2 Modelo

A economia consiste de dois países de igual tamanho com dois tipos de firmas, produtoras de dois tipos de bens: transacionáveis e não transacionáveis. Cada uma das firmas produz uma variedade do seu tipo de bem, indexada por $h \in [0;1]$ no país doméstico (bens transacionáveis), $f \in [0;1]$ no país estrangeiro (bens transacionáveis), $n \in [0;1]$ no país doméstico (bens não transacionáveis) e $n^* \in [0;1]$ no país estrangeiro (bens não transacionáveis). Todos os bens são consumidos. Cada firma produz somente a sua variedade de bens e utiliza somente trabalho (que é perfeitamente móvel entre setores). Não há mobilidade internacional de trabalho, só de bens. Preços são rígidos à la Calvo (1983). Mercados são completos. Preços marcados com asterisco são denotados na moeda estrangeira, outras variáveis e parâmetros marcados com asterisco também representam variáveis e parâmetros da economia estrangeira. Tanto a solução do modelo apresentado como os detalhes sobre o procedimento de solução utilizado estão no apêndice.

2.1 Problema do Consumidor

O consumidor representantivo maximiza o valor esperado da sua utilidade ao longo da vida escolhendo uma sequência de ativos financeiros contingentes a cada realização da natureza $\{B_{t+1}(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty}$ e uma sequência de oferta de trabalho contingente $\{L(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}$ a um fator de desconto β e sujeito a uma restrição orçamentária. O problema do consumidor da economia doméstica é dado por 2-1.

$$\max_{\{\{B_{t+1}(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty},\{L_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty},\{C_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t|s^{t-1}} \beta^t \pi(s^t|s^{t-1}) \left[\frac{C_t(s^t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_t(s^t)^{1+\psi}}{1+\psi} \right]$$

s.a.

$$W_t(s^t)L_t(s^t) + B_t(s^t) + \Pi_t(s^t) \geq P_t(s^t)C_t(s^t) + \sum_{s^{t+1}} Q_t(s^{t+1}|s^t)B_{t+1}(s^{t+1})$$

para todo t, s^t

(2-1)

Esse consumidor recebe um salário perfeitamente flexível $W_t(s^t)$ por cada unidade de trabalho e a soma dos lucros $\Pi_t(s^t)$ das firmas domésticas. Por cada unidade de consumo ele paga $P_t(s^t)$ e com o restante de seus recursos ele ainda pode comprar ativos contingentes aos estados da natureza do período seguinte (na quantidade $B_{t+1}(s^{t+1})$) ao preço $Q_t(s^{t+1}|s^t)$. Esses ativos pagam uma unidade da moeda doméstica na realização s^t e não pagam nada em qualquer outra realização (o consumidor recebe $B_t(s^t)$ porque comprou uma quantidade $B_t(s^t)$ de ativos que valeriam uma unidade de moeda na realização s^t). s^t é a história completa de ambas as economias até o instante t, que se realiza com probabilidade $\pi(s^t|s^{t-1})$. A economia doméstica e a economia estrangeira possuem mercados completos, mas só a economia doméstica consegue emitir títulos transacionáveis nos dois países (ainda que precificados na moeda da economia doméstica). A compra desses títulos pelo consumidor estrangeiro, portanto, exige a compra da moeda doméstica, à taxa de câmbio nominal $\frac{1}{S_t}$. Sendo assim, o problema do consumidor estrangeiro difere do problema do consumidor doméstico. Para o consumidor estrangeiro, o problema de maximização é dado por 2-2.

$$\begin{aligned}
&\max_{\{\{B^*_{t+1}(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty},\{B^F_{t+1}(s^{t+1})\}_{t=0}^{t=\infty},\{L^*_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty},\{C^*_t(s^t)\}_{t=0}^{t=\infty}\}} \sum_{t=0}^{\infty}\sum_{s^t|s^{t-1}} \beta^{*t}\pi(s^t|s^{t-1}) \\
&\qquad\left[\frac{C^*_t(s^t)^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{L^*_t(s^t)^{1+\mu}}{1+\mu}\right] \\
&\qquad \text{s.a.} \\
&W^*_t(s^t)L^*_t(s^t) + \frac{B^*_t(s^t)}{S_t} + B^F_t(s^t) + \Pi^*_t(s^t) \geq P^*_t(s^t)C^*_t(s^t) + \\
&\sum_{s^{t+1}} Q^*_t(s^{t+1}|s^t)B^F_{t+1}(s^{t+1}) + \sum_{s^{t+1}} \frac{Q(s^{t+1}|s^t)B^*_{t+1}(s^{t+1})}{S_t} \\
&\qquad \text{para todo } t,\ s^t
\end{aligned} \tag{2-2}$$

A aversão a risco do consumidor doméstico é dada por σ e o seu inverso da elasticidade da oferta de trabalho de Frisch é dado por ψ. Vale notar que γ e μ são os análogos a σ e ψ na economia estrangeira, respectivamente. Os consumidores domésticos consomem os bens não transacionáveis produzidos na sua economia e os bens transacionáveis produzidos em ambas as economias. Cada firma produz um bem que é substituto imperfeito dos bens produzidos pelas outras firmas do mesmo tipo (com elasticidade de substituição θ_H, θ^*_H, θ_F, θ^*_F, θ_N, e θ^*_N para os mercados de bens transacionáveis domésticos, transacionáveis estrangeiros e não transacionáveis, no doméstico e no estrangeiro, respectivamente). Seja $C_t(i)$ o consumo da variedade i no país doméstico no instante t. O consumo de cada tipo de bem é dado por 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 2-7 e 2-8.

$$C_t^H = \left[\int_0^1 C_t(h)^{\frac{(\theta_H-1)}{\theta_H}}\,\mathrm{d}h\right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \tag{2-3}$$

$$C_t^{*H} = \left[\int_0^1 C_t^*(h)^{\frac{(\theta_H^*-1)}{\theta_H^*}}\,\mathrm{d}h\right]^{\frac{\theta_H^*}{\theta_H-1}} \tag{2-4}$$

$$C_t^F = \left[\int_0^1 C_t(f)^{\frac{(\theta_F-1)}{\theta_F}}\,\mathrm{d}f\right]^{\frac{\theta_F}{\theta_F-1}} \tag{2-5}$$

$$C_t^{*F} = \left[\int_0^1 C_t^*(f)^{\frac{(\theta_F^*-1)}{\theta_F^*}}\,\mathrm{d}f\right]^{\frac{\theta_F^*}{\theta_F-1}} \tag{2-6}$$

$$C_t^N = \left[\int_0^1 C_t(n)^{\frac{(\theta_N-1)}{\theta_N}}\,\mathrm{d}n\right]^{\frac{\theta_N}{\theta_N-1}} \tag{2-7}$$

$$C_t^{*N} = \left[\int_0^1 C_t^*(n^*)^{\frac{(\theta_N^*-1)}{\theta_N^*}}\,\mathrm{d}n^*\right]^{\frac{\theta_N^*}{\theta_N^*-1}} \tag{2-8}$$

A elasticidade de substituição entre bens transacionáveis e não transacionáveis é dada por θ para a economia doméstica e ν para a economia estrangeira enquanto que a elasticidade de substituição entre bens transacionáveis domésticos e estrangeiros é dada por λ na economia doméstica e χ na economia estrangeira. α é um parâmetro de preferências associado à existência de *home bias* no modelo. Portanto, as cestas de consumo são definidas pelos agregadores 2-9, 2-10, 2-11 e 2-12.

$$C_t = \left[C_t^{T\,\frac{(\theta-1)}{\theta}} + C_t^{N\,\frac{(\theta-1)}{\theta}}\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \tag{2-9}$$

$$C_t^T = \left[\alpha^{\frac{1}{\lambda}} C_t^{H\,\frac{(\lambda-1)}{\lambda}} + (1-\alpha)^{\frac{1}{\lambda}} C_t^{F\,\frac{(\lambda-1)}{\lambda}}\right]^{\frac{\lambda}{\lambda-1}} \tag{2-10}$$

$$C_t^* = \left[C_t^{*T\,\frac{(\nu-1)}{\nu}} + C_t^{*N\,\frac{(\nu-1)}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \tag{2-11}$$

$$C_t^{*T} = \left[\alpha^{*\,\frac{1}{\chi}} C_t^{H\,\frac{(\chi-1)}{\chi}} + (1-\alpha^*)^{\frac{1}{\chi}} C_t^{F\,\frac{(\chi-1)}{\chi}} \right]^{\frac{\chi}{\chi-1}} \tag{2-12}$$

A partir dos agregadores de consumo, ficamos com os agregadores de preço 2-13, 2-14, 2-15 e 2-16.

$$P_t = \left[P_t^{T\,1-\theta} + P_t^{N\,1-\theta} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \tag{2-13}$$

$$P_t^T = \left[\alpha P_t^{H\,1-\lambda} + (1-\alpha) P_t^{F\,1-\lambda} \right]^{\frac{1}{1-\lambda}} \tag{2-14}$$

$$P_t^* = \left[P_t^{*T\,1-\nu} + P_t^{*N\,1-\nu} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} \tag{2-15}$$

$$P_t^{*T} = \left[\alpha^* P_t^{*H\,1-\chi} + (1-\alpha^*) P_t^{*F\,1-\chi} \right]^{\frac{1}{1-\chi}} \tag{2-16}$$

2.2 Problema das Firmas

As firmas operam em concorrência monopolística com a possibilidade de praticar discriminação de preços por país (PTM). Todos os preços são rígidos na moeda do importador (LCP). A probabilidade de o preço permanecer constante entre dois períodos é dada por δ_i[1]. A firma de bens transacionáveis domésticos resolve 2-17.

$$\max_{P_t^{H,i},P_t^{*H,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^j \delta_H^j \pi(s^{t+j}|s^t) \left[D_{i,t+j}^H \left(P_t^{H,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^H} \right) + \frac{\delta_H^{*j}}{\delta_H{}^j} D^{*H}_{i,t+j} \left(S_{t+j} P_t^{*H,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^H} \right) \right] \tag{2-17}$$

Ou seja, a empresa doméstica cobra preços diferentes no mercado

[1] $i \in \{H, F, N\}$, representando o setor de bens domésticos e estrangeiros transacionáveis e o setor de bens não transacionáveis, respectivamente.

doméstico ($P_t^{H,i}$) e estrangeiro ($P_t^{*H,i}$) com vistas a maximizar o seu lucro total. As demandas interna ($D_{i,t+j}^{H}$) e externa ($D^{*H}_{i,t+j}$) pelo bem produzido por essa firma são dadas por 2-18 e 2-19.

$$D_{i,t+j}^{H} = \alpha C_{t+j} \left(\frac{P_t^{H,i}}{P_{t+j}^{H}}\right)^{-\theta_H} \left(\frac{P_{t+j}^{H}}{P_{t+j}^{T}}\right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^{T}}{P_{t+j}}\right)^{-\theta} \tag{2-18}$$

$$D^{*H}_{i,t+j} = \alpha^* C^*_{t+j} \left(\frac{P_t^{*H,i}}{P_{t+j}^{*H}}\right)^{-\theta_H^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*H}}{P_{t+j}^{*T}}\right)^{-\chi} \left(\frac{P_{t+j}^{*T}}{P^*_{t+j}}\right)^{-\nu} \tag{2-19}$$

Para a firma estrangeira, o problema de maximização é 2-20.

$$\max_{P_t^{F,i}, P_t^{*F,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^{*j} \delta_F^j \pi(s^{t+j}|s^t) \left[D_{i,t+j}^{F} \left(\frac{P_t^{F,i}}{S_{t+j}} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^F}\right) + \frac{\delta_F^{*j}}{\delta_F{}^j} D^{*F}_{i,t+j} \left(P_t^{*F,i} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^F}\right)\right] \tag{2-20}$$

Analogamente, as demandas dessa firma são dadas por 2-21 e por 2-22.

$$D_{i,t+j}^{F} = (1-\alpha) C_{t+j} \left(\frac{P_t^{F,i}}{P_{t+j}^{F}}\right)^{-\theta_F} \left(\frac{P_{t+j}^{F}}{P_{t+j}^{T}}\right)^{-\lambda} \left(\frac{P_{t+j}^{T}}{P_{t+j}}\right)^{-\theta} \tag{2-21}$$

$$D^{*F}_{i,t+j} = (1-\alpha^*) C^*_{t+j} \left(\frac{P_t^{*F,i}}{P_{t+j}^{*F}}\right)^{-\theta_F^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*F}}{P_{t+j}^{*T}}\right)^{-\chi} \left(\frac{P_{t+j}^{*T}}{P^*_{t+j}}\right)^{-\nu} \tag{2-22}$$

Já as firmas de bens não transacionáveis maximizam 2-23 e 2-24.

$$\max_{P_t^{N,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^j \delta_N^j \pi(s^{t+j}|s^t) C_{t+j} \left(\frac{P_t^{N,i}}{P_{t+j}^{N}}\right)^{-\theta_N} \left(\frac{P_{t+j}^{N}}{P_{t+j}}\right)^{-\theta} \left(P_t^{N,i} - \frac{W_{t+j}}{Z_{t+j}^N}\right) \tag{2-23}$$

$$\max_{P_t^{*N,i}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{s^{t+j}|s^t} \beta^{*j} \delta_N^{*j} \pi(s^{t+j}|s^t) C^*_{t+j} \left(\frac{P_t^{*N,i}}{P_{t+j}^{*N}}\right)^{-\theta_N^*} \left(\frac{P_{t+j}^{*N}}{P^*_{t+j}}\right)^{-\nu} \left(P_t^{*N,i} - \frac{W_{t+j}^*}{Z_{t+j}^{*N}}\right) \tag{2-24}$$

As funções de produção das firmas dependem somente de trabalho (L_t^H, L_t^F, L_t^N e L_t^{*N} para os setores de bens transacionáveis domésticos, transacionáveis estrangeiros, não transacionáveis domésticos e não transacionáveis estrangeiros, respectivamente), como mostram as equações 2-25, 2-26, 2-27 e 2-28.

$$Y_t^H = Z_t^H L_t^H \tag{2-25}$$

$$Y_t^F = Z_t^F L_t^F \tag{2-26}$$

$$Y_t^N = Z_t^N L_t^N \tag{2-27}$$

$$Y_t^{*N} = Z_t^{*N} L_t^{*N} \tag{2-28}$$

2.3 Produtividades

As produtividades por trabalhador (Z_t^H para o setor de bens transacionáveis domésticos, Z_t^F para o setor de bens transacionáveis estrangeiros, Z_t^N para o setor de bens não transacionáveis domésticos e Z_t^{*N} para o setor não transacionáveis estrangeiros) seguem os processos estocásticos 2-29, 2-30, 2-31 e 2-32.

$$\begin{aligned} Z_t^H &= \xi^H(1-\rho^H) + \rho^H Z_{t-1}^H + u_t^H \\ u_t^H &\sim NID(0, \sigma_H^2) \end{aligned} \tag{2-29}$$

$$\begin{aligned} Z_t^F &= \xi^F(1-\rho^F) + \rho^F Z_{t-1}^F + u_t^F \\ u_t^F &\sim NID(0, \sigma_F^2) \end{aligned} \tag{2-30}$$

$$\begin{aligned} Z_t^N &= \xi^N(1-\rho^N) + \rho^N Z_{t-1}^N + u_t^N \\ u_t^N &\sim NID(0, \sigma_N^2) \end{aligned} \tag{2-31}$$

$$\begin{aligned} Z_t^{*N} &= \xi^{*N}(1-\rho^{*N}) + \rho^{*N} Z_{t-1}^{*N} + u_t^{*N} \\ u_t^{*N} &\sim NID(0, \sigma_{*N}^2) \end{aligned} \tag{2-32}$$

Os choques de produtividade (u_t^H para a produtividade de bens transacionáveis domésticos, u_t^F para a produtividade de bens transacionáveis estrangeiros, u_t^N para a produtividade de bens não transacionáveis domésticos e u_t^{*N} para a produtividade de bens não transacionáveis estrangeiros) são setoriais e não correlacionados nem entre si e nem serialmente. ξ^H e ξ^N são as produtividades estacionárias de bens transacionáveis e não transacionáveis na economia doméstica e ξ^F e ξ^{*N} na economia estrangeira, respectivamente. σ_i^2 é a variância do choque do setor i.

2.4 Condições de Market Clearing

O trabalho é livre para alocação entre setores (famílias indexadas por $i \in [0; 1]$), como é possível ver nas equações 2-33 e 2-34.

$$\int_0^1 L_t(i), \mathrm{d}i = L_t^N + L_t^H \tag{2-33}$$

$$\int_0^1 L_t^*(i^*), \mathrm{d}i^* = L_t^{*N} + L_t^{*F} \tag{2-34}$$

Ofertas por bens devem igualar as demandas por bens, como mostram as equações 2-35, 2-36, 2-37 e 2-38.

$$Y_t^H = C_t^H + C_t^{*H} \tag{2-35}$$

$$Y_t^F = C_t^F + C_t^{*F} \tag{2-36}$$

$$Y_t^N = C_t^N \tag{2-37}$$

$$Y_t^{*N} = C_t^{*N} \tag{2-38}$$

Os produtos agregados das economias são dados pelas equações 2-39 e 2-40.

$$Y_t = Y_t^H + Y_t^N \tag{2-39}$$

$$Y_t^* = Y_t^F + Y_t^{*N} \tag{2-40}$$

2.5 Política Monetária

A política monetária é definida por uma Regra de Taylor padrão em que a autoridade monetária altera a taxa de juros de acordo com desvios na inflação em relação à meta (π^M) e com o hiato do produto (Y_t^G, dado por 2-42). O produto natural (Y_t^P) é calculado a partir da replicação da economia aqui proposta (com os mesmos choques) sem rigidez de preços. O modelo foi resolvido para uma meta de inflação nula, mas os resultados continuam válidos para metas de inflação pequenas e positivas. Sendo assim, a regra de política monetária é dada pela equação 2-41.

$$i_t = {i_{t-1}}^{\beta_1} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{1-\beta_1} \left[\left(\frac{\pi_t}{\pi^M}\right)^{\beta_2} (Y_t^G)^{\beta_3}\right]^{1-\beta_1} \tag{2-41}$$

$$Y_t^G = Y_t / Y_t^P \tag{2-42}$$