



Giancarlo Luis Gómez Gonzáles

**Medição de deformações elastoplásticas em regiões de
concentração de tensões utilizando métodos
sem malha e visão computacional**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro
Setembro de 2014



Giancarlo Luis Gómez Gonzáles

**Medição de deformações elastoplásticas em regiões de
concentração de tensões utilizando métodos
sem malha e visão computacional**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. José Luiz de França Freire

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Carlos Alberto de Almeida

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Luiz Carlos da Silva Nunes

Departamento de Engenharia Mecânica – UFF-Rio

Prof. José Eduardo de Almeida Maneschy

Eletrobrás - Eletronuclear

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de setembro de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Giancarlo Luis Gómez Gonzáles

Possui graduação em Engenharia Eletrônica pela Universidade Nacional de San Agustín de Arequipa no Perú (2006) e mestrado em Engenharia Mecânica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2010).

Ficha Catalográfica

Gómez Gonzáles, Giancarlo Luis

Medição de Deformações Elastoplásticas em Regiões de Concentração de Tensões utilizando Métodos Sem Malha e Visão Computacional / Giancarlo Luis Gómez Gonzáles; orientador: Marco Antonio Meggiolaro – 2014.

128 f. il. (color.); 30 cm

Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2014.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. SIFT. 3. Métodos sem malha. 4. Gradientes de deformação. 5. Deformações elastoplásticas. 6. Concentração de tensões I. Meggiolaro, Marco Antonio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

A mis queridos padres, Luis y Mariela,
Que creyeron en mis sueños y ahora los ven realizados.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela inspiração.

Ao meu orientador Professor Marco Antonio Meggiolaro, pela orientação científica e conhecimentos compartilhados ao longo do mestrado e doutorado.

Aos professores membros da banca de defesa pelos pertinentes apontamentos e sugestões, contribuindo com o enriquecimento deste trabalho.

À Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro e ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo suporte financeiro no Brasil.

Aos colegas do Laboratório de Fotomecânica e Fadiga pela colaboração, apoio, conversas e amizade.

Resumo

Gómez Gonzáles, Giancarlo Luis; Meggiolaro, Marco Antonio. **Medição de deformações elastoplásticas em regiões de concentração de tensões utilizando métodos sem malha e visão computacional**. PUC-Rio, 2014. 128p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A análise de deformações em torno de regiões de concentração de tensões é uma importante ferramenta na avaliação da integridade estrutural de peças e componentes mecânicos. Todavia, esta análise se torna mais complexa quando o material atinge a plastificação junto ao entalhe. Neste trabalho, uma nova metodologia numérico-experimental para medição de deformações na superfície de um material, combinando métodos sem malha e visão computacional, é apresentada. A parte experimental da técnica é baseada na captura de imagens de um material em estados diferentes de deformação durante um ensaio mecânico. A técnica de visão computacional conhecida como *Scale Invariant Feature Technique* (SIFT) é utilizada aqui para extrair pontos característicos nas imagens capturadas. Para tanto, uma textura aleatória foi pintada na superfície do corpo de prova. Em seguida, os deslocamentos são obtidos experimentalmente, através do seguimento das posições dos pontos SIFT corretamente correspondidos no par de imagens capturadas do ensaio, antes e depois da aplicação da carga. Os pontos fornecidos pelo algoritmo SIFT são selecionados como nós de uma formulação sem malha, e o método de mínimos quadrados móveis é utilizado para gerar uma aproximação numérica do campo de deslocamentos e as suas derivadas. Assim, deformações na região próxima ao entalhe são devidamente quantificadas para posterior análise. Na validação da metodologia proposta, corpos de prova entalhados foram utilizados para estudar o comportamento da deformação plástica nas regiões de concentração de tensões. Os resultados dos testes mostraram boa concordância e precisão quando comparados com soluções analíticas, simulações pelo método dos elementos finitos (ANSYS) e soluções obtidas através de um *software* comercial de correlação de imagens digitais.

Palavras-chave

SIFT; métodos sem malha; gradientes de deformação; deformações elastoplásticas; concentração de tensões.

Abstract

Gómez Gonzáles, Giancarlo Luis; Meggiolaro, Marco Antonio (Advisor). **Measurement of elastoplastic strains at stress concentration regions using meshless methods and computer vision.** PUC-Rio, 2014. 128p. DSc. Thesis - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Strain analysis near stress concentration regions is an important tool for structural integrity of mechanical components. However, this analysis becomes more complex when the material starts to deform plastically near the notch root. In this work, a novel experimental-numerical technique for the measurement of the strain distribution on the surface of a deformable body is described, which uses meshless methods and computer vision. The experimental part of this technique is based on the capture of images at different stages of material deformation during a mechanical test. The Scale Invariant Feature Transform (SIFT) is a computer vision algorithm used here to extract distinctive points or features in the captured images. For this purpose, a random texture was painted on the specimen surface. Then, the displacements are experimentally obtained by tracking the positions of successfully matched SIFT points in an undeformed-deformed pair of images. The points provided by SIFT are selected as nodes in a meshless formulation and the moving least square method is used to generate a numerical approximation for the displacement field and its derivatives. Thus, the corresponding strain field close to the notch is calculated. To validate the proposed methodology, notched specimens were employed to study the deformation behavior on regions of stress concentration. Experimental results showed good agreement and accuracy when compared to analytical solutions, to simulations by finite elements (ANSYS) and to solutions obtained by using a commercial software based on the digital image correlation technique.

Keywords

SIFT; meshless methods; strain gradient; elastoplastic strain; stress concentration.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	19
1.1. Objetivos	28
1.1.1. Objetivos Específicos	28
1.2. Organização da Tese	28
2 SIFT (Scale Invariant Feature Transform)	30
2.1. Etapas do SIFT	30
2.1.1. Detecção de Extremos	30
2.1.2. Localização Precisa dos Pontos-chave	32
2.1.3. Atribuição da Orientação dos Descritores	35
2.1.4. Construção do Descritor Local	37
2.2. <i>Matching</i> ou Casamento de Pontos Correspondentes	38
3 ESTEREOSCOPIA	41
3.1. Modelo da Câmera	41
3.1.1. Parâmetros Intrínsecos	43
3.1.2. Parâmetros Extrínsecos	44
3.2. Sistema de Visão Estereoscópica	46
3.2.1. Calibração	47
3.2.2. Correspondência	48
3.2.3. Reconstrução	48
4 MÉTODOS SEM MALHA	52
4.1. Princípio Básico dos Métodos Sem Malha	52
4.1.1. Conceito de Domínio de Suporte	53
4.1.2. Conceito de Domínio de Influência	54
4.2. Aproximação por Mínimos Quadrados Móveis (MLS)	55
4.2.1. Função de Base	60
4.2.2. Função Peso	61
4.3. Exemplo Numérico: Problema Unidimensional	65
4.4. Exemplo Numérico: Problema Bidimensional	67

5 DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO VISUAL	71
5.1. Preparação do Corpo de Prova	71
5.2. Aquisição das Imagens	72
5.3. Calibração das Câmeras	73
5.4. Determinação Experimental dos Deslocamentos	75
5.5. Formulação Sem Malha	78
5.5.1. Caso Nº 1: Gradiente de Deformação Uniforme	79
5.5.2. Caso Nº 2: Gradiente de Deformação com Concentração de Tensões	86
6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	94
6.1. Caracterização do Material	94
6.2. Montagem Experimental	97
6.3. Análise a partir de Modelos Semi-Empíricos	99
6.3.1. Regra de Neuber	99
6.3.2. Regra de Molski e Glinka	100
6.3.3. Regra de Neuber Modificada	100
6.3.4. Regra Molski e Glinka Modificada	102
6.4. Análise por Elementos Finitos	102
6.5. Análise Utilizando o <i>Software</i> VIC-3D	104
6.6. Análise Utilizando o Método SIFT-Meshless	104
6.7. Comparação de Resultados	106
6.8. Análise da Incerteza nas Medições Experimentais	119
7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	120
7.1. Sugestões para Trabalhos Futuros	122
8 BIBLIOGRAFIA	123

Lista de figuras

Figura 1.1 Exemplos de regiões com concentração de tensão provocadas pela geometria da peça, com indicação dos pontos críticos (Rosa, 2002).....	19
Figura 1.2 Variação K_σ e K_e com a tensão no entalhe.	20
Figura 1.3 Princípio da técnica DIC (<i>Correlated</i> , 2014).	22
Figura 1.4 Exemplo de análise utilizando o <i>software</i> VIC-3D.....	24
Figura 1.5 Exemplo de correspondência utilizando o algoritmo SIFT. (a) imagem original e (b) imagem deformada.	25
Figura 2.1 Pirâmide de Gaussianas.	31
Figura 2.2 Processo de construção das imagens resultantes da Diferença de Gaussianas DoG.	32
Figura 2.3 Detecção de extremos nas escalas adjacentes.	32
Figura 2.4 Localização precisa do ponto-chave.	33
Figura 2.5 Exemplo de detecção de pontos-chaves. Imagem original (esquerda) e 9250 pontos localizados (direita).	35
Figura 2.6 Determinação da orientação principal do ponto-chave.	36
Figura 2.7 Exemplo da atribuição das orientações dos pontos-chave, localizados na imagem da esquerda, representadas por vetores na imagem da direita.	37
Figura 2.8 Construção do descritor SIFT.	38
Figura 2.9 Função densidade de probabilidade típica para correspondência de pontos SIFT (Lowe, 2004).	39
Figura 3.1 Geometria do modelo de câmera <i>pinhole</i>	42
Figura 3.2 Transformação das coordenadas do mundo para as coordenadas da câmera.	45
Figura 3.3 Modelo simplificado de um sistema de visão estéreo.	46
Figura 3.4 Parâmetros extrínsecos e intrínsecos do sistema de visão estéreo.	47
Figura 3.5 Exemplo de correspondência de pontos utilizando o algoritmo SIFT em um par de imagens capturadas simultaneamente de uma lata de refrigerante.....	48
Figura 3.6 Reconstrução do ponto por triangulação com raios que não se	

intersectam no espaço.....	49
Figura 3.7 Exemplo de recuperação da posição no espaço para um conjunto de pontos localizados no par-estéreo.....	51
Figura 4.1 Representação do domínio do problema Ω . Em destaque, exemplos de domínios de suporte retangular Ω_i e circular Ω_j para os nós i e j	53
Figura 4.2 Exemplos de domínios de influência circulares no caso bidimensional.	54
Figura 4.3. Função de aproximação u^h e deslocamentos nodais u_i na aproximação MLS.	56
Figura 4.4 Exemplo de algumas funções peso no espaço unidimensional.....	62
Figura 4.5 Função peso Cúbica <i>Spline</i> unidimensional e a sua respectiva derivada.	63
Figura 4.6 Função de peso Cúbica <i>Spline</i> bidimensional.....	64
Figura 4.7 Derivada parcial da função de peso Cúbica <i>Spline</i> em relação à direção x	64
Figura 4.8 Derivada parcial da função de peso Cúbica <i>Spline</i> em relação à direção y	64
Figura 4.9 Problema unidimensional.....	65
Figura 4.10 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para $u(x)$	66
Figura 4.11 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para $u(x)_{,x}$	66
Figura 4.12 Problema bidimensional.....	67
Figura 4.13 Distribuição de nós adotada na discretização do problema.	68
Figura 4.14 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deslocamento $u(x,y)$	68
Figura 4.15 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deslocamento $v(x,y)$	68
Figura 4.16 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_x(x,y)$	69
Figura 4.17 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_y(x,y)$	69
Figura 4.18 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_{xy}(x,y)$	69
Figura 5.1 Detalhe da caracterização da superfície de um corpo de prova.	72

Figura 5.2 Sistema de visão estereoscópica montado no laboratório.....	72
Figura 5.3 Tela principal do <i>software</i> Vic-Snap 2009.....	73
Figura 5.4 Exemplo de processo de calibração das câmeras.....	74
Figura 5.5 Exemplo de seleção de uma área de interesse.....	75
Figura 5.6 Correspondência entre cada par-estéreo.....	76
Figura 5.7 Correspondência entre imagem de referência e deformada.	76
Figura 5.8 Exemplo de reconstrução da posição 3-D.....	78
Figura 5.9 Viga retangular submetida à flexão em quatro pontos.....	79
Figura 5.10 Pontos correspondentes para a carga $P = 130$ N (10880 pontos).....	81
Figura 5.11 Pontos correspondentes para a carga $P = 190$ N (10623 pontos).....	81
Figura 5.12 Evolução do erro RMS na componente ε_{xx} em relação à variação do raio de influência d_i e da constante de proporcionalidade α_s	82
Figura 5.13 Evolução do erro RMS na componente ε_{yy} em relação à variação do raio de influência d_i e da constante de proporcionalidade α_s	82
Figura 5.14 Evolução do erro RMS em relação à constante de proporcionalidade α_s na formulação sem malha para $d_i = 2,5$ mm.	83
Figura 5.15 Campo de deformações na direção x obtido pelo método SIFT- Meshless para $P = 190$ N.	84
Figura 5.16 Campo de deformações na direção y obtido pelo método SIFT- Meshless para $P = 190$ N.....	84
Figura 5.17 Modelo de elementos finitos para o Caso N° 1.....	85
Figura 5.18 Comparação entre resultados numérico e experimental para ε_{xx}	85
Figura 5.19 Comparação entre resultados numérico e experimental para ε_{yy}	85
Figura 5.20 Viga engastada com carregamento na extremidade.	86
Figura 5.21 Pontos correspondentes para $P = 4.7$ N (10254 pontos).	87
Figura 5.22 Modelo de elementos finitos para o Caso N° 2.....	87
Figura 5.23 Comparação entre resultados numérico e experimental da distribuição de ε_{xx} ao longo da seção transversal em $x = 0$	88
Figura 5.24 Pontos SIFT utilizados na formulação sem malha (Esq.). Primeira aproximação de ε_{xx} com $\alpha_s = 4$ (Dir.).	89
Figura 5.25 Cálculo do gradiente normalizado de ε_{xx} na direção y	89
Figura 5.26 Variação do gradiente normalizado calculado na direção y para as simulações com raios de entalhe de 1, 5 e 10 mm.	90

Figura 5.27 Função calibrada para determinação do parâmetro α_s .	90
Figura 5.28 Campo de deformações ε_{xx} na direção x obtido pelo método SIFT-Meshless para o Caso Nº 2.	91
Figura 5.29 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação ε_{xx} na direção x .	91
Figura 5.30 Comparação entre resultados numérico e experimental da distribuição de ε_{xx} ao longo da seção transversal em $x = 0$.	92
Figura 6.1 Geometria do corpo de prova utilizado para caracterização do aço 304 (dimensões em milímetros).	94
Figura 6.2 Curva σ - ε de engenharia e real para o aço inox 304.	95
Figura 6.3 Determinação do módulo de elasticidade para o aço inox 304.	95
Figura 6.4 Ajuste do coeficiente H e do expoente h para o aço 304.	96
Figura 6.5 Ajuste de Ramberg-Osgood para o aço 304.	96
Figura 6.6 Geometria do corpo de prova utilizado para o ensaio de flexão (dimensões em milímetros).	97
Figura 6.7 Corpo de prova utilizado no ensaio de flexão em quatro pontos.	97
Figura 6.8 Viga retangular com entalhe semicircular submetida a flexão em quatro pontos.	98
Figura 6.9 Montagem experimental.	98
Figura 6.10 Discretização do modelo do corpo de prova em elementos finitos.	103
Figura 6.11 Exemplo de configuração do modelo de encruamento em ANSYS.	103
Figura 6.12 Região de interesse analisada no <i>software</i> VIC-3D.	104
Figura 6.13 Pontos correspondentes localizados na imagem de referência pelo algoritmo SIFT.	105
Figura 6.14 Nós no domínio do problema e domínio de influência mínimo ($d_i = 2,5$ mm) utilizados na formulação sem malha.	106
Figura 6.15 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo método SIFT-Meshless para a carga de 4 kN.	106
Figura 6.16 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo método SIFT-Meshless para a carga de 8 kN.	107
Figura 6.17 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo	

<i>software</i> VIC-3D para a carga de 4 kN.	107
Figura 6.18 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo	
<i>software</i> VIC-3D para a carga de 8 kN.	108
Figura 6.19 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo	
<i>software</i> ANSYS para a carga de 4 kN.	108
Figura 6.20 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo	
<i>software</i> ANSYS para a carga de 8 kN.	109
Figura 6.21 Comparação entre resultados numérico e experimental para a	
componente de deformação na direção horizontal x com carga 4 kN.	109
Figura 6.22 Comparação entre resultados numérico e experimental para a	
componente de deformação na direção horizontal x com carga de 8 kN.	110
Figura 6.23 Comparação de resultados para deformação máxima na direção	
horizontal x obtidos pelas regras de Neuber e Molsky-Glinka, o Método de	
Elementos Finitos (ANSYS), e o método SIFT-Meshless.	112
Figura 6.24 Comparação de resultados para deformação máxima na direção	
horizontal x obtidos pelas regras modificadas de Neuber e Molski-Glinka, e	
o método SIFT-Meshless.	113
Figura 6.25 Comparação de resultados para K_ϵ obtidos pelas regras de	
Neuber e Molski-Glinka, regras modificadas de Neuber e Molski-Glinka, e	
o método de Elementos Finitos (ANSYS).	114
Figura 6.26 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 3$ kN.	115
Figura 6.27 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 4$ kN.	116
Figura 6.28 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 5$ kN.	116
Figura 6.29 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 6$ kN.	116
Figura 6.30 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 7$ kN.	117
Figura 6.31 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 8$ kN.	117
Figura 6.32 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 9$ kN.	117
Figura 6.33 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 10$ kN.	118
Figura 6.34 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 11$ kN.	118
Figura 6.35 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 12$ kN.	118

Lista de tabelas

Tabela 4.1 Algumas bases polinomiais.	60
Tabela 4.2 Erros RMS no cálculo da solução para o problema unidimensional. ..	66
Tabela 4.3 Erros RMS no cálculo da solução do problema bidimensional.	70
Tabela 5.1 Detalhes do processamento das imagens pelo SIFT.	77
Tabela 5.2 Descrição do corpo de prova.	80
Tabela 5.3 Detalhes do processamento SIFT para $P = 130 \text{ N}$	80
Tabela 5.4 Detalhes do processamento SIFT para $P = 190 \text{ N}$	80
Tabela 5.5 Erros RMS obtidos para diferentes funções peso.	83
Tabela 5.6 Descrição do corpo de prova	86
Tabela 5.7 Detalhes do processamento SIFT para $P = 4,7\text{N}$	87
Tabela 6.1 Resultados obtidos para o cálculo do K , linear elástico.	99
Tabela 6.2 Detalhes do processamento SIFT para o corpo de prova metálico....	105
Tabela 6.3 Resultados de máxima deformação na direção horizontal x	110
Tabela 6.4 Análise de incerteza para o método utilizado.	119

Abreviaturas e símbolos

ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CCD	<i>Charge-coupled device</i>
DEM	<i>Diffuse Element Method</i>
DIC	<i>Digital Image Correlation</i>
DoG	<i>Difference of Gaussians</i>
EFG	<i>Element-free Galerkin</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FDP	Função Densidade de Probabilidade
MLS	<i>Moving Least Square</i>
SIFT	<i>Scale Invariant Feature Transform</i>
a, b	Constantes da função peso
$a(x)$	Vetor de coeficientes
C	Centro de projeção
D	Função diferença de gaussianas, ou altura da seção reta de uma viga [mm]
Det	Determinante de uma matriz
dm	Dimensão do domínio de influência [mm]
d	Raio de influência [mm]
E	Modulo de elasticidade [GPa]
e_o	Erro
$e(x)$	Erro residual
f	Distância focal
F	Imagem filtrada
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento [GPa]
H	Matriz Hessiana, ou coeficiente de encruamento monotônico [MPa]
h	expoente de encruamento monotônico
I	Imagem de entrada, ou momento de inércia [mm ³]
J	Funcional ou função cujo domínio é um espaço vetorial

k	Constante da função peso
k_1, k_2	Coeficientes de distorção radial
K	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera
K_t	Fator de concentração de tensão linear elástico
K_t^M	Fator de concentração de tensão linear elástico modificado
K_ε	Fator de concentração de deformação elastoplástico
K_σ	Fator de concentração de tensão elastoplástico
K_p	Fator de plasticidade do entalhe
L	Comprimento [mm]
L_i, L_s	Comprimento do vão inferior e vão superior [mm]
L_p	Carga de escoamento [MPa]
L_y	Carga de colapso plástico [MPa]
M	Posição de um ponto no espaço
m	Magnitude do gradiente do descritor
\log, \ln	Logaritmos na base 10 e na base e ($e \approx 2.71828$)
r	Razão, ou raio do entalhe [mm]
r_{ij}	Elemento na i -ésima linha e na j -ésima coluna da matriz de rotação
r_d	Raio da distorção radial [<i>pixels</i>]
R	Matriz de rotação
S	Coeficiente <i>skew</i> da câmera
S_y	Resistência ao escoamento [MPa]
u, v	Deslocamentos nas direções dos eixos x e y
P	Carga aplicada [N]
$P(x)$	Base polinomial
P_e, P_d	Raio de projeção esquerda e direita
$sign$	Função sinal
T	Vetor de translação
t	Espessura da peça [mm]

tr	Traço de uma matriz
t_x, t_y, t_z	Componentes de do vetor de translação
$w(x)$	Função peso
α	Autovalor com maior magnitude
α_s	Constante de proporcionalidade
β	Autovalor com menor magnitude
$\phi(x)$	Função de forma
φ	Magnitude do elemento de um descritor
ε	Deformação real
ε_{eng}	Deformação de engenharia
ε_m	Deformação máxima
ε_n	Deformação nominal
$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$	Componentes do tensor deformação
ε_n^M	Deformação nominal modificada [MPa]
$\mu\varepsilon$	Abreviatura de "microstrain" ($1\mu\varepsilon = 10^{-6}$ m/m)
ν	Coeficiente de Poisson
π	Plano de imagem da câmera
Θ	Descritor associado a um ponto característico
θ	Ângulo de rotação, ou orientação do gradiente do descritor
σ	Tensão real [MPa]
σ_{eng}	Tensão de engenharia [MPa]
σ_n	Tensão nominal [MPa]
σ_m	Tensão máxima [MPa]
σ_g	Desvio padrão do filtro Gaussiano
σ_n^M	Tensão nominal modificada [MPa]
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Rotação em torno do eixo x, y e z, respectivamente
ψ	Magnitude do elemento de um descritor