caracteriza como um preço de stress determinado endogenamente pela otimização. A figura 3.2 mostra o efeito esperado com o modelo robusto para $K_\tau = 1, 2$ e 3 , e as barras representam a energia gerada por uma usina além (ou aquém) dos seus contratos e que por isso será vendida (ou comprada) no mercado de curto prazo. Observar que a linha azul representa um valor do PLD de referência para cada mês. Dependendo do cenário de geração, são escolhidos os meses que terão os seus valores de PLD levados a valores extremos, de forma que

o resultado obtido para aquele ano seja o pior possível. Para o ano e cenário em que $K_\tau = 1$, o mês de fevereiro seria, inicialmente de muitos ganhos, pois foi gerada uma grande quantidade de energia além da soma dos contratos estabelecidos para aquela usina (representada pelas barras vermelhas). Mas para minimizar o ganho anual o solver escolheu neste período um preço de stress muito baixo. Para o ano e cenário em que $K_\tau = 2$, houve geração menor que os contratos, em 6 meses do ano. Para os meses em que houve maior perda (junho e agosto), foram atribuídos altos preços de stress. Para o ano e cenário em que $K_\tau = 3$, nos meses de fevereiro, março e abril a geração foi bem maior que os contratos. Neste caso o solver escolheu preços de stress muito baixos para maximizar as perdas naquele ano. É importante destacar que esse padrão depende da decisão de contratação. Assim, o pior caso não é um único mês mas qualquer um dos meses.

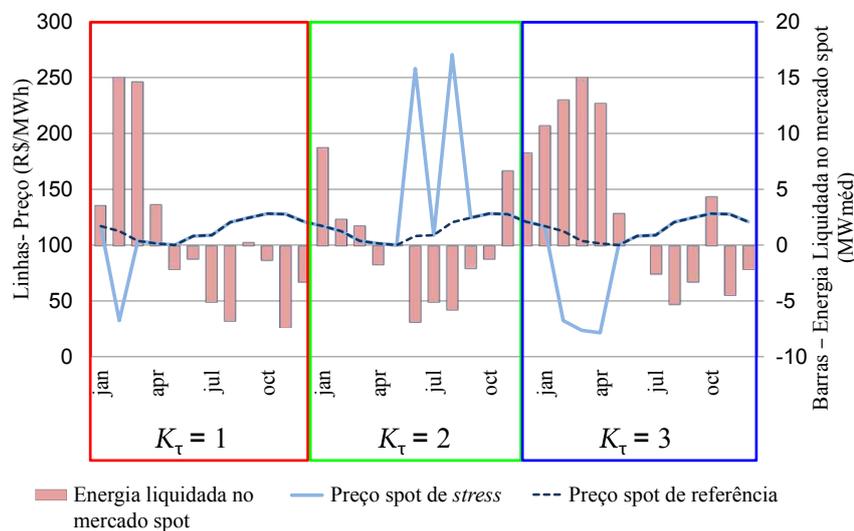


Figura 3.2: Controle do PLD de *stress* de acordo com o valor de K_τ escolhido. Figura adaptada de Fanzeres e Street [56]

O modelo de otimização a seguir utilizado para calcular $VP_t(P^{venda})$, adaptado de Fanzeres [58], está descrito a seguir chamando o preço de venda de longo prazo de P^{venda} .

Modelo Bi-Nível

$$VP_t(P^{venda}) = \max_{\substack{z_\tau; \delta_{\tau,s}; R_{\tau,s}^{pc}; \\ x^{venda}; x_i^{compra}}} \sum_{\tau \in T^{LC}} \left[\left(z_\tau - \sum_{s \in S} p_s \frac{\delta_{\tau,s}}{1-\alpha} \right) \lambda + \left(\sum_{s \in S} p_s (R_{\tau,s}^{pc} - \sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra}) \right) \cdot (1-\lambda) \right] \cdot (1+J)^{-\tau-\nu} \quad (3-22)$$

sujeito a:

$$\delta_{\tau,s} \geq z_\tau - \left(R_{\tau,s}^{pc} - \sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra} \right); \quad \forall s \in S, \forall \tau \in T^{LC} \quad (3-23)$$

$$x^{venda} \cdot D \leq \sum_{i \in U} GF_i \cdot x_i^{compra} \quad (3-24)$$

$$\sum_{\tau \in T^{LC}} \left(\sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra} \right) (1+J)^{-\tau} \leq B \quad (3-25)$$

$$R_{\tau,s}^{pc} = P^{venda} \cdot D \cdot x^{sell} \cdot 8760 + \Omega_{\tau,s}(\mathbf{x}, P^{venda}); \quad \forall \tau \in T^{CON}, \forall s \in S \quad (3-26)$$

$$R_{\tau,s}^{pc} = 0; \quad \forall \tau \in T^{LC} \setminus T^{CON}, \forall s \in S \quad (3-27)$$

$$\delta_{\tau,s} \geq 0; \quad \forall s \in S, \forall \tau \in T^{CON} \quad (3-28)$$

$$x^{venda}, x_i^{compra} \in [0, 1], \forall i \in U \quad (3-29)$$

Segundo Nível

$$\Omega_{\tau,s}(\mathbf{x}, P^{venda}) = \min_{\pi_{t',s}; v_{t',s}^+; v_{t',s}^-} \sum_{t' \in H_\tau} \left(\left[\sum_{i \in U} x_i^{compra} \cdot G_{i,t+t'-1,s} \right] - x^{venda} \cdot D \right) \cdot h_{t+t'-1} \cdot \pi_{t',s} \quad (3-30)$$

Sujeito a:

Variáveis duais:

$$\pi_{t',s} = \Delta \hat{\pi}_{t+t'-1} + P^{venda} + (\bar{\pi} - \Delta \hat{\pi}_{t+t'-1} - P^{venda}) v_{t',s}^+ - (\Delta \hat{\pi}_{t+t'-1} + P^{venda} - \underline{\pi}) v_{t',s}^-; \quad \forall t' \in H_\tau \quad \mu_{t',s} \quad (3-31)$$

$$\sum_{t' \in H_\tau} (v_{t',s}^+ + v_{t',s}^-) \leq K_\tau \quad \beta_{\tau,s} \quad (3-32)$$

$$0 \leq v_{t',s}^+ \leq 1; \quad \forall t' \in H_\tau \quad \eta_{t',s} \quad (3-33)$$

$$0 \leq v_{t',s}^- \leq 1; \quad \forall t' \in H_\tau \quad \rho_{t',s} \quad (3-34)$$

A função objetivo para do 1º nível representa o valor presente dos fluxos de lucros avessos ao risco, para o mês t' , que serão função do preço (P^{venda}) do contrato de longo-prazo de venda de energia. A construção desta função objetivo usa a medida de risco *CVaR* (*Conditional Value at Risk*) de uma variável utilizando um modelo de otimização, conforme proposto por

Rockafellar e Uriasev [109]. Com ela é possível construir uma função de valor que representa a combinação convexa de duas grandezas: uma neutra ao risco (valor esperado dos lucros) e outra avessa ao risco (*CVaR* dos lucros), conforme mostrado na equação 3-14. A grandeza T^{LC} representa a vida útil da usina i , e τ os anos de sua vida útil. O valor $R_{\tau,s}^{pc}$ representa a receita do comercializador para um dado ano t' e cenário s , para o pior caso (*pc*) considerado para o termo de liquidação de diferenças $\Omega_{\tau,s}$. Como os cenários são equiprováveis a parcela $\sum_{s \in S} p_s (R_{\tau,s}^{pc} - \sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra})$ representa o valor esperado dos lucros para um dado ano. A parcela $z_\tau - \sum_{s \in S} p_s \frac{\delta_{\tau,s}}{1-\alpha}$ representa, quando maximizado e sujeito às restrições 3-23 e 3-28, o valor do *CVaR* da variável $R_{\tau,s}^{pc}$. O parâmetro λ promove o controle da aversão ao risco. O termo de desconto a valor presente está dividido por $(1+J)^{-\tau-\nu}$, pois está sendo considerado que as duas usinas precisarão de ν anos para serem construídas. Fazendo assim, a função objetivo passará a representar o valor presente avesso ao risco dos fluxos de lucros, uma vez que se decidirá em cada período t , um preço *forward* por toda a vida útil de ambas as usinas. Foi atribuído o índice t à função objetivo para que sejam considerados os ajustes associados ao perfil de geração, que mudam mensalmente. Por esse motivo, os dados de geração devem ser modificados para cada t em que iniciam as atividades da carteira de energia. A figura 3.3 destaca as duas escalas de tempo consideradas neste trabalho: a escala de índice t' , para considerar a vida útil das usinas e calcular o valor de $VP_t(\cdot)$ usando o MCRE, e a escala de índice t , usada nos modelos de definição do melhor momento para investir, que serão mostrados nos capítulos 4 e 5. Na restrição 3-24, x_i^{compra} , $\forall i \in U$, representa o percentual da garantia física que será comprada da usina i , x^{venda} o percentual da garantia física comprada que poderá ser vendida pelo comercializador. A grandeza GF_i , $\forall i \in U$ representa o valor do certificado de garantia física para cada usina. D representa a demanda do consumidor. A desigualdade indica que o comercializador pode vender até o que ele comprar. A equação 3-29 limita os valores de x_i^{compra} , $\forall i \in U$ e x^{venda} ao intervalo $[0,1]$. Em 3-25 estão representados os gastos com a compra da energia, como um valor fixo mensal estabelecido para cada usina i ($E_{i,\tau}$). A equação 3-26 representa a receita para cada cenário/ano. A primeira parcela representa a receita fixa estabelecida para cada nível de preço de venda P^{venda} . A última parcela, calculada em 3-30, representa a liquidação das diferenças no mercado de curto-prazo, conforme explicado no capítulo 2. Esta é a componente do lucro que deve ser minimizada. E nela o preço *spot* ($\pi_{t',s}$) é determinado endogenamente pelo modelo de otimização. A restrição 3-27 indica que somente sejam atribuídos valores de receita positivo durante a operação da usina.

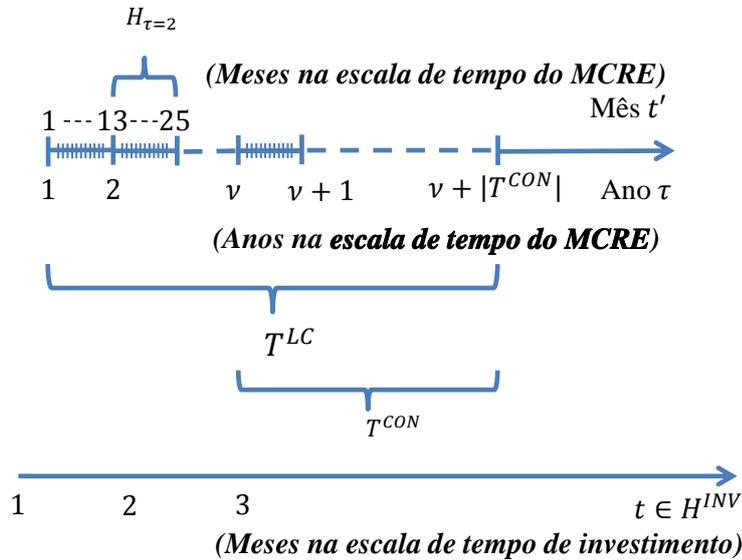


Figura 3.3: Escalas de tempo do investimento e do MCRE.

3.5.1

Segundo Nível do MCRE e a Relação entre Preço Spot e o Preço do Contrato de Longo Prazo

No 2º nível do problema a função objetivo é minimizada, pois está sendo buscado o pior resultado para a parcela de compra ou venda no mercado de curto prazo ($\Omega_{\tau,s}(\mathbf{x}, P^{venda})$) onde \mathbf{x} é o vetor de variáveis de decisão $\mathbf{x} = [x^{venda}, x_1^{compra}, \dots, x_i^{compra}, \dots]$, $\forall i \in U$. Neste problema é adotada uma simplificação: somente é considerado o preço de curto prazo ($\pi_{t',s}$) relativo a 1 (um) submercado. É importante observar que os ganhos associados à liquidação das diferenças no curto prazo são contabilizados para um dado ano e cenário. A equação 3-31 indica que o preço de curto prazo será dado por um valor de referência ($\Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} + P^{venda}$), que muda a cada mês t pertencente ao conjunto H_τ , meses do ano t , mais um pico para cima ($\bar{\pi} - \Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} - P^{venda}$) ou para baixo ($\Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} + P^{venda} - \underline{\pi}$) que são escolhidos utilizando as variáveis de decisão $v_{t',s}^+$ e $v_{t',s}^-$. Este modelo considera que o preço spot poderá mudar em função do valor P^{venda} [61, 86, 89]. Estas últimas variáveis poderão assumir valores entre $[0,1]$, de acordo com as equações 3-33 e 3-34. Esta modelagem assume que o preço de contrato se baseia na média de longo prazo do preço *spot* [61]. A equação 3-32 seleciona a quantidade de meses dentro de um ano, que terão seus preços de curto prazo levados a valores extremos. Nesta equação entra o valor de K_τ , constante que regula a robustez do modelo. O conjunto \tilde{H}_τ representa o conjunto de meses do ano τ excluindo janeiro.

Esse modelo neste formato não pode ser resolvido por um *solver* tradicio-

nal, porque possui dois níveis e a não linearidade associada à representação de $\Omega_{t',s}(\mathbf{x}, P^{venda})$ definida como um problema de otimização. Para transformar o problema em outro com um único nível será utilizada a formulação proposta por Bertsimas e Sim [22], que propõe substituir o 2º nível do problema pelo seu dual, para obter um problema equivalente.

3.5.2 Dualização do Segundo Nível

No processo de dualização as variáveis duais multiplicarão cada uma das restrições conforme mostrado abaixo,

$$\pi_{t',s} \cdot \mu_{t',s} - (\bar{\pi} - \Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} - P^{venda}) \cdot v_{t',s}^+ \cdot \mu_{t',s} + (\Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} + P^{venda} - \underline{\pi}) \cdot v_{t',s}^- \cdot \mu_{t',s} = (\hat{\pi}_{t'+t-1} + P^{venda}) \cdot \mu_{t',s} \quad (\cdot \mu_{t',s}) \quad \forall t' \in H_\tau \quad (3-35)$$

$$- \sum_{t' \in H_\tau} (v_{t',s}^+ + v_{t',s}^-) \cdot \beta_{\tau,s} \geq -K_\tau \cdot \beta_{\tau,s} \quad (\cdot \beta_{\tau,s}) \quad (3-36)$$

$$- v_{t',s}^+ \cdot \eta_{t',s} \geq -\eta_{t',s} \quad (\cdot \eta_{t',s}) \quad \forall t' \in H_\tau \quad (3-37)$$

$$- v_{t',s}^- \cdot \rho_{t',s} \geq -\rho_{t',s} \quad (\cdot \rho_{t',s}) \quad \forall t' \in H_\tau \quad (3-38)$$

Somando todas as inequações de 3-35 a 3-38 e agrupando os coeficientes de cada variável primal do lado esquerdo é possível obter as seguintes restrições duais:

$$\mu_{t',s} \leq \left[\left(\sum_{i \in U} x_i^{compra} \cdot G_{i,t'+t-1,s} \right) - x^{venda} \cdot D \right] \cdot h_{t'}; \quad \forall t' \in H_\tau \quad (3-39)$$

$$(\bar{\pi} - \Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} - P^{venda}) \cdot \mu_{t',s} + \beta_{\tau,s} + \eta_{t',s} \geq 0; \quad \forall t' \in H_\tau, \tau \in T^{CON}, s \in S \quad (3-40)$$

$$(\Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} + P^{venda} - \underline{\pi}) \cdot \mu_{t',s} - \beta_{\tau,s} - \rho_{t',s} \leq 0; \quad \forall t' \in H_\tau, \tau \in T^{CON}, s \in S \quad (3-41)$$

Somando o lado direito é possível obter o limite inferior para o problema primal de minimização obtendo a seguinte formulação,

$$Max \quad - K_\tau \cdot \beta_{\tau,s} + \sum_{t' \in H_\tau} [(\Delta \hat{\pi}_{t'} + P^{venda}) \cdot \mu_{t',s} - (\eta_{t',s} + \rho_{t',s})];$$

$$\forall t' \in H_\tau, \tau \in T^{CON}, s \in S \quad (3-42)$$

Dessa forma, o modelo completo dualizado fica:

$$\begin{aligned}
 VP_t(P^{venda}) = & \max_{\substack{z_\tau; \delta_{\tau,s}; R_{\tau,s}^{pc}; x^{venda}; \\ x_i^{compra}; \mu_{t',s}; \beta_{\tau,s}; \\ \eta_{t',s}; \rho_{t',s}}} \sum_{\tau \in T^{LC}} \left[\left(z_\tau - \sum_{s \in S} p_s \frac{\delta_{\tau,s}}{1-\alpha} \right) \lambda + \right. \\
 & \left. \left(\sum_{s \in S} p_s (R_{\tau,s}^{pc} - \sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra}) \right) \cdot (1-\lambda) \right] \cdot (1+J)^{-\tau-\nu} \quad (3-43)
 \end{aligned}$$

sujeito a:

$$\delta_{\tau,s} \geq z_\tau - \left(R_{\tau,s}^{pc} - \sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra} \right); \quad \forall s \in S, \forall \tau \in T^{LC} \quad (3-44)$$

$$\delta_{\tau,s} \geq 0; \quad \forall s \in S, \forall \tau \in T^{CON} \quad (3-45)$$

$$x^{venda} \cdot D \leq \sum_{i \in U} GF_i \cdot x_i^{compra} \quad (3-46)$$

$$\sum_{\tau \in T^{LC}} \left(\sum_{i \in U} E_{i,\tau} \cdot x_i^{compra} \right) (1+J)^{-\tau} \leq B \quad (3-47)$$

$$\begin{aligned}
 R_{\tau,s}^{pc} = & P^{venda} \cdot D \cdot x^{sell} \cdot 8760 + -K_\tau \cdot \beta_{\tau,s} + \sum_{t' \in H_\tau} [(\Delta \hat{\pi}_{t'} + P^{venda}) \cdot \mu_{t',s} \\
 & - (\eta_{t',s} + \rho_{t',s})]; \quad \forall t' \in H_\tau, \tau \in T^{CON}, s \in S \quad (3-48)
 \end{aligned}$$

$$R_{\tau,s}^{pc} = 0; \quad \forall \tau \in T^{LC} \setminus T^{CON}, \forall s \in S \quad (3-49)$$

$$\mu_{t',s} \leq \left[\left(\sum_{i \in U} x_i^{compra} \cdot G_{i,t'+t-1,s} \right) - x^{venda} \cdot D \right] \cdot h_{t'}; \quad \forall t' \in H_\tau \quad (3-50)$$

$$(\bar{\pi} - \Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} - P^{venda}) \cdot \mu_{t',s} + \beta_{\tau,s} + \eta_{t',s} \geq 0; \quad \forall t' \in H_\tau, \tau \in T^{CON}, s \in S \quad (3-51)$$

$$(\Delta \hat{\pi}_{t'+t-1} + P^{venda} - \underline{\pi}) \cdot \mu_{t',s} - \beta_{\tau,s} - \rho_{t',s} \leq 0; \quad \forall t' \in H_\tau, \tau \in T^{CON}, s \in S \quad (3-52)$$

$$x^{venda}, x_i^{compra} \in [0, 1], \forall i \in U \quad (3-53)$$

$$\mu_{t',s} \in \mathbb{R} \quad \forall t' \in H_\tau, \forall \tau \in T^{CON}, s \in S$$

$$\beta_{\tau,s} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall \tau \in T^{CON}, s \in S$$

$$\eta_{t',s}; \rho_{t',s} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall t' \in H_\tau, \forall \tau \in T^{CON}, s \in S$$

4

Métodos Numéricos para Opções Reais Americanas

Este capítulo mostra os conceitos básicos de opções reais e fundamentos teóricos necessários para efetuar os cálculos de opções reais americanas deste trabalho. A ênfase é dada para o procedimento numérico utilizados na aplicação da tese que utiliza a treliça binomial de Bastian-Pinto [9, 10].

4.1

Breve Introdução às Opções Reais

A Teoria de Opções Reais (TOR) é uma abordagem moderna para a avaliação de investimentos, que atribui valor às flexibilidades gerenciais (opções) existentes nos projetos sujeitos a incerteza [87]. Copeland e Antikarov [38] definem opção real como “o direito, mas não a obrigação, de empreender uma ação (por exemplo, adiar, expandir, contrair ou abandonar) a um custo predeterminado que se determina preço de exercício, por um período preestabelecido - a vida da opção”. Essas opções trazem valor adicional aos projetos. Este valor não é perceptível utilizando a tradicional abordagem dos fluxos de caixa descontados.

Uma idéia interessante destacada em [38] é que o valor das opções embutidas nos projetos aumentam quando 2 (dois) fatores ocorrem: 1) grande incerteza relacionada ao futuro. Isso é normalmente associado a elevados valores de dispersão das variáveis incertas dos modelos. Quanto maior a incerteza, maior o valor das opções; 2) A organização deve ser capaz de aproveitar a flexibilidade. De nada irá adiantar calcular a opção de, p.ex., adiar (ou abandonar) o investimento, alternar entre fontes de combustíveis etc, se na prática a organização não é capaz de implementar esta flexibilidade. A figura 4.1 ilustra esse conceito importante da TOR.

Myers [102] foi o primeiro a utilizar a expressão “*Real Options*”, para se referir a opções embutidas em ativos reais que se assemelhavam a opções de compra (*call options*), após o trabalho pioneiro de Black e Scholes [27] e Merton [97]. Tourinho [127], em sua tese de doutorado, realizou a primeira aplicação da TOR nas avaliações de reservas naturais. A utilização da TOR

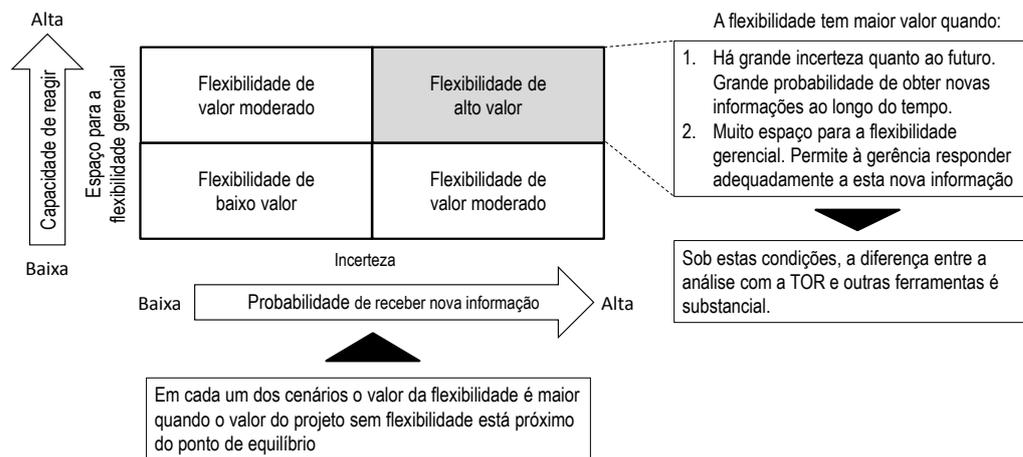


Figura 4.1: Quando a flexibilidade gerencial é valiosa. Adaptado de [38].

no setor elétrico é extensa. Na seção 1.2.3 é possível encontrar grande número de aplicações.

São muitas as abordagens para calcular o valor das opções reais. Dias [48, 49] descreve essas abordagens usando a figura 4.2. Algumas delas requerem grande número de prerequisites matemáticos que incluem o cálculo de equações diferenciais estocásticas, teoria das probabilidades com processos estocásticos e o uso de softwares que implementam simulações de monte carlo. Nesta tese serão desenvolvidos modelos que usam o método binomial de Bastian-Pinto [9] para processos de reversão à média e o algoritmo de Grant, Vora e Weeks [69] aplicado à avaliação de opções reais. Na figura 4.2 está destacado onde que as abordagens desta tese se enquadram dentro da organização dos métodos proposta por Dias, em [49] e [48].

4.2

Cálculo de Opções Reais usando Treliças

Segundo Dias [49], os primeiros trabalhos que mostram a aplicação de treliças binomiais para avaliação de opções foram descritos por Cox, Ross e Rubinstein [40] e Rendleman e Bartter [108]. Os modelos propostos foram capazes de simplificar os cálculos de precificação de opções e trazer para perto dos executivos nas empresas, formas mais simples (sem exigir prerequisites matemáticos como o cálculo de equações diferenciais parciais) de obtenção desses valores. São muitos os modelos binomiais utilizados para precificar opções, entretanto o modelo de Cox et al. [40] reúne características que o tornaram bastante popular [34]. Neste texto serão descritos dois modelos de treliças binomiais, de uma única variável estocástica: o modelo de Cox, Ross

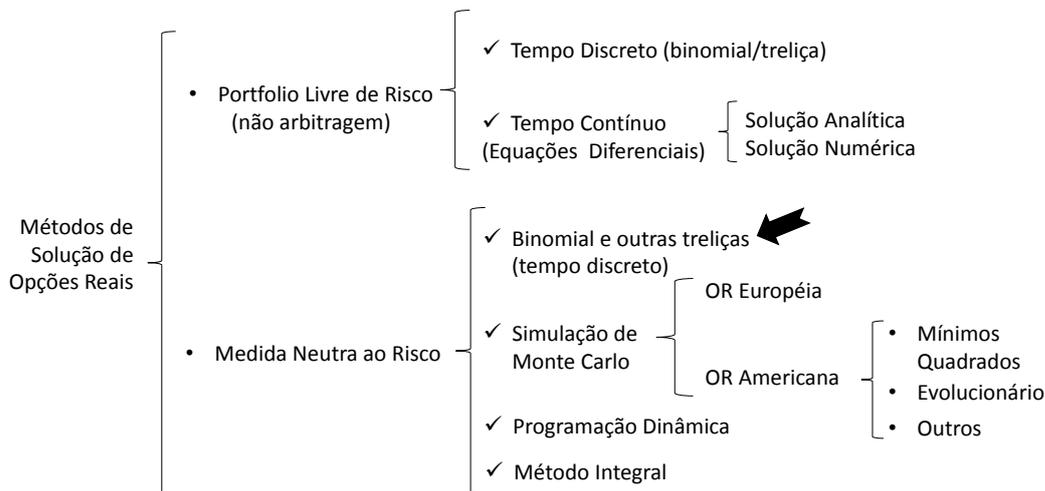


Figura 4.2: Métodos de solução de Opções Reais. Foi destacado com seta o método de solução utilizado nesta tese. Adaptado de [48].

e Rubinstein (CRR), adequado quando a variável estocástica se comporta como um movimento browniano geométrico, e o modelo de Bastian-Pinto [9], adequado quando a variável estocástica se comporta como um movimento de reversão à média (MRM).

4.2.1 Modelo CRR e o Cálculo de Opções Americanas

O modelo CRR parte implicitamente da premissa de que a variável estocástica modelada se comporta como um movimento browniano geométrico (MBG) e constrói cenários para a variável estocástica. Esta característica tem implicações diretas na maneira como a opção americana será precificada. O MBG é uma derivação de um processo estocástico de Wiener, este criado para descrever o comportamento de partículas sujeitas a grande número de pequenos choques a nível molecular, chamado de *Movimento Browniano* [74]. O processo de Wiener possui duas propriedades:

Propriedade 1 Para a variável z que segue este processo uma mudança dz em um curto período dt é tal que:

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt}; \text{ onde } \varepsilon \sim Normal(0, 1) \tag{4-1}$$

Propriedade 2 Os valores dz para quaisquer pequenos intervalos são independentes.

A grande motivação para a utilização do MBG é a descrição do comportamento estocástico dos preços S de ativos. Em sua estrutura é capturado que

o retorno esperado para um ativo independe do nível de preço em que ele se encontra. Isso significa que para um período curto dt o crescimento esperado S deve ser μSdt . Como também é esperada a existência de variabilidade nos preços acompanhando o seu nível, adota-se a seguinte equação para expressar este movimento,

$$dS = \mu Sdt + \sigma Sdz \tag{4-2}$$

Este é o modelo mais utilizado para expressar a volatilidade dos preços das ações sendo μ o seu retorno esperado e σ sua volatilidade. O modelo de Black e Scholes [27] é desenvolvido utilizando como premissa que o preço do ativo subjacente se comporta como um MBG.

O modelo CRR é construído modelando o preço S do ativo subjacente (ação) em dois cenários que se expandem de maneira recombinante. Esses preços se movem na treliça de forma que em cada período, o preço no período seguinte pode ser dado por $S \cdot u$ ou $S \cdot d$, onde u é um fator multiplicador de aumento do preço (*up*) e d é um fator multiplicador de redução do preço (*down*). A figura 4.3 ilustra essa idéia.

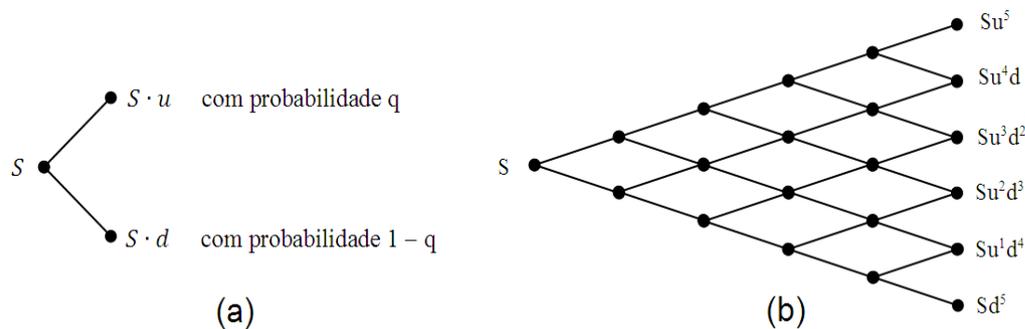


Figura 4.3: (a) Possíveis cenários para o preço S ; (b) Exemplo de treliça binomial para 5 períodos. O número de cenários de preço aumenta com o número de períodos. À direita estão os possíveis cenários de preço no final do 5º período.

Uma das maneiras de fazer a precificação de opções reais utilizando treliças binomiais é utilizando a medida de probabilidade neutra ao risco. A avaliação de opções utilizando a medida neutra ao risco é considerada o procedimento mais importante para o cálculo de opções [74] e foi desenvolvido por J. Michael Harrison, David M. Kreps, Stanley R. Pliska em dois trabalhos [72, 73] Neste capítulo é apresentada uma versão simplificada deste desenvolvimento, semelhante à apresentada por Hull¹ [74].

¹Para uma abordagem mais rigorosa recomenda-se a leitura de Shreve [112]

Dados os dois possíveis cenários descritos na figura 4.3(a), é possível dizer que o valor esperado para o próximo período trazido a valor presente é dado por,

$$S_t = e^{-\mu} \cdot E[S_{t+1}] = e^{-\mu} \cdot [q \cdot (S_t u) + (1 - q) \cdot S_t d] \quad (4-3)$$

Isolando o valor da taxa μ ajustada ao risco, é possível dizer que,

$$\mu = \ln \left(\frac{q \cdot (S_t u) + (1 - q) \cdot S_t d}{S_t} \right) \quad (4-4)$$

A probabilidade neutra ao risco p é a probabilidade artificial que permite que o retorno total deste ativo seja a taxa livre de risco r . Dessa maneira, substituindo μ por r na equação acima obtêm-se,

$$r = \ln(p \cdot u + (1 - p) \cdot d) \quad \text{e assim,} \\ p = \frac{e^r - d}{u - d} \quad (4-5)$$

Embora não tenham sido feitas restrições quanto aos valores de u e d no desenvolvimento acima, é importante notar que $0 \leq d \leq 1 + r \leq u$ para que não existam possibilidades de arbitragem, conforme explicado em Shreve [112]. Para exemplificar o cálculo de uma opção europeia de compra usando essas probabilidades neutras ao risco, suponha uma ação que possui preço atual igual a P e que pode assumir valores maiores ou menores de acordo com o cenário. Será mostrado o valor desta opção supondo que a taxa livre de risco seja r e que o preço de exercício da opção associada a esta ação seja de P_{ex} e que a vida útil da opção é de 2 anos. A figura 4.4 mostra a treliça para este problema, com discretização de 2 períodos.

Os valores destacados nos retângulos no final do segundo período representam o valor da opção, calculado como a diferença entre o valor para aquele cenário e o valor de exercício para aquela opção, que somente será exercida se estiver dentro do dinheiro. Para calcular o valor da opção no ponto B, será calculado o valor esperado dessa opção usando a medida neutra ao risco. O valor da probabilidade neutra ao risco é p dado pela equação 4-5. Fazendo $P = \$10$; $u = 1,1$; $d = 0,9$; $r = 7\%$ e $P_{ex} = \$9,5$ é possível encontrar $p = 0,862$ e

$$f_u = e^{-0,07} (2,6 \cdot 0,862 + 0,4 \cdot 0,137) = 2,142$$

$$f_d = e^{-0,07} (0,4 \cdot 0,862 + 0,0 \cdot 0,137) = 0,322$$

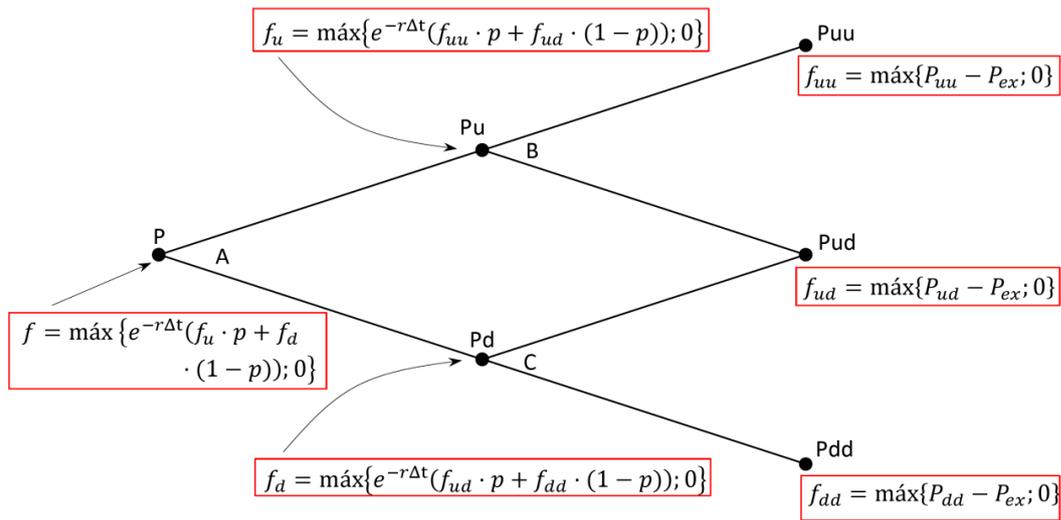


Figura 4.4: Exemplo de cálculo de opção europeia utilizando a medida de probabilidade neutra ao risco p .

Utilizando o mesmo raciocínio calcula-se o valor presente da opção como,

$$f = e^{-0,07} (2,142 \cdot 0,862 + 0,322 \cdot 0,137) = 1,764$$

Caso fosse de interesse calcular o valor da opção americana haveria uma modificação importante: seria possível associar a cada nó A, B ou C o valor do exercício da opção nestes períodos para cada um desses três cenários. Hull [74] e Shreve [112] descrevem este procedimento para o cálculo de opções americanas. Suponha um exemplo semelhante ao anterior onde no lugar de uma opção de compra se teria uma de venda. A figura 4.5 ilustra o procedimento de cálculo. Supondo os mesmos valores exemplo para P , u , d , r e P_{ex} será obtido,

$$f_u = \text{Máx}\{e^{-0,07} (0 \cdot 0,862 + 0 \cdot (1 - 0,862)); -1,5; 0\} = 0$$

$$f_d = \text{Máx}\{e^{-0,07} (0 \cdot 0,862 + 1,4 \cdot (1 - 0,862)); 0,5; 0\} = 0,5$$

Substituindo os valores de f_u e f_d encontra-se que o valor da opção é dado por,

$$f = \text{Máx}\{e^{-0,07} (0 \cdot 0,862 + 0,5 \cdot (1 - 0,862)); -0,5; 0\} = 0,06434$$

Uma observação importante a fazer é que existe uma razão para desenvolver o exemplo anterior com uma opção de venda e não de compra. No caso em que o ativo subjacente se comporta com um MBG o exercício da opção

americana nunca será ótimo antes da expiração, conforme demonstrado em Shreve [112]. Como consequência disso o preço de uma opção americana de venda será igual a de sua opção européia equivalente.

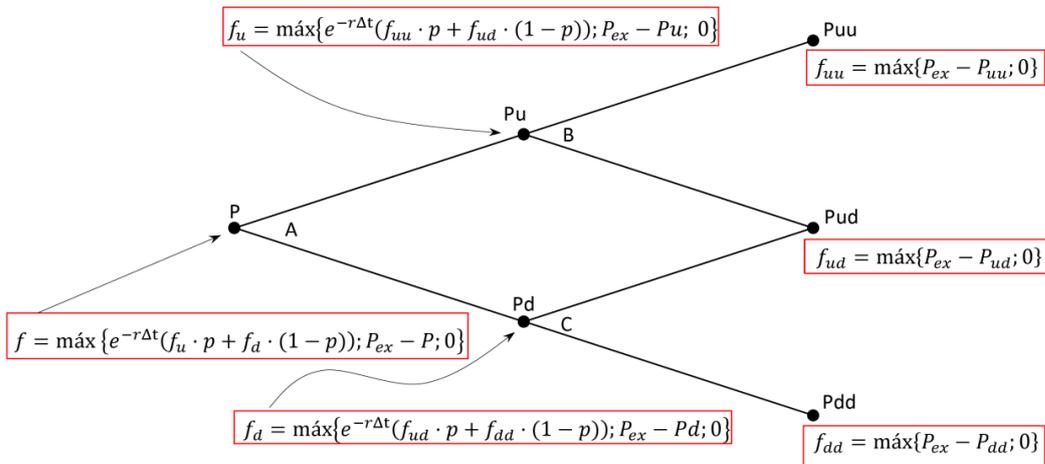


Figura 4.5: Treliça exemplo para calcular uma opção de venda americana.

No modelo deste trabalho há uma importante diferença, pois a variável estocástica se comporta como um MRM. O procedimento para desenvolver a precificação neutra ao risco ocorrerá de forma diferente da proposta por Cox, Ross e Rubinstein [40]: no lugar de utilizar probabilidades neutras ao risco são usadas as probabilidades reais associadas a cada nó. Mas para que isso possa ser feito a projeção do processo estocástico deverá ser neutra ao risco, conforme descrito em Dixit e Pindyck [50]. Além disso, a opção real descrita se comporta como uma opção de compra. Mas como a variável estocástica se comporta como um MRM e não como um MBG essa característica não trará problemas para o modelo.

4.3 Opções Reais e o *Timing* de Investimento

Dos diversos tipos de opções reais que podem estar embutidas em projetos, a opção de *espera para investir* (ou *deferimento*) é muito importante, pelo grande número aplicações, pelo apelo prático e porque destaca uma percepção valiosa para tomador de decisão, que não é fornecida pela análise do fluxo de caixa descontado. Desenvolvendo o mesmo raciocínio proposto do Dias [49], é mostrado um exemplo que explica esse *trade-off* entre *investir imediatamente* e *esperar para investir*. Em seguida, derivado desta idéia, é mostrado o conceito de *gatilho*, fundamental para compreender os resultados desta tese.

Para ilustrar esta opção, suponha uma firma que tem a possibilidade de investir I milhões em um projeto que hoje ($t = 0$) vale $VP_{(t=0)} = 130 \text{ MM}\$$. Dado que o investimento é de $I = 110 \text{ MM}\$$ (em qualquer momento), se o tomador de decisão optar pelo investimento imediato obtém como resultado em $t = 0$, conforme mostrado na figura 4.6, que $VPL_{(t=0)} = 20 \text{ MM}\$$. A regra de decisão do VPL sugere que deva ser feito o investimento imediato. Entretanto, essa regra não considera o valor da espera.

A incerteza quanto ao valor do projeto está representada na figura 4.6 através de dois possíveis cenários, com probabilidades idênticas de ocorrência. No primeiro cenário supõe-se um crescimento de $+30\%$ em relação a $VP_{(t=0)}$. O segundo cenário supõe-se um decréscimo de -30% em relação a $VP_{(t=0)}$.

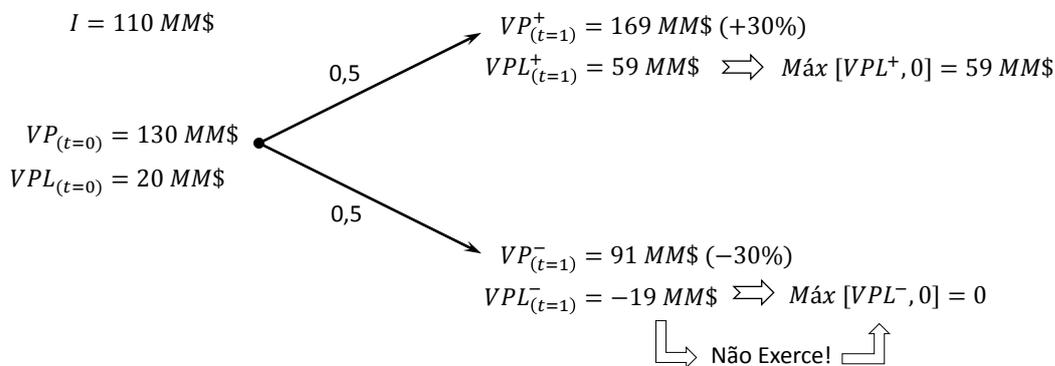


Figura 4.6: Exemplo ilustrativo do valor da espera para investir.

A regra de decisão de opções reais confronta o valor da espera com o valor do investimento imediato ($VPL_{(t=0)} = 20 \text{ MM}\$$). O valor presente da espera (VP_{espera}), em $t = 0$, pode ser calculado como,

$$VP_{espera} = \frac{1}{1 + 0,1} (0,5 \cdot \text{Max}[VPL^+, 0] + 0,5 \cdot \text{Max}[VPL^-, 0])$$

$$VP_{espera} = 26,8181 \text{ MM}\$ \geq 20 \text{ MM}\$$$

Uma vez que o valor da espera é maior que o valor do exercício imediato a regra de decisão de opções reais sugere que se espere para investir no próximo período. Na linguagem das opções reais diz-se que a opção não está “profunda no dinheiro” (*deep in the money*) [49].

Esse raciocínio sugere que deve existir um valor de projeto ($VP_{(t=0)}$) para o qual o tomador de decisão fique indiferente entre o investimento imediato e a

espera. É possível construir uma planilha em Excel que encontre facilmente este valor usando a função *atingir meta*. A planilha **I_gatilho_V.xls**, disponível junto com o livro de Dias [49] foi utilizada e o valor obtido foi $VP_{(t=0)} = 146,667 \text{ MM\$}$. Para este valor $VP_{espera} = VP_{(t=0)}$.

Este é um limiar decisório onde abaixo dele a *espera para investir* é ótima e acima dele o *investimento imediato* é ótimo. Na teoria de opções reais chama-se este valor de *gatilho*.

O trabalho pioneiro de McDonald e Siegel [91] abriu o caminho para mostrar o valor da opção de espera para investir. Uma abordagem formal e em tempo contínuo para o problema é dada por Dixit e Pindyck [50]. Neste texto serão utilizadas 2 (duas) abordagens distintas para definir os valores de gatilho. A primeira, descrita na seção 4.6, utiliza programação dinâmica sobre treliça binomial, para determinar os nós para os quais se deve investir imediatamente ou esperar, inspirado em Muñoz et al [100]. A segunda abordagem, descrita na seção ??, adapta o algoritmo de Grant, Vora e Weeks [69] para o cálculo de opções reais, de maneira semelhante ao que foi proposto por Batista [12, 13]. Nesta abordagem é construída a chamada *Fronteira para o Exercício Antecipado*, que é uma curva que define duas regiões para os valores da variável estocástica: a região de espera (abaixo da curva) e a região de exercício imediato (acima da curva).

4.4

Modelos de Reversão à Média

Modelos de reversão à média (MRM) encontram grande aplicação na área de opções reais, principalmente quando se trata do estudo de variáveis estocásticas que tendem a retornar a um valor de equilíbrio. Esse comportamento acontece, por exemplo, na modelagem do preço de commodities, preços de óleo e gás e preços de energia elétrica [46, 67, 128]. O raciocínio econômico que explica este comportamento para as commodities é que a elevação dos seus preços reduz a demanda, estimula o desenvolvimento de substitutos e contribui para o desenvolvimento de mecanismos para aumentar a produção, tudo isso contribui para fazer com que os preços caiam. De maneira inversa, quando os preços diminuem o investimento em produção é desestimulado, mas a demanda pelo produto tende a aumentar, tudo isso contribui para o aumento de preços [71]. Serão mostrados os MRM usados nesta tese: Modelo de Ornstein-Uhlenbeck e Modelo 1 de Schwartz [110]. Esta seção foi escrita usando como principal referência a tese de doutorado de Bastian-Pinto [9], que contém muitos resultados e deduções sobre modelos de reversão à média.

4.4.1

Modelo de Ornstein-Uhlenbeck

O modelo mais básico e popular para descrever um processo estocástico de reversão à média é o modelo de Ornstein e Uhlenbeck (OU), também chamado de MRM aritmético, que possui este nome devido ao artigo escrito por estes autores [129] onde pela primeira vez se discute o assunto. Segundo Vasicek [130] a forma atual da equação diferencial estocástica (EDE) é devido a Merton [96].

O modelo de Ornstein-Uhlenbeck possui a seguinte EDE:

$$dx = \eta(\bar{x} - x)dt + \sigma dz \quad (4-6)$$

Onde:

x é a variável estocástica sendo analisada,

\bar{x} é o nível de equilíbrio ou média de longo prazo para o qual a variável estocástica reverte,

η é a velocidade de reversão, que indica a taxa com a qual os choques estocásticos são dissipados e levados ao nível de equilíbrio,

σ é a volatilidade do processo estocástico,

dz é o processo de Wiener padrão.

dt é o incremento do processo.

A primeira parcela $\eta(\bar{x} - x)dt$ deste modelo é chamada de “termo de *drift*” e representa o crescimento médio da variável estocástica. O termo σdz é o termo de variância que insere choques estocásticos no modelo.

A *média* e a *variância* deste modelo são dadas, respectivamente, pelas equações 4-7 e 4-8, a seguir [50]:

$$E[x_t] = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\eta(t-t_0)} \quad (4-7)$$

$$Var[x_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta(t-t_0)}) \quad (4-8)$$

Essas equações indicam como se comportam essas estatísticas da variável estocástica com o passar do tempo.

A equação original mostra o comportamento da variável estocástica em tempo contínuo. Para fazer a *discretização do modelo* e com isso permitir que sejam feitas simulações, é utilizada a equação 4-9, que possui discretização exata [9]. Nesta equação a variável aleatória ε_t se distribui como uma normal padrão, i.e. $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$.

$$x_t = x_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \bar{x}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}\varepsilon_t \quad (4-9)$$

Para executar a *simulação neutra ao risco*, importante para o procedimento de avaliação de opções, é necessário realizar um desconto no termo de drift do processo estocástico, conforme sugerido por Cox, Ingersoll e Ross [39] no lema 4, tendo como resultado a equação 4-10, que é uma adaptação da equação 4-9.

$$x_t = x_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \left[\bar{x} - \frac{\mu - r}{\eta}\right](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}}\varepsilon_t \quad (4-10)$$

O termo $\frac{\mu - r}{\eta}$ é o único termo distinto entre as equações 4-9 e 4-10. Nele a grandeza μ representa a taxa ajustada ao risco e r é a taxa livre de risco. Devido a possuir no numerador a diferença $\mu - r$ (prêmio de risco), este termo é chamado de prêmio de risco normalizado.

O procedimento para estimar os parâmetros de um processo estocástico de reversão à média do tipo OU pode ser encontrado no apêndice de Bastian-Pinto et al. [8].

4.4.2 Modelo 1 de Schwartz [110]

Este é um modelo MRM geométrico, pois o comportamento de reversão à média se dá levando em consideração o nível da variável estocástica, de maneira semelhante ao que ocorre com o movimento browniano geométrico (MBG). Sua EDE é dada pela equação 4-11.

$$dP = \eta[\alpha - \ln P]Pdt + \sigma Pdz \quad (4-11)$$

Segundo Dias [47] o mais comum é considerar $\alpha = \ln \bar{P}$, pois assim o modelo se torna mais intuitivo. Fazendo a modificação proposta obtém-se a equação 4-12

$$dP = \eta[\ln \bar{P} - \ln P]Pdt + \sigma Pdz \quad (4-12)$$

É possível estabelecer uma relação entre a variável estocástica P e uma variável estocástica x que se comporta como um MRM do tipo OU. Fazendo $x = \ln P$ e utilizando o lema de Itô-Doebelin [112] é possível obter o processo estocástico de dx :

$$\begin{aligned}
 dx &= \left[\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial P} \eta (\ln \bar{P} - \ln P) P + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial P^2} \sigma^2 P^2 \right] dt + \frac{\partial x}{\partial P} \sigma P dz \\
 \frac{\partial x}{\partial t} &= 0, \quad \frac{\partial x}{\partial P} = \frac{1}{P}, \quad \frac{\partial^2 x}{\partial P^2} = -\frac{1}{P^2} \\
 dx &= \left[0 + \frac{1}{P} \eta (\ln \bar{P} - \ln P) P - \frac{1}{2} \frac{1}{P^2} \sigma^2 P^2 \right] dt + \frac{1}{P} \sigma P dz \\
 dx &= \left[\eta (\ln \bar{P} - \ln P) - \frac{1}{2} \sigma^2 \right] dt + \sigma dz \\
 dx &= \eta \left[\left(\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right) - \ln P \right] dt + \sigma dz \tag{4-13}
 \end{aligned}$$

Se for feito $x = \ln P$ e $\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} = \bar{x}$, será possível dizer que a equação 4-13 descreve um modelo do tipo OU. Uma vez que x é normalmente distribuído, P se distribuirá como uma distribuição log-normal e isso será muito útil em situações onde P não pode ser negativo. Para obter a *média* e a *variância* deste modelo são utilizadas as equações 4-7 e 4-8 do modelo OU com os resultados anteriores substituídos.

$$E[x_t] = \ln [P_{t_0}] e^{-\eta(t-t_0)} + \left[\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta(t-t_0)}) \tag{4-14}$$

$$Var [\ln(S_t)] = Var [x_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta(t-t_0)}) \tag{4-15}$$

Utilizando a propriedade da log-normalidade [110], tem-se que,

$$\begin{aligned}
 E[P_t] &= \exp \left\{ E(x_t) + \frac{Var(x_t)}{2} \right\}, \text{ substituindo} \\
 E[P_t] &= \exp \left\{ \ln [P_{t_0}] e^{-\eta(t-t_0)} + \left[\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta(t-t_0)}) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\sigma^2}{4\eta} (1 - e^{-2\eta(t-t_0)}) \right\} \tag{4-16}
 \end{aligned}$$

A *discretização do modelo* de Schwartz novamente parte da discretização obtida para o modelo OU. Na equação 4-9 temos que,

$$x_t = x_{t-1} e^{-\eta \Delta t} + \bar{x} (1 - e^{-\eta \Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta \Delta t}}{2\eta}} \varepsilon_t$$

Além disso, foi mostrado que $x_t = \ln P_t$ e $\bar{x} = \ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta}$. Substituindo,

$$x_t = \ln [P_{t-1}] e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} \varepsilon_t$$

$$E [P_t] = \exp \left\{ \ln [P_{t-1}] e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} \right\} \quad (4-17)$$

A discretização exata do modelo de Schwartz é dada pela equação 4-17 e funciona bem inclusive para valores altos de Δt . Uma limitação deste modelo é que ele não converge para \bar{S} e sim para $\bar{S} \exp \left[-\frac{\sigma^2}{4\eta} \right]$. Isso pode ser visto quando se faz $T = t - t_o \rightarrow \infty$, na equação 4-16.

$$E [P_{t \rightarrow \infty}] = \exp \left\{ \left[\ln(\bar{P}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] + \frac{\sigma^2}{4\eta} \right\} = \bar{S} \exp \left[-\frac{\sigma^2}{4\eta} \right]$$

A *estimação de parâmetros*² para o modelo de Schwartz parte da equação 4-7 que descreve o comportamento médio do modelo OU. É possível reescrevê-la para obter a seguinte equação,

$$x_t - x_{t-1} = \bar{x}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + (e^{-\eta\Delta t} - 1)x_{t-1}$$

Utilizando as relações anteriores $x_t = \ln P_t$ e $\bar{x} = \ln \bar{P} - \sigma^2/2\eta$ e substituindo na equação anterior,

$$\ln (P_t/P_{t-1}) = \underbrace{(1 - e^{-\eta\Delta t}) (\ln \bar{P} - \sigma^2/2\eta)}_a + \underbrace{(e^{-\eta\Delta t} - 1)}_{b-1} \ln P_{t-1} \quad (4-18)$$

$$\ln (P_t/P_{t-1}) = a + (b - 1) \ln P_{t-1} \quad (4-19)$$

Utilizando uma realização do processo estocástico oriunda de dados passados do modelo é possível estimar os parâmetros utilizando uma regressão linear simples onde $\ln P_{t-1}$ é a variável independente e $\ln (P_t/P_{t-1})$ é a variável dependente. Das equações 4-18 e 4-19 é possível escrever $b - 1 = e^{\eta\Delta t} - 1$ e

² As equações de estimação de parâmetros foram extraídas da tese de Bastian-Pinto [9].

$$\eta = -\frac{\ln b}{\Delta t} \quad (4-20)$$

A volatilidade σ é obtida a partir da variância σ_ε^2 dos erros ε da regressão, fazendo $\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta\Delta t})$. Substituindo $b^2 = e^{-2\eta\Delta t}$ obtém-se:

$$\sigma = \sigma_\varepsilon^2 \sqrt{\frac{2\ln b}{(b^2 - 1)\Delta t}} \quad (4-21)$$

Para obter a média de longo prazo \bar{P} são utilizadas as equações 4-18 e 4-19 onde $a = (1 - e^{-\eta\Delta t})(\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta})$. Isolando \bar{P} e substituindo os outros resultados obtidos é possível encontrar a equação 4-22 que é função somente dos valores oriundos da regressão.

$$\bar{S} = \exp \left[\left(a + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{(1+b)} \right) / (1-b) \right] \quad (4-22)$$

De maneira semelhante ao que foi feito para o modelo OU, para realizar a *simulação neutra ao risco* é necessário subtrair o prêmio de risco normalizado $\frac{\mu-r}{\eta}$ da média de longo prazo $\bar{x} = \ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta}$ levando em consideração que $P_t = e^{x(t)}$. Com isso, obtém-se a equação (4-23), com $\varepsilon_t \sim \text{Normal}(0, 1)$.

$$P_t = \exp \left\{ \ln [P_{t-1}] e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu-r}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\eta\Delta t}}{2\eta}} \varepsilon_t \right\} \quad (4-23)$$

4.5

Modelo de Bastian-Pinto [9] para o cálculo de opções americanas

O princípio básico para a construção da treliça binomial de Bastian-Pinto [9], que gera cenários para um movimento de reversão à média, é que a sua média e variância se aproximem dos resultados equivalentes do processo estocástico modelado. Para isso o modelo é dividido em três partes:

1. Trajetória de valor esperado;
2. Treliça de variabilidade;

3. Treliza de probabilidades reais.

O modelo será descrito para variáveis estocásticas que se comportam como um MRM do tipo Ornstein-Uhlenbeck ou modelo 1 de Schwartz.

4.5.1

Trajectoria de valor esperado

A trajetória de valor esperado para variável do tipo OU, aqui descrita como x , deve ser construída conforme descrito na equação 4-7.

Para variável que se comporta como modelo 1 de Schwartz, aqui descrita como P , a equação (4-24), extraída de Bastian-Pinto [9], mostra o valor esperado para a variável x que se comporta como um modelo OU, de maneira *semelhante* ao que foi descrito na seção 4.4.2, nas equações 4-15 e 4-16. É importante enfatizar que $E[x_0]$ deve ser definido como $\ln(P_0)$, com P_0 sendo o preço inicial na treliza.

$$E[x_t] = E[x_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln \bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \frac{\sigma^2}{4\eta} (1 - e^{-2\eta\Delta t}) \quad (4-24)$$

Mais adiante será mostrado como $E[x_t]$ será utilizado para compor o valor da treliza que representa o comportamento de P .

4.5.2

Treliza de variabilidade

Os valores desta treliza são representados por x^* . O valor de cada nó binomial segue a equação (4-25), onde u e d representam o número de movimentos de subida (*up*) e descida (*down*), respectivamente. Geralmente, é feito $x_0^* = 0$, onde x_0^* é o primeiro elemento da treliza.

$$x_{ud}^* = (u - d)\sigma\sqrt{\Delta t} \quad (4-25)$$

Essa equação servirá para representar variáveis do tipo OU e modelo 1 de Schwartz.

4.5.3

Treliza de probabilidade

Essa treliza armazena as probabilidades reais de subida, descritas na equação 4-26. Para obter esses valores é necessário ter anteriormente os valores x_{ud}^* da treliza de variabilidade.

$$Prob_{ud} = \frac{1}{2} + \frac{\eta(-x_{ud}^*)\sqrt{\Delta t}}{\sqrt{\eta^2(-x_{ud}^*)^2\Delta t + \sigma^2}} \quad (4-26)$$

4.5.4

Construção dos modelos finais

Uma vez descritas as partes anteriores, os modelos que de fato serão utilizados serão a composição dessas partes. Para variável do tipo Ornstein-Uhlenbeck a treliça de cenários x_{ud} para a variável x é dada pela equação 4-27, considerando $t = u + d$. Observe que $x_{ud} = E[x_t] + x_{ud}^*$.

$$x_{ud} = E[x_{t-1}]e^{-\eta\Delta t} + \left[\ln\bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \frac{\sigma^2}{4\eta}(1 - e^{-2\eta\Delta t}) + (u - d)\sigma\sqrt{\Delta t} \quad (4-27)$$

A treliça de cenários usada para representar variável que se adequa ao modelo 1 de Schwartz deve levar em consideração que $P = e^x$, conforme mostrado na seção 4.4.2. Outro ponto importante a considerar é que a avaliação neutra ao risco para este modelo não pode ser feita conforme o modelo de Cox, Ross and Rubinstein [40], em que é feita a alteração nos valores de probabilidade. Em substituição, são utilizadas probabilidades reais e a taxa de *drift* é subtraída de $\frac{\mu-r}{\eta}$ conforme proposto no lema 4 de Cox, Ingersoll and Ross [39]. As razões e procedimentos estão bem explicados em Kulatilaka [79]. Assim, a treliça para variável P está descrita na equação 4-28.

$$P_{ud} = exp\left\{ E[x_{t-1}]e^{-\eta\Delta t'} + \left[\ln\bar{P} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta} \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \frac{\sigma^2}{4\eta}(1 - e^{-2\eta\Delta t}) + (u - d)\sigma\sqrt{\Delta t} \right\} \quad (4-28)$$

Observe que o termo $\frac{\mu-r}{\eta}$ foi considerado também na equação 4-27. Os cenários para as variáveis x ou P junto com os cenários de probabilidade definidos por $Prob_{ud}$ comporão o modelo final.

As demonstrações dessas treliças podem ser obtidas em [9].

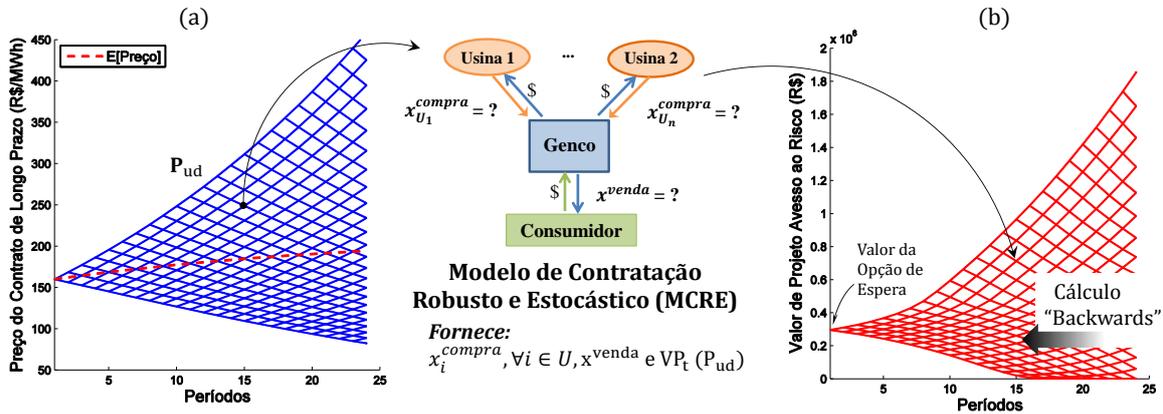


Figura 4.7: *Framework* 1, utilizando treliças binomiais.

4.6

Framework usando treliça binomial de Bastian-Pinto [10] e o MCRE

Uma vez definido o modelo para a construção da treliça de Bastian-Pinto, conforme a descrição da seção 4.5.4, é possível desenvolver os cálculos que indicarão se o preço negociado para o contrato de longo prazo está *deep in the money*. Para efetuar estes cálculos, este *Framework* de investimento utiliza a programação dinâmica sobre a treliça criada, definindo para cada nó o valor do MCRE. A idéia básica por trás do *Framework* é estender a tradicional análise estática proposta pelo MCRE para uma outra mais realista, que considera as incertezas futuras relacionadas ao preço de contrato, utilizando a treliça de Bastian-Pinto.

O *framework* está ilustrado na figura 4.7. Na parte (a) são mostrados os cenários para o preço de longo prazo. A incerteza de preço é representada através de uma treliça binomial, com elemento genérico P_{ud} , que utiliza o modelo de Bastian-Pinto, descrito na seção 4.5. Esta treliça foi montada utilizando os parâmetros do modelo 1 de Schwartz, e a equação 4-28. Nesta tese a discretização da treliça é mensal e é assumido que o preço do contrato é conhecido ν anos antes do fornecimento da energia. Para cada cenário de preço descrito na treliça o comercializador emprega o MCRE para analisar o investimento iniciando do período $t = u + d + 1$ e considerando o fluxo de lucros por todo o ciclo de vida da carteira, ciclo este que é composto pelo tempo de construção das usinas mais o tempo de contrato (T^{CON}). A figura 4.8 ilustra a *escala de tempo da treliça*, onde as decisões de quando investir são tomadas, e a *escala de tempo do MCRE*, onde são avaliados os resultados fornecidos pelo MCRE. É importante observar que a escala de tempo do MCRE é “flutuante” no sentido acompanhar cada período t . É conforme observado na seção 5.2 os

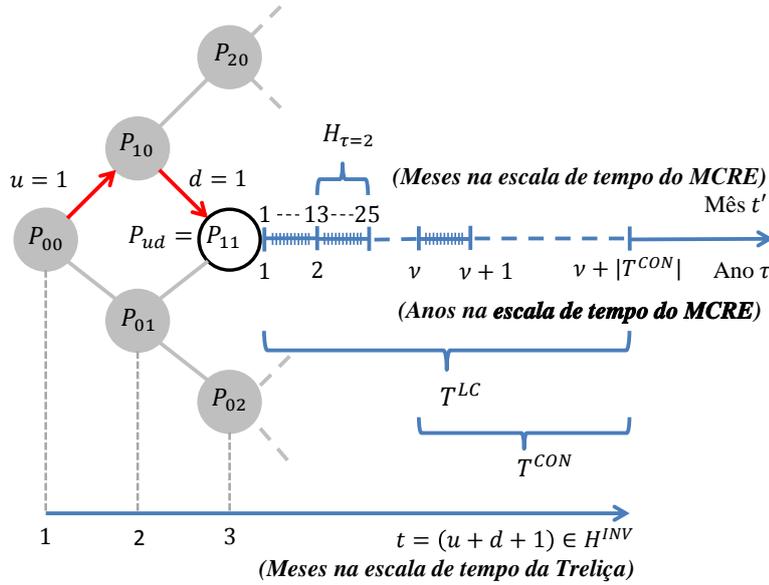


Figura 4.8: Escalas de tempo da treliça e o MCRE.

valores para o MCRE mudam com t .

Para construir a *treliça de valor de projeto*, representada pela parte (b) da figura 4.7, será necessário associar a cada cenário de preço P_{ud} um valor de projeto $VP^\#(P_{ud})$, conforme mostrado a seguir. Esta treliça será utilizada para o cálculo da opção real americana de compra utilizando programação dinâmica. Para construir esta treliça é utilizado o seguinte procedimento:

- i) Para o último período da treliça, faça $VP_t^\#(P_{ud}) = VP_t(P_{ud})$, i.e. para cada cenário de preço do contrato de longo prazo (P_{ud}) no último período, o valor correspondente na treliça de valor de projeto será dado pelo valor corresponde usando o MCRE;
- ii) Para o penúltimo período até o primeiro período, use a programação dinâmica para construir o restante dos cenários, descritos na figura 4.7(b), conforme a seguinte equação:

$$VP_t^\#(P_{ud}) = \max \left\{ VP_t(P_{ud}); e^{-r\Delta t} [Prob_{ud} \cdot VP_t^\#(P_{u+1,d}) + (1 - Prob_{ud}) \cdot VP_t^\#(P_{u,d+1})]; 0 \right\} \quad (4-29)$$

Assim, para cada cenário de preço entre o primeiro e o penúltimo período, há dois possíveis cenários futuros de preço para o período seguinte: $P_{u+1,d}$ e $P_{u,d+1}$. A equação 4-29 atribui a cada cenário ud da treliça $VP_t^\#$ o maior valor entre *esperar* ($e^{-r\Delta t} [Prob_{ud} \cdot VP_t^\#(P_{u+1,j}) + (1 - Prob_{ud}) \cdot VP_t^\#(P_{u,d+1})]$),

investir imediatamente ($VP_t(P_{ud})$) ou *abandonar* o projeto, associado ao valor zero. Este raciocínio permite construir a *treliça de timing*, mostrada na figura 5.7. Seguindo este raciocínio é calculado o valor da opção real no período inicial da treliça (que neste modelo é o momento onde ocorre a decisão de investimento ou espera).

5

Framework de Investimento Ótimo e Dinâmico usando Opções Reais

Este capítulo apresenta o estudo de caso que promove a ligação de todas as partes que compõem o modelo proposto nesta tese. O *framework* de investimento baseado em opções reais permite ao decisor a possibilidade de saber além das informações oferecidas pelo MCRE, mostradas na seção 3.5 (quanto investir em cada usina, dado um orçamento fixo e valor ótimo de contratação da carteira formada de forma a maximizar o valor dos projetos de geração), qual o melhor momento para investir e qual o valor adicional do investimento na carteira quando comparado ao investimento em fontes sem sinergia. A variável incerta considerada no modelo de opções reais é o preço do contrato de longo prazo a ser estabelecido com os consumidores, que na prática seriam agentes do ACL (descrito na seção 2.3).

Foi proposto um *framework* de investimento que utiliza a treliça binomial de Bastian-Pinto (descrita na seção 4.5), conforme ilustrado na figura 5.1. Ele é utilizado para resolver o estudo de caso descrito na seção 5.1. A seção 5.2 apresenta os resultados obtidos para o MCRE considerando os dados apresentados no estudo de caso (modelagem estática). A modelagem dinâmica do problema é apresentada na seção 5.3.

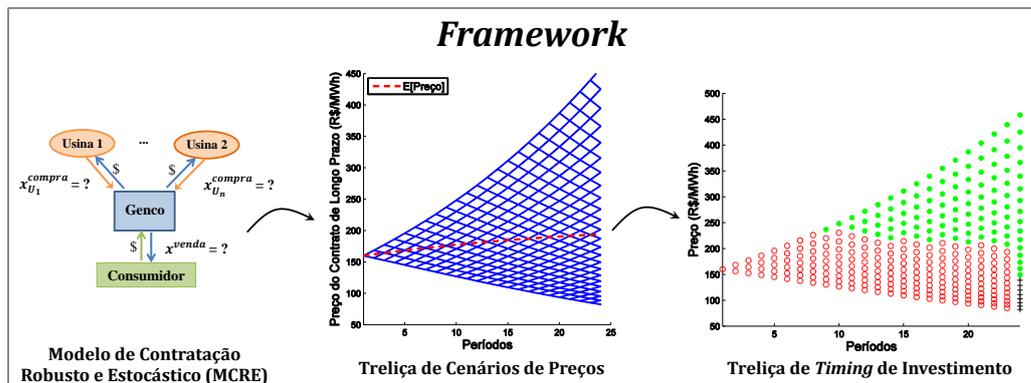


Figura 5.1: Frameworks de investimento que usam a teoria de opções reais

5.1

Estudo de Caso

Este estudo de caso considera um investidor (p.ex. uma empresa de geração ou uma comercializadora de energia) que possui R\$ 100 milhões disponíveis para investir e precisa decidir entre três possíveis carteiras renováveis:

Opção 1 - Carteira composta por uma usina eólica e uma PCH; (5-1)

Opção 2 - Somente a usina eólica; (5-2)

Opção 3 - Somente a PCH. (5-3)

Ambas as usinas possuem potência nominal de 30 MW e seus certificados de garantia física são de 11,63 MW para a eólica e 14,03 MW para a PCH. As usinas em questão foram propositalmente selecionadas como uma eólica na região nordeste do Brasil e a PCH, no sudeste do Brasil, de forma a garantir a existência do fenômeno da complementariedade entre fontes, conforme explicado na seção 1.1 e ilustrado na figura 1.3. O objetivo do estudo de caso não é somente mostrar os resultados dos *frameworks*, mas também calcular o prêmio associado ao investimento em fontes complementares.

Para estas usinas foi considerado um preço fixo mensal de compra da energia para a eólica (P_{eol}^{compra}) de R\$115/MWh e para a PCH (P_{pch}^{compra}) R\$135/MWh. Pagar esses valores mensalmente equivale a substituir o investimento inicial necessário para a construção das usinas, diluindo o pagamento ao longo de sua vida útil, conforme descrito nas equações 3-23 e 3-25 do MCRE. A taxa de desconto ajustada ao risco considerada foi de $J = 10\%$ [41], e a taxa livre de risco $r = 5\%$. O tempo de construção das usinas (ν) considerado foi de 3 anos, $\lambda = 0,5$, $\alpha = 0,95$. As incertezas relacionadas à geração de energia são utilizadas diretamente no MCRE. Os cenários de geração mensais são obtidos utilizando modelo matemático descrito em [122] e são dados de entrada do MCRE.

Para modelar a incerteza relacionada aos preços dos contratos de longo prazo optou-se por encarar esses preços como um processo estocástico para o qual foi buscada uma equação diferencial estocástica (EDE). Os contratos praticados entre agentes do ACL são privados. Como consequência, seria muito difícil buscar informação confiável para gerar os parâmetros da EDE que permitam modelar a incerteza de preço. Para contornar esta dificuldade foram utilizados dados disponíveis no portal do Instituto de Pesquisa Econômica e Aplicada (IPEA) referentes à *tarifa média de energia elétrica para o consumidor industrial*, ilustrados na figura 5.2. O consumidor industrial, conforme

descrito na seção 2.3, é um dos autorizados pela legislação a participar do ACL. Partindo da premissa sugerida por [114], que este ambiente é vantajoso para este consumidor, será assumido que a maioria deles estará no ACL e que estes dados fornecidos pelo IPEA serão uma boa referência para modelar a incerteza de preços de longo prazo praticados neste ambiente.

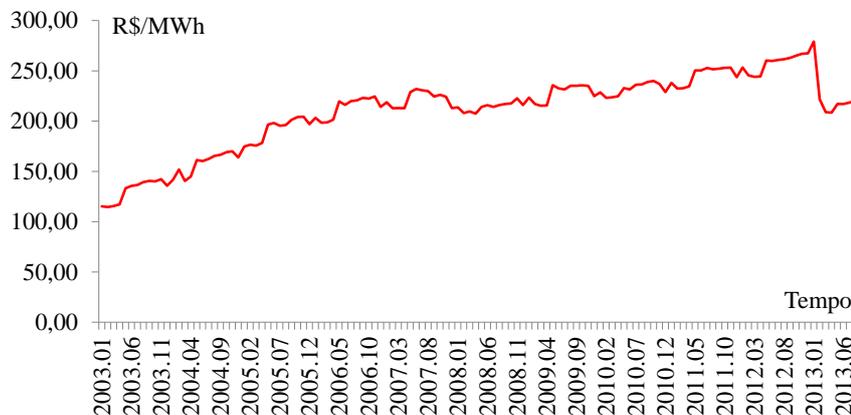


Figura 5.2: Tarifa média de energia elétrica para o consumidor industrial (fonte: IPEADATA [75])

Outra premissa que será adotada é que os preços de energia elétrica, assim como o de outras outras *commodities*, podem ser modeladas como um processo de reversão à média, conforme feito por [123][128][46][67]. Como os preços de energia elétrica são sempre positivos optou-se por utilizar a EDE do modelo 1 de Schwartz [110], que possui como uma de suas características assumir a variável estocástica como uma distribuição Log-normal (valores positivos). Os parâmetros dessa EDE podem ser obtidos conforme descrito na seção 4.4.2. Os dados descritos na figura 5.2 devem ser trazidos a valor presente para serem utilizados junto às equações de estimação de parâmetros, como uma realização do processo estocástico. Essa correção pode ser feita utilizando, por exemplo, o IGP-M que é o índice utilizado pela ANEEL para corrigir os preços de energia elétrica. Supondo discretização mensal ($\Delta t = 1/12$) são obtidos os seguintes parâmetros para a EDE: $\sigma = 0,1293$, $\eta = 0,6112$, $\bar{P} = 231,63$. Estes parâmetros serão utilizados na seção 5.3 para alimentar o modelo binomial.

5.2

Resultados Obtidos utilizando o MCRE

O MCRE foi rodado previamente tomando valores de preço de venda de longo prazo (P^{venda}) variando de $R\$0/MWh$ a $R\$822/MWh$ (limite superior para o preço spot) com discretização de $R\$1/MWh$. Valores intermediários para a função objetivo foram obtidos através de interpolação. Com o cálculo

prévio dos valores de projeto, uma vez definidos os cenários de preço na treliça (a) na figura 4.7, basta consultar $VP_t(P^{venda})$ para cada valor de P^{venda} entre $R\$0/MWh$ e $R\$822/MWh$, interpolar caso necessário, e obter o resultado aproximado do valor de projeto.

A figura 5.3 mostra os resultados da otimização para a carteira composta pela eólica e PCH para valores de $K_\tau = 1$ e $K_\tau = 6$. Esses valores de K_τ foram escolhidos para mostrar a resposta do MCRE ao aumento do estresse do modelo endógeno. É possível perceber que o aumento dos picos de PLD faz com que os resultados se direcionem para a montagem de uma carteira mais balanceada entre PCH e eólica. Isso indica o valor da complementariedade em situações de elevado estresse do preço spot. O mesmo não acontece no caso em que $K_\tau = 1$. É importante perceber que para valores de P^{venda} menores que $R\$133/MWh$ os valores de $VP_t(P^{venda})$ são nulos e por isso nem foram colocados no gráfico. Assim, sob a visão do MCRE o negócio não possuirá valor algum para valores baixos de P^{venda} .

É importante destacar que há diversos conjuntos de dados de geração disponíveis, igual ao número de meses do horizonte de investimento H^{INV} . Isso, conforme já mencionado, tem como finalidade adaptar a decisão de investimento ao início do fornecimento da energia, que depende do perfil de geração das usinas. Assim, cada valor de t há uma valor diferente de $VP_t(\cdot)$. Os resultados considerados nas figuras 5.3 e 5.4 e 5.5 foram para o mês de janeiro ($t = 1$).

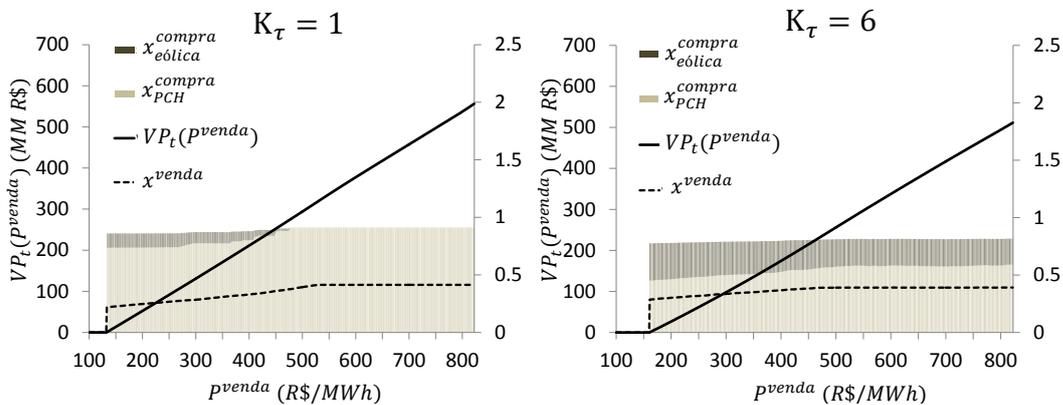


Figura 5.3: Resultados do MCRE para $K_\tau = 1$ e $K_\tau = 6$ em função do preço do contrato de longo prazo, P^{venda} . Os eixos y primários de cada gráfico representam o valor de projeto avesso ao risco, que é o resultado da função objetivo do problema de otimização. Os eixos y secundários representam o resultado das variáveis de decisão x_i^{compra} , para cada usina e x^{venda} com valores $\in [0, 1]$. Resultados para investimento em janeiro ($t = 1$).

A figura 5.4 mostra a comparação, em um mesmo gráfico, de diversos

valores de $VP_t(P^{venda})$ para diferentes valores de K_τ , considerando a carteira composta pela eólica e pela PCH. Como é de se esperar, o aumento do valor de K_τ ocasiona a redução de $VP_t(P^{venda})$ para um mesmo valor de P^{venda} , uma vez que ao aumentar o valor de K_τ reduz-se a parcela de liquidação das diferenças, $\Omega_{\tau,s}(\cdot)$, no mercado *spot* de maneira progressiva.

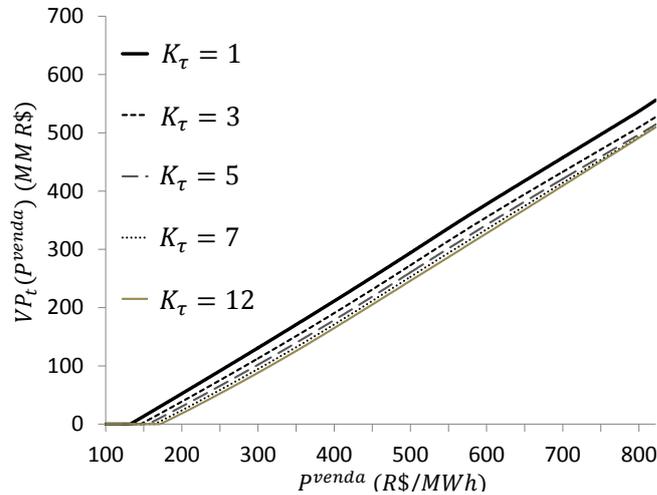


Figura 5.4: Comparação entre diversos valores $VP_t(P^{venda})$ para diversos valores distintos de K_τ . Todos esses valores são para a carteira composta pela PCH e a eólica mencionadas com investimento em janeiro ($t = 1$).

Para calcular os valores de $VP_t(P^{venda})$ para cada fonte renovável (só eólica e só PCH) separadamente, também foi utilizado o MCRE. Os resultados obtidos foram semelhantes aos mostrados anteriormente. A figura 5.5 compara os valores de projeto da carteira composta pela eólica com a PCH, com as duas fontes isoladamente. Um resultado importante ilustrado nesta figura é que o aumento da exposição ao PLD (aumento do valor de K_τ) faz com que seja aumentado o valor da carteira com relação ao investimento nas fontes isoladas.

Com estes valores de $VP_t(P^{venda})$ é possível obter os resultados desejados com o *framework*.

5.3 Aplicação do *Framework* ao Estudo de Caso

No exemplo ilustrado na figura 4.7 está sendo estudada a possibilidade de negociar, em janeiro, um contrato de longo prazo (20 anos) para vender a energia oriunda das usinas renováveis consideradas (carteira composta pela eólica e a PCH juntas), a um preço fixo de $R\$160/MWh$, representado no nó inicial da treliça (P_{00}). Uma vez que se conhece o comportamento dos

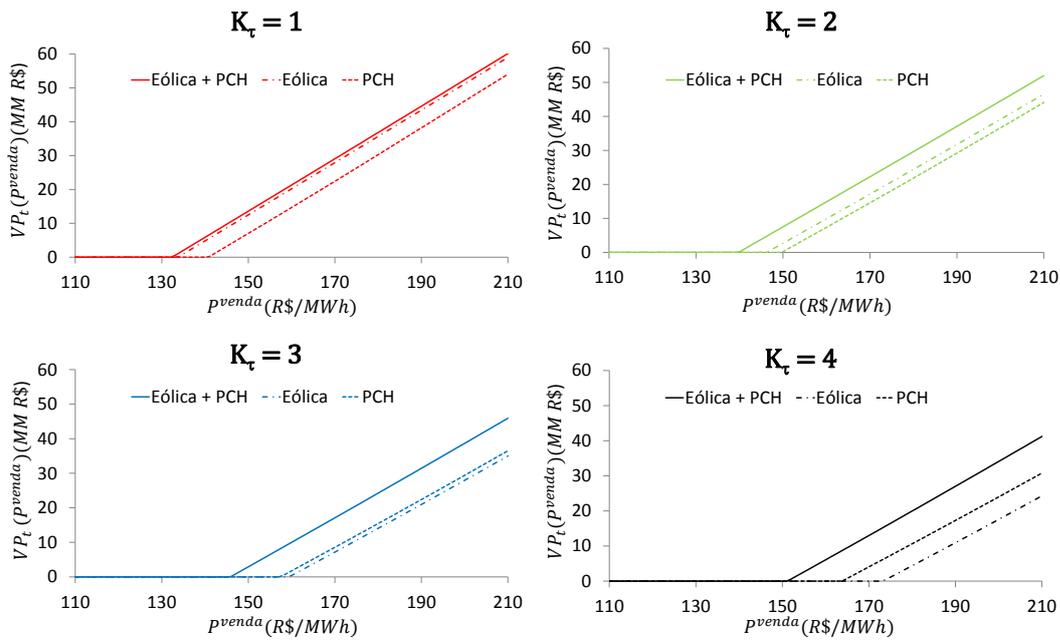


Figura 5.5: Comparação entre resultados do MCRE para a carteira de eólica com PCH e cada uma das fontes separadamente.

preços negociados na indústria, mostrado pelos dados do IPEA (figura 5.2), é possível extrair o comportamento estocástico desses dados (parâmetros do modelo 1 de Schwartz [110]) e a partir daí construir os cenários binomiais de preço utilizando o modelo de Bastian-Pinto (figura 4.7(a)). Foi considerado $H^{INV} = \{1, \dots, 24\}$. Para contratos com este preço é possível obter um valor positivo para a opção de espera ($VP_t^\#(P_{00})$), indicado na figura 4.7(b). Isso indica que há valor em um contrato com este preço.

A figura 5.6 mostra os valores do *Framework* para preços do contrato de longo prazo (P_{00}) variando entre R\$ 0/MWh e R\$ 280/MWh. O valor da opção ($VP_t^\#(.)$) que considera as decisões dinâmicas de investir imediatamente, esperar ou abandonar o investimento é comparado com o valor do MCRE (em linhas pontilhadas), que leva em consideração somente a decisão estática i.e. investir imediatamente ou abandonar o projeto (caso o preço a ser negociado seja tão baixo que não vale a pena o investimento). Olhando para o modelo estático é possível perceber que o investimento não será lucrativo para valores de preço inferiores a R\$ 145/MWh. Entretanto, analisando sob a óptica do *Framework* é possível perceber que o projeto não está maduro para o investimento com este preço. A abordagem dinâmica proposta pelo *Framework* sugere que o projeto deve ser considerado para investimento futuro caso o preço de contrato de longo prazo (P_{00}) esteja entre R\$ 31/MWh e R\$ 227/MWh.

Embora para preços contrato entre R\$ 145/MWh e R\$ 227/MWh o

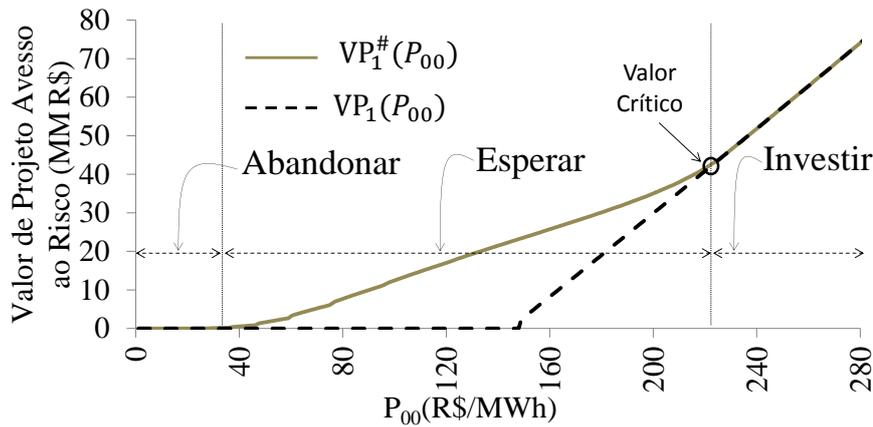


Figura 5.6: Valores para *Framework* em função do preço do contrato de longo-prazo, calculado no vértice da treliça, ou seja, no período inicial. Valores para a carteira descrita na item 5-1 e $K_T = 2$.

investimento imediato não possa ser considerado “economicamente errado” o modelo proposto sugere que existe a perspectiva de conseguir preços melhores no futuro e que investir agora não é uma decisão ótima. No primeiro período, quando o preço de contrato é conhecido e vale R\$ 160/MWh, o valor da opção (MM R\$ 25,74), segundo termo da equação (4-29), é 3,12 vezes o valor do investimento imediato (MM R\$ 8,23), primeiro termo da equação (4-29).

Olhando a figura 5.6 é possível identificar o valor de *gatilho* (ou *valor crítico*, conforme [50]), ou seja o preço de contrato para o qual comercializador torna-se indiferente entre esperar ou investir imediatamente. Assim, é possível definir nesta figura três regiões distintas para as quais são associadas, em função do preço do contrato de longo prazo, as decisões dinâmicas de *investir imediatamente*, *esperar* ou *abandonar* o investimento. Analisando o formato da curva obtida para $VP_1^\#(P_{00})$ na figura 5.6 é possível afirmar que os resultados obtidos se parecem com os valores de opção real para modelos de reversão à média apresentados em [50] (pg 165).

5.3.1

Determinação do Melhor Momento para Investir

A *Treliça de Timing* de investimento é um diagrama que serve para mostrar ao decisor se as condições atuais são adequadas para o investimento imediato. Neste caso, se o *preço* considerado é adequado. Conforme já mencionado, a treliça binomial construída representa possíveis trajetórias para onde os preços poderão “caminhar” no futuro, dado que se conhece o comportamento estocástico desses preços. Uma vez que, através da programação dinâmica, é definido em cada nó da treliça se é mais valioso *investir imediatamente*, *esperar*

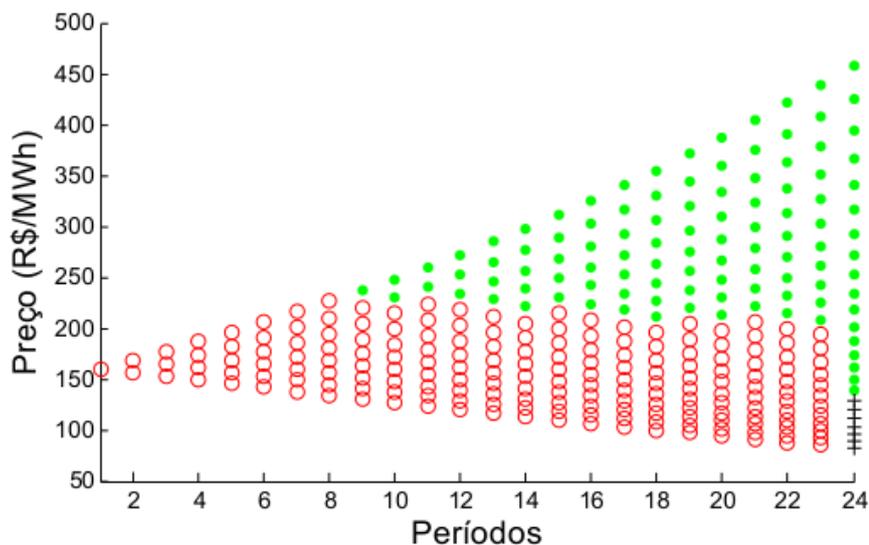


Figura 5.7: Treliça de timing de investimento. Os círculos cheios indicam cenários de preço em que já é valioso o *investimento imediato*, os círculos vazios indicam cenários em que é preferível *esperar* o período seguinte a investir e as cruzes indicam cenários onde se recomenda o *abandono* do investimento.

ou *abandonar o investimento*, será possível associar cada uma dessas decisões aos cenários de preço considerados na treliça da figura 4.7(a). O resultado está ilustrado na figura 5.7.

É importante entender a informação fornecida por este diagrama. Aqui não está dito explicitamente *quando* investir, mas se para o preço considerado o contrato deve ser estabelecido agora ou se é mais valioso investir depois. Para tomar esta decisão no tempo presente só é preciso olhar para o vértice da treliça no período inicial. Entretanto, ter a decisão associada aos outros nós dá ao decisor a noção sobre qual o caminho que os preços devem seguir para que seja valioso investir no futuro. Se fosse possível aumentar a discretização da treliça, que neste caso estão mostrados 24 períodos mensais, é possível construir a *fronteira de exercício antecipado*, conhecida na teoria de opções reais [50], e que representa o preço de indiferença entre investir imediatamente e esperar.

Agregando esta informação ao restante do exemplo chega-se à conclusão que contratos de $R\$160/MWh$ possuem algum valor ($VP_t^\#(P_{00}) > 0$), porém, há a expectativa de conseguir no mercado preços maiores no futuro. Por isso, sugere-se que o decisor espere para investir depois.

5.3.2

Cálculo do Prêmio da Opção de Investir em Fontes Complementares

Uma vez definido como funciona o *Framework*, ele será usado para calcular o valor adicional de investir em uma carteira de fontes quando

comparado ao investimento em cada uma das fontes isoladamente. Chamando a carteira complementar de A (item 5-1) e adotando a variável ϱ para representar uma das usinas do estudo de caso (itens 5-2 ou 5-3) o prêmio da opção (\mathcal{P}_ϱ), no período inicial da treliça (nó P_{00}), será calculado como mostrado na equação 5-4.

$$\mathcal{P}_\varrho(P_{00}) = VP_t^{\#(A)}(P_{00}) - VP_t^{\#(\varrho)}(P_{00}) \quad (5-4)$$

Na tabela 5.1, são reportados os valores de $\mathcal{P}_\varrho(R\$160/MWh)$ e os valores de opção para a carteira e para cada uma das fontes isoladamente.

Tabela 5.1: Prêmio para investimento em projetos complementares, em MM R\$, para $P_{00} = 160R\$/MWh$.

	<i>PCH</i>	<i>Usina eólica</i>	<i>Carteira</i>
Valor da Opção	18.36	22.87	25.74
$\mathcal{P}_\varrho(\cdot)$	7.37	2.87	—

Na primeira linha da tabela 5.1 o valor da opção é fornecido considerando diferentes oportunidades de investimento. Os resultados corroboram as práticas atuais da indústria brasileira de energia mostrando um prêmio alto para comercializadores de energia oriunda de PCHs que adquiram participação em projetos eólicos. Isso acontece especialmente com as PCHs no sudeste do Brasil devido a correlação negativa entre preço *spot* e seu perfil de geração. Da mesma forma, o prêmio da complementariedade do ponto de vista da usina eólica também revela um incentivo econômico para que os investidores considerem ambos os tipos de fontes de geração em seus investimentos.

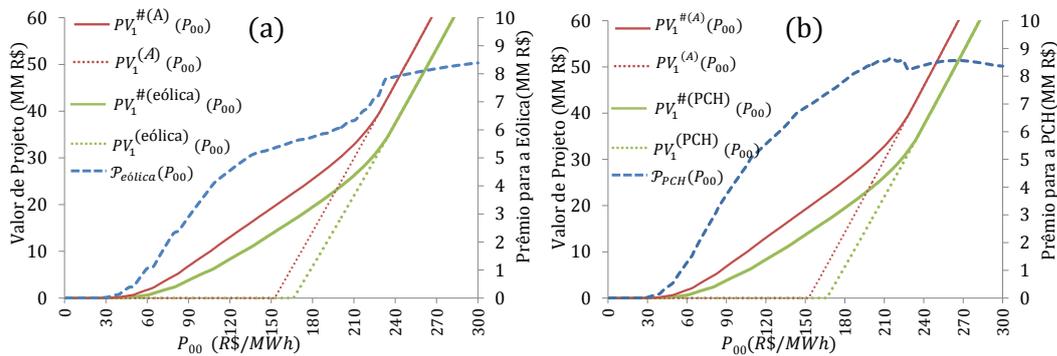


Figura 5.8: Valores do prêmio da opção de investimento em fontes complementares (em azul pontilhado, com escala no eixo secundário).

A figura 5.8 ilustra os valores do prêmio da opção de investimento em fontes complementares, conforme proposto na equação (5-4), em função de diferentes valores para o preço do contrato de longo prazo.

A figura 5.9 mostra a influência que o aumento do valor de K_τ possui no valor do prêmio da opção de investimento em fontes complementares. Esse aumento no valor do prêmio se deve ao fato do aumento de K_τ estar relacionado, como já comentado, ao aumento do estresse (número de picos) nos valores de PLD. Com mais estresse de PLD é reduzido o valor do projeto, $VP_t(P^{venda})$, conforme mostrado na figura 5.4. Entretanto, conforme sugerido na figura 5.5, é aumentado o valor relativo entre os resultados do *Framework* para cada uma das fontes, especialmente para a eólica, com o aumento de K_τ .

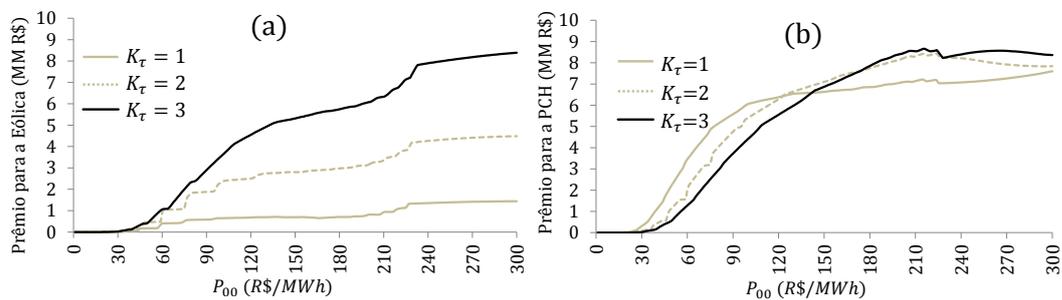


Figura 5.9: Prêmio da opção de investimento em fontes complementares para diferentes valores de K_τ . O gráfico (a) mostra os prêmios em relação à eólica e o gráfico (b) mostra os prêmios em relação a PCH.

5.3.3 Análise de Sensibilidade

Os baixos valores de σ e o questionamento sobre as formas mais adequadas de modelar a incerteza dos preços dos contratos de longo prazo, abrem espaço para uma análise de sensibilidade sobre os parâmetros do processo de reversão à média.

A análise de sensibilidade para σ e \bar{P} revela resultados interessantes. A figura 5.10 descreve o efeito que o aumento dos valores de λ e σ terão nos valores críticos para investimento imediato. O aumento no valor de σ contribui para adiar o investimento porque quanto maior o desvio-padrão, maior serão os valores do *framework* (opção de adiamento do investimento). Assim, uma vez que essa opção de espera se torna mais valiosa, serão necessários maiores valores críticos para justificar o investimento imediato. Entretanto, o aumento do valor de λ (para o mesmo σ) não contribui para mudanças substanciais nos valores críticos, para um dado desvio-padrão.

A figura 5.11 é uma superposição de várias curvas de valores do *framework* semelhante à apresentada na figura 5.6. As curvas sólidas em preto representam valores do *framework* para $\lambda = 0.00$, porém, com diferentes valores de \bar{P} (150 e 250 R\$/MWh), em função de P_{00} . De maneira semelhante, as curvas em cinza representam os valores do *framework* para $\lambda = 0.99$. Os resultados revelam que o aumento nos valores de \bar{P} contribuem para adiar o investimento.

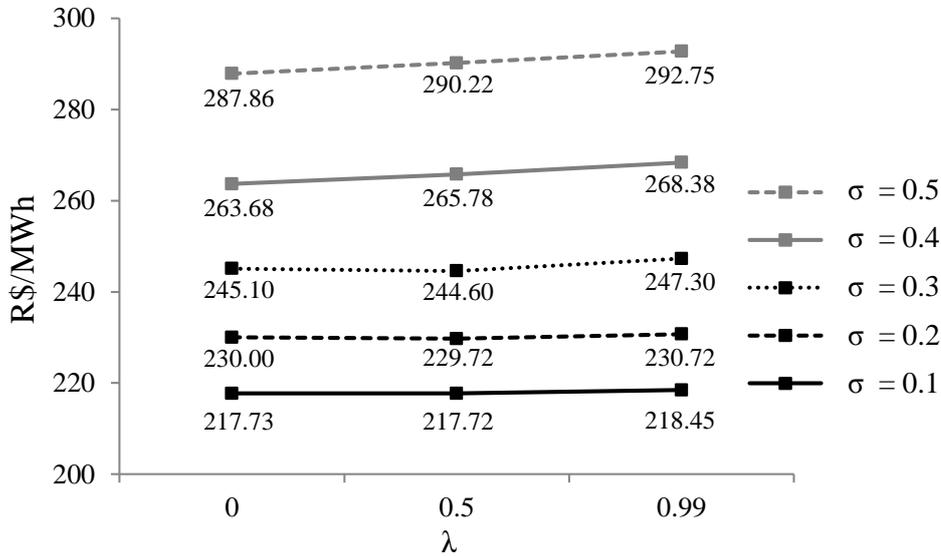


Figura 5.10: Valores críticos (eixo y) para diferentes valores de σ e λ (eixo x), considerando $K_\tau = 2$.

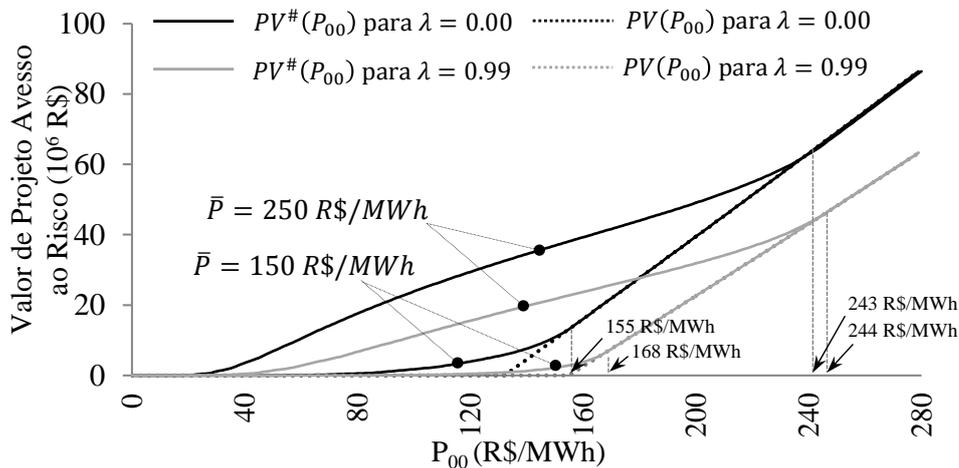


Figura 5.11: Valores do *Framework* para diferentes valores de \bar{P} (150 e 250) e λ (0,00 e 0,99), considerando $K_\tau = 2$.

6

Conclusão

Este trabalho propõe um *framework* que utiliza a teoria de opções para fornecer a política ótima, dinâmica e avessa ao risco de investimento para carteiras renováveis de energia, que operam no mercado brasileiro. O modelo apresentado parte de premissas com relação aos tipos de contratos bilaterais de longo prazo estabelecidos entre as partes, mostrados na seção 2.4, com impacto direto nas equações o compõem. As metodologias propostas nesta tese são extensão de outros trabalhos [58][57][120]. Entretanto, aqui foram inseridos recursos que permitem analisar a decisão de investimento dinamicamente no tempo e considerando, simultaneamente, três classes de incerteza: o preço *spot*, o preço do contrato de longo-prazo e o perfil de geração das usinas. Outro resultado importante mostrado é a quantificação do prêmio para investimento em projetos complementares usando o arcabouço proposto.

O *framework* fornece informações importantes para apoiar a decisão de investimento em energia renovável: quanto investir em cada usina, quanto se deve comprometer da garantia física da usina para venda ao cliente, o valor de projeto avesso ao risco (i.e. uma estimativa pessimista do lucro a ser obtido com o projeto de energia) e o melhor momento para investir. Na prática não está sendo oferecido o melhor “momento”, mas o preço de referência para os contratos de longo prazo onde, a partir dele, o comercializador pode investir imediatamente. Assim, este “momento” de investir estará associado ao momento em que se atinge este preço de referência.

A complementariedade entre fontes renováveis é um fenômeno natural que foi explorado nesse trabalho. Foi demonstrado que ao construir uma carteira com fontes dessa natureza é possível aumentar a competitividade da comercializadora de energia, possibilitando aumentar os lucros da empresa ou reduzir os preços para venda no mercado consumidor, quando comparados aos das mesmas fontes sem sinergia. A consequência desse resultado é encontrar nas carteiras de energia um modelo de negócio que incentiva a penetração das fontes renováveis no mercado brasileiro, especialmente se for possível um arranjo com complementariedade.

O *framework* proposto pode ser prontamente utilizado para alavancar o investimento em geração de energia, oriunda de empreendimentos planejados para operar no Ambiente de Contratação Livre do Brasil. Da mesma forma acredita-se ser possível utilizá-los em qualquer outro mercado de energia que permita a contratação bilateral livre. Entretanto, o MCRE precisaria ser adaptado para satisfazer às condições do mercado onde o modelo seria utilizado. Adicionalmente, este *framework*, próprio para tratar com o investimento em carteiras de energia, demonstra o valor dos projetos complementares em geral. Por isso, sugere-se que instituições regulatórias do governo criem mecanismos para permitir que carteiras de energia participem dos leilões de menor preço, mesmo no Ambiente de Contratação Regulada e não somente projetos de uma única fonte. Dessa maneira, seria possível estimular as geradoras a investir em energia renovável com menos riscos e fornecer ao consumidor final energia mais limpa e mais barata.

6.1

Proposta de Trabalhos Futuros

Os trabalhos nesta tese elucidaram a possibilidade de desenvolvimento de outras pesquisas.

6.1.1

Aplicação do *Framework* a Carteiras Não Renováveis

É possível desenvolver modelos semelhantes ao MCRE que se apliquem à contratação de carteiras que incluam termelétricas, além de outras fontes de energia. Com isso, é possível obter novos resultados e novas formas proteger a carteira das flutuações do preço *spot*. Poder agregar o caráter dinâmico do *framework* a um modelo de contratação com essas características trará nova contribuição para o planejamento do investimento em novas fontes de geração.

6.1.2

Formalização da Treliça Binomial de Bastian-Pinto

Ao estudar a treliça binomial não-censurada de Bastian-Pinto, para variáveis estocásticas que se comportam como movimentos de reversão à média, foi possível perceber a necessidade de formalizar os resultados por ela fornecidos. Essa formalização, utilizando o linguagem da teoria de opções, abre espaço para publicar este modelo em periódico da área financeira, o que ainda não ocorreu. Além disso, falta comparar os resultados fornecidos por esse método com outros já conhecidos na literatura da área.

6.1.3

Aprofundar o Conhecimento sobre a Complementariedade Renovável no Brasil

Esta tese mostrou o valor que uma carteira complementar agrega, quando comparado às fontes exploradas individualmente e sem sinergia. Por isso, é natural pensar que seria muito valioso para o Brasil poder conhecer onde poderiam ser posicionados os empreendimentos de geração renovável, de forma a poder lançar mão deste fenômeno. Assim, a proposta é realizar o levantamento do perfil sazonal de produção de diversas fontes (eólica, solar, biomassa, PCH) em diversos pontos do território, de maneira a identificar de maneira cruzada, o local onde construir empreendimentos que possam complementar o perfil sazonal um dos outros. Com isso, estariam sendo explorados perfis complementares que hoje não são conhecidos tendo como consequência o estímulo ainda maior à penetração da energia renovável de outras fontes, no país.

Referências Bibliográficas

- [1] ABOLHOSSEINI, S.; HESHMATI, A. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. The main support mechanisms to finance renewable energy development, journal, v.40, p. 876–885, 2014.
- [2] ARNESANO, M.; CARLUCCI, A. ; LAFORGIA, D. **Energy**. Extension of portfolio theory application to energy planning problem—the italian case, journal, v.39, n.1, p. 112–124, 2012.
- [3] ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.-M. ; HEATH, D. **Mathematical Finance**. Coherent measures of risk, journal, v.9, n.3, p. 203–228, 1999.
- [4] ASHURI, B.; KASHANI, H. **A real options approach to evaluating investments in solar ready buildings**. In: PROCEEDINGS OF CONGRESS ON COMPUTING IN CIVIL ENGINEERING, FLORIDA, 2011.
- [5] AWERBUCH, S. **Mitigation and adaptation strategies for Global Change**. Portfolio-based electricity generation planning: policy implications for renewables and energy security, journal, v.11, n.3, p. 693–710, 2006.
- [6] BARROSO, L.; ROSENBLATT, J.; GUIMARAES, A.; BEZERRA, B. ; PEREIRA, M. **Auctions of contracts and energy call options to ensure supply adequacy in the second stage of the Brazilian power sector reform**. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, p. 1 – 8, 2006.
- [7] BARROSO, L. A.; FLACH, B. ; BEZERRA, B. **Mecanismos de mercado para viabilizar a suficiência e eficiência na expansão da oferta e garantir o suprimento de eletricidade na segunda “Onda” de reformas nos mercados da américa latina**. In: MERCADOS E REGULAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, p. 694. Interciência, Rio de Janeiro, 2012.

- [8] BASTIAN-PINTO, C.; BRANDÃO, L. ; HAHN, W. J. **Energy Economics**. Flexibility as a source of value in the production of alternative fuels: The ethanol case, journal, v.31, n.3, p. 411 – 422, 2009.
- [9] BASTIAN-PINTO, C. L. **Modelagem de Opções Reais com Processo Estocástico de Reversão à Média em Tempo Discreto: Uma Aplicação na Indústria Brasileira de Etanol**. Rio de Janeiro, 2009. PhD - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [10] BASTIAN-PINTO, C. L.; BRANDÃO, L. E. T. ; HAHN, W. J. **A non-censored binomial model for mean reverting stochastic processes**. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON REAL OPTIONS, volume 14, 2010.
- [11] BATISTA, F.; GEBER DE MELO, A.; TEIXEIRA, J. ; BAIDYA, T. **IEEE Transactions on Power Systems**. The carbon market incremental payoff in renewable electricity generation projects in Brazil: A real options approach, journal, v.26, n.3, p. 1241–1251, 2011.
- [12] BATISTA, F. R. S. **Estimação do Valor Incremental do Mercado de Carbono nos Projetos de Fontes Renováveis de Geração de Energia Elétrica no Brasil: uma Abordagem pela Teoria das Opções Reais**. Rio de Janeiro, 2007. D.C. - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [13] BATISTA, F. R. S.; TEIXEIRA, J. P.; BAIDYA, T. K. N. ; MELO, A. C. G. D. **Pesquisa Operacional**. Avaliação dos métodos de grant, vora & weeks e dos mínimos quadrados na determinação do valor incremental do mercado de carbono nos projetos de geração de energia elétrica no brasil, journal, v.31, n.1, p. 135–155, 2011.
- [14] BAZARAA, M. S.; JARVIS, J. J. ; SHERALI, H. D. **Linear programming and network flows**. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, 2010.
- [15] BAZILIAN, M.; ROQUES, F. **Analytical approaches to quantify and value fuel mix diversity**. In: ANALYTICAL METHODS FOR ENERGY DIVERSITY AND SECURITY: PORTFOLIO OPTIMIZATION IN THE ENERGY SECTOR: A TRIBUTE TO THE WORK OF DR. SHIMON AWERBUCH. Elsevier, 2009.
- [16] BEALE, E. M. L. **Journal of the Royal Statistical Society**. On minimizing a convex function subject to linear inequalities, journal, v.17, n.2, p. 173–184, jan 1955.

- [17] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. **Mathematics of Operations Research**. Robust convex optimization, journal, v.23, n.4, p. 769–805, Nov. 1998.
- [18] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. **Operations Research Letters**. Robust solutions of uncertain linear programs, journal, v.25, n.1, p. 1–13, 1999.
- [19] BEN-TAL, A.; NEMIROVSKI, A. **Mathematical Programming**. Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data, journal, v.88, n.3, p. 411–424, Set. 2000.
- [20] BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses: a fascinante história do risco**. Campus, 1997.
- [21] BERTSEKAS, D. P.; BERTSEKAS, D. P.; BERTSEKAS, D. P. ; BERTSEKAS, D. P. **Dynamic programming and optimal control**, volume 1. Athena Scientific Belmont, MA, 1995.
- [22] BERTSIMAS, D.; SIM, M. **Operations Research**. The price of robustness, journal, v.52, n.1, p. 35–53, Jan. 2004.
- [23] BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. N. **Introduction to linear optimization**. Belmont, Mass.: Athena Scientific, 1997.
- [24] BIG-ANEEL. **Banco de informações de geração**, Jul 2013.
- [25] BIONDI, T.; MORETTO, M. **Energy**. Solar grid parity dynamics in italy: A real option approach, journal, v.80, p. 293–302, 2015.
- [26] BIRGE, J. R.; LOUVEAUX, F. **Introduction to Stochastic Programming**. Springer Series on Operations Research. Springer, 1997.
- [27] BLACK, F.; SCHOLES, M. **Journal of Political Economy**. The pricing of options and corporate liabilities, journal, v.81, n.3, p. 637–654, 1973.
- [28] BOCKMAN, T.; FLETEN, S.-E.; JULIUSSEN, E.; LANGHAMMER, H. J. ; REVDAL, I. **European Journal of Operational Research**. Investment timing and optimal capacity choice for small hydropower projects, journal, v.190, n.1, p. 255 – 267, 2008.
- [29] BOOMSMA, T. K.; MEADE, N. ; FLETEN, S.-E. **European Journal of Operational Research**. Renewable energy investments under different

- support schemes: A real options approach, journal, v.220, n.1, p. 225 – 237, 2012.
- [30] BOTTERUD, A.; KORPÅS, M. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**. A stochastic dynamic model for optimal timing of investments in new generation capacity in restructured power systems, journal, v.29, n.2, p. 163–174, 2007.
- [31] BOTTERUD, A.; ILIC, M. D. ; WANGENSTEEN, I. **IEEE Transactions on Power Systems**. Optimal investments in power generation under centralized and decentralized decision making, journal, v.20, n.1, p. 254–263, Fev. 2005.
- [32] BOYLE, P. P.; EVNINE, J. ; GIBBS, S. **Review of Financial Studies**. Numerical evaluation of multivariate contingent claims, journal, v.2, n.2, p. 241–250, 1989.
- [33] BRANDIMARTE, P. **Numerical Methods in Finance and Economics: A MATLAB-Based Introduction**. 2. ed., Wiley-Interscience, Out. 2006.
- [34] BROADIE, M.; DETEMPLE, J. B. **Management Science**. Option pricing: Valuation models and applications, journal, v.50, n.9, p. 1145–1177, 2004. ArticleType: research-article / Full publication date: Sep., 2004 / Copyright © 2004 INFORMS.
- [35] CCEE. **Regras de comercialização: Contratos**, 2013.
- [36] CESEÑA, E. A. M.; MUTALE, J. ; RIVAS-DÁVALOS, F. **Renewable and Sustainable Energy Review**. Real options theory applied to electricity generation projects: A review, journal, v.19, n.0, p. 573 – 581, 2013.
- [37] CHENG, H.; HOU, Y. ; WU, F. **Wind power investment in thermal system and emissions reduction**. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2010 IEEE, p. 1–8. IEEE, 2010.
- [38] COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Opções Reais: um Novo Paradigma para Reinventar a Avaliação de Investimentos**. Editora Campus, 2001.
- [39] COX, J. C.; INGERSOLL, J. E. ; ROSS, S. A. **Econometrica**. An intertemporal general equilibrium model of asset prices, journal, v.53, n.2, p. 363–384, Mar. 1985.

- [40] COX, J. C.; ROSS, S. A. ; RUBINSTEIN, M. **Journal of Financial Economics**. Option pricing: A simplified approach, journal, v.7, n.3, p. 229–263, 1979.
- [41] DALBEM, M. C. **Análise de Investimento em Energia Eólica no Brasil**. Rio de Janeiro, 2010. PhD - Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [42] DANTZIG, G. B. **Management Science**. Linear programming under uncertainty, journal, v.1, n.3-4, p. 197–206, Abr. 1955.
- [43] DANTZIG, G. B. **Linear programming and extensions**. Princeton, N.J. [u.a.]: Princeton Univ. Press, 1998.
- [44] DANTZIG, G. B. **Operations Research**. Linear programming, journal, v.50, n.1, p. 42–47, Jan. 2002.
- [45] DENG, J. **Dynamic Decision Making Under Uncertainty in Renewable Energy Portfolio Management and Inventory Management**. Missouri, 2012. PhD - Missouri University of Science and Technology.
- [46] DENG, SHI-JIE; JOHNSON, BLAKE ; SOGOMONIAN, A. **Decision Support Systems**. Exotic electricity options and the valuation of electricity generation and transmission assets, journal, v.30, n.3, p. 383–392, Jan. 2001.
- [47] DIAS, M. A. G. **Stochastic processes with focus in petroleum applications**, 2008.
- [48] DIAS, M. A. G. **Calculating real option values**. In: WILEY ENCYCLOPEDIA OF OPERATIONS RESEARCH AND MANAGEMENT SCIENCE. John Wiley & Sons, 2010.
- [49] DIAS, M. A. G. **Análise de Investimentos com Opções Reais, Volume 1: Conceitos Básicos e Opções Reais em Tempo Discreto**. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 2015.
- [50] DIXIT, R. K.; PINDYCK, R. S. **Investment under Uncertainty**. Princeton University Press, 1994.
- [51] DNPE. **Projeto RESEB-COM: sumário executivo com sugestões**, 2001.

- [52] DOS SANTOS, T. N.; DINIZ, A. L. **IEEE Transactions on Power Systems**. A new multiperiod stage definition for the multistage benders decomposition approach applied to hydrothermal scheduling, journal, v.24, n.3, p. 1383–1392, 2009.
- [53] DUTRA, R. M.; SZKLO, A. S. **Renewable Energy**. Incentive policies for promoting wind power production in Brazil: Scenarios for the alternative energy sources incentive program (PROINFA) under the new Brazilian electric power sector regulation, journal, v.33, n.1, p. 65 – 76, 2008.
- [54] EL-GHAOUI, L.; LEBRET, H. **SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications**. Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices, journal, v.18, n.4, p. 1035–1064, 1997.
- [55] EL-GHAOUI, L.; OUSTRY, F. ; LEBRET, H. **SIAM Journal on Optimization**. Robust solutions to uncertain semidefinite programs, journal, v.9, n.1, p. 33–52, jan 1998.
- [56] FANZERES, B.; STREET, A. **Cálculo da curva de disposição a contratar de geradores hidrelétricos: Uma abordagem robusta ao preço de curto-prazo**. In: XXI SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA (SNPTE), p. 1–8, Florianópolis - SC, 2011.
- [57] FANZERES, B.; STREET, A. ; BARROSO, L. **Contracting strategies for generation companies with ambiguity aversion on spot price distribution**. In: THE 18TH POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE (PSCC'14), p. 1 – 8, 2014.
- [58] FANZERES, B.; STREET, A. ; BARROSO, L. **IEEE Transactions on Power Systems**. Contracting strategies for renewable generators: a hybrid stochastic and robust optimization approach, journal, v.4, n.30, p. 1825–1837, 2015.
- [59] FERNANDES, B.; CUNHA, J. ; FERREIRA, P. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. The use of real options approach in energy sector investments, journal, v.15, n.9, p. 4491–4497, 2011.
- [60] FERTIG, E.; HEGGEDAL, A. M.; DOORMAN, G. ; APT, J. **Energy Systems**. Optimal investment timing and capacity choice for pumped hydropower storage, journal, v.5, n.2, p. 285–306, 2014.

- [61] FLETEN, S. E.; LEMMING, J. **Energy Economics**. Constructing forward price curves in electricity markets, journal, v.25, n.5, p. 409–424, 2003.
- [62] FLETEN, S.-E.; MARIBU, K. M. ; WANGENSTEEN, I. **Energy**. Optimal investment strategies in decentralized renewable power generation under uncertainty, journal, v.32, n.5, p. 803–815, 2007.
- [63] FLETEN, S.-E.; NÄSÄKKÄLÄ, E. **Energy Economics**. Gas-fired power plants: Investment timing, operating flexibility and CO_2 capture, journal, v.32, n.4, p. 805 – 816, 2010.
- [64] FORTIN, I.; FUSS, S.; HLOUSKOVA, J.; KHABAROV, N.; OBERSTEINER, M. ; SZOLGAYOVÁ, J. **The Journal of Energy Markets**. An integrated cvar and real options approach to investments in the energy sector, journal, v.1, n.2, p. 61 – 85, 2008.
- [65] FREIRE, L.; STREET, A.; LIMA, D. A. ; BARROSO, L. **IEEE Transactions on Power Systems**. A hybrid MILP and Benders decomposition approach to find the nucleolus quota allocation for a renewable energy portfolio, journal, (accepted for publication).
- [66] FUSS, S.; SZOLGAYOVÁ, J.; KHABAROV, N. ; OBERSTEINER, M. **Energy Policy**. Renewables and climate change mitigation: Irreversible energy investment under uncertainty and portfolio effects, journal, v.40, p. 59 – 68, 2012.
- [67] GEMAN, H. **Commodities and Commodity Derivatives: Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy**. 1. ed., Wiley, Mar. 2005.
- [68] GOMES, L. L.; LUIZ, I. G. **Revista Eletrônica de Administração**. Valor adicionado aos consumidores livres de energia elétrica no Brasil por contratos flexíveis: uma abordagem pela teoria das opções, journal, v.15, n.63, 2009.
- [69] GRANT, D.; VORA, G. ; WEEKS, D. E. **The Journal of Financial Engineering**. Simulation and the early-exercise option problem, journal, v.5, n.3, p. 211–227, 1996.
- [70] HACH, D.; SPINLER, S. **Energy Economics**. Capacity payment impact on gas-fired generation investments under rising renewable feed-in—a real options analysis, journal, 2014 (aceito para publicação).

- [71] HAHN, W. J.; DYER, J. S. **European Journal of Operational Research**. Discrete time modeling of mean-reverting stochastic processes for real option valuation, journal, v.184, n.2, p. 534–548, Jan. 2008.
- [72] HARRISON, J.; KREPS, D. M. **Journal of Economic Theory**. Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets, journal, v.20, n.3, p. 381–408, Jun 1979.
- [73] HARRISON, J.; PLISKA, S. R. **Stochastic Processes and their Applications**. Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading, journal, v.11, n.3, p. 215–260, 1981.
- [74] HULL, J. **Options, Futures and Other Derivatives, 5th Edition**. Prentice Hall PTR, 2003.
- [75] IPEA. **Banco de dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - disponível na internet**, Mar. 2014.
- [76] JARAMILLO, O. A.; BORJA, M. A. ; HUACUZ, J. M. **Renewable Energy**. Using hydropower to complement wind energy: a hybrid system to provide firm power, journal, v.29, n.11, p. 1887 – 1909, 2004.
- [77] KELMAN, J. **Relatório da comissão de análise do sistema hidrotérmico de energia elétrica**, 2001.
- [78] KJAERLAND, F.; LARSEN, B. **Journal of Applied Operational Research**. The value of operational flexibility by adding thermal to hydropower: a real option approach, journal, v.2, n.1, p. 43–61, 2010.
- [79] KULATILAKA, N. **The value of flexibility: A general model of real options**. In: REAL OPTIONS IN CAPITAL INVESTMENT: MODELS, STRATEGIES AND APPLICATIONS, p. 89–107. Praeger, 1995.
- [80] KUMAR, D.; MOHANTA, D. ; REDDY, M. J. B. **Frontiers in Energy**. Intelligent optimization of renewable resource mixes incorporating the effect of fuel risk, fuel cost and co2 emission, journal, v.9, n.1, p. 91–105, 2015.
- [81] LEITE, A. D. **A Energia do Brasil**. 2^a edição. ed., Rio de Janeiro: Editora Campus, 2007.
- [82] LIU, G.; WEN, F. ; MACGILL, I. **European Transactions on Electrical Power**. Optimal timing for generation investment with uncertain emission mitigation policy, journal, v.21, n.1, p. 1015–1027, 2011.

- [83] LONGSTAFF, F. A.; SCHWARTZ, E. S. **Review of Financial Studies**. Valuing american options by simulation: A simple least-squares approach, journal, v.14, n.1, p. 113–147, 2001.
- [84] LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. New York: Springer, 2010.
- [85] LUKAS, E.; WELLING, A. **European Journal of Operational Research**. Timing and eco (nomic) efficiency of climate-friendly investments in supply chains, journal, v.233, n.2, p. 448–457, 2014.
- [86] LUZ, C.; GOMES, L. L. ; BRANDÃO, L. **Revista Brasileira de Gestão de Negócios**. Análise da dinâmica do mercado a termo de energia elétrica no Brasil, journal, v.14, n.44, p. 314–334, 2012.
- [87] MARRECO, J.; CARPIO, L. **Energy Policy**. Flexibility valuation in the Brazilian power system: A real options approach, journal, v.34, n.18, p. 3749 – 3756, 2006.
- [88] MARTÍNEZ-CESEÑA, E.; DÁVALOS, F. **IEEE Latin America Transactions**. Evaluation of investments in eletricity infrastructure using real options and multiobjective formulation, journal, v.9, p. 767 – 773, 2011.
- [89] MARTÍNEZ-CESEÑA, E.; MUTALE, J. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. Application of an advanced real options approach for renewable energy generation projects planning, journal, v.15, n.4, p. 2087–2094, 2011.
- [90] MAXIMO, R. **Brasil Energia**. Os preços mais baixos do mundo, journal, v.31, p. 138, Jul 2012.
- [91] MCDONALD, R.; SIEGEL, D. **The Quartely Journal of Economics**. The value of waiting to invest, journal, v.101, n.4, p. 707–728, 1986.
- [92] MEJÍA-GIRALDO, D.; MCCALLEY, J. **IEEE Transactions on Power Systems**. Adjustable decisions for reducing the price of robustness of capacity expansion planning, journal, v.29, n.4, p. 1573–1582, 2014.
- [93] MEJIA-GIRALDO, D.; MCCALLEY, J. D. **Power Systems, IEEE Transactions on**. Maximizing future flexibility in electric generation portfolios, journal, v.29, n.1, p. 279–288, 2014.
- [94] MELLO, F. C.; CABRAL, B. ; MELLO, Z. M. C. **Criação do plano nacional de desestatização**, Abr. 1990.

- [95] MELO, E. **Brasil Energia**. Inserção e perspectiva futura da energia eólica, journal, v.31, p. 138, Jul 2012.
- [96] MERTON, R. C. **Journal of Economic Theory**. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model, journal, v.3, n.4, p. 373–413, 1971.
- [97] MERTON, R. C. **The Bell Journal of Economics and Management Science**. Theory of rational option pricing, journal, v.4, n.1, p. 141–183, 1973. ArticleType: research-article / Full publication date: Spring, 1973 / Copyright © 1973 RAND Corporation.
- [98] MOREIRA, A.; ROCHA, K. ; DAVID, P. **Energy Policy**. Thermopower generation investment in Brazil: economic conditions, journal, v.32, n.1, p. 91–100, Jan. 2004.
- [99] MOURA, P. S.; ALMEIDA, A. T. D. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. Multi-objective optimization of a mixed renewable system with demand-side management, journal, v.14, n.5, p. 1461 – 1468, 2010.
- [100] MUÑOZ, J. I.; CONTRERAS, J.; CAAMAÑO, J. ; CORREIA, P. F. **Annals of Operations Research**. A decision-making tool for project investments based on real options: the case of wind power generation, journal, v.186, n.1, p. 465–490, Jun 2011.
- [101] MUÑOZ, J. I.; DE LA NIETA, A. A. S.; CONTRERAS, J. ; BERNAL-AGUSTÍN, J. L. **Energy Policy**. Optimal investment portfolio in renewable energy: The spanish case, journal, v.37, n.12, p. 5273–5284, 2009.
- [102] MYERS, S. **Journal of Financial Economics**. Determinants of corporate borrowing, journal, v.5, n.2, p. 147–175, 1977.
- [103] NÄSÄKKÄLÄ, E.; FLETEN, S.-E. **Review of Financial Economics**. Flexibility and technology choice in gas fired power plant investments, journal, v.14, n.3, p. 371–393, 2005.
- [104] NEVES, E.; PAZZINI, L. H. A. **Fundamentos da comercialização de energia elétrica no Brasil**. In: MERCADOS E REGULAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, p. 694. Interciência, Rio de Janeiro, 2012.

- [105] PASSOS, A. C.; STREET, A.; FANZERES, B. ; BRUNO, S. **A novel framework to define the premium for investment in complementary renewable projects**. In: THE 18TH POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE (PSCC'14), 2014.
- [106] PEREIRA, M.; BARROSO, L.-A. ; ROSENBLATT, J. **Supply adequacy in the Brazilian power market**. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2004, p. 1016–1021, 2004.
- [107] PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. **Mathematical Programming**. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning, journal, v.52, n.1-3, p. 359–375, Mai 1991.
- [108] RENDLEMAN, R. J.; BARTTER, B. J. Two-state option pricing, journal, v.34, n.5, p. 1093–1110, 1979.
- [109] ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. **Journal of Risk**. Optimization of conditional value-at-risk, journal, v.2, n.3, p. 21–41, 2000.
- [110] SCHWARTZ, E. S. **The Journal of Finance**. The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging, journal, v.52, n.3, p. 923—973, 1997.
- [111] SHAPIRO, A.; DENTCHEVA, D. ; RUSZCZYŃSKI, A. **Lectures on stochastic programming: modeling and theory**, volume 16. SIAM, 2014.
- [112] SHREVE, S. **Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model**. 2004. ed., Springer, Jun 2004.
- [113] SILVA, A. L. R. **Comportamento do Grande Consumidor de Energia Elétrica**. 1st. ed., São Paulo: Instituto Geodireito, 2011.
- [114] SILVA, E. L. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. Porto Alegre: Sagra Luzzato, Ago. 2001.
- [115] SOARES, E. **Brasil Energia**. Financiamento estruturado (entrevista com diretor do BNDES, Antônio Tovar), journal, v.32, p. 12–15, 2013.
- [116] SOARES, E. **Brasil Energia**. A reinvenção do mercado livre, journal, v.32, p. 18–22, Mar. 2013.

- [117] SOUSA, J.; MARTINS, A. **Optimal renewable generation mix of hydro, wind and photovoltaic for integration into the portuguese power system.** In: EUROPEAN ENERGY MARKET (EEM), 2013 10TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE, p. 1–6, May 2013.
- [118] SOYSTER, A. L. **Operations Research.** Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming, journal, v.21, n.5, p. 1154–1157, Set. 1973.
- [119] STREET, A. **Theory and Decision.** On the conditional value-at-risk probability-dependent utility function, journal, v.68, n.1-2, p. 49–68, Fev. 2010.
- [120] STREET, A.; BARROSO, L.; FLACH, B.; PEREIRA, M. ; GRANVILLE, S. **IEEE Transactions on Power Systems.** Risk constrained portfolio selection of renewable sources in hydrothermal electricity markets, journal, v.24, n.3, p. 1136–1144, 2009.
- [121] STREET, A.; BARROSO, L.; GRANVILLE, S. ; PEREIRA, M. **Bidding strategy under uncertainty for risk-averse generator companies in a long-term forward contract auction.** In: IEEE POWER ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2009. PES '09, p. 1–8, 2009.
- [122] STREET, A.; LIMA, D.; VEIGA, A.; FANZERES, B.; FREIRE, L. ; AMARAL, B. **Fostering wind power penetration into the Brazilian forward-contract market.** In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, p. 1–8, 2012.
- [123] SU, J.; WU, F. **Risk assessment of generation investment.** In: THE 15TH POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE (PSCC'05), volume 1, p. 1–6, 2005.
- [124] SZOLGAYOVÁ, J.; FUSS, S.; KHABAROV, N. ; OBERSTEINER, M. **European Transactions on Electrical Power.** A dynamic CVaR-portfolio approach using real options: an application to energy investments, journal, v.21, p. 61 – 85, 2011.
- [125] TAKASHIMA, R.; NAITO, Y.; KIMURA, H. ; MADARAME, H. **Journal of nuclear science and technology.** Decommissioning and equipment replacement of nuclear power plants under uncertainty, journal, v.44, n.11, p. 1347–1355, 2007.

- [126] TOLMASQUIM, M. T. **Novo Modelo do Setor Elétrico Brasileiro**. Rio de Janeiro: Synergia, 2011.
- [127] TOURINHO, O. **The Valuation of Reserves of Natural Resources: an Option Pricing Approach**. Berkeley, 1979. PhD - University of California.
- [128] TSENG, CHUNG-LI; BARZ, GRAYDON. **Operations Research**. Short-term generation asset valuation: A real options approach, journal, v.50, p. 297–310, 2002.
- [129] UHLENBECK, G. E.; ORNSTEIN, L. S. **Physical Review**. On the theory of the brownian motion, journal, v.36, n.5, p. 823–841, 1930.
- [130] VASICEK, O. **Journal of Financial Economics**. An equilibrium characterization of the term structure, journal, v.5, n.2, p. 177–188, Nov. 1977.
- [131] VENETSANOS, K.; ANGELOPOULOU, P. ; TSOUTSOS, T. **Energy Policy**. Renewable energy sources project appraisal under uncertainty: the case of wind energy exploitation within a changing energy market environment, journal, v.30, n.4, p. 293–307, 2002.
- [132] WACHSMANN, U.; TOLMASQUIM, M. T. **Renewable Energy**. Wind power in Brazil: Transition using German experience, journal, v.28, n.7, p. 1029 – 1038, 2003.
- [133] WIDÉN, J. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**. Correlations between large-scale solar and wind power in a future scenario for sweden, journal, v.2, n.2, p. 177–184, April 2011.
- [134] WIDÉN, J.; CARPMAN, N.; CASTELLUCCI, V.; LINGFORS, D.; OLAUSON, J.; REMOUIT, F.; BERGKVIST, M.; GRABBE, M. ; WATERS, R. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**. Variability assessment and forecasting for renewables: A review for solar, wind, wave and tidal resources, journal, v.44, p. 356–375, 2015.
- [135] ZENG, Y.; KLABJAN, D. ; ARINEZ, J. **Energy Economics**. Distributed solar renewable generation: Option contracts with renewable energy credit uncertainty, journal, v.48, p. 495–305, 2015.
- [136] ZENG, Z.; NASRI, E.; CHINI, A.; RIES, R. ; XU, J. **Renewable Energy**. A multiple objective decision making model for energy generation

portfolio under fuzzy uncertainty: Case study of large scale investor-owned utilities in florida, journal, v.75, p. 224–242, 2015.

- [137] ZHANG, X.; WANG, X. ; CHEN, H. **Energy uncertainty risk management of hydropower generators**. In: TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXHIBITION: ASIA AND PACIFIC, CHINA, 2005.

A Nomenclatura

A. Funções

$VP_t(\cdot)$	Valor de projeto avesso ao risco para o período t .
$VP_t^\#(\cdot)$	Valor do <i>Framework</i> (opção) avesso ao risco, para o período t .
$\Omega_{\tau,s}(\cdot)$	Receita líquida para o pior caso, devido à liquidação de energia no mercado <i>spot</i> no ano τ e cenário s .
x	Função (do tempo) logaritmo do preço no processo estocástico de Ornstein-Uhlenbeck.
dz	Processo estocástico de Wiener padrão

B. Conjuntos e índices

H^{INV}	Conjunto de meses no qual o investimento é permitido e para o qual existem cenários da treliça de preços disponíveis (pertence à escala de tempo da treliça). Índice t é usado para representar os meses.
H_τ	Conjunto de meses dentro do ano τ (pertence à escala de tempo do MCRE). Índice t' é usado para representar meses na escala do MCRE.
S	Conjunto de cenários. Índice s é usado para representar os cenários.
T^{CON}	Conjunto de anos do conjunto de contratos (pertence à escala de tempo do MCRE). Índice τ é usado para representar anos.
T^{LC}	Conjunto de anos do ciclo de vida da carteira de usinas renováveis (pertence à escala de tempo do MCRE). Considera o tempo de construção mais o horizonte de contratos. Índice τ é usado para representar anos.
U	Conjunto de usinas.

C. Constantes

α	Nível de confiança do <i>CVaR</i> . Parâmetro de aversão ao risco.
B	Orçamento para investimento (R\$).
D	Demanda do consumidor (MW).
$G_{i,t'}$	Gastos fixos da usina i , no mês t' (R\$).
GF_i	Garantia Física para a usina i (MWhéd). É emitido um certificado pela entidade reguladora para cada usina e representa a quantidade máxima que cada usina i pode vender através de contratos. Para usinas renováveis este certificado reflete a capacidade de geração firme de longo prazo e é baseada em um quantil pessimista da geração histórica.
$G_{i,t',s}$	Energia produzida pela usina i , no mês t' , e cenário s .
$h_{t'}$	Número de horas do mês t' .
J	Taxa de desconto ajustada ao risco.
K_τ	Nível de estresse usado para a análise de pior caso do modelo robusto. Número de meses no ano τ onde o preço <i>spot</i> se desvia da referência.
p_s	Probabilidade do cenário s .
\bar{P}	Média para a qual reverte o preço de longo prazo.
P_{ud}	Representação dos cenários de preço (para o contrato de venda de energia) na treliça de reversão à média. Os valores u e d representam movimento para cima (<i>up</i>) e para baixo (<i>down</i>) na treliça, respectivamente. Assim, $u + d + 1$ é o mês de um determinado cenário de preço, expresso no <i>Framework</i> pelo par ud .
r	Taxa de desconto livre de risco.
λ	Peso para o <i>CVaR</i> (explicado pela equação 3-14) na função objetivo do MCRE (equação 3-22). Parâmetro de aversão ao risco.
$\Delta\hat{\pi}_t$	Componente sazonal do preço <i>spot</i> no modelo robusto, no mês t .
Δt	Discretização do tempo na escala dos <i>Frameworks</i> .
η	Velocidade de reversão à média.
σ	Volatilidade (desvio-padrão) do processo estocástico.
$\bar{\pi}, \underline{\pi}$	Límite superior e inferior para o preço <i>spot</i> , respectivamente.
ν	Número de anos entre a data em que o contrato bilateral de venda de energia é assinado e o início do fornecimento.

D. Variáveis de Decisão

$R_{\tau,s}^{pc}$	Lucro anual para o pior caso (<i>pc</i>) da parcela de liquidação de diferenças, $\Omega_{\tau,s}(\cdot)$, para o ano τ e um dado cenário s .
$v_{t',s}^+, v_{t',s}^-$	Variáveis auxiliares que ajudam a construir os cenários de preço <i>spot</i> robustos e endógenos ao modelo.
x^{venda}	Percentual da carteira que pode ser vendido pela empresa de geração de energia.
x_i^{compra}	Percentual de GF_i que é comprado da usina i .
z_{τ}	Valor em risco (<i>value-at-risk</i> , VaR) para um dado ano τ .
$\delta_{\tau,s}$	Variável auxiliar para o cálculo do $CVaR(R_{\tau,s}^{pc})$.
$\pi_{t',s}$	Valor do preço <i>spot</i> para o mês t' e cenário s .
$\mu_{t',s}$	Variável dual associada à restrição 3-31.
$\beta_{\tau,s}$	Variável dual associada à restrição 3-32.
$\eta_{t',s}$	Variável dual associada à restrição 3-33.
$\rho_{t',s}$	Variável dual associada à restrição 3-34.