



Renata Thomaz Lins do Nascimento

**Cancelamento de Singularidades
em Campos de Cruzes**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Matemática Aplicada

Orientador: Prof. Thomas Lewiner

Rio de Janeiro
Abril de 2015



Renata Thomaz Lins do Nascimento

**Cancelamento de Singularidades
em Campos de Cruzes**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática Aplicada do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Matemática Aplicada. Aprovada pela comissão examinadora abaixo assinada.

Prof. Thomas Lewiner

Orientador
Departamento de Matemática
PUC-Rio

Prof. Anselmo Antunes Montenegro

Universidade Federal Fluminense

Prof. João Antonio Recio da Paixão

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Luis Mariano Peñaranda

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Marcelo de Andrade Dreux

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Marcelo Ferreira Siqueira

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador do Centro Técnico Científico
PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de Abril de 2015

Todos os direitos reservados. Proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Renata Thomaz Lins do Nascimento

Renata Nascimento graduou-se Bacharel em Ciência da Computação, na Universidade Federal de Alagoas em 2008, com ênfase em Computação Gráfica. Em 2010, obteve o título de Mestre em Matemática Aplicada, sob supervisão do Dr. Thomas Lewiner. Durante seu doutorado na PUC-Rio, realizou um estágio de doutorado no INRIA em Sophia Antipolis, sob supervisão do Dr. Pierre Alliez. Desde 2014, é pesquisadora e desenvolvedora no Grupo de Geofísica Computacional no Instituto Tecgraf/PUC-Rio.

Ficha Catalográfica

Nascimento, Renata

Cancelamento de Singularidades em Campos de Cruzes / Renata Thomaz Lins do Nascimento; orientador: Thomas Lewiner. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2015.

v., 98 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (Doutorado em Matemática Aplicada) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Malhas Quadrangulares. 3. Operadores que Preservam Quadrangulação. 4. Campo de Cruzes. 5. Espaço de Escala. 6. Persistência. 7. Edição de Campos de Cruzes. I. Lewiner, Thomas. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais Thomaz e Urânia e à minha irmã Bárbara por todo o apoio que me deram durante toda a minha formação. Gostaria também de agradecer à minha família, em especial ao meu tio Antônio Célio, que se fez presente mesmo estando fisicamente distante.

Gostaria de agradecer ao meu orientador, que se tornou um grande parceiro, Thomas Lewiner, por todo o tempo dedicado a mim e por ter acreditado e confiado em meu trabalho.

Gostaria também de agradecer aos amigos Tiago Novello, Taís de Sá, Pablo Telles, Karen Carrilho, Clarissa Codá, Allan Rocha, além de tantos outros, que me acompanharam durante toda a jornada ou parte dela, em especial aos queridos, João Paixão, Allyson Cabral e Alessandro Chimenton, que foram além de grandes incentivadores, grandes aliados e me fizeram persistir até o fim.

Gostaria de agradecer ao Michel Alves por todo companherismo e paciência, mesmo nas épocas mais difíceis.

Gostaria de agradecer ao pessoal da secretaria Kátia, Creuza e Sr. Orlando que além de serem pessoas super queridas, sempre foram muito eficientes e prestativos.

Gostaria de agradecer ao Instituto Tecgraf, em especial ao pessoal do v3o2 por todo o apoio e por ter tornado a reta final do meu doutorado mais agradável.

Por fim, gostaria de agradecer às instituições PUC-Rio, CAPES, FAPERJ e Tecgraf pelas bolsas de estudos e pelo apoio financeiro.

Resumo

Nascimento, Renata; Lewiner, Thomas. **Cancelamento de Singularidades em Campos de Cruzes**. Rio de Janeiro, 2015. 98p.
Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Dados multidimensionais, oriundos tanto de medições quanto de simulações, são tipicamente apresentados como campos escalares, vetoriais ou tensoriais. A análise da topologia desses campos, em particular das suas singularidades, ajuda a compreender de forma sucinta a estrutura do dado. Para essa análise, é preciso uma fase de edição para separar o ruído de aquisição ou de representação numérica. O presente trabalho propõe técnicas para edição a partir da topologia, no contexto de campos de cruces. Esses campos aparecem naturalmente a partir de malhas quadrangulares, que evidenciam a estrutura global do campo. Inicialmente é proposto um operador para realizar refinamentos preservando a estrutura quadrangular da malha e controlando o efeito sobre os vértices singulares. Esse operador permite também construir modelos de forma incremental, aumentando a complexidade a cada passo. No caso de campos de cruces gerais, é analisado o efeito global de suavizações gaussianas repetidas sobre o campo tensorial associado. Isso permite aplicar técnicas de espaços de escala no caso de campos de cruces. Os pontos singulares geralmente se cancelam ao longo da escala, desde que se use uma caracterização de pontos singulares consistente com a topologia, como proposto nesse trabalho. Para aumentar o grau de controle sobre as singularidades, é proposta uma técnica para a manipulação individual das singularidades. Essa técnica também permite que os pares de singularidades sejam cancelados de forma local. Utilizando estratégias similares à persistência de campos escalares, é possível simplificar progressivamente o campo de cruces e atingir configurações além do alcance dos espaços de escala gaussiano.

Palavras-chave

Malhas Quadrangulares; Operadores que Preservam Quadrangulação; Campo de Cruzes; Espaço de Escala; Persistência; Edição de Campos de Cruzes.

Abstract

Nascimento, Renata; Lewiner, Thomas (advisor). **Cancellation of Singularities in Cross Fields**. Rio de Janeiro, 2015. 98p.
Tese de Doutorado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Measurement and simulation of multidimensional data is typically presented as scalar, vector or tensor fields. The topological analysis of those fields, in particular of their singularities, provides a succinct understanding for the structure of the data. Such analysis requires some editing in order to separate the noise due to limitations in the acquisition and numerical representation. This work proposes techniques for such topology-aware editing, in the context of cross fields. Those fields naturally appear from quadrangular meshes, which summarize the global structure of the field. It is first proposed an operator to refine the mesh preserving its quadrangular structure and controlling the effect on singular vertices. This operator further allows constructing models incrementally, increasing complexity step by step. For general cross fields, the global effect of repeated Gaussian smoothing on the associated tensor field is analyzed. This allows applying scale-space techniques to cross fields. The singular points generally cancel along the scale if using a characterization of singular points consistent with the topology, as the one proposed in this work. To better control the singularities, a technique for individually handling singularities is proposed. It allows canceling pairs of singularities in a local way. Using strategies similar to scalar fields persistence, it is possible to progressively simplify the cross field, reaching configurations beyond Gaussian scale-spaces.

Keywords

Quad-mesh; Grid-preserving Operators; Cross field; Scale space; Persistence; Cross field Edition.

Sumário

1	Introdução	11
1.1	Breve Histórico	12
1.2	Trabalhos Relacionados	14
1.3	Sumário das Contribuições	19
2	Malhas Quadrangulares	21
2.1	Conceitos Básicos	21
2.2	Quadrangulação	23
2.3	Operador	26
2.4	Construção Sequencial	37
3	Espaço de Escala e Cancelamento de Singularidades	39
3.1	Geração de Malhas Quadrangulares	39
3.2	Modelagem de Campos de Tensores e Campos de Cruzes	40
3.3	Espaço de Escala Gaussiano	48
3.4	Resultados e Discussão	54
4	Persistência e Campos de Cruzes	64
4.1	Persistência	64
4.2	Definição de Singularidade	65
4.3	Edição Local	67
4.4	Sequência de Cancelamentos	73
4.5	Resultados e Discussão	82
5	Conclusão e Trabalhos Futuros	92
	Referências Bibliográficas	94

Lista de Figuras

1.1	Geração de uma hierarquia de malhas puramente quadrangulares	15
1.2	Simplificação de malha quadrangular via operações locais	15
1.3	Remoção da estrutura de hélice	16
1.4	Simplificação de campo vetorial 3D	17
1.5	Mensuração da importância de pontos críticos em um dado sintético	17
1.6	Simplificação topológica em campo tensorial	18
1.7	Simplificação topológica em campo vetorial	19
2.1	Malha quadrangular cujos vértices em verdes são singulares	21
2.2	Linhas paramétricas em uma malha quadrangular	22
2.3	Domínio base de um cilindro	23
2.4	Comparação qualitativa estrutural da malha	24
2.5	Refinamento e inserção de detalhes	25
2.6	Adição de uma faixa de quadrângulos	26
2.7	Caminhos para a aplicação do operador: degenerado e não degenerado	27
2.8	Extração de vértice regular	28
2.9	Separação de singularidade de grau 6	29
2.10	Separação de singularidade de grau 5	29
2.11	Criação de várias singularidades a partir de apenas vértices regulares	30
2.12	Déficit e excesso associados aos vértices de grau 5 e de grau 3	30
2.13	Aplicação do operador em um caminho degenerado com duas arestas	31
2.14	Pós-processamento para a remoção de vértices com grau 2	32
2.15	Operador aplicado a um caminho degenerado com uma aresta	32
2.16	Operador em caminho com duas arestas de um mesmo quadrângulo	33
2.17	Operador aplicado em caminho degenerado com três arestas	34
2.18	Operador em um caminho degenerado com singularidade de grau 6	35
2.19	Operador realizando aumento de dimensão.	36
2.20	Esquema da atuação do operador em modelagem	38
3.1	Quadrangulação a partir de parametrização	40
3.2	Singularidades e pontos degenerados	42
3.3	Campo de cruzeiros definido sobre uma malha triangular	44
3.4	Singularidades do campo de cruzeiros	45
3.5	Campo de cruzeiros sem restições	47
3.6	Campo de cruzeiros com restições	47
3.7	Grafo de separatrizes complexo no toro	48
3.8	Espaço de escala em imagens	49
3.9	Espaço de escala em campos vetoriais	49
3.10	Cancelamento de singularidades não conectadas por separatrizes	52
3.11	Cancelamento de singularidades conectadas por separatrizes	52
3.12	Cancelamento de um par de singularidades na esfera	53
3.13	Cancelamento de um par de singularidades no bi-toro	54
3.14	Espaço de escala numa esfera	56

3.15	Comparação do campo de cruces no bi-toro	57
3.16	Espaço de escala no bi-toro	58
3.17	Comparação do campo de cruces no toro	60
3.18	Espaço de escala no toro	61
3.19	Criação de par de singularidades	63
4.1	Diagrama de persistência de uma função real	65
4.2	Posicionamento de uma eparatriz em campo tensorial	66
4.3	Construção da curva para interpolação em campo de cruces	66
4.4	Marcação dos pontos de passagem no campo de cruces	67
4.5	Classificação dos pontos através de pontos de passagem	68
4.6	Faces associadas a aresta onde pretendemos cancelar o salto	69
4.7	Visualização do conjunto solução X	71
4.8	Condição 1 para a existência de solução	72
4.9	Condição 2 para a existência de solução	73
4.10	Possíveis configurações dos conjuntos B e T	74
4.11	Cancelamento do salto da em aresta	75
4.12	Esquema utilizado para o cálculo do peso	76
4.13	Primeiro passo da propagação	77
4.14	Segundo passo da propagação	78
4.15	Terceiro passo da propagação	79
4.16	Passo a passo da execução de um caminho	79
4.17	Caminho com recalcule de peso	81
4.18	Execução do cancelamento local na esfera	83
4.19	Resultado 1: Diagrama de persistência e histograma	84
4.20	Execução do cancelamento local no bi-toro	85
4.21	Resultado 2: Diagrama de persistência e histograma	86
4.22	Execução do cancelamento local no bague	87
4.23	Resultado 3: Diagrama de persistência e histograma	88
4.24	Execução do cancelamento local no toro	89
4.25	Resultado 4: Diagrama de persistência e histograma	90

*Julgue seu sucesso pelas coisas que você teve
que renunciar para conseguir.*

Dalai Lama.