



**Jorge Luis Cárdenas Guillén**

**Modelagem Elasto-plástica da Liquefação Dinâmica  
de Solos**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para  
obtenção do título de Doutor pelo Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.  
Área de Concentração: Geotecnia.

Orientador: Celso Romanel

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2008



**Jorge Luis Cárdenas Guillén**

## **Modelagem Elasto-plástica da Liquefação Dinâmica de Solos**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Celso Romanel**

Presidente / Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Raul Rosas e Silva**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. Paulo Batista Gonçalves**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Prof. João Luis Pascal Roehl**

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

**Profa. Christianne de Lyra Nogueira**

Universidade Federal de Ouro Preto

**Prof. Francisco Cláudio Pereira de Barros**

Comissão Nacional de Energia Nuclear - CNEN

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, Dezembro de 2008

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Jorge Luis Cárdenas Guillén**

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidad Nacional de Ingeniería (UNI-Perú) em 1997. Atuou em engenharia geotécnica no Centro de Investigações Sísmicas e Mitigação de Desastres (CISMID-UNI). Em 2002 ingressou no curso de Mestrado e, em 2004, prosseguiu no curso de Doutorado em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, na área de Geotecnia, onde vem desenvolvendo investigações na linha de pesquisa em Geomecânica Computacional.

#### Ficha Catalográfica

Cárdenas Guillén, Jorge Luis

Modelagem elasto-plástica da liquefação dinâmica de solos / Jorge Luis Cárdenas Guillén ; orientador: Celso Romanel. – 2008.

246 f. :il. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia Civil)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

Incluí bibliografía

1. Engenharia civil – Teses. 2. Método dos elementos finitos. 3. Plasticidade generalizada. 4. Liquefação dinâmica. 5. Dinâmica de solos. I. Romanel, Celso. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

A minha mãe *Maura*.

## Agradecimentos

Não poderia começar estes agradecimentos sem expressar minha profunda e sincera gratidão ao Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, pelos recursos fornecidos para a realização da presente tese, e a este grande Brasil, pela oportunidade de ter aqui vivido e conseguido realizar uma grande aspiração pessoal. Desejo também agradecer a todas as pessoas que contribuíram, de uma ou outra maneira, com o desenvolvimento deste trabalho, em particular a:

ao professor e orientador Celso Romanel, pela orientação e amizade. Os seus ensinamentos, sugestões e correção do manuscrito final tornaram possível a apresentação da tese na presente forma;

a meus pais Maura e Maximo (*Don Max*), pelo imenso amor recebido;

a minhas irmãs Alicia Cristina (*negra Lí*), Corina (*Vicky*) e Blanca Pilar (*Pili*), pelo apoio em todo momento;

a meu irmaozinho Luis Angel (*in memoriam*), pela luz eterna;

a Hilda, pelo amor e apoio contínuo durante a tese;

ao professor e colega de trabalho Mitsuo Tsutsumi, da Universidade Federal de Juiz de Fora, pela amizade, confiança e respeito;

a David Luna, do Laboratório de Geotecnia da Universidad Nacional de Ingeniería no Perú, pelo apoio e amizade;

a Mery Cecilia, Flavio Silva, Marcos Ramidan, Fanny e Sandra Milagros, pela confiança e apoio recebido;

a meus colegas da PUC-Rio, pela amizade, convivência e apoio nestes anos de estudo;

a Rita, pela auxílio em todos os momentos de necessidade;

aos professores do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, pelos excelentes conhecimentos transmitidos durante o curso de Doutorado;

a CNPq pelo apoio financeiro;

muito obrigado a todos.

## Resumo

Guillén, Jorge Cárdenas; Romanel, Celso. **Modelagem elasto-plástica da liquefação dinâmica de solos**. Rio de Janeiro, 2008. 246p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Mudanças das propriedades dos solos devido à ação de carregamentos dinâmicos são responsáveis por danos significativos em geo-estruturas, tais como: barragens, estruturas de contenção, fundações, taludes, etc. A ocorrência do *fenômeno da liquefação*, em materiais suscetíveis como areias fofas saturadas, representa um tipo de resposta desastrosa de solos. O termo *liquefação* tem sido empregado para descrever uma variedade de fenômenos no qual tem em comum o desenvolvimento de altas poropressões em materiais saturados sem coesão devido a carregamentos monotônicos, transientes ou cíclicos. A previsão da liquefação depende de uma adequada análise do comportamento não-drenado do material, em termos do incremento de poropressões e da perda da rigidez da mistura sólido-fluido, durante e após o período de movimento. O estabelecimento das equações governantes é essencial para elaboração de um modelo matemático realista para descrever o comportamento físico deste fenômeno. As equações a serem consideradas são: equação de movimento da fase sólida, a equação do movimento da mistura sólido-fluido, a equação de continuidade da fase fluida, as equações de acoplamento das fases e as equações constitutivas desses materiais. Nesta tese a resposta dinâmica do solo foi investigada numericamente mediante a técnica dos elementos finitos. A discretização espacial das equações governantes foi feita através do método de Galerkin e a discretização temporal pelo método de Newmark Generalizado. Um modelo constitutivo elasto-plástico foi considerado para descrever o comportamento mecânico da fase sólida, desenvolvido a partir de conceitos da generalização da teoria da plasticidade, que apresenta algumas vantagens em relação aos outros modelos baseados na teoria da plasticidade clássica. A implementação computacional foi escrito em Fortran 90. Exemplos numéricos analisados nesta tese comprovam tanto a eficiência do modelo constitutivo na predição do comportamento do solo sobre liquefação como a confiabilidade do programa computacional elaborado nesta pesquisa, em termos

da rapidez de processamento e da boa precisão dos resultados, quando comparados com soluções analíticas e outros valores numéricos obtidos por vários autores e diferentes modelos constitutivos.

### **Palavras-chave**

Método dos elementos finitos, plasticidade generalizada, liquefação dinâmica, dinâmica de solos.



## Abstract

Guillén, Jorge Cárdenas; Romanel, Celso (Advisor). **Elasto-Plasticity Modelling of Soil Liquefaction**. Rio de Janeiro, 2008. 246p . DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Changes in soil properties due to the action of dynamic loads are responsible for significant damage of geo-structures such as dams, retaining structures, building foundations, slopes, etc. The occurrence of *liquefaction phenomena* in susceptible materials, such as loose sand saturated, represents a type of disastrous response of soil. The term *liquefaction* has been used to refer to a group of phenomena which have in common the development of high pore pressures in saturated cohesionless material due to monotonic, transient, or cyclic loads. The prediction of soil liquefaction depends of an adequate analysis of the behavior of undrained materials, in terms of increase of pore water pressure and weakening of the solid-fluid mixture, during and after the periodic motion. The establishment of the governing equations is essential to provide a realistic mathematical model to describe the physical behavior of this phenomenon. The system of equations to be considered are: the equilibrium equation of the solid phase, the equilibrium equation of the solid-fluid mixture, the conservation mass of the fluid phase, the coupling equation of phases, and the constitutive equations of materials. In this thesis the soil dynamic response was numerically investigated by the finite element method. To obtain the spatial discretization of the governing equation, the Galerkin method was used. The discretization in time was the Generalized Newmark method. An elastic-plastic constitutive model was used to describe the mechanical behavior of the solid phase. This model was developed in the framework of the generalized theory of plasticity, which has some advantages when compared with other models based on the classical plasticity theory. The computational implementation was written in Fortran 90. Numerical examples considered in this thesis demonstrate the efficiency of the constitutive model to simulated the predicted behavior of soil under liquefaction as well as the reliability of the software developed in this research, in terms of computational effort and good accuracy of the results, when

compared with some analytical solutions and other numerical values obtained by various authors and different constitutive models.

## **Keywords**

Finite element method, generalized plasticity, dynamic liquefaction, soil dynamic.

# Sumário

<b>1 Introdução</b>	<b>38</b>
1.1 Aspectos gerais	38
1.2 Motivação e objetivo	44
1.3 Organização da tese	46
1.4 Notação utilizada	47
<b>2 Fundamentos teóricos da liquefação de solos</b>	<b>48</b>
2.1 Aspectos gerais	48
2.2 Fenômeno da liquefação de solos	49
2.2.1 Definição	49
2.2.2 Fluxo por liquefação e mobilidade cíclica	49
2.3 Comportamento dinâmico não-drenado de areias saturadas	53
2.4 Mecanismo de iniciação da liquefação	62
2.5 Suscetibilidade dos materiais à liquefação	66
2.5.1 Critério geológico	66
2.5.2 Critério de composição de material	66
2.5.3 Critérios de estado	69
<b>3 Modelo constitutivo para liquefação de solos</b>	<b>76</b>
3.1 Aspectos gerais	76
3.2 Desenvolvimento histórico dos modelos constitutivos para carregamento cíclico	78
3.3 Teoria da plasticidade generalizada	86
3.3.1 Principais características da teoria da plasticidade clássica	87
3.3.2 Características da teoria da plasticidade generalizada	90
3.3.3 Formulação da matriz constitutiva elasto-plástica	96
3.4 Modelo constitutivo Pastor-Zienkiewicz	97
3.4.1 Formulação geral do modelo no plano triaxial	97
3.4.2 Sumário da formulação do modelo no plano triaxial	109
3.4.3 Formulação do modelo no espaço das tensões principais	113

<b>4 Equações governantes da interação dinâmica sólido-fluido</b>	<b>117</b>
4.1 Introdução	117
4.2 Aspectos gerais	117
4.2.1 Lei de Darcy	121
4.2.2 Princípio das tensões efetivas de Terzaghi	122
4.3 Equações governantes	124
4.3.1 Forma incremental das equações completas de Biot-Zienkiewicz	126
4.3.2 Forma incremental das equações simplificadas de Biot-Zienkiewicz	128
<b>5 Discretização das equações governantes na forma u-p</b>	<b>131</b>
5.1 Discretização espacial	131
5.2 Discretização temporal	147
5.3 Linearização das equações discretas dos sistema sólido-fluido	152
<b>6 Exemplos</b>	<b>157</b>
6.1 Características gerais do programa computacional	157
6.2 Retroanálises de ensaios de laboratório em areias	158
6.2.1 Parâmetros do modelo Pastor-Zienkiewicz	158
6.2.2 Retroanálises de ensaios triaxiais monotônicos em areias	160
6.2.3 Retroanálises de ensaios de cisalhamento cíclico em areias	167
6.3 Exemplo 1 - coluna de solo submetida à excitação cíclica na base	170
6.3.1 Solo seco	170
6.3.2 Solo saturado	173
6.4 Exemplo 2 - Análise dinâmica da barragem de San Fernando, EUA	181
6.5 Exemplo 3 - Resposta dinâmica de um talude de solo submerso	186
<b>7 Conclusões e sugestões</b>	<b>194</b>
7.1 Conclusões	194
7.2 Sugestões para futuras pesquisas	197
<b>8 Referências bibliográficas</b>	<b>198</b>
Anexo A	221
Anexo B	225
Anexo C	232
Apêndices	237

## Lista de figuras

Figura 1.1 - Liquefação do solo de fundação em Niigata, Japão, 1964, causando colapso do conjunto habitacional Kawagishi-cho [Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, USA].	40
Figura 1.2 - Liquefação do solo no terremoto de Good Friday, Alaska, 1964, causando grandes movimentos de massas [Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, USA].	40
Figura 2.1 - Ensaio triaxiais não-drenados em amostra de areia saturada [Castro, G.; Poulos, S.J., 1977].	50
Figura 2.2 - Amostra M1 com $D_r = 0,44$ e $CSR = 0,08$ . Resultados do ensaio de cisalhamento cíclico não-drenado da areia do Rio Fraser. (a) Curva $\sigma'_v : \tau$ . (b) Curva $N_C : \delta p_w / \sigma'_{v0}$ , [Byrne, P.M., 2005].	55
Figura 2.3 - Amostra M2 com $D_r = 0,80$ e $CSR = 0,25$ . Resultados do ensaio de cisalhamento cíclico não-drenado da areia do Rio Fraser. (a) Curva $\sigma'_v : \tau$ . (b) Curva $N_C : \delta p_w / \sigma'_{v0}$ , [Byrne, P.M., 2005].	56
Figura 2.4 - Amostra M3 com $D_r = 0,44$ e $CSR = 0,10$ . Resultados de ensaio de cisalhamento cíclico não-drenado da areia do rio Fraser. (a) Curva $\sigma'_v : \tau$ . (b) Curva $N_C : \delta p_w / \sigma'_{v0}$ , [Byrne, P.M., 2005].	57
Figura 2.5 - Trajetória das tensões típica num ensaio cisalhante cíclico. Plano $\sigma'_v : \tau$ .	58
Figura 2.6 - Linha de transformação de fase (PLT) e linha de estado permanente (SSL) nas amostras M2 (a) e M3 (b).	59
Figura 2.7 - Esquema geral da resposta não-drenada de areias saturadas sob carregamento monotônico e cíclico. (a) Comportamento contrativo. (b) Comportamento dilatante, [Rauch, A.F., 1997].	61
Figura 2.8 - Conceito de iniciação da ruptura do fluxo por liquefação, [Kramer, S.L., 1996].	63
Figura 2.9 - Superfície de iniciação de ruptura do fluxo por liquefação. Plano $p' : q$ , [Kramer, S.L., 1996].	63
Figura 2.10 - Região de suscetibilidade de ocorrência de fluxo por liquefação, [Kramer, S.L., 1996].	65
Figura 2.11 - Região de suscetibilidade de ocorrência de mobilidade	

cíclica, [Kramer, S.L., 1996].	65
Figura 2.12 - Recomendações de Seed, R.B. [Seed, R.B., et al., 2003] considerando a influência dos finos na suscetibilidade da liquefação.	68
Figura 2.13 - Linha de índice de vazio crítico, [Kramer, S.L., 1996].	70
Figura 2.14 - Comportamento típico de areias em ensaios triaxiais não-drenados monotônicos. (a) Plano: $\varepsilon_a : q$ , (b) Plano: $p' : q$ , (c) Plano: $\varepsilon_a : p_w$ , [Kramer, S.L., 1996].	71
Figura 2.15 - Linha de estado permanente em representação tridimensional no espaço $e : \tau : \sigma'$ e nos planos $\tau : e$ , $\tau : \sigma'$ , e $e : \sigma'$ , [Kramer, S.L., 1996].	73
Figura 2.16 - Proporcionalidade entre a linha de estado permanente baseada em (a) resistência não-drenada e (b) tensão de confinamento efetiva (escala logarítmica), [Kramer, S.L., 1996].	73
Figura 2.17 - Estimativa da suscetibilidade de liquefação pela linha de estado permanente, [Kramer, S.L., 1996].	74
Figura 2.18 - Definição do parâmetro de estado $\psi$ [Been, K.; Jefferies, M.G., 1985].	74
Figura 3.1 - Deslizamento ocorrido na barragem de San Fernando, em 1971 (EERC, University of California, Berkeley, USA).	80
Figura 3.2 - Ruptura da barragem San Fernando. (a) Seção transversal da barragem após a ruptura e (b) reconstrução das condições iniciais, [Seed, H.B., 1979].	80
Figura 3.3 - Representação de um ciclo de carregamento num ensaio triaxial cíclico uniaxial.	92
Figura 3.4 - Influência de $\hat{p}'_{g_0}$ na forma da superfície do potencial plástico ( $\alpha = 0,6$ , $M_g = 1,6$ ).	108
Figura 3.5 - Influência de $M_g$ na forma da superfície do potencial plástico ( $\alpha = 0,6$ , $\hat{p}'_{g_0} = 200 kPa$ ).	109
Figura 3.6 - Influência de $\alpha$ na forma da superfície do potencial plástico ( $M_g = 1,6$ , $\hat{p}'_{g_0} = 200 kPa$ ).	109
Figura 4.1 - Representação esquemática de um meio poroso preenchido com um ou dois fluidos, [Bastian, P., 1999].	118
Figura 4.2 - Representação esquemática de um meio poroso permeável e impermeável.	119

Figura 4.3 - Fases do solo; (a) estado natural, (b) representação esquemática em termos de volumes e massas.	120
Figura 6.1 - Previsão da curva tensão efetiva média-tensão de desvio nos ensaios triaxiais monotônicos em areias [Castro, G., 1969] com emprego do modelo P-Z.	160
Figura 6.2 - Previsão da curva deformação cisalhante-tensão de desvio nos ensaios triaxiais monotônicos em areias [Castro, G., 1969] com emprego do modelo P-Z.	161
Figura 6.3 - Previsão da curva deformação cisalhante-poropressão nos ensaios triaxiais monotônicos em areias [Castro, G., 1969] com emprego do modelo P-Z.	161
Figura 6.4 - Influência do parâmetro $\alpha$ na representação da trajetória de tensão efetiva $p' : q$ nos ensaios monotônicos com emprego do modelo P-Z.	162
Figura 6.5 - Influência do parâmetro $\beta_0$ na representação da trajetória de tensão efetiva $p' : q$ no ensaio monotônico com emprego do modelo P-Z.	162
Figura 6.6 - Influência do parâmetro $\beta_1$ na representação da trajetória de tensão efetiva $p' : q$ nos ensaios monotônicos com emprego do modelo P-Z.	163
Figura 6.7 - Influência do parâmetro $H_{L0}$ na representação da trajetória de tensão efetiva $p' : q$ nos ensaios monotônicos com emprego do modelo P-Z.	163
Figura 6.8 - Influência exponencial ( $n = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ ) da razão da tensão efetiva média com a tensão de confinamento efetiva na representação da trajetória de tensão efetiva $p' : q$ nos ensaios monotônicos com emprego do modelo P-Z modificado.	164
Figura 6.9 - Previsão da curva tensão efetiva média - tensão de desvio nos ensaios triaxiais monotônicos em areias [Ishihara, K., 1993] com emprego do modelo P-Z.	166
Figura 6.10 - Previsão da curva tensão efetiva média - tensão de desvio nos ensaios triaxiais monotônicos em areias [Ishihara, K., 1993] com emprego do modelo P-Z modificado.	166
Figura 6.11 - Previsão da trajetória de tensões efetivas para distintos	

valores de tensões de confinamento ( $\sigma'_3 = 0,5; 1,5; 2,5; 3,5 \text{ MPa}$ ) nos ensaios triaxiais monotônicos em areias [Ishihara, K., 1993] com emprego do modelo P-Z modificado.	167
Figura 6.12 - Previsão da curva tensão efetiva média - tensão de desvio nos ensaios triaxiais cíclicos de areias com emprego do modelo P-Z.	168
Figura 6.13 - Previsão da curva deformação cisalhante - tensão de desvio nos ensaios triaxiais cíclicos de areias com emprego do modelo P-Z.	169
Figura 6.14 - Previsão da curva deformação cisalhante - poropressão nos ensaios triaxiais cíclicos de areias com emprego do modelo P-Z.	169
Figura 6.15 - (a) Coluna de solo seco submetida a carregamento sísmico em sua base; (b) Malha de elementos finitos Q4 utilizada na análise numérica.	170
Figura 6.16 - Comparação entre respostas numérica e analítica para deslocamentos do ponto B.	172
Figura 6.17 - Comparação entre respostas numérica e analítica para deslocamentos do ponto A.	172
Figura 6.18 - (a) Coluna de solo, com presença do lençol freático, submetida a carregamento (aceleração) sísmico em sua base; (b) Malha de elementos finitos Q4 utilizada na análise numérica.	174
Figura 6.19 - Variação do incremento de poropressão com a profundidade e tempo para $a_0 = 0.35\bar{g}$ .	175
Figura 6.20 - Variação do incremento de poropressão com a profundidade e tempo para $a_0 = 0.40\bar{g}$ .	176
Figura 6.21 - Variação do incremento da poropressão com o tempo para vários valores da amplitude da aceleração aplicada na base.	176
Figura 6.22 - Curva da variação da tensão de confinamento efetiva com a profundidade no tempo $t = 10\text{s}$ para $a_0 = 0,35\bar{g}$ e $0,40\bar{g}$ .	177
Figura 6.23 - (a) Trajetória de tensão no plano triaxial para $a = 0,40\bar{g}$ , $t = 10\text{s}$ , $z = 20\text{m}$ , (b) Curvas tensão-deformação durante carregamento cíclico.	178
Figura 6.24 - Variação com a profundidade do fator de segurança contra a liquefação FS.	180
Figura 6.25 - Registro das acelerações sísmicas utilizado na simulação numérica.	181



Figura 6.26 - Geometria e malha de elementos finitos. Barragem de San Fernando. Letras C, D, G e H se referem a pontos nodais de interesse.	182
Figura 6.27 - Variação temporal do incremento de poropressões determinados numericamente para alguns pontos da barragem de San Fernando.	185
Figura 6.28 - Geometria do problema e localização dos pontos de instrumentação. Talude de solo submerso [Byrne, P.M., 2005].	187
Figura 6.29 - Registro das acelerações instrumentadas. Pontos A2, A5 e A7.	187
Figura 6.30 - Registros das poropressões instrumentadas. Pontos P2, P5 e P7.	188
Figura 6.31 - Registro das acelerações do sismo A475 [Byrne, P.M., 2005].	188
Figura 6.32 - Geometria e malhas de elementos finitos. Talude de solo submerso.	189
Figura 6.33 - Registro das acelerações previstas. Ponto A2.	190
Figura 6.34 - Registro das acelerações previstas. Ponto A5.	190
Figura 6.35 - Registro das acelerações previstas. Ponto A7.	191
Figura 6.36 - História das poropressões previstas. Ponto P2.	192
Figura 6.37 - História das poropressões previstas. Ponto P5.	192
Figura 6.38 - História das poropressões previstas. Ponto P7.	193

## Lista de tabelas

Tabela 6.1 - Parâmetros do modelo P-Z utilizados nas retroanálises dos ensaios de laboratório monotônicos em areias [Castro, G., 1969].	160
Tabela 6.2 - Parâmetros do modelo P-Z utilizados nas retroanálises dos ensaios de laboratório monotônicos em areias [Ishihara, K., 1993].	165
Tabela 6.3 - Parâmetros utilizados para obtenção do módulo de cisalhamento e do modulo volumétrico dependentes da tensão de cisalhamento.	166
Tabela 6.4 - Parâmetros do modelo P-Z utilizados nas retroanálises dos ensaios de laboratório cíclicos em areias [Byrne, P.M., 2005].	168
Tabela 6.5 - Parâmetros do material, da aceleração sísmica e da geometria da coluna de solo seco.	171
Tabela 6.6 - Comparação dos deslocamentos numéricos máximos com a solução analítica.	172
Tabela 6.7 - Parâmetros do material da coluna de solo saturado.	174
Tabela 6.8 - Parâmetros do modelo P-Z da coluna de solo saturado.	174
Tabela 6.9 - Parâmetros utilizados para obtenção do módulo de cisalhamento dependente da tensão de confinamento efetiva.	174
Tabela 6.10 - Cálculo do fator de segurança contra a liquefação para $M_w = 6\frac{3}{4}$ .	179
Tabela 6.11 - Cálculo do fator de segurança contra a liquefação para $M_w = 7\frac{1}{2}$	179
Tabela 6.12 - Cálculo do fator de segurança contra a liquefação para $M_w = 8\frac{1}{2}$	180
Tabela 6.13 - Parâmetros dos materiais da barragem de San Fernando	182
Tabela 6.14 - Parâmetros do modelo P-Z para os materiais da barragem de San Fernando.	183
Tabela 6.15 - Propriedades do material do talude (areia fofa).	186
Tabela 6.16 - Parâmetros do material do talude referentes ao modelo P-Z.	186

## Lista de Abreviaturas

BBM	- Modelo Básico Barcelona
CPT	- ensaio de penetração de cone
CRR	- razão da resistência cíclica
CSL	- linha de estado crítico
CSR	- razão de tensão cíclica
CSR <sub>max</sub>	- razão de tensão cíclica máxima
CSR <sub>eq</sub>	- razão de tensão cíclica equivalente
DMT	- ensaio de dilatômetro
DWF <sub>M</sub>	- fator de correção da magnitude do terremoto
EERC	- Earthquake Engineering Research Center
FC	- fração fina
FLS	- superfície de iniciação de ruptura por fluxo por liquefação
FS	- fator de segurança
LI	- índice de liquidez
IP	- índice de plasticidade
LL	- limite de liquidez
MEF	- método dos elementos finitos
MSP	- trajetória de tensão monotônica
NCEER	- National Center for Earthquake Engineering Research
M <sub>w</sub>	- magnitude do terremoto
PHA <sub>rocha</sub>	- aceleração máxima horizontal na rocha
PHA <sub>solo</sub>	- aceleração máxima horizontal no solo
PTL	- linha de transformação de fase
P-Z	- Pastor-Zienkiewicz
SPT	- ensaio de penetração estándar
SSL	- linha de estado permanente

## Lista de símbolos

.  
. .  
. .  
. .

### ALFABETO ROMANO

$a$	- aceleração horizontal
$a_{\max}$	- aceleração horizontal máxima
$a_0$	- amplitude da aceleração
$a_1, a_2$	- constantes de amortecimento
$A$	- área da seção transversal
$A_0$	- amplitude do deslocamento
$\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3$	- quantidades matriciais
$b_i$	- componente do vetor $\mathbf{b}$
$\mathbf{b}$	- vetor de força de corpo por unidade de massa
$\bar{\mathbf{b}}$	- vetor unitário de força de corpo
$\mathbf{B}^w$	- matriz das derivadas das funções de interpolação do fluido
$\mathbf{B}^u$	- matriz das derivadas das funções de interpolação do sólido
$\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3$	- quantidades matriciais
$C_{ijkl}$	- tensor constitutivo deformação-tensão
$C_{ijkl_L}$	- tensor constitutivo deformação-tensão (carrregamento)
$C_{ijkl_U}$	- tensor constitutivo deformação-tensão (descarregamento)
$C_s$	- compressibilidade do sólido
$C_w$	- compressibilidade da água
$C_N$	- fator de correção
$C_T$	- compressibilidade do sistema sólido-água
$\tilde{C}$	- compressibilidade equivalente do sistema sólido-água

$\tilde{C}_T^*$	- compressibilidade equivalente do sistema sólido-água-ar
$[C]$	- matriz de amortecimento viscoso do sólido a nível local
$C$	- matriz constitutiva deformação-tensão
$C$	- matriz de amortecimento viscoso do sólido a nível local
$C^e$	- matriz constitutiva deformação-tensão elástica
$C_c$	- matriz de acoplamento sólido-fluido em termos da rigidez a nível local
$C_L$	- matriz constitutiva deformação-tensão (carregamento)
$C_R$	- matriz de amortecimento de Rayleigh
$C_U$	- matriz constitutiva deformação-tensão (descarregamento)
$\bar{C}_e$	- matriz de amortecimento do elemento acoplado
$\tilde{C}$	- matriz de amortecimento do sólido a nível global
$\tilde{C}_s$	- matriz de amortecimento do sistema
$d$	- dilatância plástica
$d_f$	- dilatância plástica dependente da superfície de escoamento - modelo P-Z
$d_g$	- dilatância plástica dependente da superfície do potencial plástico - modelo P-Z
$D_{ijkl}$	- tensor constitutivo tensão-deformação
$D_r$	- densidade relativa
$\hat{D}_q^e$	- componente de desvio da matriz $\hat{D}^e$
$\hat{D}_p^e$	- componente volumétrica da matriz $\hat{D}^e$
$\hat{D}_{ij}^{ep}$	- componente da matriz $\hat{D}^{ep}$ ( $i, j = 1, 2$ )
$D$	- matriz constitutiva tensão-deformação
$D^e$	- matriz constitutiva tensão-deformação elástica
$D^{ep}$	- matriz constitutiva tensão-deformação elasto-plástica
$D_f$	- matriz de amortecimento viscoso do fluido a nível local
$D_s$	- matriz de amortecimento viscoso do sólido a nível local
$\hat{D}^e$	- matriz constitutiva tensão-deformação elástica - plano triaxial $p' : q$
$\hat{D}^{ep}$	- matriz constitutiva tensão-deformação elasto-plástica - plano

	triaxial $p' : q$
$e$	- índice de vazios
$e_c$	- índice de vazio crítico
$e_{SS}$	- índice de vazios na condicao de estado permanente
$e_0$	- índice de vazios inicial
$f$	- função da superfície de escoamento
$\hat{f}$	- função da superfície de escoamento - plano triaxial $p' : q$
$\bar{\mathbf{f}}^{(s)}$	- vetor de força nodal a nível local do sólido
$\bar{\mathbf{f}}^{(w)}$	- vetor de força nodal a nível local do fluido
$\bar{\mathbf{f}}_e$	- vetor de força nodal do elemento acoplado
$\bar{\mathbf{f}}_{S t + \Delta t}$	- vetor de força equivalente do sistema no tempo $t + \Delta t$
$\tilde{\mathbf{f}}^{(s)}$	- vetor de força nodal do sólido a nível global
$\tilde{\mathbf{f}}^{(w)}$	- vetor de força nodal do fluido a nível global
$\tilde{\mathbf{f}}_t^{(s)}$	- vetor de força nodal do sólido a nível global no tempo $t$
$\tilde{\mathbf{f}}_t^{(w)}$	- vetor de força nodal do fluido a nível global no tempo $t$
$\tilde{\mathbf{f}}_{t + \Delta t}^{(s)}$	- vetor de força nodal do sólido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\tilde{\mathbf{f}}_{t + \Delta t}^{(w)}$	- vetor de força nodal do fluido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\tilde{\mathbf{f}}_S$	- vetor de força nodal do sistema
$\tilde{\mathbf{f}}_{S t}$	- vetor de força nodal do sistema no tempo $t$
$\tilde{\mathbf{f}}_{S t + \Delta t}$	- vetor de força nodal do sistema no tempo $t + \Delta t$
$\mathbf{F}_f$	- vetor de força nodal do fluido a nível local
$\mathbf{F}_s$	- vetor de força nodal do sólido a nível local
$g$	- função da superfície do potencial plástico
$\hat{g}$	- função da superfície do potencial plástico - plano triaxial $p' : q$
$\bar{g}$	- aceleração da gravidade
$G$	- módulo de cisalhamento
$G_r$	- parâmetro relacionado ao módulo de cisalhamento

$[G]$	- matriz da inércia do fluido a nível local
$\mathbf{G}$	- matriz de fluxo dinâmico do fluido a nível local
$h_w$	- carga hidráulica
$H$	- altura da coluna de solo
$H$	- módulo plástico
$H_f$	- coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z
$H_s$	- coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z
$H_v$	- coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z
$H_{DM}$	- coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z
$H_L$	- módulo plástico (carregamento)
$H_U$	- módulo plástico (descarregamento)
$H_{L/U}$	- módulo plástico (carregamento ou descarregamento)
$H_{L_0}$	- parâmetro - modelo P-Z
$H_{U_0}$	- parâmetro - modelo P-Z
$\hat{H}$	- módulo plástico - plano triaxial $p' : q$
$\hat{H}_L$	- módulo plástico (carregamento) - plano triaxial $p' : q$
$\hat{H}_U$	- módulo plástico (descarregamento) - plano triaxial $p' : q$
$\hat{H}_{L/U}$	- módulo plástico (carregamento ou descarregamento) - plano triaxial $p' : q$
$\mathbf{H}$	- matriz de fluxo do fluido a nível local
$\tilde{\mathbf{H}}$	- matriz de fluxo do fluido a nível global
$J'_1, J'_2, J'_3$	- invariantes da tensão efetiva
$J'_{1D}, J'_{2D}, J'_{3D}$	- invariantes da tensão de desvio efetiva
$\mathbf{J}$	- matriz jacobiana
$k$	- permeabilidade absoluta
$k_{ij}$	- componente da matriz $\mathbf{k}$
$k_x$	- permeabilidade absoluta na direção $x$
$k_y$	- permeabilidade absoluta na direção $y$

$k'$	- permeabilidade relativa
$K_{epo}$	- parâmetro - modelo P-Z
$K_{eqo}$	- parâmetro - modelo P-Z
$K_s$	- módulo de deformação volumétrica do sólido
$K_s$	- parâmetro relacionado ao módulo de deformação volumétrica
$K_w$	- módulo de deformação volumétrica da água
$K_T$	- módulo de deformação volumétrica do sistema sólido- água
$K'$	- módulo de deformação volumétrica efectiva
$K_0$	- coeficiente de empuxo no repouso
$K_{2max}$	- coeficiente cisalhamento máximo
$K_\sigma$	- fator de correção da tensão vertical efectiva
$[K]$	- matriz de rigidez do sólido a nível local
$\mathbf{k}$	- matriz de permeabilidade absoluta
$\mathbf{K}$	- matriz de rigidez do sólido a nível local
$\mathbf{K}_f$	- matriz de rigidez do fluido a nível local
$\mathbf{K}_s$	- matriz de rigidez do sólido a nível local
$\bar{\mathbf{K}}_e$	- matriz de rigidez do elemento acoplado
$\bar{\mathbf{K}}_s$	- matriz de rigidez equivalente do sistema
$\tilde{\mathbf{K}}$	- matriz de rigidez do sólido a nível global
$\tilde{\mathbf{K}}_s$	- matriz de rigidez do sistema
$L$	- comprimento
$[L]$	- matriz de acoplamento sólido-fluido a nível local
$m_{SSL}$	- inclinação da linha de estado permanente
$M$	- massa total (meio poroso)
$M_a$	- massa do ar
$M_f$	- parâmetro - modelo P-Z
$M_g$	- parâmetro - modelo P-Z



$M_s$	- massa do sólido
$M_w$	- massa da água
$[M]$	- matriz de massa do sólido a nível local
$\mathbf{m}$	- forma vetorial do delta de Kronecker
$\mathbf{M}$	- matriz de massa do sólido a nível local
$\mathbf{M}_c$	- matriz de acoplamento sólido-fluido em termos da massa a nível local
$\mathbf{M}_f$	- matriz de massa do fluido a nível local
$\mathbf{M}_s$	- matriz de massa do sólido a nível local
$\bar{\mathbf{M}}_e$	- matriz de massa do elemento acoplado
$\tilde{\mathbf{M}}$	- matriz massa do sólido a nível global
$\tilde{\mathbf{M}}_s$	- matriz de massa do sistema
$n$	- expoente
$n$	- porosidade
$n_i$	- vetor unitário (teorema de Green)
$n_i$	- componente do vetor $\mathbf{n}$
$\hat{n}_{fL/U}^q$	- componente de desvio do vetor $\hat{\mathbf{n}}_{fL/U}$
$\hat{n}_{fL/U}^p$	- componente volumétrica do vetor $\hat{\mathbf{n}}_{fL/U}$
$\hat{n}_{gL/U}^q$	- componente de desvio do vetor $\hat{\mathbf{n}}_{gL/U}$
$\hat{n}_{gL/U}^p$	- componente volumétrica do vetor $\hat{\mathbf{n}}_{gL/U}$
$\{n\}$	- vetor de fluxo nodal do fluido a nível local
$N_K^u$	- componente da matriz $\mathbf{N}^u$
$N_P^u$	- componente da matriz $\mathbf{N}_P^u$
$N_L^w$	- componente da matriz $\mathbf{N}^w$
$N_P^w$	- componente da matriz $\mathbf{N}_P^w$
$N_C$	- número de ciclos de carregamento
$(N)_{60}$	- número de golpes do SPT

$(N_1)_{60}$	- número de golpes corrigidos do SPT
$\mathbf{n}$	- vetor unitário da direção do incremento de tensão
$\mathbf{n}_{fL}$	- vetor unitario normal à superfície de escoamento (carregamento)
$\mathbf{n}_{fU}$	- vetor unitario normal à superfície de escoamento (descarregamento)
$\mathbf{n}_{fL/U}$	- vetor unitario normal à superfície de escoamento (carregamento ou descarregamento)
$\mathbf{n}_{gL}$	- vetor unitário normal à superfície do potencial plástico (carregamento)
$\mathbf{n}_{gU}$	- vetor unitário normal à superfície do potencial plástico (descarregamento)
$\mathbf{n}_{gL/U}$	- vetor unitario normal à superfície do potencial plástico (carregamento ou descarregamento)
$\hat{\mathbf{n}}_{fL/U}$	- vetor unitário normal à superfície de escoamento (carregamento ou descarregamento) - plano triaxial $p' : q$
$\hat{\mathbf{n}}_{gL/U}$	- vetor unitário normal à superfície do potencial plástico (carregamento ou descarregamento) - plano triaxial $p' : q$
$\mathbf{N}$	- matriz de funções de interpolação da variável generalizada
$\mathbf{N}^u$	- matriz das funções de interpolação do deslocamento do sólido
$\mathbf{N}^w$	- matriz das funções de interpolação da poropressão do fluido
$\mathbf{N}_p^u$	- matriz das funções de ponderação do deslocamento do sólido
$\mathbf{N}_p^w$	- matriz das funções de ponderação da poropressão do fluido
$\mathbf{N}_p$	- matriz das funções de ponderação da variável generalizada
$p_w$	- poropressão do fluido
$p_{wi}$	- componente do vetor $\mathbf{p}_w$
$\dot{p}_w$	- velocidade da poropressão do fluido
$p'$	- tensão efetiva média
$p'_0$	- tensão efetiva média inicial
$\hat{p}'_{f0}$	- coeficiente da função de escoamento - modelo P-Z
$\hat{p}'_{g0}$	- coeficiente da função do potencial plástico - modelo P-Z
$\bar{p}_{wLi}$	- componente do vetor $\bar{\mathbf{p}}_w$
$p_{wi}^*$	- poropressão atuante na $\Gamma_p^w$
$P_a$	- pressão do ar

$P_{atm}$	- pressão atmosférica
$P_{av}$	- poropressão média
$P_{ref}$	- pressão de referência
$\{p_f\}$	- vetor da poropressão nodal do fluido a nível local
$\mathbf{p}_w$	- vetor da poropressão do fluido
$\bar{\mathbf{p}}_w$	- vetor da poropressão nodal do fluido a nível local
$\dot{\bar{\mathbf{p}}}_w$	- vetor da velocidade da poropressão nodal do fluido a nível local
$\ddot{\bar{\mathbf{p}}}_w$	- vetor da aceleração da poropressão nodal do fluido a nível local
$\tilde{\mathbf{p}}_w$	- vetor da poropressão nodal do fluido a nível global
$\dot{\tilde{\mathbf{p}}}_w$	- vetor da velocidade da poropressão nodal do fluido a nível global
$\ddot{\tilde{\mathbf{p}}}_w$	- vetor da aceleração da poropressão nodal do fluido a nível global
$\tilde{\mathbf{p}}_{w0}$	- vetor da poropressão nodal do fluido inicial a nível global - análise estática
$\tilde{\mathbf{p}}_{wt}$	- vetor da poropressão nodal do fluido a nível global no tempo $t$
$\dot{\tilde{\mathbf{p}}}_{wt}$	- vetor da velocidade da poropressão nodal do fluido a nível global no tempo $t$
$\ddot{\tilde{\mathbf{p}}}_{wt}$	- vetor da aceleração da poropressão nodal do fluido a nível global no tempo $t$
$\tilde{\mathbf{p}}_{wt+\Delta t}$	- vetor da poropressão nodal do fluido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\dot{\tilde{\mathbf{p}}}_{wt+\Delta t}$	- vetor da velocidade da poropressão nodal do fluido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\ddot{\tilde{\mathbf{p}}}_{wt+\Delta t}$	- vetor da aceleração da poropressão nodal do fluido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\tilde{\mathbf{p}}_{wt}^*$	- vetor da poropressão nodal do fluido a nível global atuante na $\Gamma_p^w$ no tempo $t$
$\dot{\tilde{\mathbf{p}}}_{wt}^*$	- vetor da velocidade da poropressão nodal do fluido a nível global atuante na $\Gamma_p^w$ no tempo $t$
$\mathbf{P}\langle\delta\bar{\mathbf{u}}\rangle$	- matriz de força nodal interna do sólido a nível local
$\tilde{\mathbf{P}}\langle\delta\tilde{\mathbf{u}}\rangle$	- matriz de força nodal interna do sólido a nível global
$q$	- tensão de desvio
$Q$	- vazão do fluido
$\tilde{Q}$	- módulo de deformação volumétrica equivalente do sistema sólido-água

$\tilde{Q}^*$	- módulo de deformação volumétrica equivalente do sistema sólido-água-ar
$\{Q\}$	- vetor da vazão nodal do fluido a nível local
$q$	- vetor de influxo
$\tilde{q}_t^*$	- vetor de influxo nodal a nível global atuante na $\Gamma_w^w$ no tempo $t$
$Q$	- matriz de acoplamento sólido-fluido a nível local
$\tilde{Q}$	- matriz de acoplamento sólido-fluido a nível global
$r$	- parâmetro relacionado ao módulo de cisalhamento
$r_d$	- fator de redução da tensão cíclica devido à profundidade
$R_i^w$	- componente do vetor $\mathbf{R}^w$
$\{R\}$	- vetor de força nodal aplicado ao sólido a nível local
$\mathbf{R}$	- matriz de acoplamento sólido-fluido a nível local
$\mathbf{R}^w$	- vetor de forças de arrasto viscoso
$s$	- parâmetro relacionado ao módulo de deformação volumétrica
$\dot{s}_0$	- variação temporal dos efeitos de segunda ordem
$S_r$	- grau de saturação
$S_{ra}$	- grau de saturação do ar
$S_{rw}$	- grau de saturação da água
$S_u$	- resistência não-drenada
$S'_{ij}$	- tensor de tensão de desvio efetiva
$[S]$	- matriz da compressibilidade do fluido a nível local
$\mathbf{S}$	- matriz de compressibilidade sólido-fluido a nível local
$\bar{\mathbf{S}}$	- matriz operador de derivadas
$\tilde{\mathbf{S}}$	- matriz de compressibilidade sólido-fluido a nível global
$t$	- tempo
$t_i^*$	- força externa atuante na $\Gamma_t^s$
$\mathbf{t}$	- vetor de força externa nodal atuante no sólido a nível local
$\tilde{\mathbf{t}}_t^*$	- vetor da força nodal externa a nível global atuante na $\Gamma_t^s$ no tempo $t$

$u$	- deslocamento do sólido
$u_i$	- componente do vetor $\mathbf{u}$
$u_x$	- deslocamento horizontal
$u_i^*$	- deslocamento do sólido prescrito na $\Gamma_u^s$
$\bar{u}_{Ki}$	- componente do vetor $\bar{\mathbf{u}}$
$\{\mathbf{u}\}$	- vetor de deslocamento nodal do sólido a nível local
$\{\dot{\mathbf{u}}\}$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível local
$\{\ddot{\mathbf{u}}\}$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível local
$\mathbf{u}$	- vetor de deslocamento do sólido
$\mathbf{u}_f$	- vetor de deslocamento nodal do fluido a nível local
$\dot{\mathbf{u}}_f$	- vetor da velocidade nodal do fluido a nível local
$\ddot{\mathbf{u}}_f$	- vetor da aceleração nodal do fluido a nível local
$\mathbf{u}_s$	- vetor de deslocamento nodal do sólido a nível local
$\dot{\mathbf{u}}_s$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível local
$\ddot{\mathbf{u}}_s$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível local
$\bar{\mathbf{u}}$	- vetor de deslocamento nodal do sólido a nível local
$\dot{\bar{\mathbf{u}}}$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível local
$\ddot{\bar{\mathbf{u}}}$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível local
$\tilde{\mathbf{u}}$	- vetor de deslocamento nodal do sólido a nível global
$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível global
$\ddot{\tilde{\mathbf{u}}}$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível global
$\tilde{\mathbf{u}}_0$	- vetor da deslocamento nodal do sólido inicial a nível global - análise estática
$\tilde{\mathbf{u}}_t$	- vetor da deslocamento nodal do sólido a nível global no tempo $t$
$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_t$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível global no tempo $t$
$\ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_t$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível global no tempo $t$
$\tilde{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$	- vetor da deslocamento nodal do sólido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_{t+\Delta t}$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível global no tempo $t + \Delta t$

$\ddot{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\tilde{\mathbf{u}}_t^*$	- vetor do deslocamento nodal do sólido a nível global prescrito na $\Gamma_u^s$ no tempo $t$
$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_t^*$	- vetor da velocidade nodal do sólido a nível global prescrito na $\Gamma_u^s$ no tempo $t$
$\ddot{\tilde{\mathbf{u}}}_t^*$	- vetor da aceleração nodal do sólido a nível global prescrito na $\Gamma_u^s$ no tempo $t$
$U$	- deslocamento do fluido
$U_i$	- componente do vetor $\mathbf{U}$
$\mathbf{U}$	- vetor de deslocamento do fluido
$V$	- volume total (meio poroso)
$V_s$	- velocidade de onda cisalhante
$V_s$	- volume ocupado pelo sólido
$V_v$	- volume ocupado pelo vazio
$V_w$	- volume ocupado pela água
$w$	- deslocamento do fluido relativo ao sólido
$w_i$	- componente do vetor $\mathbf{w}$
$\dot{w}$	- velocidade do fluido relativo ao sólido
$\dot{w}_i$	- componente do vetor $\dot{\mathbf{w}}$
$\ddot{w}$	- aceleração do fluido relativo ao sólido
$\ddot{w}_i$	- componente do vetor $\ddot{\mathbf{w}}$
$\dot{w}_i^*$	- velocidade do fluido relativo ao sólido atuante na $\Gamma_w^w$
$w_c$	- teor de umidade
$\mathbf{w}$	- vetor deslocamento do fluido relativo ao sólido
$\dot{\mathbf{w}}$	- vetor velocidade do fluido relativo ao sólido
$\ddot{\mathbf{w}}$	- vetor aceleração do fluido relativo ao sólido
$z$	- profundidade

## ALFABETO GREGO

$\alpha$	- constante do método de Newmark
$\alpha$	- parâmetro - modelo P-Z
$\alpha_w$	- constante do método de Newmark para a poropressão do fluido
$\alpha_r$	- parâmetro relacionado ao módulo de cisalhamento
$\alpha_s$	- constante do método de Newmark para o deslocamento do sólido
$\alpha_R$	- parâmetro do amortecimento de Rayleigh
$\tilde{\alpha}$	- constante de Biot
A	- quantidade escalar
$\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$	- quantidades vetoriais
$\beta$	- constante do método de Newmark
$\beta_s$	- constante do método de Newmark para o deslocamento do sólido
$\beta_s$	- parâmetro relacionado ao módulo de deformação volumétrica
$\beta_w$	- constante do método de Newmark para a poropressão do fluido
$\beta_R$	- parâmetro do amortecimento de Rayleigh
$\beta_0$	- parâmetro - modelo P-Z
$\beta_1, \beta_2$	- constantes do método de Newmark Generalizado <i>GN22</i>
$\beta_1$	- parâmetro - modelo P-Z
$\bar{\beta}_1$	- constante do método de Newmark Generalizado <i>GN11</i>
$B_1, B_2$	- quantidades escalares
$\chi$	- escalar positivo
$X_1, X_2$	- quantidades escalares

$\delta$	- incremento
$\delta_{ij}$	- delta de Kronecker
$\Delta$	- variação
$\Delta_1, \Delta_2$	- quantidades escalares
$\varepsilon_a$	- deformação axial total
$\varepsilon_p$	- deformação volumétrica total
$\varepsilon_q$	- deformação de desvio total
$\varepsilon_r$	- deformação radial total
$\varepsilon^p$	- deformação plástica
$\varepsilon_p^p$	- deformação plástica volumétrica
$\varepsilon_q^p$	- deformação plástica de desvio
$\varepsilon_{ij}$	- tensor deformação total
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	- variação temporal do tensor deformação total
$\varepsilon_{ij}^e$	- tensor deformação elástica
$\varepsilon_{ij}^p$	- tensor deformação plástica
$\hat{\varepsilon}_p$	- deformação volumétrica total - plano triaxial $p' : q$
$\hat{\varepsilon}_q$	- deformação de desvio total - plano triaxial $p' : q$
$\hat{\varepsilon}_p^e$	- componente volumétrica do vector $\hat{\varepsilon}^e$
$\hat{\varepsilon}_q^e$	- componente de desvio do vector $\hat{\varepsilon}^e$
$\hat{\varepsilon}_p^p$	- componente volumétrica do vector $\hat{\varepsilon}^p$
$\hat{\varepsilon}_q^p$	- componente de desvio do vector $\hat{\varepsilon}^p$
$\varepsilon$	- vetor deformação total
$\varepsilon_L$	- vetor deformação total (carregamento)
$\varepsilon_U$	- vetor deformação total (descarregamento)
$\varepsilon^e$	- vetor deformação elástica
$\varepsilon^p$	- vetor deformação plástica



$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$	- vetor deformação total - plano triaxial $p' : q$
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^e$	- vetor deformação elástica - plano triaxial $p' : q$
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$	- vetor deformação plástica - plano triaxial $p' : q$
$\phi_{CS}$	- ângulo de atrito na condição de estado crítico
$[\phi]$	- matriz de fluxo nodal do fluido a nível local
$\Phi$	- vetor da variável generalizada a nível local
$\dot{\Phi}$	- vetor da velocidade da variável generalizada a nível local
$\ddot{\Phi}$	- vetor da aceleração da variável generalizada a nível local
$\bar{\Phi}$	- vetor da variável nodal generalizada a nível local
$\dot{\bar{\Phi}}$	- vetor da velocidade da variável nodal generalizada a nível local
$\ddot{\bar{\Phi}}$	- vetor da aceleração da variável nodal generalizada a nível local
$\tilde{\Phi}$	- vetor da variável nodal generalizada a nível global
$\dot{\tilde{\Phi}}$	- vetor da velocidade da variável nodal generalizada a nível global
$\ddot{\tilde{\Phi}}$	- vetor da aceleração da variável nodal generalizada a nível global
$\tilde{\Phi}_t$	- vetor da variável nodal generalizada a nível global no tempo $t$
$\dot{\tilde{\Phi}}_t$	- vetor da velocidade da variável nodal generalizada a nível global no tempo $t$
$\ddot{\tilde{\Phi}}_t$	- vetor da aceleração da variável nodal generalizada a nível global no tempo $t$
$\tilde{\Phi}_{t+\Delta t}$	- vetor da variável nodal generalizada a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\dot{\tilde{\Phi}}_{t+\Delta t}$	- vetor da velocidade da variável nodal generalizada a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\ddot{\tilde{\Phi}}_{t+\Delta t}$	- vetor da aceleração da variável nodal generalizada a nível global no tempo $t + \Delta t$
$\tilde{\Phi}_0$	- vetor da variável nodal generalizada a nível global na condição inicial
$\gamma$	- parâmetro - modelo P-Z
$\gamma_U$	- parâmetro - modelo P-Z
$\Gamma$	- contorno
$\Gamma^s$	- condição de contorno do sólido
$\Gamma^w$	- condição de contorno do fluido
$\Gamma_t^s$	- condição de contorno do sólido em termos de força

$\Gamma_u^s$	- condição de contorno do sólido em termos de deslocamento
$\Gamma_p^w$	- condição de contorno do fluido em termos da poropressão
$\Gamma_w^w$	- condição de contorno do fluido em termos da velocidade da água relativo ao sólido
$\eta$	- razão de tensão
$\eta_f$	- coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z
$\eta_U$	- coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z
$\varphi$	- função homogênea de incrementos de deformação e de tensão
$\kappa_i$	- parâmetro de endurecimento total
$\kappa'_i$	- parâmetro de endurecimento efetiva
$\mathbf{\kappa}'$	- vetor de parâmetros de endurecimento efetiva
$\lambda$	- escalar positivo
$\lambda$	- constante de Lamé
$\mu$	- constante de Lamé
$\nu$	- coeficiente de Poisson
$\pi$	3.1415...
$\theta$	- ângulo de Lode
$\rho$	- massa específica total (meio poroso)
$\rho_a$	- massa específica do ar
$\rho_s$	- massa específica do sólido
$\rho_w$	- massa específica da água
$\dot{\rho}_w$	- variação temporal da massa específica da água
$\sigma$	- tensão total
$\sigma_{ij}$	- tensor de tensão total
$\sigma_v$	- tensão vertical total
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- tensões principais totais, ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ )
$\sigma'$	- tensão efetiva
$\sigma'_a$	- tensão axial efetiva
$\sigma'_m$	- tensão efetiva média

$\sigma'_r$	- tensão radial efetiva
$\sigma'_v$	- tensão vertical efetiva
$\sigma'_{v0}$	- tensão vertical efetiva inicial
$\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$	- tensões principais efetivas, ( $\sigma'_1 > \sigma'_2 > \sigma'_3$ )
$\sigma'_{3c}$	- tensão de confinamento efetiva
$\sigma'_{3SS}$	- tensão principal efetiva menor na condição de estado permanente
$\sigma'_{30}$	- tensão efetiva principal menor inicial
$\sigma'_{ij}$	- tensor de tensão efetiva
$\sigma$	- vetor de tensão total
$\sigma'$	- vetor de tensão efetiva
$\sigma'^e$	- vetor de tensão efetiva devido a deformação elástica
$\hat{\sigma}$	- vetor de tensão total - plano triaxial $p' : q$
$\hat{\sigma}'$	- vetor de tensão efetiva - plano triaxial $p' : q$
$\bar{\sigma}$	vetor de tensão nodal a nível local
$\bar{\sigma}_0$	- vetor de tensão nodal inicial a nível local
$\tilde{\sigma}_0$	- vetor de tensão nodal inicial a nível global - análise estática
$\tau$	- tensão cisalhante (no plano de cisalhamento)
$\tau_0$	- tensão cisalhante inicial
$\omega$	- frequência da aceleração
$\omega_0$	- frequência fundamental não amortecida
$\Omega$	- domínio
$\xi$	- razão do amortecimento do solo
$\xi$	- deformação plástica de desvio acumulada
$\psi$	- parâmetro de estado
$\psi'$	- inclinação da linha de estado permanente
$\psi'_L$	- inclinação da superfície da iniciação de ruptura por fluxo por liquefação
$\Psi$	- função da lei de endurecimento
$\Psi_s$	- vetor de força nodal desequilibrada do sistema

- $\Psi^{(s)}$  - vetor de força nodal desequilibrada devido ao sólido a nível global
- $\Psi^{(w)}$  - vetor de força nodal desequilibrada devido ao fluido a nível global
- $\zeta$  - coeficiente do módulo plástico - modelo P-Z

*Paciencia y buen humor.*

Don Max.

*Há homens que lutam um dia e são bons, há outros que lutam um ano e são melhores, há os que lutam muitos anos e são muito bons, mas há os que lutam toda a vida e estes são imprescindíveis.*

Bertold Brecht.