

Referências Bibliográficas

- Özge Akinci. A note on the estimation of atemporal elasticity of substitution between tradable and nontradable goods. *Disponível em* <http://www.columbia.edu/oa2140/ElasticityofSubstitution_TRvsNT_Rrevised.pdf>, 2011.
- M. Amiti, O. Itskhoki and J. Konings. Importers, exporters, and exchange rate disconnect. *FRBNY Staff Reports*, 586, 2012.
- M. Bussière. Exchange rate pass-through to trade prices: The role of non-linearities and asymmetries. *Working Paper Series European Central Bank*, 822, 2007.
- M. Bills and P. Klenow. Some evidence on the importance of sticky prices. *Journal of Political Economy*, 112:947–985, 2004.
- M. Bussière and T. Peltonen. Exchange rate pass-through in the global economy. *Working Paper Series European Central Bank*, 951, 2008.
- P. Bacchetta and E. van Wincoop. A theory of the currency denomination of international trade. *Journal of International Economics*, 67:295–319, 2002.
- N. Coeurdacier. Do trade costs in goods market lead to home bias in equities? *Journal of International Economics*, 77:86–100, 2009.
- G. A. Calvo. Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12:383–398, 1983.
- G. Corsetti, L. Dedola and S. Leduc. International risk-sharing and the transmission of productivity shocks. *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper Series*, 03-19, 2003.
- G. Corsetti, L. Dedola and S. Leduc. High exchange-rate volatility and low pass-through. *Journal of Monetary Economics*, 55:1113 – 1128, 2008.
- J. M. Campa and L. Goldberg. Exchange rate pass-through into import prices: A macro or micro phenomenon? Technical Report 149, Federal Reserve Bank of New York, 2002.

- P. Cashin and J. McDermott. Intertemporal substitution and terms-of-trade shocks. *Review of International Economics*, 11:604–618, 2003.
- E. Dvir. Globalization, optimal auctions and exchange rate pass-through. Disponível em <http://cep.lse.ac.uk/seminarpapers/29-01-08-DVI.pdf>, 2007.
- M. B. Devereux and C. Engel. Endogenous currency of price setting in a dynamic open economy model. *NBER Working Paper Series*, 8559, 2001.
- M. B. Devereux, C. Engel and P. E. Storgaard. Endogenous exchange rate pass-through when nominal prices are set in advance. *NBER Working Paper Series*, 9543, 2003.
- C. Engel. Equivalence results for optimal pass-through, optimal indexing to exchange rates, and optimal choice of currency for export pricing. *Journal of the European Economic Association*, 4:1249–1260, 2006.
- R. C. Feenstra. Symmetric pass-through of tariffs and exchange rates under imperfect competition: An empirical test. *NBER Working Paper Series*, 2453, 1987.
- R. C. Feenstra. New product varieties and the measurement of international prices. *The American Economic Review*, 84:157–177, 1994.
- K. A. Froot and P. D. Klemperer. Exchange rate pass-through when market share matters. *The American Economic Review*, 79:637–654, 1989.
- R. C. Feenstra, M. Obstfeld and K. N. Russ. In search of the armington elasticity. Disponível em http://old.econ.ucdavis.edu/faculty/knruss/FOR6_1-2012.pdf, 2012.
- Federal Reserve Bank of St. Louis. Fred, federal reserve economic data. 2012.
- J. E. Gagnon and J. Ihrig. Monetary policy and exchange rate pass-through. *International Finance Discussion Papers*, 704, 2001.
- G. Gopinath, O. Itskhoki and R. Rigobon. Currency choice and exchange rate pass-through. *American Economic Review*, 100:304–336, 2010.
- P. K. Goldberg and M. M. Knetter. Goods prices and exchange rates: What have we learned? *Journal of Economic Literature*, 35:1243–1272, 1997.

- A. Ghosh and R. S. Rajan. **A selective survey of exchange rate pass-through in asia: What does the literature tell us?** 2007.
- H. S. Houthakker and S. P. Magee. **Income and price elasticities in world trade.** *The Review of Economics and Statistics*, 51:111–125, 1969.
- R. J. Hodrick and E. C. Prescott. **Postwar u.s. business cycles: An empirical investigation.** *Journal of Money, Credit and Banking*, 29:1–16, 1997.
- J. Imbs and I. Mejean. **Elasticity optimism.** *Centre for Economic Policy Research Discussion Papers*, 7177, 2009.
- M. E. Kreinin. **Price elasticities in international trade.** *The Review of Economics and Statistics*, 49:510–516, 1967.
- F. E. Kydland and E. C. Prescott. **Time to build and aggregate fluctuations.** *Econometrica*, 50:1345–1370, 1982.
- T. Lubik and F. Schorfheide. **A Bayesian Look at the New Open Economy Macroeconomics**, volume 20 of *NBER Macroeconomics Annual 2005*, chapter 5. National Bureau of Economic Research, Inc, 2006.
- E. G. Mendoza. **The effects of macroeconomic shocks in a basic equilibrium framework.** *Staff Papers - International Monetary Fund*, 39:855–889, 1992.
- C. A. McDaniel and E. J. Balistreri. **A review of armington trade substitution elasticities.** *Disponível em <https://www.gtap.agecon.purdue.edu/resources/download/1228.pdf>*, 2002.
- P. Mishra and A. Spilimbergo. **Exchange rates and wages in an integrated world.** *IMF Working Paper Series*, 44, 2009.
- M. Obstfeld and K. Rogoff. **New directions for stochastic open economy models.** *Journal of International Economics*, 50:117–153, 2000.
- M. Obstfeld and K. Rogoff. **The Six Major Puzzles in International Macroeconomics: Is There a Common Cause?**, volume 15 of *NBER Macroeconomics Annual 2000*, chapter 6. National Bureau of Economic Research, Inc, 2001.
- J. D. Ostry and C. M. Reinhart. **Private saving and terms of trade shocks: Evidence from developing countries.** *Staff Papers - International Monetary Fund*, 39:495–517, 1992.

- A. Otani, S. Shiratsuka and T. Shirota. **Revisiting the decline in the exchange rate pass-through: Further evidence from japan's import prices.** *IMES Discussion Paper Series*, 2005-E-6, 2005.
- E. C. Prescott. **Theory ahead of business cycle measurement.** *Federal Reserve Bank of Minneapolis Staff Report*, 102, 1986.
- A. Heston, R. Summers and B. Allen. **Penn world table version 7.1.** *Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania*, 7.1, 2012.
- I. F. Razafimahefa. **Exchange rate pass-through in sub-saharan african economies and its determinants.** *IMF Working Paper*, 141, 2012.
- F. Reichling and C. Whalen. **Review of estimates of the frisch elasticity of labor supply.** *Congressional Budget Office Working Paper Series*, 13, 2012.
- A. J. Sutherland. **Incomplete pass-through and the welfare effects of exchange rate variability.** *Journal of International Economics*, 65:375–399, 2005.
- A. C. Stockman and L. L. Tesar. **Tastes and technology in a two-country model of the business cycle: Explaining international comovements.** *The American Economic Review*, 85:168–185, 1995.
- S. Schmitt-Grohé and M. Uribe. *Optimal Fiscal and Monetary Policy in a Medium-Scale Macroeconomic Model*, volume 20 of *NBER Macroeconomics Annual 2005*, chapter 6. National Bureau of Economic Research, Inc, 2006.
- J. B. Taylor. **Low inflation, pass-through and the pricing power of firms.** *European Economic Review*, 44:1389–1408, 2000.
- J. Tobin and W. Dolde. *Wealth, Liquidity and Consumption*, volume 5 of *Consumer spending and monetary policy: The linkages*. Federal Reserve Bank of Boston, 1971.
- R. J. Vigfusson, N. Sheets and J. Gagnon. **Exchange rate pass-through to export prices: Assessing some cross-country evidence.** *International Finance Discussion Papers*, 902, 2007.
- World Bank. **World development indicators 2012.** <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/6014>, 2012.
- United States Census Bureau. **Census, foreign trade data.** 2012.

C. Sims. Solving linear rational expectations models. *Computational Economics*, 20:1–20, 2002.

A

Solução do Modelo

A.1

Problema do Consumidor

A condição de primeira ordem (CPO) do problema 2-1 em relação à escolha de ativos da economia doméstica é A-1 e em relação ao trabalho é A-2.

$$\frac{\beta \pi(s^t | s^{t-1})}{Q_t(s^{t+1} | s^t)} = \frac{C_{t+1}^\sigma P_{t+1}}{C_t^\sigma P_t} = \frac{C_{t+1}^\sigma \pi_{t+1}}{C_t^\sigma} \quad (\text{A-1})$$

$$W_t = L_t^\psi C_t^\sigma P_t \quad (\text{A-2})$$

Para o consumidor estrangeiro, cujo problema está enunciado em 2-2, as condições de primeira ordem são ligeiramente diferentes. Ao escolher o nível de ativos da economia estrangeira, o nível de trabalho e o nível de ativos da economia doméstica temos A-3 (ativos estrangeiros), A-4 (trabalho) e A-5 (ativos estrangeiros emitidos no país doméstico).

$$\frac{\beta^* \pi(s^t | s^{t-1})}{Q_t^*(s^{t+1} | s^t)} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma} P_{t+1}^*}{C_t^{*\gamma} P_t^*} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma} \pi_{t+1}^*}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-3})$$

$$W_t^* = L_t^{*\mu} C_t^{*\gamma} P_t^* \quad (\text{A-4})$$

$$\frac{S_t}{S_{t+1}} \frac{\beta^* \pi(s^t | s^{t-1})}{Q_t^*(s^{t+1} | s^t)} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma} P_{t+1}^*}{C_t^{*\gamma} P_t^*} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma} \pi_{t+1}^*}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-5})$$

Fazendo $\beta = \beta^*$ e unindo as equações A-1 e A-5, temos A-6.

$$\frac{S_t}{S_{t+1}} \frac{C_{t+1}^\sigma \pi_{t+1}}{C_t^\sigma} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma} \pi_{t+1}^*}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-6})$$

Definimos então a relação entre o câmbio real e o câmbio nominal, A-7, que nos permite concluir A-8.

$$S_t = \frac{q_t P_t}{P_t^*} \quad (\text{A-7})$$

$$\frac{S_t}{S_{t+1}} = \frac{q_t}{q_t + 1} \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{P_{t+1}^*}{P_t^*} = \frac{q_t}{q_t + 1} \frac{\pi_{t+1}^*}{\pi_{t+1}} \quad (\text{A-8})$$

Substituindo A-8 em A-6, temos A-9.

$$\frac{q_t}{q_t + 1} \frac{\pi_{t+1}^*}{\pi_{t+1}} \frac{C_{t+1}^\sigma \pi_{t+1}}{C_t^\sigma} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma} \pi_{t+1}^*}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-9})$$

Simplificando A-9, obtemos A-10.

$$\frac{q_t}{q_t + 1} \frac{C_{t+1}^\sigma}{C_t^\sigma} = \frac{C_{t+1}^{*\gamma}}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-10})$$

Resolvendo A-10 retroativamente, temos A-11.

$$q_t = q_0 \frac{C_0^{*\gamma}}{C_0^\sigma} \frac{C_t^\sigma}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-11})$$

Utilizando a normalização de A-12, chegamos a A-13.

$$q_0 \frac{C_0^{*\gamma}}{C_0^\sigma} = 1 \quad (\text{A-12})$$

$$q_t = \frac{C_t^\sigma}{C_t^{*\gamma}} \quad (\text{A-13})$$

Vale notar que o preço dos ativos está diretamente relacionado com a taxa de juros da economia, por A-14 e A-15.

$$Q_t(s^{t+1}|s^t) = \frac{1}{i_t} \quad (\text{A-14})$$

$$Q_t^*(s^{t+1}|s^t) = \frac{1}{i_t^*} \quad (\text{A-15})$$

Sendo assim, as equações A-1, A-2, A-3, A-4, A-13, A-14 e A-15 compõem o bloco referente ao problema do consumidor no modelo DSGE. Além dessas equações, fazem parte deste bloco os agregadores 2-13, 2-14, 2-15 e 2-16, transformados em variáveis estacionárias pela divisão por P_t . Tomando, por exemplo, a equação 2-13 e definindo $p_t^T = \frac{P_t^T}{P_t}$ e $p_t^N = \frac{P_t^N}{P_t}$, temos (dividindo ambos os lados da equação por P_t) a equação A-16.

$$1 = \left[p_t^{T^{1-\theta}} + p_t^{N^{1-\theta}} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (\text{A-16})$$

Procedendo de forma análoga podemos encontrar expressões para os preços relativos (estacionários) em 2-14, 2-15 e 2-16.

A.2

Problema da Firma

A firma i do mercado j escolhe um preço ótimo, dado por $P_t^{j,i}$, mas só consegue trocar de preço com probabilidade $1 - \delta_j$. Portanto, o índice de preços do setor, dado por P_t^j , pode ser escrito como A-17.

$$P_t^j = \delta_j P_{t-1}^j + (1 - \delta_j) P_t^{j,i} \quad (\text{A-17})$$

Transformando os termos da equação A-17 em termos estacionários (dividindo por P_t), ficamos com a equação A-18.

$$p_t^j = \delta_j \frac{p_{t-1}^j}{\pi_t} + (1 - \delta_j) p_t^{j,i} \quad (\text{A-18})$$

A equação A-18 vale para $i \in \{H, H^*, F, F^*, N, N^*\}$. Portanto, aqui temos mais 6 equações para a solução do DSGE. Resta determinar o processo

de escolha do preço ótimo das firmas em termos estacionários ($p_t^{H,i}$, $p_t^{*H,i}$, $p_t^{F,i}$, $p_t^{*F,i}$, $p_t^{N,i}$ e $p_t^{*N,i}$), a partir da solução dos problemas 2-17, 2-20, 2-23 e 2-24.

Como as funções de produção 2-25 e 2-26 têm retornos constantes de escala, os problemas de maximização 2-17 e 2-20, que são resolvidos para preços praticados no mercado doméstico e no mercado estrangeiro, são separáveis aditivamente nos seus argumentos (2-17 em $P_t^{H,i}$ e $P_t^{*H,i}$ e 2-20 em $P_t^{F,i}$ e $P_t^{*F,i}$). Portanto, os problemas de uma firma para a precificação na economia doméstica e na economia estrangeira podem ser tratados como problemas de otimização independentes.

O problema de maximização foi resolvido em três etapas: CPO, transformação das variáveis não estacionárias em estacionárias, e, por fim, na formulação recursiva similar à desenvolvida por Schmitt-Grohé & Uribe (2006).

Para resolver o problema da firma doméstica, 2-17 se divide em A-19 e A-20.

$$\max_{P_t^{H,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}} \beta^j \delta_H^j \pi(s^{t+j}|s^t) \left[\left(\frac{P_t^{H,i}}{P_{t+j}^H} \right)^{-\theta_H} \left(\frac{P_{t+j}^H}{P_{t+j}^T} \right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^T}{P_{t+j}} \right)^{-\theta} \left(P_t^{H,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^H} \right) \right] \quad (\text{A-19})$$

$$\max_{P_t^{*H,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}} \beta^j \delta_H^{*j} \pi(s^{t+j}|s^t) \left[\left(\frac{P_t^{*H,i}}{P_{t+j}^{*H}} \right)^{-\theta_H^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*H}}{P_{t+j}^{*T}} \right)^{-\lambda^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*T}}{P_{t+j}^{*}} \right)^{-\theta^*} \left(S_{t+j} P_t^{*H,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^H} \right) \right] \quad (\text{A-20})$$

Após o procedimento de solução, ficamos com o conjunto de equações A-21, A-22 e A-23 para $p_t^{H,i}$.

$$x_t^1 = x_t^2 \quad (\text{A-21})$$

$$x_t^1 = \left[(p_t^H)^{\theta_H - \lambda} (p_t^T)^{\lambda - \theta} (p_t^{H,i})^{-\theta_H} \right] C_t \left(\frac{\theta_H - 1}{\theta_H} \right) + \beta \delta_H E_t \left[\pi_{t+1}^{\theta_H} \left(\frac{p_t^{H,i}}{p_{t+1}^{H,i}} \right)^{-\theta_H} x_{t+1}^1 \right] \quad (\text{A-22})$$

$$x_t^2 = \left[(p_t^H)^{\theta_H - \lambda} (p_t^T)^{\lambda - \theta} (p_t^{H,i})^{-1 - \theta_H} \right] C_t \frac{w_t}{Z_t^H} + \beta \delta_H E_t \left[\pi_{t+1}^{1 + \theta_H} \left(\frac{p_t^{H,i}}{p_{t+1}^{H,i}} \right)^{-1 - \theta_H} x_{t+1}^2 \right] \quad (\text{A-23})$$

Após o procedimento de solução, ficamos com o conjunto de equações A-24, A-25 e A-26 para $p_t^{*H,i}$.

$$x_t^3 = x_t^4 \quad (\text{A-24})$$

$$x_t^3 = \left[(p_t^{*H})^{\theta_H^* - \chi} (p_t^{*T})^{\chi - \nu} (p_t^{*H,i})^{-\theta_H^*} \right] C_t^* \frac{\theta_H^* - 1}{\theta_H^*} q_t + \beta \delta_H^* E_t \left[\pi_{t+1}^{* \theta_H^* - 1} \pi_{t+1} \left(\frac{p_t^{*H,i}}{p_{t+1}^{*H,i}} \right)^{-\theta_H^*} x_{t+1}^3 \right] \quad (\text{A-25})$$

$$x_t^4 = \left[(p_t^{*H})^{\theta_H^* - \chi} (p_t^{*T})^{\chi - \nu} (p_t^{*H,i})^{-1 - \theta_H^*} \right] C_t^* \frac{w_t}{Z_t^H} + \beta \delta_H^* E_t \left[\pi_{t+1}^{* \theta_H^*} \pi_{t+1} \left(\frac{p_t^{*H,i}}{p_{t+1}^{*H,i}} \right)^{-1 - \theta_H^*} x_{t+1}^4 \right] \quad (\text{A-26})$$

Analogamente, o problema da firma estrangeira, 2-20, se divide em A-27 e A-28.

$$\max_{P_t^{F,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}} \beta^{*j} \delta_F^j \pi(s^{t+j} | s^t) \left[\left(\frac{P_t^{F,i}}{P_{t+j}^F} \right)^{-\theta_F} \left(\frac{P_{t+j}^F}{P_{t+j}^T} \right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^T}{P_{t+j}} \right)^{-\theta} \left(\frac{P_t^{F,i}}{S_{t+j}} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^F} \right) \right] \quad (\text{A-27})$$

$$\max_{P_t^{*F,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}} \beta^{*j} \delta_F^{*j} \pi(s^{t+j} | s^t) \left[\left(\frac{P_t^{*F,i}}{P_{t+j}^{*F}} \right)^{-\theta_F^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*F}}{P_{t+j}^{*T}} \right)^{-\chi} \left(\frac{P_{t+j}^{*T}}{P_{t+j}^*} \right)^{-\nu} \left(P_t^{*F,i} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^F} \right) \right] \quad (\text{A-28})$$

Após o procedimento de solução, ficamos com o conjunto de equações A-29, A-30 e A-31 para $p_t^{F,i}$.

$$x_t^5 = x_t^6 \quad (\text{A-29})$$

$$x_t^5 = \left[(p_t^F)^{\theta_F - \lambda} (p_t^T)^{\lambda - \theta} (p_t^{F,i})^{-\theta_F} \right] \frac{C_t}{q_t} \left(\frac{\theta_F - 1}{\theta_F} \right) + \beta^* \delta_F E_t \left[\pi_{t+1}^{* \theta_F - 1} \pi_{t+1}^{\theta_F} \left(\frac{p_t^{F,i}}{p_{t+1}^{F,i}} \right)^{-\theta_F} x_{t+1}^5 \right] \quad (\text{A-30})$$

$$x_t^6 = \left[(p_t^F)^{\theta_F - \lambda} (p_t^T)^{\lambda - \theta} (p_t^{F,i})^{-1 - \theta_F} \right] C_t \left(\frac{w_t}{Z_t^F} \right) + \beta^* \delta_F E_t \left[\pi_{t+1}^{* \theta_F} \pi_{t+1}^{\theta_F} \left(\frac{p_t^{F,i}}{p_{t+1}^{F,i}} \right)^{-1 - \theta_F} x_{t+1}^6 \right] \quad (\text{A-31})$$

Após o procedimento de solução, ficamos com o conjunto de equações A-32, A-33 e A-34 para $p_t^{*F,i}$.

$$x_t^7 = x_t^8 \quad (\text{A-32})$$

$$x_t^7 = \left[(p_t^{*F})^{\theta_F^* - \chi} (p_t^{*T})^{\chi - \nu} (p_t^{*F,i})^{-\theta_F^*} \right] C_t^* \left(\frac{\theta_F - 1}{\theta_F} \right) + \beta^* \delta_F^* E_t \left[\pi_{t+1}^* \theta_F^* \left(\frac{p_t^{F,i}}{p_{t+1}^{F,i}} \right)^{-\theta_F^*} x_{t+1}^7 \right] \quad (\text{A-33})$$

$$x_t^8 = \left[(p_t^{*F})^{\theta_F^* - \chi} (p_t^{*T})^{\chi - \nu} (p_t^{*F,i})^{-1 - \theta_F^*} \right] C_t^* \left(\frac{w_t^*}{Z_t^F} \right) + \beta^* \delta_F^* E_t \left[\pi_{t+1}^* 1 + \theta_F^* \left(\frac{p_t^{F,i}}{p_{t+1}^{F,i}} \right)^{-1 - \theta_F^*} x_{t+1}^8 \right] \quad (\text{A-34})$$

Resolvendo agora os problemas das firmas de bens não transacionáveis, obtemos (a partir de 2-23) o conjunto de equações A-35, A-36 e A-37 para $p_t^{N,i}$.

$$x_t^9 = x_t^{10} \quad (\text{A-35})$$

$$x_t^9 = \left[(p_t^{N,i})^{-\theta_N} (p_t^N)^{\theta_N - \theta} \right] C_t \left(\frac{\theta_N - 1}{\theta_N} \right) + \beta \delta_N E_t \left[\pi_{t+1}^{\theta_N} \left(\frac{p_t^{N,i}}{p_{t+1}^{N,i}} \right)^{-\theta_N} x_{t+1}^9 \right] \quad (\text{A-36})$$

$$x_t^{10} = \left[(p_t^{N,i})^{-1 - \theta_N} (p_t^N)^{\theta_N - \theta} \right] C_t \left(\frac{w_t}{Z_t^N} \right) + \beta \delta_N E_t \left[\pi_{t+1}^{1 + \theta_N} \left(\frac{p_t^{N,i}}{p_{t+1}^{N,i}} \right)^{-1 - \theta_N} x_{t+1}^{10} \right] \quad (\text{A-37})$$

E de 2-24 segue o conjunto de equações A-38, A-39 e A-40 para $p_t^{*N,i}$.

$$x_t^{11} = x_t^{12} \quad (\text{A-38})$$

$$x_t^{11} = \left[(p_t^{*N,i})^{-\theta_N^*} (p_t^{*N})^{\theta_N^* - \nu} \right] C_t^* \left(\frac{\theta_N^* - 1}{\theta_N^*} \right) + \beta^* \delta_N^* E_t \left[\pi_{t+1}^* \theta_N^* \left(\frac{p_t^{*N,i}}{p_{t+1}^{*N,i}} \right)^{-\theta_N^*} x_{t+1}^{11} \right] \quad (\text{A-39})$$

$$x_t^{12} = \left[(p_t^{*N,i})^{-1 - \theta_N^*} (p_t^{*N})^{\theta_N^* - \nu} \right] C_t^* \left(\frac{w_t^*}{Z_t^{*N}} \right) + \beta^* \delta_N^* E_t \left[\pi_{t+1}^* 1 + \theta_N^* \left(\frac{p_t^{*N,i}}{p_{t+1}^{*N,i}} \right)^{-1 - \theta_N^*} x_{t+1}^{12} \right] \quad (\text{A-40})$$

A.2.1 Preços Flexíveis

Fazendo $\delta_F = 0$, temos (por A-29, A-30 e A-31) a equação A-41.

$$p_t^{F,i} = \frac{\theta_F}{\theta_F - 1} \left(\frac{q_t w_t^*}{Z_t^F} \right) \quad (\text{A-41})$$

A.2.2

Mercados Incompletos

O modelo com mercados incompletos resolve o problema do consumidor exposto nas equações A-42, para o consumidor doméstico, e A-43, para o consumidor estrangeiro. A condição de equilíbrio do mercado de títulos é dada por A-44.

$$\begin{aligned} & \max_{\{\{B_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}, \{L_t(s^t)\}_{t=0}^{\infty}, \{C_t(s^t)\}_{t=0}^{\infty}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t | s^{t-1}} \beta^t \pi(s^t | s^{t-1}) \left[\frac{C_t(s^t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_t(s^t)^{1+\psi}}{1+\psi} \right] \\ & \text{s.a.} \\ & W_t(s^t)L_t(s^t) + B_t i_t + \Pi_t(s^t) \geq P_t(s^t)C_t(s^t) + B_{t+1} \\ & \text{para todo } t, s^t \end{aligned} \quad (\text{A-42})$$

$$\begin{aligned} & \max_{\{\{B_{t+1}^*\}_{t=0}^{\infty}, \{L_t^*(s^t)\}_{t=0}^{\infty}, \{C_t^*(s^t)\}_{t=0}^{\infty}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t | s^{t-1}} \beta^{*t} \pi(s^t | s^{t-1}) \\ & \left[\frac{C_t^*(s^t)^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{L_t^*(s^t)^{1+\mu}}{1+\mu} \right] \\ & \text{s.a.} \\ & W_t^*(s^t)L_t^*(s^t) + \frac{B_t^* i_t}{S_t} + \Pi_t^*(s^t) \geq P_t^*(s^t)C_t^*(s^t) + \frac{B_{t+1}^*}{S_t} \\ & \text{para todo } t, s^t \end{aligned} \quad (\text{A-43})$$

$$\begin{aligned} & B_t + B_t^* = 0 \\ & \text{para todo } t \end{aligned} \quad (\text{A-44})$$

A.3

Market Clearing, Regra de Taylor e Solução

Além das condições de ótimo expostas nas seções anteriores, são usadas as seguintes equações de Market Clearing para fechar o modelo: 2-9, 2-10, 2-11, 2-12, 2-25, 2-26, 2-27, 2-28, 2-29, 2-30, 2-31, 2-32, 2-33, 2-34, 2-35, 2-36, 2-37, 2-38, 2-39 e 2-40. Com a regra de Taylor (2-41) para os países doméstico e estrangeiro e o hiato do produto (2-42), o modelo fica completo. A dinâmica do estoque de ativos pode ser simulada pela restrição orçamentária do consumidor, mas ela é residual no modelo. O modelo foi resolvido usando o Gensys, desenvolvido por Sims (2002).

B

Estimação do Processo Trimestral da Produtividade

B.1

Derivação Teórica do Estimador

Queremos estimar α_0 , α_1 e $\sigma_{u^j,i}^2$ (σ_u^2 para simplificar a notação)¹ da equação 3-1. Como não observamos dados trimestrais, vamos estimar esses parâmetros numa representação análoga à equação 3-4. Escrita com os parâmetros de interesse, essa equação se torna 3-5.

Aplicando o operador esperança ($E[\bullet]$) na equação 3-5, como mostra a equação B-3, temos o primeiro momento do nosso sistema. Além disso, como queremos que a equação 3-4 reproduza o comportamento anual do processo gerador de dados da série 3-1, as identidades das equações B-1 e B-2 são válidas (por 3-5). Por elas, temos a relação entre as volatilidades de 3-4 (σ_ϕ^2) e 3-1 (σ_u^2), dada em B-4. A equação B-5 vem da definição de σ_ϕ^2 em 3-5. Todas as séries são estacionárias de segunda ordem.

$$\beta_0 = 4\alpha_0(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3) \quad (\text{B-1})$$

$$\beta_1 = \alpha_1^4 \quad (\text{B-2})$$

$$E[Y^{j,i}] = \frac{4\alpha_0(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3)}{1 - \alpha_1^4} \quad (\text{B-3})$$

$$\sigma_\phi^2 = \sigma_u^2(1 + (1 + \alpha_1)^2 + (1 + \alpha_1 + \alpha_1^2)^2 + (1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3)^2 + (\alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3)^2 + (\alpha_1^2 + \alpha_1^3)^2 + (\alpha_1^3)^2) \quad (\text{B-4})$$

$$\sigma_\phi^2 = E[(Y_t^{j,i} - E[Y_t^{j,i}](1 - \alpha_1^4) - \alpha_1^4 Y_{t-4}^{j,i})^2] \quad (\text{B-5})$$

A condição de momento B-3 relaciona α_0 e α_1 . Já B-5 relaciona α_1 e σ_ϕ^2 . Portanto, para cada valor de α_1 podemos computar α_0 e σ_ϕ^2 . Como a cada valor de α_1 conseguimos associar um valor de σ_ϕ^2 e por B-4 a cada valor de σ_ϕ^2 podemos associar um valor de σ_u^2 , α_1 está definido em função de σ_u^2 . Logo,

¹ σ_W^2 é a variância de uma variável aleatória W e σ_k^W é a covariância de k-ésima ordem de uma variável W . Os períodos (t) são mensurados em trimestres.

com mais uma condição de momento entre α_1 e σ_u^2 poderemos obter soluções para o nosso sistema.

Multiplicando a equação 3-5 por $Y_{t-4}^{j,i}$ e aplicando o operador $E[\bullet]$, chegamos a B-6.

$$E[Y_t^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] = 4\alpha_0(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3)E[Y_{t-4}^{j,i}] + \alpha_1^4E[Y_{t-4}^{j,i}]^2 + (\alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3)E[u_{t-4}^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] + (\alpha_1^2 + \alpha_1^3)E[u_{t-5}^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] + (\alpha_1^3)E[u_{t-6}^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] \quad (B-6)$$

Por 3-5, temos B-7, B-8 e B-9.

$$E[u_{t-4}^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] = \sigma_u^2 \quad (B-7)$$

$$E[u_{t-5}^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] = \sigma_u^2(1 + \alpha_1) \quad (B-8)$$

$$E[u_{t-6}^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] = \sigma_u^2(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2) \quad (B-9)$$

Por B-3, B-6, B-7, B-8 e B-9, segue-se B-10.

$$E[Y_t^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] = (1 - \alpha_1^4)E[Y_{t-4}^{j,i}]^2 + \alpha_1^4E[Y_{t-4}^{j,i}]^2 + \sigma_u^2((\alpha_1 + \alpha_1^2 + \alpha_1^3) + (\alpha_1^2 + \alpha_1^3)(1 + \alpha_1) + \alpha_1^3(1 + \alpha_1 + \alpha_1^2)) \quad (B-10)$$

$$E[Y_t^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] = (1 - \alpha_1^4)E[Y_{t-4}^{j,i}]^2 + \alpha_1^4E[Y_{t-4}^{j,i}]^2 + \sigma_u^2(\alpha_1 + 2\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + 2\alpha_1^4 + \alpha_1^5) \quad (B-11)$$

$$(E[Y_t^{j,i}Y_{t-4}^{j,i}] - E[Y_{t-4}^{j,i}]^2) - \alpha_1^4(E[Y_{t-4}^{j,i}]^2 - E[Y_{t-4}^{j,i}]^2) - \sigma_u^2(\alpha_1 + 2\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + 2\alpha_1^4 + \alpha_1^5) = 0 \quad (B-12)$$

$$\sigma_4^{Y^{j,i}} - \alpha_1^4\sigma_{Y^{j,i}}^2 - \sigma_u^2(\alpha_1 + 2\alpha_1^2 + 4\alpha_1^3 + 2\alpha_1^4 + \alpha_1^5) = 0 \quad (B-13)$$

Como podemos estimar $\sigma_4^{Y^{j,i}}$ e $\sigma_{Y^{j,i}}^2$, a equação B-13 é mais uma relação entre α_1 e σ_u^2 . Portanto, resolvendo B-3, B-4, B-5 e B-13 obtemos estimativas para α_0 , α_1 e σ_u^2 (e para σ_ϕ^2 , embora essa não seja uma estatística de interesse).

B.2

Bootstrap para teste do estimador

Para testar o estimador proposto para processos trimestrais a partir de dados anuais, serão simulados 12 processos trimestrais diferentes, todos com a forma da equação B-14. Da simulação do processo trimestral é gerada uma série de dados anual e então aplica-se o procedimento de estimação proposto. O

procedimento é repetido 1.000 vezes para computar a distribuição empírica dos estimadores. Serão 12 variações de parametrização para podermos fazer três variações em cada um dos quatro parâmetros (constante, termo AR, desvio padrão dos choques e tamanho da amostra).

$$y_t = c_0 + c_1 y_{t-1} + u_t \quad (\text{B-14})$$

Na figura B.1 podemos ver a distribuição do estimador para a constante, na figura B.2 podemos ver a distribuição do estimador para o termo AR e na figura B.3 podemos ver a distribuição do estimador para o desvio padrão em cada um dos casos analisados. Na primeira linha os modelos sofrem variação de constante, na segunda de termo AR, na terceira de desvio padrão e na quarta de tamanho de amostra. O tamanho da amostra é medido em anos de observação.

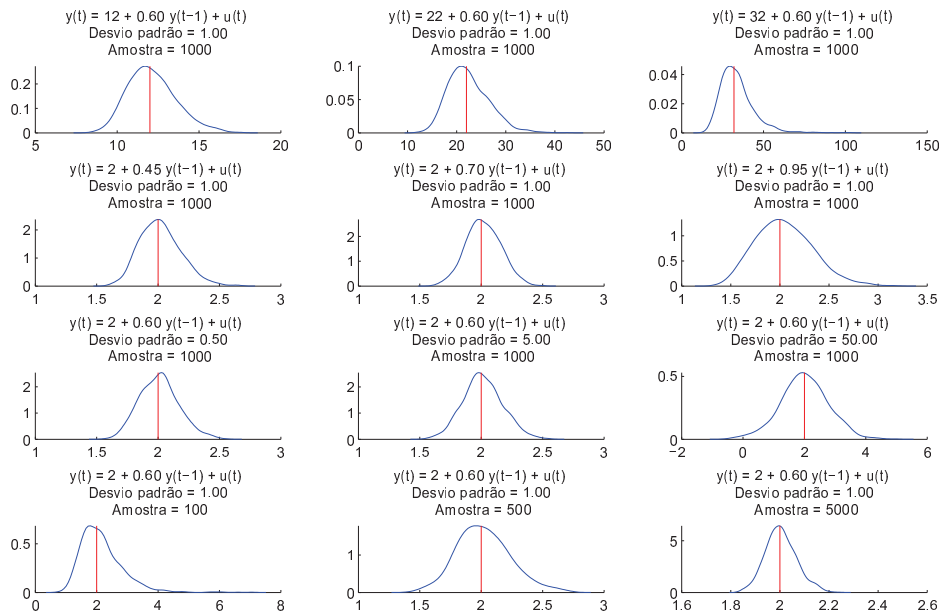


Figura B.1: Função densidade para o estimador da constante

As distribuições apresentadas apresentam muito pouca assimetria. Os valores verdadeiros dos parâmetros estão bastante próximos das médias, medianas e modas de todas as 36 distribuições apresentadas. O estimador da constante parece apresentar uma tendência a superestimar o verdadeiro valor para pequenas amostras (100 observações). O efeito não persiste conforme a amostra cresce (a distribuição se torna simétrica). Já o estimador do termo AR em alguns casos pode reportar valores bem menores do que o verdadeiro para pequenas amostras: as distribuições têm uma cauda que começa em valores

muito abaixo dos verdadeiros, mas esse efeito desaparece na simulação com 5.000 observações.

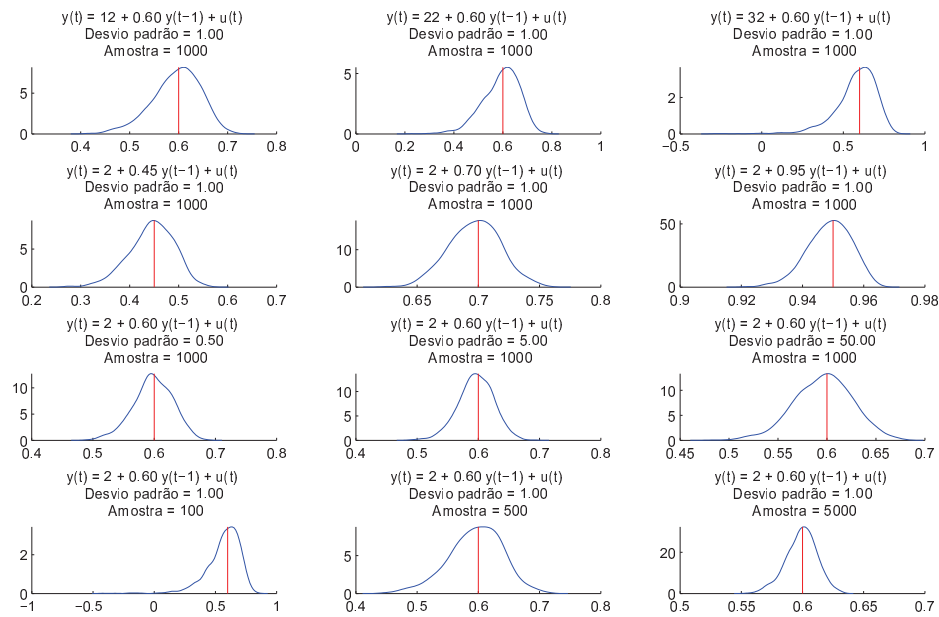


Figura B.2: Função densidade para o estimador do coeficiente da defasagem

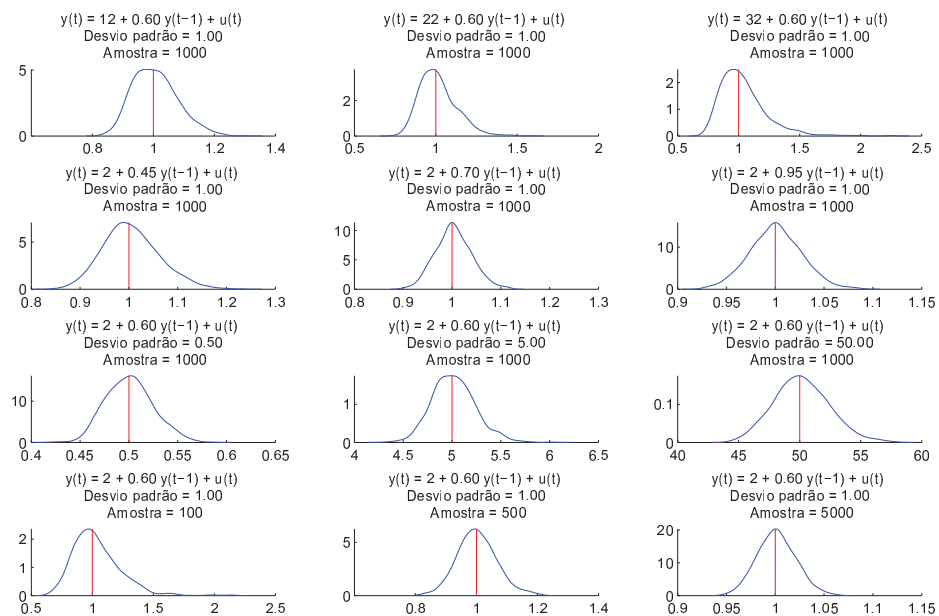


Figura B.3: Função densidade para o estimador do desvio padrão

O estimador do desvio padrão também parece, embora com baixa probabilidade, capaz de reportar valores bem maiores do que o verdadeiro para

pequenas amostras (ao contrário do caso anterior). Mas o efeito desta propriedade quando temos 1.000 observações é bem pequeno (similar ao estimador da constante). Essa é uma propriedade que fica mais evidente em amostras com 100 observações (e possivelmente menos). Apesar desses problemas com pequenas amostras, o estimador do desvio padrão chega bem próximo ao verdadeiro valor em amostras maiores com grande probabilidade e a amplitude da distribuição dele também diminui, como esperado.

B.3

Bootstrap para determinar intervalo de confiança das estimativas de interesse

Devido ao curto período para o qual temos dados disponíveis, as funções de densidade dos estimadores são bastante assimétricas, como é possível ver na figura B.4. Os valores estimados parecem estar na mediana das distribuições apresentadas. Aqui fica evidente como o problema de assimetria das estimativas pode piorar quando o tamanho da amostra diminui. O caso estudado tem menos de 30 observações, ou seja, tem muito menos informação do que os casos analisados na seção anterior.

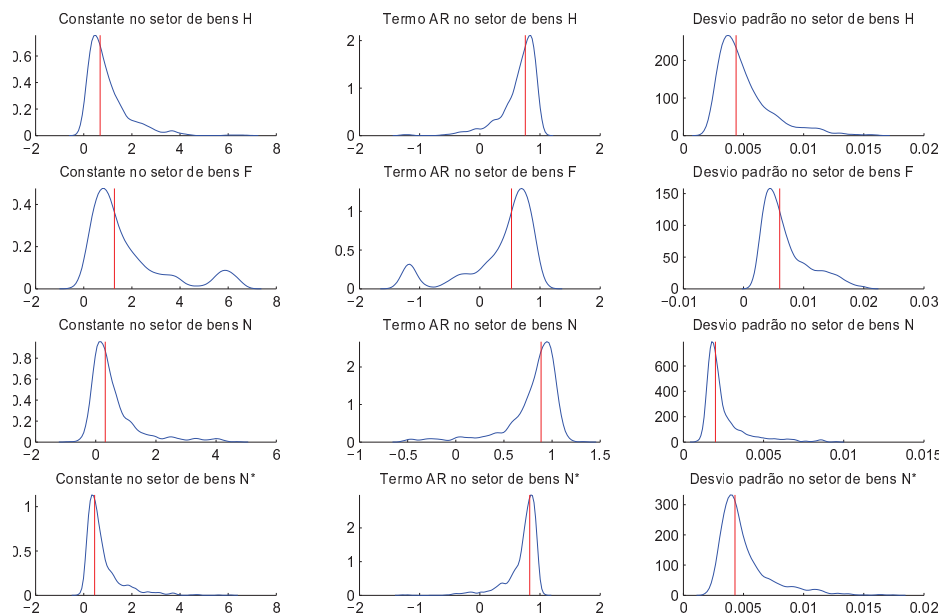


Figura B.4: Densidade das estimativas da tabela 3.3