

4 Índices de Estabilidade de Tensão

4.1. Introdução

O problema de estabilidade tensão é inerente aos sistemas dinâmicos quando a rede de transmissão está operando muito carregada. Deseja-se identificar se a tensão numa barra i está na parte superior, na parte inferior, e a distância à “ponta do nariz” da curva ϕ constante no plano SV. A “ponta do nariz” corresponde à máxima quantidade de potência ativa e reativa que pode ser transmitida à carga ou transmitida a partir de um gerador. O carregamento da rede de transmissão é representado por condições nodais associadas ao máximo fluxo de potência ativa e reativa que pode ser transmitida dos geradores para as cargas [10].

Neste capítulo será apresentada a ferramenta analítica de avaliação das condições nodais com base num modelo matemático simples, mas poderoso, de uma interpretação física direta do fenômeno, propícia para uso na operação em tempo real.

Também serão apresentadas três modificações na estruturação da modelagem tradicional do sistema linearizado para a avaliação das condições de estabilidade de tensão: i) a representação de múltiplas barras *swing*, ii) a inclusão de modelos matemáticos que permitam simular a operação de dispositivos de controle existentes no sistema e iii) a modelagem de parâmetros de linha de transmissão variáveis com a frequência.

4.2. Avaliação das Condições de Estabilidade de Tensão [13]

Nas curvas de ϕ constante no plano SV (conhecidas como “curva do nariz”), como na Figura 4.2, observa-se que o LET passa pelas "pontas" de todas as curvas, unindo todos os pontos de máximo carregamento. Além disso, o LET separa as duas regiões de operação que se observam na Figura 4.2, região A ou região superior da curva para ϕ constante, onde se tem controle sobre a tensão, e a região B ou região inferior da curva para ϕ constante, onde ações de controle de tensão podem ter efeito oposto ao esperado. A fronteira entre as duas regiões é o ponto C (ponta do nariz), ponto de máxima potência aparente injetada na barra.

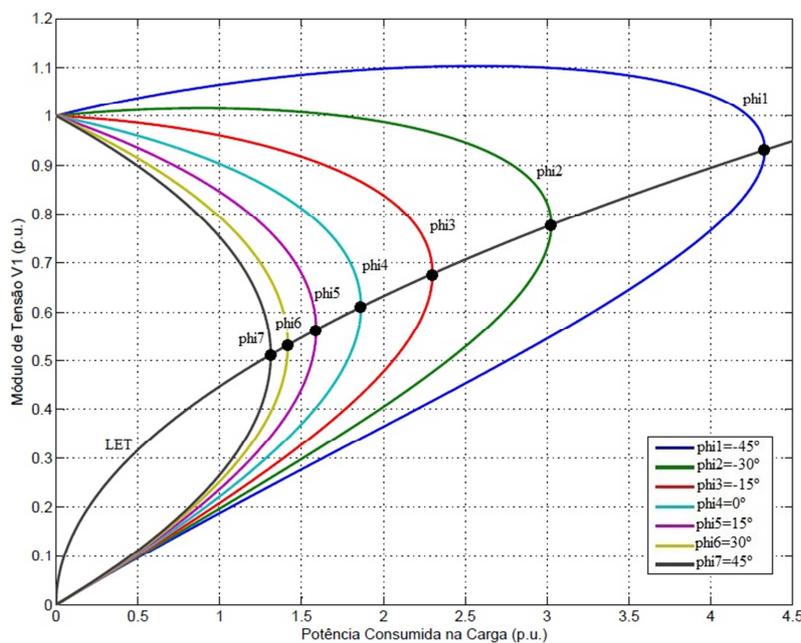


Figura 4.1 Limite de Estabilidade de Tensão Sobre as Curvas de ϕ Constante no Plano SV

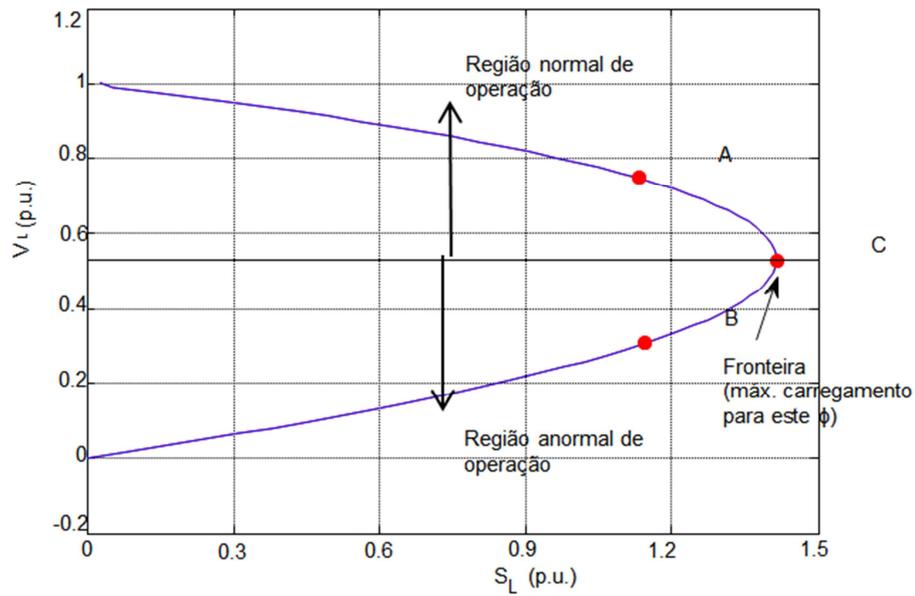


Figura 4.2 Curva ϕ Constante no Plano SV

4.3. A Ferramenta Analítica [13]

Considera-se inicialmente a barra em análise como do tipo PQ. O sistema linearizado das equações estáticas de fluxo de carga é:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Colocando para baixo as equações e variáveis relacionadas com a barra i em análise, fica:

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde:

- $\Delta P'$ é igual a ΔP excluindo ΔP_i ;
- $\Delta Q'$ é igual a ΔQ excluindo ΔQ_i ;
- $\Delta \theta'$ é igual a $\Delta \theta$ excluindo $\Delta \theta_i$;

- $\Delta V'$ é igual a ΔV excluindo ΔV_i .

E as sub-matrizes **A**, **B**, **C** e **D** são partições da matriz Jacobiana [J], onde:

- [A] representa a matriz Jacobiana original do sistema, excluindo as linhas e colunas referentes à barra em análise;
- [B] representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa do sistema em relação às variáveis dependentes da barra em estudo;
- [C] representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa da barra em análise em relação às outras variáveis dependentes do sistema;
- [D] representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa da barra em análise em relação às suas próprias variáveis dependentes.

Como o interesse é estudar variações infinitesimais de carga (ou geração) em ΔP_i e ΔQ_i e seus efeitos sobre $\Delta \theta_i$ e ΔV_i somente para a barra i de um sistema multi-nó, fazendo-se $\Delta P' = \Delta Q' = 0$, ou seja, inibem-se variações infinitesimais de carga e geração ativa e reativa nas barras com equações no sistema linearizado. As relações de sensibilidade entre as injeções de potência ativa e reativa e o módulo e o ângulo da tensão na barra i , levando em consideração o restante do sistema, podem ser avaliadas por:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Assim:

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{A} \frac{\Delta \theta}{\Delta V} + \mathbf{B} \frac{\Delta \theta_i}{\Delta V_i} \\ 0 &= \mathbf{C} \frac{\Delta \theta}{\Delta V} + \mathbf{D} \frac{\Delta \theta_i}{\Delta V_i} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Logo:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = (-\mathbf{CA}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}) \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Fazendo:

$$[\mathbf{D}'] = [\mathbf{D}] - [\mathbf{C}][\mathbf{A}^{-1}][\mathbf{B}] \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [\mathbf{D}'] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A matriz $[\mathbf{D}']$ relaciona P_i , Q_i , com θ_i e V_i , levando em consideração o restante do sistema. Tem dimensão 2×2 . No sistema multi-nó: $[\mathbf{D}'] \neq [\mathbf{D}] \neq [\mathbf{J}]$.

4.3.1. Módulo do Determinante da Matriz $[\mathbf{D}']$

Será demonstrado que o sinal e o módulo do determinante da matriz $[\mathbf{D}']$ indicam respectivamente, a região de operação e a distância ao máximo carregamento.

4.3.1.1. Sistema Duas Barras

Em um sistema de duas barras o fluxo de potência que chega na barra i é igual à carga consumida. Considerando k como a barra de geração, o determinante da matriz $[\mathbf{D}']$ é calculado por:

$$\det[\mathbf{D}'] = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} - \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \quad (4.8)$$

onde:

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (4.9)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (4.10)$$

Derivando (4.9) e (4.10) e substituindo as quatro derivadas em (4.8) obtém-se:

$$\det[D'] = -V_i V_k^2 (G_{ik}^2 + B_{ik}^2) + 2V_i^2 B_{ii} (V_k G_{ik} \sin \theta_{ik} - V_k B_{ik} \cos \theta_{ik}) - 2V_i^2 G_{ii} (V_k G_{ik} \cos \theta_{ik} + V_k B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (4.11)$$

Fazendo $Y_{ik}^2 = G_{ik}^2 + B_{ik}^2$ e multiplicando ambos os lados de (4.11) por V_i :

$$\det[D'] V_i = -[V_i V_k Y_{ik}]^2 + 2V_i^2 B_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})] - 2V_i^2 G_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})] \quad (4.12)$$

Por outro lado, a potência aparente injetada na barra i é dada por $S_i = P_i + jQ_i$. De (4.9) e (4.10):

$$S_i^2 = V_i^4 (G_{ii}^2 + B_{ii}^2) + V_i^2 V_k^2 Y_{ik}^2 + 2V_i^2 G_{ii} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) - 2V_i^2 B_{ii} V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} + B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (4.13)$$

Fazendo $V_i^4 Y_{ii}^2 = S_{io}^2$ e comparando (4.12) e (4.13) obtém-se finalmente:

$$\det[D'] V_i = S_{io}^2 - S_i^2 \quad (4.14)$$

O resultado obtido é muito importante para o estudo do carregamento da rede. Aumentando gradualmente o valor da potência injetada S_i , o máximo será alcançado quando S_i^2 for igual a S_{io}^2 , fazendo com que o produto $\det [D'] \cdot V_i$ seja igual a zero. Dessa forma, pode-se dizer que, para um sistema de duas barras:

- S_i é a potência injetada na barra i , no ponto de operação em análise;
- S_{io} é a estimativa da máxima injeção, calculada no ponto de operação em análise;
- $\det[D'] V_i$ é um indicador da distância entre S_{io}^2 e S_i^2 .

4.3.1.2. Sistema Multi-Nó

O importante resultado obtido para um sistema de duas barras agora é estendido a um sistema multi-nó. Seja $[D]$ a matriz que relaciona linearmente as injeções de potência ativa e reativa com o ângulo e módulo da tensão na barra i :

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w & z \\ y & u \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

e seja:

$$[-CA^{-1}B] = \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Usando (4.15), (4.16) em (4.6):

$$\det[D'] = \det \left[\begin{bmatrix} w & z \\ y & u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{bmatrix} \right] \quad (4.17)$$

$$\det[D'] = [wu - yz] + [wb_4 - yb_3] + [b_1u - b_2z] + [b_1b_4 - b_2b_3] \quad (4.18)$$

De (4.15) tem-se:

$$\det[D] = [wu - yz] \quad (4.19)$$

Substituindo (4.19) em (4.18):

$$\det[D'] = \det[D] + [wb_4 - yb_3] + [b_1u - b_2z] + [b_1b_4 - b_2b_3] \quad (4.20)$$

E chamando:

$$\Delta \det = [wb_4 - yb_3] + [b_1u - b_2z] + [b_1b_4 - b_2b_3] \quad (4.21)$$

Substituindo (4.21) em (4.20):

$$\det[D'] = \det[D] - \Delta\det \quad (4.22)$$

O resultado obtido para um sistema de duas barras em (4.14), onde $[D'] \equiv [D]$, pode ser estendido. Multiplicando-se ambos os lados de (4.22) por V_i :

$$\det[D']V_i = \det[D]V_i - \Delta\det \cdot V_i \quad (4.23)$$

$$\det[D']V_i = S_{i0}^2 - S_i^2 - \Delta\det \cdot V_i \quad (4.24)$$

Finalmente,

$$\det[D']V_i = S_m^2 - S_i^2, \text{ onde } S_m^2 = S_{i0}^2 - \Delta\det \cdot V_i \quad (4.25)$$

Desta maneira, pode-se dizer que para um sistema multi-nó:

- S_i^2 é o quadrado da potência injetada na barra i , no ponto de operação em análise;
- S_{i0}^2 é o quadrado da estimativa da potência aparente máxima que pode ser injetada para a barra i , caso que o sistema fosse de 2 barras (dado por $S_{i0}^2 = V_i^4 Y_{ii}^2$);
- $\Delta\det \cdot V_i$ está relacionada à potência injetada no restante do sistema que limita a injeção de potência na barra i (dado por $\Delta\det \cdot V_i = (\det[D] - \det[D']) \cdot V_i$);
- S_m^2 é definida como a estimativa da máxima potência aparente ao quadrado que poderia ser injetada na barra i , considerando todo o sistema. É possível que o índice S_m^2 possua valores negativos quando $S_{i0}^2 < \Delta\det \cdot V_i$ e isso pode acontecer se:
 - o termo $S_{i0}^2 = V_i^4 Y_{ii}^2$ for pequeno, isto é, se o elemento diagonal da matriz admitância da barra for pequeno;
 - o termo $\Delta\det \cdot V_i = \det[D] \cdot V_i - \det[D'] \cdot V_i$ for grande, o que ocorre principalmente se $\det[D']V_i < 0$;

- $S_m = \text{sinal}(S_{i0}^2 - \Delta \det. V_i) \sqrt{|S_{i0}^2 - \Delta \det. V_i|}$, é uma estimativa da máxima potência aparente que poderia ser injetada, calculada no ponto de operação em análise.

4.3.2.

Sinal do Determinante da Matriz [D']

Os vetores gradientes de potência ativa e reativa podem ser escritos como:

$$\nabla P = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \vec{i} + \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \vec{j} + 0 \vec{k} \quad (4.26)$$

$$\nabla Q = \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \vec{i} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \vec{j} + 0 \vec{k} \quad (4.27)$$

onde \vec{i}, \vec{j} e \vec{k} são vetores unitários de uma base ortonormal.

O produto é:

$$\nabla P \times \nabla Q = \left[\left(\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \right) - \left(\frac{\partial P_i}{\partial V_i} \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \right) \right] \vec{k} \quad (4.28)$$

Substituindo (4.8) em (4.28):

$$\nabla P \times \nabla Q = \det[D'] \vec{k} \quad (4.29)$$

Como

$$\nabla P \times \nabla Q = |\nabla P| \cdot |\nabla Q| \cdot \text{sen } \beta \quad \text{na direção } \vec{k} \quad (4.30)$$

onde β é o ângulo entre ∇P e ∇Q , tem-se que:

$$\det[D'] = |\nabla P| \cdot |\nabla Q| \cdot \text{sen } \beta \tag{4.31}$$

Como o sinal de $\det[D']$ é função somente de β , tem-se:

- $\det[D'] > 0$, se $\text{sen } \beta > 0$, isto é, se $0^\circ < \beta < 180^\circ$;
- $\det[D'] < 0$, se $\text{sen } \beta < 0$, isto é, se $0^\circ < \beta < -180^\circ$;
- $\det[D'] = 0$, se $\text{sen } \beta = 0$, isto é, se $\beta = \pm 180^\circ$ ou $\beta = 0^\circ$.

Observa-se na Figura 4.3 que, tomando ∇P_i como eixo de referência, na região superior da curva SV sempre ocorre $0^\circ < \beta < 180^\circ$ e na região inferior da mesma curva sempre ocorre $0^\circ < \beta < -180^\circ$. No ponto máximo, os vetores gradientes ∇P_i e ∇Q_i estão alinhados, logo o ângulo β formado por esses dois vetores é $\pm 180^\circ$ ou 0° .

Portanto, $\det[D'] > 0$ caracteriza a parte superior da curva SV, e $\det[D'] < 0$ caracteriza a parte inferior da mesma curva, enquanto que $\det[D'] = 0$ caracteriza a fronteira entre essas duas regiões, isto é, a “ponta do nariz”.

Pode-se perceber ainda que o ângulo β pode complementar a avaliação do carregamento da rede, indicando a região de operação e a distância angular até o máximo.

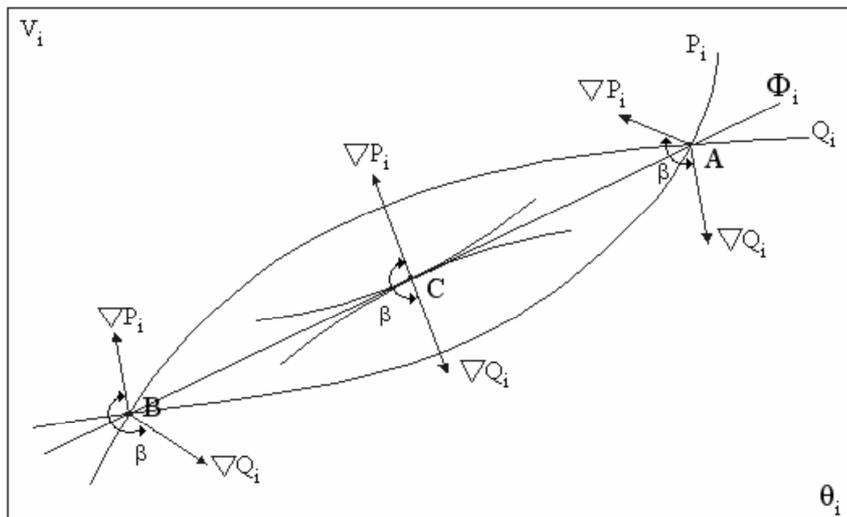


Figura 4.3 Localização do Vetor Gradiente de P_i e Q_i no Plano ΘV

4.3.3. Margem de Potência

O valor $(S_m - S_i)$ é a diferença de potência em MVA entre a potência que está sendo injetada e a máxima potência estimada para o ponto de operação em análise. O problema de interpretação do tamanho do índice é resolvido usando-se S_i e S_m . A margem pode ser grande para uma barra e pequena para outra. Por exemplo, se $S_m=10$ e $S_i=1$, então a margem é 9 vezes o que está sendo injetado. Se, por outro lado, $S_i=99$ e $S_m=100$, então a margem é aproximadamente 0,01 do que está sendo injetado.

Na região superior da curva SV da Figura 4.4, a margem de potência $(S_m - S_i)$ é um valor positivo e deve ser lido como a quantidade em MVA que poderia ser "adicionada" a S_i para atingir a estimativa do máximo S_m . Pode-se definir uma margem em p.u. ou em percentual. Esta margem é igual à unidade quando a potência injetada na barra i é nula ($S_i=0$), e tende a zero à medida que a injeção tende ao valor máximo ($S_i=S_m$). Esta margem é definida como:

$$M_S = \left(\frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left(1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \text{ em pu de } S_m \quad (4.32)$$

$$M_S = \left(\frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left(1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \times 100\% \text{ em percentual de } S_m \quad (4.33)$$

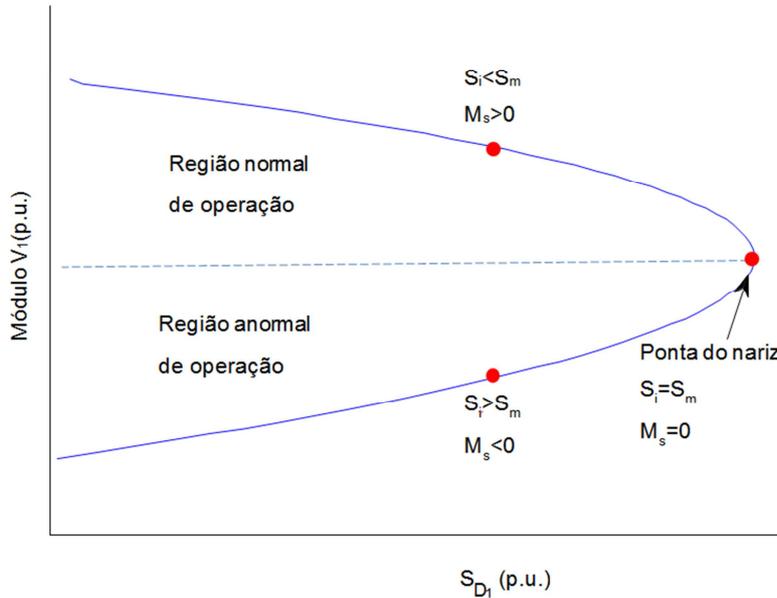


Figura 4.4 Sinal da Margem na Curva ϕ Constante no Plano SV

Na região inferior da curva SV da Figura 4.4, a margem de potência ($S_m - S_i$) é um valor negativo e deve ser lido como a quantidade em MVA que deveria ser "retirada" de S_i para atingir a estimativa do máximo S_m . Pode-se definir uma margem em p.u. ou em percentual. Esta margem é igual a zero quando a injeção na barra i é máxima ($S_i = S_m$) e tende a -1 quando S_m tende a zero. Esta margem é definida como:

$$M_S = \left(\frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left(\frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \text{ em pu de } S_i \quad (4.34)$$

$$M_S = \left(\frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left(\frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \times 100\% \text{ em percentual de } S_i \quad (4.35)$$

No ponto de operação correspondente ao máximo carregamento ($S_m - S_i$) é nulo e, portanto, não há nada a adicionar ou retirar de S_i para atingir S_m .

Para um sistema multi-nó, com essa definição de margem, o valor desta varia de +100%, quando a operação é na região normal, e $S_i = 0$, passa a zero quando na fronteira $S_i = S_m$, e adquire valores negativos na região anormal de operação até -100% quando $S_m = 0$. Nos casos em que $S_m < 0$, a margem continua a

decrecer além de - 100%, o que pode a princípio parecer sem sentido. No caso de um sistema de 2 barras, $S_m < 0$ jamais acontece. Entretanto, no caso de um sistema multi-nó, uma situação crítica deste porte em uma certa barra é acompanhada por várias outras barras adjacentes. Uma diminuição da carga (S_i) em algumas dessas barras levaria todas elas a operar em uma situação mais favorável, com $S_m > 0$, na melhor das hipóteses com $S_m > S_i$ [11].

4.3.4. Índice de Influência

Um outro índice que é útil relaciona as margens de potência entre dois pontos de operação antes e depois de um determinado evento. É definido como:

$$\Pi_i = (\text{sinal } \beta_{0_i}) \left[\frac{M_{1_i}}{M_{0_i}} - 1 \right] \quad (4.36)$$

onde,

Π_i	índice de influência da ação de controle sobre a margem da barra i ;
M_{0_i}	margem de potência na barra i no ponto de operação de referência;
M_{1_i}	margem de potência na barra i num outro ponto de operação;
sinal β_{0_i}	sinal do índice β na barra i no ponto de operação de referência.

Como β_{0_i} e M_{0_i} tem o mesmo sinal (4.36) pode se escrever:

$$\Pi_i = (\text{sinal } M_{0_i}) \left[\frac{M_{1_i}}{M_{0_i}} - 1 \right] \quad (4.37)$$

Ou ainda:

$$\Pi_i = \frac{M_{1i}}{M_{0i}} - 1 \quad \text{quando } M_{0i} > 0 \quad (4.38)$$

$$\Pi_i = 1 - \frac{M_{1i}}{M_{0i}} \quad \text{quando } M_{0i} < 0 \quad (4.39)$$

O movimento do ponto de operação descrito na curva SV da Figura 4.5 corresponde à deterioração do sistema e, conseqüentemente, do índice de influência (II). Obviamente o movimento contrário ao da Figura 4.5 corresponde à melhoria das condições do sistema.

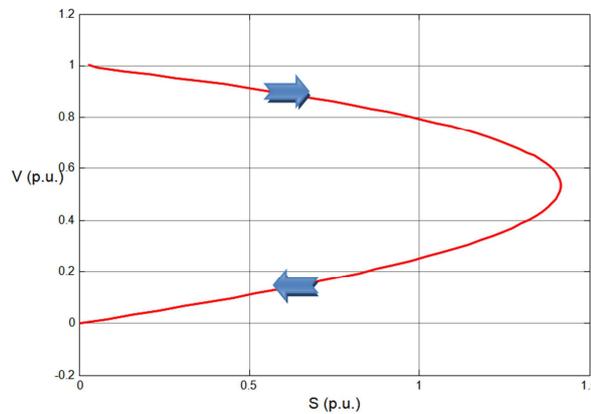


Figura 4.5 Movimento dos Pontos de Operação Correspondendo à Deterioração da Margem

Se o ponto B da Figura 4.6 é o ponto de operação de referência, uma ação de controle eficaz faz com que o ponto se desloque na direção do ponto A; a margem M_1 é maior que a margem original M_0 e o índice II é positivo. Se a ação deteriora o sistema, o ponto de operação se aproxima do ponto C; a margem M_1 é menor que a margem original M_0 e o índice II é negativo ($\Pi=-1$ em C).

Se o ponto D da Figura 4.6 é o ponto de operação de referência, uma ação de controle eficaz faz com que o ponto se desloque na direção do ponto C; a margem M_1 é maior (menos negativa) que a margem original M_0 e o índice II é positivo ($\Pi=+1$ em C). Se a ação deteriora o sistema, o ponto de operação se aproxima do ponto E; a margem M_1 é menor (mais negativa) que a margem original M_0 e o índice II é negativo.

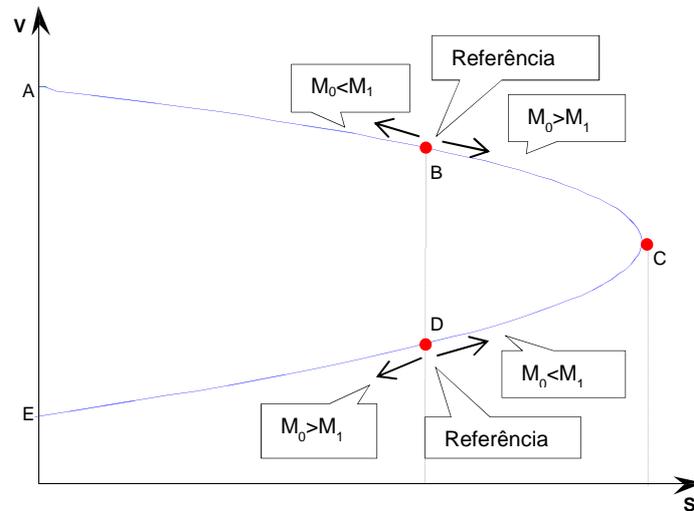


Figura 4.6 Curva SV para Análise do Índice de Influência

4.4. Índices de Avaliação de Estabilidade de Tensão em Barras de Tensão Controlada e *Swing* [21]

Na modelagem clássica para controle de tensão, as equações de injeção de potência reativa Q_k referentes às barras PV e *swing* não são consideradas no sistema de equações original do problema geral de fluxo de potência. Desta forma o incremento ΔV para estas barras é nulo e a tensão V_k é mantida igual ao seu valor especificado. Já na modelagem não-clássica [18], as equações de injeção de potência reativa Q_k referentes às barras PV e *swing* são consideradas no sistema de equações original do problema geral de fluxo de potência. Equações de controle de tensão para estas barras são introduzidas no sistema de equações, obtendo-se assim um sistema de equações aumentado, como foi visto na Seção 3.4.

Foi descrito o procedimento para a análise das barras PQ, que são as barras que têm as potências ativa e reativa fixadas, e a seguir será descrito o procedimento para as barras PV e *swing*.

4.4.1. Índices de Avaliação da Estabilidade de Tensão em Barras PV

As barras de tensão controlada são consideradas as mais importantes do sistema visto que nelas ocorrem ações de controle de tensão que podem ter efeito oposto ao esperado, levando o sistema ao colapso.

Dependendo das condições de carregamento da rede, para a mesma tensão especificada, a barra de tensão controlada pode operar na região superior, inferior ou no ponto de máximo carregamento da curva para ϕ constante no plano SV, como pode ser visto na Figura 4.7.

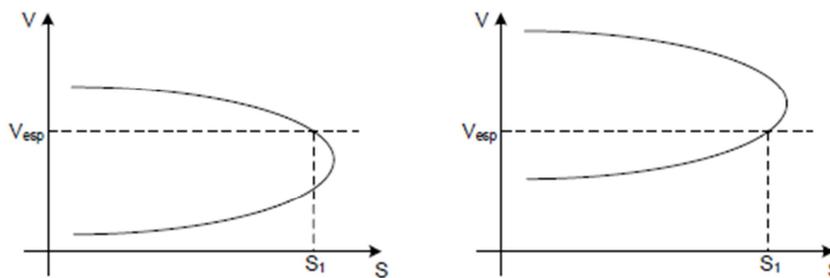


Figura 4.7 Barra de Tensão Controlada Operando nas Regiões Superior e Inferior da Curva Para ϕ Constante no Plano SV

Durante a operação do sistema as barras de tensão controlada não são barras de tensão constante. Na prática, o valor de tensão não permanece constante porque a carga está sempre variando. Sua tensão varia em torno de um valor especificado e ao ultrapassar os limites de uma “banda morta”, onde ações de controle de tensão são executadas. O regulador automático de tensão atua para trazer a tensão medida ao valor especificado. Como se pode observar na Figura 4.8, quando o valor de tensão ultrapassa o limite da “banda morta” e o ponto de operação da barra de tensão controlada se encontra na região superior da curva para ϕ constante no plano SV (pontos 1 e 2), as ações de controle de tensão são eficazes. Entretanto, se no momento em que o valor de tensão ultrapassa o limite da “banda morta” e o ponto de operação da barra de tensão controlada se encontra na região inferior da curva para ϕ constante no plano SV (ponto 3), as ações de controle de tensão podem levar o sistema ao colapso.

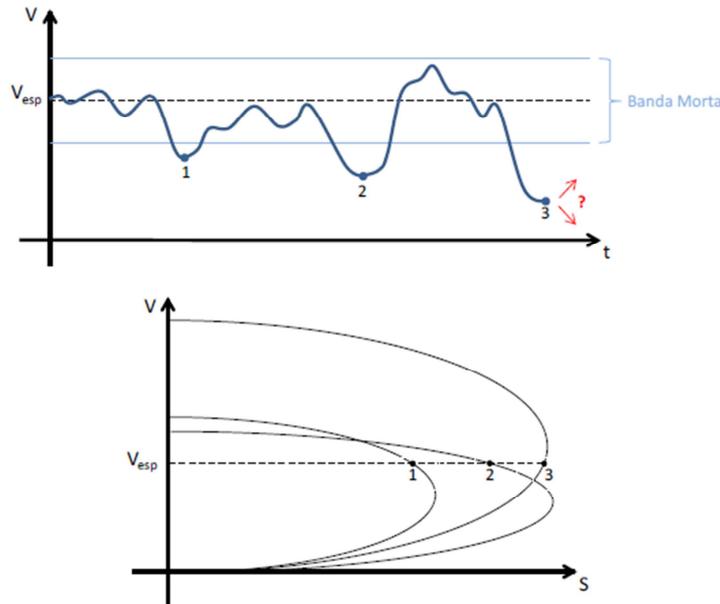


Figura 4.8 Variação da Tensão no Tempo em Barras de Tensão Controlada

O modelo não-clássico de controle de tensão para barras de tensão controlada (PV e PQV), consiste na inclusão do controle de tensão no problema geral de fluxo de potência através da adição de uma equação de controle no sistema de equações. A potência reativa gerada pela barra de controle ou o tap de um transformador são considerados como variável adicional.

Portanto, a matriz Jacobiana do sistema linearizado de equações possui uma linha adicional referente à equação de controle de tensão da barra em questão e uma coluna adicional referente à potência reativa ou o tap do transformador de controle.

Com a determinação dos índices de avaliação da estabilidade de tensão de uma barra m de tensão controlada local ou remotamente, como visto na Seção 4.3, o interesse é estudar variações infinitesimais em ΔP_m e ΔQ_m e seus efeitos sobre $\Delta \Theta_m$ e ΔV_m . Reordenam-se nas últimas linhas da matriz as equações referentes à ΔP_m e ΔQ_m e nas últimas colunas as referentes às variáveis $\Delta \Theta_m$ e ΔV_m , e supõe-se que $\Delta P' = \Delta Q' = 0$, ou seja, não há variação nas injeções nas outras barras e $\Delta V'_m = 0$, onde $\Delta V'_m$ é uma das equações de controle de tensão adicionadas ao sistema de equações original. Neste caso, a variável adicional para o controle de tensão é Δx , podendo ser a potência reativa gerada pela barra de controle ou o tap

de um transformador. Não faz sentido, porém, estudar variações infinitesimais em ΔQ_m e seus efeitos sobre ΔV_m , tendo $\Delta V'_m = 0$ no sistema de equações. Desta forma, elimina-se a equação referente à $\Delta V'_m$ e a variável adicional Δx que foram introduzidas no sistema linearizado de equações de acordo com o modelo não-clássico de controle de tensão, como se observa na Figura 4.9, onde a barra 1 é a barra de referência.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \\ \Delta V'_m \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P / \partial \theta & \partial P / \partial V & \vdots & \partial P / \partial x & \partial P / \partial \theta_m & \partial P / \partial V_m & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial Q / \partial \theta & \partial Q / \partial V & \vdots & \partial Q / \partial x & \partial Q / \partial \theta_m & \partial Q / \partial V_m & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial V'_m / \partial \theta & \partial V'_m / \partial V & \vdots & \partial V'_m / \partial x & \partial V'_m / \partial \theta_m & \partial V'_m / \partial V_m & \vdots \\ \partial P_m / \partial \theta & \partial P_m / \partial V & \vdots & \partial P_m / \partial x & \partial P_m / \partial \theta_m & \partial P_m / \partial V_m & \vdots \\ \partial Q_m / \partial \theta & \partial Q_m / \partial V & \vdots & \partial Q_m / \partial x & \partial Q_m / \partial \theta_m & \partial Q_m / \partial V_m & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \vdots \\ \Delta V_n \\ \Delta x \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_m \end{bmatrix}$$

Figura 4.9 Matriz Jacobiana Modificada Para a Análise de Barras de Tensão Controlada

De posse da matriz Jacobiana modificada, conforme procedimento descrito na Seção 4.3, determina-se $\det[D']$, S_{io} , S_i , S_m , M e β .

4.4.2. Índices de Avaliação da Estabilidade de Tensão em Barras Swing

Na avaliação das condições de estabilidade de tensão da barra *swing*, onde θ_i e V_i são especificados, não é possível um incremento infinitesimal em ΔP_i porque as potências ativas de todas as outras barras são fixas. Não há no sistema uma barra com geração ativa livre para absorver a variação ΔP_i e a consequente variação nas perdas ativas. A solução para a avaliação das condições de estabilidade de tensão de uma barra *swing* é incluir a equação da potência ativa ΔP_i e a variável $\Delta \theta_i$ no sistema de equações e liberar um outro gerador j para variar sua potência ativa, o que equivale a eliminar a equação da potência ativa ΔP_j e a variável $\Delta \theta_j$. No cálculo dos índices de avaliação da estabilidade de tensão de uma barra *swing*, o interesse é estudar variações infinitesimais em ΔP_i e ΔQ_i e seus efeitos sobre $\Delta \theta_i$ e ΔV_i . Reordenam-se para o final da matriz as equações referentes à ΔP_i e ΔQ_i e as colunas referentes às variáveis $\Delta \theta_i$ e ΔV_i , e supõe-se que $\Delta P' = \Delta Q' = 0$, ou seja, não há variação nas injeções nas outras barras e

$\Delta V'_i = 0$, onde $\Delta V'_i$ é a equação de controle de tensão da barra de referência ΘV_i adicionada ao sistema de equações original. Neste caso, a variável adicional para o controle de tensão é ΔQ_{Gi} . Não faz sentido, porém, estudar variações infinitesimais em ΔQ_i e seus efeitos sobre ΔV_i , tendo ΔQ_{Gi} livre para variar e $\Delta V'_i = 0$ no sistema de equações. Desta forma, elimina-se a equação referente à $\Delta V'_i$ e a variável ΔQ_{Gi} que foram introduzidas no sistema linearizado de equações de acordo com o modelo não-clássico de controle de tensão, como se observa na Figura 4.10.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \\ \Delta V'_i \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P / \partial \theta & \partial P / \partial V & \vdots & \partial P / \partial Q_{Gi} & \partial P / \partial \theta_i & \partial P / \partial V_i \\ \partial Q / \partial \theta & \partial Q / \partial V & \vdots & \partial Q / \partial Q_{Gi} & \partial Q / \partial \theta_i & \partial Q / \partial V_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial V'_i / \partial \theta & \partial V'_i / \partial V & \vdots & \partial V'_i / \partial Q_{Gi} & \partial V'_i / \partial \theta_i & \partial V'_i / \partial V_i \\ \partial P_i / \partial \theta & \partial P_i / \partial V & \vdots & \partial P_i / \partial Q_{Gi} & \partial P_i / \partial \theta_i & \partial P_i / \partial V_i \\ \partial Q_i / \partial \theta & \partial Q_i / \partial V & \vdots & \partial Q_i / \partial Q_{Gi} & \partial Q_i / \partial \theta_i & \partial Q_i / \partial V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \vdots \\ \Delta \theta_n \\ \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \vdots \\ \Delta V_n \\ \Delta Q_{Gi} \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix}$$

Figura 4.10 Matriz Jacobiana Modificada Para Análise de Barras *Swing*

De posse da matriz Jacobiana modificada, conforme procedimento descrito na Seção 4.3, determina-se $\det[D']$, S_{i0} , S_i , S_m , M e β .

4.5. Cálculo dos Índices para o Sistema-Teste

Serão apresentados os sistemas linearizados utilizados no cálculo dos índices de estabilidade de tensão na modelagem tradicional, com múltiplas barras *swing*, com regulação primária e com parâmetros de linha variáveis com a frequência, para diferentes tipos de barra.

4.5.1. Modelagem Tradicional

O sistema linearizado das equações do sistema de 6 barras utilizado tradicionalmente no cálculo dos índices de avaliação das condições de

estabilidade de tensão é o apresentado em (3.65). A seguir é descrito o procedimento usado para cada tipo de barra.

4.5.1.1. Tratamento para Barras PQ

O cálculo dos índices para as barras tipo PQ é realizado manipulando-se o sistema de equações original. Para a barra 4, por exemplo:

- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes à ΔP_4 e ΔQ_4 e às variáveis $\Delta \theta_4$ e ΔV_4 , como em (4.40).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

O sistema matricial, já estruturado para o cálculo dos índices da barra 4 é apresentado em (4.41). Pode ser construído de maneira análoga para as outras barras PQ, isto é, as barras 3 e 5.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

4.5.1.2. Tratamento das Barras PV

A análise de uma barra PV é feita considerando-a como uma barra PQ no momento do cálculo dos índices. A razão para isso foi explicada na Seção 4.4.

O cálculo dos índices para a barra 2, por exemplo, é realizado manipulando-se o sistema de equações original:

- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes à ΔP_2 à variável $\Delta \theta_2$;
- Incluir a equação de ΔQ_2 e a coluna referente à variável ΔV_2 , como em (4.41):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

O mesmo procedimento pode ser feito quando a barra 6 for a barra em análise. O sistema matricial já estruturado para o cálculo dos índices da barra 2 é dado em (4.43).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

4.5.1.3. Tratamento da Barra *Swing*

Para analisar a barra *swing* faz-se necessário escolher outra barra de referência angular de tensão. A barra de referência é tratada como uma barra do tipo PQ.

O cálculo dos índices de avaliação das condições de estabilidade para a barra 1, é realizado manipulando-se o sistema de equações original:

- Excluir a equação de ΔP_2 e a coluna referente à variável $\Delta \theta_2$ (que é escolhida como a nova barra de referência);
- Inserir abaixo as equações de ΔP_1 e ΔQ_1 e à direita as colunas referentes às variáveis $\Delta \theta_1$ e ΔV_1 .

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \end{bmatrix}$$

$\downarrow \downarrow \Delta \theta_1, \Delta V_1$

$\Delta P_1, \Delta Q_1 \rightarrow \rightarrow$

(4.44)

Em (4.45) é mostrado o sistema matricial, já estruturado para o cálculo dos índices da barra 1.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_5} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

4.5.2. Modelagem para Múltiplas Barras Swing

A partir do sistema linearizado que inclui a modelagem de múltiplas barras swing apresentado em (3.66), serão explicadas as modificações que devem ser feitas para a avaliação das condições de segurança de tensão de cada tipo de barra.

4.5.2.1. Tratamento de Barras Tipo PQ

O cálculo dos índices de avaliação das condições de estabilidade de tensão para as barras tipo PQ é realizado manipulando-se o sistema de equações original. Para a barra 4:

- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes à ΔP_4 e ΔQ_4 e às variáveis $\Delta \theta_4$ e ΔV_4 , como em (4.46):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & -1 & 0 \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & 0 & -1 \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{26} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \end{bmatrix}$$

(4.46)

O sistema matricial, já estruturado para o cálculo dos índices da barra 4 é apresentado em (4.47).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta \theta \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & -1 & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & 0 & -1 & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{26} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

4.5.2.2. Modelagem de Barras de Geração

Como todas as barras de geração são do tipo *swing*, serão classificadas em três tipos: barra de referência angular, última barra de geração (na lista de barras *swing*) e barra de geração em outra posição.

4.5.2.2.1. Análise da Barra de Referência Angular

Para a análise da barra de referência angular, neste caso a barra 1, faz-se necessário escolher outra barra de referência. A barra de referência original é tratada como uma barra de tipo PQ. O procedimento é:

- Alterar a equação que mantém o ângulo de referência da barra original para a nova barra de referência, neste caso da barra 1 para a barra 2;
- Excluir as equações e variáveis que mantêm a proporcionalidade da geração da potência ativa da barra 1 em análise, Δt_1 e ΔP_{G_1} ;
- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes à ΔP_1 e $\Delta \theta_1$, e inserir no final da matriz as linhas e colunas referentes a ΔQ_1 e ΔV_1 , como em (4.48):

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & -1 & 0 \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & 0 & -1 \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{26} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \end{bmatrix}$$

(4.48)

Em (4.49) é mostrado o sistema matricial, já estruturado para o cálculo dos índices da barra 1.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta t_2 \\ \Delta \theta \\ \hline \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & -1 & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & -1 & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{26} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \\ \hline \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

4.5.2.2.2. Análise da Última Barra de Geração

Para a análise da barra *swing* na última posição da lista, a barra 6, é necessário:

- Excluir a equação que mantém a proporcionalidade da geração da potência ativa da barra 6 em análise, Δt_6 e a variável correspondente ΔP_{G_6} ;
- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes à ΔP_6 e $\Delta \theta_6$, e inserir as referentes a ΔQ_6 e ΔV_6 , como em (4.50):

$$\begin{matrix}
 \Delta P_1 \\
 \Delta P_2 \\
 \Delta P_3 \\
 \Delta P_4 \\
 \Delta P_5 \\
 \Delta P_6 \\
 \Delta Q_3 \\
 \Delta Q_4 \\
 \Delta Q_5 \\
 \Delta t_1 \\
 \Delta t_2 \\
 \Delta \theta
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & -1 & 0 \\
 \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & 0 & -1 \\
 \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{26} \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{matrix}
 \Delta \theta_1 \\
 \Delta \theta_2 \\
 \Delta \theta_3 \\
 \Delta \theta_4 \\
 \Delta \theta_5 \\
 \Delta \theta_6 \\
 \Delta V_3 \\
 \Delta V_4 \\
 \Delta V_5 \\
 \Delta P_{G_1} \\
 \Delta P_{G_2} \\
 \Delta P_{G_6}
 \end{matrix}
 \begin{matrix}
 \Delta V_6 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \Delta Q_6
 \end{matrix}
 \tag{4.50}$$

O sistema matricial, já estruturado para o cálculo dos índices da barra 6 é da do em (4.51).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta t_1 \\ \Delta \theta \\ \hline \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & -1 & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_6} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_6} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_6} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_6} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_6} \\ \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_6}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_6}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_6}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_6}{\partial V_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \hline \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

4.5.2.2.3. Análise da Barra de Geração em Outra Posição na Lista

Se *i* é uma barra *swing* que não é a de referência angular e nem a última da lista (*i* ≠ 1 e *i* ≠ *n*g), a potência ativa gerada nela no caso-base vai estar presente no cálculo da relação entre os fatores de participação com a barra *i*-1 e com a barra *i*+1. Para analisar esta barra considerando-a como uma barra do tipo PQ, a barra 2 no caso, faz-se necessário:

- Excluir as equações e variáveis que mantêm a proporcionalidade da geração da potência ativa da barra 2 em análise em relação à barra posterior na lista e excluir a respectiva variável Δt_2 e ΔP_{G_2} ;

- Calcular um novo fator de participação para manter a proporcionalidade entre as barras $i-1$ e $i+1$, no caso, entre as barras 1 e 6 que será utilizado para substituir o valor de α_{12} por α_{16} na equação Δt_i ;
- Inserir abaixo as equações de ΔP_2 e ΔQ_2 , e à direita as colunas referentes às variáveis $\Delta\theta_2$ e ΔV_2 , como em (4.52):

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

$$\begin{array}{c}
 \Delta P_1 \\
 \Delta P_2 \\
 \Delta P_3 \\
 \Delta P_4 \\
 \Delta P_5 \\
 \Delta P_6 \\
 \Delta Q_3 \\
 \Delta Q_4 \\
 \Delta Q_5 \\
 \Delta t_1 \\
 \Delta t_2 \\
 \Delta\theta
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial v_3} & \frac{\partial P_1}{\partial v_4} & \frac{\partial P_1}{\partial v_5} & -1 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial v_3} & \frac{\partial P_2}{\partial v_4} & \frac{\partial P_2}{\partial v_5} & 0 & -1 & 0 \\
 \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial v_3} & \frac{\partial P_3}{\partial v_4} & \frac{\partial P_3}{\partial v_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial v_3} & \frac{\partial P_4}{\partial v_4} & \frac{\partial P_4}{\partial v_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial v_3} & \frac{\partial P_5}{\partial v_4} & \frac{\partial P_5}{\partial v_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial v_3} & \frac{\partial P_6}{\partial v_4} & \frac{\partial P_6}{\partial v_5} & 0 & 0 & -1 \\
 \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial v_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial v_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial v_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial v_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial v_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial v_5} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial v_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial v_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial v_5} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{12} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{26} \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{c}
 \Delta\theta_1 \\
 \Delta\theta_2 \\
 \Delta\theta_3 \\
 \Delta\theta_4 \\
 \Delta\theta_5 \\
 \Delta\theta_6 \\
 \Delta V_3 \\
 \Delta V_4 \\
 \Delta V_5 \\
 \Delta P_{G_1} \\
 \Delta P_{G_2} \\
 \Delta P_{G_6}
 \end{array}
 \tag{4.52}$$

$\Delta P_{G_1}(\alpha_{16})$ (red arrow pointing to the α_{12} cell)
 ΔV_2 (red arrow pointing to the α_{26} cell)

$\Delta t_1(\alpha_{16})$ (red arrow pointing to the Δt_1 row)
 ΔQ_2 (red arrow pointing to the ΔQ_2 row)

Em (4.53) é mostrado o sistema matricial, já estruturado para o cálculo dos índices da barra 2.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta t_1 \\ \Delta \theta \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & \frac{\partial P_1}{\partial V_4} & \frac{\partial P_1}{\partial V_5} & -1 & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_5}{\partial V_3} & \frac{\partial P_5}{\partial V_4} & \frac{\partial P_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_5}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_6}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_6}{\partial V_3} & \frac{\partial P_6}{\partial V_4} & \frac{\partial P_6}{\partial V_5} & 0 & -1 & \frac{\partial P_6}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_6}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_4}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_5}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_5}{\partial V_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \alpha_{16} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_6} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_5} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \\ \Delta V_5 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

4.5.3. Modelagem da Regulação Primária

O sistema linearizado que inclui a modelagem da regulação primária é o descrito em (3.79). A partir deste, será descrito o procedimento para avaliar as condições de estabilidade em cada tipo de barra.

4.5.3.1. Tratamento de Barras Tipo PQ

O cálculo dos índices para as barras tipo PQ é realizado manipulando-se o sistema de equações original. Para a barra 4:

- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes a ΔP_4 e ΔQ_4 e às variáveis $\Delta \theta_4$ e ΔV_4 , como em (4.54):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_6 \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & 0 & 0 & H_{13} & N_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{11} & L_{11} & 0 & 0 & M_{13} & L_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{22} & N_{22} & H_{23} & N_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{22} & L_{22} & M_{23} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{31} & N_{31} & H_{32} & N_{32} & H_{33} & N_{33} & H_{34} & N_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{31} & L_{31} & M_{32} & L_{32} & M_{33} & L_{33} & M_{34} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{43} & N_{43} & H_{44} & N_{44} & H_{45} & N_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{43} & L_{43} & M_{44} & L_{44} & M_{45} & L_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{54} & N_{54} & H_{55} & N_{55} & H_{56} & N_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{54} & L_{54} & M_{55} & L_{55} & M_{56} & L_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{65} & N_{65} & H_{66} & N_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{69} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & L_{65} & M_{66} & L_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{69} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{710} & 0 \\ 0 & L_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{82} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{96} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{110} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta Q_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta Q_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta Q_{G_6} \\ \Delta f \end{bmatrix}$$

(4.54)

O sistema linearizado utilizado para calcular os índices da barra 4 é dado em

(4.55).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_6 \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & 0 & 0 & H_{13} & N_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{11} & L_{11} & 0 & 0 & M_{13} & L_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{22} & N_{22} & H_{23} & N_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{22} & L_{22} & M_{23} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{31} & N_{31} & H_{32} & N_{32} & H_{33} & N_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{31} & L_{31} & M_{32} & L_{32} & M_{33} & L_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{55} & N_{55} & H_{56} & N_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & L_{55} & M_{56} & L_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{65} & N_{65} & H_{66} & N_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{69} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & L_{65} & M_{66} & L_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{69} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{710} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{82} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{96} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{110} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta Q_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta Q_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta Q_{G_6} \\ \Delta f \end{bmatrix}$$

(4.55)

4.5.3.2.

Tratamento das Barras Tipo PV

O cálculo dos índices para a barra 2, é realizado manipulando-se o sistema de equações original:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_6 \\ \Delta \theta \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{13} & N_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{11} & L_{11} & M_{13} & L_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{31} & N_{31} & H_{33} & N_{33} & H_{34} & N_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{32} & N_{32} \\ M_{31} & L_{31} & M_{33} & L_{33} & M_{34} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{32} & L_{32} \\ 0 & 0 & H_{43} & N_{43} & H_{44} & N_{44} & H_{45} & N_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{43} & L_{43} & M_{44} & L_{44} & M_{45} & L_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{54} & N_{54} & H_{55} & N_{55} & H_{56} & N_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{54} & L_{54} & M_{55} & L_{55} & M_{56} & L_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{65} & N_{65} & H_{66} & N_{66} & 0 & 0 & H_{69} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & L_{65} & M_{66} & L_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{69} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & 0 & 0 & 0 & N_{710} & 0 & 0 \\ 0 & L_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} & 0 & N_{910} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{96} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{110} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & H_{23} & N_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{22} & N_{22} \\ 0 & 0 & M_{23} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{22} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta Q_{G_1} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta Q_{G_6} \\ \Delta f \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}$$

(4.57)

4.5.3.3. Tratamento das Barras Tipo Swing

Para a análise da barra *swing* é preciso selecionar outra barra para ser a barra de referência angular. Neste caso a barra em análise é a barra 1, e a nova barra de referência será a barra 2. O procedimento é:

- Alterar a equação que mantém o ângulo de referência da barra original para a nova barra de referência, neste caso da barra 1 para a barra 2;
- Excluir as equações e variáveis que mantém a proporcionalidade da geração da potência ativa da barra em análise, Δy_1 , $\Delta y_1'$, ΔP_{G_1} e ΔQ_{G_1} ;
- Reordenar nas últimas linhas e colunas da matriz as equações referentes a ΔP_1 e ΔQ_1 e $\Delta \theta_1$ e ΔV_1 , como em (4.58):

parâmetros das linhas de transmissão com a frequência são as mesmas que as vistas na seção (4.5.3) na presença de regulação primária. Assim, sem a necessidade de descrever o procedimento, só serão apresentados os sistemas linearizados finais para cada tipo de barra.

O sistema linearizado referente ao problema de fluxo de carga em (3.110) é o que será modificado para o cálculo dos índices de cada barra.

**4.5.4.1.
Barras PQ**

O sistema linearizado para a barra 4 é dado em (4.60).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_6 \\ \Delta \theta \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & 0 & 0 & H_{13} & N_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{110} & 0 & 0 \\ M_{11} & L_{11} & 0 & 0 & M_{13} & L_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{17} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{110} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{22} & N_{22} & H_{23} & N_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{28} & 0 & 0 & 0 & N_{210} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{22} & L_{22} & M_{23} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{28} & 0 & 0 & L_{210} & 0 & 0 \\ H_{31} & N_{31} & H_{32} & N_{32} & H_{33} & N_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{310} & H_{34} & N_{34} \\ M_{31} & L_{31} & M_{32} & L_{32} & M_{33} & L_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{310} & M_{34} & L_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{55} & N_{55} & H_{56} & N_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{510} & H_{54} & N_{54} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & L_{55} & M_{56} & L_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{510} & M_{54} & L_{54} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{65} & N_{65} & H_{66} & N_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{69} & 0 & N_{610} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & L_{65} & M_{66} & L_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{69} & L_{610} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{710} & 0 & 0 \\ 0 & L_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{810} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{82} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} & 0 & N_{910} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{96} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{110} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta Q_{G_1} \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta Q_{G_2} \\ \Delta P_{G_4} \\ \Delta Q_{G_4} \\ \Delta f \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix}$$

(4.60)

**4.5.4.2.
Barras PV**

O sistema linearizado para a análise barra 2 é dado em (4.61).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_1 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_6 \\ \Delta \theta \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & N_{11} & H_{13} & N_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{17} & 0 & 0 & 0 & N_{110} & 0 & 0 \\ M_{11} & L_{11} & M_{13} & L_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{17} & 0 & 0 & 0 & L_{110} & 0 & 0 \\ H_{31} & N_{31} & H_{33} & N_{33} & H_{34} & N_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{310} & H_{32} & N_{32} \\ M_{31} & L_{31} & M_{33} & L_{33} & M_{34} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{310} & M_{32} & L_{32} \\ 0 & 0 & H_{43} & N_{43} & H_{44} & N_{44} & H_{45} & N_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{410} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{43} & L_{43} & M_{44} & L_{44} & M_{45} & L_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{410} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{54} & N_{54} & H_{55} & N_{55} & H_{56} & N_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{510} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{54} & L_{54} & M_{55} & L_{55} & M_{56} & L_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{510} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{65} & N_{65} & H_{66} & N_{66} & 0 & 0 & 0 & H_{69} & 0 & N_{610} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & L_{65} & M_{66} & L_{66} & 0 & 0 & 0 & L_{69} & 0 & L_{610} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{77} & 0 & 0 & 0 & N_{710} & 0 & 0 \\ 0 & L_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} & 0 & N_{910} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{96} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{110} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \\ \Delta P_{G_1} \\ \Delta Q_{G_1} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta Q_{G_6} \\ \Delta f \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

4.5.4.3. Barras Swing

O sistema linearizado para a análise da barra *swing* (barra 1) é dado em (4.62).

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta P_4 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta P_5 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta P_6 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_6 \\ \Delta y_6 \\ \Delta \theta \\ \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & N_{22} & H_{23} & N_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{28} & 0 & 0 & 0 & N_{210} & 0 & 0 \\ M_{22} & L_{22} & M_{23} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{28} & 0 & 0 & L_{210} & 0 & 0 \\ H_{32} & N_{32} & H_{33} & N_{33} & H_{34} & N_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{310} & H_{31} & N_{31} \\ M_{32} & L_{32} & M_{33} & L_{33} & M_{34} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{310} & M_{31} & L_{31} \\ 0 & 0 & H_{43} & N_{43} & H_{44} & N_{44} & H_{45} & N_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{410} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{43} & L_{43} & M_{44} & L_{44} & M_{45} & L_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{410} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{54} & N_{54} & H_{55} & N_{55} & H_{56} & N_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{510} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{54} & L_{54} & M_{55} & L_{55} & M_{56} & L_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{510} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{65} & N_{65} & H_{66} & N_{66} & 0 & 0 & H_{69} & 0 & N_{610} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{65} & L_{65} & M_{66} & L_{66} & 0 & 0 & 0 & L_{69} & L_{610} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{88} & 0 & 0 & 0 & N_{810} & 0 & 0 \\ 0 & L_{82} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{99} & 0 & N_{910} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{96} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{110} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \\ \Delta \theta_4 \\ \Delta V_4 \\ \Delta \theta_5 \\ \Delta V_5 \\ \Delta \theta_6 \\ \Delta V_6 \\ \Delta P_{G_2} \\ \Delta Q_{G_2} \\ \Delta P_{G_6} \\ \Delta Q_{G_6} \\ \Delta f \\ \Delta \theta_1 \\ \Delta V_1 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

4.6. Sumário

Foi apresentada uma ferramenta abrangente de avaliação das condições de estabilidade de tensão, composta de índices com significado físico e matemático como são M e β , os quais indicam a margem para a máxima transmissão de potência e a região e operação na curva ϕ constante no plano SV.

Baseados na modelagem tradicional para resolver o problema de fluxo de carga e as três modificações feitas nesta, que servem para lidar com a presença de múltiplas barras *swing*, para lidar com a presença de regulação primária e para lidar com parâmetros da rede dependentes da frequência, foi apresentado o procedimento para realizar a análise das condições de tensão em cada caso. Em cada um deles foram descritas as alterações que devem ser feitas nos sistema linearizado quando a barra em análise é do tipo PQ, PV, ou *swing*. Apresentou-se, em cada caso e para cada tipo de barra, o sistema linearizado estruturado para o cálculo dos índices de segurança de tensão.