PUC

ANDRÉS M. VILLAFUERTE OYOLA

**MODELAGEM E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO CAMPO
TRIDIMENSIONAL DE DESLOCAMENTOS DE TECIDOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Departamento de Engenharia Mecânica

Rio de Janeiro, 29 de Maio de 1991

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rua Marquês de São Vicente, 225 - CEP 22453

Rio de Janeiro - Brasil

ANDRÉS M. VILLAFUERTE OYOLA

**MODELAGEM E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO CAMPO TRIDIMENSIONAL
DE DESLOCAMENTOS DE TECIDOS**

Dissertação apresentada ao Departamento de
Engenharia Mecânica da PUC/RJ como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Profa. Aura Conci

Prof. Solly A. Segenreich

Departamento de Engenharia Mecânica

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio de Janeiro, 29 de Maio de 1991

Ao meu Deus e Pai, e aos
meus pais, Ernesto e Elena

Deus deliberadamente escolheu valer-se
de idéias que o mundo considera absurdas
e desprezíveis para envergonhar aqueles
indivíduos que o mundo considera sábios
e grandes.

(1 Coríntios. 1:27)

Nossos conhecimentos fizeram-nos céticos;
nossa inteligência, empedernidos e cruéis.

(Charles Chaplin)

Se você for sábio, viva uma vida de
constante bondade, para que dela mane
samente boas ações. E se você não
fizer alarde a respeito dela, então será
verdadeiramente sábio.

(Tiago 3:13)

Porque, ainda que eu conheça todos os mistérios e
toda a ciência, se não tiver amor, nadaerei.

(1 Coríntios 13:2)

AGRADECIMENTOS

- A Aura e Solly, meus orientadores, que com paciência e dedicação investiram tempo na realização deste trabalho.
- Ao Cacá e aos outros integrantes do Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica da PUC/RJ pela valiosa colaboração dispensada e sugestões feitas ao trabalho.
- Ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC/RJ (DEM) que com o profissionalismo do seu corpo docente permitiu que aprimorasse minha formação.
- A Mônica, minha noiva, pela compreensão demonstrada ao abrir mão do tempo que também lhe pertencia.
- Ao meu colega de Pós-graduação Eduardo Atem e ao Zequinha do ITUC, pelo trabalho de fotografia realizado.
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela ajuda financeira recebida durante o curso.

RESUMO

A modelagem dos tecidos, assim como sua representação visual, tem sido objeto de estudos diversos ao longo dos últimos anos. Uma importante abordagem que serve como ponto de partida é efetuada por Mansfield [10-12], que utiliza a teoria dos campos de tensão aplicando-a ao estudo de membranas perfeitamente flexíveis.

O trabalho aqui apresentado, considera os tecidos como membranas inextensíveis com rigidez à flexão muito baixa. Com algumas restrições, a teoria dos campos de tensão é usada para modelar o comportamento de tecidos retangulares suspensos verticalmente. A equação diferencial das linhas de tensão fornece os deslocamentos e o perfil das dobras que ocorrem no tecido no estado pré-flambado. Posteriormente é feita a análise tridimensional dos deslocamentos, com o qual se consegue incluir o estado pós-flambado dos tecidos. É apresentado um sistema de equações que, resolvido iterativamente através de métodos numéricos simples, fornece as variáveis básicas do tecido: número de dobras (n), relação entre a amplitude das dobras do tecido (Q), e o deslocamento máximo na direção z (z_{max}).

Com a implementação e teste desta metodologia completa-se o ciclo de pesquisas. É conseguida uma representação onde as características de maleabilidade, caimento e número de dobras do tecido são modeladas, levando-se em consideração as suas características físicas (peso, elasticidade, etc.).

ABSTRACT

The modelling of clothes and its visual representation have been the subject of much research in the last years. An important approach that represents a first step for reaching this purpose was given by Mansfield [10-12], who uses the tension field theory applied to perfectly flexible membranes.

The present work regards clothes as inextensible membranes with extremely low stiffness flexure. After establishing some restrictions, the tension field theory is used for modelling the behaviour of vertically suspended rectangular fabrics. The differential equations of tension lines gives the displacement and the outline of the wrinkles occurring in the pre-wrinkling state. Later, a tridimensional analysis of displacements is made, which allows the representation of the post-wrinkling state of clothes. It is presented a system of equations which is iteratively solved by means of simple numerical methods and supplies the basic variables of clothes: number of wrinkles (n), ratio between amplitudes of wrinkles (Q), and the maximum displacement in z direction (z_{max}).

The implementation and test of this methodology complete the research cycle. Thus, it is possible to obtain cloth characteristics such as malleability, draping and number of wrinkles, based upon its physical characteristics (elasticity, weight, etc.) .

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE SÍMBOLOS	ix
 1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - Aplicações	5
1.2 - Descrição do conteúdo da tese	6
 2 - FORMAS DE ABORDAGEM DO PROBLEMA	
2.1 - Método da relaxação	9
2.1.1 - Descrição do método de Weil	10
2.1.2 - Geração da superfície aproximada	11
2.1.3 - Relaxação	14
2.1.4 - Modelo de Representação de Dados	17
2.2 - Método numérico de energia	19
2.2.1 - Descrição do método	19
2.2.2 - Dificuldades encontradas na relaxação	20
2.2.3 - A expressão da energia	21
2.2.3.1 - Energia gravitacional - E_g	23
2.2.3.2 - Energia de dobramento - E_b	23
2.2.3.3 - Energia de deformação - E_s	25
2.2.3.4 - Energia de flambagem - E_w	26

2.3 - Método dos modelos elasticamente deformáveis	29
2.3.1 - Aspectos dinâmicos dos modelos	30
2.3.2 - Análise de deformação	31
2.3.3 - Energia de deformação de curvas e superfícies	32
2.3.4 - Forças externas aplicadas	33
2.3.5 - Implementação dos modelos deformáveis	33
2.4 - Modelos utilizando a teoria dos campos de tensão	34
 3 - APLICAÇÃO DA TEORIA DOS CAMPOS DE TENSÃO	
3.1 - Restrições na teoria dos campos de tensão	39
3.2 - Tensão de compressão	40
3.3 - Formação de dobras (wrinkles)	44
3.4 - Lugar geométrico das dobras no espaço 3-D	46
3.5 - Número de dobras	48
3.6 - Prevenção das dobras	49
3.7 - Equações de deslocamento em 3-D	50
 4 - ASPECTOS DO ALGORITMO DESENVOLVIDO	
4.1 - O padrão usado	54
4.2 - Geração da malha	54
4.3 - Algoritmo inteligente	54
4.4 - Algoritmo dos deslocamentos	57
4.5 - Algoritmo dos vetores normais	57
4.6 - Subrotina de iluminação e sombreamento	59
4.7 - Representação gráfica 3-D	59

5 - EXEMPOS DE APLICAÇÃO

5.1 - Tapete apoiado num cilindro	62
5.2 - Tapete com apoios contínuos nas extremidades	65
5.3 - Tecidos suspenso verticalmente pelas extremidades	67
5.4 - Tecido sem apoio na região central	73
5.5 - Lençol no varal (tecido com apoios discretos)	74
5.6 - Análise dos resultados	75
5.7 - Conclusões	76

6 - CONCLUSÃO

6.1 - Linhas de pesquisas futuras	78
---	----

APÊNDICE A - Fluxograma da implementação	79
--	----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
----------------------------------	----

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Fig. 2.1 - Aproximação dos pontos interiores através de catenárias	12
Fig. 2.2 - Criação da superfície de aproximação	13
Fig. 2.3 - Eliminação de curvas pelo processo de Weil	13
Fig. 2.4 - Sugestão ao método de eliminação de curvas de Weil	14
Fig. 2.5 - Superfície aproximada	15
Fig. 2.6 - Imagens obtidas pelo processo de Bittencourt	17
Fig. 2.7 - Tecido suspenso através de 5 pontos [24]	18
Fig. 2.8 - Curvatura de um ponto sobre uma superfície	24
Fig. 2.9 - Malha discreta de pontos	25
Fig. 2.10 - Energia de uma placa em função da compressão	27
Fig. 2.11 - Caimento de uma cortina sobre o chão [6]	28
Fig. 2.12 - Sistema de coordenadas para os modelos deformáveis	30
Fig. 2.13 - Caimento de um tapete sobre um obstáculo fixo [22]	34
Fig. 3.1 - Elemento infinitesimal	37
Fig. 3.2 - Deslocamento lateral de uma faixa [15]	41
Fig. 3.3.a - Pano com 5 dobras	43
Fig. 3.3.b - Pano com 8 dobras	43

	Pág.
Fig. 3.4 - Membrana retangular suspensa verticalmente	44
Fig. 3.5 - Vista de topo do tecido	46
Fig. 3.6 - Vista lateral de uma dobra	47
Fig. 3.7 - Tecidos com contornos cossenoidais	48
Fig. 4.1 - Esquema das malhas com seus nós e suas normais	57
Fig. 4.2 - Detalhe da mudança da normal na metade da malha	58
Fig. 5.1 - Deslocamento das coordenadas x ao longo da catenária	63
Fig. 5.2 - Detalhes geométricos do tapete no varal	64
Fig. 5.3 - Tapete apoiado sobre um cilindro gerado pelo algoritmo	65
Fig. 5.4 - Tapete suspenso continuamente pelas bordas laterais gerado pelo algoritmo - Perspectiva dimétrica	66
Fig. 5.5 - Tapete suspenso continuamente pelas bordas laterais gerado pelo algoritmo - Perspectiva cavaleira	66
Fig. 5.6 - Dados do tecido suspenso pelas extremidades	67
Fig. 5.7 - Tecido suspenso pelas extremidades sob ação do peso próprio ($\gamma = 17.7 \times 10^{-7} N/mm^2 - E = 40 MPa$)	68
Fig. 5.8 - Tecido curto suspenso pelas extremidades ($h = 90 \text{ cm}$)	69
Fig. 5.9 - Tecido longo suspenso pelas extremidades ($h = 235 \text{ cm}$)	69
Fig. 5.10 - Tecido leve suspenso pelas extremidades ($\gamma = 10 \times 10^{-7} N/mm^2$)	70
Fig. 5.11 - Tecido pesado suspenso pelas extremidades ($\gamma = 54 \times 10^{-7} N/mm^2$)	71
Fig. 5.12 - Tecido fino suspenso pelas extremidades ($t = 0.09 \text{ mm}$)	72
Fig. 5.13 - Tecido espesso suspenso pelas extremidades ($t = 0.26 \text{ mm}$)	72
Fig. 5.14 - Tecido com deslocamentos na região central	74
Fig. 5.15 - Lençol no varal - (Perspectiva cavaleira)	75

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras maiúsculas

B_{ij} - tensor de curvatura

$\bar{E}$ - módulo de elasticidade

E - função linear de energia

E_b - energia de dobramento

E_g - energia gravitacional

E_s - energia de dobramento

E_{Total} - energia total do tecido

E_w - energia de flambagem

G_{ij} - tensor métrico

H - tensão horizontal atuando sobre a dobra

Q - razão entre a amplitude das dobras

V - tensão vortical atuando sobre a dobra

Letras minúsculas

a - coordenada intrínseca de um corpo

a_1, a_2 - componentes de a

a_0 - comprimento da primeira dobra que ocorre no tecido

a_n - comprimento da dobra n
 b - largura do tecido
 $\bar{b}$ - resistência à flambagem
 c_1, c_2 - constantes do tecido
 d - distância existente entre duas dobras consecutivas
 dl - distância entre dois pontos quaisquer de um corpo
 $f_{elástica}$ - forças elásticas
 $f_{gravidade}$ - força gravitacional
 $f_{viscoso}$ - forças de viscosidade
 f_x - componente x do gradiente de energia
 f_y - componente y do gradiente de energia
 f_z - componente z do gradiente de energia
 f'_x - derivada primeira da componente f_x
 f'_y - derivada primeira da componente f_y
 f'_z - derivada primeira da componente f_z
 $f(r, t)$ - forças distribuídas que agem externamente
 g - aceleração da gravidade
 h - altura do tecido
 $\bar{h}$ - espaçamento da malha
 k_b - resistência ao estiramento
 k_g - densidade do tecido
 k_s - resistência ao dobramento
 k_1 - curvatura máxima do tecido
 k_2 - curvatura mínima do tecido
 l - comprimento de uma mola
 l_i - comprimento ideal de uma mola
 n - número de dobras do tecido

$\bar{n}$ - unitário normal à superfície

r - parâmetro que controla o grau de anisotropia do tecido

r_0 - vetor posição inicial

r - vetor posição final

s - coordenada horizontal entre 2 pontos de uma catenária

s_0 - metade do comprimento total da curva catenária

t - espessura do tecido

v_i - deslocamento vertical da dobra i

$v(x, y)$ - função que determina o deslocamento vertical em função de x

x' - coordenada x deslocada na catenária

$\bar{x}$ - coordenada x deslocada de cada ponto do tecido (teoria dos campos de tensão)

x_v - coordenada x do vértice da catenária

y' - coordenada y deslocada na catenária

y_i - coordenada que determina o contorno da dobra i na direção y .

$\bar{y}$ - coordenada y deslocada de cada ponto do tecido (teoria dos campos de tensão)

y_v - coordenada y do vértice da catenária

x_0, y_0, z_0 - coordenadas originais do tecido no método de energia

z_i - deslocamento da dobra i na direção z

$\bar{z}$ - coordenada z deslocada de cada ponto do tecido (teoria dos campos de tensão)

z_{max} - deslocamento máximo da dobra na direção z

$z(x, y)$ - função que determina o deslocamento lateral

Letras gregas

α - parâmetro adimensional do tecido

$\bar{\alpha}$ - resistência da curva ao estiramento

$\bar{\beta}$ - resistência da curva ao dobramento

$\bar{\gamma}$ - resistência da curva à torção

γ - peso específico

$\gamma(a)$ - densidade de amortecimento

δ - deslocamento dos apoios em direção ao centro do tecido

$\epsilon(r)$ - energia potencial de deformação

ϵ_{xx} - deformação na direção x do tecido

ϵ_{yy} - deformação na direção y do tecido

η_i - coordenada local

κ - constante de mola

μ - coeficiente de Poisson

$\mu(a)$ - densidade de massa do corpo em a

ρ - massa por unidade de área

σ_y - tensão de compressão

σ_{cr} - resistência crítica à flambagem

τ - torção

ψ - ângulo de inclinação de uma dobra

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

As exigências do mundo atual têm levado tanto o comércio como a indústria a lançar mão dos recursos oferecidos pela Informática, nas suas mais diversas formas, numa tentativa de manter a competitividade dentro de um mercado que se apresenta cada vez mais dinâmico.

A indústria têxtil é um dos ramos que não tem ficado alheio a este quadro e tem apostado também na informatização e automação dos seus processos. O trabalho aqui desenvolvido pretende contribuir neste processo da indústria do vestuário dentro do propósito de otimizar e acelerar o desenvolvimento do produto final.

Pretende-se oferecer ao estilista ou qualquer outro usuário da indústria têxtil uma ferramenta com a qual seja possível prever o comportamento de uma peça de determinada forma de acordo com as características físicas do tecido que a constitui. Espera-se com isto que algum dia possa-se prever como ficará uma peça de vestuário antes mesmo da sua confecção.

A complexa tarefa de estabelecer leis confiáveis que venham a exprimir o real comportamento dos tecidos tem se tornado um desafio, que ao longo do tempo tem motivado os estudos de diversos pesquisadores. Muitos progressos têm sido alcançados porém, fica evidente que há ainda algumas barreiras que precisam ser vencidas para se ter um maior conhecimento e domínio nesta área.

O primeiro passo para atingir tal propósito se deu a partir do trabalho de Wagner [23] em 1929, quem concebeu a Teoria dos campos de tensão. Através desta teoria analisa-se a reação de membranas e placas muito finas sujeitas a um campo de tensões

que ocorrem em seu plano. Esta teoria se desenvolveu até obter a forma geral da distribuição das linhas de tensão em membranas.

Nove anos depois, Reissner [16] apresentou a primeira solução para o problema dos campos de tensão, propondo uma análise mais simples e de cálculo direto, e resolvendo com isto o problema de torção numa membrana anular. Posteriormente em 1961, Stein e Hedgepeth [20] introduziram o conceito de coeficiente de Poisson, aplicando-o a casos de membranas parcialmente dobradas.

Os enfoques acima citados são complexos. Nestes a análise requerida para a obtenção das componentes dos deslocamentos ao longo das linhas de tensão, e nas normais às mesmas, conduz a problemas não-lineares

No ano de 1969 durante um congresso de Mecânica Aplicada, Mansfield [11] traz sua contribuição à teoria dos campos de tensão e através de uma abordagem variacional simplifica bastante o problema. Esta limita a análise às componentes dos deslocamentos ao longo das linhas de tensão. Isto se constitui num grande progresso pois, ao se fazer esta simplificação, obtém-se uma análise linear que permite desenvolver a solução aproximada de problemas para os quais uma solução exata se tornaria inviável. É o próprio Mansfield [12] que em 1981, seguindo a linha estabelecida pela teoria dos campos de tensão, estende o estudo para incluir o comportamento de membranas perfeitamente flexíveis e que estando suspensas verticalmente se encontram sujeitas à ação do peso próprio.

Somente em 1985, através de um trabalho de Rimrott [15], é que se estabelece o elo que liga as pesquisas descritas acima (teoria dos campos de tensão) com estudos específicos aplicados a tecidos reais. Desta forma Rimrott valendo-se das pesquisas de Mansfield propõe a equação diferencial que representa as linhas de dobramento que se formam em tecidos suspensos verticalmente.

Paralelamente aos progressos que eram obtidos com a teoria dos campos de tensão, um outro grupo de pesquisadores [6,13,22,24] canalizam seus esforços na tentativa de

obter meios de representar graficamente superfícies contendo dobras ou curvaturas. Graças a esta tendência, os primeiros passos para visualização dos dobramentos e textura de uma determinada superfície começam a ser dados. Estes aspectos, até então, só tinham sido equacionados por Mansfield [12].

Entre os primeiros trabalhos que surgem, destaca-se o estudo de Blinn [2] que em 1978 desenvolve técnicas que utilizam funções de textura com as quais detecta-se características e pequenos detalhes que ocorrem em superfícies reais, permitindo realçar o nível de realismo.

Dando continuidade a esta nova linha de pesquisa, Weil [24] propõe em 1986 um método computacional que aliado a técnicas de relaxação e de **rendering** fornecem ferramentas que permitem modelar e representar tecidos de forma bastante satisfatória.

Um ano antes, Rimrott e Shen [16] davam mais uma colaboração à teoria delineada por Wagner, estabelecendo equações simples que levam a determinar de modo preciso o número de dobras formadas a partir de uma membrana suspensa verticalmente pelas extremidades. Estes autores mostram ainda a relação das mesmas com características geométricas do tecido.

No mesmo ano (1986) em que Weil dava a conhecer a sua pesquisa, Feynman [6] no MIT, utilizando técnicas de relaxação, introduz uma nova abordagem para a modelagem de tecidos ao desenvolver um método no qual é feito um balanço das parcelas de energia envolvidas em tecidos deformados.

A partir daí se alternam os trabalhos desenvolvidos tanto com enfoques analíticos como com enfoques que envolvem métodos computacionais, onde o emprego, cada vez maior, de técnicas de Computação Gráfica dá um toque sofisticado às imagens geradas. Em 1987, um grupo de estudos encabeçado por Terzopoulos [22] utilizando conceitos da teoria da elasticidade para materiais flexíveis, apresenta equações diferenciais que regem o comportamento de superfícies e sólidos elasticamente deformáveis em função do tempo. Com esta proposta inovadora se abre espaço para a introdução de animação

nas imagens geradas, conseguindo-se, num único lance, descrever forma e movimento.

Um ano depois Platt e Barr [13], introduzem melhorias ao método, que juntamente com Terzopoulos haviam desenvolvido e se valem de técnicas de otimização para desenvolver métodos de restrição, que visam tornar mais real a animação e a estética dos modelos flexíveis.

Em 1989, Conci e Segenreich [3] contribuem dentro da linha seguida por Rimrott e Mansfield. Descrevem, seguindo o modelo de membranas inextensíveis, o comportamento pós-dobrimento de tecidos, destacando a relação existente entre as amplitudes máximas das dobras. No ano seguinte, Segenreich e Conci [18] determinam as equações que regem os deslocamentos tridimensionais, deslocamentos estes que ocorrem a partir do efeito da gravidade que age sobre um tecido pendurado verticalmente. Finalmente em 1991, Conci e Segenreich [4], partindo das propriedades físicas dos tecidos, determinam no plano o perfil das curvas geradas (linhas de tensão) a partir dos dobramentos em membranas retangulares suspensas.

Com estes avanços criam-se condições para a introdução de realismo visual na geração de modelos tridimensionais para peças de vestuário. Finalmente se torna possível promover a fusão entre a linha da Teoria dos campos de tensão e os enfoques voltados para a criação de modelos via Computação Gráfica, que até então corriam paralelos.

Entre as propostas do presente trabalho se encontra a de estabelecer um modelo mecânico que reproduza com adequada fidelidade o comportamento dos tecidos. Por outro lado, o estudo dos deslocamentos tridimensionais iniciado por Segenreich e Conci é aqui retomado e, através do desenvolvimento de um algoritmo, é feita a implementação do método, tornando assim uma realidade a fusão entre as duas linhas de pesquisa acima mencionadas.

Espera-se com isto ter dado um passo importante, no sentido de estimular futuras pesquisas onde novos progressos na teoria pioneira de Wagner [23] possam caminhar

não mais paralelamente, mas unificadas com os avanços do novo e promissor campo da Computação Gráfica, desembocando assim num domínio mais abrangente da modelagem de tecidos. Com este trabalho inicia-se uma linha de pesquisa mais ampla. Nesta etapa inicial o estudo se restringe a tecidos de contornos retangulares suspensos por pontos discretos. O tecido é modelado como membrana sem rigidez ou com rigidez muito baixa.

1.1 - Aplicações

A primeira etapa a ser desenvolvida na modelagem dos tecidos é a que diz respeito à situação de um tecido retangular suspenso verticalmente pelas suas extremidades. Este é o caso da presente dissertação.

A teoria aqui apresentada aplica-se ao estudo de um problema específico da indústria aeronáutica: a previsão dos deslocamentos de coletores de energia solar retangulares apoiados em 2 pontos. As expressões obtidas também satisfazem à equação de difusão unidimensional, o que permite que se estabeleçam analogias com o fluxo de calor através de placas.

Uma outra aplicação desta teoria se dirige à análise do comportamento de velas para pequenas embarcações. Pode-se ainda abranger a indústria de plásticos, pois o método permite avaliar deslocamentos que ocorrem sob certas condições em plásticos flexíveis, conforme mostrado em [5]. Mas é a representação do comportamento de estruturas têxteis nosso principal objetivo.

A indústria têxtil resente-se ainda, da ausência de softwares que permitam fazer a modelagem de tecidos. Não gozando ainda destas vantagens estas fábricas não tem tido outra opção a não ser continuar com seus antigos meios de modelar peças de vestuário, que estão baseados principalmente na intuição.

A implementação aqui apresentada, com sua inovadora análise tridimensional, se constitui no primeiro passo para preencher a lacuna existente nesta área. Com o estudo aqui desenvolvido espera-se contribuir no processo de modernização na indústria

do vestuário, sendo que a complexa tarefa de modelagem de tecidos, onde as características inerentes ao mesmo, tais como: caimento, número de dobras, maleabilidade, etc; não serão mais apenas dependentes da intuição de um desenhista de modas e sim reproduzíveis com o auxílio de um computador.

O realismo da representação está diretamente ligado à qualidade dos algoritmos desenvolvidos. Obviamente, à medida que se incluam mais parâmetros representativos do tecido, algoritmos mais sofisticados são exigidos, bem como um maior esforço computacional. Uma análise mais abrangente necessitaria de métodos numéricos complexos. O que se pretende é a obtenção de formas analíticas eficientes e de simples utilização computacional.

1.2 - Descrição do conteúdo da tese

Diversos trabalhos têm sido desenvolvidas com a finalidade de descrever o comportamento de tecidos. Os trabalhos até aqui elaborados têm tido abordagens com diferentes níveis de profundidade e complexidade. Pode-se subdividir essas abordagens em 2 grandes grupos: o primeiro considera o comportamento pré-flambagem e o segundo o comportamento pós-flambagem.

Autores tais como Weil [24], Feynman [6] e Terzopoulos [22] restringiram suas pesquisas a situações em que as deformações nos tecidos se dão em virtude de serem estes mecanicamente equivalentes a membranas flexíveis com baixa rigidez. Neste caso a representação dos deslocamentos dos tecidos é função da posição que cada ponto assume quando o tecido adota uma determinada geometria, deslocando-se livremente ou acompanhando o perfil de um determinado objeto. É o caso por exemplo de um pano sobre uma esfera, um lençol sobre uma cama, uma rede pendurada. Estes trabalhos tratam de determinar os deslocamentos do tecido que decorrem das deformações que foram propositalmente induzidas no tecido.

O segundo grupo de pesquisadores entre os quais cita-se Rimrott [15,16], Mansfield [10,11,12], Segenreich e Conci [18] analisam o tecido a partir de suas deformações naturais, ou seja, os dobramentos (*wrinkles*) que aparecem nos tecidos em função do seu peso próprio. Este enfoque também considera as características de baixa rigidez dos tecidos, só que é voltado para situações em que os tecidos se comportam como membranas ou placas pós-flambadas. O campo gravitacional que age sobre tecidos suspensos verticalmente, (como é o caso de cortinas, roupas em varal, vestidos em manequins, etc.), é o responsável pelos grandes deslocamentos que são gerados. A base para encaminhar esta análise está na teoria dos campos de tensão. Devido às considerações envolvidas estes casos exigem uma análise técnica mais complexa.

O trabalho aqui desenvolvido se encontra neste segundo grupo. A teoria dos campos de tensão foi utilizada inicialmente neste trabalho. Esta teoria trata do comportamento de membranas perfeitamente flexíveis. Usou-se posteriormente os estudos feitos por Rimrott que analisam o processo de formação de dobras em membranas. As equações de deslocamento utilizadas baseiam-se no comportamento pós-flambagem das pesquisas de Rimrott, permitindo a determinação das tensões principais e suas linhas de dobramento (*wrinkles*), possibilitando desta forma a descrição das dobras dos tecidos.

Neste primeiro capítulo, esboçou-se de maneira sucinta o que tem sido feito até o momento, e qual o estágio atual das pesquisas cujos interesses são voltados para a modelagem e representação dos tecidos. Estabeleceu-se ainda a importância do presente trabalho, assim como as variadas aplicações que ele permite. Por último destaca-se a posição que o trabalho ocupa nesta corrente de pesquisa.

Ao longo do capítulo 2 é feita uma descrição mais abrangente e detalhada dos principais trabalhos desenvolvidos. Merecem especial destaque os estudos de Mansfield, Rimrott, Weil, Feynman e Terzopoulos. Ao final de cada método é mostrada uma aplicação prática que ajuda na compreensão e avaliação da técnica empregada. Encerra-se o capítulo fazendo uma descrição breve do método utilizado no presente trabalho.

No terceiro capítulo se encontram as deduções, restrições, análise tridimensional dos deslocamentos, equações resultantes e outras informações referentes ao método desenvolvido por Segenreich e Conci, no qual estão voltadas as atenções deste trabalho com o intuito de implementá-lo, conforme será visto no capítulo 4.

É o capítulo 4 que fala sobre a implementação do método mencionado no capítulo 3. São comentadas as subrotinas que compõem a implementação assim como alguns recursos dos quais se lançou mão, visando proporcionar um maior realismo na representação tridimensional. Os algoritmos para cálculo dos deslocamentos e o de representação (*rendering*) aplicam-se a contornos retangulares. Este contorno é subdividido usando-se uma malha ou grid, ficando esta divisão a critério do usuário. Como o tratamento da malha é feito ponto a ponto, uma malha com muitos pontos implicará num maior tempo de processamento mas ao mesmo tempo possibilitará um nível maior de realismo.

O algoritmo desenvolvido no capítulo 4 apresenta as seguintes etapas:

- a) definição do contorno;
- b) geração da malha;
- c) determinação da posição e do número de dobras;
- d) determinação dos deslocamentos de cada ponto da malha; e
- e) representação da forma deformada final.

Aplicações práticas podem ser vistas no capítulo 5, onde através de fotografias obtidas da tela são apresentados diversos exemplos. Da-se destaque para a visualização das dobras no espaço 3-D, o que vem a ser algo inédito e se constitui na grande contribuição deste trabalho.

O último capítulo comenta o leque de possibilidades para que este trabalho seja retomado em pesquisas futuras.

CAPÍTULO 2

FORMAS DE ABORDAGEM DO PROBLEMA

O desafio de se estabelecer um modelo que traduza de forma satisfatória o comportamento dos tecidos tem levado os pesquisadores a tentar distintas abordagens. Estas abordagens têm enveredado por diversas áreas. Tem havido enfoques nitidamente numéricos ou que analisam o tecido através de equações de energia. Há abordagens que se valem quase que exclusivamente de recursos da Computação Gráfica e existem estudos que tem analisado o tecido procurando adaptá-lo a um modelo de engenharia já conhecido, estabelecendo e modificando condições de contorno.

Alguns dos principais métodos disponíveis na literatura serão descritos a seguir.

2.1 - Método da relaxação

A modelagem de tecidos via Computação Gráfica é feita via de regra tratando os tecidos como superfícies rígidas nas quais a sensação de tecido é introduzida através do uso do mapeamento de texturas. O problema desta abordagem reside no fato de que ao se desconsiderar algumas propriedades comuns aos tecidos, tais como as suas dobras, o nível de realismo não é o ideal.

O método proposto por Weil [24], supre algumas dessas deficiências comum a outros trabalhos, pois inclui na modelagem dos tecidos alguma das características físicas dos mesmos. A qualidade do método de **rendering** que é utilizada em [24] contribue para a obtenção de imagens de alto realismo.

Este método aplica-se ao problema específico de obter a configuração de uma peça retangular que é pendurada por alguns pontos da sua superfície. Representa adequada-

mente as dobras que são induzidas artificialmente, no entanto não consegue representar os dobramentos naturais decorrentes do seu peso próprio. As dobras que se formam sob peso próprio equivalem à forma pós-flambagem de membranas e devem-se à baixa rigidez que os tecidos apresentam mesmo se comparada a seu peso específico. Este método é muito eficiente e muito adequado em diversas situações.

A seguir este método será descrito em maiores detalhes.

2.1.1 - Descrição do método de Weil

Na implementação deste método, apresentado na referência [24], utiliza-se um tecido suposto retangular. Este método inclui duas etapas: na primeira é obtida a forma de superfície através de uma malha num sistema de coordenadas espaciais (x,y,z) . Do refinamento desta malha dependerá o nível de resolução da superfície. A segunda etapa é voltada para a representação de tecidos através de um método de rendering, que cuida da representação de cada fio de tecido.

Na etapa inicial é definida a forma da superfície aproximada dentro do casco convexo formado pelos pontos de restrição (pontos onde será pendurado o tecido). Não existe, ainda nesta etapa, uma preocupação com uma representação formal no que diz respeito às dobras do tecido.

Após isto uma forma mais próxima da real é obtida através de um processo de relaxação. Este processo, que é iterativo, continua até o momento em que os deslocamentos máximos dos pontos sobre a superfície se situam abaixo de uma determinada tolerância pré-estabelecida.

O rendering da superfície é feito através de ray-tracer tratando-se a malha como grupos de segmentos de linhas. É usado um artifício para introduzir a sensação da curvatura nos fios, que tem resultado especialmente eficiente em tecidos rústicos.

2.1.2 - Geração da superfície aproximada

A superfície de trabalho é criada levando-se em conta os pontos de restrição ou apoios.

A parte do tecido formada pelos pontos que se encontram limitados pelo casco convexo (gerado a partir dos pontos de restrição) é chamada superfície interior. A parte que compreende os pontos restantes ou pontos exteriores, são os que estão além destes limites, sendo denominada superfície exterior. A etapa inicial de aproximação da superfície se completa quando todos os pontos interiores forem posicionados. No início, só os pontos de restrição têm posição definida. Posteriormente, posicionam-se todos os pontos que se encontram entre dois pontos de restrição.

Entre cada par de pontos de restrição existem vários outros pontos. Estes pontos, pertencentes ao tecido, são ligados seguindo o seu comportamento natural. O caminho percorrido por uma linha entre dois pontos de restrição e que é suspensa através deles é o de uma catenária cuja equação é :

$$y = a \cosh\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{a}{2}(e^{\frac{s}{a}} + e^{-\frac{s}{a}}) \quad (2.1)$$

onde, como mostrado na figura 2.1, s é a coordenada horizontal entre os pontos.

Traçando catenárias entre os diversos pontos de restrição, as coordenadas dos pontos intermediários são determinados e, desta forma, toda a superfície interna pode ser definida. Weil utiliza como coordenadas s (Δs_{usada}), as coordenadas da malha sobre o plano XZ, ao invés das coordenadas sobre a curva (Δs_{real}). As coordenadas s são obtidas, conforme figura 2.1 através de:

$$\Delta s = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} \quad (2.2)$$

onde Δx e Δz têm tamanho variando conforme o refinamento da malha. É feita portanto, uma aproximação do comprimento da curva através da projeção deste comprimento no plano XZ.

Figura 2.1 - Aproximação dos pontos interiores através de catenárias

Esta aproximação introduz erros grosseiros no processo em duas situações particulares: (1) quando a malha for grosseira e (2) nos locais próximos aos pontos de restrição. Fica evidente aqui uma deficiência do método de Weil, que é contornável a partir do momento que se adotar o comprimento real da curva.

Um resultado deste processo de posicionamento de pontos é a formação da série de triângulos mostrada na figura 2.2, que surgem a partir dos pontos conectados. Quando os pontos de restrição são conectados, cada um destes triângulos é subdividido continuamente até que a área por eles contida esteja completamente varrida e os pontos no seu interior estabelecidos. A lista destes triângulos é guardada para ser usada no passo seguinte de relaxação.

Figura 2.2 - Criação da superfície de aproximação

Há situações nas quais um ponto da malha, como mostra a figura 2.3, pertence a duas curvas diferentes. A localização deste ponto estará num lugar intermediário entre estas curvas e fica determinado ao se introduzir um novo ponto de restrição no modelo. Esta alternativa porém, visando simplificar o trabalho computacional, não é utilizada. Weil propõe eliminar a curva mais baixa entre as duas, permanecendo a curva superior (fig. 2.3). O triângulo que pertencer à curva retirada também é eliminado. Com esta última alternativa, obviamente, o método perde um pouco em precisão e realismo.

Figura 2.3 - Eliminação de curvas pelo processo de Weil

Como meio de contribuir na melhoria do método, sugere-se, no caso de pontos pertencentes a duas catenárias, dividir a curva inferior em outras duas curvas, onde as extremidades centrais ficariam ligadas à curva superior conforme mostrado na seguinte figura:

Figura 2.4 - Sugestão ao método de eliminação de curvas de Weill

2.1.3 - Relaxação

A etapa seguinte no processo envolve um estágio iterativo. A relaxação do tecido é obtida através de contínuos deslocamentos dos pontos da malha sobre a superfície até que se satisfaça um determinado critério de parada. O deslocamento máximo de cada etapa deve ficar abaixo de determinada tolerância. O efeito da gravidade é ignorado durante este processo, porque este efeito já foi incluído quando da modelagem através de catenárias.

Os pontos exteriores (descritos na seção 2.1.2) são inicialmente considerados posicionados em $y = -\infty$. Isto simula seu deslocamento vertical. A posição real desses pontos será obtida através do processo de relaxação. Se os pontos exteriores estiverem limitados em alguma posição esta será considerada sua posição inicial. Para saber o deslocamento de um dado ponto durante uma interação, determina-se o vetor deslocamento para definir a distância exata entre este ponto e os pontos vizinhos a ele. Fazendo a soma destes vetores encontra-se a direção do deslocamento.

Cada tipo de tecido apresenta um diferente grau de rigidez. Um modo de avaliar a rigidez do tecido é medir o ângulo formado por três pontos consecutivos da malha. Tecidos com baixa rigidez têm este ângulo bem afastado de 180° . Quanto maior a rigidez do tecido, menos este ângulo se desviará de 180° . Este tipo de aferição implica num alto custo computacional, pois envolve cálculos diversos. Um outro meio, mais simples e de eficiência similar para aferir a rigidez, é medir a distância entre cada ponto da malha e duas linhas (direção x) ou colunas (direção y) adjacentes, a variação que surge entre as tangentes decorrentes destas distâncias medidas ao longo de pontos consecutivos (tomadas dois a dois) dará idéia da rigidez do tecido. A variação desta distância não deve ser maior que uma certa distância mínima.

Surface Approximation

6 Iterations of Relaxation

Spline Fit

Figura 2.5 - Superfície aproximada [24]

No que se refere à tolerância a ser adotada, esta é um parâmetro mais ou menos arbitrário e vai depender da precisão que se deseja e das restrições do tecido. Por exemplo, para o caso de tecidos rígidos é necessário um maior número de iterações até o processo convergir. Por experiências pode-se determinar o valor adequado da tolerância.

A geração de uma superfície de aproximação (como a da figura 2.5) serve como preparação para o processo de relaxação. Esta geração reduz substancialmente o número necessário de iterações para completar o processo. No entanto há casos em que este processo prévio pode ser eliminado, pode-se utilizar unicamente a relaxação e ainda assim obter imagens bem realísticas. Em tais casos, é aplicado aos pontos de restrição da estrutura, um deslocamento gradual. Estes pontos são processados, e suas posições continuamente atualizadas. Aos pontos restantes da estrutura é aplicada a relaxação.

Um exemplo deste processo é encontrado no trabalho de Bittencourt [1]. Nesta abordagem é proposto um método de cálculo, voltado para a simulação das respostas dinâmicas que são obtidas numa superfície originalmente plana. Esta superfície após ter sido subdividida em elementos menores, é considerada como um elemento estrutural que ao ser suportada por alguns pontos fixos no espaço (fora do seu plano original) gera um carregamento nodal. Os outros pontos da malha (inicialmente estáticos) tentarão acompanhar a tendência provocada pelos pontos fixos, gerando em torno deles uma área altamente tracionada e onde ocorrem grandes deformações. O método desenvolvido em [1] assume para cada ponto da malha determinados deslocamentos, velocidades e acelerações; desta forma é determinada uma nova posição para os pontos que inicialmente se situavam no plano, as coordenadas de cada ponto da malha são atualizadas dando-se início a uma nova iteração. Este processo continua até que seja atingida a configuração final desejada. Este método simples que dispensa o uso de técnicas de relaxação produz imagens de bom nível de realismo como pode ser visto na figura 2.6, o que é feito com muita rapidez.

Figura 2.6 - Imagens obtidas pelo processo de Bittencourt [1]

2.1.4 - Modelo de Representação de Dados

Os modelos tradicionais de representação de dados na Computação Gráfica tratam as imagens como superfícies poligonais. No caso dos tecidos estes modelos não são em geral suficientes para lhes dar aparência realística. Um modelo sugerido para tecidos é a representação de cada fio individualmente, o que proporciona um elevado realismo visual mas representa uma solução computacionalmente cara.

Em Weil [24] é empregado na representação de tecidos, este modelo em conjunto com **ray-tracing**. Esta representação exige que se assuma o tecido como formado por um conjunto de segmentos de linhas, as quais na realidade não têm uma única dimensão (comprimento x) mas possuem espessura (ou altura y) e profundidade (z). Na realidade as linhas são consideradas corpos cilíndricos. Cada linha é desenhada com três valores de **shading** para representá-las como cilindro.

Figura 2.7 - Tecido suspenso através de 5 pontos [24]

A geração do tecido se dá, em uma primeira etapa, através do uso de splines para ligar pontos conhecidos do tecido, ajustando as colunas e linhas da malha até completar a superfície dentro da precisão que se deseja. Numa segunda etapa, dedica-se atenção especial ao efeito de sombreamento do tecido, tentando aperfeiçoar o realismo da imagem através da inclusão de artifícios no algoritmo, para a obtenção da noção de profundidade. A utilização deste processo de **rendering** produz excelentes resultados visuais.

O método de Weil, embora apresente um bom nível de realismo (ver figura 2.7) tem a limitação de não permitir que as dobras naturais do tecido possam ser representadas, conforme é mostrado no método desenvolvido no capítulo 3 deste trabalho. Esta abordagem no entanto é satisfatória para outras situações.

2.2 - Método numérico de energia

Este enfoque é apresentado por Feynman [6]. Nele são modelados somente peças de roupa individuais quadradas de, com a restrição de serem perfeitamente planas no seu estado relaxado inicial.

O tecido é modelado pelo método de minimização de energia. É estabelecida uma função mapeamento e o mínimo local desta função representa uma situação estática do tecido.

O atrito, a viscosidade e qualquer outro efeito que possa dissipar energia sob a forma de calor não são considerados no presente método. Desta forma, de um ponto de vista matemático, o problema de se obter formas realistas de tecido pode ser descrito como o processo de se encontrar mapeamentos de um objeto bidimensional, dentro de um objeto tridimensional. Estes mapeamentos são os mínimos locais da função dos mapeamentos dentro dos espaços dos reais (função de energia) sujeitos a certas restrições tais como o efeito da gravidade sobre os tecidos.

Nesta representação o tecido é aproximado por uma malha de pontos que cobre toda a superfície. Os pontos desta malha são equidistantes e o tecido é descrito pela posição destes pontos. Quanto maior for o refinamento da malha melhor será a representação do tecido. Por outro lado um grande número de pontos torna mais demorado o processo de solução.

2.2.1 - Descrição do método

O método de minimização de energia tenta modificar a forma do tecido, procurando a direção ou o arranjo que conduza a um mínimo na função de energia. Como o tecido é aproximado através de uma malha de pontos, este processo de minimização é feito deslocando cada um dos pontos pertencentes a esta malha.

Deslocando cada um dos pontos, em direção a posição em que há um decréscimo de

energia do tecido como um todo, procura-se atingir a configuração de energia mínima. Este processo o autor denomina de relaxação.

Dentre os efeitos internos que agem sobre o tecido tem-se a energia de deformação, produzida pela compressão ou estiramento do tecido no seu próprio plano, e a energia de dobramento gerada a partir do dobramento de tecido fora do seu plano. Como efeito externo é citado o provocado pelo campo gravitacional, o qual diminui a energia potencial do tecido sempre que o mesmo se desloca para baixo.

2.2.2 - Dificuldades encontradas na relaxação

A melhor forma de se obter a relaxação é aplicar este método a cada um dos pontos, até que o tecido como um todo atinja o estado de energia mínima. Infelizmente o enorme tempo computacional que isto requer torna inviável este processo. Um processo mais rápido é optar pela relaxação num único ponto, mantendo fixos os pontos vizinhos a ele, eliminando assim o erro aparente na sua vizinhança local.

Os tecidos reais encontram duas formas de restrições. Uma destas é através de pontos fixos existentes nos tecidos, os quais não permitem movimento. Este é por exemplo o caso dos pontos onde se localizam os ganchos de uma cortina. Outra forma de restrição é representada pelos volumes sobre os quais os tecidos não podem penetrar, como uma mesa, um chão ou o próprio corpo humano.

Para que uma malha seja eficiente, o refinamento deve ser tal que, o espaçamento dela não pode ser duas vezes maior do que a característica ou detalhe (dobra, caimento, etc.) que se deseja representar. Alguns detalhes do tecido menores que o refinamento escolhido não podem ser representados com precisão por que a malha é grosseira. Características muito maiores que este espaçamento implicam num grande tempo de processamento. Optar por malhas de diversos tamanhos para abranger as particularidades do tecido é uma solução adequada.

O método apropriado, no processo de relaxação descrito por Feynman, deve ser

rápido e reduzir a energia do ponto ao máximo. Na prática, estas duas condições são difíceis de serem mutuamente satisfeitas. Mesmo que se escolha um ponto adequado, o processo de relaxação exige várias interações, é então necessário que se faça experiências no sentido de determinar um ponto ideal.

2.2.3 - A expressão da energia

Como já mencionado o problema se resume em encontrar o mínimo de uma função em três dimensões, usando para isto, o menor número de pontos. Este problema pode ser subdividido em dois outros que são: encontrar uma direção ótima e, a seguir, encontrar a distância que minimiza a energia. A energia, E , é uma função linear da posição (que um determinado ponto ocupa originalmente e a sua posição logo após sofrer um deslocamento Δ) e é dada pela equação:

$$E = f_x dx + f_y dy + f_z dz \quad (2.3)$$

onde o vetor (f_x, f_y, f_z) representa o gradiente desta função. Os valores de f_x , f_y e f_z são obtidos de:

$$f_x = \frac{E(x + \Delta, y, z) - E(x, y, z)}{\Delta}$$

$$f_y = \frac{E(x, y + \Delta, z) - E(x, y, z)}{\Delta}$$

$$f_z = \frac{E(x, y, z + \Delta) - E(x, y, z)}{\Delta}$$

A direção do gradiente da energia é precisamente a direção na qual ocorre o movimento do ponto. É a utilização de uma expressão linear de energia, que impossibilita o método de fazer uma análise adequada das dobras no estado pós-flambado.

Após o programa determinar a direção de deslocamento do ponto, resta determinar qual a posição, ao longo da linha, que minimiza a energia. Esta linha é descrita pelas seguintes equações paramétricas:

$$x = x_0 + f'_x t$$

$$y = y_0 + f'_y t \quad (2.4)$$

$$z = z_0 + f'_z t$$

sendo (x_0, y_0, z_0) a posição original.

Pode-se encontrar o mínimo desta curva, escolhendo vários pontos e ajustando um polinômio a eles. Se este polinômio for de boa precisão, afirma-se que o mínimo desta função é bem próximo da curva. A escolha de uma expressão de energia adequada passa pela necessidade de se atender itens de realismo, velocidade de execução e independência em relação à escala a ser usada.

No trabalho de Feynman [6], a expressão de energia desenvolvida toma 90 % do tempo total de execução. Esta expressão contém seis parâmetros cujos valores determinam as propriedades do tecido. Estes parâmetros são:

- a) k_s a resistência ao estiramento,
- b) k_b a resistência ao dobramento,
- c) k_g a densidade,
- d) $\bar{h}$ o espaçamento da malha,
- e) $\bar{b}$ a resistência à flambagem e
- f) $\bar{r}$ a taxa de resistência diagonal/axial.

A energia total do tecido resulta da combinação linear das três funções de energia:

$$E_{Total}(S) = k_s s(S) + k_b b(S) + k_g g(S) \quad (2.5)$$

As três funções da direita: s , $\bar{b}$ e g , esta última sendo a aceleração da gravidade, mapeiam o perfil obtido através de números que informam respectivamente, quanto o tecido foi esticado, dobrado e puxado para baixo. O comportamento geral da energia total é determinado pelos três parâmetros k_g , k_b e k_s . Por exemplo se k_s é alto, a roupa será difícil de ser esticada; se k_b é alto a roupa será rígida e resistente ao dobramento; e um valor alto de k_g implica que a roupa será pesada. Note-se que apenas a variação relativa destes parâmetros importa. A melhor maneira de trabalhar com a expressão é analisar cada uma das suas partes, conforme é feito a seguir.

2.2.3.1 - Energia gravitacional - E_g

O termo $k_g g(S)$ na equação anterior corresponde à energia potencial gravitacional e é dada [6] pela expressão:

$$E_g = \rho g \int_0^{v_{\max}} \int_0^{u_{\max}} z(u, v) du dv \quad (2.6)$$

sendo ρ a densidade da superfície do tecido (massa por unidade de área do tecido). O algoritmo de Feynman usa a forma discretizada desta integral:

$$k_g g(S) = \rho g h^2 \sum_{v=0}^{v_{\max}} \sum_{u=0}^{u_{\max}} z(u, v) \quad (2.7)$$

2.2.3.2 - Energia de dobramento - E_b

Qualquer ponto sobre uma curva plana possui uma certa curvatura. Esta curvatura depende da escolha do plano secante, sendo que para algumas posições do plano secante, a curvatura da seção é maximizada, sendo minimizada para outras posições.

As curvaturas máximas e mínimas são chamadas curvaturas principais no ponto. A figura 2.8 identifica esta situação. Qualquer ponto sobre a superfície possui duas

curvaturas principais que são k_1 (máxima) e k_2 (mínima). O produto das curvaturas principais é chamado curvatura gaussiana, uma superfície que não possua curvatura gaussiana é chamada superfície desenvolvível.

Figura 2.8 - Curvaturas de um ponto sobre uma superfície

A energia de dobramento é dada pela teoria de placas, segundo [6]:

$$E_b(S) = \int_0^{v_{max}} \int_0^{u_{max}} c_1(k_1 - k_2)^2 + c_2(k_1 \cdot k_2)^2 du dv \quad (2.8)$$

onde c_1 e c_2 são constantes do tecido.

Para o caso de tecidos relaxados, sobre uma superfície, onde não ocorrem sensíveis mudanças de comprimento, a curvatura gaussiana é bem próxima de zero. Portanto k_1 ou k_2 tem valor bem perto de zero, desta forma a equação (2.8) fica reduzida a:

$$E_b(S) = \int_0^{v_{max}} \int_0^{u_{max}} c_1(k^2) du dv \quad (2.9)$$

onde $k^2 = k_1^2 + k_2^2$

A aproximação discretizada desta curva baseia-se nos ângulos formados pelos pontos inicialmente colineares e na observação de que se $k_2 \ll k_1$ então $k^2 \cong k_1^2$. A equação (2.10) é proposta por Feynman [6] como sendo a forma discreta da equação (2.9). A figura 2.9 esclarece este fato.

$$E_b(p) = \frac{c_1}{3} ((180^\circ - \widehat{APE})^2 + (180^\circ - \widehat{CPG})^2 + \frac{1}{2}(180^\circ - \widehat{BPF})^2 + \frac{1}{2}(180^\circ - \widehat{DPH})^2) \quad (2.10)$$

Figura 2.9 - Malha discreta de pontos

2.2.3.3 - Energia de deformação - E_s

Partindo de um material, de seção quadrada, com lado igual a 1, aplicam-se esforços nas direções paralelas aos eixos x e y , de modo que o material se deforme até chegar ao comprimento final l_x e l_y . Tem-se então que as deformações nas direções x e y são dadas por:

$$\epsilon_{xx} = l_x - 1 \quad (2.11)$$

$$\epsilon_{yy} = l_y - 1 \quad (2.12)$$

Para o caso de um material elástico ideal que sofre os mesmos esforços de um tecido, Feynman conclui que a energia de deformação por unidade de área é:

$$E_s = \frac{E}{1 - \mu^2} (\epsilon_{xx}^2 + \epsilon_{yy}^2) + \frac{2\mu E}{1 - \mu^2} \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} \quad (2.13)$$

Os valores de E (módulo de Elasticidade) e μ (coeficiente de Poisson) para alguns tecidos variam bastante com a direção. Em alguns tecidos o valor de E ao longo do fio é em geral quatro vezes maior que E na transversal do fio.

Este particular é previsto por Feynman [6], e é levado em conta quando se supõe que a energia de deformação é afetada pelos parâmetros $\bar{r}$ e $\bar{b}$ (descritos na seção 2.2.3). O valor de $\bar{r}$ controla o grau de anisotropia do tecido através de E e μ como mostrado nas expressões abaixo:

$$E = k_s \frac{1 + 6\bar{r} + 5\bar{r}^2}{1 + 3\bar{r}} \quad (2.14)$$

$$\mu = \frac{2\bar{r}}{1 + 3\bar{r}} \quad (2.15)$$

Segundo o autor tecidos perfeitamente isotrópicos não poderão ser modelados e com $\bar{r} = 0.375$ obtém-se a melhor aproximação para este caso: μ é idêntico nas duas direções e E varia apenas de 10 % .

2.2.3.4 - Energia de flambagem - E_w

Enquanto uma mola ideal oferece quase a mesma resistência tanto na compressão quanto na tração, os tecidos se mostram muito menos resistentes na compressão do que na tração. A maior parte da energia de compressão é absorvida na flambagem.

A deformação na flambagem começa a ganhar importância quando é da mesma grandeza das dobras no tecido. Quando uma placa se encontra sujeita a compressão numa determinada direção, podem ocorrer duas situações: a placa pode encurtar permanecendo no seu plano original ou começará a flambar fora do seu plano. Em ambos os casos a configuração final da placa representará o estado de menor energia.

A figura 2.10 mostra a variação de comprimento da placa para ambas as situações.

Figura 2.10 - Energia de uma placa em função da compressão

Uma análise discreta mostra que quando a placa é comprimida, inicialmente diminui de comprimento e logo após flamba. Depois de atingir o ponto de flambagem a energia aumenta mais vagarosamente do que quando estava sob compressão. Esta análise discreta não é válida para explicar o comportamento de tecidos reais, portanto, para se determinar a energia faz-se uma aproximação assumindo-se que a energia é uma função linear da compressão. A constante de proporcionalidade entre energia e compressão é determinada através do parâmetro $\bar{b}$. A expressão da energia como função do comprimento é:

$$E_w = k_{\min} (l - l_i)^2 \frac{\bar{b}}{l_i} (1 - l) \quad (2.16)$$

Figura 2.11 - Caimento de uma cortina sobre o chão [6]

O tecido é tratado como um conjunto de pontos que são ligados uns aos outros como num sistema de molas, isto posto, temos que l é o comprimento de uma dessas molas e l_i é seu comprimento ideal quando não comprimido. Tem-se que para molas diagonais, $l_i = \sqrt{2}h$ e para outros casos $l_i = h$, vê-se portanto a importância na flambagem do valor h (espaçamento da malha).

Para valores altos de $\bar{h}$, o material do tecido não oferecerá praticamente nenhuma resistência à compressão e para valores pequenos de $\bar{h}$, o material será incapaz de flambear.

O método de Feynman aqui apresentado permite captar deformações que ocorrem nos tecidos e que geram dobramentos (não sendo os naturais) que são representados de forma eficiente (ver figura 2.11). Este método apresenta, devido ao tratamento que lhe é dado, o inconveniente de requerer um longo tempo de processamento, que o torna bastante demorado.

2.3 - Método dos modelos elasticamente deformáveis

Os métodos comumente utilizados na Computação Gráfica para representação de objetos estáticos, ou seja, que não sofrem mudanças na sua forma em função do tempo, baseiam-se na modelagem de objetos rígidos ou inanimados. Na implementação deste tipo de abordagem são utilizados os modelos ditos cinemáticos, que vem a ser modelos estacionários (passivos), que adquirem movimento a partir do desenvolvimento de trajetórias predefinidas, fornecidas ao modelo.

O desenvolvimento destas trajetórias requer um trabalho complexo, por esta razão o método proposto por Terzopoulos, Platt e Fleischer [22] simplifica este processo, dispensando o uso destas trajetórias e substituindo-as por modelos ativos com a finalidade de criar animação. Estes modelos quando solicitados por agentes externos (forças, pressão ou obstáculos), ou estimulados pelo meio (fluidos viscosos, superfícies), têm reações bem próximas àquelas que se espera que aconteçam na prática.

A criação destes modelos é feita a partir de simplificações da teoria da elasticidade. Simulando características físicas tais como tensão, rigidez, etc, é possível obter uma ampla gama de objetos deformáveis tais como: borracha, metais flexíveis, tecidos, papel e outros. Se a isto for acrescentado propriedades físicas tais como massa e vibração, o

método se torna apto para simular o comportamento dinâmico destes objetos. É através desta abordagem dos aspectos dinâmicos do problema, que a animação de objetos, ganha uma significativa simplificação. A simulação passa pela resolução de equações diferenciais parciais as quais trazem embutidas as formas dos objetos e seu movimento no espaço.

2.3.1- Aspectos dinâmicos dos modelos

Considerando a como a coordenada intrínseca que identifica um ponto material sobre um determinado corpo, a terá duas componentes no caso de se ter uma superfície, $a = [a_1, a_2]$ e uma única componente para o caso de uma curva $a = [a_1]$.

Para determinar a posição ocupada no espaço Euclidiano por um ponto material a em cada instante t , utiliza-se um vetor posição $\mathbf{r}(a, t) = [r_1(a, t), r_2(a, t), r_3(a, t)]$ (figura 2.12), sendo que para o estado indeformado do corpo tem-se $\mathbf{r}^0(a, t = 0) = [r_1^0(a), r_2^0(a), r_3^0(a)]$.

Figura 2.12 - Sistema de coordenadas para os modelos deformáveis

As equações de movimento são obtidas da Mecânica Newtoniana e envolvem as forças externas que são aplicadas ao modelo deformável. Pode-se escrever estas equações sob a forma Lagrangeana:

$$\frac{\partial(\mu \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t})}{\partial t} + \frac{\delta \epsilon(\mathbf{r})}{\delta(\mathbf{r})} = \mathbf{f}(\mathbf{r}, t) \quad (2.17)$$

onde: $\mathbf{r}(\mathbf{a}, t)$ é a posição da partícula $\mathbf{a}$ no instante t , $\mu(\mathbf{a})$ é a densidade de massa do corpo em $\mathbf{a}$, $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ são as forças externas (distribuídas) aplicadas, e $\epsilon(\mathbf{r})$ mede a energia potencial instantânea da deformação elástica do corpo.

O primeiro termo representa a força de inércia devido à massa distribuída. O segundo termo quantifica a força elástica gerada a partir da deformação do modelo a partir da sua forma original. O termo $\frac{\delta \epsilon(\mathbf{r})}{\delta(\mathbf{r})}$ representa a força elástica.

2.3.2 - Análise de deformação

Para esta análise os autores do método utilizam a teoria da elasticidade e conceitos de geometria diferencial de curvas, superfícies e sólidos. A distância que separa dois pontos no espaço Euclidiano é [22]:

$$dl = \sum_{ij} G_{ij} da_i da_j \quad (2.18)$$

onde a matriz simétrica G_{ij} é conhecida como tensor métrico e é expressa por:

$$G_{ij}(\mathbf{r}(\mathbf{a})) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a_j} \quad (2.19)$$

Dois sólidos possuem a mesma forma se seus tensores métricos 3x3 são funções idênticas de $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]$. Isto porém não acontece quando uma das dimensões do sólido é infinitesimalmente fina. Neste caso o teorema fundamental de superfícies estabelece que duas superfícies tem a mesma forma se seus tensores métricos $\mathbf{G}$ e seus tensores de curvatura $\mathbf{B}$ são funções idênticas de $\mathbf{a} = [a_1, a_2]$.

Os componentes do tensor de curvatura são, segundo [22]:

$$B_{ij}(\mathbf{r}(\mathbf{a})) = \bar{\mathbf{n}} \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial a_i \partial a_j} \quad (2.20)$$

onde $\bar{\mathbf{n}} = [n_1, n_2, n_3]$ é o unitário normal à superfície.

No caso de curvas do espaço, os tensores métricos e de curvatura são escalares chamados de comprimento de arco $s(\mathbf{r}(a))$ e de curvatura $\kappa(\mathbf{r}(a))$ respectivamente. Sabendo que as curvas podem girar, o teorema fundamental de curvas mostra que duas curvas possuem a mesma forma se seu comprimento de arco, sua curvatura e torção $\tau(\mathbf{r})$ são funções idênticas de $\mathbf{a} = a_1$.

2.3.3.- Energia de deformação de curvas e superfícies

A energia de deformação das curvas é expressa no método de Terzopoulos [22] por:

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} \bar{\alpha}(s - s^0)^2 + \bar{\beta}(\kappa - \kappa^0)^2 + \bar{\gamma}(\tau - \tau^0)^2 da \quad (2.21)$$

onde a resistência da curva ao estiramento, dobramento e torção são dados respectivamente por $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ e $\bar{\gamma}$. Para uma superfície deformável a energia de deformação [22] é dada por:

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} \|\mathbf{G} - \mathbf{G}^0\|_{\bar{\alpha}}^2 + \|\mathbf{B} - \mathbf{B}^0\|_{\bar{\beta}}^2 da_1 da_2 \quad (2.22)$$

onde a norma da diferença entre o estado deformado do corpo e o estado indeformado, dá uma medida razoável da energia de deformação em corpos elásticos.

2.3.4 - Forças externas aplicadas

A aplicação de forças externas aos modelos elásticos fazem com que eles adquiram uma dinâmica realista. Alguns exemplos típicos de agentes externos são relacionados a seguir.

a) A força gravitacional:

$$f_{gravidade} = \mu(a)g \quad (2.23)$$

b) A força elástica que liga dois pontos:

$$f_{elástica} = \kappa(r_o - r(a_o)) \quad (2.24)$$

sendo κ a constante de mola

c) As forças que agem num corpo devido a um fluido viscoso:

$$f_{viscoso} = c(n.v)n \quad (2.25)$$

onde c é a resistência à força do fluido e

$$v(a, t) = u - \frac{\partial r(a, t)}{\partial t}$$

é a velocidade da superfície relativa a algum fluxo de velocidade constante u .

2.3.5 - Implementação dos Modelos Deformáveis

A animação dos modelos deformáveis se dá a partir da simulação numérica das equações diferenciais de movimento. É proposta uma simplificação das forças elásticas $\frac{\delta c(r)}{\delta(r)}$ e a seguir a equação diferencial parcial (2.17) é discretizada. Na etapa final de implementação é aplicada uma das técnicas padrões de integração numérica ao sistema resultante de equações diferenciais ordinárias. A figura 2.16 apresentada a seguir, mostra uma das aplicações que constam na referência [22].

Figura 2.13 - Cairamento de um tapete sobre um obstáculo fixo [22]

A metodologia desenvolvida por Terzopoulos, para representação de materiais flexíveis, envolve análises mais complexas do que aquelas realizadas por Weil e Feynman. Este método, apesar de favorecer a obtenção de imagens com realismo impressionante, não se encontra apto para modelar as dobras que são geradas naturalmente em tecidos suspensos verticalmente e sob ação do campo gravitacional. Outra desvantagem deste processo reside na necessidade de se contar com um equipamento de grande porte para a geração eficiente de imagens, sendo portanto um processo caro que exige um longo tempo computacional.

2.4 - Modelos utilizando a teoria dos campos de tensão

Esta teoria foi desenvolvida por Wagner [23], em 1929 com o propósito de explicar o comportamento de determinados tipos de estruturas nas quais o esforço cisalhante está bem acima do valor limite de flambagem. Posteriormente, Mansfield [10] retomou esta pesquisa e a aplicou na descrição de placas muito finas sujeitas a deslocamentos no seu plano e que excedem bastante o limite que dá início à flambagem.

O estudo deste problema é complexo visto que conduz a características não-lineares. A teoria das placas simplifica a análise ao mostrar que, neste caso, para grandes valores

da razão deformação cisalhante aplicada / deformação cisalhante no início da flambagem, as relações entre cargas aplicadas, deslocamentos no plano e as tensões, nos levam de volta para a análise linear.

No desenvolvimento desta dissertação, optou-se pela modelagem de tecidos empregando a teoria dos campos de tensão em detrimento das outras teorias, em virtude da mesma ser a única a permitir que se faça uma análise não linear do problema estudado, evitando ao mesmo tempo o inconveniente de ter que se lidar com métodos numéricos complexos, demorados e consequentemente de alto custo computacional. Com a escolha da metodologia desenvolvida ao longo do capítulo 3 consegue-se atender o objetivo básico traçado, que exigia a escolha de um método rápido, barato e eficiente, características estas que se afinam com as expectativas da indústria têxtil nacional.

A escolha da teoria dos campos de tensão possibilitou retomar os estudos feitos por Segenreich e Conci e se tentar uma solução ao sistema de equações proposto por ambos para o qual não se havia ainda encontrado uma solução. Mais adiante no decorrer do capítulo 4, serão mostrados os passos dados pelo algoritmo implementado, na resolução deste sistema, o que finalmente nos permite conhecer as variáveis básicas dos tecidos (n , Q e z_{max}) possibilitando assim a análise 3-D que é o objetivo final deste trabalho.

Como um dos objetivos desta tese é a implementação e verificação de algoritmos e técnicas que utilizam esta teoria, os detalhes do método serão melhor apresentados no próximo capítulo.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS CAMPOS DE TENSÃO

Adotando as condições descritas na seção 2.4 aplica-se a teoria dos campos de tensão para o caso de tecidos suspensos verticalmente pelas extremidades. Esta teoria mostra que para placas finas suspensas verticalmente as tensões compressivas são desprezíveis em relação as tensões trativas, o que leva à hipótese inicial de placa com rigidez à flexão nula. No entanto, esta última característica não conduz a uma modelagem adequada dos tecidos (constata-se na prática que os tecidos possuem rigidez à flexão não nula), razão pela qual precisa-se de suposições adicionais. O surgimento de um campo de tração sobre a placa decorre do fato de haver deslocamentos (devido à flambagem) fora do plano da placa aos quais o campo de tensões oferece resistência.

As curvas que representam as tensões principais (trativas) são da forma $y = y(x, \alpha)$, onde α é um parâmetro adimensional relacionado com cada linha de dobramento que surge sobre a membrana.

Para entender melhor o fenômeno, lançamos mão do elemento infinitesimal da figura 3.1, que é limitado pelas linhas verticais x e $x + \delta$ e por duas dobras consecutivas α e $\alpha + \delta\alpha$.

Na direção vertical só atuam as forças verticais originadas pela ação da gravidade. Na direção horizontal o equilíbrio do elemento exige que a componente horizontal da tensão seja constante entre as duas dobras α e $\alpha + \delta\alpha$.

Figura 3.1 - Elemento infinitesimal

Temos portanto na direção horizontal:

$$\frac{\partial \delta H}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

ou

$$\delta H = cte.$$

Observa-se que a tensão horizontal (**H**) é constante ao longo de uma mesma porção da membrana. Na direção vertical tem-se:

$$\frac{\partial \delta V}{\partial x} \delta x = \gamma \delta x \delta y$$

ou

$$\frac{\partial \delta V}{\partial x} = \gamma \delta y \quad (3.2)$$

onde γ é o peso específico por unidade de área da membrana e **V** é a tensão vertical.

A partir das características geométricas do elemento infinitesimal apresentado, pode-se obter o seguinte:

$$\frac{\delta V}{\delta H} = \tan \psi \quad \text{ou} \quad \delta V = \delta H \tan \psi$$

onde ψ é o ângulo de inclinação da dobra, assim:

$$\delta V = \delta H \frac{\partial y}{\partial x} \quad (3.3)$$

Diferenciando a expressão acima em relação a x , temos:

$$\frac{\partial \delta V}{\partial x} = \delta H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial \delta H}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \quad (3.4)$$

Sabemos da equação (3.1) que o último termo à direita é zero, portanto a expressão se reduz a:

$$\frac{\partial \delta V}{\partial x} = \delta H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

Substituindo o termo à esquerda pelo seu equivalente da equação (3.2), tem-se

$$\gamma \delta y = \delta H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Dividindo esta expressão por δH temos:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \gamma \frac{\delta y}{\delta H} = 0 \quad (3.6)$$

Esta última equação representa a equação diferencial das linhas de tensão que possuem as mesmas tensões trativas. Uma importante solução desta equação é:

$$y = a_0 e^{\frac{-\gamma^2 H}{4b^2 \gamma}} \cdot \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.7)$$

onde a_0 é o comprimento da primeira dobra e $2b$ indica a largura do tecido.

Para contorno superior a solução exata da equação (3.7) é:

$$y_n = a_n \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.8)$$

sendo a_n o comprimento da última dobra que se forma no tecido, e para o contorno inferior:

$$y_0 = a_0 \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.9)$$

Estas soluções são válidas para o estado de pré-dobramento, ou seja, quando a membrana não experimentou deslocamentos na sua direção vertical, continuando totalmente plana.

Através do método de Mansfield [12] fica determinada a direção das tensões principais e as linhas de dobramento incluindo as equações que descrevem a trajetória de suas curvas. Este método por ser uma abordagem 2-D não trata da determinação do deslocamento transversal que ocorre devido ao aparecimento das dobras nem determina o comprimento de onda.

3.1 - Restrições na teoria dos campos de tensão

Conforme descrito em [18], para o caso de tecidos suspensos verticalmente e, portanto, estando sob o efeito do peso próprio, a teoria dos campos de tensão se aplica desde que algumas restrições sejam feitas:

a) Abandona-se a hipótese de rigidez nula à flexão. Esta hipótese, na verdade, não traduziria o verdadeiro comportamento do tecido, pois caso a rigidez à flexão fosse nula o tecido apresentaria um número infinito de dobras.

b) O tecido é modelado como uma membrana inextensível e frouxa.

c) A resistência à tração é limitada em função do número finito de dobras que todo tecido pendurado verticalmente apresenta .

d) O tecido pode suportar pequenas tensões compressivas, limitada por certa tensão crítica.

e) A energia de deformação na tração é zero, e durante a compressão é praticamente desprezível.

3.2 - Tensão de compressão

Após a formação de dobras, a membrana pode suportar uma pequena tensão compressiva. Devido a esta tensão, cada faixa entre dobras passa a ter uma leve curvatura fora do seu plano. Forças adicionais que vem a se somar ao peso específico aparecem. Estas forças geram uma tensão compressiva na direção y . Observando a figura 3.2 vê-se que a tensão atinge seu valor máximo ao longo da linha de centro $m_3 \cos \frac{\pi x}{l}$ da faixa de tensão.

$$\sigma_y = \frac{\gamma m_3}{2t} \frac{(Q-1)^2}{(Q+1)^2} \cos \frac{\pi x}{l} \quad (3.10)$$

onde t é a espessura do tecido e Q representa a razão entre a amplitude das dobras.

O máximo absoluto acontece quando $x = 0$, então

$$\sigma_y = \frac{\gamma m_3}{2t} \frac{(Q-1)^2}{(Q+1)^2} \quad (3.11)$$

Para a primeira faixa temos:

$$\sigma_y = \frac{\gamma m_1}{2t} \frac{(Q-1)^2}{(Q+1)^2} \quad (3.12)$$

A expressão (3.12) é maior que a (3.11), pois $m_1 > m_3$. Da figura 3.2 tem-se:

$$m_1 = \frac{a_0 + a_1}{2}$$

Figura 3.2 - Deslocamento lateral de uma faixa [15]

Rimrott [16] estabelece também que a amplitude de duas dobras consecutivas obedece a uma progressão geométrica decrescente de razão Q sendo:

$$\frac{a_{n-1}}{a_n} = Q$$

ou

$$Q = \left(\frac{a_o}{a_n} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$a_n = \frac{a_o}{Q^n} \quad (3.13)$$

onde n se refere ao número de dobras, tem-se ainda:

$$m_1 = \frac{a_o}{2} \frac{Q+1}{Q} \quad (3.14)$$

Assim a tensão compressiva máxima será:

$$\sigma_y = \frac{\gamma a_o}{4t} \frac{(Q-1)^2}{Q(Q+1)} \quad (3.15)$$

Pode-se estabelecer então, como propriedade da membrana, a tensão crítica de dobramento (σ_{cr}) a qual passa a ser limitada por:

$$|\sigma_{cr}| \geq \frac{\gamma a_o}{4t} \frac{(Q-1)^2}{Q(Q+1)} \quad (3.16)$$

Esta quantidade (σ_{cr}) pode ser entendida como a resistência crítica à flambagem de uma membrana perfeitamente plana. Rimrott e Cvercko [15], em 1985, mostraram através de experiências anteriores que o número de dobras que ocorre no tecido é influenciado pelo peso específico do mesmo. Aumentando o peso específico aumentará o número de dobras. A equação acima concorda com estes resultados experimentais. Uma outra característica dos tecidos, pode ser observado nas figuras 3.3.a e 3.3.b, onde são comparados dois tecidos de comprimentos diferentes (90 cm e 235 cm respectivamente). Mantendo as outras características (físicas e geométricas) do tecido constantes comprova-se que quanto maior for o comprimento a_o , maior será o número de dobras. Este fato também é predito através da análise da equação (3.13) e o auxílio da figura 3.4 (observe que $a_o = h$).

Figura 3.3.a - Pano com 5 dobras

Figura 3.3.b - Pano com 8 dobras

3.3 - Formação de dobras (wrinkles)

No estado de pré-dobrimento chega-se às equações das linhas de tensão de tecidos suspensos verticalmente por dois pontos nas suas extremidades. Quando se desloca estes dois pontos de apoio em direção ao seu centro, a membrana começa a experimentar deslocamentos fora do seu plano. Estes deslocamentos acontecem tanto para dentro como para fora, provocando assim o surgimento de dobras ou wrinkles mostrados na figura 3.4 .

Figura 3.4 - Membrana retangular suspensa verticalmente

As leis mecânicas que regem o processo de formação de dobras não estão ainda totalmente esclarecidas. Percebe-se porém uma mudança sensível no campo de tensões. Surgem na membrana pequenas tensões compressivas. A tensão horizontal σ_x não mais varia de forma monotônica como acontecia no estado de pré-dobrimento. Pode-se observar que:

a) Todas as dobras têm como início e fim os respectivos pontos por onde o tecido é suspenso.

b) Contornos cossenoidais dão origem a dobras cossenoidais. No presente trabalho, será assumido que dobras cossenoidais também são encontradas em tecidos retangulares. Esta hipótese é baseada em observações experimentais [18].

c) A faixa delimitada por duas dobras consecutivas se comportam como um cabo de seção transversal variável (consequência de não existir transmissão de força ao longo da linha de dobramento).

d) Em qualquer uma destas faixas, a tensão horizontal resultante em qualquer posição esta alinhada com os suportes, isto faz com que a tensão permaneça na linha média da dobra.

e) A resultante do peso de qualquer faixa é colinear com os seus suportes, o que vem a demonstrar que as linhas médias das faixas estão no mesmo plano vertical.

f) A tensão compressiva máxima que ocorre na membrana guarda uma relação com a razão da progressão geométrica mencionada acima.

g) As dobras só são geradas se a membrana estiver "frouxa".

h) A membrana se desloca fora do seu plano original fazendo um movimento em zig-zag.

i) Quando surgem as dobras, os deslocamentos verticais dos pontos se aproximam da extremidade superior.

j) O número de dobras é finito, contrariando a hipótese básica da teoria dos campos de tensão que pressupõe rigidez à flexão nula (número infinito de dobras). Conclui-se portanto que existe rigidez flexural nos tecidos, muito embora possua um valor pequeno, porém suficiente para fazer com que se produza um número finito de dobras.

3.4 - Lugar geométrico das dobras no espaço 3-D

Para estabelecer o perfil das linhas de dobramento, necessita-se fazer hipóteses sobre a forma da dobra na direção z . Baseado em observações experimentais [18] consideramos a componente z da dobra de ordem i como:

$$z_i = z_{maxi} \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.17)$$

onde z_{max} é a amplitude das dobras. A figura 3.5 que mostra uma foto de topo de um tecido suspenso, ajuda na constatação da afirmação acima.

Figura 3.5 - Vista de topo do tecido

Para atender a condição de equilíbrio que determina que a resultante do peso tem que estar alinhada com a vertical, estabelece-se que a linha de centro de cada dobra deve estar localizada em $z = 0$, logo, para as faixas i e $i + 1$, temos (fig. 3.6)

$$z_i + z_{i-1} = 0 \quad (3.18)$$

$$z_i + z_{i+1} = 0 \quad (3.19)$$

subtraindo (3.18) - (3.19)

$$z_{i-1} = z_{i+1} \quad (3.20)$$

ou seja, as componentes z de todas as dobras são iguais e são representadas pela fórmula geral:

$$z_i = z_{max} \cdot \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.21)$$

Figura 3.6 - Vista lateral de uma dobra

A solução geral da equação (3.7) nos mostra que as linhas das dobras podem ser dadas por:

$$y_n = a_n \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.22)$$

Este resultado, que expressa o comportamento das linhas de dobramento, é previsto para o caso de tecidos com contornos cossenoidais, a foto da figura 3.7 ajuda a entender

esta verificação, onde pode-se observar que um tecido de perfil cossenoidal gera dobras cossenoidais. Verificou-se em [18] que estes resultados continuam válidos mesmo para tecidos que possuam contornos retangulares, conforme poderá se observar nas figuras do capítulo 5.

Figura 3.7 - Tecido com contornos cossenoidais

substituindo (3.13) na equação (3.22) obtem-se a expressão geral:

$$y_n = \frac{a_0}{Q^n} \cdot \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.23)$$

onde as linhas de dobramento ficarão definidas após determinar: z_{max} , n e a razão Q .

3.5 - Número de dobras

A inequação (3.16) é útil na etapa de previsão de dobras. Introduzindo o sinal de igualdade na expressão e resolvendo a equação quadrática.

$$\frac{\gamma a_0}{4t} \frac{(Q-1)^2}{Q(Q+1)} = \sigma_{cr} \quad (3.24)$$

$$\frac{(Q-1)^2}{Q(Q+1)} = \sigma_{cr} \frac{4t}{\gamma a_o}$$

$$Q^2 - 2Q + 1 = (Q^2 + Q) \sigma_{cr} \frac{4t}{\gamma a_o}$$

$$(1 - \sigma_{cr} \frac{4t}{\gamma a_o}) Q^2 - (2 + \sigma_{cr} \frac{4t}{\gamma a_o}) Q + 1 = 0 \quad (3.25)$$

obtém-se o valor de Q . A expressão (3.13) permite calcular n :

$$Q = \left(\frac{a_o}{a_n} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.26)$$

$$\log Q = \log \left(\frac{a_o}{a_n} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$n = \frac{\log \left(\frac{a_o}{a_n} \right)^{\frac{1}{n}}}{\log Q} \quad (3.27)$$

Esta última equação fornece valores de n no campo real. O valor de n deve então ser aproximado para cima até o valor inteiro mais próximo.

O trabalho de Rimrott [16] a partir de valores reais de σ_{cr} , t , a_o e a_n , calcula os valores de Q e n . Conclui-se que para um baixo valor de Q haverá um alto número de dobras, (fato importante para a implementação do algoritmo inteligente como será visto no próximo capítulo).

3.6 - Prevenção de dobras

Matematicamente se a resistência à flambagem for baixa implicará num grande número de dobras e vice-versa. O aumento do número de dobras também é verificado quando a razão Q diminui, baseado neste fato mostrar-se-á nesta seção o procedimento

para prevenção de dobras no tecido. Tal prevenção é útil para aplicações em coletores de energia solar (blankets).

Sabe-se que a variação do número de dobras acompanha a variação da razão Q . Existe portanto um valor de Q para o qual não haverá nenhuma dobra. Assumindo em (3.13) $n = 1$, não surgirão dobras no tecido e assim a razão fica reduzida a:

$$Q = \left(\frac{a_o}{a_n} \right) \quad (3.28)$$

Substituindo a equação (3.28) na inequação (3.16), tem-se:

$$\sigma_{cr} \geq \frac{\gamma a_o}{4t \frac{a_n}{a_n}} \frac{\left(\frac{a_o - a_n}{a_n} \right)^2}{\left(\frac{a_o + a_n}{a_n} \right)}$$
$$\sigma_{cr} \geq \frac{\gamma (a_o - a_n)^2}{4t (a_o + a_n)} \quad (3.29)$$

Uma vez conhecidos os valores acima (γ , t , a_o , a_n e σ_{cr}), caso a condição dada pela inequação (3.29) seja satisfeita, poder-se-á assumir que o tecido não apresentará dobramentos.

3.7 - Equações de deslocamento em 3-D

As equações que tornam possível determinar os deslocamentos transversais no tecido, desenvolvidas por Sogenreich e Conci [18], preenchem a lacuna deixada na teoria dos campos de tensão pelos trabalhos de Rimrott (que se limitam a determinar os deslocamentos no plano do tecido).

O deslocamento na direção x é obtido da equação:

$$\bar{x} = x - \delta \cdot \sin \frac{\pi x}{2(b + \delta)} \quad (3.30)$$

sendo x a coordenada x original e δ o deslocamento dos apoios em direção à linha de centro do tecido.

A amplitudes das n dobras, pode ser obtida utilizando a expressão (3.13). O contorno da primeira dobra y_1 é dada através da equação:

$$y_1 = \frac{a_0}{Q} \cdot \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.31)$$

O deslocamento vertical (v_i) na dobra n é dado por:

$$v_i = a_i + \sum_{k=1}^i d_k - h \quad (3.32)$$

onde as distâncias d_i (conforme fig. 3.6) existentes entre duas dobras consecutivas são calculadas a partir da equação:

$$d_i = \sum_{i=1}^n \sqrt{(a_{i-1} - a_i)^2 + 4z_{max}^2} \quad (3.33)$$

Para fazer a associação entre cada ponto da malha e a dobra a qual pertence, utiliza-se a coordenada local η_i , que é calculada através da expressão:

$$\eta_i = \left(h - \frac{y}{\cos \frac{\pi x}{2b}} \right) - \sum_{k=1}^{i-1} d_k \quad (3.34)$$

No instante em que o valor de η_i acusa um valor negativo através da variação do somatório, fica determinada a dobra i a qual o ponto testado pertence. Esta dobra corresponde ao último valor positivo de η_i . O deslocamento vertical $v(\eta_i)$ em qualquer ponto sobre uma faixa é expresso pela equação:

$$v(\eta_i) = \frac{\eta_i}{d_i} [d_i - (a_{i-1} - a_i)] + v_{i-1} \quad (3.35)$$

O deslocamento vertical para um determinado valor de x é:

$$v(x, y) = v(\eta_i) \cdot \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.36)$$

E a nova posição do ponto na direção y é calculada pela expressão:

$$y = v(x, y) + y \quad (3.37)$$

onde y é a coordenada y original.

O deslocamento lateral (na direção z) é obtido pela seguinte equação:

$$z(x, y) = (-1)^i \left[\frac{2z_{max}\eta_i}{d_i} - z_{max} \right] \cos \frac{\pi x}{2b} \quad (3.38)$$

E a nova posição do ponto na direção z é calculada pela expressão:

$$z = z(x, y) + z \quad (3.39)$$

As equações de deslocamento aqui apresentadas permitem que se conheça as coordenadas no espaço de cada ponto da malha e contribuem na melhoria do realismo visual das imagens geradas.

CAPÍTULO 4

ASPECTOS DO ALGORITMO DESENVOLVIDO

Ao longo deste capítulo serão descritos as principais subrotinas que compõem o algoritmo que implementa o método descrito no capítulo anterior. Serão também comentadas as dificuldades encontradas e algumas técnicas utilizadas com o propósito de se dotar de realismo as imagens geradas.

O programa fonte possui 70 kBytes de memória, e modela os deslocamentos tridimensionais de tecidos retangulares suspensos verticalmente pelas extremidades, criando imagens que podem ser analisadas a partir de diversas vistas em perspectiva. A linguagem de programação utilizada é o FORTRAN 77, (atualmente se encontra em andamento a tradução do programa para a linguagem C). Para a execução das rotinas gráficas e algumas técnicas de **rendering** foi usada a implementação do padrão GKS desenvolvido pela PUC (GKS/puc versão 3.0). Pode-se ter uma idéia global das etapas do algoritmo desenvolvido através do fluxograma apresentado no apêndice A.

Uma das vantagens do método desenvolvido é que permite que todo o processamento matemático se desenvolva num PC comum. Foi usado um equipamento compatível com IBM PC 386, evitando desta maneira a necessidade do uso de equipamentos de grande porte, conforme se requer nos métodos desenvolvidos pelos autores anteriormente mencionados.

4.1 O padrão usado

A utilização do GKS (Graphical Kernnel System) se deu em função da sua versatilidade e relativa facilidade de uso. O sistema gráfico GKS/puc é uma implementação do padrão gráfico internacional (ISO, ANSI, ABNT) GKS, sendo que as rotinas das bibliotecas foram escritas e compiladas usando o Microsoft FORTRAN † versão 4.01 .

4.2 - Geração da malha

O algoritmo implementado gera inicialmente uma malha a partir das características geométricas (comprimento e largura) que são fornecidas pelo usuário e que representam os limites externos do tecido plano que se deseja representar. O programa interpreta estes limites como as coordenadas dos quatro vértices do tecido.

Tendo definido os quatro vértices do quadrado, inicia-se a geração dos outros pontos do contorno da malha e os seus pontos interiores. Esta tarefa é executada pela subrotina MALHA (apêndice A). A quantidade total de pontos da malha depende do número de subdivisões feitas pelo usuário e é isto que vai determinar o refinamento da mesma. Terminada esta etapa ficam conhecidas as coordenadas originais (x, y, z) dos m pontos da malha.

4.3 - Algoritmo Inteligente

Esta etapa é uma das mais importantes do programa pois é aqui que são calculados os três parâmetros básicas do tecido (Q , n , z_{max}), razão entre as dobras, número das dobras e deslocamento transversal, respectivamente. Cabe lembrar que a aparência final do tecido, onde se incluem detalhes tais como, inclinação das dobras, caimento e amplitude das dobras, se dá a partir destas três variáveis.

† Microsoft Corporation, 1987

A obtenção das variáveis citadas requer a solução do sistema de equações proposto por Segenreich e Conci em [18]. A solução deste sistema não se enquadra em nenhum dos métodos numéricos conhecidos na literatura para equações apresentando grandes não linearidades, razão pela qual a obtenção da solução se constitui numa tarefa extremamente ardua.

Para determinar estas três incógnitas o algoritmo inteligente SIMPSON (apêndice A) utiliza um processo iterativo. A razão de ter se chamado este algoritmo de inteligente se deve ao fato de por ter se usado um processo de tentativa e erro na solução do sistema de equações, foi preciso fornecer ao algoritmo todas as informações relativas ao processo de decisão que foram tomadas com o intuito de se convergir até a solução final. As referidas informações foram extraídas de listagens, depois de ter realizado uma exaustiva análise dos resultados obtidos, após diversas tentativas, testando valores distintos para Q , n e z_{max} dentro das equações (4.2) e (4.3). A influência de cada variável, quando testada individualmente e quando testada em conjunto com as outras é que vai ditar o ritmo da convergência. Estas informações e outras decisões adicionais, que orientam as alterações (acréscimo ou decréscimo) das variáveis e o respectivo incremento ou decremento a ser dado nas mesmas, e que foram traduzidas em instruções, é que se constituem no núcleo do algoritmo inteligente; que é constituído pelas subrotinas ALTURA, INTEGRA e ESCOLHA.

Como primeiro passo para obter a solução do sistema, assume-se que $a_0 = h$ (figura 5.6) e faz-se uma aproximação do valor de Q , impondo a condição de igualdade na expressão da tensão crítica de flambagem (equação (3.16)):

$$\frac{(Q - 1)^2}{Q(Q + 1)} = \sigma_{cr} \frac{4l}{\gamma h} \quad (4.1)$$

Todos os valores à direita da equação (4.1): l (espessura), γ (peso específico) e h (altura) são conhecidos e são fornecidos ao programa. O valor de σ_{cr} (tensão compressiva máxima) para uma placa fina é dado pela expressão (4.2) abaixo:

$$\sigma_{cr} = -\bar{\kappa} E \frac{(t/w)^2}{(1-\mu^2)} \quad (4.2)$$

onde $\bar{\kappa}$ é uma constante adimensional relacionada com o tipo de carregamento atuando sobre a placa. A peça de tecido é suposta estar na posição vertical.

De posse do valor inicial de Q , dá-se início ao processo iterativo, substituindo este valor encontrado na equação abaixo: pertencente à subrotina ALTURA:

$$h = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{a_0^2}{Q^{2(i-1)}} \left(1 - \frac{1}{Q}\right)^2 + 4z_{max}^2} \quad (4.3)$$

O primeiro valor encontrado para h , que com certeza não corresponde ao comprimento real do tecido, é armazenado na variável ALTHC (altura calculada), para efeitos de comparação e ajuste. Este processo se repete continuamente até convergir obedecendo a tolerância especificada. Na subrotina INTEGRA tem-se:

$$2(b + \delta) = \int_{-b}^b \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2b}\right)^2 \left(\frac{a_0^2}{Q^{2n}} + z_{max}^2\right) \sin^2\left(\frac{\pi x}{2b}\right)} dx \quad (4.4)$$

O valor de $2(b + \delta)$ é conhecido conforme se observa na figura 3.4 . Na solução da expressão acima, emprega-se a integração numérica pelo método de Simpson e o valor calculado no lado direito da expressão (4.4) é armazenado na variável LARGC (largura calculada) e submetido a testes comparativos de forma análoga aos que são feitos com o valor de h . Nas duas equações acima empregou-se o valor de Q calculado e valores aleatórios como ponto de partida para z_{max} e para n (que por definição é inteiro). Na procedure ESCOLHA, verifica-se quão próximos os valores encontrados de ALTHC e LARGC estão dos valores reais de ALTP (altura real) e LARGP (largura real). A seguir são feitas correções nos valores estimados de Q e z_{max} . Estas correções que correspondem a incrementos ou decrementos, conforme o caso, são ditados pelos sucessivos comandos de decisão IF (condição) ELSE do algoritmo. Paralelamente é feito

o ajuste do número de dobras (n). Com os novos valores de Q , z_{max} e n , retorna-se às equações (4.3) e (4.4), novos valores para ALTHC e LARGC são calculados, e mais uma vez testados pela procedure ESCOLHA. Este processo continua até o instante em que os valores encontrados para ALTHC e LARGC tenham um desvio máximo de $\pm 5\%$ em relação aos valores padrões ALTP e LARGP. Esta tolerância além de ser considerada satisfatória em função das grandezas envolvidas, proporciona a vantagem de tornar o processo de convergência rápido e consequentemente a um custo menor, o qual não seria conseguida com tolerância mais apertada.

4.4 - Algoritmo dos deslocamentos

Após terem sido determinados os parâmetros básicos do pano, já pode-se calcular através da subrotina XYZ os deslocamentos dos m pontos pertencentes à malha. As equações que descrevem os deslocamentos aplicados aos pontos da malha se encontram detalhadas de forma mais abrangente na seção 3.7. Ao terminar esta etapa tem-se os valores deslocados das coordenadas (x, y, z) de todos os pontos.

4.5 - Algoritmo do vetores normais

Na subrotina VETOR cada subdivisão da malha é identificada pelo módulo de um vetor normal, isto é feito segundo o esquema mostrado na figura 4.1.

Figura 4.1 - Esquema das malhas com seus nós e suas normais

Para o caso de uma malha com 35 subdivisões e 49 pontos ou nós, temos por exemplo para a subdivisão (1) e (2) respectivamente:

$$\vec{V}_{normal}(1) = \vec{V}_{12} \times \vec{V}_{17}$$

$$\vec{V}_{normal}(2) = \vec{V}_{23} \times \vec{V}_{28}$$

Este processo é feito continuamente até serem varridas todas as subdivisões do pano. O módulo do vetor normal é que vai caracterizar cada uma destas subdivisões.

Um detalhe que precisa ser levado em conta é que a partir da metade do pano até a última divisão à direita, o cálculo do vetor normal é alterado e é feito segundo o sentido dos vetores mostrados na figura 4.2, isto é feito a fim de respeitar a simetria dos deslocamentos em relação à linha de centro.

Figura 4.2 - Detalhe da mudança da normal na metade da malha

4.6 - Subrotina de iluminação e sombreamento

Nesta etapa cuida-se dos detalhes que antecedem ao processo de **rendering**. Através da subrotina LUZ simula-se o efeito que decorre da incidência de raios de luz quando atingem a superfície que contém o tecido deformado.

Cada raio é considerado como um vetor unitário perpendicular ao plano indeformado do tecido, e que atinge cada um dos setores em que foi subdividida a malha. A subrotina anterior VETOR fornece os vetores normais de cada subdivisão, portanto, o ângulo formado pelo vetor normal e o raio de iluminação correspondente é que representa a direção da iluminação para cada subdivisão e equivale à quantidade de luz que cada setor recebe. Este ângulo é dado pela seguinte expressão:

$$\cos \theta = \frac{\vec{V}_{normal}(z) \cdot \vec{V}_{raio}(z)}{\|\vec{V}_{normal}\| \cdot \|\vec{V}_{raio}\|} \quad (4.5)$$

Existem alguns setores que recebem mais luz do que outros e é em virtude destas variações que surgem os efeitos de sombreamento.

4.7 - Representação gráfica 3-D

Nesta última etapa do programa são fornecidos ao usuário recursos para melhor visualizar a imagem obtida. Pode-se a critério do usuário utilizar vistas em perspectiva (isométrica, cavaleira, etc.) para ajudar a compor a imagem desejada. Ou seja, pode-se escolher como um observador no infinito se posicionará relativamente ao tecido.

As coordenadas deslocadas de todos os pontos da malha se encontram armazenadas na matriz PD ($m,3$), onde m é o número total de pontos. Quando se deseja utilizar uma das vistas propostas na subrotina MENU, efetua-se a multiplicação matricial entre a matriz PD e a respectiva matriz de transformação. O resultado desta operação é a obtenção de uma nova matriz de pontos PT ($m,2$) a qual representa as coordenadas deslocadas e transformadas da malha.

Temos para a subrotina ISOMET [17]:

$$\overbrace{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m & y_m & z_m \end{pmatrix}}^{PD(m,3)} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} 0.7071 & 0.4082 \\ 0.0000 & 0.8166 \\ 0.7071 & -0.4082 \end{pmatrix}}^{ISO(3,2)} = \overbrace{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{pmatrix}}^{PT(m,2)} \quad (4.6)$$

Para a subrotina DIMET [17]:

$$\overbrace{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m & y_m & z_m \end{pmatrix}}^{PD(m,3)} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \sin \theta \\ 0.0000 & \cos \theta \\ \sin \phi & -\cos \phi \sin \theta \end{pmatrix}}^{DIM(3,2)} = \overbrace{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{pmatrix}}^{PT(m,2)} \quad (4.7)$$

para obter a projeção dimétrica reduz-se as dimensões x e y pela metade e após fazer alguns algebrismos, obtém-se para este caso, os seguintes valores para os ângulos da matriz dimétrica: $\phi = 22.21^\circ$ e $\theta = 20.71^\circ$.

e para a subrotina CAVAL [17]:

$$\overbrace{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m & y_m & z_m \end{pmatrix}}^{PD(m,3)} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & 0.0000 \\ 0.000 & \sin \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix}}^{CAV(3,2)} = \overbrace{\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{pmatrix}}^{PT(m,2)} \quad (4.8)$$

podendo ser $\theta = 30, 45$ ou 60 graus.

A nova matriz PT, criada a partir do cálculo matricial acima mencionado contém informações valiosas, que são as coordenadas dos pontos que serão processados na subrotina QUADRO (que é a que se encarrega de gerar a imagem final na tela).

Ao chegar neste ponto do processamento, o algoritmo se encontra apto a gerar na tela o tecido deformado. Assim sendo, os pontos são ligados sequencialmente um a um através de segmentos de retas (POLYLINE's) . Este processo faz com que o

tecido suspenso pelas extremidades tenha toda a sua superfície subdividida em diversos polígonos.

Paralelamente à criação de polígonos, a subrotina QUADRO estabelece um critério para preencher o interior dos mesmos com um determinado nível de cor. Este critério, seleciona cada um dos polígonos segundo a "quantidade" de deformação experimentada por cada um deles (o que equivale ao valor do módulo da normal que identifica cada polígono) e os agrupa por faixas de deformação. A cada um destes intervalos é atribuída uma determinada intensidade de cor, de acordo com o ângulo entre a normal do polígono e a direção de iluminação (*shading* constante). Como resultado disto surgirá na tela uma série de polígonos com tonalidades diferentes de uma mesma cor, a qual foi escolhida a priori para ser a cor da superfície do tecido. Este artifício gera um efeito *degradeé* que contribui para um maior realismo visual.

CAPÍTULO 5

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Ao longo deste capítulo mostrar-se-á alguns exemplos práticos, através dos quais deseja-se dar noção das potencialidades do algoritmo desenvolvido.

O gerador de malha (subrotina MALHA) do programa deixa a cargo do usuário a escolha do número de subdivisões que se deseja para a superfície do tecido a ser modelado. Esta entrada de dados é feita via teclado pelo usuário. Fica também a critério do usuário a escolha da vista em perspectiva que lhe for mais conveniente entre as três disponíveis: isométrica, dimétrica e cavaleira.

Obviamente que a qualidade da imagem será tanto maior quanto maior for o nível de discretização. Nos exemplos seguintes adotou-se na geração de malhas 1200 (30×40) divisões em média. Com este grau de discretização consegue-se captar os detalhes necessários para obter boas imagens. A utilização de um número de subdivisões muito superior àqueles citados acima, embora venham a produzir imagens de qualidade ligeiramente superior, trazem a desvantagem de tornar o tempo de processamento mais longo.

5.1 - Tapete apoiado num cilindro

Neste exemplo aplica-se o gerador de malha, para criar a imagem citada. Vale ressaltar que para este caso as coordenadas (x,y,z) são geradas seguindo o princípio de Weil, que assume os fios do tecido na situação relaxada seguindo o perfil traçado por uma catenária. As expressões são deduzidas seguindo o esquema da figura 5.1, onde é

considerado a metade do tecido no estado plano, ou seja, antes de adotar o perfil do tapete.

Figura 5.1 - Deslocamento das coordenadas x ao longo da catenária

A curva s é uma função das coordenadas x , e x' representa a nova posição de cada ponto, portanto:

$$s = f(x) = x - x_v \quad (5.1)$$

$$s = \frac{H}{P} \sinh\left(\frac{P}{H} x'\right) \quad (5.2)$$

igualando (5.1) e (5.2) temos:

$$\frac{H}{P} \sinh\left(\frac{P}{H} x'\right) = x - x_v$$

$$\sinh\left(\frac{P}{H} x'\right) = (x - x_v) \frac{P}{H}$$

$$\frac{P}{H} x' = \operatorname{arcsinh}\left[\left(x - x_v\right) \frac{P}{H}\right] \quad (5.3)$$

Desta forma os pontos e respectivas coordenadas (x', y') obedecem às equações abaixo:

$$x' = \frac{H}{P} \operatorname{arcsinh} \left[(x_i - x_v) \frac{P}{H} \right] \quad (5.4)$$

$$y' = \frac{H}{P} \cosh \left(\frac{P}{H} x' \right) + y_v \quad (5.5)$$

$$\frac{H}{P} = \frac{s_0^2 - y_v^2}{2y_v^2} \quad (5.6)$$

sendo x_v e y_v as coordenadas do vértice da curva e x_i a coordenada de cada ponto antes de assumir a nova posição relaxada.

Figura 5.2 - Detalhes geométricos do tapete no varal

A figura 5.3 nos dá, através de uma perspectiva dimétrica, uma idéia do perfil adotada por um tapete quando apoiado sobre um cilindro imaginário.

Figura 5.3 - Tapete apoiado sobre um cilindro gerado pelo algoritmo

5.2 - Tapete com apoios contínuos nas extremidades

Este caso segue a mesma idéia exposta no exemplo anterior, portanto as equações dos pontos do tecido descrevem também catenárias e são dadas por:

$$x' = \frac{P}{H} \operatorname{arcsinh} \left[\left(x_i - x_v \right) \frac{H}{P} \right] \quad (5.7)$$

$$y' = -\frac{P}{H} \cosh \left(\frac{H}{P} x' \right) + y_v \quad (5.8)$$

As figuras 5.4 e 5.5 mostram através de duas perspectivas diferentes o deslocamento experimentado pela superfície de um tapete ao ser pendurado através de suas bordas laterais.

Figura 5.4 - Tapete suspenso continuamente pelas bordas laterais
gerado pelo algoritmo - Perspectiva dimétrica

Figura 5.5 - Tapete suspenso continuamente pelas bordas laterais
gerado pelo algoritmo - Perspectiva cavaleira

5.3 - Tecido suspenso verticalmente pelas extremidades

Ao longo desta seção poderá se observar o comportamento de tecido de tecidos de diversos tipos, quando suspensos verticalmente por pontos da extremidade superior. Pretende-se mostrar a eficiência do método desenvolvido mostrando sua capacidade de representar a variação de cada aspecto representativo na modelagem utilizada. Os parâmetros a serem testados serão: mudanças na geometria (largura, comprimento e espessura) do tecido e suas características físicas, tais como, peso específico (γ) e o módulo de elasticidade (E). Observando os resultados obtidos (n , Q e z_{max}) ter-se-á condições de avaliar a eficiência do algoritmo inteligente apresentado.

Figura 5.6 - Dados geométricos do tecido suspenso pelas extremidades

Conci e Segenreich descrevem em [3] os resultados obtidos experimentalmente com um tecido quadrado de 140 cm de lado, espessura $t = 0.40 \text{ mm}$, módulo de Elasticidade $E = 40 \text{ MPa}$, e peso específico $\gamma = 17.7 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$, para o qual se obteve sete dobras e deslocamento z (fora do plano) de $\pm 5 \text{ cm}$. A figura 5.6 e a segunda linha (*) da tabela 1 mostram os resultados obtidos pelo algoritmo para um tecido com condições idênticas às que foram testadas em [3], mediante os resultados obtidos, mostra-se que, o método descreve o o comportamento estudado. A seguir é feita uma análise detalhada da influência que cada grandeza envolvida tem na determinação das variáveis básicas

dos tecidos.

Figura 5.7 - Tecido suspenso pelas extremidades sob ação do peso próprio

$$(\gamma = 17.7 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2 - E = 40 \text{ MPa})$$

Primeiramente, conforme é mostrado nas linhas 1,3 e 4 da tabela 1 e pelas figuras 5.8 e 5.9, é testado o efeito da variação do comprimento (h) para um mesmo tipo de tecido, sendo $E = 165 \text{ MPa}$, $\gamma = 17.7 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$, espessura constante $t = 0.25 \text{ mm}$ e deslocamento lateral $\delta = 10 \text{ cm}$.

Tabela 1 - Efeito da variação da altura h

h (cm)	$2b$ (cm)	N (dobras)	z_{max} (cm)	Q
90	140	5	5.35	1.31
140	140	7	5.15	1.29 (*)
140	140	7	4.80	1.29
235	140	8	6.00	1.34

Figura 5.8 - Tecido curto suspenso pelas extremidades
($h = 90 \text{ cm}$)

Figura 5.9 - Tecido longo suspenso pelas extremidades
($h = 235 \text{ cm}$)

A seguir utilizando diferentes tipos de tecidos, mas todos com a mesma geometria (145×90 cm), comprimento $\times$ largura respectivamente, espessura constante, $t = 0.35$ mm, $E = 150$ MPa e deslocamento lateral $\delta = 8.5$ cm, pode ser analisado o efeito do peso específico na determinação das variáveis básicas do mesmo, conforme mostrado nas figuras 5.10 e 5.11 .

Tabela 2 - Efeito da variação do peso específico γ

γ ($\times 10^{-7}$ N/mm ²)	N (dobras)	z_{max} (cm)	Q
10	4	5.60	1.78
33	6	4.60	1.46
54	7	4.40	1.39

Figura 5.10 - Tecido leve suspenso pelas extremidades

($\gamma = 10 \times 10^{-7}$ N/mm²)

Figura 5.11 - Tecido pesado suspenso pelas extremidades

$$(\gamma = 54 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2)$$

Considerando espessura variável, tem-se que para um mesmo tipo de tecido, $E = 185 \text{ MPa}$, $\gamma = 12.8 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$, dimensões $90 \times 75 \text{ cm}$, e deslocamento lateral $\delta = 7 \text{ cm}$. A variação de espessura (t) gera os resultados apresentados na tabela 3 e nas figuras 5.12 e 5.13, que representam respectivamente as linhas 1 e 2 desta tabela:

Tabela 3 - Efeito da variação da espessura em tecidos do mesmo tipo

t (mm)	N (dobras)	z_{max} (cm)	Q
0.05	8	2.90	1.28
0.18	5	4.60	1.50
0.40	2	8.10	2.99

Figura 5.12 - Tecido fino suspenso pelas extremidades
($t = 0.05 \text{ mm}$)

Figura 5.13 - Tecido espesso suspenso pelas extremidades
($t = 0.18 \text{ mm}$)

O algoritmo desenvolvido permite obter informações adicionais a respeito da influência de outras grandezas de engenharia sobre o comportamento dos tecidos, é o caso por exemplo das deformações que ocorrem em 2 tecidos de dimensões $(125 \times 85 \text{ cm})$, espessura $t = 0.23 \text{ mm}$, $\gamma = 17 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$, e deslocamento lateral $\delta = 9 \text{ cm}$, que são influenciadas pela variação do módulo de elasticidade da forma mostrada na tabela abaixo:

Tabela 4 - Efeito da variação do módulo de elasticidade (E)

E (MPa)	N (dobras)	z_{max} (cm)	Q
55	8	3.70	1.34
110	7	4.25	1.39
185	6	4.55	1.47

5.4 - Tecido sem apoio na região central

A situação aqui apresentada mostra um tecido que tem sua largura dividida em três partes iguais, sendo que as extremidades direita e esquerda do mesmo, por estarem totalmente esticadas, não apresentam nenhuma deformação e a seção central tem os seus apoios deslocados em direção ao centro do tecido provocando assim deslocamentos semelhantes aos que são observados em tecidos retangulares suspensos verticalmente (seção 5.3) .

Figura 5.14 - Tecido com deslocamentos na região central

5.5 - Lençol no varal

Neste exemplo o tecido se encontra apoiado em quatro pontos do seu contorno superior, formando três vãos contínuos (figura 5.15). Pode-se verificar então que as dobras se repetem de forma idêntica em cada um dos vãos, o que é facilmente constatado na prática.

Figura 5.15 - Lençol no varal
(Perspectiva cavaleira)

5.6 - Análise dos resultados

Como previsto pela inequação (3.16), a um acréscimo de altura h ($= a_0$) corresponde um acréscimo do número de dobras, conforme pode se observar na tabela 1.

A tabela 2 mostra que o número de dobras cresce conforme aumenta o peso específico do tecido, o que é facilmente verificado quando se compara o número de dobras que se forma em tecidos de algodão ou seda (leves) e em tecidos de lã ou moletom (pesados).

Um fato intuitivo e que também é mostrado pela equação (3.16) é apresentado pelos resultados da tabela 3. Nesta tabela nota-se que conforme a espessura de um tecido aumenta, o número de dobras que são formados, tende a diminuir. A prática mostra que um tecido fino como uma peça de nylon, quando submetido a determinado campo

de tensões apresentará mais dobras que uma peça de lã, que por ser mais grossa tem menor tendência para se deformar.

A tabela 4 mostra o efeito do módulo de Elasticidade nos tecidos. Observa-se que o número de dobras é inversamente proporcional à elasticidade, lembrando do conhecido gráfico (tensão $\times$ deformação) constata-se esta afirmativa.

5.7 - Conclusões

O algoritmo inteligente foi testado na seção 5.3 levando em conta as situações mais diversas e as geometrias mais variadas com o propósito, de através dos resultados, detectar alguma anomalia, o que não veio a ocorrer. Estas variações foram realizadas visando simular o comportamento de diferentes tipos de tecidos com características físicas variadas.

Conforme comentado na seção 5.6 o algoritmo apresentou coerência de resultados experimentais e teóricos se afinando com tendências que já eram previstas. É eficiente e confiável. Na maioria das vezes o processo convergia para a solução final desejada após passar em média por 20 iterações. Isto se torna possível graças aos dois níveis de convergência que o algoritmo possui, isto é, uma etapa com um nível de convergência forte (onde é alterado apenas o número de dobras n), que se dá quando os resultados intermediários são muito grosseiros, e outra etapa com um nível de convergência suave (na qual são feitas alterações na razão Q , e em z_{max}), esta etapa inicia quando os resultados intermediários estão próximos dos valores reais de h e $2(b + \delta)$. Com este processo consegue-se uma geração rápida de imagens.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

Foram apresentadas as diversas linhas de pesquisas aplicadas à modelagem de tecidos, dando-se especial destaque para a teoria dos campos de tensão.

Através da utilização desta teoria, a qual traz embutida a hipótese de inextensibilidade dos tecidos, e fazendo-se algumas restrições foi possível obter expressões que resolvidas por meio de tentativa e erro e aliado a processos numéricos, nos dão a conhecer características básicas dos tecidos. Com os resultados obtidos verifica-se que as linhas de dobramento seguem contornos cossenoidais e que a amplitude das dobras é bastante influenciada pelo deslocamento em direção à linha de centro dos apoios laterais, mas pouco influenciada pelo próprio número de dobras em si. Foi feita a análise dos deslocamentos tridimensionais (pós-flambagem) para tecidos suspensos pela bordas laterais e finalmente implementado um algoritmo para verificar a precisão do método em relação a observações experimentais, conforme descrito no item 5.3.

O método aqui proposto calcula as características fundamentais em tecidos diversos (de acordo com o peso específico, elasticidade e espessura que cada tecido possui) permitindo assim a sua representação visual, sendo portanto de aplicação geral. O algoritmo se mostrou bastante satisfatório, produzindo resultados bem próximos àqueles

encontrados experimentalmente, em função desta performance pode ser considerado um método, rápido, eficiente e de baixo custo computacional, que o coloca em vantagem em relação a outros métodos existentes para representação de tecidos.

6.1 - Linhas de pesquisas futuras

Com a contribuição trazida, no campo da modelagem e visualização gráfica de tecidos, pelo método aqui implementado, obtém-se as condições necessárias para estimular futuras pesquisas, onde novos progressos na teoria dos campos de tensão conjuntamente com o emprego de recursos da Computação Gráfica gerem resultados ainda melhores.

Sugere-se ampliar os estudos de modo a abranger contornos mais gerais. A direção a ser seguida é aquela que permita uma melhor representação de peças têxteis, com a inclusão de mais parâmetros característicos de tecidos assim como de outras condições de contorno, o que aliado à utilização de métodos analíticos mais complexos e com o auxílio de outros algoritmos de **rendering** irão favorecer a obtenção de figuras mais realísticas.

Espera-se que num estágio mais avançado de estudos, se esteja em condições de modelar peças de vestuário incluindo o efeito provocado pela ação de bolsos, botões e mangas sobre os mesmos. Conforme mencionado por Feynman [6] uma modelagem mais completa exige que se estabeleça um modelo para a pele humana e se determine a interação existente entre ela e os tecidos quando postos em contato.

Obviamente que para se chegar a tal nível de sofisticação será imprescindível um estudo interdisciplinar, que inclua áreas de conhecimentos variados tais como: métodos numéricos, teoria de otimização, elasticidade de materiais flexíveis, análise de tensões e deformações e Computação Gráfica.

A P E N D I C E A

* FLUXOGRAMA DA IMPLEMENTACAO *

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bittencourt, M. F., "Análise Dinâmica dos Deslocamentos de uma Superfície Totalmente Elástica Sob um Carregamento Qualquer", Trabalho de fim de curso, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-RJ, (1990).
- [2] Blinn, J., "Simulation of Wrinkled Surfaces", Computer Graphics, vol. 12, nº 3, (1978) pp. 286-292.
- [3] Conci, A. e Segenreich, S. A., "Simulação do Cairmento de Tecidos por Modelo de Membranas Inextensíveis", Proc. of 10 Brazilian Congress of Mech. Eng., (1989), pp. 29-32.
- [4] Conci, A. and Segenreich, S. A., "On the Number of Wrinkles in a Rectangular Membrane", Proc. of II Pan-American Congress of Applied Mechanics, (1991) pp. 368-371.
- [5] Contri, P. and Schrefler B. A., "A Geometrically Nonlinear Finite Element Analysis of Wrinkled Membrane Surface by a No-Compression Material Mode", Communications in Applied Numerical Methods, 1988, vol. 4, nº 1, (1988) pp. 5-15.
- [6] Feynman, C. R., "Modelling the Appearance of Cloth", MSc thesis, Department of Electrical Engineering and Computer Science, MIT, Cambridge, MA, (1986).
- [7] Foley, D., Van Dam, Feiner and Hughes, "Computer Graphics - Principles and Practice", Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, (1990).
- [8] Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica PUC/RJ, "Manual de Utilização do GKS/puc", Versão 3.0, (1990).
- [9] Hehl, Maximilian E., "Linguagem de Programação Estruturada FORTRAN 77", Mc Graw-Hill, São Paulo, (1986).

- [10] Mansfield, E. H., "The Inextensional Theory for Thin Flat Plates", Quart. Jour. Mech. and Appl. Math, vol. VIII, Pt.3, (1955), pp. 338-352.
- [11] Mansfield, E. H., "Tension Field Theory a New Approach which Shows its Duality with Inextensional Theory", Applied Mechanics: Proceeding of 12 Int. Congr. of Appl. Mech (M. Hetényi & W.G. Vicenti ed.), Springer-Verlag, (1969) pp. 305-320.
- [12] Mansfield, E. H., "Gravity-Induced Wrinkle Lines in Vertical Membranes", Proc. Royal S. of London, A375, (1981) pp. 307-325.
- [13] Platt, J. and Barr, A., "Constraint Methods for Flexible Models", Computer Graphics, vol. 22, n° 4, (1988) pp. 279-288.
- [14] Reissner, E., "On Tension Field Theory", Proc. V Int. Cong. Applied Mechanics, (1938).
- [15] Rimrott, F. P. J. and Cvercko, M., "Wrinkling in thin Plates Due to in-Plane Body Forces", Proc. IUTAM Symposium on Inelastic Behaviour of Plates and Shells, Rio de Janeiro, A, (1985) pp. 19-48.
- [16] Rimrott, F.P.J., and Shen, N., "On the Number of Wrinkles Formed in a Blanket Due to In-Body Forces," to appear at C.J.ME. (1991).
- [17] Rogers, D. F. and Adams, J. A., "Mathematical Elements for Computer Graphics", Mc Graw-Hill, New York, (1976).
- [18] Segenreich, S. A. and Conci, A., "Displacement Behavior of Vertically Suspended Piece of Cloth", Proceedings CSME Mechanical Engineering Forum (1990), pp. 123-127.
- [19] Stark, P. A., "Introdução aos métodos numéricos", Editora Interciência, Rio de Janeiro, (1979).
- [20] Stein, M. and Hedgepeth, J., M., "Analysis of Partly Wrinkled Membranes", NASA TN D-183, (1961).

- [21] Szilard, R., "Theory and analysis of plates: classical and numerical methods", Prentice Hall Inc., (1974).
- [22] Terzopoulos, D.; Platt, J.; Barr, A. and Fleisher, K., "Elastically Deformable Models", Computer Graphics, vol. 21, n° 4, (Proc. SIGGRAPH), (1987) pp. 205-214.
- [23] Wagner, H., "Ebene Blechwandtrager mit sehr dunnem Stegblech", Zeitschrift fur Flugtechnik and Motorluftschiffahrt, (1929) 8, pp. 200-207; 9, pp. 227-233; 10, pp. 256-262; 11, pp. 279-284; 12, pp. 306-314.
- [24] Weil, J., "The synthesis of cloth objects", Computer Graphics, vol. 20, n° 4, (1986) pp. 49-54.