

4

MODELOS PARA O PROBLEMA DE CONTATO

4.1

Introdução

O desafio da modelagem é idealizar modelos mecânicos que se comportem como as estruturas reais, aliado aos recursos de formulações avançadas conseguindo desta forma o equilíbrio entre os mecanismos rigorosos e as simplificações de engenharia.

Para o caso de dutos enterrados, este desafio abrange quase todos os aspectos do sistema solo-estrutura, isto é, o modelo constitutivo do solo, modelo constitutivo estrutural, simulação do incremento de camadas de solo, condições de contorno, não-linearidades geométricas, etc. Um aspecto de interesse particular é o tratamento da interface solo-duto. Alguns modelos de elementos finitos admitem que o solo permanece solidário ao duto durante a deformação, enquanto que outros modelos admitem que existe uma separação entre o solo e o duto após a deformação. Um dos objetivos desta pesquisa é a modelagem do contato considerando o fenômeno de atrito entre o duto e o solo circunvizinho.

Problemas de contato são de grande importância em aplicações industriais e das Engenharias Civil e Mecânica. As aplicações abrangem elementos de máquinas tais como: esferas, rolimãs, engrenagens e elementos de ligação; processos de conformação, colisão de veículos, ligações (semi-rígidas) em estruturas metálicas e a biomecânica, onde são analisados os esforços nas juntas humanas e implantes. Os problemas reais têm uma característica não-linear e irreversível e são difíceis de lidar.

O problema de contato^{29,30,31,32} é um tópico relevante na mecânica dos sólidos, porque introduzem muitas das vezes na interação entre os corpos, forças e deformações locais elevadas. Este problema apresenta um elevado grau de complexidade porque lida com os fenômenos de não-linearidade geométrica e do material, até mesmo para materiais considerados com comportamento linear-elástico. Essa não-linearidade se dá pelo fato de que a condição de contorno

cinemática é desconhecida (a região de contato é desconhecida), enquanto que a não-linearidade do material advém do atrito^{33,34,35,36,37,38,39}.

Historicamente, o desenvolvimento deste assunto originou-se com o trabalho de Heinrich Hertz (1882), que apresentou a solução analítica para o contato sem atrito de dois corpos elásticos de forma elíptica. A análise de Hertz ainda é usada hoje como base para projetos em muitas situações industriais que envolvem contato elástico. Desde então, o problema de contato é um assunto de pesquisa que vem sendo desenvolvido.

Soluções analíticas podem ser obtidas somente para uma classe muito limitada de problemas de contato e como consequência uma série de métodos numéricos vêm sendo desenvolvidos. Dois procedimentos numéricos são largamente empregados para a solução de problemas de contato. O método empírico busca uma solução de forma iterativa pelo ajuste do estado de contato^{40,41,42}. Uma alternativa é a formulação de um problema de otimização com restrição e sua solução através de algoritmos de programação matemática, que busca a solução via a minimização de uma função sujeita a certas restrições. Este método apresenta a vantagem de uma convergência estável e uma formulação simples. Esta alternativa, com base na formulação do problema de otimização com restrição, vem sendo utilizada com sucesso em aplicações com elementos finitos⁴³⁻⁶⁰. Aplicações com o método de elementos de contorno – MEC⁶¹⁻⁶⁷, bem como na combinação de elementos finitos e de contorno⁶⁸.

A formulação matemática^{69,70,71,72,73} do problema de contato é caracterizada por desigualdades unilaterais, que descrevem a impossibilidade física de ocorrerem forças de tração no contato e a impenetrabilidade do material. Quando existe atrito na interface de contato, condições adicionais são introduzidas, que complicam consideravelmente as provas de existência e de unicidade. A mais simples condição de atrito é o atrito de Coulomb, onde qualquer ponto na área de contato apresenta uma das seguintes condições: aderência perfeita ('stick'), não existe movimento relativo e a força tangencial resultante é menor que μp , onde μ é o coeficiente de atrito e p é a força normal, deslizamento ('slip'), existe um movimento relativo e a força tangencial é de magnitude μp e seu sentido oposto ao deslizamento.

Nota-se que o deslizamento na presença de atrito é essencialmente um processo incremental e conseqüentemente, a solução do problema depende da história de carregamento. Se a velocidade do carregamento é suficientemente lenta, é possível definir uma solução *quasi-estática* onde os efeitos da inércia são desprezíveis e o sistema passa por uma seqüência de estados de equilíbrio. Quando o carregamento é monotônico e proporcional, o problema pode ser reduzido a um problema estático equivalente⁷⁴. Exemplos ilustram a complexidade da dependência da história do carregamento, que pode surgir das condições de atrito de Coulomb⁷⁵.

O problema de contato sem atrito pode ser considerado um problema quadrático que pode ser transformado em um problema complementar pela aplicação da condição de Kuhn-Tucker às restrições da condição de contato. Este procedimento pode ser aplicado às análises elasto-plásticas considerando grandes deformações. Enquanto que o problema de contato com atrito pode ser formulado como um problema linear complementar usando o método de elementos finitos ou método de elementos de contorno.

4.2 Modelos Propostos na Literatura

Modelo de Lee & Kwak⁴³

Análise de problemas de contato elasto-plásticos sem atrito, considerando pequenas deformações, formulado em elementos finitos como um problema quadrático.

Modelo de Simo, Wriggers & Taylor⁴⁴

Solução do problema de contato baseada no método de elementos finitos e no método Lagrangeano Aumentado.

Modelo de Nour-Omid & Wriggers⁴⁵

Análise do problema de contato formulado em elementos finitos e no método dos multiplicadores de Lagrange e utiliza um método iterativo, que

lineariza o problema de contato não-linear e assim o problema é resolvido pelo método de Newton.

Modelo de Klarbring⁴⁶

O problema de contato com atrito 3D, cuja formulação é dada em elementos finitos como um problema linear complementar paramétrico;

Modelo de Fisher & Melosh⁴⁷

Análise de problemas de contato elásticos sem atrito e sua solução obtida via programação linear.

Modelo de Kwak & Lee⁶³

Problema de contato elástico bidimensional, com atrito do tipo Coulomb, considerando pequenas deformações, formulado em elementos de contorno como problema complementar linear.

Modelo de Gakwaya & Lambert⁶⁴

Análise de problemas de contato *quase-estáticos*, em 3D, com atrito (lei de Coulomb), utilizando o método de elementos de contorno e a formulação do problema linear complementar paramétrico.

Modelo de Laursen^{48,50} - Laursen & Simo⁴⁹

Análise de problemas de contato 3D com atrito, considerando grandes deformações, com a sua solução baseada no método de elementos finitos e os métodos da Penalidade e Lagrangeano Aumentado.

Modelo de Björkman⁷⁶

Análise de problemas de contato sem atrito, a sua solução é formulada em elementos finitos como um problema linear complementar.

Modelo de Kwak⁶²

Análise de problemas de contato com atrito 3D do tipo Coulomb, utiliza o método de elementos de contorno e a formulação do problema complementar.

Modelo de Changming & Yongjie⁵²

Solução de problemas de contato elasto-plásticos com atrito, baseada no método dos elementos finitos e na programação linear complementar.

Modelo de Peric & Owen⁵³

Análise de problemas com atrito do tipo Coulomb, utilizando o método dos elementos finitos, algoritmos de retorno para o critério de deslizamento e o método da Penalidade.

Modelo de Klarbring & Bjorkman⁶⁵

Problema de contato com atrito considerando grandes deformações, formulados com base no método de elementos de contorno e utiliza o método de Newton.

Modelo de Heegaard & Curnier⁵⁴

Problema de contato bidimensional considerando grandes deslizamentos, com sua solução baseada no método dos elementos finitos e no método Lagrangeano Aumentado.

Modelo de Lee, Kwak & Kwon⁶⁶

Análise de problemas de contato 3D com atrito do tipo Coulomb, considerando deslizamento incipiente, formulado em elementos de contorno como problema linear complementar.

Modelo de Kim & Kwak⁷⁷

Análise dinâmica dos problemas de contato 2D, com atrito do tipo Coulomb usando o método de elementos de contorno e a formulação do problema linear complementar.

Modelo de Hongwu, Wanxie & Yuanxian⁷⁸

Análise de problemas de contato elasto-plásticos, considerando o atrito (lei de Coulomb), emprega o método de elementos finitos, uma combinação da programação quadrática paramétrica e de um método iterativo.

Modelo de Garrido & Lorenzana⁶⁷

Análise de problemas de contato em sólidos elásticos em 2D, considerando grandes deformações, emprega o método de elementos de contorno e o método Lagrangeano Atualizado.

Modelo de Liolios, Pitilakis & Yeroyianni⁶⁸

Análise de problemas de contato unilateral na interação solo-duto que utiliza a combinação do método de elementos finitos e o método de elementos de contorno, a transformada de Laplace e a programação linear convolucional;

Modelo de Guyot, Kosior & Maurice⁷⁹

Análise do problema de contato elástico, com atrito (tipo Coulomb), de duas esferas deformáveis, via a combinação do método de elementos finitos e o método de elementos de contorno com um método iterativo (sucessivas aproximações).

Modelo de Pietrzak & Curnier⁵⁷

Solução do problema de contato com atrito, considerando grandes deformações, através do método de elementos finitos e o método Lagrangeano Aumentado.

Modelo de Ferreira & Roehl^{58,80}

Análise de problemas de contato elasto-plásticos sem atrito considerando grandes deformações. Utilizam o método dos elementos finitos, o método da Penalidade e a Programação Linear Complementar.

Modelo de Bandeira⁵⁹

Solução de problemas de contato elasto-plásticos, com atrito (lei de Coulomb), considerando grandes deformações, usa o método dos elementos finitos e o método Lagrangeano Aumentado.

4.3**Modelo Proposto**

Neste trabalho de pesquisa será utilizada a formulação, para o problema de contato com atrito, desenvolvida por Laursen^{48,50} & Simo e Laursen⁴⁹ e terá como base o trabalho desenvolvido por Ferreira & Roehl^{58,80}.

O objetivo desta pesquisa é o desenvolvimento de uma metodologia com base no método dos elementos finitos para o estudo do comportamento estrutural de dutos enterrados, considerando a interação solo-duto.

O trabalho desenvolvido por Ferreira & Roehl^{58,80} tomou-se como base. O programa de elementos finitos utilizado foi o CARAT- Computer Aided Research Analysis Tool, no qual já estava implementado:

- o problema de contato sem atrito entre dois corpos bidimensionais ou tridimensionais com comportamento elasto-plástico, submetidos a grandes deformações através de duas metodologias de solução;
- o algoritmo para consideração da geometria de contato para condições genéricas de contato: nó-superfície.
- definição de elementos BRICK8, e elementos de formulação híbrida⁸⁷ – Enhanced Assumed Strain-EAS, com 8 nós mais 3 parâmetros internos de deformação trilinear completo.

O procedimento de solução numérica inclui não-linearidades geométrica e física, bem como a não-linearidade das condições de contato baseada em uma estratégia incremental-iterativa.

No presente trabalho, foi implementada a formulação do problema de contato considerando o fenômeno de atrito e, para tal emprega-se o método da Penalidade, formulação baseada no trabalho desenvolvido por Laursen^{48,50} & Simo e Laursen⁴⁹, onde as restrições de contato com atrito são satisfeitas de forma aproximada através do emprego do parâmetro de penalidade (normal e tangencial). As relações cinemáticas são dadas em termos de uma função diferenciável da distancia entre os corpos (gap).