

4

Modelos constitutivos para carregamentos cíclicos

Muitos modelos constitutivos, básicos, clássicos ou avançados foram propostos na literatura, a maioria dos quais para carregamentos estáticos. Estes modelos têm como objetivo aproximar o comportamento de um solo real a partir da análise do comportamento mecânico de um meio ideal.

Modelos constitutivos para representação do comportamento sísmico de solos podem ser agrupados em 3 classes: modelo linear equivalente, modelos não-lineares cíclicos e modelos elasto-plásticos.

4.1.

Modelo linear equivalente

O modelo linear equivalente é o mais simples e mais freqüentemente utilizado, mas, devido à sua natureza elástica e sua formulação em termos de tensões totais, sua habilidade é limitada para representação do comportamento real do material.

A relação tensão x deformação de solos sob carregamento cíclico exhibe normalmente um laço de histerese entre as trajetórias de carregamento e de descarregamento, que pode ser mecanicamente modelado descrevendo-se as trajetórias ou considerando-se parâmetros do material que possam representar de maneira aproximada a forma geral do laço. Na segunda alternativa, adotada no modelo linear equivalente, a inclinação do laço de histerese, proporcional à rigidez do solo, é descrita pelo módulo de cisalhamento secante e a abertura do laço, com área proporcional à energia dissipada no ciclo, pela razão de amortecimento (Figura 4.1).

Ambos os parâmetros, referidos como parâmetros lineares equivalentes, são atualizados iterativamente em função dos níveis de deformação cisalhante induzidos na massa de solo. Para a seleção dos novos valores, utiliza-se uma distorção média ou efetiva empiricamente estimada como $2/3$ da deformação cisalhante máxima (0,65 de acordo com Seed e Martin (1966), ou $(M-1)/10$, de acordo com Idriss e Sun (1992) onde M é a magnitude do terremoto). Em

programas de elementos finitos a seleção dos parâmetros lineares equivalentes é feita a nível de elemento, de acordo com o seguinte procedimento:

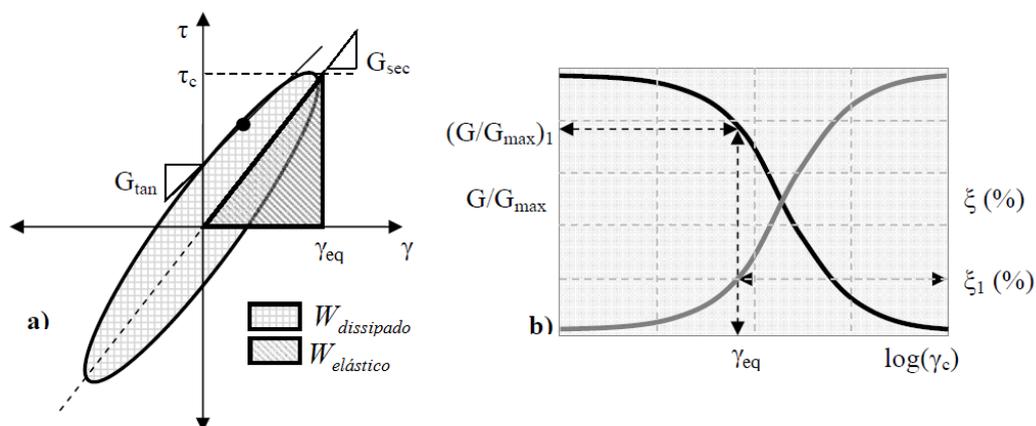


Figura 4.1 - a) módulo de cisalhamento secante; b) degradação do módulo de cisalhamento normalizado G/G_{max} e majoração da razão de amortecimento ξ em função da deformação cisalhante cíclica.

Os valores iniciais do módulo cisalhante (G_{max}) e do amortecimento são estimados para cada elemento finito da malha. A resposta dinâmica do sistema é então determinada, calculando-se a deformação cisalhante máxima na história do tempo em cada elemento. A partir destes resultados, as amplitudes da deformação cisalhante efetiva em cada elemento são computadas, consultando-se as curvas do material correspondente para observar se o nível de deformação é compatível com os valores das propriedades dinâmicas utilizadas na avaliação da resposta. Se as propriedades do solo não foram compatíveis, as propriedades lineares equivalentes são atualizadas e o processo é repetido até atingir a convergência, o que ocorre geralmente após 3 a 5 iterações. Este modelo foi implementado em vários programas comerciais (GeoStudio, FLAC 2D) e acadêmicos como os elaborados na Universidade da Califórnia, Berkeley - SHAKE (Schnabel *et al.*, 1972), QUAD-4 (Idriss *et al.*, 1973), FLUSH (Lysmer *et al.*, 1975), dentre outros.

Entretanto, como apenas o valor da deformação cisalhante máxima não fornece informações a respeito de toda a história de deformações, é possível que este procedimento possa levar a sistemas artificialmente amortecidos e enrijecidos / amolecidos. No caso de movimentos relativamente uniformes, por exemplo, a tendência é de subestimar a razão de amortecimento λ e de superestimar o módulo de cisalhamento G .

Como o método é essencialmente linear, é também possível que uma das freqüências predominantes da excitação possa coincidir com uma das freqüências naturais da barragem, com tendência ao desenvolvimento de ressonâncias espúrias. Como o método é essencialmente elástico, não tem condições de calcular deformações ou deslocamentos permanentes, necessitando ser complementado por outra técnica aplicada separada ou desacopladamente (Newmark, 1965; Makdisi e Seed, 1978).

Diferenças entre os resultados de análises com o modelo linear equivalente e modelos não lineares depende, naturalmente, do grau de não-linearidade da resposta do solo. Para problemas onde o nível de deformações permanece baixo (solos rígidos e/ou movimentos sísmicos de baixa magnitude), ambas as análises devem produzir estimativas razoáveis da resposta dinâmica do solo. No entanto, para situações onde os valores das tensões cisalhantes induzidas pelo terremoto aproximarem-se da resistência ao cisalhamento, as análises não lineares devem fornecer resultados mais confiáveis.

De acordo com Bray *et al.* (1995) o programa SHAKE91 (Idriss e Sun, 1992), em virtude da incorporação do modelo linear equivalente, somente deve ser empregado para movimentos com $PHA^{rocha} \leq 0,35g$. De acordo com informações da literatura, o modelo linear equivalente não produz resultados confiáveis para situações onde $PHA^{solo} > 0,4g$ (Ishihara, 1986) ou a deformação cisalhante de pico exceder aproximadamente 2% (Kavazanjian *et al.*, 1997). Segundo e Gazetas e Dakoulas (1992) em barragens modernas análises lineares podem ser suficientes para movimentos com $PHA^{solo} \leq 0,2g$.

A relação entre a variação dos parâmetros lineares equivalentes com o nível das deformações cisalhantes foi estudada por vários autores. Até a década de 1980 as reduções de módulo para solos coesivos e granulares eram tratadas separadamente (Seed e Idriss, 1970), conforme mostra a Figura 4.2 para o caso das areias, com o valor do módulo de cisalhamento G_{max} , calculado pela seguinte expressão:

$$G_{max} = 1000K_{2max}(\sigma'_m)^{1/2} \quad em \quad psf$$

$$G_{max} = 21.7K_{2max}P_{atm}\left(\frac{\sigma'_m}{P_{atm}}\right)^{1/2} \quad em \quad Pa \quad 4.1$$

onde σ'_m é a tensão efetiva principal média, p_a a pressão atmosférica e o coeficiente adimensional K_{2max} (no intervalo entre 30 a 70) é obtido de tabelas (Seed e Idriss, 1970) em função do índice de vazios ou densidade relativa da

areia. Para pedregulhos, Seed *et al.* (1984) indicaram valores de K_{2max} no intervalo entre 80 a 180.

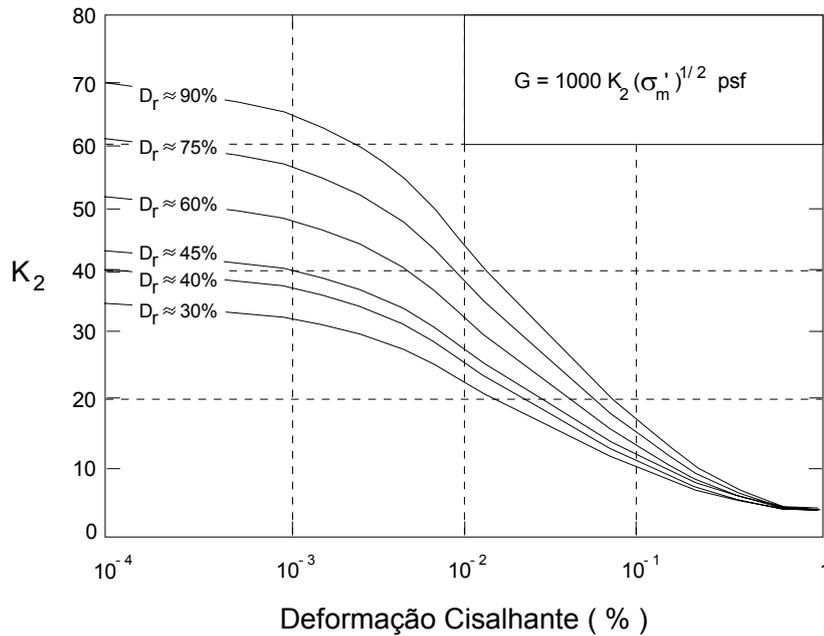


Figura 4.2 – Curvas de variação do módulo de cisalhamento para areias sob diferentes densidades relativas – Seed e Idriss (1970).

Enquanto que para solos coesivos estimativas preliminares de G são obtidas com base no índice de plasticidade IP , razão de pré-adensamento OCR e da resistência ao cisalhamento não-drenada.

A partir dos anos de 1980, estudos de Dobry e Vucetic (1987), Sun *et al.* (1988), Vucetic e Dobry (1991), entre outros, concluíram que há uma transição gradual entre o comportamento de materiais granulares e coesivos, sendo que a forma das curvas de redução de módulo de cisalhamento é mais afetada pelo índice de plasticidade do que pelo índice de vazios. Na Figura 4.3 a curva para $IP = 0$ é muito semelhante à curva média para areias apresentada por Seed e Idriss (1970). Para pedregulhos, apesar da dificuldade experimental da execução de ensaios em laboratório, algumas evidências indicam que a curva média de degradação de G tem forma similar, porém mais achatada, do que a curva média das areias (Seed *et al.*, 1986).

As características de plasticidade também influenciam a razão de amortecimento do solo, como também constatado Kokushu *et al.* (1982), Dobry e Vucetic (1987), Sun *et al.* (1988), Vucetic e Dobry (1991), entre outros. A Figura 4.4 mostra que a razão de amortecimento para solos coesivos altamente plásticos é menor do que para solos granulares, sendo a curva correspondente a

IP = 0 bastante próxima da curva média para areias proposta por Seed e Idriss (1970). De acordo com Seed *et al.* (1984) o amortecimento em pedregulhos é muito similar aos das areias.

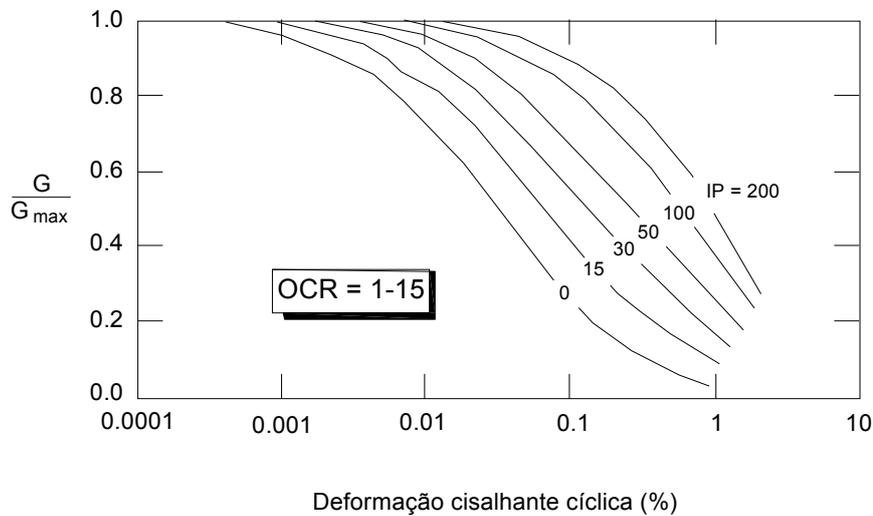


Figura 4.3 – Curvas de variação do módulo de cisalhamento para diferentes índices de plasticidade – Vucetic e Dobry (1991)

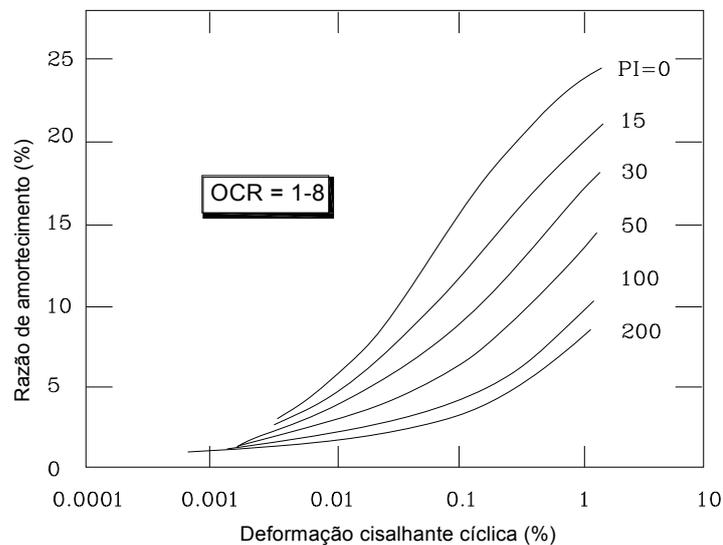


Figura 4.4 – Curvas de variação da razão de amortecimento para diferentes índices de plasticidade – Vucetic e Dobry (1991)

Dakoulas e Gazeta (1985) propuseram um método não linear, porém essencialmente elástico, que evita duas das limitações do método linear equivalente: a definição arbitrária da amplitude da deformação cisalhante equivalente e o efeito de "ressonâncias espúrias". A hipótese básica do método é atualizar a razão de amortecimento e módulo de cisalhamento do solo em

vários intervalos de tempo, de acordo com a deformação cisalhante efetiva calculada pela Equação 4.2. Em outras palavras, a atualização dos parâmetros do solo é feita em vários instantes de tempo, em contraste com a única atualização do método linear equivalente realizada com as deformações cisalhantes calculadas com base apenas nos resultados da iteração anterior.

$$\gamma_{eq} = \sqrt{2}\gamma_{rms}(t) \quad 4.2$$

onde $\gamma_{rms}(t)$ é a raiz quadrada da média dos quadrados das deformações cisalhantes no tempo t .

A análise numérica é executada em duas fases consecutivas. Na primeira, a história das deformações cisalhantes $\gamma_{rms}(t)$ é determinada; na segunda, a resposta do solo é computada através de uma seqüência de análises lineares utilizando a deformação cisalhante efetiva (Equação 4.2) para atualização do módulo de cisalhamento e da razão de amortecimento.

4.2. Modelos cíclicos

O comportamento não linear do solo é representado por um modelo cíclico que segue a trajetória tensão – deformação durante a aplicação do ciclo de carregamento. Vários modelos cíclicos foram propostos na literatura (Iwan, 1967; Finn *et al.*, 1977; Vucetic, 1990; Pyke, 1979; dentre outros) baseados na existência de uma curva tensão x deformação geral (*backbone curve*) e uma série de regras que governam o comportamento de carregamento – descarregamento, a variação da rigidez do solo, o desenvolvimento de poropressões sob condições não-drenadas, etc. Os modelos seguem as regras estendidas de Masing (Kramer, 1996) que estabelecem a forma do ciclo para representação das situações de carregamento inicial, descarregamento e recarregamento.

Os modelos cíclicos têm vantagens à medida que conseguem representar deformações permanentes e a variação da rigidez do solo em função da história de tensões, e não somente da amplitude das deformações cisalhantes como no modelo linear equivalente, e de representar o amortecimento histerético pela dissipação da energia interna em cada ciclo de carregamento - descarregamento (Figura 4.5). Este tipo de amortecimento, como já mencionado anteriormente, é típico do comportamento de solos e permite prescindir do amortecimento de

Rayleigh que reduz drasticamente os passos de tempo na integração da equação do movimento.

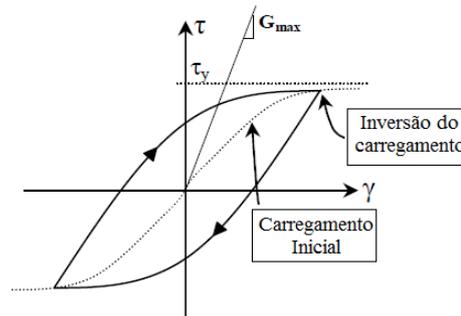


Figura 4.5 - Curvas característica do primeiro ciclo de carregamento

Como exemplo de um modelo cíclico, descreve-se brevemente a seguir os modelo de Finn *et al.* (1977).

A Figura 4.5 apresenta uma curva tensão x deformação geral (*backbone curve*) descrita genericamente como:

$$\tau = f(\gamma) \quad 4.3$$

No modelo de Finn *et al.* (1977) assume-se que a resposta do solo segue a relação tensão x deformação hiperbólica proposta por Hardin e Drenevich (1972), ilustrada na Figura 4.6, e matematicamente descrita por:

$$\tau = \frac{G_{mo} \gamma}{1 + \frac{G_{mo}}{\tau_{mo}} \gamma} \quad 4.4$$

onde τ é a tensão de cisalhamento para uma amplitude de deformação γ , G_{mo} é o módulo tangente inicial máximo e τ_{mo} é a máxima tensão de cisalhamento inicial associada ao valor da assíntota à hipérbole mostrada na Figura 4.6.

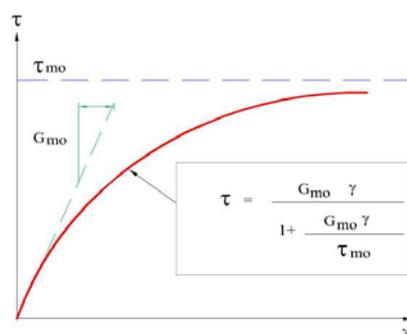


Figura 4.6 – Relação tensão x deformação hiperbólica (adaptado de Finn *et. al.*,1977).

Se o descarregamento ocorrer no ponto (γ_r, τ_r) então a curva tensão x deformação durante o descarregamento, a partir do ponto de reversão, é assumida como:

$$\frac{\tau - \tau_r}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_r}{2}\right) \quad 4.5$$

Quando a curva de descarregamento da Equação 4.5 cruzar novamente a curva da Equação 4.4 inicia-se então um novo ciclo de recarregamento de acordo com a trajetória estabelecida pela Equação 4.4, mas com o módulo máximo redefinido em função da deformação volumétrica ocorrida no ciclo precedente.

Com base em resultados de ensaios de cisalhamento cíclico, constatou-se que a maior porcentagem da mudança de volume do solo ocorre na fase de descarregamento do ciclo. Conseqüentemente, as modificações da curva tensão x deformação para considerar efeitos de variação do módulo de cisalhamento e de poropressão são feitas durante a fase de descarregamento. Para intervalos de deformação $\Delta\gamma$, durante o descarregamento, correspondem intervalos constantes de tempo Δt ; nas quais são feitas estas correções.

Obtêm-se para o enésimo ciclo o módulo de cisalhamento máximo G_{mn} e a tensão de cisalhamento máxima τ_{mo} com base nas equações 4.6 e 4.7, após produzida a deformação volumétrica acumulada ε_{vd}

$$G_{mn} = G_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_1 + H_2 \varepsilon_{vd}} \right) \quad 4.6$$

$$\tau_{mn} = \tau_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_3 + H_4 \varepsilon_{vd}} \right) \quad 4.7$$

onde H_1 , H_2 , H_3 e H_4 são constantes determinadas pelo ajuste das equações 4.6 e 4.7 aos resultados de ensaios de carregamento cíclico com amplitude de deformação constante.

O nível de tensão efetiva também afeta os valores do módulo cisalhante inicial G_{mn} e da tensão de cisalhamento máxima τ_{mn} que serão considerados no próximo ciclo de carregamento e as equações 4.6 e 4.7 são então reescritas para representar as seguintes famílias de curvas:

$$G_{mn} = G_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_1 + H_2 \varepsilon_{vd}} \right) \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v0}} \right)^{1/2} \quad 4.8$$

$$\tau_{mn} = \tau_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_3 + H_4 \varepsilon_{vd}} \right) \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v0}} \right) \quad 4.9$$

onde σ'_{v0} é a tensão efetiva vertical inicial e σ'_v a tensão efetiva vertical no início do n -ésimo ciclo.

As equações 4.8 e 4.9 permitem então atualizar a Equação 4.5 como:

$$\frac{\tau - \tau_r}{2} = \frac{\frac{G_{mn}(\gamma - \gamma_r)}{2}}{1 + \frac{G_{mn}(\gamma - \gamma_r)}{2\tau_{mn}}} \quad 4.10$$

Uma característica observada em ensaios cíclicos de laboratório com amplitude de deformação constante é que a deformação volumétrica é proporcional à amplitude da deformação cisalhante γ (Figura 4.7) de acordo com

$$\Delta\varepsilon_{vd} = C_1(\gamma - C_2\varepsilon_{vd}) + \frac{C_3\varepsilon_{vd}^2}{\gamma + C_4\varepsilon_{vd}} \quad 4.11$$

onde $\Delta\varepsilon_{vd}$ é a mudança de volume no ciclo atual, ε_{vd} a mudança de volume acumulada e C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes determinadas com base nos resultados de 2 ou 3 ensaios cíclicos de amplitude de deformação constante.

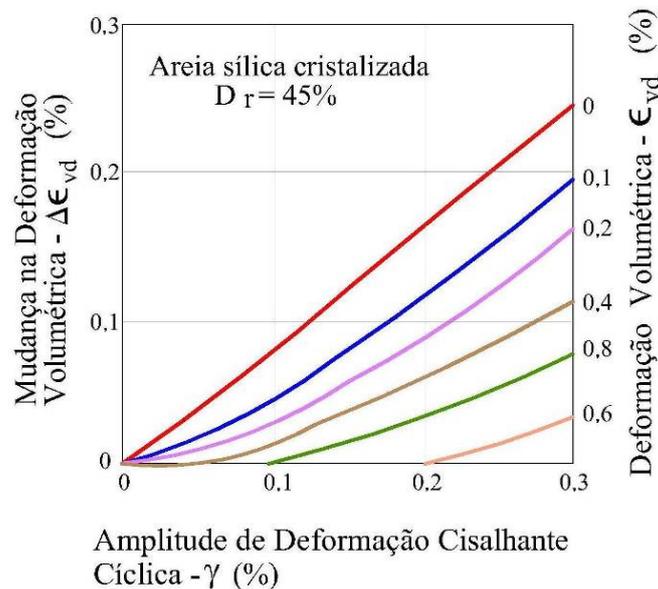


Figura 4.7 – Curvas de deformação volumétrica incremental (adaptado de Martin et al., 1975).

Byrne (1991) propôs uma equação alternativa para determinação da mudança de volume no ciclo atual com base em somente 2 parâmetros,

$$\frac{\Delta \varepsilon_{vd}}{\gamma} = C_1 \exp\left(-C_2 \frac{\varepsilon_{vd}}{\gamma}\right) \quad 4.12$$

onde o parâmetro C_1 controla a mudança de volume no primeiro ciclo,

$$C_1 = \frac{(\Delta \varepsilon_{vd})_{ciclo\ 1}}{\gamma} \quad 4.13$$

Este procedimento é repetido para cada ciclo de carregamento e descarregamento, resultando uma série de laços histeréticos com mudanças contínuas no comportamento tensão x deformação do solo.

A utilização de modelos cíclicos ainda sofre das seguintes dificuldades e críticas:

- a) carregamentos sísmicos com acelerogramas que possuem altas frequências não podem ser amortecidos com estes modelos, recomendando-se utilizar um amortecimento do tipo Rayleigh nas análises dinâmicas;
- b) necessitam de um critério adicional de descarregamento-recarregamento para indicar a passagem entre as equações 4.3 e 4.5.

No programa computacional FLAC 2D v.7 (Figura 4.8), além da Equação 4.4 proposta por Hardin e Drenevich (1972), as seguintes expressões para variação do módulo de cisalhamento secante com a deformação cisalhante efetiva estão disponíveis. De modo geral, quanto maior o número de parâmetros do modelo, melhor é o ajuste em relação aos dados experimentais de laboratório (Seed e Sun, 1989).

- a) modelo de 2 parâmetros SIGMA2 (L_1 e L_2) com $L = \log_{10}(\gamma)$

$$\frac{G_{sec}}{G_{max}} = s^2(3 - 2s) \quad 4.14$$

$$\text{onde} \quad s = \frac{L_2 - L}{L_2 - L_1} \quad 0 \leq s \leq 1 \quad 4.15$$

- b) modelo com 3 parâmetros SIGMA3 a , b e x_0 .

$$\frac{G_{sec}}{G_{max}} = \frac{a}{1 + \exp\left(\frac{-(L - x_0)}{b}\right)} \quad 4.16$$

- c) modelo com 4 parâmetros SIGMA4 a , b , x_0 e y_0

$$\frac{G_{sec}}{G_{max}} = y_0 + \frac{a}{1 + \exp\left(\frac{-(L - x_0)}{b}\right)} \quad 4.17$$

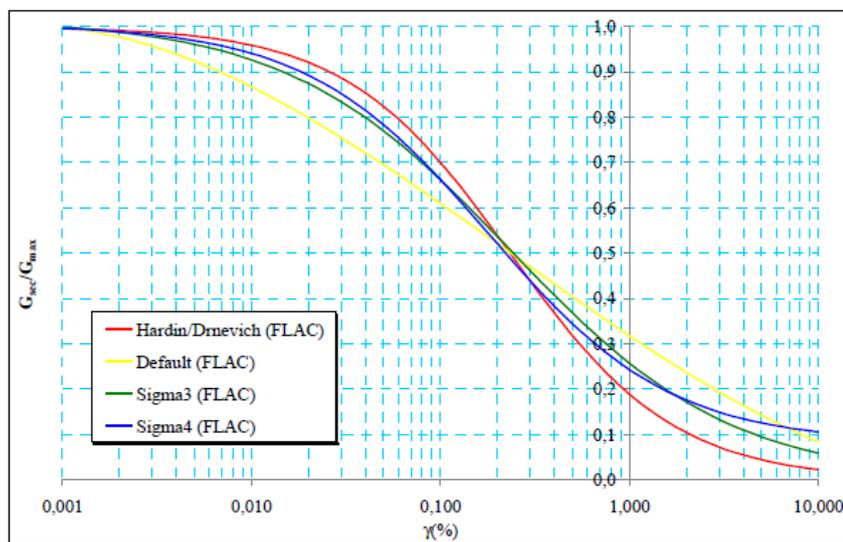


Figura 4.8 - Modelos cíclicos disponíveis no programa computacional FLAC2D.

4.3. Modelos elasto-plásticos

Modelos constitutivos elasto-plásticos avançados são os mais precisos e gerais para representação do comportamento do solo, permitindo análises com uma grande variedade de história de tensões, comportamento drenado e não-drenado, carregamento cíclico, etc., mas a avaliação experimental dos parâmetros necessários à completa descrição do modelo pode ser difícil de ser feita em ensaios de laboratório. De acordo com a Tabela 4.1. alguns destes modelos requerem a determinação de mais de 10 parâmetros em laboratório, com um deles chegando a exigir 22.

Apesar desta dificuldade de ordem prática, o uso de modelos constitutivos elasto-plásticos avançados tende a aumentar, assim como já vem ocorrendo nas aplicações geotécnicas envolvendo apenas carregamentos estáticos.

Uma das principais dificuldades na modelagem numérica é com relação ao amortecimento do material pois até esta data, no conhecimento deste autor, não há modelo constitutivo que incorpore implícita e plenamente este fenômeno na própria formulação do modelo. Via de regra, na prática são utilizados modelos constitutivos baseados no clássico modelo de Mohr-Coulomb ou em suas adaptações (como o modelo UBCSand para análise de liquefação de solos) com

inclusão de parcela adicional de amortecimento viscoso (Rayleigh) ou hysterético (modelo linear equivalente).

Tabela 4.1 - Comparação de modelos plásticos típicos para solos sob carregamentos cíclicos e suas potencialidades (adaptado de Park, 2005).

| Tipo de modelo 1 | Modelo constitutivo 2 | Referência 3 | Componentes de plasticidade | | | Praticidade e potencialidade | | |
|--------------------------------|--------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------|--------------------------------------------------|----------------------------------|
| | | | Tipo de superfície de escoamento 4 | Lei de fluxo (dilatância) 5 | Parâmetros de endurecimento 6 | Número de parâmetros 7 | Validado em deformação plana ⁽ⁱ⁾ 8 | Modelos PSR ⁽ⁱⁱ⁾ 9 |
| Superfície limite | DYSAC2 | Muraleetharan <i>et al.</i> , 2004 | Cap elíptica | Não associada | Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas | 13 | Não | Não |
| | MIT-S1 | Pestana <i>et al.</i> , 2000, 2002 | Lemniscata distorcida | Não associada | Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas | 13 | Sim | Não |
| Superfícies aninhadas | ALTERNAT | Woodward & Molenkamp, 1999 | Cone (Lade) | Não associada & Associada, Rowe ⁽ⁱⁱⁱ⁾ | Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas | 22 | Não | Não |
| | DYNAFLOW | Azizian & Popescu, 2001 | Cone (Drucker-Prager) | Associada ou Não associada | Módulo de trabalho plástico ^(iv) | 8 | Não | Não |
| Plasticidade generalizada | DIANA-SWANDYNE II | Aydingun & Adalier, 2003 | Cap elíptica | Não associada, Nova ^(v) | Deformações volumétricas e cisalhantes plásticas | 11 | Não | Não |
| Plasticidade do estado crítico | NorSand | Been <i>et al.</i> , 1993 | Forma de bala | Associada, Nova | Trabalho plástico | 9 | Sim | Sim |
| Plasticidade tipo Mohr-Coulomb | UBCSAND | Byrne <i>et al.</i> , 2004a | Cone (Mohr-Coulomb) | Não associada, Rowe | Deformações cisalhantes plásticas | 6 | Sim | Não |
| | UBCSAND2 | Park <i>et al.</i> , 2005 | Cone (Mohr-Coulomb) | Não associada, Rowe | Deformações cisalhantes plásticas | 7 | Sim | Sim |

Note: (i) referido ao ensaio de cisalhamento simples; (ii) modelos que abrangem a rotação das tensões principais (PSR - Principal Stress Rotation); (iii) Rowe denota a relação *stress-dilatancy* de Rowe (1962); (iv) refere-se a Iwan (1967), Mroz (1967), Prevost (1977); (v) Nova denota a relação *stress-dilatancy* de Nova (1982); Col.7: o número de parâmetros foi obtido a partir da referência da Col. 3, e tensões iniciais, densidade inicial e coesão foram excluídos na contagem dos parâmetros; Col.8: Essa reposta é baseada na referência e pode ser diferentes em diferentes versões.