

6 APLICAÇÕES

O método dos elementos finitos é uma ferramenta que devido a sua versatilidade, permite a modelagem numérica de diversos problemas da engenharia considerando as recomendações práticas de projeto. Na aplicação a situações de interesse de engenharia o problema analisado pode ter geometria, carregamento e condições de contorno arbitrárias, sendo necessária experiência para representar corretamente esses atributos.

Neste capítulo apresentam-se análises numéricas com o intuito de verificar a resposta da formulação proposta para a solução do problema de contato com atrito. O Método da Penalidade para consideração do contato com atrito foi implementado no programa de elementos finitos CARAT (Computer Aided Research Analysis Tool - Universität Stuttgart) disponível no departamento de Engenharia Civil da PUC/Rio, como já comentado no Capítulo 4, seção 4.3.1. No desenvolvimento deste programa ferramentas adicionais vêm sendo introduzidas, entre as quais a consideração do contato sem atrito entre corpos deformáveis são de grande importância para as análises a serem apresentadas.

As primeiras análises realizadas têm como objetivo principal validar o algoritmo de contato implementado. Subseqüentemente análises voltadas para a aplicação da análise de dutos enterrados considerando a interação solo-duto através do algoritmo de contato apresentado no capítulo 5. Os exemplos que serão apresentados a seguir incluem exemplos bi e tridimensionais. Os modelos a serem representados por a formulação implementada podem incluir grandes deformações e grandes deslocamentos além de não linearidade do material.

O programa POS3D do grupo Tecgraf da PUC-Rio foi utilizado para a visualização da geometria, discretização da malha em elementos finitos e os resultados obtidos tais como tensões e deslocamentos.

6.1 EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

Este item tem por objetivo apresentar alguns exemplos que validem as implementações computacionais realizadas.

6.1.1 BLOCO ELÁSTICO com $L \gg H$

O problema consiste em um bloco elástico onde $L \gg H$ apoiado em um material rígido. Na interface entre a base do bloco e o material rígido considera-se a ação do atrito. O bloco é submetido a uma força de compressão P na face oposta a da face que está totalmente restringida (ver Fig. 6.1). Na face horizontal superior o deslocamento vertical é impedido. Para a análise deste problema utilizou-se o método da Penalidade. A lei de atrito de Coulomb é aplicada entre o bloco e a fundação.

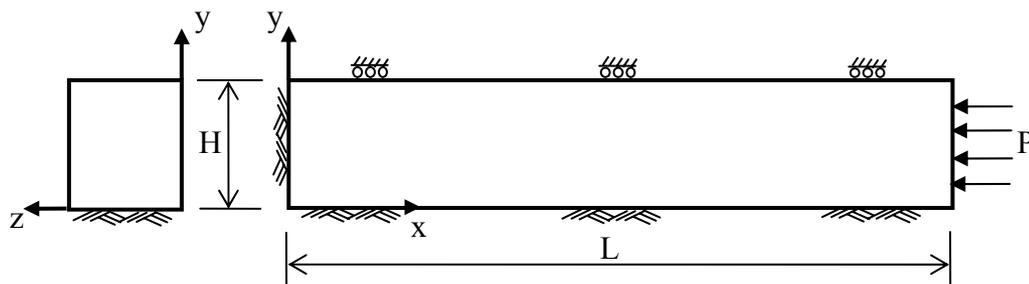


Figura 6.1 – Definição do problema do bloco elástico $L \gg H$

Este problema é utilizado como referência nos problemas de contato com atrito. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados obtidos tanto na solução analítica quanto na solução numérica desenvolvida por Hird & Russell⁸⁸.

A seguir será apresentada a definição do problema e a sua solução analítica.

Solução Analítica

Considerando um elemento de tamanho infinitesimal, como mostrado na Figura 6.2, a hipótese simplificadora adotada é que para um bloco com $L \gg H$ as tensões normais (σ) e as deformações diretas (ϵ) não variam significativamente com H acima da interface.

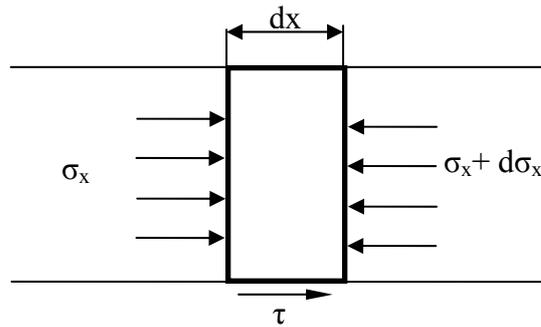


Figura 6.2 – Tensões atuando no elemento infinitesimal

Da teoria da elasticidade, as deformações no elemento são:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] = 0 \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0 \end{aligned} \tag{6.1}$$

onde E é o módulo de Young e ν é o coeficiente de Poisson. Considerando as equações (6.1) pode-se obter a relação entre a tensão (σ_x) e a deformação (ε_x) na direção longitudinal:

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \varepsilon_x \tag{6.2}$$

O deslocamento de cisalhamento relativo na interface, w, é relativo a ε_x por:

$$\frac{dw}{dx} = \varepsilon_x \tag{6.3}$$

Consequentemente,

$$\sigma_x = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \cdot \frac{dw}{dx} \tag{6.4}$$

Por equilíbrio na direção longitudinal,

$$\sigma_x \cdot H + \tau \cdot dx = (\sigma_x + d\sigma_x) \cdot H \tag{6.5}$$

onde τ é a tensão de cisalhamento na interface. Assim tem-se:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{\tau}{H} \tag{6.6}$$

Considerando as características da interface, de acordo com a Figura 6.3 tem-se:

$$\tau = k_s \cdot w \quad (6.7)$$

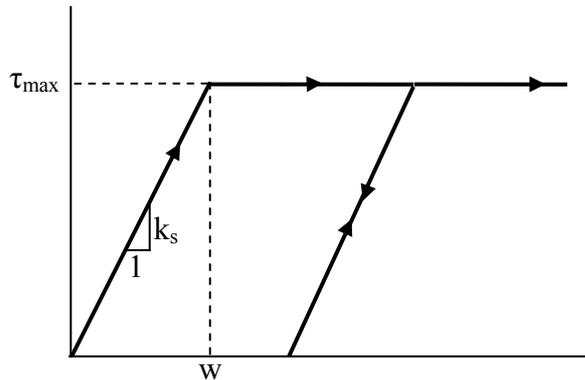


Figura 6.3 – Comportamento Constitutivo do elemento de interface: tensão cisalhante versus deslocamento de cisalhamento relativo

onde k_s é o parâmetro de rigidez de cisalhamento. Substituindo a tensão de cisalhamento (τ) na equação 6.6 obtém-se:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{k_s \cdot w}{H} \quad (6.8)$$

Pela diferenciação da tensão σ_x , definida na equação (6.4) tem-se:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \frac{d^2w}{dx^2} \quad (6.9)$$

Combinando as equações (6.8) e (6.9) obtém-se:

$$\frac{d^2w}{dx^2} - a^2w = 0 \quad (6.10)$$

onde:
$$a^2 = \frac{k_s \cdot (1-\nu-2\cdot\nu^2)}{E \cdot H \cdot (1-\nu)}$$

A solução para a equação (6.10) pode ser expressa como:

$$w = C_1 \cdot e^{ax} + C_2 \cdot e^{-ax} \quad (6.11)$$

onde C_1 e C_2 são constantes, obtidas pela aplicação das condições de contorno. Quando $x=0$, $w=0$, assim:

$$C_1 + C_2 = 0 \quad (6.12)$$

Se o deslizamento ocorre na interface quando $x \geq x_1$, assim em $x=x_1$, $w=w_1$ onde w_1 é definido na Figura 6.3.

Consequentemente:

$$w_1 = C_1 \cdot e^{ax_1} + C_2 \cdot e^{-ax_1} \quad (6.13)$$

Pela combinação das equações (6.12) e (6.13) tem-se:

$$C_1 = -C_2 = \frac{w_1}{e^{ax_1} - e^{-ax_1}} \quad (6.14)$$

A distribuição da tensão cisalhante entre $x=0$ e $x=x_1$ é dado por:

$$\tau = k_s \cdot w = k_s \cdot w_1 = \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{e^{ax_1} - e^{-ax_1}} \quad (6.15)$$

A tensão normal longitudinal em $x=x_1$, σ_{x1} , pode ser calculada utilizando a equação (6.4):

$$\sigma_{x1} = \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\cdot\nu^2)} \cdot \left[\frac{dw}{dx} \right]_{x=x_1} \quad (6.16)$$

Consequentemente, após a avaliação de $\left[\frac{dw}{dx} \right]_{x=x_1}$ pela diferenciação da equação (6.11):

$$\sigma_{x1} = \frac{k_s \cdot w_1}{a \cdot H} \frac{e^{ax_1} + e^{-ax_1}}{e^{ax_1} - e^{-ax_1}} \quad (6.17)$$

Para o deslizamento de uma parte do bloco, entre $x=x_1$ e $x=L$, a tensão de cisalhamento na interface é constante $\tau = \tau_{\max} = k_s \cdot w_1$. Equilíbrio longitudinal desta parte requer que:

$$p \cdot H = \sigma_{x1} \cdot H + k_s \cdot w_1 (L - x_1) \quad (6.18)$$

onde p é a pressão aplicada em $x=L$.

Portanto, após substituição para σ_{x1} na equação (6.17):

$$p = \frac{k_s \cdot w_1}{a \cdot H} \left[\frac{e^{ax_1} + e^{-ax_1}}{e^{ax_1} - e^{-ax_1}} + a \cdot (L - x_1) \right] \quad (6.19)$$

Esta análise não é rigorosa, considerando que é baseada na hipótese que as condições de tensão-deformação são uniformes na seção transversal. Na realidade, a tensão σ_x e a deformação ϵ_x serão menores perto no contorno inferior restrito longitudinalmente do que perto do contorno superior irrestrito.

A solução analítica foi desenvolvida para a compressão do bloco elástico ($L \gg H$) lateralmente restrito e apoiado em um material rígido. A solução permite a distribuição da tensão cisalhante na interface com o material rígido e fornece uma referência para testar a implementação do algoritmo do problema de contato com atrito aplicado à interação solo-estrutura utilizando elementos finitos (Hird & Russell⁸⁸).

As características do problema são dadas a seguir:

Comprimento: $L=10$ m

Relação comprimento-altura: $L/H=10$

Carregamento aplicado: $P=100$ kPa (inicial)

Módulo de elasticidade: $E=1.0 \text{ e}5$ kPa

Coefficiente de Poisson: $\nu=0.0$

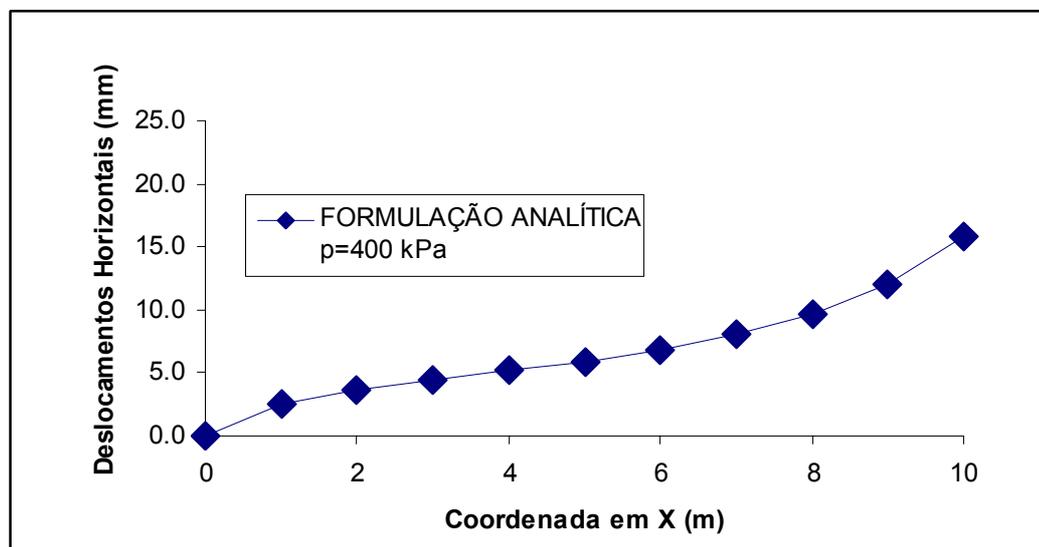


Figura 6.4 – Deslocamentos Horizontais na interface obtidos com a formulação analítica

Solução Numérica: Método de Penalidade considerando contato com atrito

A discretização da malha em elementos finitos é dada a seguir, na figura 6.5.

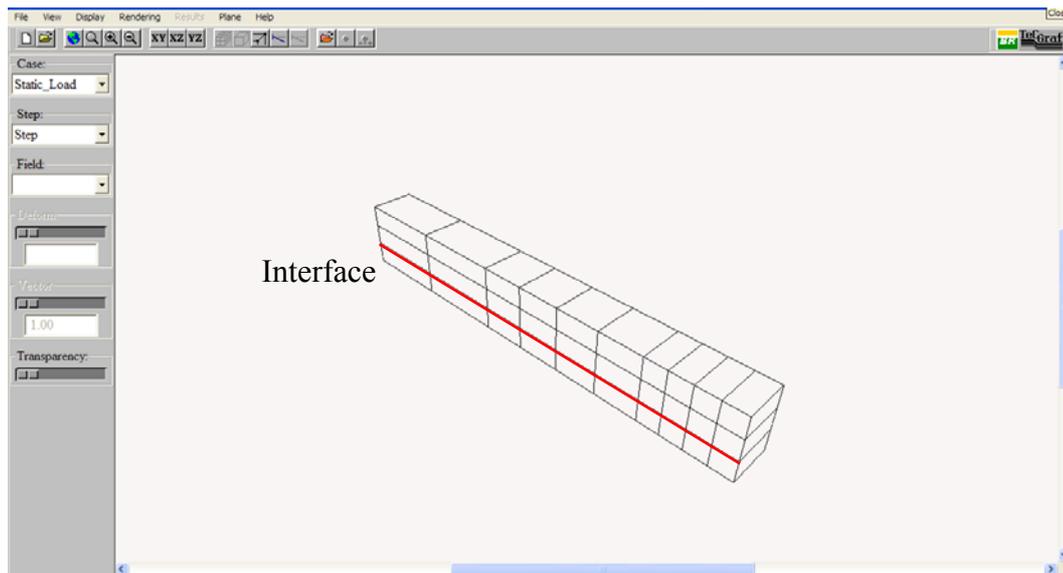


Figura 6.5 - Discretização da malha em elementos finitos para o problema bloco $L \gg H$

O bloco e a base foram modelados com trinta elementos isoparamétricos com a formulação híbrida mista em deformações do tipo EAS denominada aqui Hexa8-E3. Estes elementos são compatíveis cinematicamente com a formulação de contato com atrito implementada.

Uma pequena tensão normal de compressão (0.1 kPa) é aplicada inicialmente, como artifício para manter inicialmente um estado compressivo.

Para a análise deste problema utilizou-se o método da Penalidade com penalidade normal $\varepsilon_N = 10^6$ e com penalidade tangencial $\varepsilon_T = 10^4$. A lei de atrito de Coulomb que se assume surge entre o bloco e a fundação tem um coeficiente de atrito $\mu = 0.1$. Para aplicação do carregamento total foi utilizado o controle de carga em sete passos. Para a escolha dos parâmetros de penalidade (normal e tangencial) e do coeficiente de atrito foi necessária uma calibração do modelo. No método da penalidade a escolha dos parâmetros de penalidade é o ponto crucial na utilização do mesmo.

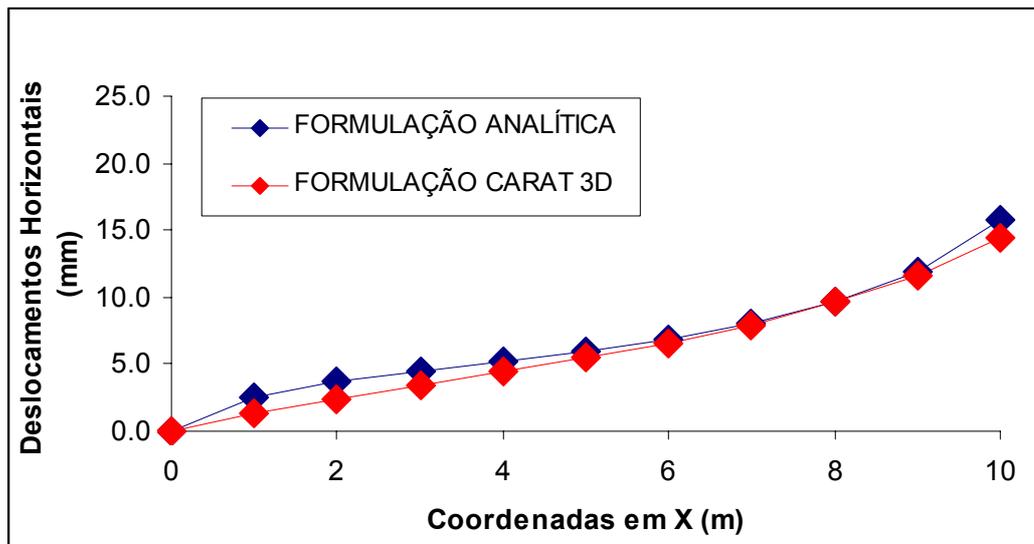


Figura 6.6 - Deslocamentos Horizontais na Interface obtidos na Formulação Analítica e na Formulação desenvolvida (CARAT 3D)

Os resultados obtidos foram comparados também com os resultados obtidos na solução numérica desenvolvida por Hird & Russell⁸⁸. Eles utilizaram um modelo bi-dimensional com vinte (20) elementos triangulares para representar o bloco e elementos de interface com espessura zero com as seguintes características: $k_s = 10^4$ kPa/m e $\tau_{max} = 30$ kPa.

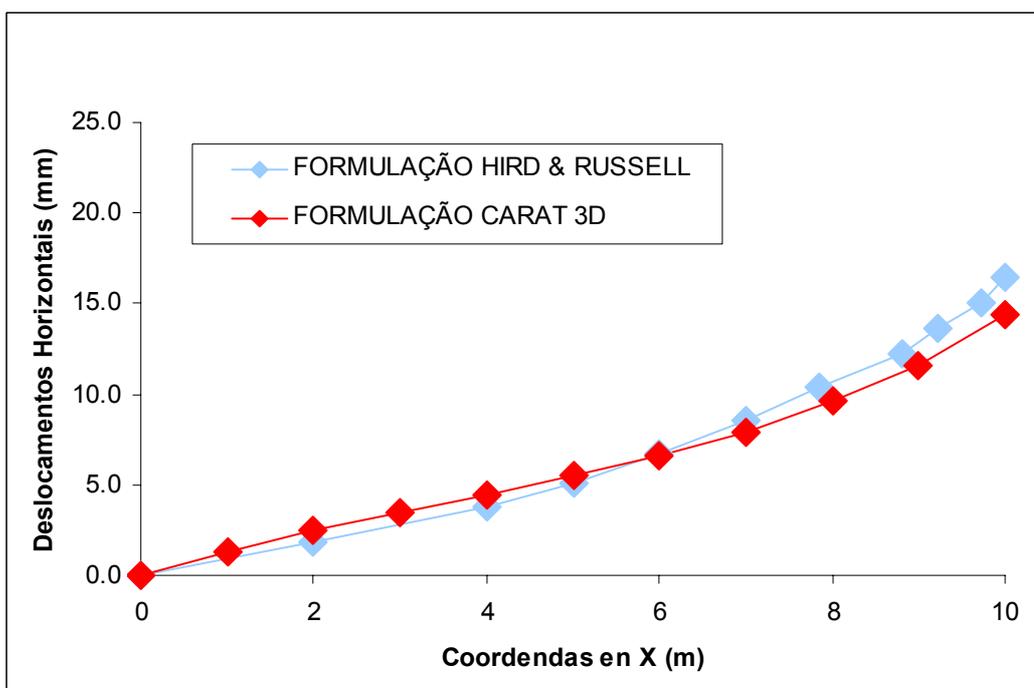


Figura 6.7 - Deslocamentos na interface CARAT versus Hird & Russell: diferentes níveis de carregamento

6.1.2 LIGAÇÃO DE PLACA DE EXTREMIDADE

Neste exemplo é feita a análise do comportamento semi-rígido de uma ligação viga-coluna tipo placa de extremidade estendida, que consiste em uma placa de extremidade cujo comprimento é maior do que a altura da viga, sendo mais prolongada junto à parte tracionada da seção da viga (ver Figura 6.8). Esta aplicação é baseada nos trabalhos desenvolvidos por Rothert, Gebbeken & Binder⁸⁹.

O objetivo deste exemplo é verificar o algoritmo de contato implementado para problemas 3D. Uma finalidade importante é comparar os resultados obtidos pelos métodos da Penalidade com a curva carga x deslocamento experimental fornecida pelo trabalho de Rothert, Gebbeken & Binder⁸⁹ servindo de base de comparação.

Esta análise se concentra na região da alma e da mesa da coluna que está ligada à viga através da placa de extremidade na parte tracionada pela mesa da viga (ver Figura 6.8). A placa de extremidade é considerada rígida quando comparada com a espessura da mesa da coluna. Assume-se que não há carregamento fora do plano yz (alma da coluna) e por isso as condições de contorno são aplicadas de forma a não permitir deslocamentos fora deste plano.

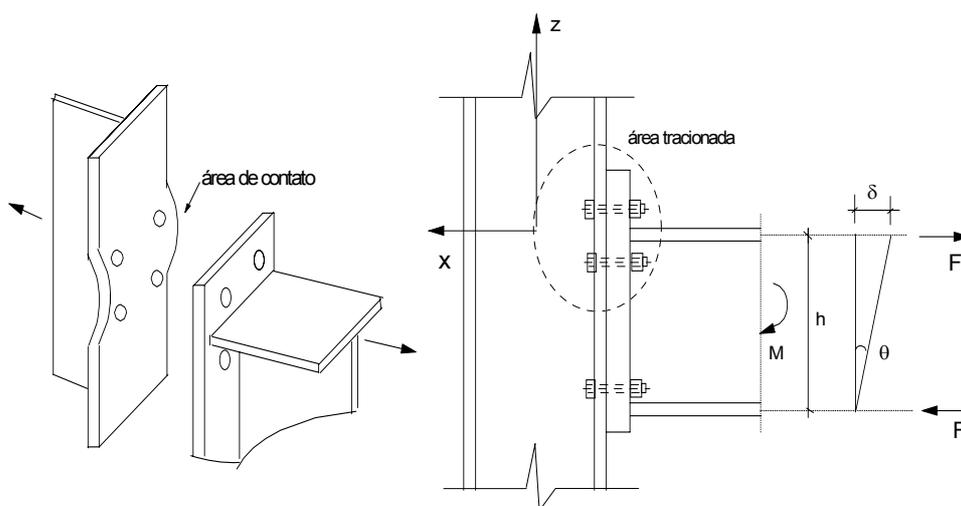


Figura 6.8 - Detalhe da zona de contato e o carregamento no plano⁸⁹.

Devido à simetria, na discretização da malha em elementos finitos considerou-se somente um oitavo da ligação. O detalhe do trecho da coluna analisado e a discretização em elementos finitos são mostrados respectivamente nas figuras abaixo:

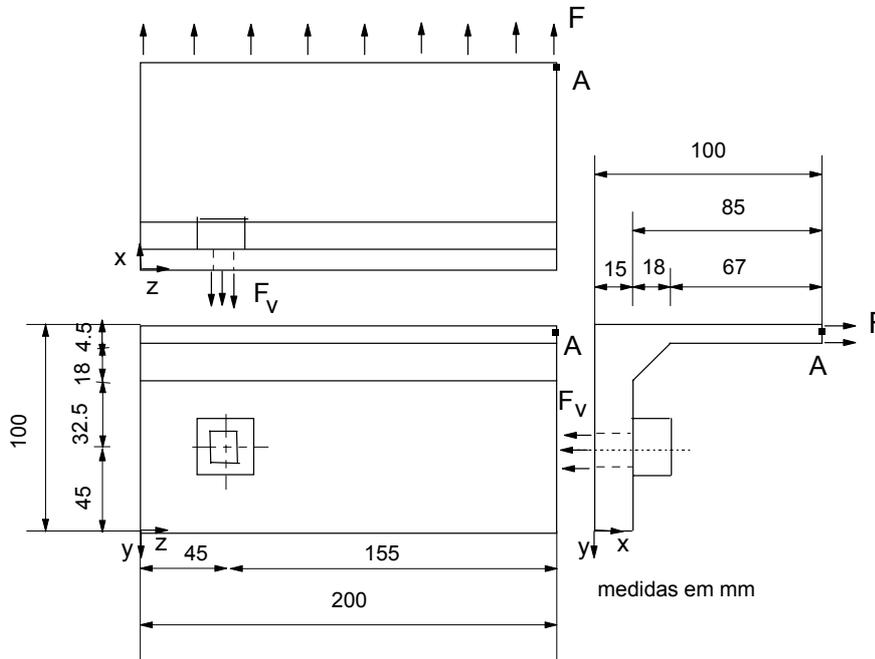


Figura 6.9 – Características geométricas do modelo reduzido⁸⁹

O aço empregado nos perfis é o St37, o módulo de elasticidade vale $E = 2.1 E8 \text{ kN} / \text{m}^2$, o material segue a lei de escoamento J_2 , sem encruamento, com tensão de escoamento igual $\sigma_y = 2.4 E5 \text{ kN} / \text{m}^2$. Para o parafuso adota-se o mesmo modelo do material com tensão de escoamento $\sigma_y = 10. E5 \text{ kN} / \text{m}^2$. As forças externas F são modeladas por forças nodais na alma da coluna, equivalentes a uma carga uniformemente distribuída.

Para a análise deste problema foi utilizado o Método da Penalidade com penalidade normal $\varepsilon_N = 10^3$ e com penalidade tangencial $\varepsilon_T = 10^1$. O carregamento total foi atingido através de controle de deslocamento.

As curvas carga x deslocamento obtidas pelo método da Penalidade considerando elementos Hexa8-E3 com integração 3x3x3 e pela curva experimental obtida por Rothert, Gebbeken & Binder⁸⁹ no instante final podem ser visualizadas na Figura 6.10.

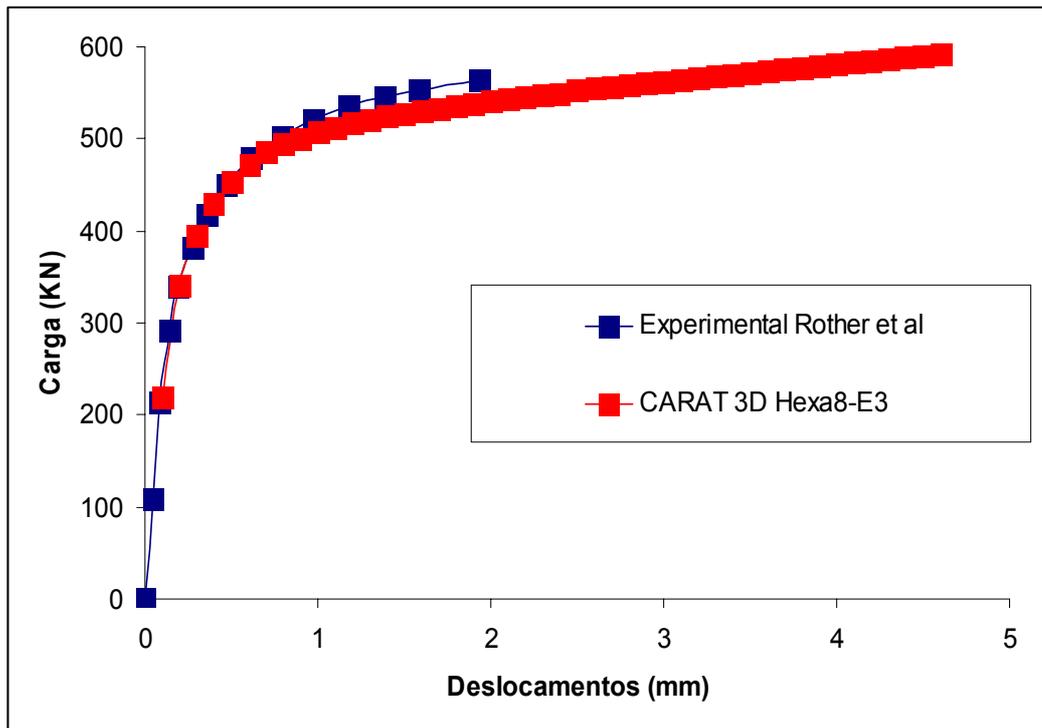


Figura 6.10 – Comparação dos resultados das análises experimental de Rother et al. E a análise numérica com CARAT 3D com elementos Hexa8-E3.

A deformada para o método da Penalidade é apresentada na Figura 6.11.

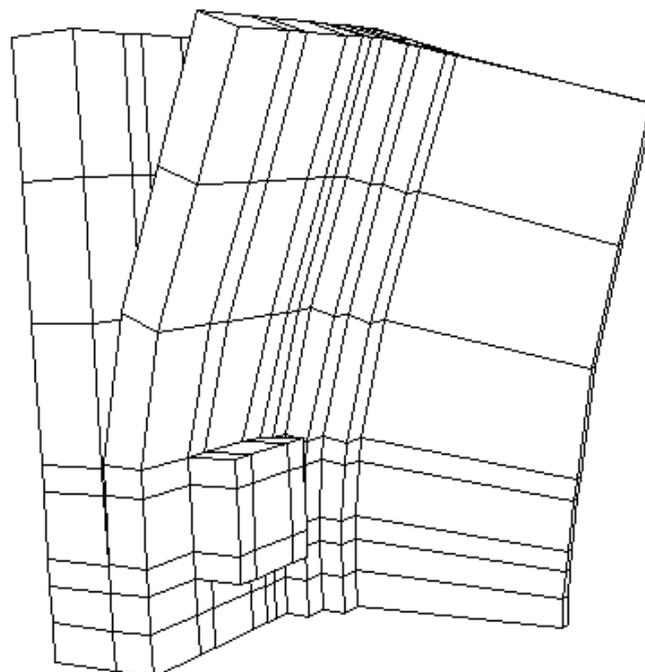


Figura 6.11 – Deformada da ligação de placa de extremidade no instante final (maximização em 25 vezes)

Neste exemplo foi analisada a variação dos parâmetros de penalidade normal e tangencial. Os parâmetros utilizados nas análises são mostrados na tabela a seguir.

Parâmetros	Valor	Valor	Valor	Valor
Penalidade Normal	1.0e+3	1.0e+2	1.0e+3	1.0e+4
Penalidade Tangencial	1.0e+1	1.0e+2	1.0e+2	1.0e+2
Tolerância ao Gap	1.0e-4	1.0e-4	1.0e-4	1.0e-4
Coefficiente de atrito	0.1	0.1	0.1	0.1

Tabela 6.1 – Variação de parâmetros de penalidade nas análises realizadas

Os resultados obtidos estão resumidos na Figura 6.12

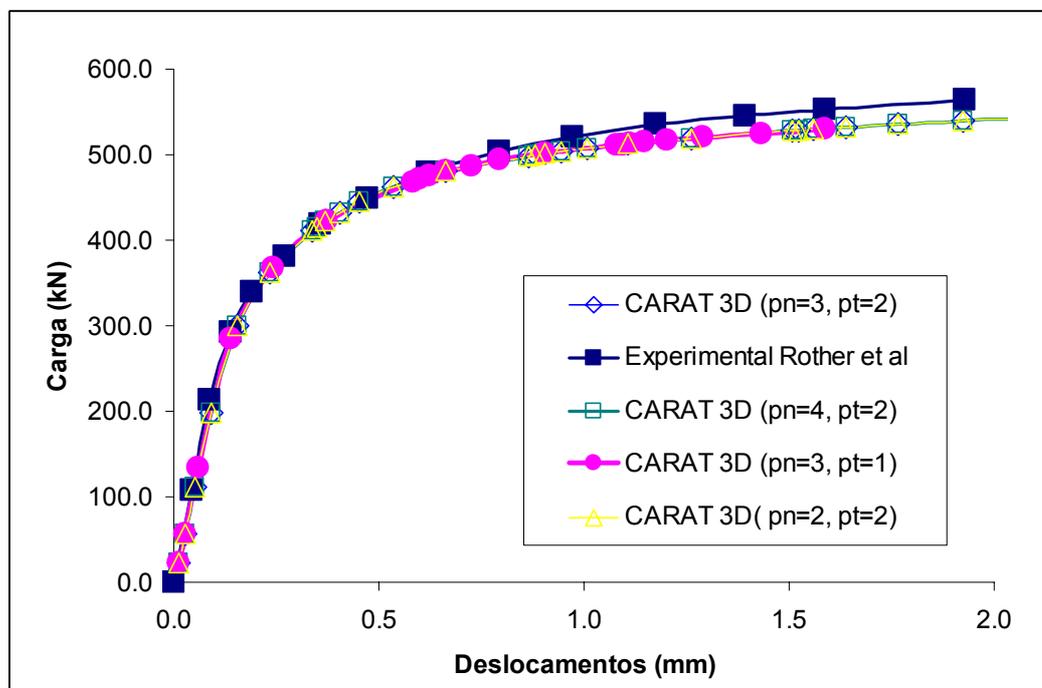


Figura 6.12 – Comparação dos resultados das análises experimental de Rother et al. e as análise numérica com CARAT 3D com elementos Hexa8-E3 para diferentes parâmetros de penalidade normal e tangencial(pn e pt respectivamente).

6.1.3 PUNÇÃO ELÁSTICA DE UM BLOCO SOBRE UMA FUNDAÇÃO RÍGIDA

Neste exemplo é descrito o problema de punção elástica de um bloco sobre uma fundação rígida. Este exemplo foi analisado por A. F. Martin e A. W. Leissa⁹⁰ no modelo 3D e por Jiann-Wen-Ju, R. L. Taylor e L. Cheng⁹¹ no modelo 2D. Maiores detalhes deste exemplo também podem ser encontrados em Parisch⁹².

A geometria do problema é apresentada na figura 6.13. O objetivo deste exemplo é comparar o resultado obtido com a formulação apresentada com a solução apresentada na literatura^{90,91,92}.

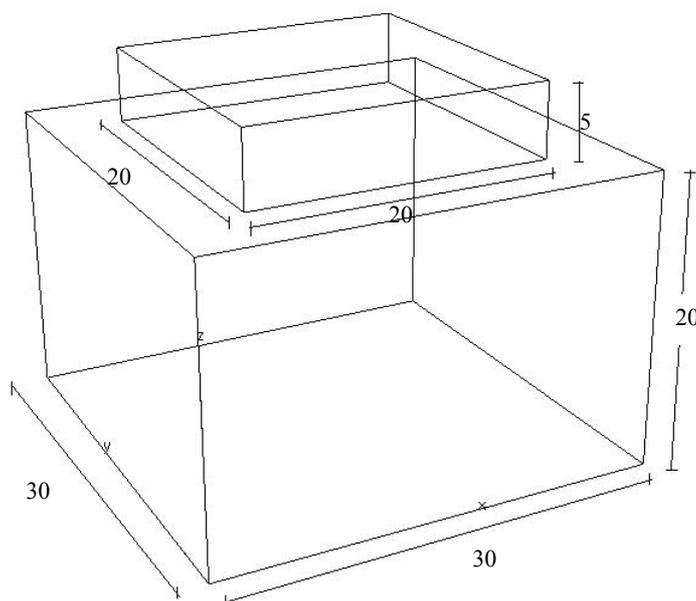


Figura 6.13 – Geometria do bloco sobre uma fundação rígida^{90,91,92}.

Apenas a base do bloco inferior é mantida indeslocável na direção do eixo z (direção de aplicação da carga). Um corpo é mantido sobre outro e uma carga de 80000 é aplicada no centro do bloco superior em seis (6) incrementos iguais de carga.

Os blocos foram modelados com elementos isoparamétricos com a formulação híbrida mista em deformações - EAS -, denominada Hexa8-E3. Estes elementos são compatíveis cinematicamente com a formulação de contato com atrito implementada. A discretização da malha e o comportamento linear elástico dos materiais atende a finalidade de demonstração da formulação⁹⁰.

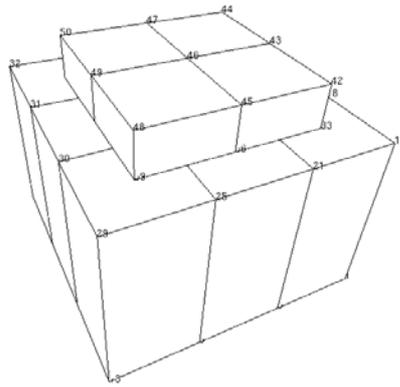


Figura 6.14 – Discretização em elementos finitos do bloco sobre uma fundação rígida. As características dos materiais estão apresentadas a seguir.

Bloco de Punção

Módulo de Elasticidade: $E = 10000$.

Coefficiente de Poisson: $\nu = 0.3$

Fundação Rígida

Módulo de Elasticidade: $E = 1000$.

Coefficiente de Poisson: $\nu = 0.3$

Para a análise deste problema utilizou-se o método da Penalidade com penalidade normal $\varepsilon_N = 10^8$ e com penalidade tangencial $\varepsilon_T = 10^6$. Considera-se um coeficiente de atrito de Coulomb $\mu = 0.5$. Para aplicação do carregamento total fora utilizado o controle de carga. A tolerância de gap normal utilizada foi de 10^{-4} .

O deslocamento obtido no nó 46 é de 3.62. A altura inicialmente de 25.0 fica reduzida há um pouco mais de 10%. A geometria deformada do problema mostra uma redução altura total como obtida nos trabalhos de A. F. Martin e A. W. Leissa⁹⁰ no modelo 3D e por Jiann-Wen-Ju, R. L. Taylor e L. Cheng⁹¹ no modelo 2D.

Neste exemplo foi realizada uma verificação enquanto à variação do coeficiente de atrito. Os coeficientes de atrito utilizados nas análises foram: $\mu = 0.1$, $\mu = 0.25$ e $\mu = 0.5$. Com relação aos resultados obtidos no deslocamento vertical (nó 46) em função do carregamento aplicado manteve-se o mesmo, mas a verificaram-se, na interface, algumas modificações nas forças de contato normal e de tangencial.

6.1.4 DESLIZAMENTO DE UM BLOCO ELÁSTICO

Este exemplo é baseado nos trabalhos de Laursen^{49,50}, Oden & Pires⁹³ e Wriggers et al.⁹⁴. Neste problema um bloco elástico é simultaneamente empurrado para dentro da fundação e puxado ao longo da mesma, isto ocasiona uma resposta de deslizamento com atrito na interface.

As dimensões do bloco elástico são: altura $h = 2$; comprimento $l = 4$ e uma largura $e = 1$. O bloco está sujeito a uma carga vertical distribuída $p_y = -200$ (aplicada num comprimento igual a 3.6) e uma carga horizontal distribuída aplicada em dos seus lados $p_x = 60$ (ver Figura 6.15).

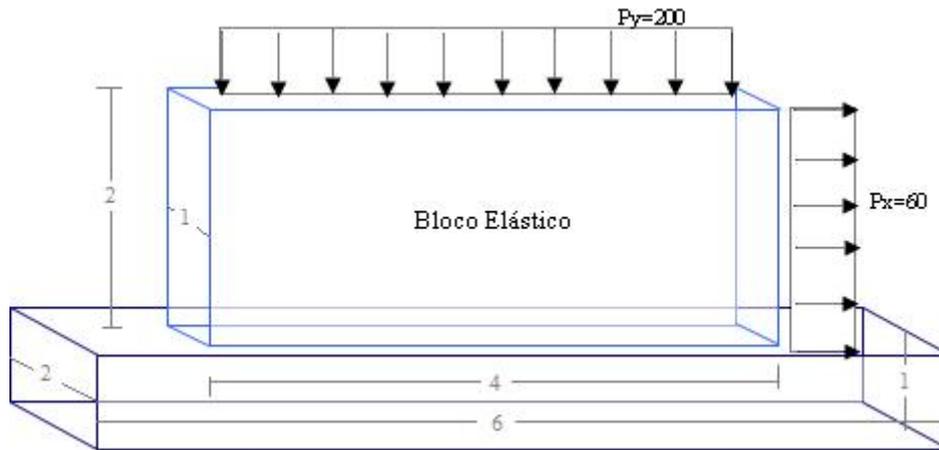


Figura 6.15 – Geometria do Bloco Elástico sobre uma Fundação Rígida^{49,50,93,94}

O bloco, que tem um módulo de elasticidade $E = 1000$. e um coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$, está sendo discretizado usando 200 elementos sólidos Hexa8-E3.

Para a análise deste problema foi utilizado o Método da Penalidade com parâmetros de penalidade normal $\varepsilon_N = 10^8$ e penalidade tangencial $\varepsilon_T = 10^4$, os mesmos utilizados por Simo & Laursen⁴⁹, Laursen⁵⁰ e por Wriggers⁹⁴ et al. nas suas simulações. O controle de deslocamento está sendo utilizado para aplicação do carregamento total.

Os resultados obtidos na análise numérica são muito próximos dos obtidos no trabalho desenvolvido por Simo & Laursen⁴⁹ e Laursen⁵⁰ utilizando tanto o método da Penalidade e o algoritmo Lagrangiano Aumentado para simular o contato com atrito, como mostrado na Figura 6.16.

A lei de atrito de Coulomb que se assume surge entre o bloco e a fundação tem um coeficiente de $\mu = 0.5$ ^{49,50}.

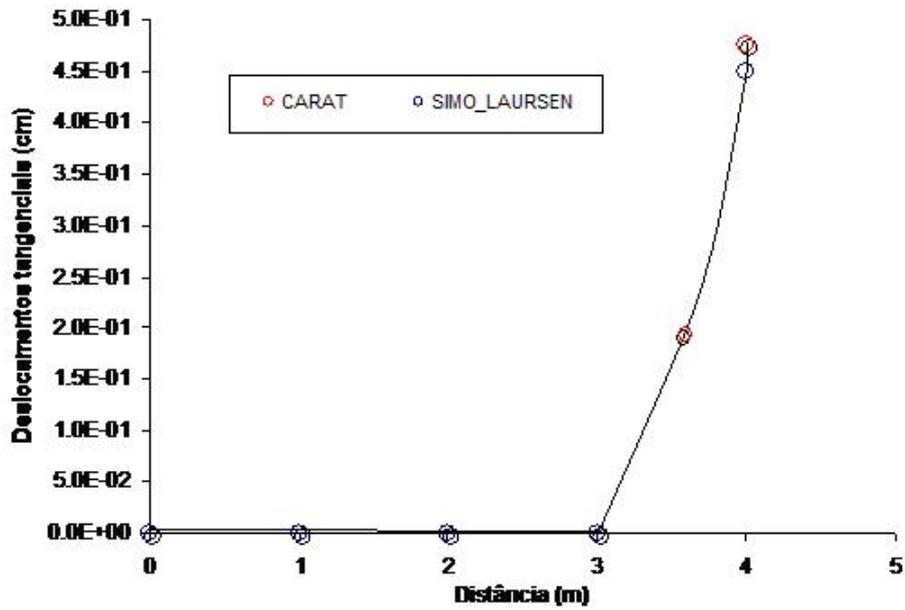


Figura 6.16 – Deslocamentos tangenciais na interface de contato com atrito $\mu = 0.5$

A seguir a deformada do bloco elástico devido ao carregamento aplicado.

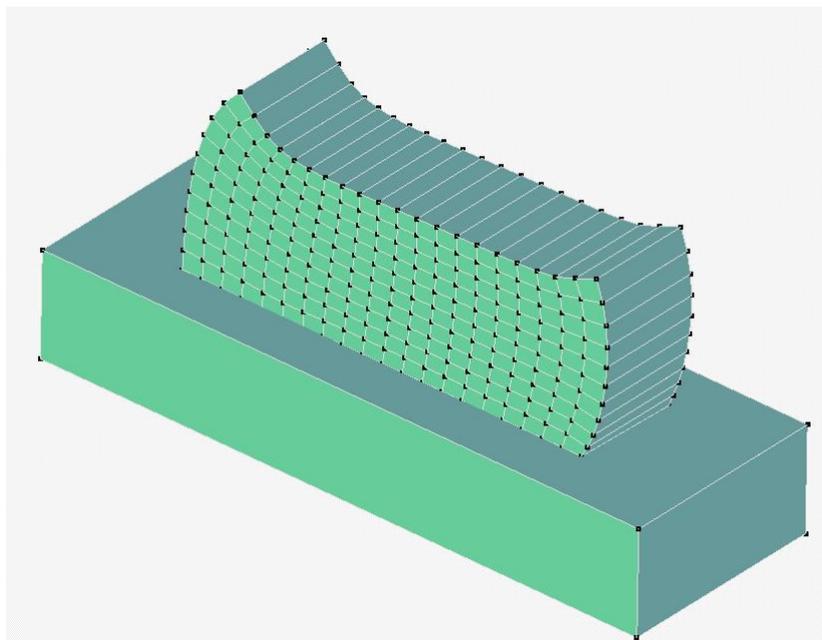


Figura 6.17 – Deformada do bloco elástico devido ao carregamento aplicado

6.2 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

6.2.1 DUTO ENTERRADO

A análise estrutural, o projeto e a avaliação de risco nos dutos enterrados devem considerar a interação recíproca que existe entre o duto flexível e o solo circunvizinho. Esta interação é ativada na presença de cargas de serviço, tais como a expansão do duto devido à temperatura e à pressão interna; as cargas de origem geotécnica tais como recalque da superfície do terreno, construções de aterros, variação do nível freático, ocorrência de sismos, empolamento devido a congelamento, além da ação de cargas externas tais como cargas de tráfego ou funcionamento de máquinas.

Este exemplo analisa as variações observadas nos campos de deslocamentos no sistema solo-duto numericamente determinado pela análise de elementos finitos, considerando as condições de aderência e deslizamento entre o solo e a estrutura. As condições de deslizamento foram introduzidas assumindo que a interface solo-duto pode ser aproximadamente descrita pela formulação de contato com atrito, que permite os deslocamentos relativos entre elementos da estrutura e do solo.

A Figura (6.18) ilustra um duto de aço enterrado, com um diâmetro interno $D_0 = 1.0$, enterrado a uma profundidade de $2 \times D_0$, que apresenta as seguintes propriedades mecânicas e geométricas:

- Rigidez Axial $EA = 4.2 \times 10^5$ kN;
- Rigidez Flexional $EI = 0.1$ kN.m²;
- Espessura $t = 2$ mm;
- Coeficiente de Poisson $\nu_d = 0.3$.

A camada do solo homogêneo linear elástico apresenta as seguintes características:

- Altura $H = 8$ m
- Módulo de Elasticidade $E = 2.7 \times 10^3$ kPa
- Coeficiente de Poisson $\nu_s = 0.33$.

Na superfície do solo, numa largura de $B = 2 \text{ m}$, no plano XY , na superfície do terreno, acima do duto é aplicada uma carga equivalente a $q = 100 \text{ kPa}$ uniformemente distribuída ao longo do eixo do duto (Figura 6.18).

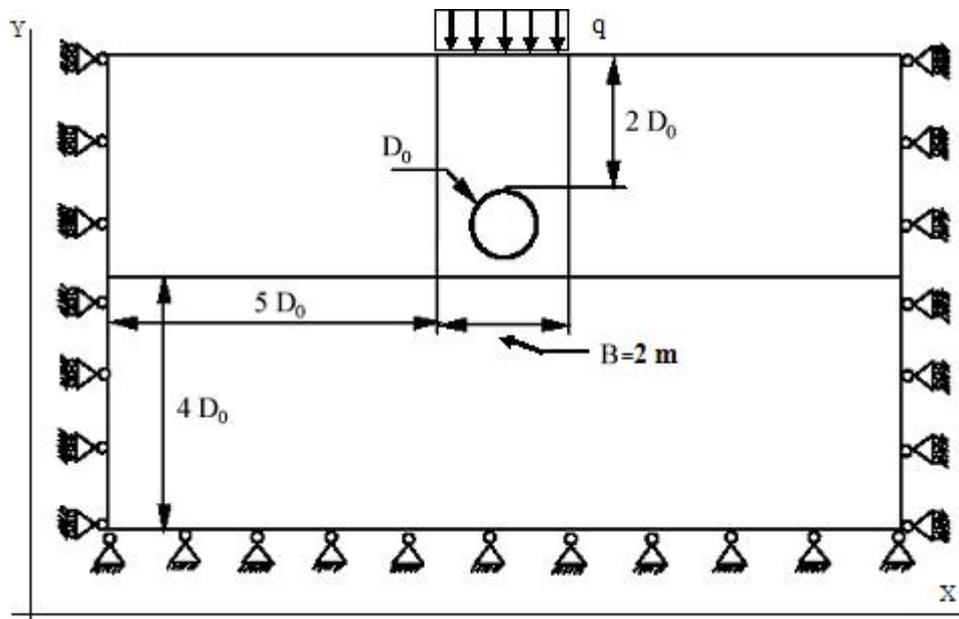


Figura 6.18 – Geometria do Sistema Solo-Duto

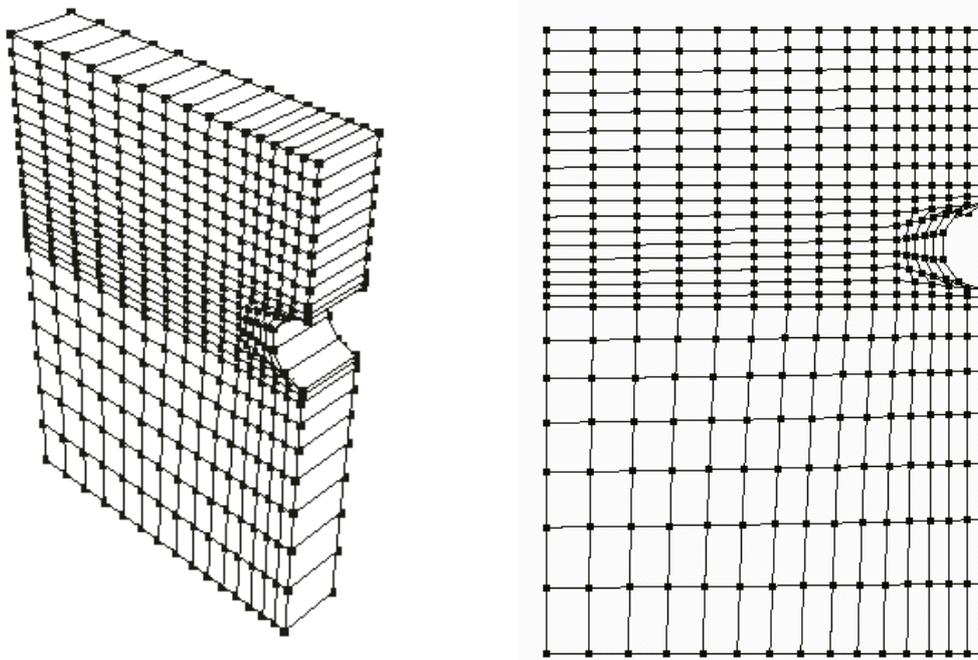


Figura 6.19 - Malha em Elementos Finitos do Sistema Solo-Duto (365 elementos Hexa8-E3)

Devido à simetria, a metade do sistema solo-duto foi modelada por uma malha de elemento finitos (ver Figura 6.19), que consiste de 365 elementos sólidos Hexa8-E3. A análise foi feita assumindo condições de deformação plana,

prevenindo deslocamentos axiais pela introdução de condições de contorno adequadas.

O coeficiente de atrito considerado foi $\mu=0.5$ e os parâmetros de penalidades foram os seguintes: $\varepsilon_N=10^4$ (penalidade normal) e $\varepsilon_T=10^4$ (penalidade tangencial). A análise foi realizada com controle de carga e de deslocamento até atingir o fator de carga igual a 1.0. Neste caso foi realizada uma análise elástica.

As figuras a seguir apresentam os campos de deslocamento horizontal e vertical do sistema solo-duto como resposta ao carregamento aplicado, de acordo com a formulação implementada de contato com atrito.

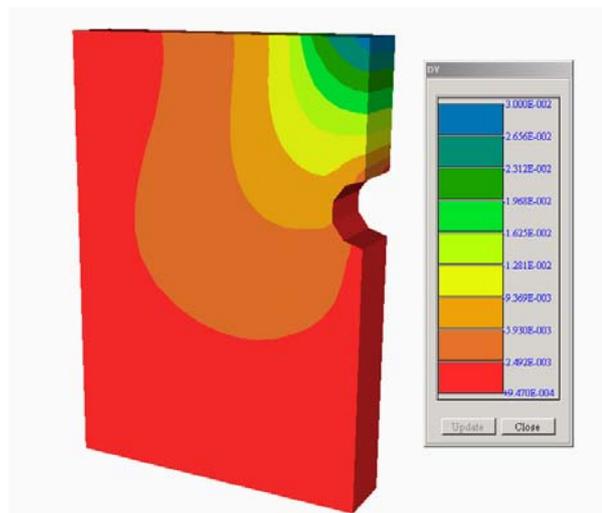


Figura 6.20 - Campo de Deslocamentos DX (eixo horizontal) no sistema solo-duto

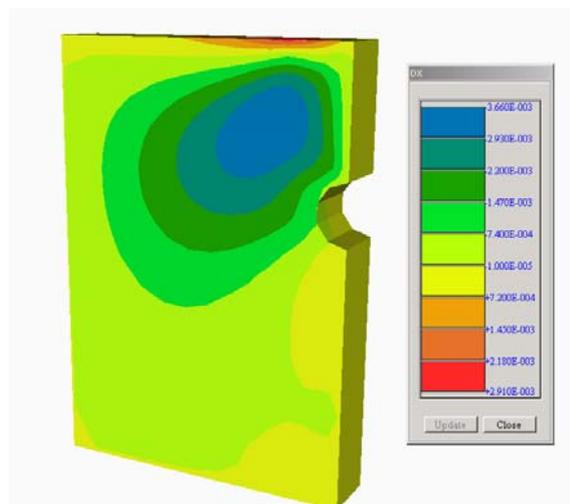


Figura 6.21 - Campo de Deslocamentos DY (eixo vertical) no sistema solo-duto

O intuito deste exemplo aplicado foi primeiro fazer uma serie de análises erro-tentativa para a determinação dos parâmetros de penalidade normal e penalidade tangencial a serem utilizados, assim como a definição do coeficiente

de atrito que melhor representa-se a atrito dos materiais no problema solo-duto. Também foi necessário verificar a relevância de considerar o contato com atrito no estudo de dutos enterrados. Isto se faz necessário para cada caso a ser analisado.

Neste exemplo são tratados dois assuntos extremamente importantes e complexos: a análise de dutos enterrados e o problema de contato com atrito, tentar acoplar esses dois assuntos é uma tarefa realmente árdua e que demanda muito tempo de estudo.

Após uma serie de análises verificou-se a importância do estudo da interação solo-duto, tomando como referencia o acoplamento dos nos na interface, que não representa o comportamento real dos dutos.

6.2.2 INTERAÇÃO SOLO-DUTO DE UM DUTO ENTERRADO QUE ATRAVESSA UMA ENCOSTA

O objetivo deste exemplo é a aplicação da formulação de contato com atrito direcionado para o problema de interação solo-duto em dutos enterrados.

Modelagem do Duto

A seguir uma análise elasto-plástica de uma linha de duto, analisada na dissertação de Souza¹⁹ considerando a geometria dada na figura a seguir:

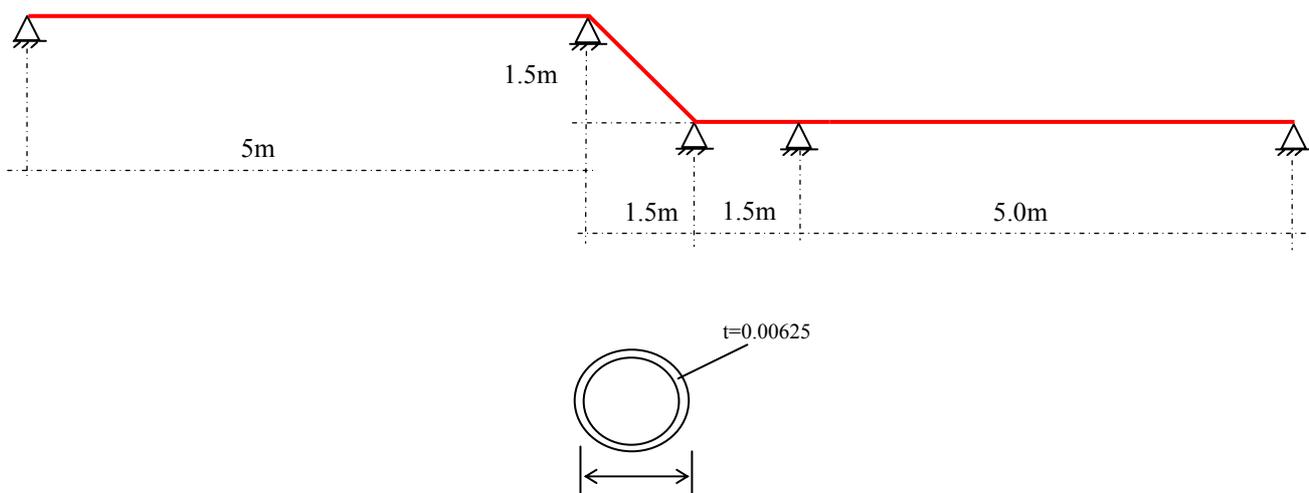


Figura 6.22 - Esquema da linha de duto e as suas condições de contorno

O duto assume um modelo constitutivo elastoplástico, com o escoamento segundo o critério de *von Mises* com endurecimento isotrópico. A tensão de escoamento e o módulo de encruamento isotrópico são adotados iguais a 420 MPa e 75000 MPa, respectivamente. Os valores do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de *Poisson* (ν) para o elemento duto são 205000 MPa e 0.25, respectivamente. As propriedades geométricas da seção transversal do duto são apresentadas a seguir:

Propriedades geométricas do duto.

Momento de Inércia I_{zz} (m^4)	$7.9516531 \cdot 10^{-5}$
Área da seção transversal (m^2)	$6.2586416 \cdot 10^{-3}$
Diâmetro externo (m)	0.325
Diâmetro interno (m)	0.3125
Espessura (m)	0.00625

No duto é aplicada uma pressão interna de 9.0 MPa. Este carregamento se dá através de controle de carga em um total de sete (7) passos. Adotada a condição de simetria geométrica e de carregamento considera-se somente a metade da seção transversal, com a restrição de deslocamento em x .

As análises foram realizadas utilizando elementos formulados em deslocamentos, hexaédricos de oito (8) nós, denominados Hexa8, e elementos com a formulação híbrida mista em deformações - EAS -, denominados Hexa8-E3

A discretização da malha em elementos finitos foi de 132 elementos, como mostrado na figura a seguir:

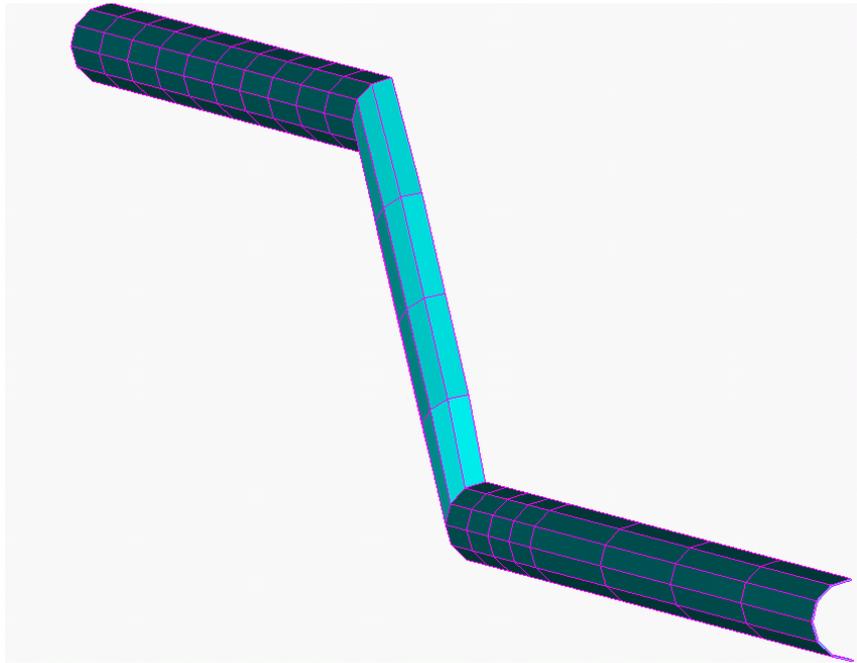


Figura 6.23 - Discretização da malha em elementos finitos do duto

Pode-se observar nas curvas fator de carga x deslocamento, para o nó de controle (nó 126), nota-se um comportamento mais rígido apresentado pelo modelo em deslocamentos (ver figura 6.24).

Nas Figuras 6.25 a 6.32, estão apresentados os campos de deslocamento no estágio final de carregamento com as tensões de von-Mises para ambos os modelos, Hexa8 e Hexa8-E3, respectivamente. Nota-se que o modelo em deslocamentos apresenta um nível de tensões bem mais elevado do que o modelo híbrido Hexa8-E3 em uma mesma faixa de deslocamentos; assim o modelo Hexa8-E3 apresenta um comportamento mais flexível. Infelizmente não se tem uma curva carga x deslocamento experimental ou mesmo de um outro modelo numérico que possa servir de comparação. Testes apresentados na tese de Ferreira (2000) confirmaram que o elemento Hexa8-E3 apresenta melhor desempenho.

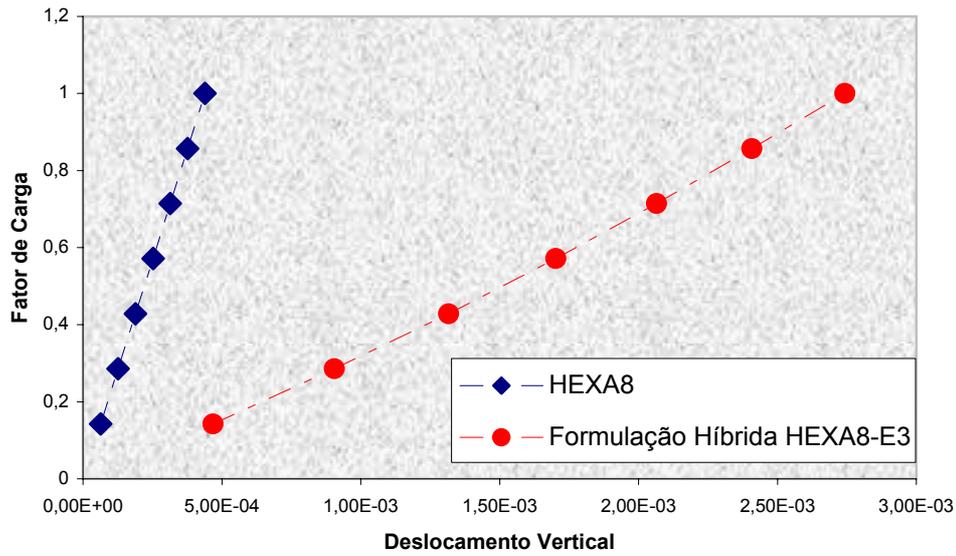


Figura 6.24 – Curva fator carga versus deslocamento (vertical) para o nó localizado no comprimento 2.5 m da linha de duto.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0521686/CA

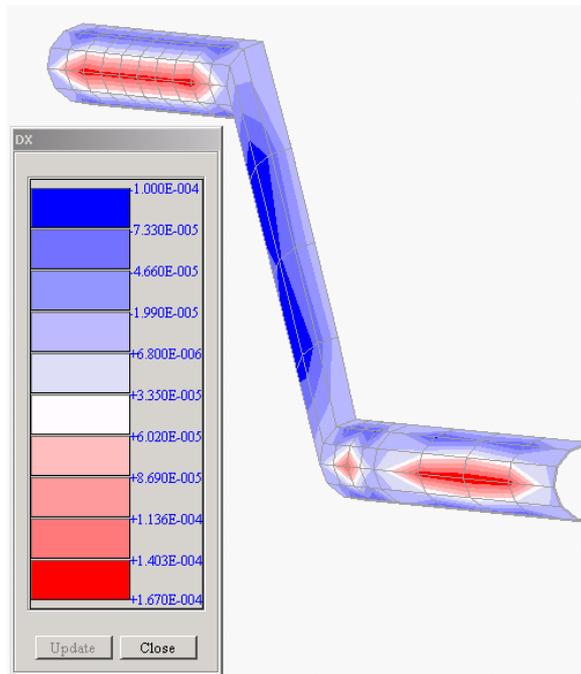


Figura 6.25 - Campo de deslocamento DX devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8

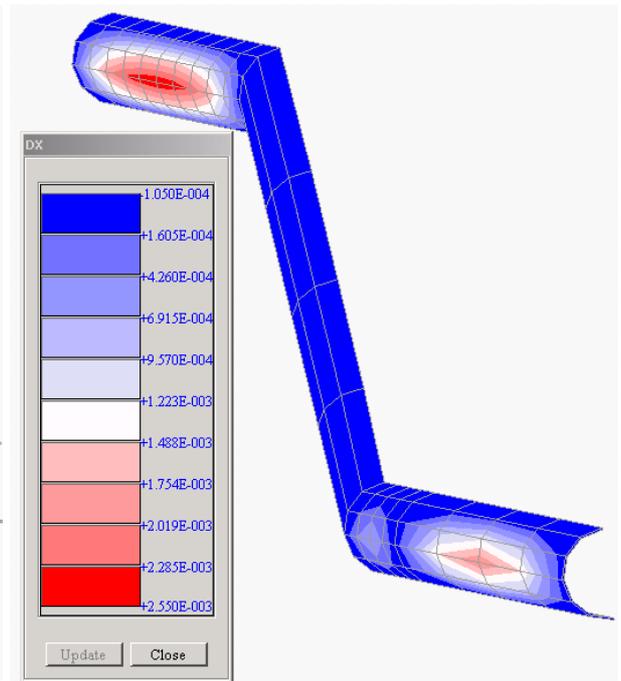


Figura 6.26 - Campo de deslocamento DX devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8-E3

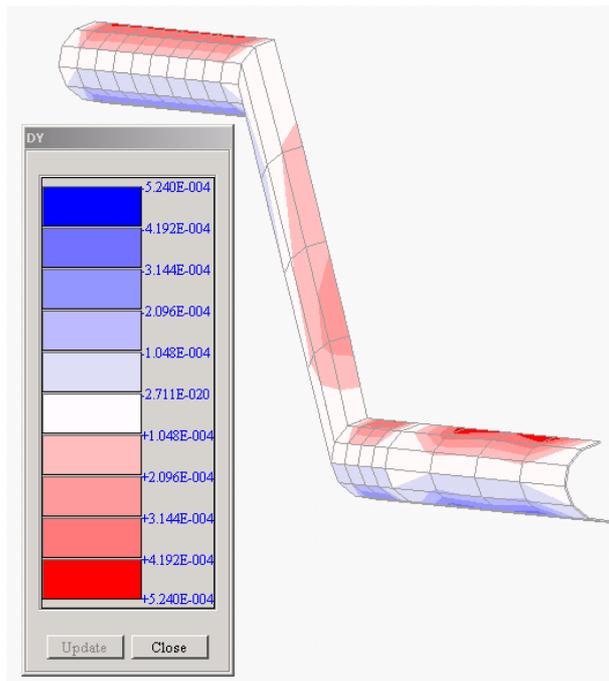


Figura 6.27 - Campo de deslocamento DY devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8

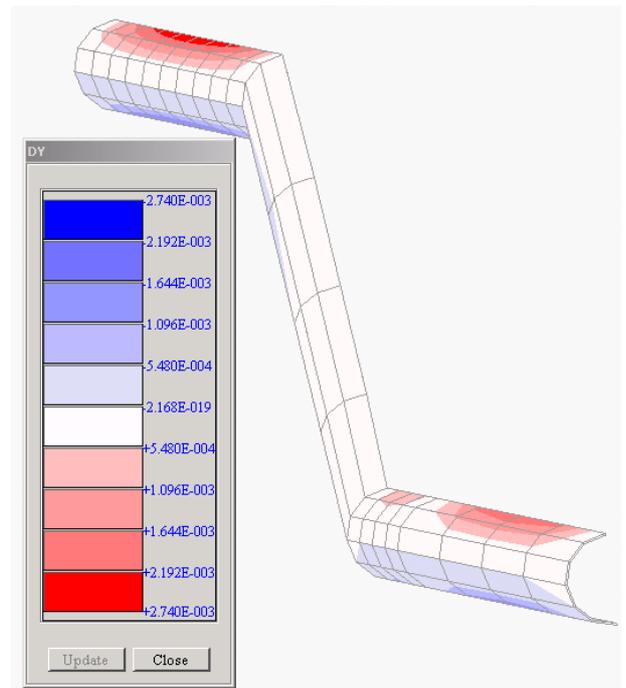


Figura 6.28 - Campo de deslocamento DY devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8-E3

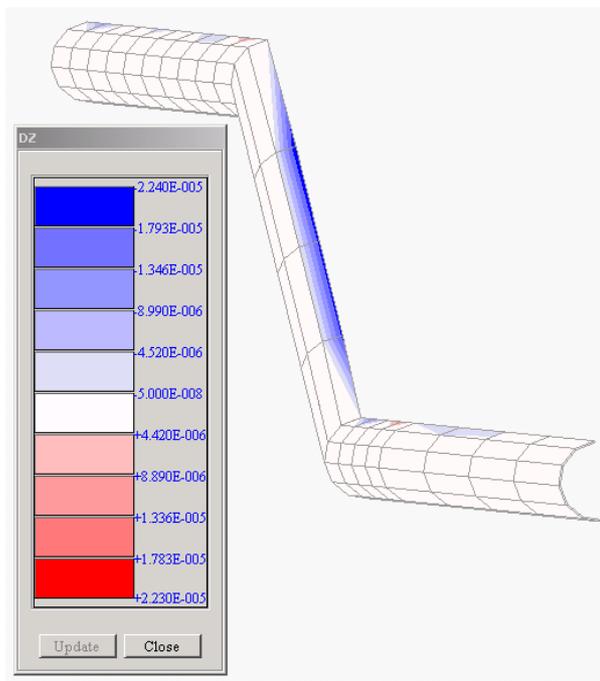


Figura 6.29 - Campo de deslocamento DZ devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8

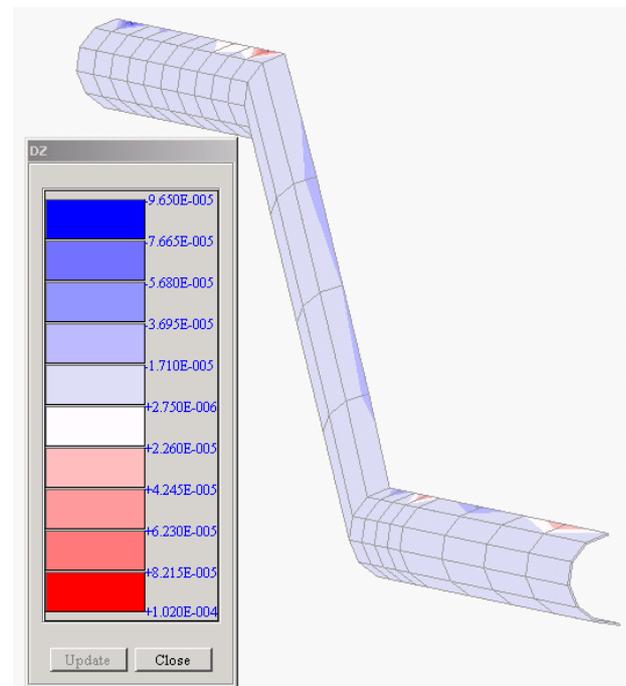


Figura 6.30 - Campo de deslocamento DZ devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8-E3

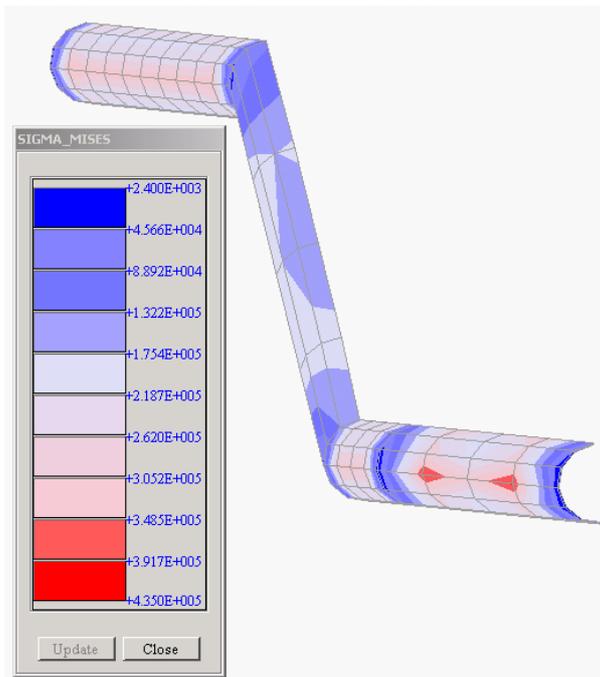


Figura 6.31 – Tensões de von Mises devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8

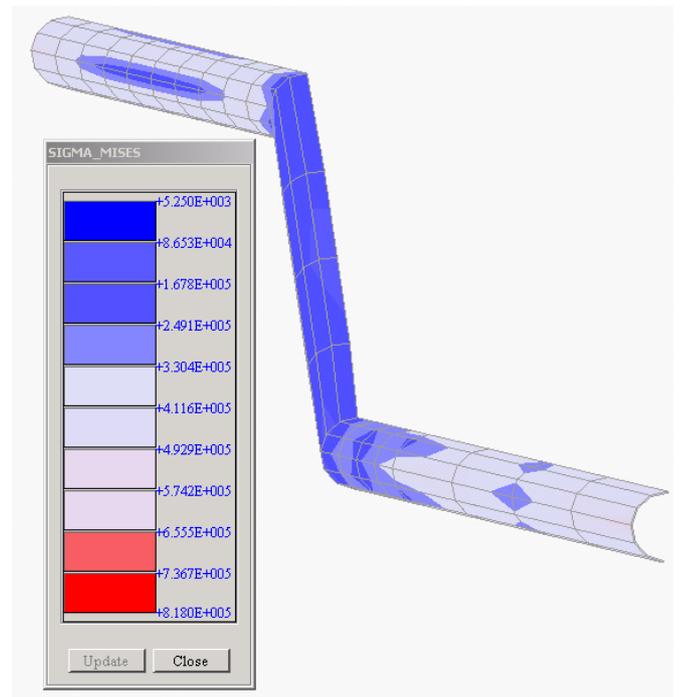


Figura 6.32 – Tensões de von Mises devido a uma pressão interna equivalente a 9.0 MPa: elemento HEXA8-E3

Modelagem Sistema Solo-Duto

Neste exemplo, é considerado o comportamento elástico do solo com um módulo de elasticidade (E) de 50.0 MPa e coeficiente de Poisson (ν) de 0.3.

Para o duto adota-se um modelo constitutivo elastoplástico, com o escoamento segundo o critério de *von Mises* com endurecimento isotrópico. A tensão de escoamento e o módulo de encruamento isotrópico são adotados iguais a 420 MPa e 75000 MPa, respectivamente e com coeficiente de Poisson (ν) de 0.3.

O duto é solicitado pelos carregamentos dados por pressão interna de 9.0 MPa, sobrecarga de 1000.0 N/m, e peso próprio do solo ($\gamma = 18.0 \text{ KN/m}^3$). Os trechos do duto solicitados são mostrados a seguir:

Trecho	Solo	Sobrecarga	Pressão interna
0 a 5.0 m	X	X	X
5.0 m a 6.5m	X		X
6.5m a 8.0m	-	-	X
8.0m a 13.0m	-	-	X

Tabela 6.1 – Carregamento solicitado pelo duto por trechos.

O solo e o duto são modelados com elementos híbridos Hexa8-E3. A discretização da malha em elementos finitos é dada na figura a seguir:

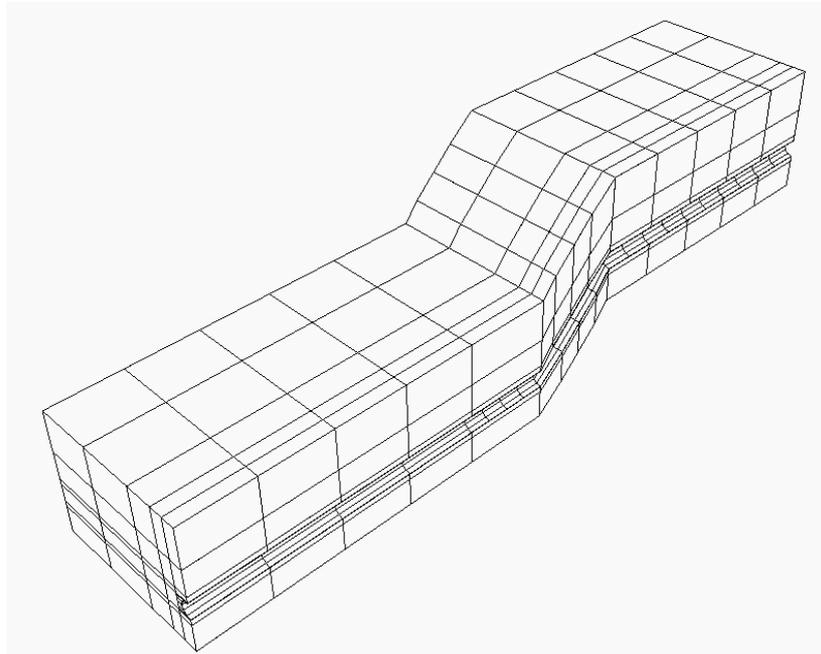


Figura 6.33 - Discretização da malha em elementos finitos do duto

Devido à simetria, somente foi modelada a metade do sistema solo-duto (no sentido longitudinal) por uma malha de elementos finitos (ver Figura 6.33), que consiste de 622 elementos híbridos Hexa8-E3.

Os dados utilizados no solo, duto e interface foram tirados de dados da literatura^{26,95}. A formulação do problema de contato com atrito permite a simulação do comportamento da interação solo-duto.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram os seguintes: penalidade normal $\varepsilon_N=10^3$ e penalidade tangencial $\varepsilon_T=10^2$.

Análises considerando a variação da magnitude do coeficiente de atrito foram realizadas; os valores considerados foram de $\mu=0.1$, de $\mu=0.3$ e de $\mu=0.6$. Para isto o carregamento ao que o duto está submetido (pressão interna e carregamento externo) foi aumentado até o duto estar totalmente plastificado (10 vezes o valor de carregamento inicial apresentado). Os mesmos valores de parâmetros de penalidade conseguiram-se manter para as diferentes análises.

Nó Contato	ΔX	ΔY	ΔZ
8	0.00	15.06	0.16
9	2.06	11.19	0.00
10	1.58	3.61	0.00
11	6.22	0.00	0.00
12	1.58	3.61	0.00
13	2.06	11.19	0.00
14	0.00	15.06	0.16
15	0.00	12.41	0.04
16	1.01	8.99	0.00
17	3.38	2.45	0.00
18	7.93	0.00	0.00
19	3.38	2.44	0.00
20	1.01	8.99	0.00
21	0.00	12.41	0.04
22	0.00	14.89	0.22
23	2.07	11.11	0.00
24	1.48	3.60	0.00
25	6.09	0.00	0.00
26	1.48	3.59	0.00
27	2.07	11.11	0.00
28	0.00	14.89	0.22
36	0.00	11.69	0.54
37	2.05	9.02	0.00
38	0.14	3.09	0.00
39	3.79	0.02	0.00
40	0.15	3.06	0.00
41	2.05	8.98	0.00
42	0.00	11.59	0.56
43	0.00	14.18	0.02
44	1.26	10.02	0.00
45	3.19	2.88	0.00
46	7.76	0.04	0.00
47	3.19	2.80	0.00
48	1.25	10.03	0.00
49	0.00	14.08	0.06
50	0.00	11.96	0.57
51	2.02	9.16	0.00
52	0.22	3.15	0.00
53	3.83	0.06	0.00
54	0.18	3.02	0.00
55	2.07	8.99	0.00
56	0.00	11.77	0.45
64	0.00	8.01	0.94
65	1.66	7.20	0.00
66	2.42	4.83	0.00
67	1.88	2.18	0.00
68	2.63	0.50	0.00
69	1.75	2.66	0.00
70	0.00	3.23	0.92
71	0.00	6.03	0.94
72	1.40	5.34	0.00
73	2.09	3.02	0.00
74	1.49	0.00	0.00
75	2.08	3.02	0.00
76	1.40	5.36	0.00
77	0.00	6.04	0.92
78	0.00	3.25	0.89
79	1.75	2.67	0.00
80	2.62	0.53	0.00
81	1.88	2.14	0.00
82	2.42	4.79	0.00
83	1.64	7.13	0.00
84	0.00	7.94	0.95

Nó Contato	ΔX	ΔY	ΔZ
92	0.00	12.55	0.35
93	2.09	9.50	0.00
94	0.45	3.11	0.00
95	4.27	0.09	0.00
96	0.48	3.31	0.00
97	2.05	9.69	0.00
98	0.00	12.74	0.42
99	0.00	13.11	0.03
100	1.27	9.45	0.00
101	2.90	2.69	0.00
102	7.40	0.06	0.00
103	2.89	2.82	0.00
104	1.28	9.55	0.00
105	0.00	13.20	0.03
106	0.00	12.65	0.09
107	1.47	9.33	0.00
108	2.18	2.80	0.00
109	6.47	0.06	0.00
110	2.18	2.92	0.00
111	1.47	9.42	0.00
112	0.00	12.75	0.05
113	0.00	12.52	0.02
114	1.46	9.18	0.00
115	2.17	2.77	0.00
116	6.36	0.05	0.00
117	2.17	2.86	0.00
118	1.46	9.28	0.00
119	0.00	12.62	0.01
120	0.00	12.27	0.01
121	1.47	9.05	0.00
122	2.00	2.77	0.00
123	6.12	0.04	0.00
124	2.00	2.86	0.00
125	1.47	9.15	0.00
126	0.00	12.37	0.01
127	0.00	12.52	0.04
128	1.46	9.18	0.00
129	2.14	2.79	0.00
130	6.34	0.03	0.00
131	2.14	2.84	0.00
132	1.46	9.28	0.00
133	0.00	12.52	0.04
134	0.00	12.73	0.11
135	1.48	9.41	0.00
136	2.20	2.84	0.00
137	6.50	0.02	0.00
138	2.20	2.89	0.00
139	1.48	9.41	0.00
140	0.00	12.83	0.11
141	0.00	12.91	0.05
142	1.26	9.35	0.00
143	2.80	2.72	0.00
144	7.26	0.02	0.00
145	2.80	2.75	0.00
146	1.26	9.45	0.00
147	0.00	12.91	0.05
148	0.00	13.17	0.31
149	2.06	9.85	0.00
150	0.74	3.23	0.00
151	4.68	0.01	0.00
152	0.74	3.25	0.00
153	2.06	9.85	0.00
154	0.00	13.17	0.32

Tabela 2 – Variação de deslocamentos (em mm) nos nós de contato em função da variação de coeficiente de atrito para $\mu = 0.1$ e $\mu = 0.3$.

Na Tabela 6.2, apresenta-se a variação dos diferentes deslocamentos (em mm) nos nós de contato em função da mudança do valor do coeficiente de atrito para $\mu=0.1$ e $\mu =0.3$. Pode-se conferir uma diferença de deslocamento até de 15.06mm. A mudança de $\mu =0.3$ para $\mu =0.6$, para esta mesma geometria, não representou uma variação significativa nos deslocamentos.

Isto mostra a importância de definir um coeficiente de atrito que melhor representa-se o atrito dos materiais envolvidos, para ser utilizado na análise numérica, através de ensaios de laboratório.

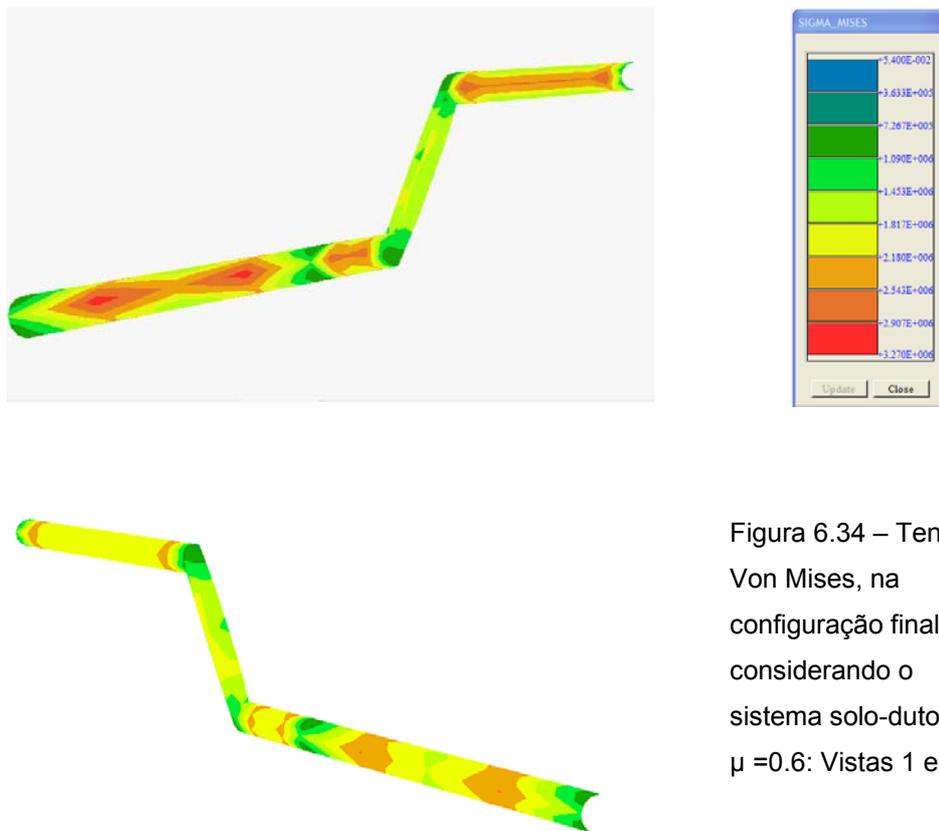


Figura 6.34 – Tensões Von Mises, na configuração final, considerando o sistema solo-duto, para $\mu =0.6$: Vistas 1 e 2.

Na figura 6.34, estão representadas as tensões de Von Mises (vistas 1 e 2), na configuração final de carregamento, considerando $\mu =0.6$, onde se verifica o duto, no sistema solo-estrutura, já completamente plastificado, todo ele já submetido a tensões maiores que a tensão de escoamento do material 420 MPa.

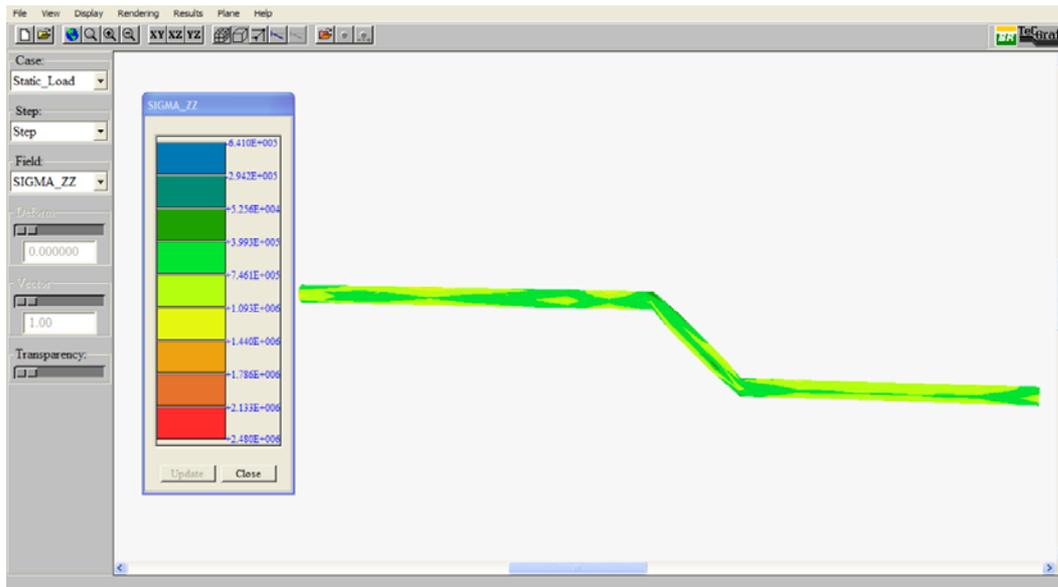


Figura 6.35 – Tensões longitudinais, na configuração final, considerando o sistema solo-duto, para o caso $\mu = 0.6$.

Na figura 6.35, estão representadas as tensões longitudinais, também na configuração final de carregamento, considerando $\mu = 0.6$ para representar o atrito entre os materiais envolvidos (solo e duto), onde se verificam no duto, tensões superiores à tensão de escoamento.

Neste exemplo, o modelo elástico foi utilizado para representar o solo. Hipótese simplificadora considerada, a priori, representativa para o caso analisado, uma das razões é o interesse principal voltado ao comportamento do duto no sistema solo-duto. Na configuração final, com o intuito de confirmar esta representatividade do modelo do solo, as tensões principais nos elementos do solo foram inseridas no critério de ruptura Mohr-Coulomb em 3D. Para isto, considerou-se os valores de coesão igual a 0.020MPa e de ângulo de atrito igual a 30° . Na tabela 3, observam-se valores, para alguns elementos das tensões que representam a função de ruptura através do critério Mohr-Coulomb em 3D.

S1	S2	S3	Critério de Falla Mohr-Coulomb 3D		
2.14E+06	4.38E+05	-4.27E+05	-2.06E+05	-4.30E+05	1.71E+06
2.09E+06	3.45E+05	-5.98E+05	-2.64E+05	-5.35E+05	1.72E+06
2.46E+06	6.44E+05	-3.69E+05	-1.32E+05	-4.38E+05	1.94E+06
2.57E+06	8.01E+05	-1.51E+05	-4.17E+04	-3.13E+05	1.97E+06
9.92E+05	4.26E+05	-2.34E+05	7.15E+04	-2.82E+05	8.03E+05
1.44E+06	5.91E+05	-2.98E+05	8.33E+04	-3.71E+05	1.15E+06
1.14E+06	3.59E+05	-5.26E+05	-1.57E+04	-4.84E+05	9.87E+05
7.50E+05	3.18E+05	-4.48E+05	5.10E+04	-4.15E+05	6.75E+05
7.32E-01	2.34E-01	1.56E-01	1.73E+01	1.74E+01	1.78E+01
3.81E-01	1.37E-01	-1.45E-02	1.73E+01	1.73E+01	1.76E+01
3.79E-01	7.37E-02	-2.20E-01	1.73E+01	1.71E+01	1.77E+01
7.40E-01	1.80E-01	-2.95E-02	1.73E+01	1.73E+01	1.79E+01
6.62E-02	-3.47E-02	-1.05E-01	1.73E+01	1.73E+01	1.74E+01
8.60E-02	7.31E-02	1.66E-02	1.74E+01	1.73E+01	1.74E+01
3.37E-02	-4.96E-03	-1.24E-01	1.73E+01	1.72E+01	1.74E+01
-3.95E-02	-9.64E-02	-1.69E-01	1.73E+01	1.72E+01	1.73E+01
4.42E-01	1.65E-01	1.40E-01	1.73E+01	1.74E+01	1.76E+01
7.59E-01	2.84E-01	1.88E-01	1.73E+01	1.74E+01	1.78E+01
7.73E-01	2.31E-01	3.94E-03	1.73E+01	1.73E+01	1.79E+01
4.36E-01	9.19E-02	-8.12E-02	1.73E+01	1.72E+01	1.77E+01
3.29E-01	1.63E-01	1.15E-01	1.74E+01	1.74E+01	1.75E+01
6.89E-02	8.59E-03	-9.24E-02	1.73E+01	1.72E+01	1.74E+01
-2.13E-02	-5.72E-02	-1.59E-01	1.73E+01	1.72E+01	1.73E+01
2.33E-01	6.61E-02	7.41E-03	1.73E+01	1.73E+01	1.75E+01
5.80E+00	2.57E+00	1.88E+00	1.78E+01	1.81E+01	2.12E+01
9.95E-01	1.89E-01	-1.93E-01	1.72E+01	1.71E+01	1.81E+01
9.34E-01	1.61E-01	-7.89E-01	1.72E+01	1.67E+01	1.82E+01
6.52E+00	2.80E+00	2.12E+00	1.78E+01	1.82E+01	2.17E+01
1.95E+00	-5.01E-01	-1.98E+00	1.65E+01	1.60E+01	1.93E+01
1.60E+00	1.20E+00	6.58E-01	1.78E+01	1.75E+01	1.84E+01
1.14E+00	1.07E+00	5.53E-01	1.78E+01	1.75E+01	1.80E+01
2.83E+00	-2.51E-01	-1.92E+00	1.64E+01	1.59E+01	1.99E+01
-3.49E+00	-5.24E+00	-1.39E+01	1.43E+01	8.21E+00	1.82E+01
6.51E+00	4.59E+00	1.04E+00	1.91E+01	1.70E+01	2.19E+01
8.39E+00	3.94E+00	9.43E-01	1.82E+01	1.70E+01	2.34E+01
-2.83E+00	-4.74E+00	-1.56E+01	1.45E+01	6.81E+00	1.91E+01
9.26E+00	3.39E+00	-2.49E+00	1.75E+01	1.46E+01	2.49E+01
-8.95E-01	-2.14E+00	-3.89E+00	1.59E+01	1.49E+01	1.76E+01
7.71E-01	-2.41E+00	-4.14E+00	1.53E+01	1.48E+01	1.89E+01
1.01E+01	3.34E+00	-3.77E+00	1.73E+01	1.37E+01	2.58E+01
-3.56E+01	-4.51E+01	-1.21E+02	-7.60E+00	-6.22E+01	2.09E+01
-4.54E-01	-1.07E+01	-2.42E+01	9.41E+00	1.85E+00	2.30E+01
-4.76E-01	-6.51E+00	-2.26E+01	1.26E+01	2.00E+00	2.26E+01
-4.05E+01	-5.25E+01	-1.31E+02	-1.19E+01	-6.78E+01	1.97E+01
1.28E+01	1.16E+00	-4.44E+01	1.50E+01	-1.63E+01	3.80E+01
-2.15E+00	-2.20E+01	-3.02E+01	1.36E+00	1.71E-01	2.33E+01
-2.94E+00	-2.09E+01	-2.47E+01	2.38E+00	4.02E+00	2.13E+01
1.12E+01	-3.05E+00	-6.07E+01	1.22E+01	-2.74E+01	4.09E+01

Tabela 6.3 – Verificação de Modelo do Solo: Critério de Falha Mohr-Coulomb 3D.

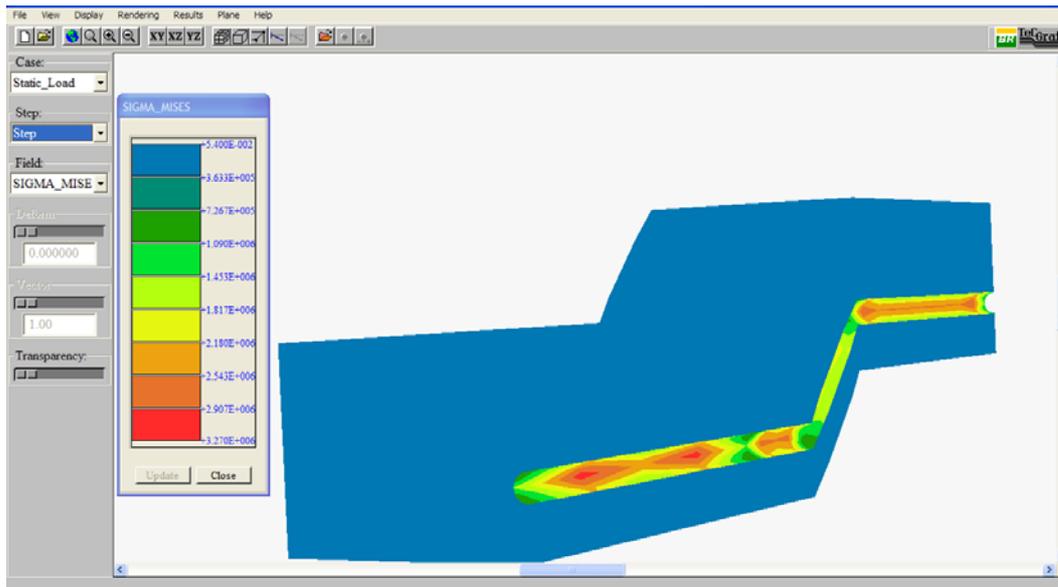


Figura 6.36 – Tensões Von Mises, no sistema solo-duto, para a configuração final de carregamento com parâmetros de penalidade: $\epsilon_N=10^3$ e $\epsilon_T=10^2$ e coef. de atrito $\mu=0.6$.

Assim como o primeiro exemplo de aplicação foi necessário primeiro fazer uma série de análises erro-tentativa para a determinação dos parâmetros de penalidade normal e penalidade tangencial a serem utilizados na análise.

Definir o coeficiente de atrito que melhor represente o atrito dos materiais no problema solo-duto, como verificado nas análises realizadas no duto enterrado com um trecho atravessando um talude é de grande importância para obter resultados mais precisos.

O modelo elástico do solo, hipótese simplificadora, para este caso é representativa. O comportamento do duto e a sua interação solo-duto representada pela formulação do problema de contato com atrito -definido pelos parâmetros de penalidade (normal e tangencial) e pelo coeficiente de atrito- foram o foco de atenção das análises realizadas.

Nas análises realizadas também verificou-se que a pressão interna induz o surgimento de tensões longitudinais no duto devido ao efeito de *Poisson*. Essa tensão surge quando o duto está restringido nas extremidades e/ou pelo atrito que surge na interação entre o solo e o duto ao longo da seção transversal. Neste caso tem um adicional que é a presença do talude que é um fator atenuante.

Ao ser analisado este exemplo também se verificou as diferentes respostas considerando o duto simplesmente apoiado no solo (para o caso do duto sem considerar o talude) e o duto semi-enterrado com a finalidade de se poder ter uma

sensibilidade maior do problema. Como já foi dito anteriormente este tipo de análise demanda um conhecimento de dois tipos de problemas altamente complexos como são os dutos enterrados e o contato com atrito. A tentativa em acoplar esses conhecimentos não é uma tarefa trivial e demanda muito tempo de estudo.