

2 **Fundamentos Teóricos**

2.1. **Introdução**

O objetivo deste capítulo é apresentar uma revisão teórica acerca da operação e controle dos sistemas de potência, mostrando os fundamentos da regulação própria, regulação primária (atuação dos reguladores de velocidade) e o conceito de áreas de controle. Os fundamentos da estabilidade de tensão na operação de sistemas elétricos também são apresentados.

2.2. **Operação e Controle de Sistemas de Potência [12]**

Nos sistemas de energia elétrica as cargas nos diversos barramentos variam a cada instante, fazendo com que o estado de equilíbrio entre carga e geração seja alterado, determinando-se assim a necessidade de um constante restabelecimento do estado de equilíbrio. Supondo, por exemplo, que a carga aumente, haverá então déficit de potência mecânica. Para suprir a carga, o conjunto de máquinas “empresta” energia cinética das massas girantes, tendo como consequência a desaceleração (diminuição da velocidade de rotação das máquinas). Como o gerador é síncrono, a frequência cai.

2.2.1. **Regulação Própria**

Supondo que não há nenhum tipo de ação da regulação automática de velocidade, o sistema tem a capacidade de atingir um novo ponto de equilíbrio. Isto ocorre porque as cargas variam com a frequência e, assim, quando esta cai, o valor absoluto das cargas também cai, indicando uma característica do próprio sistema, de se autorregular para atingir um novo ponto de equilíbrio.

Esta propriedade do sistema elétrico de potência recebe o nome de “Regulação Própria do Sistema”, e é definida como a capacidade que este tem de chegar a um novo ponto de equilíbrio “por si só”, após um desbalanço entre a potência gerada e a potência consumida na carga.

Se expressa através de um parâmetro D_c chamado de coeficiente de amortecimento (por sua sigla em inglês *load-damping constant*):

$$D_c = \frac{\Delta P_D}{\Delta f} \quad (2.1)$$

onde,

Δf é a variação da frequência de operação do sistema;

ΔP_D é a variação da potência ativa demandada.

ΔP_D é uma característica intrínseca da carga do sistema: o consumo de potência é proporcional à frequência e, assim, após um incremento de carga determinado pelos consumidores, que tenha como consequência uma queda de frequência, a carga passa a diminuir.

Atinge-se um novo ponto de equilíbrio quando a carga volta a ser igual à geração. Isso acontece em um valor de frequência abaixo de 60 Hz, porque D_c é pequeno, com valores típicos entre 1% e 2% [8]. Por exemplo, um coeficiente de amortecimento com valor de 2 significa que uma variação na frequência de 1% equivale a 2% de variação da carga.

A curva representativa da variação da carga com a frequência é apresentada na Figura 2.1.

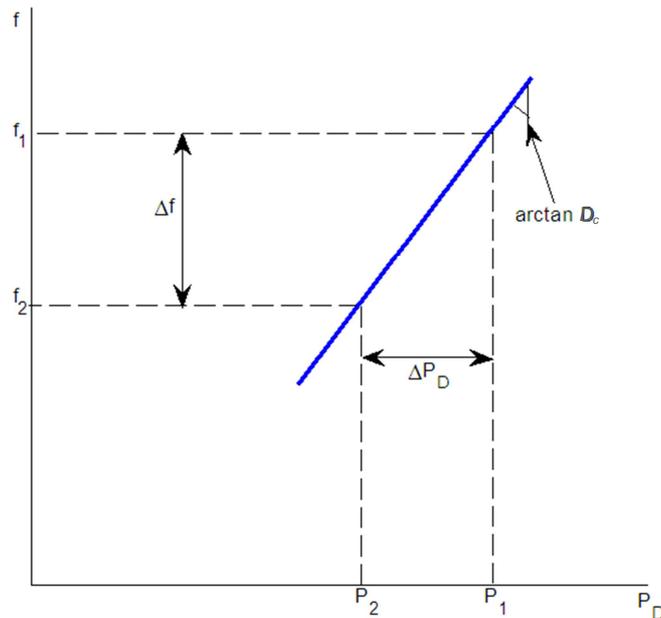


Figura 2.1 Curva da Variação da Carga com a Frequência

A frequência em um novo ponto de equilíbrio f_2 pode estar abaixo da tolerância de $60 \pm 0,05$ Hz, afetando assim o funcionamento e vida útil de diversos equipamentos no sistema elétrico de potência. Conclui-se que há a necessidade de um mecanismo de controle (chamado de “controle carga-frequência” ou “*load frequency control*”), que tem como objetivo principal manter a frequência constante a maior parte do tempo que for possível, assim como manter os intercâmbios programados no sistema interligado, com a finalidade de não afetar a operação dos subsistemas fornecedores, e do mesmo modo procura garantir o auxílio adequado aos subsistemas que, ante algum evento, tenham carência da geração em relação à carga.

2.2.2. Regulação Primária

Em um sistema de potência de grande porte as variações de potência na carga atingem valores consideráveis, e como o coeficiente de amortecimento é pequeno, podem ocorrer variações de frequência inadmissíveis indicando claramente a necessidade de se dispor de controladores adequados para evitar tais fatos.

Por esta razão, as unidades geradoras são dotadas de mecanismos de regulação automática de velocidade, que atuam com a finalidade de incrementar ou diminuir a potência gerada quando a velocidade (ou frequência) se afasta da velocidade de referência. Esta regulação é denominada “Regulação Primária”.

A seguir são apresentados os tipos de reguladores de velocidade existentes.

2.2.2.1. Regulador Isócrono

Este tipo de regulação só pode ser usado quando o sistema elétrico de potência está composto por uma única carga suprida por um único gerador, já que um acréscimo de carga ΔP_D faria com que ocorresse uma variação na frequência Δf , e esse acréscimo seria absorvido unicamente pela unidade geradora existente. Assim, a variação de admissão nas turbinas corresponderia à variação na potência gerada.

No caso de haver mais de uma unidade geradora, poderia ser atingido o ponto de equilíbrio de diversas formas de variações de admissão nas diferentes turbinas, e, assim, a repartição de carga entre as diferentes máquinas ficaria indeterminada. Ter-se-iam também problemas mais sérios de estabilidade neste sistema de controle. Deste modo, faz-se necessário um sistema de controle que possa garantir uma repartição adequada de carga entre as unidades geradoras sem ultrapassar suas capacidades nominais.

2.2.2.2. Regulador com Queda de Velocidade

Para que exista uma divisão estável de carga entre duas ou mais unidades geradoras operando em paralelo, os reguladores devem apresentar uma característica de queda de velocidade.

Diferentemente do regulador isócrono, o regulador com queda de velocidade permite distribuir as variações de carga entre várias unidades geradoras de forma adequada, mas traz um problema adicional, que é o afastamento da frequência

original. Para corrigir isto se faz necessária a utilização de um segundo estágio de regulação, no sentido de fazer retornar a frequência ao seu valor nominal, chamado de “Regulação Secundária”.

Cabe ressaltar que a frequência no novo ponto após a atuação da regulação primária é mais alta ou mais baixa que aquela após a atuação de regulação própria do sistema.

2.2.2.3. Característica Estática do Regulador

A característica estática do regulador é retratada por cada estado de equilíbrio atingido após cada variação de frequência. É aplicado um degrau de variação de frequência ao regulador e verifica-se a potência adicional gerada em regime permanente:

$$\Delta P_{G,r.p.} = -\frac{1}{R} \Delta f_{r.p.} \quad (2.2)$$

onde,

r.p. indica regime permanente;

$1/R$ é a energia de regulação da máquina [MW/Hz];

R é a constante regulação.

Considere-se um ponto inicial de equilíbrio com frequência inicial f_0 e uma potência ativa P_{G_0} gerada pela máquina para atender a demanda. Após uma perturbação, como por exemplo, um aumento de carga, existirá um novo ponto de equilíbrio com frequência f e uma potência P_G . Isto pode ser descrito como:

$$P_G - P_{G_0} = -\frac{1}{R} (f - f_0) \quad (2.3)$$

$$P_G - P_{G_0} + \frac{1}{R} (f - f_0) = 0 \quad (2.4)$$

A equação (2.4) corresponde à equação da reta que passa pelo ponto (P_{G_0}, f_0) , e que é representada na Figura 2.2 onde a potência máxima da unidade corresponde a $P_{\text{máx}}$, com frequência $f_{\text{plena carga}}$.

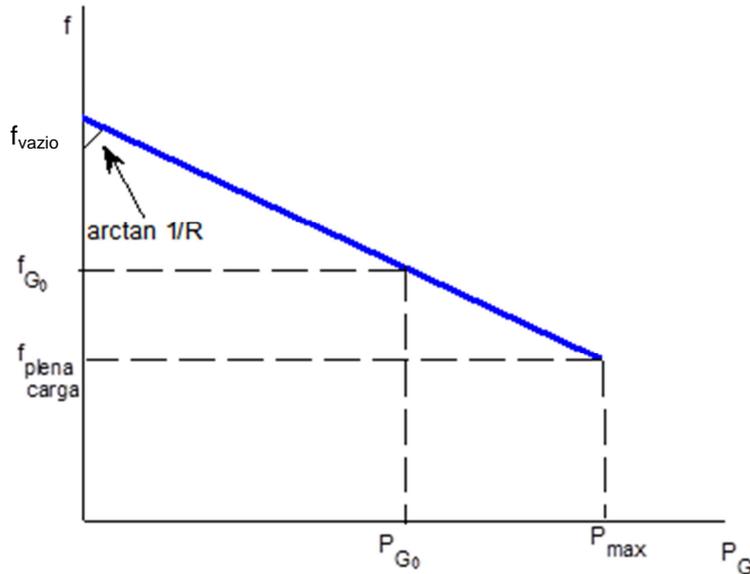


Figura 2.2 Característica Estática do Regulador

Ao se trabalhar no sistema em p.u. R é igual ao estatismo s (*speed drop*), que é a variação da velocidade (frequência) ao passar de vazio a plena carga, expresso em p.u. da frequência nominal.

$$s = -\frac{f_v - f_{pc}}{f_n} \tag{2.5}$$

O valor de R depende do regulador, e, portanto, pode ser ajustado. Quanto maior a energia de regulação $1/R$, melhor, uma vez que a queda da frequência no novo ponto de equilíbrio será menor. Observa-se na Figura 2.3 para diferentes valores de R , sendo $R_2 < R_1$, que a nova frequência f_2 é maior que f_1 , isto é, a variação de frequência Δf_1 é maior que Δf_2 .

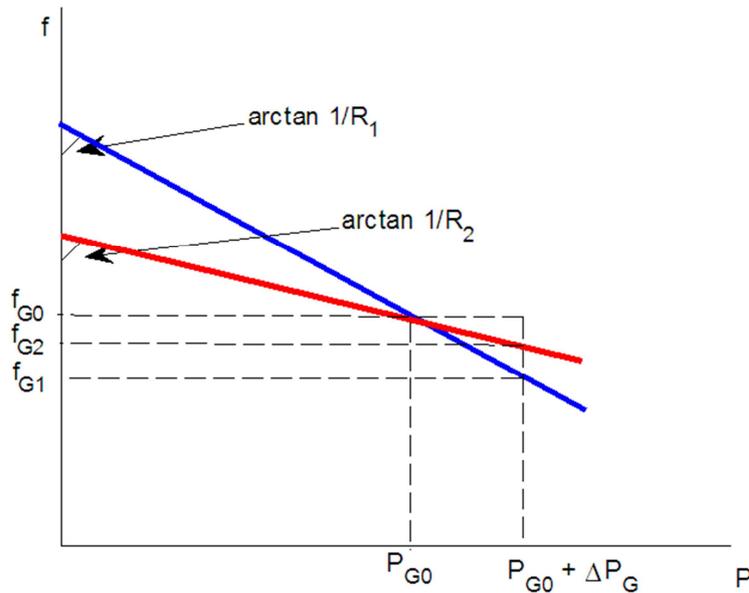


Figura 2.3 Comparação entre Constantes de Regulação

2.2.3. Área de Controle

Área de controle é uma região do sistema de potência na qual as unidades geradoras respondem às variações de carga contidas nessa parte do sistema.

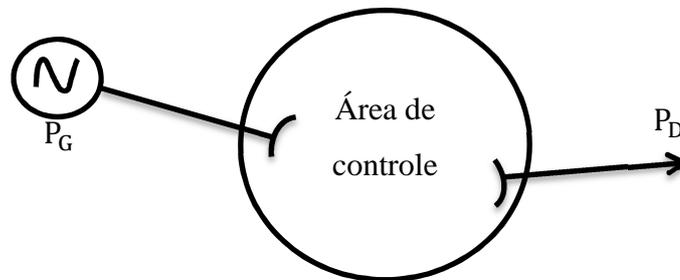


Figura 2.4 Sistema de Potência Representado como uma Área de Controle

Observa-se na Figura 2.4 a representação de uma área de controle, onde P_G é o equivalente de todas as barras de geração contidas nessa área e P_D é o equivalente de todas as cargas contidas nela.

A partição do sistema em áreas de controle visa simplificar a operação do mesmo, reduzindo a dimensão de cada área a ser operada/controlada e, ao se fazer esta subdivisão, deve existir um balanço em termos de carga-geração em cada área

sempre que possível, para evitar grandes desvios de frequência. Além disso, a geração equivalente de uma área de controle deverá, sempre que possível, ter uma capacidade de geração tal que possa suprir a energia demandada pelas cargas nessa área.

Cada área de controle pode importar e/ou exportar energia para uma ou mais áreas, podendo até importar de uma área e exportar para outra ao mesmo tempo, como também pode operar de forma isolada. No caso de áreas de controle interconectadas, as linhas de interligação deverão, sempre que possível, operar com folgas suficientes para garantir a manutenção da frequência entre as áreas. As áreas de controle interligadas também poderão auxiliar àquelas com menor capacidade de atuação à distúrbios e emergências, assim como otimizar a operação do sistema.

2.2.3.1. Caso de Mais de uma Área de Controle

Em um sistema interligado vão existir mais de uma área de controle, dependendo das características próprias de cada sistema e da sua capacidade de geração e da demanda a ser atendida.

Na Figura 2.5 pode-se observar a representação de duas áreas de controle, interligadas através de uma linha de transmissão. Supondo que a área de controle 1 tem disponibilidade de geração considerável, e que a área 2 tem um parque de geração de pequeno porte, esta vai precisar da área 1 para auxiliá-la em suas funções de controle, já que a potência está no sentido da área 1 à área 2.

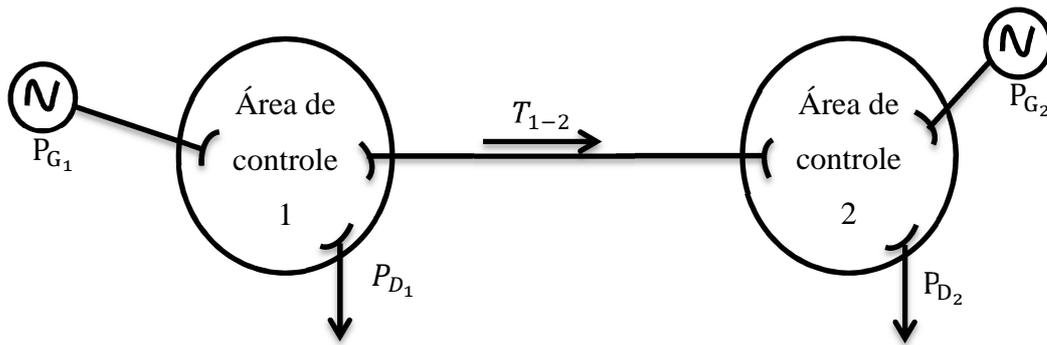


Figura 2.5 Representação de Duas Áreas de Controle

Ao dar-se um acréscimo instantâneo na carga ΔP_{D_1} , se a área 1 não estivesse interligada, ocorreria um aumento da geração ΔP_{G_1} , e como ambas as variações não seriam imediatamente iguais, a falta de geração resultante seria absorvida pela área de controle através do decréscimo da energia cinética e, eventualmente, um decréscimo no consumo da carga.

No caso da figura anterior, ao ocorrer um incremento na carga em alguma das áreas interligadas haverá mais uma forma de absorção da falta de potência gerada com relação à carga através do aumento de geração na área que possua a maior característica natural, para assumir aquele acréscimo de geração mesmo que a variação de carga não tenha ocorrido em sua área de controle e, assim, a potência que flui de uma área para outra vai aumentar. A característica natural representada por β_i , é definida como o somatório da energia de regulação $1/R$ e o coeficiente de amortecimento da variação da carga com a frequência D_c . Como o termo $1/R$ geralmente predomina sobre o termo D_c , e este é proporcional à geração disponível, a área de controle que mais vai contribuir para a regulação primária do sistema é aquela que dispõe do maior parque de geradores.

2.2.3.2. Casos Especiais

Existem alguns casos especiais que são considerados como importantes, e são explicados com base na Figura 2.5, que representa duas áreas de controle interligadas, com características naturais β_1 e β_2 respectivamente.

2.2.3.2.1. Caso Normal

Na Figura 2.6 observam-se as curvas representativas do caso normal. Cada área de controle tem uma energia de regulação $1/R_1$ e $1/R_2$ respectivamente, e ocorre um incremento de carga ΔP_D .

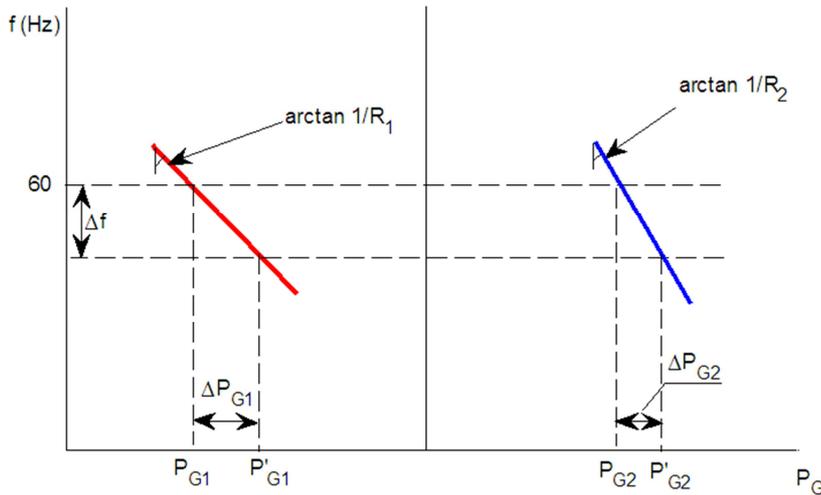


Figura 2.6 Caso Normal

Os acréscimos de geração correspondentes em cada área são ΔP_{G1} e ΔP_{G2} respectivamente. Conclui-se então que o aumento de geração é proporcional à energia de regulação:

$$\Delta P_{G_i} = -\frac{1}{R_i} \Delta f; \quad i = 1,2 \tag{2.6}$$

2.2.3.2.2. Caso 2: A Energia de Regulação de uma Área é Muito Grande

Na Figura 2.7 observa-se que a curva da área 2 está muito mais inclinada do que aquela da área 1 porque sua energia de regulação ($1/R_2$) é muito maior do que a energia de regulação da área 1 ($1/R_1$).

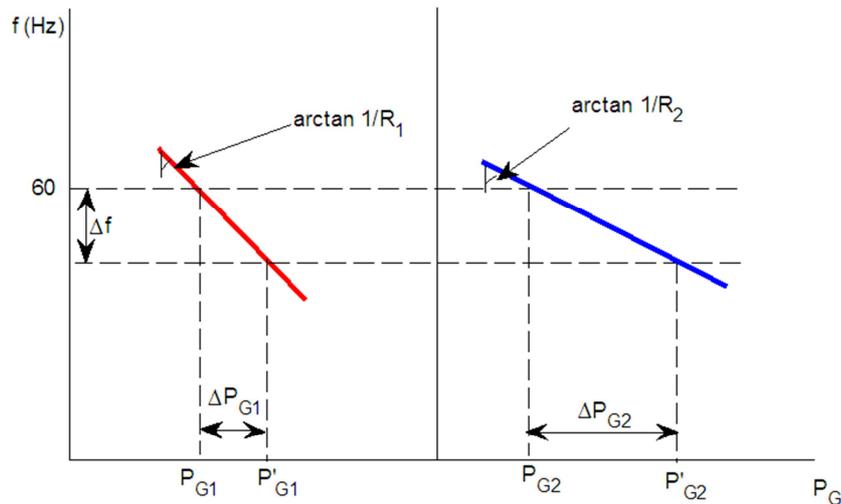


Figura 2.7 Caso de Energia de Regulação Muito Grande

Portanto, a variação de potência gerada em cada área, consequência de um aumento de carga, é muito maior na área 2 do que na área 1 ($\Delta P_{G2} \gg \Delta P_{G1}$). Considera-se que ΔP_{G1} é desprezível, o que quer dizer que a área 2 assumirá toda a variação de carga.

2.2.3.2.3.

Caso 3: Uma Área está Gerando na sua Capacidade Máxima

Na Figura 2.8 observa-se que a área 2 está gerando no máximo da sua capacidade ($P_{G2} = P_{G2max}$) e, assim, não tem mais capacidade de regulação “para cima”, isto é, não pode contribuir para aumentar a frequência incrementando sua geração; só tem capacidade de regulação “para baixo”, ou seja, capacidade de diminuir sua geração no caso de uma diminuição na carga do sistema.

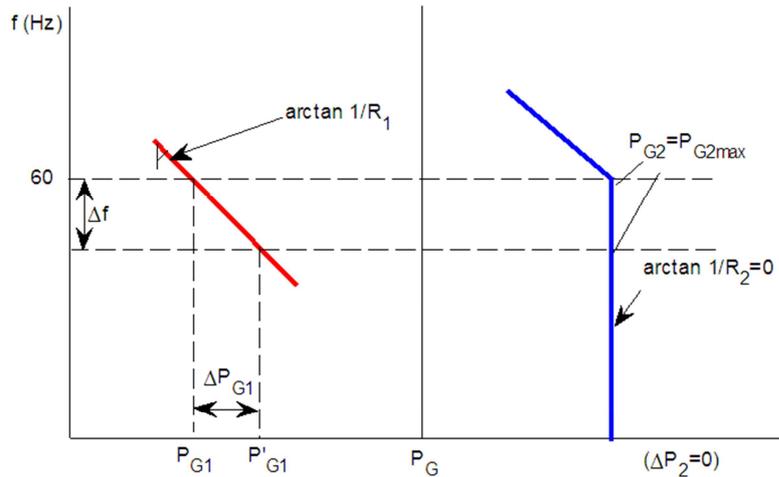


Figura 2.8 Caso de uma Área de Controle Gerando na sua Capacidade Máxima

2.2.4. Regulação Secundária

Foi visto que a regulação primária é o controle de frequência que atua visando levar o sistema a um estado de equilíbrio mais favorável após um evento de desbalanço carga-geração, mas isto ocorre a uma frequência diferente da nominal. Se nenhuma providencia adicional fosse tomada, poderiam ocorrer variações de frequência inaceitáveis no sistema, devido a impactos sucessivos de carga. Diversos tipos de restrições à operação com subfrequência podem ser apontados:

- Aumento na fadiga das unidades geradoras e consequente perda da vida útil;
- Cargas controladas por processos síncronos, ou processos dependentes de relógios síncronos;
- A carga reativa do sistema tende a aumentar. Com frequências reduzidas, os capacitores conectados ao sistema tendem a fornecer menos potência reativa. A reatância dos reatores se reduz e, portanto a solicitação de corrente reativa aumenta neste tipo de equipamento.

Deve-se, portanto, utilizar um controle suplementar que, após responder normalmente às variações de demanda, consiga fazer a frequência retornar ao seu valor original. Este controle é chamado de Regulação Secundária.

Na Figura 2.9 mostra-se o caso de uma unidade geradora, com regulador de velocidade com estatismo e controle secundário, alimentando uma carga. O sistema está operando no ponto 1, estado de equilíbrio inicial. Após um aumento de carga $+\Delta P_D$ a unidade geradora passa a fornecer uma potência maior $P_{G1}=P_D+\Delta P_D$, porém a uma frequência mais baixa f_1 . Assim, após a atuação da regulação primária o sistema está operando no ponto 2. O controle secundário atua até a frequência voltar ao seu valor original f_0 , no ponto de operação 3. Vê-se que a ação de controle suplementar pode ser definida como o deslocamento da característica estática do regulador paralelamente.

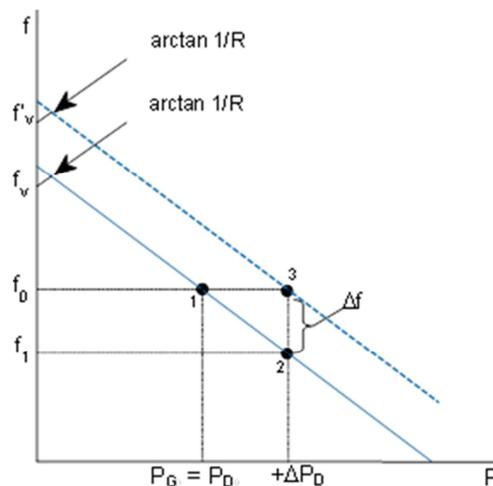


Figura 2.9 Característica $f \times P$ com Regulação Secundária

2.3. Estabilidade de Tensão [13] [14]

O problema de estabilidade de tensão ocorre quando as linhas de transmissão em um sistema elétrico de potência operam em um nível de carregamento elevado, tornando necessária a instalação de uma compensação de potência reativa [9].

2.3.1. Caracterização do Fenômeno de Estabilidade de Tensão

Para a compreensão do fenômeno da estabilidade de tensão, é estudado o comportamento estático de um sistema elétrico com duas barras, composto de um gerador com capacidade infinita de geração, uma carga modelada por potência constante e uma linha de transmissão sem limite térmico.

Utiliza-se o circuito de duas barras mostrado na Figura 2.10, para dedução das equações da potência ativa e reativa "saindo" da barra terminal.

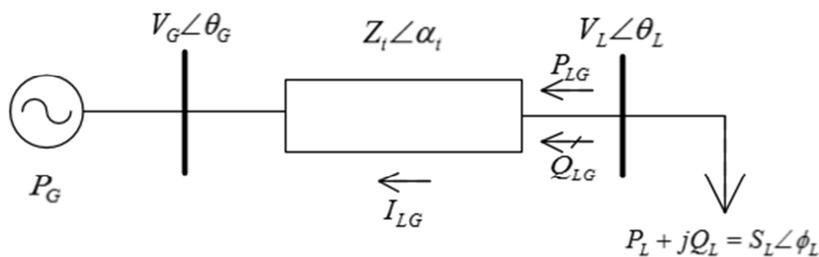


Figura 2.10 Sistema Série de Duas Barras

onde:

α_t é o ângulo da impedância da linha de transmissão;

Z_t é a impedância da linha de transmissão;

ϕ_L é o ângulo de fator de potência na carga;

θ_G é o ângulo da tensão na barra de geração;

θ_L é o ângulo da tensão na barra de carga.

$$S_{LG}^* = P_{LG} - jQ_{LG} = V_{LG}^* \cdot I_{LG} \tag{2.7}$$

$$I_{LG} = \frac{V_L \angle \theta_L - V_G \angle \theta_G}{Z_t \angle \alpha_t} \tag{2.8}$$

$$V_L^* = V_L \angle -\theta_L \tag{2.9}$$

Substituindo-se (2.8) e (2.9) em (2.7):

$$S_{LG}^* = \frac{V_L^2 \cdot \cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_L \cdot V_G \cdot \cos(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t} - j \cdot \left[\frac{V_L^2 \cdot \sin(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_L \cdot V_G \cdot \sin(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t} \right] \quad (2.10)$$

Separando-se (2.10) em parte real e imaginária:

$$P_{LG} = -P_L = \frac{V_L^2}{Z_t} \cdot \cos \alpha_t - \frac{V_L \cdot V_G \cdot \cos(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.11)$$

$$Q_{LG} = -Q_L = \frac{V_L^2}{Z_t} \cdot \sin \alpha_t - \frac{V_L \cdot V_G \cdot \sin(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.12)$$

Variando-se θ_{LG} em (2.11), pode-se calcular V_L e, portanto, traçar-se a curva para P_{LG} constante no plano θV .

Variando-se θ_{LG} em (2.12) pode-se calcular V_L e, portanto, traçar-se a curva para Q_{LG} constante no plano θV .

A tangente do ângulo do fator de potência na carga é:

$$\tan \phi_L = \frac{Q_{LG}}{P_{LG}} = \frac{\frac{V_L^2}{Z_t} \cdot \sin(\alpha_t) - \frac{V_L \cdot V_G \cdot \sin(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t}}{\frac{V_L^2}{Z_t} \cdot \cos(\alpha_t) - \frac{V_L \cdot V_G \cdot \cos(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t}} \quad (2.13)$$

A equação (2.13) relaciona o módulo e o ângulo da tensão na barra de carga num sistema série de duas barras e o ângulo do fator de potência na carga. Para ϕ constante, variando-se θ_{LG} em (2.13), pode-se calcular V_L e, portanto, traçar-se a curva para ϕ constante no plano θV .

2.3.2. Curvas P, Q e ϕ Constantes

No circuito simples da Figura 2.10 em análise, as equações estáticas de fluxo de carga coincidem com as equações de fluxo de potência ativa e reativa chegando na barra de carga, igualadas com a potência consumida na carga. Conseqüentemente, a variação dos valores de carga está diretamente relacionada à variação do fluxo de potência na linha de transmissão. Deve-se notar que não houve preocupação quanto aos valores quantitativos das diversas grandezas envolvidas nos gráficos das figuras a seguir. A opção escolhida foi manter a análise qualitativa, tomando-se valores numéricos quaisquer, independente de sua possibilidade física para o problema. A propósito, somente são considerados para análise, casos em que a carga ativa seja maior ou igual a zero, ou seja, não se estuda a possibilidade de ser, na verdade, um gerador.

As equações (2.11), (2.12) e (2.13) podem ser reescritas como:

$$V_L^2 \cdot \left[\frac{\cos(\alpha_t)}{Z_t} \right] - V_L \cdot \left[\frac{V_G \cdot \cos(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t} \right] + P_L = 0 \quad (2.14)$$

$$V_L^2 \cdot \left[\frac{\text{sen}(\alpha_t)}{Z_t} \right] - V_L \cdot \left[\frac{V_G \cdot \text{sen}(\theta_{LG} + \alpha_t)}{Z_t} \right] + Q_L = 0 \quad (2.15)$$

$$V_L = \frac{V_G \cdot [\text{sen}(\theta_{LG} + \alpha_t) - \tan\phi \cdot \cos(\theta_{LG} + \alpha_t)]}{\text{sen}(\alpha_t) - \tan\phi \cdot \cos(\alpha_t)} \quad (2.16)$$

Utilizando-se (2.14) obtém-se o gráfico para a potência ativa na Figura 2.11, o qual foi desenvolvido com os seguintes valores:

$$V_G = 1,0 \text{ p.u.}$$

$$\theta_G = 0^\circ$$

$$Z_t = 0,2 \text{ p.u.}$$

$$\alpha_t = 70^\circ$$

$$-\infty < P_G < +\infty$$

$$-\infty < Q_G < +\infty$$

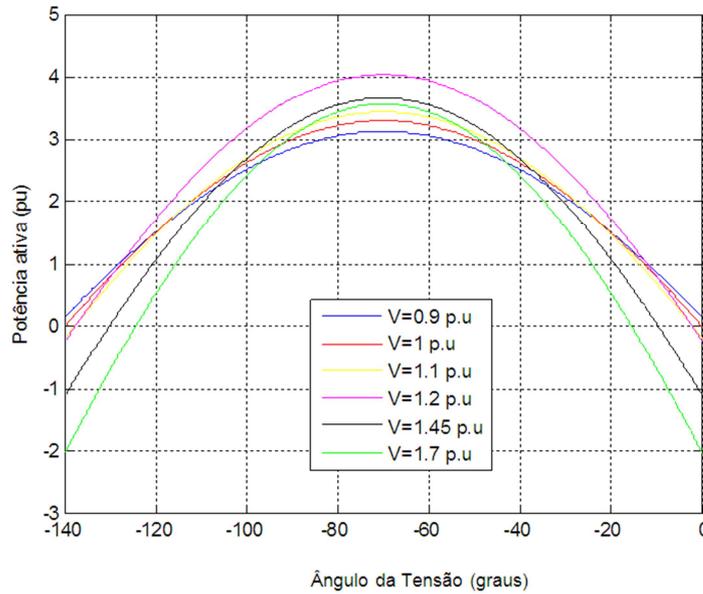


Figura 2.11 Curvas V_L Constante no Plano θP

Pode-se constatar que há uma máxima carga “*maximum maximorum*” P_L ($P_L^{\text{máx,máx}}$) que pode ser alimentada pela rede. Este resultado é válido mesmo com capacidade ilimitada de compensação de potência reativa na barra de carga.

Além disso, constata-se que o máximo ocorre quando o ângulo da tensão na carga é igual ao negativo do ângulo da impedância da linha de transmissão $\theta_L = -\alpha_t$. Pode-se verificar analiticamente este resultado pela simples análise da primeira derivada $\partial P_L / \partial \theta_L = 0$ e segunda derivada $\partial^2 P_L / \partial \theta_L^2 < 0$ no ponto de máximo. O valor de V_L no qual P_L é a carga “*maximum maximorum*” é calculado pelas derivadas $\partial P_L / \partial V_L = 0$ e $\partial^2 P_L / \partial V_L^2 < 0$ fazendo-se $\theta_L = -\alpha_t$.

Na Figura 2.12 são apresentadas curvas com diferentes valores de P_L constantes no plano θV . É possível observar mais claramente o conceito de potência máxima transferida na carga. Na medida em que os valores de P_L vão aumentando (começando desde $P_L = 0$), o lugar geométrico para θ_L e V_L nos isocontornos deste vai diminuindo até chegar a um único ponto (o $P_L^{\text{máx,máx}}$). Para valores de carga maiores do que este não há solução para V_L real positivo para qualquer valor de θ_L , o que quer dizer que para esse sistema não é possível alimentar uma carga ativa maior do que esta.

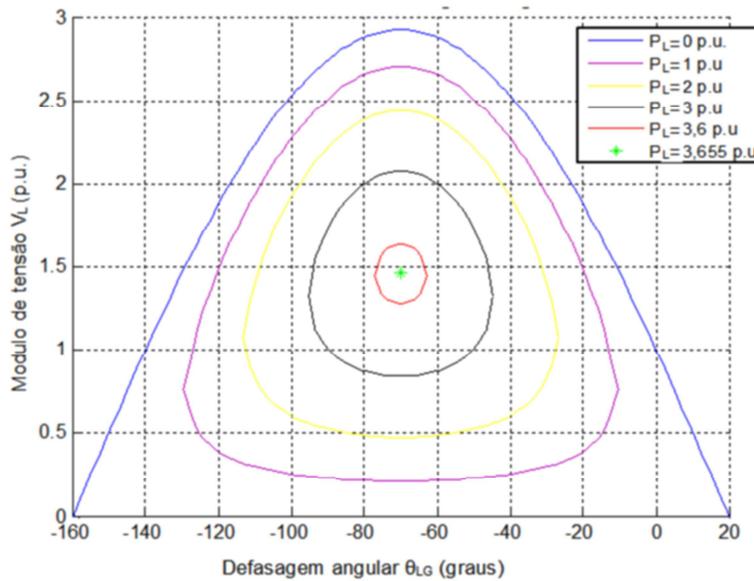


Figura 2.12 Curvas P Constante no Plano θV

Nas Figuras 2.11 e 2.12 observa-se que as curvas de tensão constante e potência ativa constante têm uma simetria quando $\theta_L = -\alpha_t$. Ou seja, os pontos de operação formados por cada par (θ_L, V_L) para esse valor angular, formam a reta que corresponde com o Limite de Estabilidade Angular (LEA).

Na Figura 2.13 foram traçadas diferentes curvas de Q_L constante no plano θV , variando os valores de θ_L . Observa-se que as curvas de Q_L vão diminuindo à medida que Q_L aumenta (a partir de Q_L capacitivo) até que se reduz a um único ponto, o qual corresponde a um Q_L indutivo máximo. Para carga reativa maior do que essa, não há solução de tensão para V_L real.

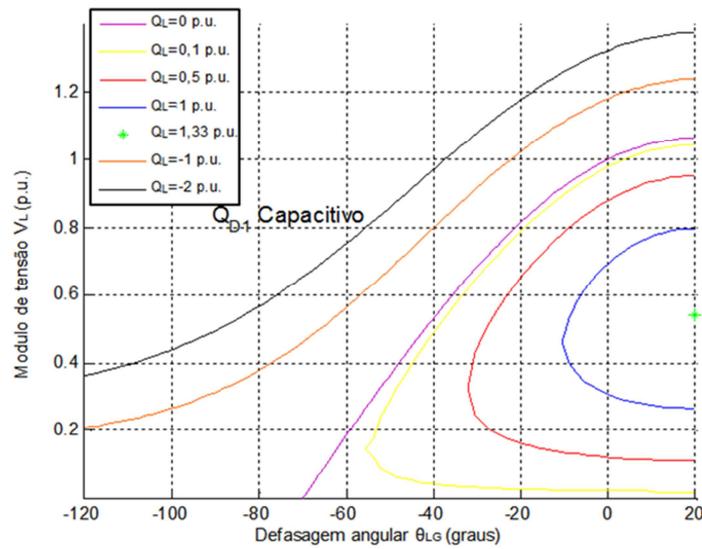


Figura 2.13 Curvas Q_{D1} Constante no Plano θV

Foram traçadas curvas de P_L e Q_L para um fator de potência constante em um mesmo plano, e observa-se na Figura 2.14 o seguinte:

- Quando se tem uma carga ativa e reativa menor do que a máxima as curvas P_L e Q_L cortam em dois pontos, indicando que para uma única carga existem duas soluções de tensão;
- Quando se tem uma carga ativa e reativa maior do que a máxima as curvas não se cortam, indicando que não há solução de tensão;
- E, quando se tem a carga máxima, as curvas se tocam em um só ponto, indicando que existe uma única solução de tensão.

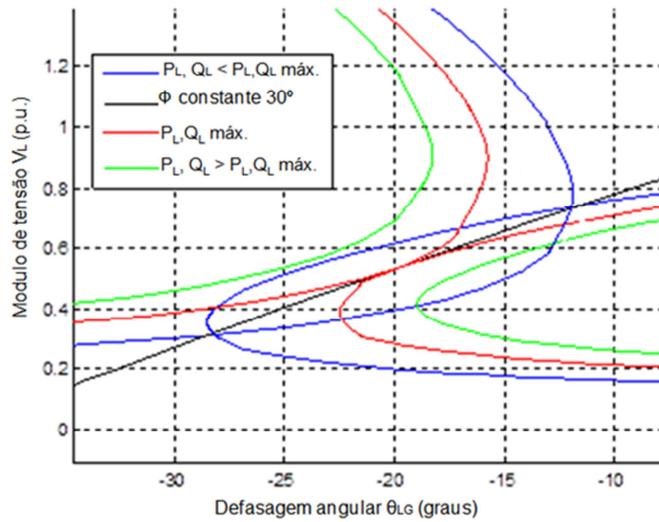


Figura 2.14 Curvas P_L , Q_L e ϕ Constante com Carregamento Menor, Maior e Igual ao Máximo

2.3.3. O Limite de Estabilidade de Tensão

A máxima potência que pode ser transmitida para uma carga (para cada fator de potência) está estreitamente ligada ao valor de sua impedância. Este ponto de máximo satisfaz a condição de que a impedância da carga é igual à impedância da linha de transmissão em módulo, como será visto.

Utiliza-se o circuito mostrado na Figura 2.15.

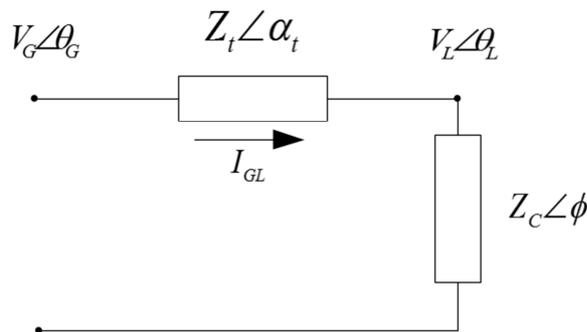


Figura 2.15 Circuito com as Impedâncias de Transmissão e de Carga

A potência ativa que "sai" da barra de carga e que é igual ao negativo da potência consumida na carga é dada em (2.17) e a corrente que flui no circuito é dada em (2.18) e (2.19).

$$P_{LG} = -P_L = -I_{GL}^2 \cdot Z_c \cdot \cos(\phi_L) \quad (2.17)$$

$$I_{GL} = \frac{V_G}{Z_t \angle \alpha_t + Z_c \angle \phi_L} \quad (2.18)$$

$$I_{GL} = \frac{V_G}{\sqrt{(Z_t \cdot \cos \alpha_t + Z_c \cdot \cos \phi_L)^2 + (Z_t \cdot \sin \alpha_t + Z_c \cdot \sin \phi_L)^2}} \quad (2.19)$$

Substituindo (2.19) em (2.17):

$$P_{LG} = -\frac{V_G^2 \cdot Z_c \cdot \cos(\phi_L)}{Z_t^2 \cdot \cos^2 \alpha_t + 2 \cdot Z_t \cdot Z_c \cos \alpha_t \cdot \cos \phi + Z_c^2 \cdot \cos^2 \phi_L + b} \quad (2.20)$$

onde,

$$b = Z_t^2 \cdot \sin^2 \alpha_t + 2 \cdot Z_t \cdot Z_c \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + Z_c^2 \cdot \sin^2 \phi_L + b \quad (2.21)$$

Reescrevendo,

$$P_{LG} = -P_L = -\frac{V_G^2 \cdot Z_c \cdot \cos(\phi_L)}{Z_t^2 + Z_c^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_c \cdot \cos(\phi_L - \alpha_t)} \quad (2.22)$$

De (2.22), calcula-se o valor de Z_c que maximiza a potência ativa que chega na barra de carga através da primeira derivada de P_L :

$$\frac{\partial P_L}{\partial Z_c} = \frac{V_G^2 \cdot (Z_t^2 - Z_c^2) \cdot \cos(\phi_L)}{[Z_t^2 + Z_c^2 + 2 \cdot Z_t \cdot Z_c \cdot \cos(\phi_L - \alpha_t)]^2} \quad (2.23)$$

A equação (2.23) adquire valor igual a zero quando $Z_t^2 - Z_c^2 = 0$, ou seja, quando $Z_t = Z_c$.

Calcula-se a segunda deriva de P_L em relação à Z_c para conferir se é efetivamente um ponto de máximo:

$$\left. \frac{\partial^2 P_L}{\partial Z_c^2} \right|_{Z_c=Z_t} = \frac{-\dot{V}_0^2 \cdot \cos(\phi_L)}{4Z_t^3 (\cos(\alpha_t - \phi) + 1)^2} < 0 \quad (2.24)$$

Então, conclui-se que P_L é máximo quando:

$$Z_t = Z_c \quad (2.25)$$

Substituindo-se (2.25) em (2.22) e chamando de P_L^C à máxima carga que pode ser alimentada no ponto de operação, tem-se:

$$P_L^C = \frac{V_G^2 \cdot \cos(\phi_L)}{2 \cdot Z_c^2 \cdot [1 + \cos(\phi_L - \alpha_t)]} \quad (2.26)$$

que é reduzido a:

$$P_L^C = \frac{V_G^2 \cdot \cos(\phi_L)}{4 \cdot Z_c \cdot \cos^2\left(\frac{\phi_L - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.27)$$

Para P_L^C e uma dada impedância de carga Z_c com fator de potência ϕ_L :

$$V_L = Z_c \cdot I_{GL} \rightarrow V_L = \frac{V_G \cdot Z_c}{\sqrt{2 \cdot Z_t^2 \cdot (1 + \cos(\phi_L - \alpha_t))}} \quad (2.28)$$

Usando-se (2.25):

$$V_L = \frac{V_G}{\sqrt{4 \cdot \cos^2\left(\frac{\phi_L - \alpha_t}{2}\right)}} \quad (2.29)$$

Chamando de V_L^C o módulo da tensão na barra terminal no ponto de operação correspondente à máxima carga que pode ser alimentada:

$$V_L^C = \frac{V_G}{2 \cdot \cos\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.30)$$

Por outro lado, $\dot{V}_L = \dot{Z}_c \cdot \dot{I}_{GL}$, logo:

$$V_L \angle \theta_L = Z_c \angle \phi_L \frac{\dot{V}_G}{Z_t \angle \alpha_t + Z_c \angle \phi_L} \quad (2.31)$$

Considerando só a parte real e usando (2.25):

$$\begin{aligned} & V_L \cos \theta_L \\ = & \frac{V_G \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi_L + \cos^2 \phi_L + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + \sin^2 \phi_L)}{d} \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde,

$$d = [\cos^2 \alpha_t + 2 \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \phi_L + \cos^2 \phi_L + \sin^2 \alpha_t + 2 \cdot \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + \sin^2 \phi_L] \quad (2.33)$$

Operando (2.32) e (2.33):

$$\begin{aligned} V_L \cos \theta_L &= \frac{V_G \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi_L + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + 1)}{2 \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \phi_L + 2 \cdot \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + 2} \\ &= \frac{V_G \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi_L + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + 1)}{2 \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi_L + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi_L + 1)} \end{aligned} \quad (2.34)$$

que é reduzido a:

$$V_L = \frac{V_G}{2 \cdot \cos \theta_L} \quad (2.35)$$

Igualando-se (2.30) e (2.35) obtém-se:

$$\frac{V_G}{2 \cdot \cos \theta_L} = \frac{V_G}{2 \cdot \cos\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.36)$$

Chamando de θ_L^C o ângulo da tensão na barra terminal no ponto de operação correspondente à máxima carga que pode ser alimentada:

$$\theta_L^C = \frac{\phi - \alpha_t}{2} \tag{2.37}$$

O LET (Limite de Estabilidade de Tensão) é o lugar geométrico das tensões em módulo e ângulo (V_L^C, θ_L^C), onde o módulo da impedância equivalente da carga é igual ao módulo da impedância da linha de transmissão série. O LET representa os pontos da máxima transmissão de potência à carga, uma para cada fator de potência (o que depende da parte reativa e/ou eventual compensação reativa da carga). Foram traçadas as curvas de diferentes ϕ constantes no plano θV , com fatores de potência indutivos, unitário e capacitivos, que podem ser vistas na Figura 2.16, onde são assinalados os respectivos pontos de máximo carregamento que, ao serem unidos, indicam o LET.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1222003/CA

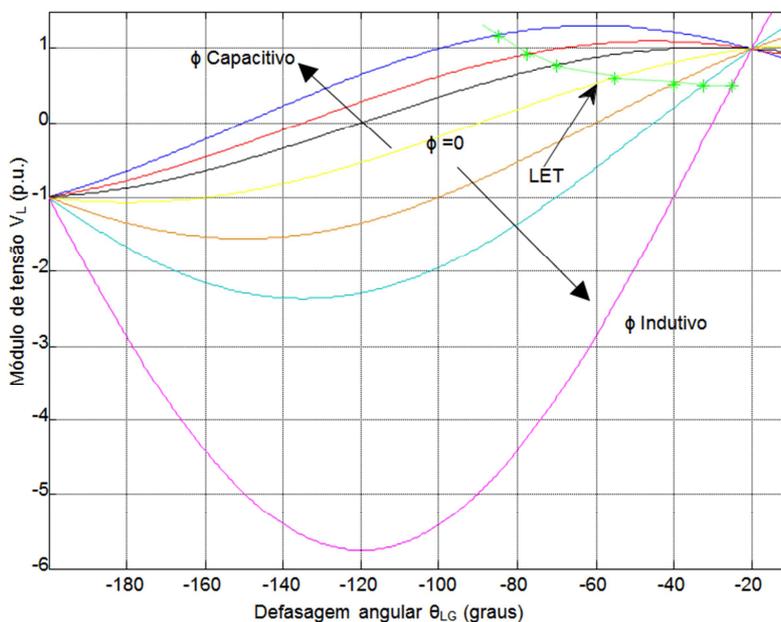


Figura 2.16 Curvas ϕ Constante e o Limite de Estabilidade de Tensão no Plano θV

2.4. Sumário

Neste capítulo foi apresentada uma revisão dos principais conceitos de regulação de frequência e de área de controle.

Também a título de revisão, foi definido analítica, numérica e graficamente o limite de estabilidade de tensão na barra de carga, que trata do máximo fluxo de potência ativa e reativa que poder chegar à barra de carga para diferentes fatores de potência na carga.