2
Base Teórica

Este capítulo tem por objetivo explicar os termos utilizados neste trabalho. Foram introduzidos alguns termos novos com o propósito de apresentar formalmente a metodologia desenvolvida. Estes “termos novos” são exclusivos para a metodologia desenvolvida.

2.1
Representação dual de uma malha quadrilateral

A representação de uma malha quadrilateral composta de elementos, arestas e nós, é conhecida como o “primal”. As malhas quadrilaterais têm uma representação dual similar ao diagrama de Voronoi de uma malha triangular de Delaunay (Sandia, 2011). O “diagrama dual de uma malha quadrilateral” está formado por um grupo de curvas chamados “cordas duais”.

Para desenhar o dual de uma malha quadrilateral é necessário localizar os “vértices duais”. Um vértice dual é definido no centroide de cada face quadrilateral e no centroide de cada aresta de bordo. O vértice no centroide de um elemento quadrilateral é a interseção de duas cordas duais.

Conectando os “vértices duais” através de elementos adjacentes criam- se as “arestas do dual”. A corda dual é obtida por união das arestas duais adjacentes. Cada aresta dual é parte de exatamente uma corda dual.

A Figura 2.1 mostra a representação dual de uma malha quadrilateral.

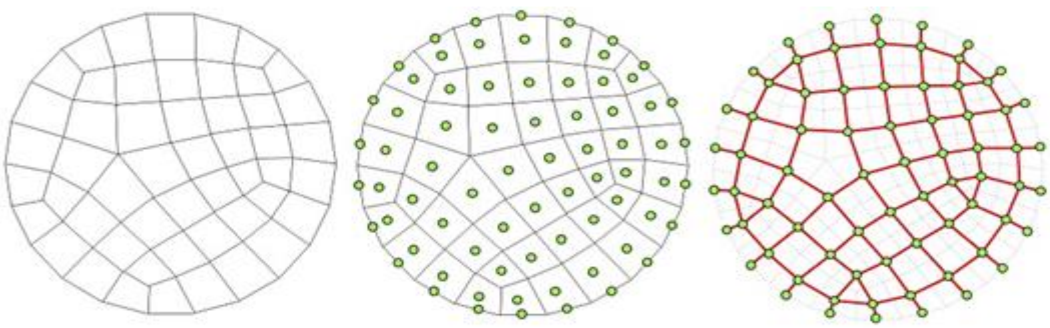

Figura 2.1: Representação dual de malha quadrilateral (Sandia, 2011)

2.2 Domínio

Um domínio é uma região fechada limitada por curvas chamadas de “curvas de bordo”. Cada curva de bordo tem um número arbitrário de subdivisões, mas para o caso de gerar malhas quadrilaterais usando padrões o domínio deve satisfazer um conjunto de condições que são definidas mais adiante. As subdivisões serão chamadas também de segmentos de bordo. A Figura 2.2 mostra um exemplo de domínio com subdivisão das curvas de bordo.

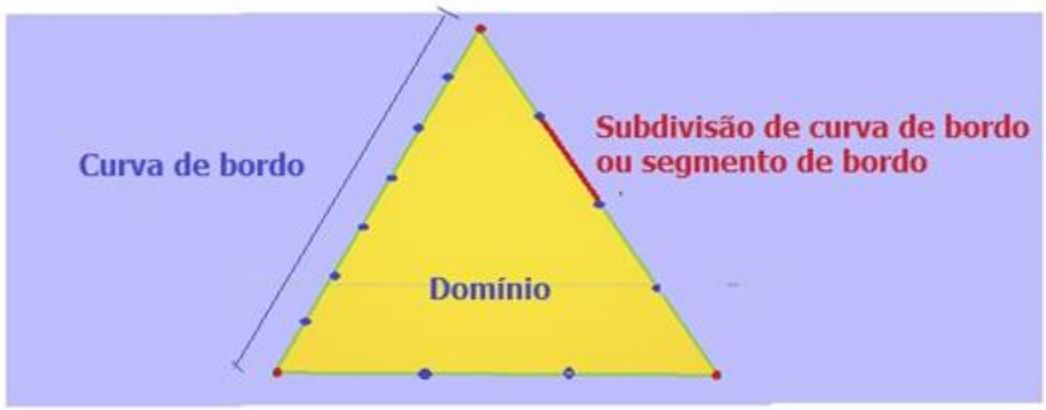

Figura 2.2: Exemplo de domínio delimitado por três curvas de bordo

2.2.1 Domínio base

No contexto de geração de malhas usando “padrões”, “domínio base” é um domínio quadrangular onde o número de subdivisões de curvas de bordo opostas são iguais. A geração de malha sobre este domínio pode ser feita usando diretamente o algoritmo de mapeamento transfinito bidimensional. O objetivo de decompor um domínio usando padrões é gerar vários subdomínios base. O nome “domínio base” foi dado porque faz referência ao “caso base” ou fim de uma decomposição hierárquica.

2.2.2 Domínio realizável e irrealizável

Domínio realizável é aquele domínio onde é possível gerar malha. Isto tem a ver com a existência de um número mínimo de subdivisões sobre o domínio. Por exemplo, um domínio quadrangular com só uma subdivisão em cada curva de bordo é realizável pois este domínio já é um elemento quadrilateral de malha.

Domínio irrealizável é aquele que não pode ser decomposto em subdomínios por não existirem o mínimo número de subdivisões para decompô-lo. Portanto, não é possível gerar malha sobre este domínio. Por exemplo, um domínio delimitado por três curvas com uma subdivisão sobre cada curva de bordo é irrealizável, pois não pode conter pelo menos um elemento quadrilateral. Um domínio delimitado por três curvas pelo menos deveria ter duas subdivisões sobre cada curva de bordo, assim este poderia ser decomposto em três elementos quadrilaterais. Para domínios delimitados por duas curvas de bordo precisa-se ter pelo menos quatro subdivisões sobre cada curva de bordo, assim poderiam ser decompostos em dois subdomínios triangulares e cada um destes decompostos em três elementos quadrilaterais. No entanto, sob outros critérios de decomposição é possível decompor um domínio delimitado por três curvas com subdivisões (1,2,3) e um domínio delimitado por duas curvas de bordo com subdivisões (3,3), como mostrado na Figura 2.3

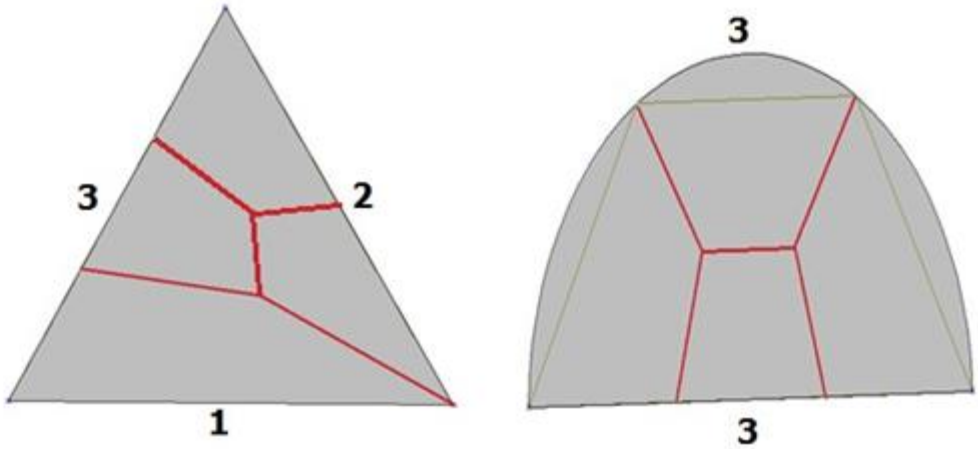

Figura 2.3: Domínios com número mínimo de arestas

Existem domínios que dependem da geometria da curva de bordo para serem realizáveis, eles serão chamados de “geometricamente realizáveis”. A Figura 2.4 mostra esta ideia. Neste trabalho, no processo de decomposição hierárquica, evitar-se-á gerar domínios que dependem da geometria das curvas de bordo para serem realizáveis.

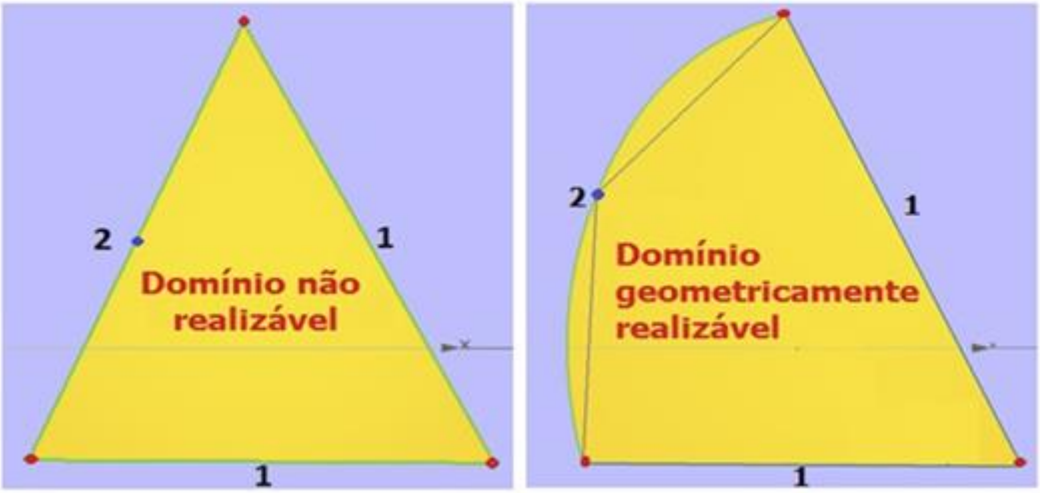

Figura 2.4: Domínio não realizável e realizável geometricamente

A geração de subdomínios realizáveis está diretamente associada a como foi concebida a decomposição do domínio. A Figura 2.5 mostra dois exemplos de malhas geradas por decomposição de um domínio delimitado por três curvas de bordo. No primeiro caso a decomposição gera um subdomínio irrealizável. No segundo caso ambos subdomínios são realizáveis.

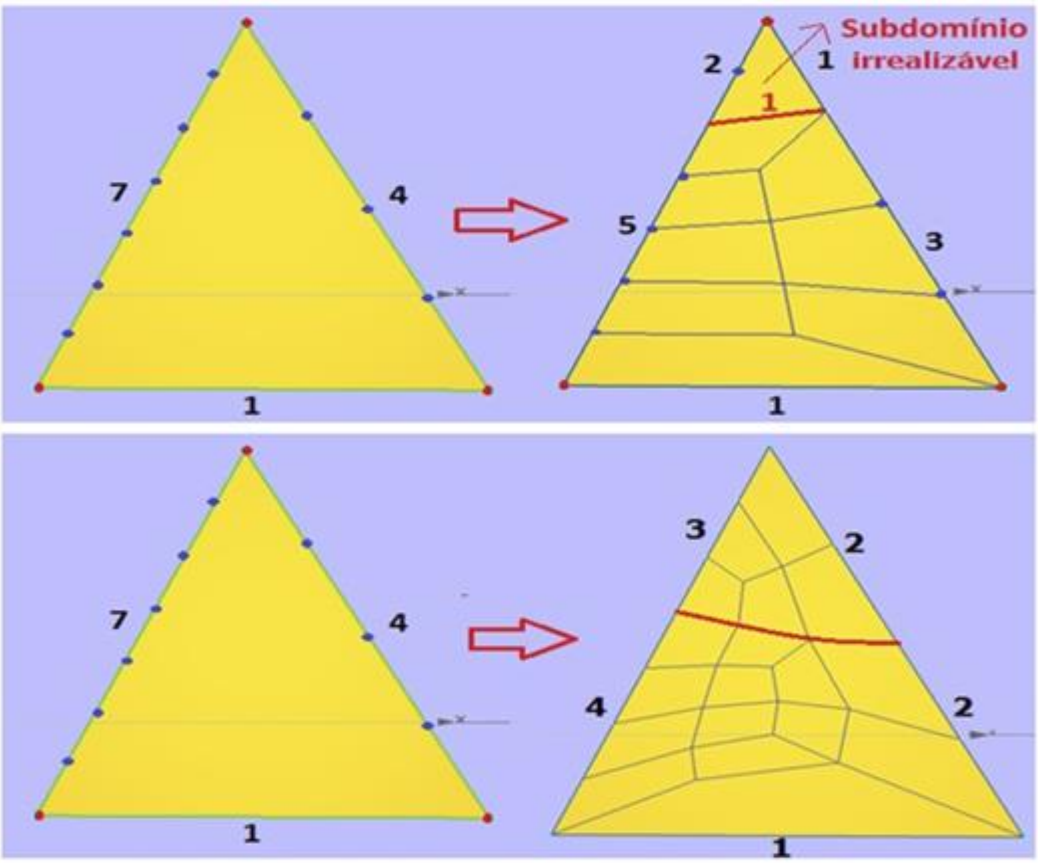

Figura 2.5: Decomposição de domínio que gera subdomínio irrealizável e realizável

2.3
Condições definidas sobre domínios

2.3.1
Condição de paridade

Uma malha quadrilateral tem um número par de arestas ao redor do seu contorno (Murdoch et al., 1997). Portanto, é possível gerar malha sobre um domínio, se este tem em total um número par de subdivisões sobre as suas curvas de bordo. Esta ideia pode ser reforçada pela equação (2.1) que apresenta uma relação entre o número de elementos Q, o número de arestas internas, E_i e o número de arestas de bordo (igual ao número de subdivisões) E_b de uma malha quadrilateral. Esta relação foi deduzida por analogia com o caso hexaedral apresentado por Schneiders (2000). Da equação (2.1) deduz-se que para qualquer malha quadrilateral o número E_b de subdivisões de bordo é par.

$$4Q = 2E_i + E_b \qquad (2.1)$$

Outra forma de verificar a exigência desta condição é a partir da existência do dual de uma malha quadrilateral. “Toda corda dual que começa sobre um segmento de curva de bordo, deve terminar sobre outro segmento de curva de bordo” (Murdoch et al., 1997). Portanto, é necessária a existência de um número total par de subdivisões (segmentos) sobre as curvas de bordo. A Figura 2.6 mostra um desenho de cordas duais, cada uma delas une dois segmentos diferentes das curvas de bordo. No segundo caso não é possível desenhar todas as cordas duais porque não se cumpre a “condição de paridade”, o que significa que não é possível gerar malha quadrilateral nesse caso.

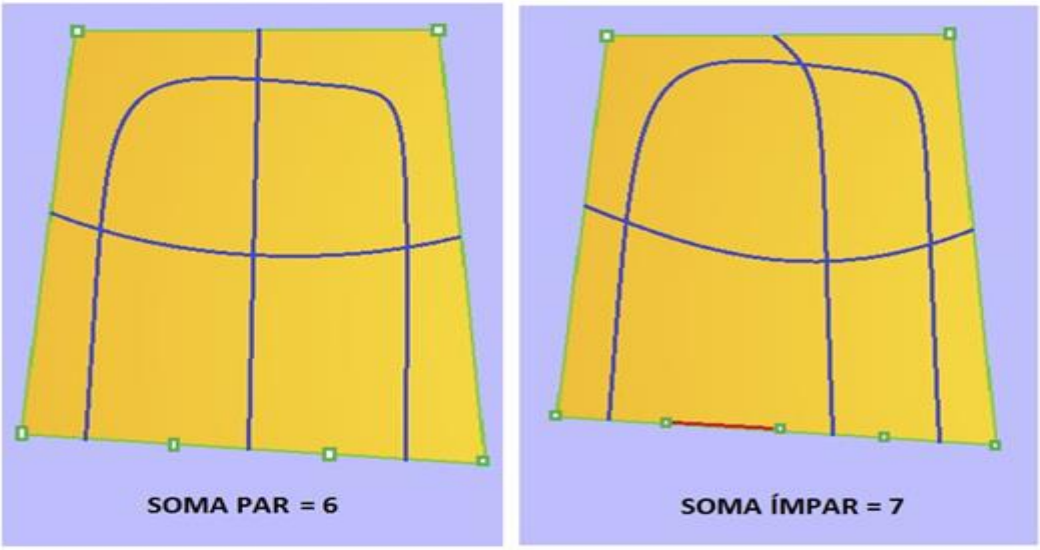

Figura 2.6: Existência do dual sobre domínios que cumprem a condição de paridade

2.3.2
Condição de realizabilidade

A condição de realizabilidade tem a ver com o mínimo número de subdivisões necessárias sobre cada curva de bordo de um domínio para que seja possível a decomposição do mesmo. A Figura 2.7 mostra alguns exemplos de domínios com o menor número de subdivisões possíveis onde foi possível a decomposição. No entanto, podem existir alguns outros, mas neste trabalho serão considerados como mínimo os mostrados na Figura 2.7.

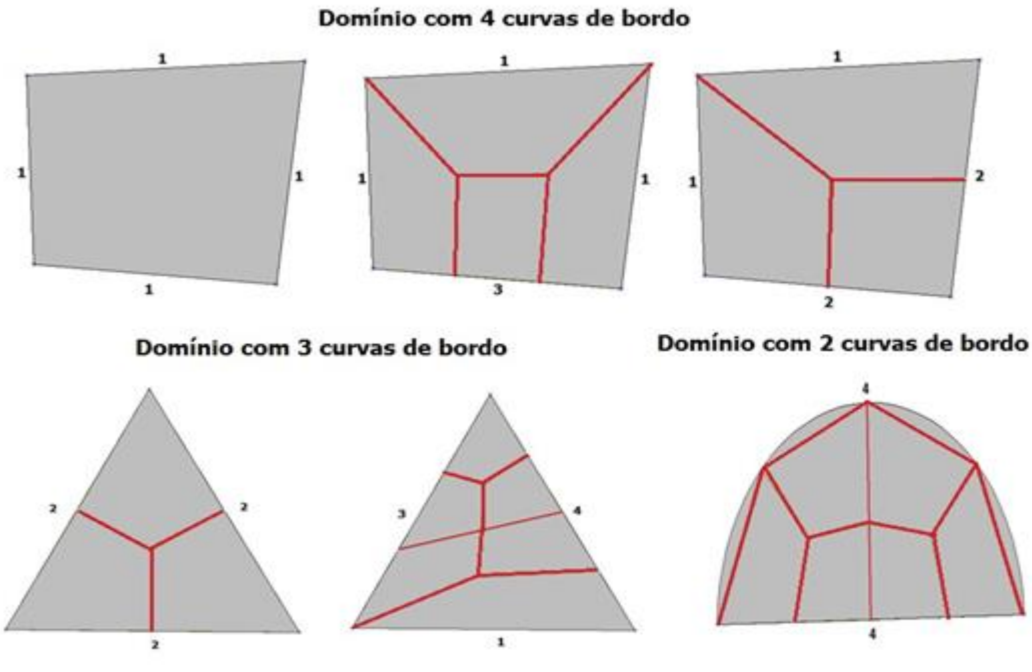

Figura 2.7: Mínimo número de subdivisões necessárias para decompor um domínio

2.3.3
Condições essenciais e não essenciais

Para definir o padrão de decomposição a ser aplicado sobre um domínio, faz-se necessário definir um conjunto de condições que deve satisfazer o domínio. De maneira geral, estas condições estão baseadas em relações de igualdade, desigualdade e proporcionalidade entre o número de subdivisões das curvas de bordo do domínio.

As condições essenciais São um conjunto de condições independentes entre si. Cada condição essencial apresenta um caso que não pode ser incluído em outra condição essencial já definida. Estas condições são consideradas essenciais porque não existe domínio que não verifique nenhuma delas e sobre um domínio apenas uma delas pode ser verificada.

As condições não essenciais São condições que não precisam ser consideradas porque o domínio que as verifica, também verifica uma condição essencial. Estas condições, mesmo sendo formuladas de forma diferente às condições essenciais, apresentam um caso que pode ser incluído em alguma condição essencial. Por isso, as condições não essenciais podem ser consideradas como casos particulares das condições essenciais.

Esta distinção entre condições “essenciais” e “não essenciais” é importante, pois os padrões devem ser aplicados sob condições essenciais por elas apresentarem casos gerais. Desta forma, a existência de padrões de decomposição para domínios que satisfazem condições essenciais é imprescindível e suficiente para garantir a geração de malha sobre uma topologia de domínio.

Neste trabalho, serão definidos padrões para domínios que satisfazem “condições essenciais”. No entanto, não se deve descartar a possibilidade de usar as condições não essenciais em conjunto com as condições essenciais, mas para isto também deveriam ser definidos padrões para domínios que satisfazem condições não essenciais, o que foge do escopo deste trabalho.

Condições essenciais sobre domínios com quatro curvas de bordo

Seja um domínio quadrangular com curvas de bordo e número de subdivisões *A, B, C, D* respectivamente. Sendo a curva *A* oposta à curva *B* e a curva *C* oposta à curva *D*. Foram necessárias verificar três “condições essenciais”.

1. Primeira condição. $A=B$ e $C=D$. O domínio tem curvas de bordo opostas com igual número de subdivisões. Este caso é considerado o caso base, pois este domínio não é decomposto hierarquicamente.
2. Segunda condição. $A=B$ e $C\neq D$ ou $C=D$ e $A\neq B$. O domínio tem duas curvas de bordo opostas com igual número de subdivisões e as outras duas curvas opostas têm diferente número de subdivisões.
3. Terceira condição. $A\neq B$ e $C\neq D$. O domínio tem curvas de bordo cujo número de subdivisões de cada uma é diferente com a curva de bordo oposta.

Como exemplo de "condições não essenciais", pode-se mencionar o caso quando o domínio tem os quatro lados iguais $A=B=C=D$, este é um caso que pode ser incluído na primeira condição essencial. O caso quando três curvas de bordo consecutivas têm igual número de subdivisões, por exemplo $A=B=C=N$ e $D\neq N$, é um caso particular que pode ser incluído na segunda condição essencial. O caso quando todas as curvas de bordo têm diferente número de subdivisões $A\neq B\neq C\neq D$, representa um caso que pode ser incluído na terceira condição essencial.

Deve-se observar que as condições não essenciais acima mencionadas foram formuladas de forma diferente, mas apresentam casos que podem ser considerados dentro das condições essenciais.

Condições essenciais sobre domínios com três curvas de bordo

Um domínio delimitado por três curvas de bordo, pode ser decomposto em três subdomínios quadrangulares, portanto, para gerar malha seria suficiente com as condições essenciais para domínios quadrangulares. No entanto, com o propósito de melhorar a qualidade de malha sobre domínios que apresentam grandes diferenças entre o número de subdivisões das suas curvas de bordo, definem-se um conjunto de condições baseadas em relações de proporcionalidade entre o número de subdivisões das curvas de bordo. O grau de comparação é medido por um fator inteiro $k>1$, que indica quão grande é o número de subdivisões de uma curva de bordo em relação a outra.

Seja um domínio triangular com curvas de bordo e número de subdivisões A, B, C respectivamente. Onde cumpre-se que $A\geq B\geq C$.

1. Primeira condição. $B<kC$. O domínio tem uma curva de bordo cujo número de subdivisões é k vezes menor em comparação com a curva que tem o menor número de subdivisões.
2. Segunda condição. $A\geq kC$ e $B\geq kC$. O domínio tem duas curvas de bordo cujo número de subdivisões é pelo menos k vezes maior que a curva com menor número de subdivisões. O domínio que satisfazer esta condição será chamado de "domínio alongado".

O fator k define o mínimo valor a partir do qual o domínio será considerado "alongado". Neste trabalho foi adotado o valor de $k=2$. Como exemplo de condições não essenciais para domínios delimitados por três curvas pode se mencionar o caso quando as três curvas de bordo têm igual número de subdivisões $A=B=C=N$, este caso é um caso particular da primeira condição essencial pois a primeira condição essencial funciona para $A\geq B\geq C$ e também se verifica que $N<kN$ para $k>1$. Outro exemplo é quando duas curvas de bordo têm igual número de subdivisões e a terceira curva tem um número de subdivisões que é k vezes menor em comparação com as outras duas, por exemplo $A=B=N$ e $N\geq kC$. Este último caso, apresenta uma formulação parecida à segunda condição essencial, mas é só um caso particular dela, pois se restringe ao caso quando A e B são iguais. No entanto, a segunda condição essencial é mais geral pois funciona para $A\geq B$.

Desta forma qualquer domínio delimitado por três curvas de bordo com um número arbitrário de subdivisões satisfará uma e só uma condição essencial.

Condições sobre domínios com duas curvas de bordo

Neste caso não serão definidas condições essenciais. No entanto, de maneira similar ao caso de domínios delimitados por três curvas de bordo, pode-se estabelecer um conjunto de condições essenciais para garantir a qualidade de malha, baseado principalmente em relações de proporcionalidade. Por exemplo, quando uma curva de bordo tem um número de subdivisões muito maior em comparação com a outra. O grau de comparação pode ser medido também por um fator inteiro $k>1$, que indica quão maior é o número de subdivisões de uma curva em relação à outra.

Neste trabalho, aproveitar-se-á o fato de que um domínio delimitado por duas curvas de bordo pode ser decomposto em dois subdomínios triangulares e cada um destes em três subdomínios quadrangulares, por isso apenas é necessário a existência das condições essenciais definidas para domínios triangulares e quadrangulares.

2.3.4
Condição de triplo mapeamento bilinear

A condição de triplo mapeamento bilinear é definida como uma relação entre o número de subdivisões das curvas de bordo de um domínio triangular, que permite decompô-lo em "três subdomínios quadrangulares", sendo que a malha em cada um deles, pode ser gerada diretamente usando o método de mapeamento transfinito bilinear. Esta relação está dada pelas equações (2.2), (2.3) e (2.4)

$$A < B + C \tag{2.2}$$

$$B < A + C \tag{2.3}$$

$$C < A + B \tag{2.4}$$

De forma diferente em relação às condições anteriores, esta condição não é exigida para a geração de malha quadrilateral. Esta condição é apenas um critério que pode ser testado sobre um domínio triangular com o propósito de verificar a possibilidade de gerar malha em cada subdomínio usando diretamente o método de mapeamento transfinito, dado que geralmente isso apresenta boa qualidade de malha.

A condição de triplo mapeamento bilinear pode ser enunciada da seguinte maneira: "Se o número de subdivisões de qualquer curva de bordo é sempre menor que a soma do número de subdivisões das outras duas, então é possível decompor o domínio em três subdomínios base". Esta condição só é válida sobre domínios triangulares que satisfazem a condição de paridade e realizabilidade.

Para ilustrar isto, a Figura 2.8 mostra um domínio triangular com número de subdivisões A, B e C respectivamente, com valores de A, B, C que satisfazem a condição de paridade e realizabilidade. Também cumpre-se que $A<B+C$, $B<A+C$ e $C<A+B$. Deve-se, encontrar valores para a, b e c que representam o número de subdivisões que deve ser tomado em cada curva de bordo para decompor o domínio.

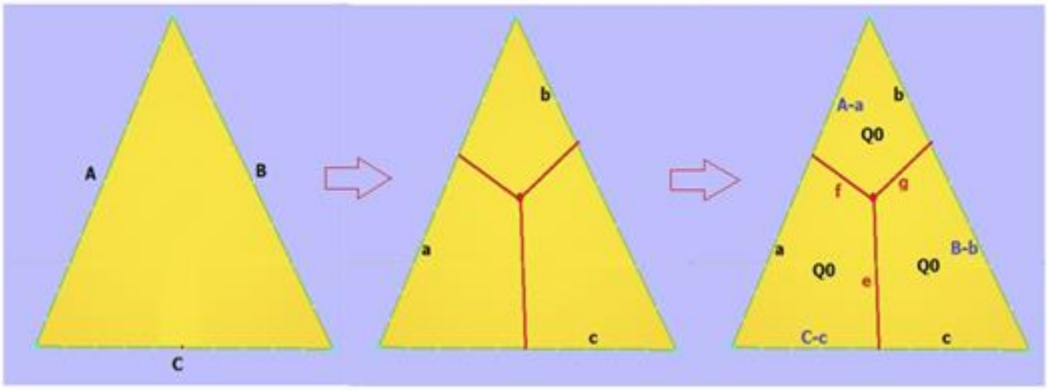

Figura 2.8: Condição de triplo mapeamento bilinear sobre um domínio triangular

Da figura deve-se cumprir que:

$$a = B - b \qquad (2.5)$$

$$b = C - c \qquad (2.6)$$

$$c = A - a \qquad (2.7)$$

Somamos as três expressões da eq. (2.2).

$$a + b + c = \frac{A + B + C}{2} \qquad (2.8)$$

Outra forma de expressar a condição de triplo mapeamento bilinear, mantendo a relação de paridade entre as curvas de bordo é:

$$A + 2 \leq B + C \qquad (2.9)$$

$$B + 2 \leq A + C \qquad (2.10)$$

$$C + 2 \leq A + B \qquad (2.11)$$

Combinando adequadamente as eq. (2.2), eq. (2.3) e eq. (2.4), obtém-se os valores para a, b e c.

$$a = \frac{A + B - C}{2} \qquad (2.12)$$

$$b = \frac{B + C - A}{2} \qquad (2.13)$$

$$c = \frac{C + A - B}{2} \qquad (2.14)$$

Dado que os subdomínios devem ser base, o número de subdivisões de cada curva interna deve ser igual ao número de subdivisões das subcurvas de bordo opostas a elas. A Figura 2.9 mostra um exemplo onde cumpre-se a condição de triplo mapeamento bilinear e outro onde não se cumpre.

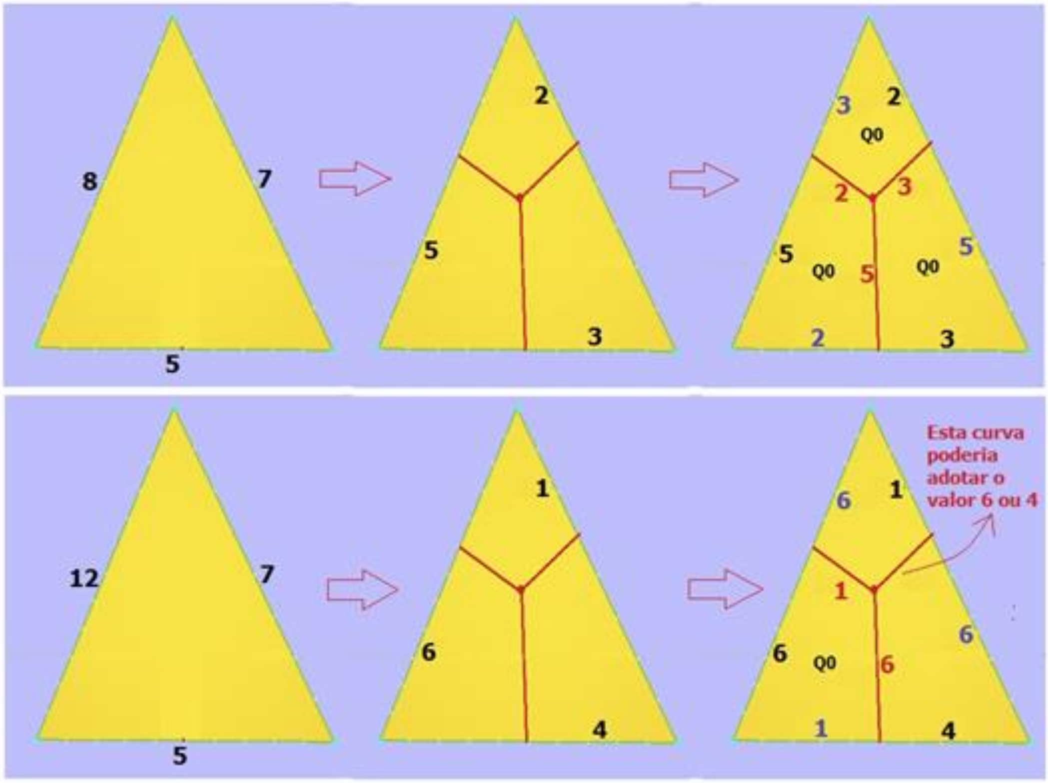

Figura 2.9: Exemplo da condição de triplo mapeamento bilinear

2.4
Padrões de decomposição de domínio

Apresenta-se um conjunto de padrões que permitem decompor domínios delimitados por duas, três e quatro curvas de bordo. São apresentados cinco padrões de decomposição de domínio, cada um deles será usado conforme qual seja a condição essencial verificada sobre o domínio. No caso de domínios que verifiquem a primeira condição essencial para domínios quadrangulares, por ser este o caso base, não há um padrão de decomposição de domínio, mas sim um padrão de geração de malha chamado de “padrão base”, que será denotado por “Padrão Q0”, e que corresponde ao algoritmo de mapeamento transfinito bilinear.

A Figura 2.10 mostra os padrões de decomposição de domínio tratados neste trabalho para geração de malhas quadrilaterais.

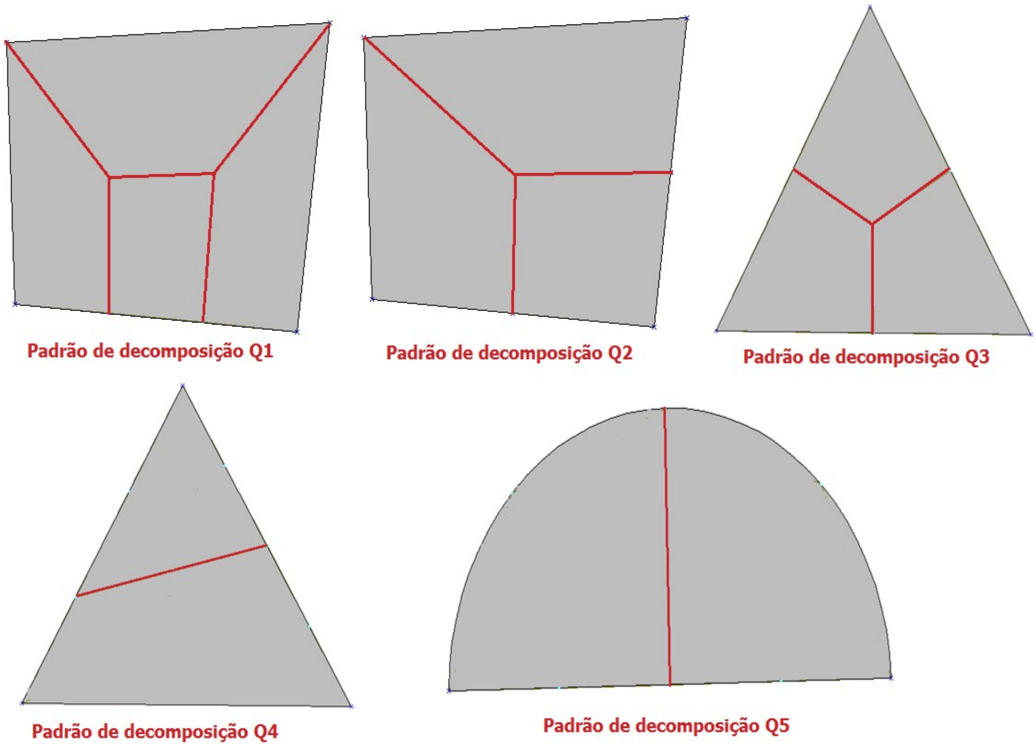

Figura 2.10: Padrões de decomposição de domínio para geração de malhas quadrilaterais

A Tabela 2.1 mostra o padrão de decomposição a ser usado quando o domínio em estudo satisfaz alguma condição essencial definida neste trabalho.

Padrão de decomposição	Condição sobre domínio	Topologia de domínio
Não há decomposição	Primeira condição	Limitado por 4 curvas de bordo
Padrão Q1	Segunda condição	Limitado por 4 curvas de bordo
Padrão Q2	Terceira condição	Limitado por 4 curvas de bordo
Padrão Q3	Primeira condição	Limitado por 3 curvas de bordo
Padrão Q4	Segunda condição	Limitado por 3 curvas de bordo
Padrão Q5	Não foi definido	Limitado por 2 curvas de bordo

Tabela 2.1: Padrão de decomposição usado sobre um domínio que satisfaz alguma condição essencial

2.4.1 Tipos de padrões de decomposição de domínio

A representação da topologia de decomposição que gera um padrão sobre um domínio, representa uma malha grossa. Desde que toda malha completamente quadrilateral tem representação dual, os padrões de decomposição de domínio são classificados em "padrões de decomposição duais" e "padrões de decomposição não duais".

1. Padrões de decomposição duais. São padrões cuja decomposição de domínio gera só subdomínios quadrangulares. Portanto estes padrões têm representação dual. Os padrões de decomposição de domínio Q1, Q2 e Q3 da Figura 2.10 são padrões de decomposição duais.
2. Padrões de decomposição não duais. A decomposição de domínio gerada por estes padrões tem pelo menos um subdomínio não quadrangular, por isso estes padrões não têm representação dual. Os padrões Q4 e Q5 da Figura 2.10 são não duais.

No processo de decomposição hierárquica, os padrões de decomposição não duais sempre são complementados com padrões de decomposição duais para garantir a geração de malha, pois o "algoritmo de mapeamento transfinito" só trabalha em domínios delimitados por quatro curvas de bordo. A Figura 2.11 mostra dois padrões de decomposição não duais complementadas com padrões duais.

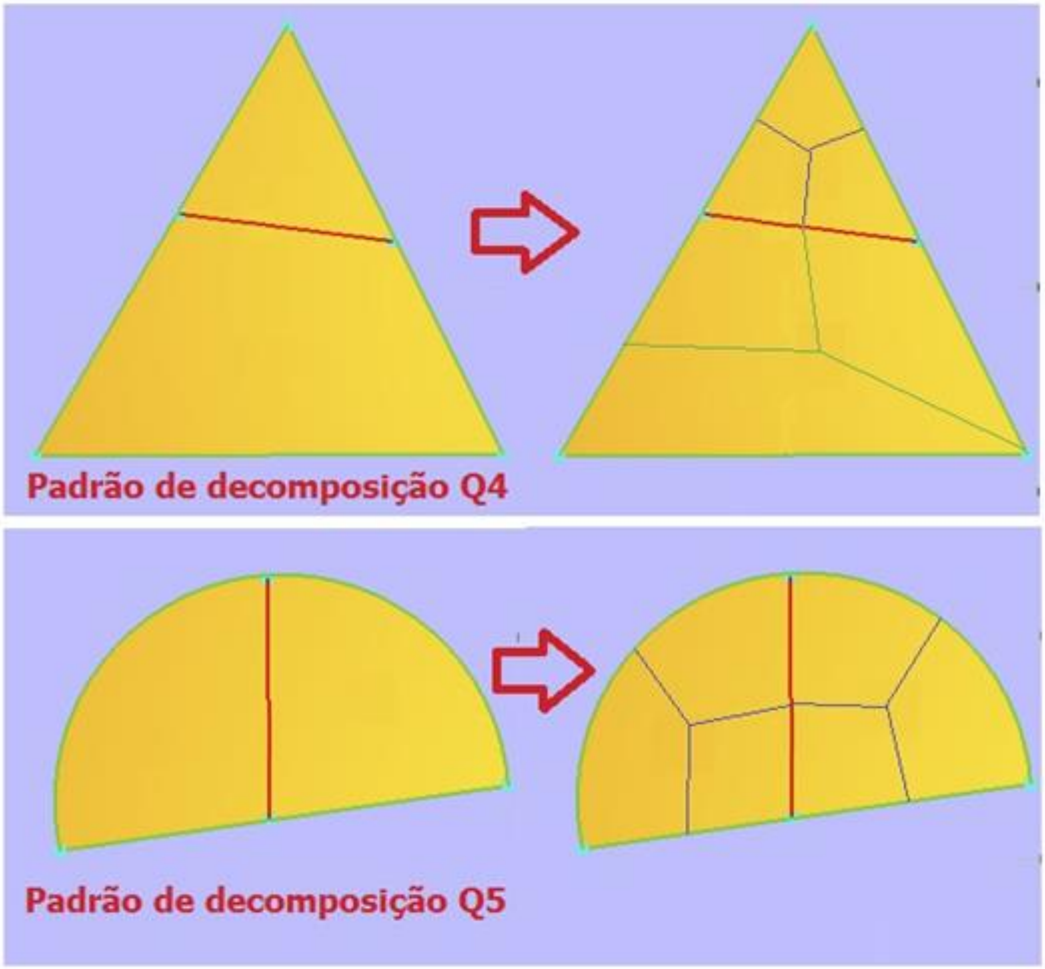

Figura 2.11: Padrões não duais complementados com padrões duais

2.4.2
Parâmetros associados aos padrões de decomposição de domínio

Existem dois tipos de parâmetros associados cujos valores podem “variar dinamicamente”. Variar dinamicamente quer dizer mudar os valores dos parâmetros após ter gerado a malha sobre um domínio com valores padrão.

Os parâmetros geométricos definem a geometria dos subdomínios, pois definem os pontos de interseção entre as curvas internas fictícias que delimitam os subdomínios (se houver interseção). A variação dinâmica muda a geometria dos elementos da malha gerada. Isto pode ser usado como critério de qualidade de malha. Estes parâmetros têm valores entre zero e um.

Os parâmetros topológicos definem o número de subdivisões que terão as curvas de bordo dos subdomínios. Definem-se dois tipos: Os parâmetros topológicos internos e os parâmetros topológicos de bordo.

Os parâmetros topológicos internos definem o número de subdivisões das curvas internas fictícias que delimitam os subdomínios. A variação destes parâmetros é usada como critério de refinamento de malha. Os parâmetros topológicos de bordo definem o número de subdivisões ou segmentos consecutivos (subcurvas), tomadas sobre as curvas de bordo para delimitar os subdomínios. A variação destes parâmetros muda a extensão geométrica dos subdomínios.

De forma geral a variação dos parâmetros topológicos muda a orientação e o tipo de padrão de decomposição a ser aplicado sobre os subdomínios. Isto permite gerar várias topologias de malha para um mesmo domínio. No entanto, estes parâmetros têm valores limites. De maneira geral, estes valores limites foram adotados como o propósito de evitar subdomínios irrealizáveis. Valores fora desses limites são considerados “valores não válidos”.

A Figura 2.12 mostra os valores limites para os parâmetros topológicos de bordo associados aos padrões de decomposição Q1, Q2 e Q3. No caso dos padrões Q4 e Q5 também são apresentados valores limites para os parâmetros topológicos internos, dado que estes geram subdomínios triangulares, como é mostrado na Figura 2.13.

O valor mínimo para o parâmetro interno c foi definido baseado em critérios de realizabilidade. No entanto, deve-se adotar algum critério para o definir o valor máximo, pois pode não fazer sentido que o parâmetro interno tome valores muito grandes. Valores muito grandes poderiam produzir malhas de baixa qualidade. Neste trabalho, adota-se o critério de não ultrapassar a soma do número de subdivisões de um subdomínio triangular. Por exemplo, no subdomínio triangular de Q4, dado que $c<a+b$, pode-se adotar o valor de $c=a+b-2$. No entanto, outros critérios podem ser adotados.

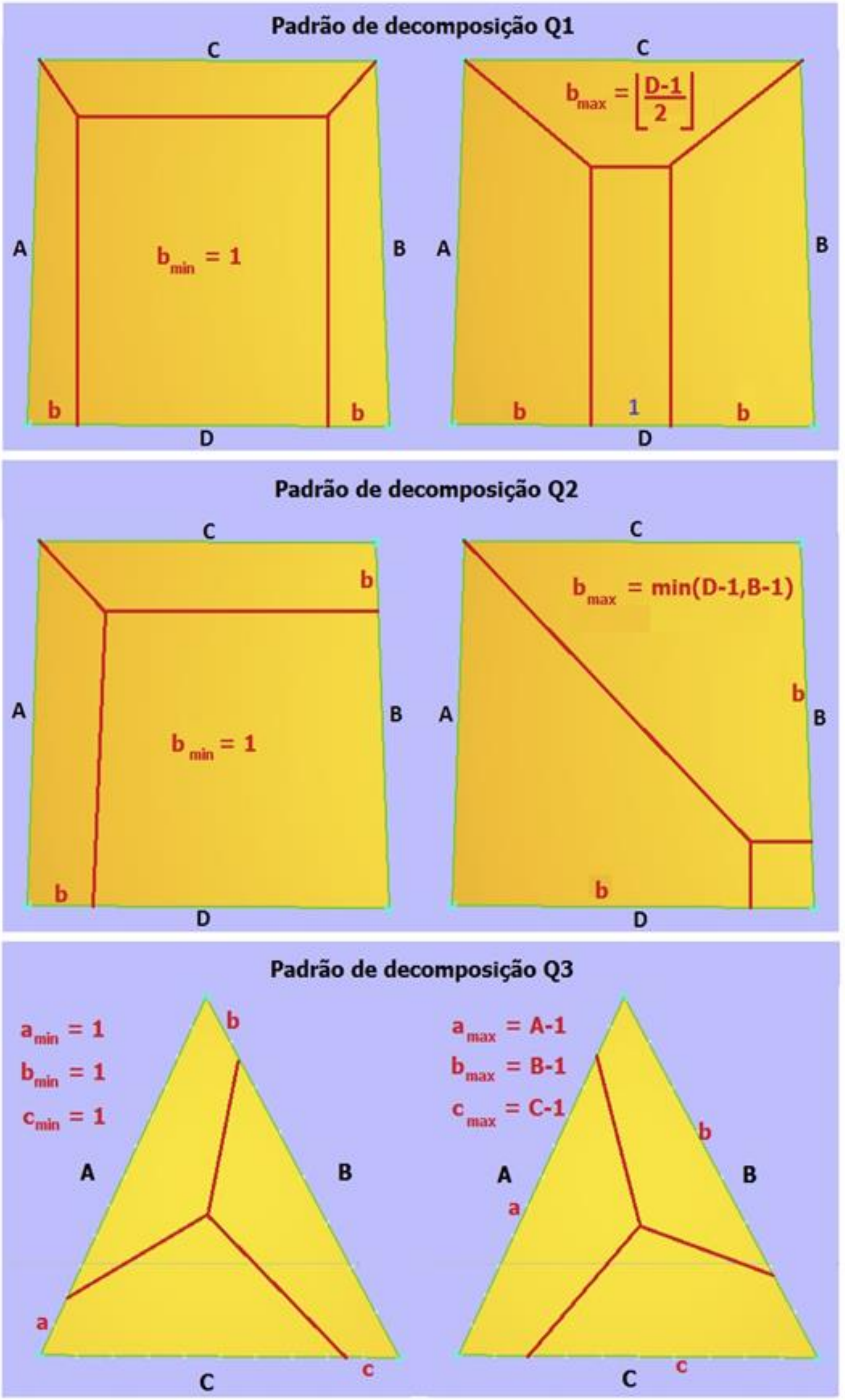

Figura 2.12: Valores mínimo e máximo dos parâmetros topológicos de bordo associados a Q1, Q2 e Q3

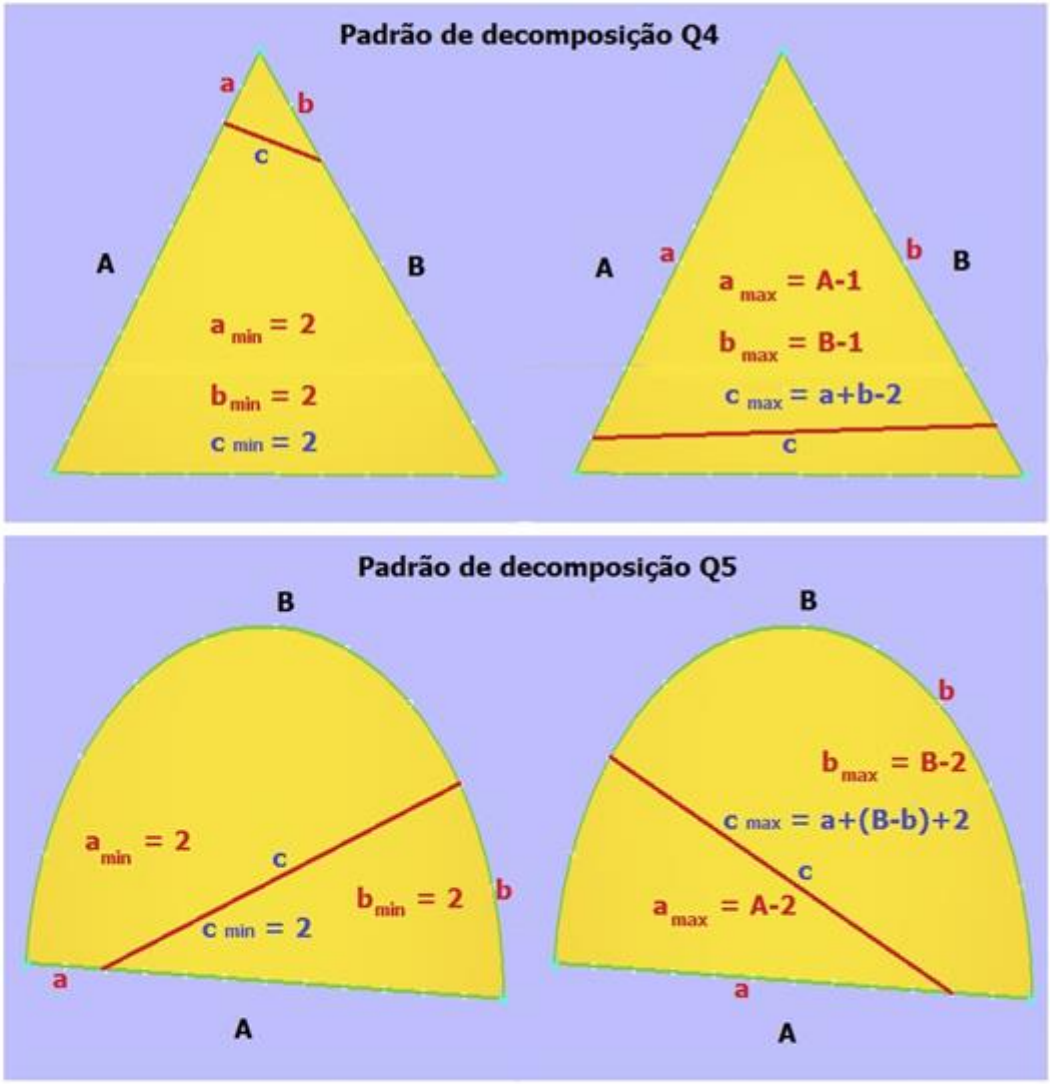

Figura 2.13: Valores mínimo e máximo dos parâmetros topológicos de bordo associados a Q4 e Q5

2.5
Padrões de geração de malha

Um padrão de geração de malha é um modelo que representa a decomposição hierárquica do domínio nos dois primeiros níveis de decomposição. Para ilustrar isto, a Figura 2.14 mostra um exemplo de padrão de geração de malha quadrilateral, projetado a partir do padrão de decomposição Q2. A decomposição no segundo nível foi definida pelos valores adotados para os parâmetros topológicos. Se estes valores foram outros o padrão de decomposição no segundo nível seria diferente ou teria diferente orientação. Para entender o padrão de decomposição usado e sua orientação dentro do subdomínio é necessário revisar as condições essenciais para domínios delimitados por quatro curvas de bordo.

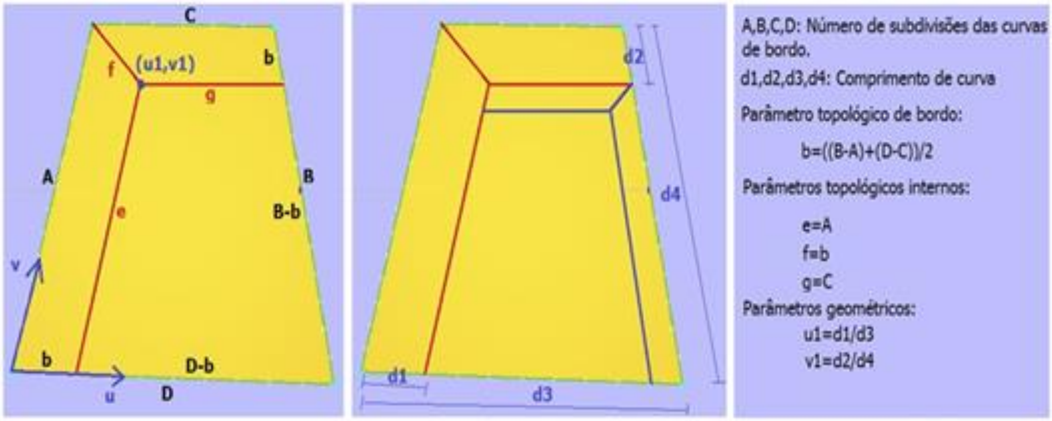

Figura 2.14: Exemplo de padrão de geração de malha com definição de parâmetros

A diferença entre um padrão de decomposição de domínio e um padrão de geração de malha é que este tem parâmetros geométricos e topológicos associados a um valor. O procedimento de definir valores para os parâmetros geométricos e topológicos é chamado de "projeto do padrão de geração de malha". Todo padrão de geração de malha é projetado a partir de um padrão de decomposição de domínio.

A Figura 2.15 mostra a relação entre um padrão de geração de malha e a malha gerada por este. Observe que sobre cada subdomínio do padrão a malha foi gerada usando o método de mapeamento transfinito bilinear.

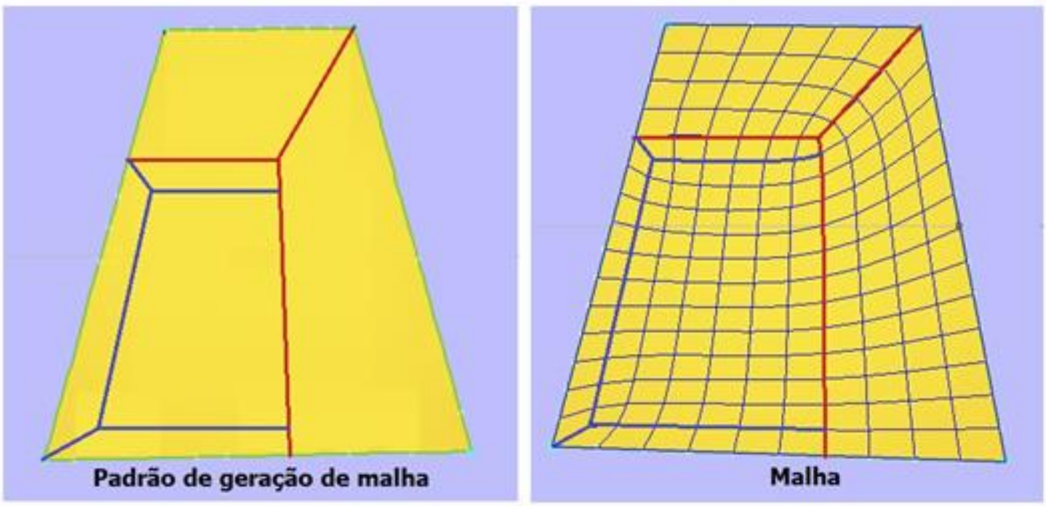

Figura 2.15: Relação entre padrão de geração de malha e a malha gerada por ele

Para definir o padrão de geração de malha a ser aplicado sobre um domínio, deve-se primeiro identificar o número de curvas de bordo que delimitam o domínio, testar as condições de paridade e realizabilidade e depois verificar as condições essenciais correspondentes.

2.5.1 Padrão base

Este padrão corresponde ao algoritmo de mapeamento transfinito bidimensional, que gera malha sobre um domínio base. Como já foi dito o padrão base é denotado por padrão Q0.

2.5.2 Grau de um padrão de geração de malha

O grau de um padrão de geração de malha está definido pelo "nível de decomposição hierárquica" efetuado sobre um domínio. Padrões de geração de malha com origem em "padrões de decomposição duais" podem ter grau 1. Padrões de geração de malha com origem em "padrões de decomposição não duais" sempre terão grau maior que 1, porque eles precisam ser complementados com padrões de decomposição duais. Na Figura 2.11 foi explicada esta ideia.

Para visualizar a decomposição hierárquica sobre um domínio, o grau do padrão de geração de malha e todos os padrões de geração de malha que o compõem, pode ser útil usar um "diagrama de árvore" onde o nó raiz da árvore representa o padrão de geração de malha que gera a decomposição inicial. Os nós internos representam os padrões de geração de malha nos subdomínios e as folhas da árvore representam o número total de subdomínios base. O grau do padrão de geração representado pelo nó raiz, está definido pela altura do mesmo. A Figura 2.16 mostra três exemplos de diagramas de árvore. O padrão base Q0 é representado por um só nó, representando apenas a raiz da árvore cuja altura é zero e portanto, seu grau também é zero.

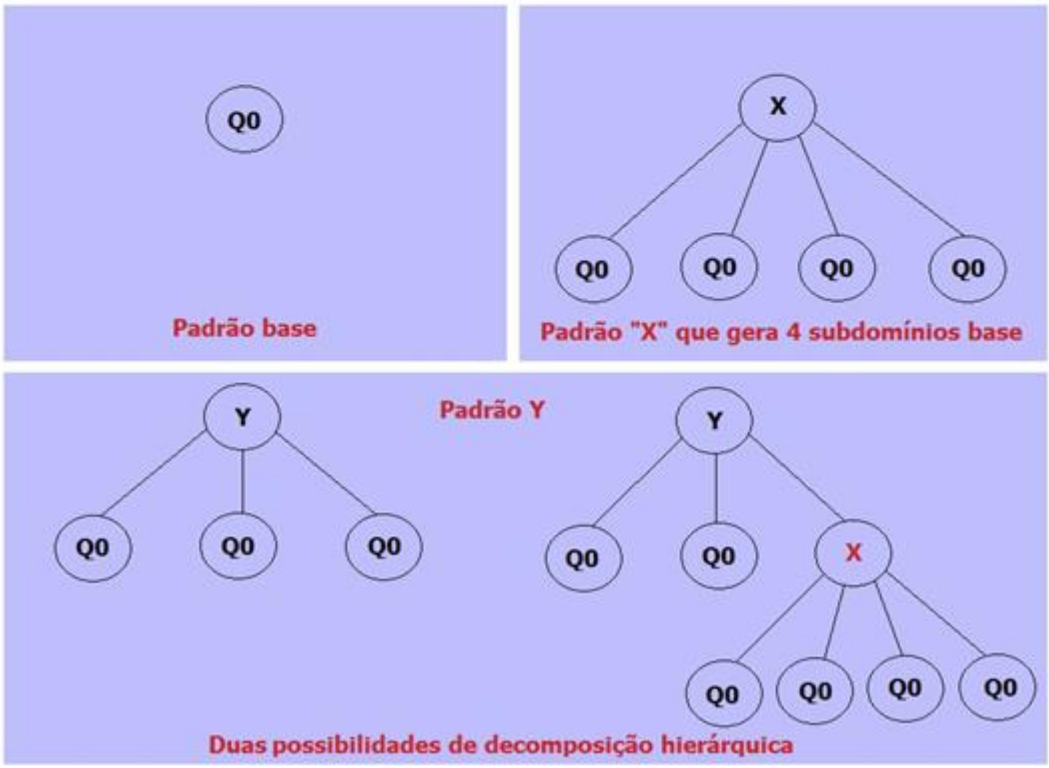

Figura 2.16: Exemplo de diagramas de árvore de padrões de geração de malha

2.6 Critérios a considerar no projeto de padrões de geração de malha

1. Variação da topologia de decomposição hierárquica

Como já foi dito a variação da topologia de decomposição hierárquica tem a ver principalmente com a variação dos parâmetros topológicos. A variação destes parâmetros produz uma variação nas “condições essenciais” dos subdomínios e daí a variação do padrão de decomposição a ser usado neles e sua orientação.

Dado um projeto que representa a decomposição hierárquica de um domínio, os parâmetros topológicos devem ser avaliados pensando em satisfazer as condições essenciais nos subdomínios para que os padrões de decomposição sejam aplicados neles e conseguir a decomposição hierárquica projetada sobre o domínio.

A Figura 2.17 mostra dois exemplos cada um deles com duas possíveis orientações para os padrões de decomposição aplicados dentro dos subdomínios. Isto é feito por variação dos parâmetros topológicos internos.

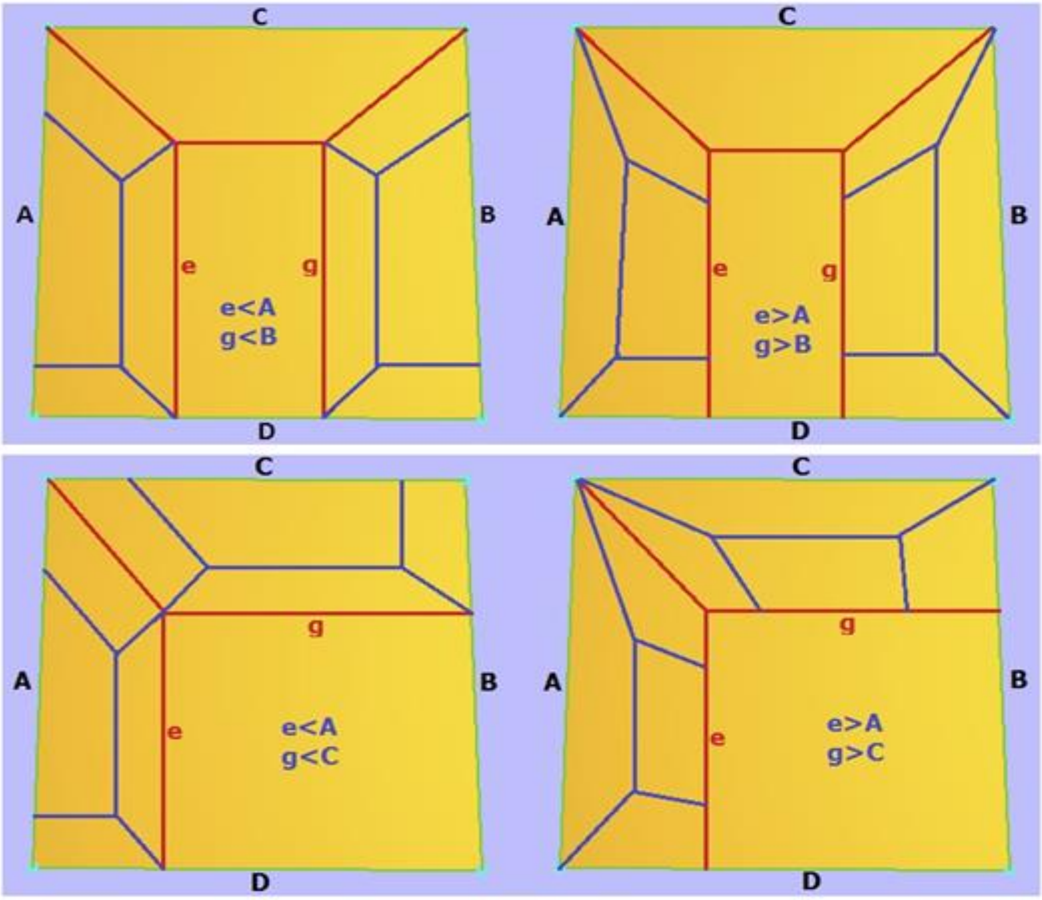

Figura 2.17: Variação da decomposição hierárquica por variação dos parâmetros topológicos internos

2. Refinamento de malha

O refinamento de malha pode conseguir-se por projetar padrões de geração de malha de alto grau. Isto consegue-se por fazer que um padrão de geração de malha com grau maior o igual que 1 faça parte de pelo menos um subdomínio de outro padrão de geração de malha. Este procedimento gera malhas mais refinadas, sobretudo naquela região onde foi inserido o padrão de geração de malha. Quanto maior o nível de decomposição hierárquica, mais refinada é a malha gerada. O termo inserir um padrão dentro de outro, pode ser explicado em um diagrama de árvore, por “substituir” uma subárvore por outra com maior altura. Substituir um padrão de geração por outro padrão de geração só é possível se ambas satisfazem a mesma condição essencial, ou seja, se ambos foram projetados tendo como origem o mesmo padrão de decomposição.

Outra forma de obter malhas refinadas é variar os parâmetros topológicos de bordo para definir a extensão dos subdomínios. Gerar decomposição hierárquica em regiões de menor extensão gera malhas mais refinadas sobre elas. Deve-se ter cuidado de não diminuir demasiado a extensão dos subdomínios que terão decomposição hierárquica, pois a malha gerada nelas poderia ser de baixa qualidade.

O refinamento também pode ser conseguido aumentando o número de subdivisões dos parâmetros topológicos internos, pois ao aumentar o número de subdivisões, aumenta o número de elementos da malha.

3. Convergência da decomposição hierárquica

A convergência da decomposição hierárquica efetuada por um padrão de geração de malha tem a ver com a geração de malha em todos os subdomínios gerados hierarquicamente. Para isso ao projetar padrões de geração de malha, deve-se garantir o cumprimento das condições de realizabilidade e paridade em cada um dos subdomínios. Deve conhecer- se as condições essenciais dentro dos subdomínios a priori para assegurar que elas sejam satisfeitas e permitir gerar malha sobre eles. Além disso deve-se projetar padrões associados a cada padrão de decomposição de domínio definido.

4. Qualidade de malha

Para gerar malhas de qualidade é importante determinar a melhor orientação relativa que terão os padrões de decomposição de domínio dentro dos subdomínios, pois há orientações que geram malhas de baixa qualidade. Isto pode definir-se considerando a geometria do subdomínio e a sua extensão. A geometria dos subdomínios é definida pelos parâmetros geométricos. A extensão da geometria dos subdomínios é controlada pelos parâmetros topológicos de bordo. Deve-se evitar gerar decomposição hierárquica em subdomínios com extensão muito pequena para evitar muita distorção dos elementos. Uma vez definida a orientação e o padrão de decomposição a ser aplicado sobre os subdomínios, são avaliados os parâmetros topológicos que permitam conseguir isso.

5. Existência de malha sobre um domínio

A malha sobre uma topologia de domínio com qualquer número de subdivisões nas suas curvas de bordo, que cumpre as condições de paridade e realizabilidade existe desde que se tenha padrões de geração de malha que são aplicados sobre domínios que satisfazem um conjunto de condições essenciais.