

2 Modelo Matemático

Neste capítulo o modelo matemático utilizado para prever o escoamento bifásico é apresentado juntamente com o modelo de deposição convectivo. As hipóteses consideradas são descritas a seguir.

Uma vez que os dutos de interesse são muito longos, foi considerado fluxo unidimensional, adotando propriedades médias na seção transversal. O fluxo pode conter duas fases distintas ao longo do duto, como gás e líquido, enquanto a fase líquida é considerada uma mistura homogênea de água e óleo (quando água está presente). A evolução de gás a partir do óleo - evaporação ou condensação - é igualmente considerada na modelagem, e as propriedades do fluido são obtidas admitindo um comportamento *black oil* (Beggs e Brill, 1984). Para a solução das equações de conservação do fluxo bifásico foi adotado o modelo clássico de deslizamento entre as fases, Prosperetti e Tryggvason, 2007 e Wallis, 1969.

As equações de conservação são apresentadas a seguir. Considerando-se apenas a presença de duas fases (líquido e gás representado pelos subscritos l e g), a fração de gás e de líquido α deve respeitar a seguinte equação.

$$\alpha_l + \alpha_g = 1 \quad (2.1)$$

A conservação de massa da mistura é obtida através da combinação das equações de conservação de massa das fases gás e líquida,

$$\frac{\partial(\alpha_g \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_g \rho_g v_g)}{\partial x} = \dot{m}_{gl} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial(\alpha_l \rho_l)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_l \rho_l v_l)}{\partial x} = -\dot{m}_{gl} \quad (2.3)$$

onde ρ é a massa específica, v é a velocidade, t e x representam as coordenadas de tempo e axial ao longo do duto e \dot{m}_{gl} corresponde a taxa de transferência de

massa entre as fases. Os subscritos l e g referem-se às fases líquida e gasosa, respectivamente.

Definindo a massa específica de mistura e a velocidade de mistura

$$\rho_m = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l \quad (2.4)$$

$$v_m = \frac{(\alpha_g \rho_g v_g + \alpha_l \rho_l v_l)}{\rho_m} \quad (2.5)$$

onde o subscrito m representa a mistura de líquido e gás, a equação de continuidade de mistura pode ser obtida combinando as eqs. (2.2) e (2.3) e utilizando as relações das eqs. (2.4) e (2.5) como

$$\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m v_m)}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

A equação de conservação de quantidade de movimento linear para a mistura pode também ser obtida a partir da soma das equações de conservação de quantidade de movimento para cada uma das fases, o que resulta em,

$$\frac{\partial(\rho_m v_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m v_m v_m)}{\partial x} = -\frac{\partial J}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho_m g \sin \theta - \frac{\tau_w S_w}{A} \quad (2.7)$$

onde θ é o ângulo entre a direção do escoamento e a horizontal, p é a pressão média da mistura, τ_w a tensão de cisalhamento na parede do duto, S_w e A são, respectivamente, o perímetro molhado da parede e a área da seção transversal do duto. J é o fluxo de deslizamento (Prosperetti e Tyggvason, 2007), definido por

$$J = \frac{\alpha_g}{\alpha_l} \frac{\rho_g \rho_l v_r^2}{\rho_m} \quad (2.8)$$

onde v_r é a velocidade relativa entre as fases

$$v_r = v_g - v_l \quad (2.9)$$

Definindo a energia interna de mistura como sendo

$$u_m = \frac{\alpha_g \rho_g u_g + \alpha_l \rho_l u_l}{\rho_m} \quad (2.10)$$

A equação de conservação de energia de mistura também pode ser obtida pela soma das equações de conservação de energia das fases líquida e gasosa, resultando em,

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m u_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m v_m u_m)}{\partial x} = & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l}{\rho_m} (u_g - u_l) v_r \right] \\ & - p \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha_g \alpha_l (\rho_l - \rho_g)}{\rho_m} v_r \right] + p \frac{\partial v_m}{\partial x} - \frac{1}{2} \dot{m}_{gl} (v_g^2 - v_l^2) - \frac{q_w S_w}{A} \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde u é a energia interna e q_w é o fluxo de calor entre o escoamento interno e o meio ambiente.

Na presente modelagem, considerou-se o líquido como compressível, ou seja, a densidade do óleo é definida a partir da razão de solubilidade do gás no óleo (R_{so}), do fator volume de formação (Bo) e das condições padrão do gás e do óleo (função de pressão e temperatura), e o gás com comportamento ideal. Dessa forma, tem-se

$$\rho_g = \frac{p}{R_g T_g} \quad (2.12)$$

$$du_m = c_{v_m} dT_m \quad (2.13)$$

onde R_g é a constante do gás e T_g é a temperatura do gás. No trabalho considerou-se igualdade entre a temperatura das duas fases ($T_l = T_g$), o que implica que a temperatura do gás é igual à temperatura da mistura T_m . c_v é o calor específico a volume constante da mistura, o qual deve ser obtido em função do calor específico a volume constante c_v de cada fase, os quais foram considerados constantes.

$$c_{v_m} = \alpha_g c_{v_g} + \alpha_l c_{v_l} \quad (2.14)$$

Para a determinação do escoamento, i.e., determinação do campo de fração de gás, velocidade, pressão e temperatura, é necessário resolver as eqs. (2.2), (2.6), (2.7) e (2.11) de forma acoplada, respeitando a restrição dada pela eq. (2.1).

2.1 Equações de Fechamento

Para solução do conjunto de equações de conservação serão necessárias algumas equações de fechamento para avaliar a taxa de transferência de massa entre as fases, o fluxo de deslizamento, a tensão cisalhante e fluxo de calor na parede da tubulação.

2.1.1. Transferência de massa entre as fases

Para avaliar a transferência de massa entre as fases \dot{m}_{gl} , de modo a considerar o gás dissociado do óleo foi selecionada a modelagem *black oil* (Beggs e Brill, 1984), conforme relatório do TRANSFLUX (Stuckenbruck, 1994). No modelo *black oil* as propriedades dos fluidos são determinadas através de expressões e correlações empíricas.

2.1.1.1. Massa específica

Massa específica do óleo. Para a determinação da massa específica do óleo a determinada pressão e temperatura utilizou-se o seguinte balanço de massa

$$m_o = m_o^{std} + m_{gdo}^{std} \quad (2.15)$$

ou

$$\rho_o V_o = \rho_o^{std} V_o^{std} + \rho_{gdo}^{std} V_{gdo}^{std} \quad (2.16)$$

$\rho_o^{std} V_o^{std}$ é o produto da massa específica do óleo com o volume de óleo na condição padrão e $\rho_{gdo}^{std} V_{gdo}^{std}$ corresponde ao produto da massa específica do gás dissolvido no óleo pelo volume de gás dissolvido no óleo na condição padrão. Dividindo ambos os lados da eq. (2.77) pelo termo V_o^{std} temos.

$$\frac{\rho_o V_o}{V_o^{std}} = \rho_o^{std} + \frac{\rho_{gdo}^{std} V_{gdo}^{std}}{V_o^{std}} \quad (2.17)$$

Definindo

$$B_o = \frac{V_o}{V_o^{std}} \quad \text{e} \quad R_{So} = \frac{V_{gdo}^{std}}{V_o^{std}} \quad (2.18)$$

tem-se

$$\rho_o = \frac{\rho_o^{std} + \rho_{gdo}^{std} R_{So}}{B_o} \quad (2.19)$$

B_o (fator volume de formação do óleo) é a relação entre o volume de óleo a P e T e o volume de óleo em condição padrão, levando-se em conta a saída do gás de solução, compressibilidade e expansão térmica e R_{So} (razão de solubilidade do gás no óleo) é a razão entre o volume de gás que está dissolvido no óleo expresso em condição padrão e o volume de óleo em condição padrão. A massa específica padrão ρ_o^{std} pode ser expressa pelo grau API do óleo e massa específica padrão da água ρ_w^{std} , de acordo com

$$\rho_o^{std} = d_o^{std} \rho_w^{std} \quad ; \quad d_o^{std} = \frac{141,5}{(131,5 + API)} \quad (2.20)$$

Lasater em 1958 (Beggs and Brill, 1984) a partir de amostras de petróleo com diferentes graus API e medidas experimentais de p_b (pressão de bolha) e γ_g (fração molar do gás dissolvido), propôs a seguinte correlação para obtenção de R_{So}

$$R_{So} \left(\frac{scf}{stbo} \right) = \frac{350 d_o^{std} 379,3 \gamma_g}{M_o (1 - \gamma_g)} \quad (2.21)$$

onde M_o é peso molecular efetivo do óleo, e pode ser correlacionado com o seu grau API através das correlações

$$M_o = 630 - 10API \quad API \leq 40 \quad (2.22)$$

$$M_o = 73,11API^{-1,562} \quad API > 40 \quad (2.23)$$

γ_g é a fração molar do gás dissolvido no óleo e pode ser correlacionado com o fator fp_b (fator de pressão do bolha) e P_b (pressão de bolha)

$$\gamma_g = \frac{\ln(fp_b/0,2268)}{4,258} \quad fp_b \leq 5 \quad (2.24)$$

$$\gamma_g = \left(\frac{fp_b - 1,95}{8,26} \right)^{0,2809} \quad fp_b \leq 5 \quad (2.25)$$

$$fp_b = \frac{P_b \gamma_g}{(T + 459,67)} \quad (2.26)$$

$$p_b(\text{psia}) = \frac{0,2268(T + 459,67)10^{4,258\gamma_g}}{\gamma_g} \quad \gamma_g \leq 0,7 \quad (2.27)$$

$$p_b(\text{psia}) = \frac{(8,26 \gamma_g^{3,56} + 1,95)(T + 459,67)}{\gamma_g} \quad \gamma_g > 0,7 \quad (2.28)$$

B_o (fator volume de formação do óleo) foi determinado através da correlação de Vasquez e Beggs de 1976 (Beggs e Brill, 1984)

$$B_o \left(\frac{\text{bbl}}{\text{stbo}} \right) = 1,0 + C1R_{so} + C2(T - 60) \left(\frac{API}{\gamma_{gs}} \right) + C3R_{so}(T - 60) \left(\frac{API}{\gamma_{gs}} \right) \quad (2.29)$$

Sendo os coeficientes C1, C2 e C3 definidos em função no grau API como apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Coeficientes para fator volume de formação

Coeficiente	$API \leq 30$	$API > 30$
C1	$4,677 \times 10^{-4}$	$4,670 \times 10^{-4}$
C2	$1,751 \times 10^{-5}$	$1,100 \times 10^{-5}$
C3	$-1,810 \times 10^{-8}$	$1,337 \times 10^{-9}$

Na eq. (2.29), γ_{gs} é a fração molar do gás na pressão de 100 psig sendo obtido pela seguinte correlação.

$$\gamma_{gs} = 1 + API\gamma_g T \log\left(\frac{P}{114,7}\right) \quad (2.30)$$

Massa específica do gás. Para a caracterização da massa específica do gás a determinada pressão e temperatura utilizou-se o termo B_g (fator volume de formação do gás) definido como

$$B_g = \frac{V_{gf}^{p,t}}{V_{gf}^{std}} = \frac{\rho_{gf}^{std}}{\rho_{gf}^{p,t}} \quad (2.31)$$

Utilizando a equação de estado para gases

$$pV = zn\mathfrak{R}T \quad , \quad n\mathfrak{R} = \frac{pV}{zT} = \left(\frac{pV}{zT}\right)^{std} = \text{constante} \quad (2.32)$$

Onde z , n e \mathfrak{R} correspondem ao fator de compressibilidade, número de moles, e constante universal dos gases, temos

$$B_g \left(\frac{ft^3}{scf}\right) = \frac{p^{std} zT}{T^{std} p z^{std}} = 0,0283 \frac{zT}{p} \quad (2.33)$$

O fator de compressibilidade do gás z foi determinado através da correlação proposta por Standing em 1947 (Beggs e Brill, 1984)

$$z = a + (1-a)\exp(-g) + (0,132 - 0,32\log(T_r))p_r^l \quad (2.34)$$

onde

$$a = 1,39(T_r - 0,92)^{0,5} - 0,36T_r - 0,1 \quad , \quad b = (0,62 - 0,23T_r)p_r \quad (2.35)$$

$$c = (0,066/(T_r - 0,86) - 0,037)p_r^2 \quad (2.36)$$

$$d = (0,32/10^e)p_r^6 \quad , \quad e = 9(T_r - 1) \quad , \quad g = b + e + d \quad (2.37)$$

$$l = 10^h \quad , \quad h = 0,3106 - 0,49T_r + 0,1824T_r^2 \quad (2.38)$$

p_r e T_r são a pressão reduzida e temperatura reduzida do gás, sendo obtidos pelas seguintes expressões

$$p_r = p / p_c \quad , \quad T_r = T / T_c \quad (2.39)$$

onde p_c e T_c são a pressão crítica e temperatura crítica do gás obtidos pelas seguintes expressões.

$$p_c (psia) = 708,75 - 57,5d_{gf}^{p,t} \quad T_c (psia) = 169 + 314d_{gf}^{p,t} \quad (2.40)$$

onde d_{gf}^{std} é densidade do gás nas condições padrão.

2.1.1.2. Viscosidade dinâmica

Viscosidade dinâmica óleo. Para a determinação da viscosidade dinâmica óleo utilizou-se as correlações proposta por Beggs e Robinsom em 1975 (Beggs e Brill, 1984)

$$\mu_o (cp) = A\mu_{od}^B \quad (2.41)$$

onde μ_o é a viscosidade do óleo com a presença do gás em solução e A e B são funções da razão de solubilidade do gás no óleo

$$A = 10,715(R_{SO} + 100)^{-0,515} \quad , \quad B = 5,44(R_{SO} + 150)^{-0,338} \quad (2.42)$$

onde μ_{od} é a viscosidade do óleo cru (óleo sem gás em solução) na pressão padrão e obtida através da correlação.

$$\mu_{od} (cp) = 10^x - 1 \quad , \quad x = 10^{3,0324 - 0,02023API (T^{-1,163})} \quad (2.43)$$

onde a temperatura em °F.

Viscosidade dinâmica do gás. Para a determinação da viscosidade dinâmica do gás utilizou-se a correlação proposta por Lee et al. em 1966 (Beggs e Brill, 1984)

$$\mu_g (cp) = k 10^{-4} \exp(x d_{gf}^y) \quad (2.44)$$

onde

$$k = \frac{(9,4 + 0,02M_g)T^{1,5}}{209 + 19M_g + T} \quad (2.45)$$

$$x = 3,5 + \frac{986}{T} + 0,01M_g ; \quad y = 2,4 - 0,2x \quad (2.46)$$

sendo M_g o peso molecular do gás obtido pela seguinte expressão

$$M_g = 29d_{gf}^{std} \quad (2.47)$$

Viscosidade dinâmica da água. Para a viscosidade dinâmica da água utilizou-se a correlação proposta por Van Wingen em 1950 (Beggs e Brill, 1984).

$$\mu_w(cp) = \exp(1,003 - 0,01479 \times 10^{-3} T + 1,982 \times 10^{-5} T^2) \quad (2.48)$$

onde a temperatura em °F.

2.1.2. Tensão cisalhante

A tensão de cisalhamento na parede é determinada, admitindo escoamento localmente desenvolvido, utilizando a seguinte equação

$$\tau_w = \frac{f}{8} \rho_m v_m |v_m| \quad (2.49)$$

onde f é o fator de atrito de Darcy, determinado por correlações empíricas, função do número de Reynolds, da rugosidade relativa e do padrão de fluxo (Beggs e Brill, 1984). O número de Reynolds da mistura é definido por

$$\mathbf{Re}_m = \frac{\rho_m |v_m| D_h}{\mu_m} \quad (2.50)$$

onde μ_m é a viscosidade da mistura determinada pela equação

$$\mu_m = \mu_g^{\alpha_g} \mu_l^{\alpha_l} \quad (2.51)$$

sendo μ_l é a viscosidade do líquido e μ_g a viscosidade do gás. As viscosidades de cada fase dependem da pressão e temperatura e são determinadas utilizando

correlações empíricas adequadas para cada fluido de interesse nas diferentes aplicações.

Para o escoamento multifásico vertical em regime turbulento, o fator de atrito da mistura f_m foi determinado pelo método proposto por Hagedorn and Brown (Beggs e Brill, 1984). Este método utiliza as expressões propostas por Jain em 1976 para a solução da equação de Colebrook-White de 1939 (Beggs e Brill, 1984).

$$f_m = \left[1,14 - 2,0 \log \left(\frac{\varepsilon}{D_h} + \frac{21,25}{\mathbf{Re}_m^{0,9}} \right)^2 \right]^{-1} \quad (2.52)$$

onde $D_h=4A/S_w$ é o diâmetro hidráulico e ε/D_h é a rugosidade relativa da tubulação.

Para o escoamento multifásico horizontal ou levemente inclinado o fator de atrito f_m foi obtido pelo método proposto por Dukler et al. (Beggs e Brill, 1984), tendo sido desenvolvido para um determinado campo de dados e normalizado pelo fator de atrito sem escorregamento das fases (f_n) definido por

$$f_n = 0,0056 + 0,5 \mathbf{Re}_m^{-0,32} \quad (2.53)$$

A normalização do fator de atrito é função da fração volumétrica do líquido α_l é definida conforme a equação

$$\frac{f_m}{f_n} = 1 + \frac{x}{1,281 - 0,478 x + 0,444 x^2 - 0,094 x^3 + 0,00843 x^4} \quad (2.54)$$

onde

$$x = -\ln(\alpha_l) \quad (2.55)$$

2.1.3. Fluxo de deslizamento

Para determinar o fluxo de deslizamento é necessário conhecer a velocidade relativa entre as fases, onde a velocidade de cada fase pode ser relacionada com a velocidade da mistura e outros parâmetros como

$$v_g = v_m + \frac{\rho_l}{\rho_m} v_{gj} \quad ; \quad v_l = v_m - \frac{\alpha_g}{1 - \alpha_g} \frac{\rho_g}{\rho_m} v_{gj} \quad (2.56)$$

onde v_{gj} é a velocidade relativa entre a fase gasosa e o fluxo volumétrico total j

$$v_{gj} = v_{drift} + (C_o - 1) j \quad ; \quad j = v_{sg} + v_{sl} \quad (2.57)$$

O parâmetro de distribuição C_o e a velocidade de deslizamento v_{drift} são determinados por correlações empíricas, que dependem do padrão de fluxo (Beggs and Brill, 1984).

Para escoamentos horizontais e inclinados formando um ângulo θ e padrão de fluxo bolhas, Malnes (1983) sugere o parâmetro de distribuição $C_o = 1,2$ e a equação de velocidade de deslizamento v_{drift} conforme equação abaixo

$$v_{drift} = 1,18 \left(g \sigma \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l^2} \right)^{1/4} (\alpha_l |\text{sen } \theta|)^{1/2} \quad (2.58)$$

Para escoamento totalmente desenvolvido e padrão de fluxo intermitente com comprimento de golfada muito grande ($>10 D$), foram utilizadas para v_{drift} e C_o as expressões propostas por Bendiksen (1984),

$$Fr \leq 3,5 \quad \begin{cases} v_{drift} = 0,35\sqrt{g D} \text{sen } \theta + 0,54\sqrt{g D} \text{cos } \theta \\ C_o = 1,05 + 0,15 \text{sen}^2 \theta \end{cases} \quad (2.59)$$

$$Fr > 3,5 \quad \begin{cases} v_{drift} = 0,35 \sqrt{g D} \text{cos } \theta \\ C_o = 1,2 \end{cases} \quad (2.60)$$

onde Fr é o número de Froude baseado no fluxo volumétrico j

$$Fr = \frac{j}{\sqrt{g D}} \quad (2.61)$$

Para os escoamentos verticais e padrão de fluxo intermitente emprega-se o valor de $C_o = 1,2$ e v_{drift} pela proposta de Hibiki e Ishii (2002)

$$v_{drift} = 0,35 \left(g D \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l} \right)^{1/2} \quad (2.62)$$

Para escoamentos verticais e padrão de fluxo bolhas, Malnes (1983) sugere o parâmetro de distribuição $C_o = 1,2$ e a equação de velocidade de deslizamento v_{drift} conforme

$$v_{drift} = 1,53 \left(g \sigma \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l^2} \right)^{1/4} \quad (2.63)$$

O escoamento vertical com padrão de fluxo anular pode ser modelado pela proposta de Ishii-Zuber (1976) com $C_o = 1$, e a velocidade de deslizamento dada por:

$$v_{drift} = \frac{\alpha_l v_m}{\left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{76 + 75\alpha_g}{\sqrt{\alpha_g}} \right)^{1/2} + \alpha_g \frac{\rho_g}{\rho_m}} \quad (2.64)$$

Neste caso, admite-se que a velocidade de mistura, v_m , seja "elevada" e o escoamento turbulento concorrente. Isto é, gás escoo no núcleo central enquanto o filme líquido permanece junto da parede do tubo.

2.1.4. Fluxo de calor

A transferência de calor entre o fluido com temperatura T_m e o ambiente com temperatura T_∞ é definida por

$$q_w = U (T_m - T_\infty) \quad ; \quad (2.65)$$

onde U é o coeficiente global de transferência de calor, o qual pode ser avaliado assumindo regime permanente, através da resistência equivalente, dada pela soma das resistências térmicas à convecção no interior da tubulação, condução na parede e depósito e convecção externa, de acordo com

$$U = \left[\frac{1}{h_{in}} + \frac{r_d \ln(r_e / r_i)}{k_w} + \frac{r_d \ln(r_i / r_d)}{k_{wax}} + \frac{r_d}{r_e h_e} \right]^{-1} \quad (2.66)$$

onde h_{in} e h_e são os coeficientes de transferência de calor por convecção interno e externo. k_w e k_{wax} são as condutividades térmicas da parede do duto e da parafina, r_e , r_i e r_d são os raios externo e interno do duto e raio interno do depósito de parafina. O coeficiente de transferência de calor externo é prescrito e depende das condições do ambiente.

O coeficiente de transferência de calor por convecção interna é determinado considerando o escoamento localmente desenvolvido (Incropera e De Witt, 2002), através do número de Nusselt interno

$$Nu_{in} = \frac{h_{in} 2 r_d}{k_m} \quad (2.67)$$

onde k_m é a condutividade térmica da mistura, obtida com razoável aproximação pela equação

$$k_m = \alpha_g k_g + \alpha_l k_l \quad (2.68)$$

Para o escoamento laminar ($Re < 2300$), o número de Nusselt interno é constante, e é igual a $Nu_{in}=3,657$, admitindo constante a temperatura da parede. Para o regime turbulento ($Re > 2300$), o coeficiente é obtido por correlações empíricas que dependem dos números de Reynolds e Prandtl, $\mu_m c_{p_m} / k_m$, onde $c_{p_m} = \alpha_g c_{p_g} + \alpha_l c_{p_l}$ é a capacidade térmica da mistura à pressão constante. O item a seguir descreve as correlações utilizadas no presente estudo.

2.2 Resistência Térmica na Superfície Interna do Duto

O cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção forçada na superfície interna do duto é feito a partir da determinação dos números adimensionais Re e Pr . Em função destes adimensionais e de algumas características do escoamento, o número de *Nusselt* poderá ser estimado por correlações. Uma vez calculado o coeficiente interno de transferência de calor por convecção, h_{conv} , a resistência térmica correspondente pode ser obtida por

$$R_{conv,fluido} = \frac{1}{h_{conv,fluido} A_i} \quad (2.69)$$

2.2.1

Escoamento Monofásico em Dutos de Seção Reta Circular

Escoamento laminar ($Re \leq 2300$): Para a situação de escoamento plenamente desenvolvido, são possíveis em geral soluções analíticas da equação diferencial da energia escrita para coordenadas cilíndricas e resolvida para uma condição de contorno estabelecida. Para condição de contorno de temperatura constante,

$$Nu_D = 3,66 \quad (2.70)$$

Para condição de contorno de fluxo de calor constante,

$$Nu_D = 3,66 \quad (2.71)$$

As soluções são admitidas válidas para $Pr \geq 0,6$. A condição de contorno real é intermediária entre uma e outra. Na literatura normalmente omite-se orientação a respeito. Na prática, contudo, adota-se a eq. (2.70).

Se os efeitos de entrada forem significativos (isto é, o desenvolvimento térmico ocupa parte significativa da tubulação), pode-se usar a equação de *Sieder e Tate* para o cálculo de um Nu_D médio:

$$\overline{Nu_D} = a \left(\frac{Re_D Pr}{L/D_E} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_{ti}} \right)^{0,14} \quad (2.72)$$

onde L é o comprimento do duto, μ_{ti} é avaliado a T_{ti} e $a = 1,86$. Essa equação é válida para $0,48 < Pr < 16700$ e $0,0044 < (\mu/\mu_{ti}) < 9,75$. É recomendada para $[(Re_D Pr)/(L/D_E)]^{1/3} (\mu/\mu_{ti})^{0,14} \geq 2$, pois, em caso contrário, as condições de desenvolvimento térmico do escoamento prevalecem ao longo do duto e a eq.(2.70) pode ser usada.

Escoamento turbulento ($Re \geq 10000$): Uma equação bastante usada é a de *Dittus-Boelter*, que apresenta comprovação experimental para $0,7 \leq Pr \leq 160$,

$$Nu_D = 0,023 Re_D^{0,8} Pr^n \quad (2.73)$$

onde, para o expoente n , adota-se o valor 0,4 para aquecimento ($T_e > T_f$) e 0,3 para resfriamento ($T_e < T_f$). Esta equação é precisa para diferenças de temperatura, $|T_e - T_f|$, pequenas a moderadas. Para escoamentos em que essa diferença seja grande tal que as propriedades avaliadas a T_f ou a T_{ii} apresentem disparidade significativa, recomenda-se a equação de *Sieder e Tate*, válida para $0,7 \leq Pr \leq 16700$,

$$Nu_D = a Re_D^b Pr^c \left(\frac{\mu}{\mu_{ii}} \right)^d \quad (2.74)$$

onde μ_{ii} é avaliado a T_{ii} e $a = 0,027$, $b = 0,8$, $c = 1/3$ e $d = 0,14$. Pode-se notar que, se $\mu_{ii} \approx \mu$, a equação de *Sieder e Tate* aproxima-se bem da equação de *Dittus-Boelter*. Então, pode-se adotar a eq. (2.74) de maneira geral o que, aliás, é recomendado por vários autores.

2.2.2

Escoamento Bifásico em Dutos de Seção Retangular

Para um escoamento bifásico, a obtenção de um coeficiente de transferência de calor com boa precisão ainda é um problema.

Para o cálculo de h_{conv} , uma abordagem natural seria empregar uma equação para escoamento monofásico, como a de *Sieder e Tate* para regime turbulento, usando-se as propriedades do líquido e sua velocidade real no escoamento, isto é, $v_l = v_{sl} / \alpha_l$ onde α_l é a fração in situ de líquido, também conhecida como holdup de líquido. É o que se chama de modelo de aceleração de líquido em que se assume que o principal efeito da fase gasosa seria a maior velocidade do líquido, mas com este ainda governando a transferência de calor. Essa abordagem é representada pela equação abaixo.

$$\frac{h_{tp}}{h_{sl}} = \left(\frac{1}{\alpha_l} \right)^b = \left(\frac{1}{1-\alpha_g} \right)^b \quad (2.75)$$

onde

h_{tp} é o coeficiente bifásico de transferência de calor por convecção, $W/(m^2K)$.

h_{sl} é o coeficiente monofásico de transferência de calor por convecção calculado através de uma correlação com a velocidade superficial e

propriedades da fase líquida, isto é, se for empregada a correlação de *Sieder e Tate*, eq. (2.74), por exemplo, usa-se Re_{sl} , Pr_l , μ_l , $\mu_{l,ti}$ e k_l , $W/(m^2K)$.

α_g fração in situ ocupada pelo gás. Para uma seção reta do duto, é a razão entre as áreas ocupadas pelo gás, A_g , e total A_{sr} ($\alpha_g = A_g / A_{sr}$). É também chamada de fração de vazios (*void fraction*). A definição equivalente para o líquido ($\alpha_l = A_l / A_{sr} = 1 - \alpha_g$) é conhecida como o *holdup* (do líquido)

α_l vide a definição de α_g

b é o expoente do número de *Reynolds*, Re_{sl} , da correlação adotada para escoamento monofásico. Se for *Sieder e Tate*, eq. (2.74), por exemplo, $b = 0,8$.

A_{sr} é a área da seção interna do duto, ou seja, a área aberta ao escoamento, m^2 .

D_E é o diâmetro equivalente do duto ($=4A_{sr}/L_p$; se circular, coincide com diâmetro interno), m .

k_l é a condutividade térmica do líquido, $W/(m K)$.

L_p é o perímetro molhado (interno) do duto, m .

Pr_l é o número de *Prandtl* do líquido.

Q_g é a vazão volumétrica de gás in situ, m^3/s .

Q_l é a vazão volumétrica de líquido in situ, m^3/s .

Re_{sl} é o número de *Reynolds* superficial do líquido.

v_m é a velocidade da mistura gás-líquido ($= (Q_g + Q_l) / A_{sr} = v_{sg} + v_{sl}$), m/s .

v_{sg} é a velocidade superficial do gás ($= Q_g / A_{sr} = v_m - v_{sl}$), m/s .

v_{sl} é a velocidade superficial do líquido ($= Q_l / A_{sr} = v_m - v_{sg}$), m/s

μ_l é a viscosidade dinâmica do líquido calculada para a temperatura média (“*bulk*”), $Pa \cdot s$

$\mu_{l,ti}$ é a viscosidade dinâmica do líquido calculada para a temperatura da parede do duto, $Pa \cdot s$.

ρ_l é a massa específica do líquido, kg/m^3 .

Se o escorregamento entre as fases for desconsiderado, a fração in situ α_l pode ser substituída por α_{ln} , a fração in situ de líquido sem escorregamento (*no-slip liquid holdup*). Uma vez que $\alpha_{ln} = v_{sl} / (v_{sl} + v_{sg})$, e introduzindo um coeficiente a de ajuste, a Eq. (2.75) pode ser reescrita como

$$\frac{h_{tp}}{h_{sl}} = a \left(1 + \frac{v_{sg}}{v_{sl}} \right)^b \quad (2.76)$$

Várias correlações espalhadas na literatura são similares às eqs. (2.75) ou (2.76), em geral com a introdução de alguns parâmetros extras de ajuste. Outras duas classes de correlações (Kim, D., Ghajar, A.J., Dougherty, R.L. e Ryali, V.K., 1999) são também encontradas na literatura. Em uma, procura-se adaptar a equação de *Sieder e Tate* (considerando a velocidade e outros parâmetros relevantes da mistura). Em outra, usa-se abordagem similar à de *Lockhart e Martinelli* (1949) para perda de carga. Ainda outra abordagem, mais comum para arranjo de fases estratificado ou anular, usa analogias entre transferências de calor e de momento. Também há tratamentos mecanicistas. Dentre as correlações disponíveis, algumas são apresentadas a seguir, em função do arranjo de fases e da configuração geométrica.

Knott et al. (1959) realizaram estudo experimental de transferência de calor em escoamento laminar vertical de nitrogênio e óleo ($\text{°API} = 26,5$) em um tubo de aço com 1,28 cm de diâmetro interno, cobrindo uma faixa de Re_{sl} de 6,7 a 162 e de v_{sg}/v_{sl} de 0,1 a 40 ($Pr_l \approx 200$). Para uma primeira aproximação, propuseram a relação (2.76) com $a = 1,0$ e $b = 1/3$, obtendo um ajuste apenas razoável, superestimando de modo geral os valores experimentais.

A partir de dados experimentais seus e de outros autores para escoamento vertical ou horizontal de água e vapor de água (sem ebulição nucleada), *Davis e David* (1964), sugeriram uma correlação para arranjo de fases anular. A equação daqueles autores pode ser escrita como:

$$Nu_{D,tp} = \frac{h_{tp} D_E}{k_l} = a (Re_{sl})^{0,87} (Pr_l)^{0,4} \left(\frac{v_{sg}}{v_{sl}} \right)^{0,87} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{0,59} \quad (2.77)$$

onde

a é um parâmetro de ajuste da correlação. *Davis e David* adotaram $a=0,060$
 ρ_g é a massa específica do gás calculada para a temperatura média (“bulk”), kg/m^3 .

Kudirka et. Al. (1965) propôs a seguinte correlação para escoamento horizontal com padrão de fluxo intermitente (bolhas alongadas e golfadas):

$$Nu_{D,tp} = \frac{h_{tp} D_E}{k_l} = a(Re_{sl})^b (Pr_l)^c \left(\frac{v_{sg}}{v_{sl}}\right)^d \left(\frac{\mu_g}{\mu_l}\right)^e \left(\frac{\mu_g}{\mu_{l,ti}}\right)^f \quad (2.78)$$

μ_g é a viscosidade dinâmica do gás calculada para a temperatura média (“bulk”), Pa·s

Os fatores que melhor se ajustaram foram $a = 1,25$; $b = 1/4$; $c = 1/3$; $d = 1/8$; $e = 0,6$ e $f = 0,14$.

Ravipudi e Godbold (1978), a partir de seus resultados experimentais com água ou tolueno e ar escoando verticalmente em um tubo de 1,91 cm, utilizaram a equação (2.78), adotando os fatores $a = 0,56$; $b = 0,6$; $c = 1/3$; $d = 0,3$; $e = 0,2$ e $f = 0,14$.

Kim et al. (1999), procuraram encontrar valores de parâmetros chave em algumas correlações de sorte a se alcançar o melhor ajuste com os dados experimentais compilados no trabalho de Kim, D., Ghajar, A.J., Dougherty, R.L. e Ryali, V.K., (1999). Para o arranjo de fases anular, recomendam a correlação de *Ravipudi e Godbold* com $d = 0,26$.

Aggour (1978) propôs uma correlação tipo eq. (2.75) com $b = 1/3$ para regime laminar e $b = 0,83$ para regime turbulento. Para o cálculo de h_{sl} , adotou a eq. (2.38) com $a = 1,615$, no caso de regime laminar, e a eq. (2.74) com $a = 0,0155$, $b = 0,83$, $c = 0,5$ e $d = 0,33$, no caso de regime turbulento. Para o arranjo de fases golfada, *Kim et al.* (1999) recomendam a correlação de *Aggour* com $b = 0,60$ na eq. (2.75).

Analisando grande quantidade de dados experimentais de vários autores, *Shah* (1981) concluiu que, para regime laminar, os dados eram mais bem correlacionados por uma equação tipo a eq. (2.76) com $a = 1,0$ e $b = 0,25$, sendo h_{sl} calculado pela relação de *Sieder e Tate*, eq. (2.72). Já para regime turbulento, além da razão v_{sg} / v_{sl} , *Shah* introduziu o número de *Froude* do líquido, $Fr_{sl} = v_{sl} / (g D_E)$ numa tentativa de incorporar a influência do arranjo de fases. Então, com base nos dados experimentais, *Shah* definiu a transição entre laminar e turbulento para $Re_{sl} = 170$ e apresentou em forma gráfica uma relação $h_{tp} / h_{sl} = f(v_{sg} / v_{sl}, Fr_{sl})$ para regime turbulento, tanto para escoamento horizontal como vertical. Para cálculo de h_{sl} , usou-se a relação de *Dittus-Boelter*, eq. (2.73). Essa abordagem gráfica não é muito prática, dificultando sua aplicação.

Rezkhallah e Sims (1987) compararam várias correlações com grande número de dados experimentais de vários autores para escoamento bifásico vertical ascendente, representando um conjunto de 1173 dados (Re_{sl} de 1,8 a 130000, v_{sg} / v_{sl} de 0,01 a 7030, Pr_l de 4,2 a 7000 e D_E de 12,8 mm a 70 mm). Onde necessário, estimaram a fração de vazios α_g pela correlação de *Chisholm* (1973). *Rezkallah e Sims* (1987) também propuseram duas correlações,

- regime laminar ($Re_{sl} \leq 2000$):

$$\frac{h_{tp}}{h_{sl}} = 1 + 0.4(Pr_l)^{-0.23} \left(\frac{v_{sg}}{v_{sl}} \right)^{0.25} \quad (2.79)$$

- regime turbulento ($Re_{sl} > 2000$):

$$\frac{h_{tp}}{h_{sl}} = \left(\frac{1}{1-\alpha_g} \right)^{0.90} \quad (2.80)$$

A comparação da eq. (2.79) com 474 pontos experimentais para o regime laminar (Re_{sl} de 1,8 a 1960, v_{sg} / v_{sl} de 0,06 a 7030, Pr_l de 4,2 a 7000) mostrou um d.m.q. de 33,6%. Já para a Eq. (2.80), um d.m.q de 29,7% foi obtido com 704 valores experimentais (Re_{sl} de 2400 a 130000, v_{sg} / v_{sl} de 0,01 a 265, Pr_l de 4,2 a 220). Entretanto, para ambas as equações, os piores resultados foram obtidos justamente para sistemas gasóleo-ar e óleo-nitrogênio. *Kim et al.* (1999) recomendam, para o arranjo de fases caótico, a correlação de *Rezkhallah e Sims*, eq. (2.80), mas com expoente igual a 0,60, no lugar de 0,90.

2.3

Modelo de Deposição de Parafina

O processo de deposição de parafina em uma linha submarina ocorre devido à perda de calor para o ambiente. Se a temperatura do fluido for menor do que a *TIAC* (temperatura inicial de aparecimento de cristais de parafina), então as moléculas de parafina saíam de solução e poderão se depositar na parede. Devido a perda de calor para o ambiente, a temperatura da parede é mais baixa que a temperatura do fluido, induzindo a uma maior precipitação perto da parede, o que

gera um gradiente radial de concentração da parafina dissolvida. A existência do fluxo de massa na direção radial no sentido da parede, devido ao gradiente de concentração, causa o depósito na parede da tubulação. Assim, a taxa de aumento de massa depositada é igual ao fluxo de massa em direção à parede. A quantidade total de parafina depositada em um comprimento de duto Δx pode ser determinada a partir do fluxo de massa na parede, conforme

$$\frac{d m_d}{dt} = \dot{m}_{wax} \quad \text{se} \quad T < TIAC \quad (2.81)$$

onde

$$m_d = \rho_{wax} (1 - \phi) A_d \Delta x \quad , \quad \dot{m}_{wax} = \dot{m}_{wax}'' S_w \Delta x \quad (2.82)$$

sendo A_d a área da seção transversal do depósito, $A_d = \pi r_i^2 - A$, onde $A = \pi r_d^2$ é a área livre para o escoamento, ϕ é a porosidade no depósito, $S_w = 2 \pi r_d$ é o perímetro, ρ_{wax} é a massa específica da parafina sólida, e \dot{m}_{wax}'' é o fluxo de massa na interface por unidade de área.

Combinando as eqs. (2.81) e (2.82) pode-se determinar a variação no tempo da área livre de escoamento

$$\frac{d A_d}{dt} = \frac{\dot{m}_{wax}'' S_w}{\rho_{wax} (1 - \phi)} \quad \text{se} \quad T < TIAC \quad (2.83)$$

Integrando a equação anterior, obtém-se a área livre de escoamento, o que permite avaliar a espessura do depósito δ , que é igual a diferença entre o raio interno da tubulação e o raio do depósito

$$\delta = r_i - r_d \quad (2.84)$$

Como mencionado no Capítulo 1, existem diversos modelos para avaliar fluxo de massa na interface por unidade de área. O modelo mais utilizado é o Modelo Difusivo, porém, de acordo com a revisão da literatura, ele não representa bem o fenômeno. O modelo desenvolvido neste trabalho é um modelo convectivo. Ambos descritos a seguir.

2.3.1. Modelo Difusivo

Para avaliação do fluxo de massa na interface com o modelo difusivo, utiliza-se a Lei de Fick

$$\dot{m}''_{wax} = -\rho_m D_m \left. \frac{\partial C_m}{\partial r} \right|_{r=r_d} \quad (2.85)$$

onde D_m é o coeficiente de difusão e C_m é a concentração de parafina dissolvida na óleo.

Embora esta formulação seja largamente aplicada, é também conhecido que ela subestima o fluxo de massa. Matzain (1999) sugere introduzir dois parâmetros de correção nesta equação. O primeiro (C_1) é para contabilizar mecanismos de depósito adicionais que possam incrementar a espessura do depósito. O segundo parâmetro (π_2) visa contabilizar a redução do depósito em função do cisalhamento. Assim, Matzain propôs a correlação

$$\pi_2 = C_2 \mathbf{Re}_\delta^{C_3} \quad (2.86)$$

onde para o padrão de fluxo bolha e intermitente

$$\mathbf{Re}_\delta = \frac{\rho_m v_l \delta}{\mu_l} \quad (2.87)$$

e para padrão de fluxo estratificado

$$\mathbf{Re}_\delta = \frac{\rho_l v_l \delta}{\mu_l} \quad (2.88)$$

O fluxo de massa resultante na interface, por unidade de comprimento é

$$\dot{m}'_{wax} = \frac{C_1}{1 + \pi_2} \dot{m}''_{wax} S_w \quad (2.89)$$

Em seus estudos, Matzain (1999) sugeriu os seguintes valores para as constantes empíricas: $C_1 = 15$, $C_2 = 0,055$ e $C_3 = 0,14$.

Frequentemente, utiliza-se o modelo difusivo, sem o conhecimento do campo de concentrações. Nestes casos, uma aproximação adicional pode ser introduzida de forma a avaliar o gradiente de concentração em função do gradiente de temperatura, através da curva de solubilidade da parafina, $C_{sol}(T)$, de acordo com

$$\left. \frac{\partial C_m}{\partial r} \right)_{r=r_d} = \left. \frac{\partial C_{sol}}{\partial T_m} \frac{\partial T_m}{\partial r} \right)_{r=r_d} \quad (2.90)$$

Uma vez não ser possível avaliar gradientes radiais em formulações unidimensionais, o gradiente de temperatura pode ser estimado através do fluxo de calor pela parede q_w (eq. 2.65)

$$q_w = -k_m \left. \frac{\partial T_m}{\partial r} \right)_{r=r_d} = U(T_m - T_\infty) \quad (2.91)$$

onde k_m é a condutividade térmica da mistura. Dessa forma, combinando a eq. (2.85) com as eqs. (2.90) e (2.91)

$$\dot{m}''_{wax} = \rho_m D_m \frac{\partial C_{sol}}{\partial T_m} \frac{U(T_m - T_\infty)}{k_m} \quad (2.92)$$

2.3.2. Modelo Convectivo

Uma forma de aprimorar o modelo difusivo consiste em avaliar diretamente a concentração de parafina dissolvida a partir da equação de conservação de massa, dada por

$$\frac{\partial(\rho_o \alpha_o \alpha_l C_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_o \alpha_o \alpha_l v_l C_m)}{\partial x} = - \frac{\dot{m}''_{wax} S_w}{A} \quad (2.93)$$

onde C_m é a concentração de parafina dissolvida no óleo, ρ_o é a massa específica do óleo e α_o é a fração volumétrica de óleo no líquido e α_l é a fração volumétrica de líquido na mistura.

Note, no entanto, que ao utilizar a formulação uni-dimensional, o gradiente radial da concentração, necessário na eq.(3.35), não é conhecido, precisando ser avaliado através de um coeficiente de transferência de massa convectivo

$$\dot{m}_{wax}'' = h_m \rho_o (C_m - C_{int}) \quad (2.94)$$

onde h_m é o coeficiente convectivo de transferência de massa. C_{int} é a concentração de parafina na interface óleo-parafina determinada a partir da curva de solubilidade da parafina.

Esta metodologia apresenta duas vantagens. A primeira consiste na eliminação do uso da eq. (2.90), pois de acordo com a literatura disponível (Venkatesan & Fogler, 2004) não é uma boa aproximação. A segunda vantagem é incorporar efeitos de turbulência no coeficiente de transferência de massa h_m .

No presente trabalho o modelo de transferência de massa convectivo é empregado como sugerido por Venkatesan e Fogler (2004). O coeficiente de transferência de massa pode ser determinado com base na analogia clássica de transferência de calor e massa

$$\frac{Nu_i}{Sh} = \left(\frac{Pr}{Sc} \right)^{1/3} \quad (2.95)$$

onde Sh é o número de Sherwood e Sc é o número de Schmidt

$$Sh = \frac{h_m 2 r_d}{D_m} \quad ; \quad Sc = \frac{\mu_m}{\rho_m D_m} \quad (2.96)$$

onde D_m é a difusividade da parafina no óleo

Por outro lado, a analogia de transferência de calor e massa só é válida quando os campos de temperatura e de concentração são independentes. Durante o processo de deposição de parafina, o gradiente de temperatura é diretamente responsável por estabelecer o gradiente de concentração, como explicado anteriormente. Assim, esses campos não são independentes e, de acordo com Venkatesan e Fogler (2004), a analogia tradicional de transferência de calor e massa estritamente não deve ser aplicada, pois tende a superestimar o fluxo de massa. Desta forma o seguinte procedimento, baseado na solubilidade da parafina no óleo, foi adotado para cálculo do fluxo de massa de parafina na parede.

Para transferência de calor

$$h_{in} \cdot \Delta T = -k_o \left. \frac{dT}{dr} \right|_i \quad (2.97)$$

Para transferência de massa

$$h_m \cdot \Delta C = -D_m \left. \frac{dC}{dr} \right|_i \quad (2.98)$$

Nas equações acima, $\Delta T(K)$ é a diferença de temperatura entre a temperatura de “*bulk*” e a temperatura da interface do óleo com o depósito de parafina, $\Delta C (kg/m^3)$ é a diferença da concentração de parafina dissolvida no óleo entre estes dois pontos, $D_m (m^2/s)$ é a difusividade da parafina no óleo, e os diferenciais de temperatura e concentração são avaliados na interface depósito-óleo. Utilizando a definição do número de Nusselt (eq. 2.67) e de Sherwood (eq. 2.96), nas eqs. 2.97 e 2.98

$$Nu = \frac{2r_d}{\Delta T} \cdot \left(-\frac{dT}{dr} \right) \Big|_i \quad (2.99)$$

$$Sh = \frac{2r_d}{\Delta C} \cdot \left(-\frac{dC}{dr} \right) \Big|_i \quad (2.100)$$

Então

$$\frac{Sh}{Nu} = \left(\frac{dC/dr|_i}{dT/dr|_i} \right) \frac{\Delta T}{\Delta C} \quad (2.101)$$

A razão estabelecida pela eq. 2.95 também pode ser obtida através da estimativa dos gradientes da eq. 2.101 utilizando técnicas computacionais. Normalmente, para óleos, $Sc \gg Pr$, ou seja, a eq. 2.95 indica que o número de Sherwood é maior do que o número de Nusselt. No entanto, no caso da deposição de parafina, como a concentração na interface é determinada pela temperatura ($C=f(T)$), a razão entre os gradientes na eq. 2.101 pode ser escrito como

$$\left(\frac{dC/dr|_i}{dT/dr|_i} \right) = \left(\frac{dC}{dT} \right) \Big|_i \quad (2.102)$$

O termo do lado direito da eq. 2.102 é a inclinação da curva de solubilidade da parafina (C vs. T) à temperatura de interface. Uma hipótese feita para se utilizar esta razão é que o sistema está em equilíbrio termodinâmico, ou seja, a cinética de precipitação de parafina é muito mais rápida quando comparada com as taxas de transporte. Esta hipótese também é válida para alguns óleos que são submetidos a taxas de resfriamento lento, tais como em longos dutos. No entanto,

para alguns óleos a taxa de precipitação pode ser muito mais lenta, nestes casos a análise tem de ser estendida para incluir a cinética, recorrendo a meios computacionais.

Das eqs. 2.101 e 2.102 obtemos

$$\frac{Sh}{Nu} = \left(\frac{dC}{dT} \right) \Big|_i \cdot \frac{\Delta T}{\Delta C} \quad (2.103)$$

Esta equação mostra a maneira correta de cálculo do coeficiente de transferência de massa para a deposição de parafina. Assim, para o processo de deposição de parafina, a razão entre o número de Sherwood e o número de Nusselt é uma função da curva de solubilidade, em vez de uma função dos números de Schmidt e Prandtl. Note-se que o número de Nusselt ainda pode ser calculado pela analogia clássica de transferência de calor e de massa na medida em que o perfil de temperatura é estabelecido de forma independente.

Como mencionado acima, a concentração na interface é determinada a partir da curva de solubilidade da mistura utilizando o valor da temperatura da interface. Esta é avaliada a partir do fluxo de calor para o ambiente externo

$$q_w = h_{in} (T_m - T_{int}) = U(T_m - T_\infty) \Rightarrow T_{int} = T_\infty + \left(1 - \frac{U}{h_{in}} \right) T_m \quad (2.104)$$

2.3 Gas Lift na Equação de Energia Térmica

Um dos métodos de elevação artificial mais utilizado na produção de petróleo é o *Gas Lift*. Este método consiste em injetar gás controladamente em um ponto na coluna de produção de modo a reduzir a densidade dos fluidos produzidos. Esta condição deve ser tratada nas equações de conservação apresentadas, introduzindo um termo de fonte de massa, quantidade de movimento e energia, em cada uma das equações de conservação, de forma a considerar a injeção de gás na linha de produção.

Considere num ponto- d , localizado em alguma posição axial da coluna de produção, conforme ilustrado na Fig 2.1. O fluxo de massa de gás através do orifício pode ser estimado pela expressão

$$\dot{m}_g = (\rho_g Q_g)^{std} = C_d A_o Y \sqrt{2\rho_g (P_{inj} - P)} \quad (2.105)$$

onde C_d é coeficiente de perda do orifício, A_o é a área do orifício, Y o fator de expansão, e Q_g^{std} e ρ_g^{std} são os valores padrão para a vazão de injeção e massa específica do gás de injeção. P é a pressão no interior da linha (coluna de produção) e P_{inj} é a pressão de injeção do gás. Esta massa de gás deve então ser adicionada nas equações de conservação de massa do gás e da mistura.

A injeção de gás deve ser incluída na equação de quantidade de movimento linear da mistura, como

$$\dot{M}_g = \dot{m}_g \frac{Q_g^{std}}{A_o} = \frac{(\rho_g^{std} Q_g^{std})^2}{\rho_g^{std} A_o} = 2 \frac{\rho_g}{\rho_g^{std}} (C_d Y)^2 A_o (P_{inj} - P) \quad (2.106)$$

Finalmente, o termo de fonte a ser adicionado na equação da energia, considerando fonte nula para a fase líquida, e ignorando o termo devido à evaporação/condensação, é $\dot{E}_g = \dot{m}_g E_{inj}$

A variação de energia entre o gás injetado e fluido na tubulação é

$$\delta E = \delta h_g = c_{p_g} (\delta T - \beta \delta P) = c_{p_g} [(T_m - T_{inj}) - C_{JT_g} (P - P_{inj})] \quad (2.107)$$

onde c_{p_g} e C_{JT_g} representam o calor específico à pressão constante e o coeficiente de Joule Thomson do gás.

O diferencial de pressão através do orifício pode ser obtido como

$$P_{inj} - P = \frac{1}{2\rho_g} \left[\frac{\rho_g^{std} Q_g^{std}}{C_d A_o Y} \right]^2 \quad (2.108)$$

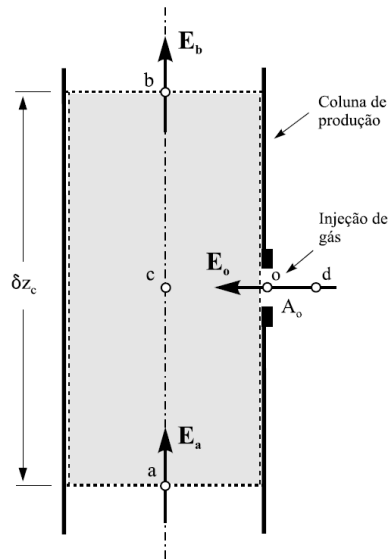


Figura 2.1: Injeção de gas lift em um ponto da coluna de produção

Portanto, o fluxo de energia adicional devido à injeção de gás é

$$\dot{E}_g = \dot{m}_g E_{inj} = \dot{m}_g c p_g \left[(T_{inj} - T_m) - \frac{C_{JTg}}{2\rho_g} \left(\frac{\rho_g^{std} Q_g^{std}}{C_d A_0 Y} \right)^2 \right] \quad (2.109)$$

A equação indica o efeito Joule Thomson no processo de expansão do gás através da válvula. Um resfriamento do fluido é esperado na coluna de produção na região da válvula de *Gas Lift*.