



**Andréa Micheli Alzuguir**

**Metodologia para a incorporação do risco de inadimplência no modelo de contratação de geradores renováveis no mercado brasileiro de energia**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Alexandre Street Aguiar

Rio de Janeiro

Maio de 2014



**Andréa Micheli Alzuguir**

**Metodologia para a Incorporação do Risco de Inadimplência no Modelo de Contratação de Geradores Renováveis no Mercado Brasileiro de Energia**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Alexandre Street de Aguiar**  
**Orientador**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Dr. Bruno da Costa Flach**  
IBM Research Brasil

**Prof. Davi Michel Valladão**  
Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**  
Coordenador Setorial do Centro  
Técnico Científico

Rio de Janeiro, 19 de maio de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

### **Andréa Micheli Alzuguir**

Graduou-se em Engenharia Elétrica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) em 2011, na área de Sistemas de Apoio à Decisão. Durante o ano de 2010, participou de um programa de intercâmbio para Middlesex University, em Londres, onde seu foco foi na área de macroeconomia, inferência estatística e series temporais aplicadas a negócios. Em 2011, estagiou na área de Pesquisa Macroeconômica do Banco BTG Pactual. Apresentou, em 2013, o estudo “Pricing Hedge Agreements for a Wind Power Generator in the Brazilian Energy Market” na “Sixth Brazilian Conference in Statistical Modeling in Insurance and Finance”, realizada em Maresias, São Paulo - Brasil. Atualmente, busca tornar-se mestre em Métodos de Apoio à Decisão pela PUC-Rio visando uma formação mais sólida para atuar no mercado de energia elétrica brasileiro.

#### Ficha Catalográfica

Alzuguir, Andréa Micheli

Metodologia para a incorporação do risco de inadimplência no modelo de contratação de geradores renováveis no mercado brasileiro de energia / Andréa Micheli Alzuguir; orientador: Alexandre Street Aguiar. – 2014.

89f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Conditional value-at-risk. 3. Contratos de energia. 4. Inadimplência 5. Geração renovável 6. Otimização robusta. 7. Otimização estocástica. 8. Risco de mercado. I. Alexandre Street Aguiar. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

Dedico este trabalho aos meus pais, Ronald e Cilene, à minha irmã Ana Luisa e ao meu namorado Bernardo.

## Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a minha família. Ao meu pai pelo apoio e incentivo, à minha mãe por seu carinho e compreensão e à minha irmã por estar sempre do meu lado.

Ao meu namorado, um agradecimento muito especial, afinal acredito que ele tenha sido quem mais sofreu com todos os meus momentos de stress e fraqueza. Obrigada pela paciência, carinho, incentivo e por sempre estar comigo, seja nos momentos difíceis ou de alegria, para eu dar o próximo passo.

Ao meu orientador, Alexandre Street, pela motivação, confiança e alegria ao longo desta jornada. Sem sua excelente orientação o caminho teria sido muito mais árduo.

Ao meu co-orientador, Luiz Augusto Barroso, agradeço por toda sua atenção e lucidez em todas as etapas deste trabalho.

A todos do labMAD pelo incentivo e a pronta ajuda a qualquer instante seja esta acadêmica ou pessoal. Foi muito importante ter vocês neste caminho.

## Resumo

Alzuguir, Andréa Micheli; Aguiar, Alexandre Street (Orientador). **Metodologia para a incorporação do risco de inadimplência no modelo de contratação de geradores renováveis no mercado brasileiro de energia.** Rio de Janeiro, 2014. 89p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação será proposta uma metodologia que contabiliza o risco de inadimplência no mercado, decorrentes de débitos não pagos à câmara de comercialização de energia elétrica (CCEE) nas estratégias de contratação de geradores renováveis. As incertezas relacionadas à geração e ao preço de curto prazo são consideradas através da simulação de cenários exógenos ao modelo como habitual em otimização estocástica. A otimização robusta é empregada através de conjuntos de incerteza poliédricos a fim de modelar a inadimplência do mercado. Dessa maneira, a metodologia proposta se baseia em um modelo matemático híbrido, robusto e estocástico. De forma mais objetiva, um modelo de dois níveis é proposto com tantos problemas de segundo nível quanto o número de cenários considerados para a produção renovável. No primeiro nível, as decisões de contratação são feitas. Em seguida, para cada cenário de geração, o problema de segundo nível encontra a pior inadimplência com base na carteira de contratos encontrados pelo primeiro nível. Para resolver o problema, o modelo de dois níveis é reescrito como um problema linear equivalente de um único nível. O perfil de risco do agente é definido por meio do conhecido valor condicional em risco (conditional value-at-risk), uma medida coerente de risco. Para ilustrar a eficácia do modelo de contratação, são realizados estudos de casos com dados realistas do sistema de energia brasileiro.

## Palavras-chave

Conditional value-at-risk; contratos de energia; inadimplência; geração renovável; otimização robusta; otimização estocástica; risco de mercado.

## Abstract

Alzuguir, Andréa Micheli; Street, Alexandre (Advisor). **Methodology for incorporating the default risk on the renewable generator contracting model in the Brazilian energy market**. Rio de Janeiro, 2014. 89p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In this dissertation we propose a new methodology to account for the market default risk, arising from debts not paid to the market clearing house, in the renewable generators contracting strategy. Renewable generation and spot price uncertainties are considered through exogenous simulated scenarios as customary in stochastic optimization. Robust optimization with polyhedral uncertainty sets is employed to account for the market default. Thus, the proposed methodology is based on a hybrid robust and stochastic mathematical program. More objectively, a bi-level model is proposed with as many second-level problems as the number of scenarios considered for the renewable production. In the first level, contracting decisions are made. Then, for each generation scenario, a second-level problem finds the worst-case default based on the portfolio of contracts found by the first level. To solve the problem, the bi-level model is rewritten as a single-level equivalent linear problem. The agent's risk profile is defined by means of the well-known conditional value-at-risk coherent risk measure. To illustrate the effectiveness of the contracting model, case studies are performed with realistic data from the Brazilian power system.

## Keywords

Conditional value-at-risk; contract market; default risk; market risk; renewable generation; robust optimization; stochastic optimization.

# Sumário

<b>1. Introdução</b> .....	<b>15</b>
1.1 O Mercado de Energia no Brasil .....	15
1.1.1 Ambientes .....	18
1.1.2 Agentes .....	20
1.1.3 Órgãos e Instituições .....	21
1.2 Incertezas do Mercado .....	22
1.2.1 Risco Regulatório .....	23
1.2.2 Risco de Crédito .....	23
1.2.3 Risco de Mercado .....	24
1.3 Motivação .....	25
1.4 Objetivo .....	27
1.5 Metodologia .....	27
1.6 Contribuições .....	28
1.7 Organização da Dissertação .....	29
<b>2. A Renda do Gerador Renovável</b> .....	<b>30</b>
2.1 Contratação .....	31
2.2 Liquidação .....	33
2.3 Custos .....	35
<b>3. Otimização Sob Incerteza</b> .....	<b>37</b>
3.1 Otimização Estocástica .....	37
3.2 Otimização Robusta .....	40
3.3 Medidas de Risco .....	42
<b>4. O Modelo de Oferta</b> .....	<b>47</b>
4.1 Caracterização das Incertezas .....	47
4.2 Abordagem Híbrida: Estocástica e Robusta .....	48
4.3 Modelo em Dois Níveis .....	52
4.4 Modelo Linear de Um Nível Equivalente .....	54
<b>5. Estudo de Caso</b> .....	<b>56</b>
5.1 Contexto .....	56
5.2 Dados do Modelo .....	57
5.3 Metodologia .....	62
5.4. Resultados e Análises .....	62
<b>6. Conclusões</b> .....	<b>74</b>
6.1 Trabalhos Futuros .....	75
<b>7. Referências bibliográficas</b> .....	<b>76</b>
<b>ANEXO: O Modelo de Estimação</b> .....	<b>83</b>
1. Modelo Não Linear de Dois Níveis .....	83
2. Modelo Linear Inteiro Misto de Um Nível Equivalente .....	85
3. Considerações Sobre o Modelo Proposto .....	88

## Lista de figuras

Figura 1: Sistema Interligado Nacional (SIN) para o horizonte de 2013 - Fonte: [1].	16
Figura 2: Esquemático simplificado da relação entre agentes no ACR e ACL.	21
Figura 3: Instituições do setor elétrico brasileiro – Fonte: CCEE [2].	21
Figura 4: Spread medido sobre os contratos transacionados no ACL para o período de 29 de fevereiro de 2012 até 09 de janeiro de 2014 – Fonte: BBCE [15].	26
Figura 5: Esquemático da relação, simplificada, entre agentes e CCEE no ACL.	30
Figura 6: Esquemático das parcelas que compõe a renda do gerador renovável.	31
Figura 7: Curvas de disposição a contratar (CDC).	32
Figura 8: Histórico da inadimplência e do PLD sudeste no ACL para o período de janeiro de 2007 até dezembro de 2011.	39
Figura 9: Cenário de estresse endógeno da inadimplência para determinado cenário de renda do agente, onde a incerteza é modelada de maneira robusta.	42
Figura 10: Duas distribuições diferentes A e B com o mesmo VaR são utilizadas para exemplificar essa mesma métrica segundo um nível de significância de $\alpha$ .	43
Figura 11: Duas distribuições diferentes A e B com o mesmo VaR, mas diferentes CVaR são utilizadas para exemplificar essa última métrica segundo um nível de significância de $\alpha$ .	44
Figura 12: Duas distribuições diferentes A e B com diferente valor esperado são utilizadas para exemplificar essa métrica.	46
Figura 13: Parâmetros de incerteza definidos para a modelagem da inadimplência.	50
Figura 15: Cenários futuros da geração de Paraibuna: média e quantil de 5% e de 95%.	57
Figura 16: Cenários futuros da geração de Icaraizinho: média e quantil de 5% e de 95%.	58
Figura 17: Cenários futuros do PLD do nordeste e do sudeste: média e intervalo de confiança de 5% e 95%.	59
Figura 18: Complementariedade entre geração hídrica e eólica sobre o histórico de 2007 à 2011.	60
Figura 19: Histórico da inadimplência no ACL para o período de janeiro de 2007 à dezembro de 2011.	61
Figura 20: Esquemático da metodologia para o estudo de caso sobre o modelo de contratação.	62
Figura 22: CDC da PCH para $\lambda=0$ .	63
Figura 23: CDC da PCH para $\lambda=0.5$ .	64

Figura 24: CDC da PCH para $\lambda=1$ .....	64
Figura 25: CDC da eólica para $\lambda=0$ .....	64
Figura 26: CDC da eólica para $\lambda=0.5$ .....	65
Figura 27: CDC da eólica para $\lambda=1$ .....	65
Figura 28: CDC estressada da PCH para $\lambda=0$ .....	66
Figura 29: CDC estressada da PCH para $\lambda=0.5$ . .....	66
Figura 30: CDC estressada da PCH para $\lambda=1$ . .....	67
Figura 31: CDC estressada da eólica para $\lambda=0$ .....	67
Figura 32: CDC estressada da eólica para $\lambda=0.5$ .....	67
Figura 33: CDC estressada da eólica para $\lambda=1$ .....	68
Figura 34: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da PCH para $PV=R\$60$ . .....	69
Figura 35: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da PCH para $PV=R\$60$ .....	70
Figura 36: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da PCH para $PV=R\$250$ . ....	70
Figura 37: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da PCH para $PV=R\$250$ .....	70
Figura 38: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da eólica para $PV=R\$60$ .....	71
Figura 39: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da eólica para $PV=R\$60$ .....	71
Figura 40: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da eólica para $PV=R\$250$ . ..	71
Figura 41: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da eólica para $PV=R\$250$ . .....	72
Figura 40 - Processo interativo de obtenção do histórico de contratação. ....	89

## Notação

### Funções

$CVaR_\alpha(.)$  Função valor em risco condicional segundo um nível de significância  $\alpha$ .

$\mathbb{E}(.)$  Valor esperado – soma ponderada sobre variáveis aleatórias.

$VaR_\alpha(.)$  Função valor em risco segundo um nível de significância  $\alpha$ .

$R_a^{MCP-H}(.)$  Renda total do agente no Mercado de Curto Prazo (MCP) para cada ano  $a$  do histórico (R\$).

$R^{MCP-I}(.)$  Renda total do agente no Mercado de Curto Prazo (MCP) considerando a inadimplência (R\$).

$R^{MCP-I^*}(.)$  Renda total do agente no Mercado de Curto Prazo (MCP) considerando a inadimplência ótima (R\$).

$R^I(.)$  Renda total do agente considerando a inadimplência (R\$).

$\tilde{R}^I(.)$  Variável aleatória da renda total do agente considerando a inadimplência (R\$).

$R^{I^*}(.)$  Renda total do agente considerando a inadimplência ótima (R\$).

$\tilde{R}^{I^*}(.)$  Variável aleatória da renda total do agente considerando a inadimplência ótima (R\$).

$R_s^*(.)$  Renda total do agente para o cenário  $s$  considerando a inadimplência ótima (R\$).

$\rho(.)$  Medida de risco genérica que define o perfil de risco do agente.

### Parâmetros

$c_t$  Custo de geração do agente no mês  $t$  (R\$/MWh).

$\tilde{G}_t$  Variável aleatória da quantidade de energia produzida pelo agente no mês  $t$  (MW).

$G_{ta}$  Quantidade de energia produzida pelo agente no mês  $t$  do ano  $a$  do histórico (MW).

$G_{ts}$  Quantidade de energia produzida pelo agente no mês  $t$  e do cenário  $s$

(MW).

$GF$	Garantia física do gerador (MW médio).
$h_t$	Número de horas no mês $t$ (h).
$h_{ta}$	Número de horas no mês $t$ do ano $a$ do histórico (h).
$M_1$	Número suficientemente alto para os limites da CF (55) e (56).
$M_2$	Número suficientemente alto para os limites da CF (58) e (59).
$M_3$	Número suficientemente alto para os limites da CF (61) e (62).
$P^V$	Preço mensal de um contrato de venda (R\$/MWh).
$p_s$	Probabilidade associada ao cenário $s$ .
$\alpha$	Parâmetro do nível de significância de uma medida de risco.
$\tilde{\xi}$	Conjunto dos parâmetros de incerteza para todo mês $t$ , excluindo a inadimplência.
$\tilde{\xi}^I$	Conjunto dos parâmetros de incerteza para todo mês $t$ , incluindo a inadimplência.
$\xi_a$	Conjunto dos parâmetros de incerteza para todo mês $t$ , discretizados para cada ano $a$ , excluindo a inadimplência.
$\xi_s$	Conjunto dos parâmetros de incerteza para todo mês $t$ , discretizados para cada cenário $s$ , excluindo a inadimplência.
$\xi_s^I$	Conjunto dos parâmetros de incerteza para todo mês $t$ , discretizados para cada cenário $s$ , incluindo a inadimplência.
$\lambda$	Parâmetro de ponderação entre as medidas de risco.
$\varphi$	Variável substituta para o produto $\theta_p \theta_f$ .
$\tilde{\pi}_t$	Variável aleatória do PLD no mês $t$ (R\$/MWh).
$\pi_{ta}$	Valor do PLD no mês $t$ do ano $a$ do histórico (R\$/MWh).
$\pi_{ts}$	Valor do PLD no mês $t$ do cenário $s$ (R\$/MWh).
$\theta$	Vetor dos parâmetros que definem a inadimplência.
$\theta^*$	Vetor dos parâmetros ótimos que definem a inadimplência.
$\theta^\varphi$	Vetor dos parâmetros substitutos que definem a inadimplência.
$\theta_f$	Parâmetro que limita a frequência da inadimplência.
$\theta_p$	Parâmetro que limita a profundidade da inadimplência (%).
$\Theta$	Conjunto de incerteza que limita o vetor de parâmetros $\theta$ .
$\Theta^\varphi$	Conjunto de incerteza que limita o vetor de parâmetros $\theta^\varphi$ .
$\mathcal{X}_a$	Conjunto de incerteza que limita a inadimplência segundo o vetor de

parâmetros  $\theta$  para cada ano  $a$ .

$\mathcal{X}_s$  Conjunto de incerteza que limita a inadimplência segundo o vetor de parâmetros  $\theta$  para cada cenário  $s$ .

### Variáveis de Decisão

$F_a$  Variável auxiliar da diferença positiva entre a renda modelada e a histórica para cada ano  $a$  do histórico (R\$).

$Q^V$  Quantidade mensal de energia associada a um contrato de venda (MW).

$Q^{V*}$  Quantidade mensal ótima de energia associada a um contrato de venda (MW).

$Q_a^V$  Quantidade mensal de energia associada a um contrato de venda no ano  $a$  do histórico (MW).

$\tilde{x}_t$  Variável aleatória da inadimplência no mês  $t$  (%).

$x_a$  Vetor com as inadimplências de todos os meses  $t$  e para cada ano  $a$  (%).

$x_s$  Vetor com as inadimplências de todos os meses  $t$  e para cada cenário  $s$  (%).

$x_{ta}$  Inadimplência no mês  $t$  do ano  $a$  do histórico (%).

$x_{ts}$  Inadimplência no mês  $t$  do cenário  $s$  (%).

$z$  Variável auxiliar para o cálculo do  $CVaR_\alpha$ .

$\delta_s$  Variável auxiliar para o cálculo do  $CVaR_\alpha$ .

### Variáveis Duais de Decisão

$k_a$  Variável binária auxiliar para CF definida em (57).

$l_a$  Variável binária auxiliar para CF definida em (60).

$m_a$  Variável binária auxiliar para CF definida em (63).

$\gamma_a$  Variável dual referente à restrição primal (44).

$\gamma_s$  Variável dual referente à restrição primal (32).

$\bar{\sigma}_{ta}$  Variável dual referente à restrição primal (45).

$\underline{\sigma}_{ta}$  Variável dual referente à restrição primal (46).

$\sigma_{ts}$  Variável dual referente à restrição primal (31).

## **Conjuntos**

- A* Conjunto de anos do histórico.
- S* Conjunto de cenários.
- T* Conjunto de meses no horizonte considerado.

# 1

## Introdução

### 1.1

#### O Mercado de Energia no Brasil

O setor elétrico brasileiro é baseado em um sistema hidrotérmico com predominância de hidroelétricas, onde cerca de 75% da geração é proveniente desta fonte [1]. Trata-se de um sistema com uma topologia hídrica aninhada, possuindo diferentes donos ao longo de uma mesma cascata e reservatórios com regulação plurianual de capacidade [1]-[8]. A rede de geração e transmissão de energia é caracterizada como o Sistema Interligado Nacional, ou SIN, e é um dos maiores sistemas interligados nos dias atuais. Sua presença se dá nas cinco regiões onde apenas 3,4% da capacidade de geração do país são independentes desse sistema, e, em sua maioria, são sistemas isolados localizados na região norte, principalmente na região amazônica [1][8]. O SIN é controlado pelo Operador Nacional do Sistema, ONS [4], que devido à complexidade de se coordenar um sistema com estas características, mantém sua operação de maneira centralizada. Um esquemático do SIN é apresentado a seguir.

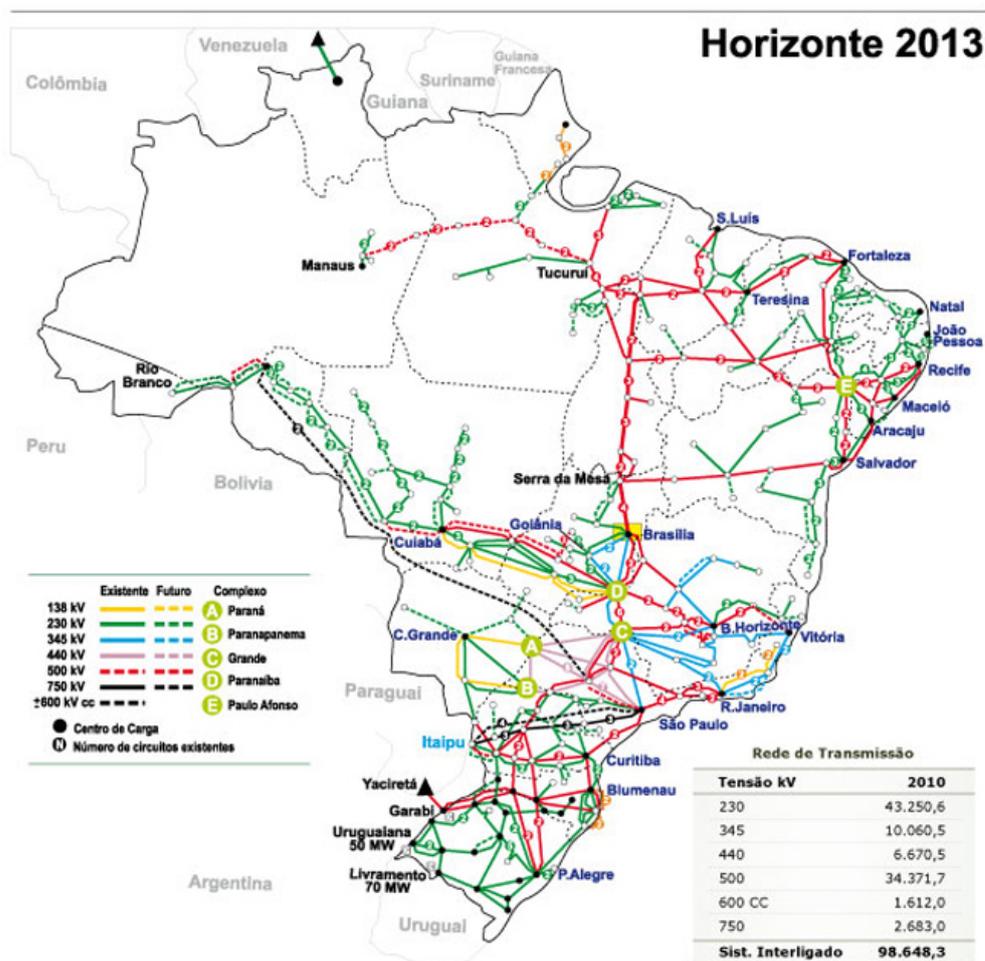


Figura 1: Sistema Interligado Nacional (SIN) para o horizonte de 2013 - Fonte: [1].

Neste sistema, o preço da energia praticado no curto prazo é dado pelo preço de liquidação de diferenças, ou PLD, sendo também conhecido como preço *spot*. Este é obtido a partir de um modelo de otimização para operação do SIN presando pelo uso ótimo da água. Essa otimização cabe ao ONS [4] e é realizada através da técnica de programação dinâmica dual estocástica (PDDE) [9] aplicada ao problema de coordenação do sistema hidrotérmico ideal [4].

Assim, o PLD é obtido semanalmente pelo custo marginal de operação (CMO) da energia em cada subsistema [2] e patamar de carga. De maneira mais objetiva, este preço é equivalente ao CMO limitado por um preço máximo (PLD máximo) e mínimo (PLD mínimo) determinado anualmente pela Aneel, Agência Nacional de Energia Elétrica [3].

Um fato estilizado da coordenação hidrotérmica via PDDE é a ausência de um preço adequado que conduza a expansão do sistema, o que se deve à alta

volatilidade dos custos marginais de energia. Dessa forma, em março de 2004, um novo marco regulatório [10]-[13] foi estabelecido com base em três principais diretrizes: (i) todos os consumidores devem possuir 100% de sua demanda contratada, (ii) todo contrato deve estar associado à uma garantia física, e (iii) geradores devem competir por contratos em dois ambientes de contratação. As duas primeiras diretrizes criaram uma ligação entre o crescimento da carga e da expansão da geração, uma vez que os contratos garantem uma maior estabilidade ao fluxo de caixa dos geradores. Já o terceiro pode ser interpretado como um incentivo para os geradores a oferecer preços baixos.

Outro fator importante, levantado por (iii), é a existência de dois diferentes ambientes para a comercialização da energia produzida neste sistema [2]. O Ambiente de Comercialização Regulado (ACR) é onde todas as empresas de distribuição estão autorizadas a comprar contratos por meio de leilões públicos. Já o conhecido como Ambiente de Comercialização Livre (ACL) é onde os grandes consumidores e empresas comerciais negociam contratos bilaterais futuros, sendo estes mais flexíveis uma vez que permitem aos agentes estabelecer livremente suas cláusulas contratuais.

No mercado de energia elétrica brasileiro, mais especificamente no ACL, as diferenças entre as quantidades produzidas/demandadas pelos geradores/consumidores e a quantidade total de contratos devem ser liquidados mensalmente a preço *spot*. Este fato implica na existência de um terceiro mercado conhecido como mercado de curto prazo (MCP), onde ocorre o ajuste entre tais montantes. A instituição responsável por este processo é a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) [2]. Assim, ao final de cada mês os agentes assumem posições positivas (credores) ou negativas (devedores) frente ao mercado, onde as perdas financeiras devido aos débitos dos devedores são partilhadas entre os credores na proporção de sua exposição [2]-[3].

Este risco de não recebimento proveniente do processo de liquidação foi, por muito tempo, desconsiderado. No entanto, o aparente aumento da inadimplência no MCP, e casos recentes como aconteceu com a Petrobras (a principal empresa de energia do Brasil) em novembro e dezembro de 2012 [14], provocou uma mudança no comportamento dos agentes. A fim de não se exporem positivamente, muitos passaram a vender contratos de curtíssimo prazo a preços abaixo dos praticados no mercado, em geral  $PLD + \text{deságio}$  [15], de modo a

anular o risco de sofrer uma inadimplência. Ainda que esta não seja a melhor estratégia, por hora a mesma surtiu efeito positivo. Além disso, a fim de evitar novas inadimplências, instituições do setor passaram a promover o desligamento de agentes que violam a regulação, entre elas o não pagamento ao estarem em débito com o mercado [4]. Assim, é importante considerar a incerteza associada a esta renda, incorporando o risco de inadimplência do mercado no processo de contratação, uma vez que isto limitará a exposição do agente e, portanto, as possíveis perdas decorrentes da tomada de decisão.

A partir da visão geral do setor apresentada, as subseções que seguem têm por objetivo trazer um maior detalhamento dos tópicos relevantes para o entendimento deste trabalho.

### 1.1.1

#### **Ambientes**

Conforme mencionado, o mercado de comercialização de energia está dividido em dois tipos de ambiente onde os agentes podem atuar, são eles o ACR e o ACL. Os agentes que celebrarem contratos em quaisquer dos ambientes devem registrá-los na CCEE [2] a fim de que ocorra a contabilização dos montantes contratados, gerados e consumidos de energia. Assim, a diferença entre esses valores será liquidada no MCP à PLD do mês de referência. Logo, no MCP não existem contratos. Pagamentos e recebimentos ocorrem de forma multilateral, ou seja, a contraparte de qualquer agente é o próprio mercado. Ainda que esses contratos sejam puramente financeiros, todos, sejam eles celebrados no ACR ou ACL, devem possuir respaldo físico (garantia física - GF), conhecido como lastro, a fim de garantir a segurança do sistema.

No caso do SIN este lastro corresponde à quantidade máxima de energia que este sistema pode suprir dado um critério de garantia de suprimento [10]-[13][16]. O critério atualmente em vigência foi definido pelo Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) e alega que o risco anual de déficit de energia não deve ultrapassar 5% em nenhum subsistema. A GF do sistema é então rateada entre todos os seus empreendimentos de geração e, com isso, é obtida a GF de cada empreendimento individualmente [16].

A GF possui influência direta na comercialização de contratos em ambos os ambientes uma vez que a mesma limita o montante de energia a ser alocado nestes contratos. No caso de geradores, por exemplo, o total de energia alocada em contratos de vendas está limitado à sua GF independentemente da quantidade de energia que este venha efetivamente a produzir. Já para agentes comercializadores, basta que para cada MW de energia vendida este possua um contrato de compra que garanta a existência desta energia. Em última análise, a regulação do sistema impõe que sempre haja um gerador para cada MW contratado no mercado.

Este mercado, conforme mencionado, é dividido em dois ambientes, os quais são restritos a determinados agentes. No ACR estão apenas presentes os geradores, distribuidores e consumidores cativos, que podem ser residenciais ou não. Cabe observar que tanto distribuidores quanto consumidores residenciais são exclusivos do ACR, não podendo atuar no mercado livre. A compra e venda de energia no ACR por geradores e distribuidores é regida por um tipo de contrato padrão, sem flexibilidade de negociação, chamado de Contrato de Comercialização de Energia Elétrica no Ambiente Regulado, CCEAR [2]. Esses contratos ocorrem por meio de leilões de energia realizados pela CCEE, por delegação da Aneel [3], que é o órgão regulador do setor. O critério utilizado é o da menor tarifa visando ao menor custo e eficiência neste ambiente. Os tipos de leilão vigentes atualmente no mercado são de: Fontes Alternativas, Excedentes, Estruturante, Energia de Reserva, Energia Nova, Energia Existente, e Ajuste [1]-[3][8].

No ACL atuam os agentes autoprodutores, produtores independentes, comercializadores, importadores e exportadores e consumidores livres e especiais. De maneira oposta ao ACR, o ACL preza pela livre negociação, ou seja, volumes, prazos, preços e tipo de energia são estabelecidos bilateralmente entre os agentes. Essa flexibilidade traz vantagens como negociação direta com o fornecedor de sua escolha, adequação de compra/venda ao processo de consumo/produção, possibilidade de preços mais competitivos, entre outras. No entanto, é preciso que este processo ocorra de forma cuidadosa para não trazer riscos e exposições significativas ao agente.

### 1.1.2

#### Agentes

A comercialização de energia no mercado brasileiro envolve diversos agentes, cada um deles possuindo características próprias que diferem seu modo de atuação nos ambientes de negociação apresentados [2]. Primeiramente, podem-se classificar estes agentes em atuantes no mercado regulado ou no mercado livre.

O mercado regulado envolve três classes de agentes. Os fornecedores [2], sejam eles produtores ou comercializadores [5], leiloam sua energia para as distribuidoras [18], as quais revendem a mesma para os consumidores cativos [2], residenciais ou não. Vale ressaltar que os comercializadores podem apenas atuar no ACR através dos leilões de ajuste [2][3].

Em contrapartida, o mercado livre permite maior flexibilidade para os consumidores livre e especial [17], já que os mesmos podem escolher seus próprios fornecedores. De maneira geral, o intermédio que pode ocorrer entre gerador e consumidor é feito através dos comercializadores, que por negociarem grandes volumes de energia entre diversos agentes, possuem um alto poder de barganha, obtendo, em geral, melhores preços em suas negociações.

Cabe ressaltar que no ACL é comum a negociação de contratos de até 5 anos, o que dificulta a viabilização de novos empreendimentos de geração. Devido a isto, é mais comum uma maior presença de geradores em leilões, ou seja, no ACR, onde contratos de longo prazo são mais frequentemente negociados. Dessa forma, a presença dos geradores no ACL ocorre, em geral, nos casos onde o gerador não está com 100% de sua GF contratada nos leilões.

Além dos agentes mencionados, ainda há a presença de agentes produtores, auto ou independentes, que podem atuar em ambos os ambientes, além de possuir livre acesso aos sistemas de distribuição e transmissão [19]. É válido lembrar também que caso a energia consumida seja menor que a contratada pelos consumidores, estes não podem revendê-la no mercado, ainda que possa haver exceções. Um resumo das relações descritas é apresentado a seguir.

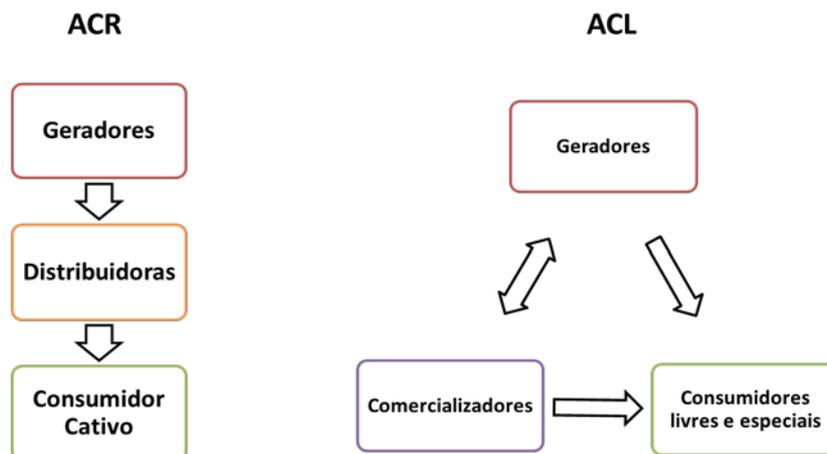


Figura 2: Esquemático simplificado da relação entre agentes no ACR e ACL.

### 1.1.3

#### Órgãos e Instituições

O marco regulatório de 2004 resultou também na criação de algumas novas entidades ligadas a este mercado, manteve outras e alterou algumas já existentes. A atual estrutura vigente no setor é mostrada na Figura 3 a seguir.

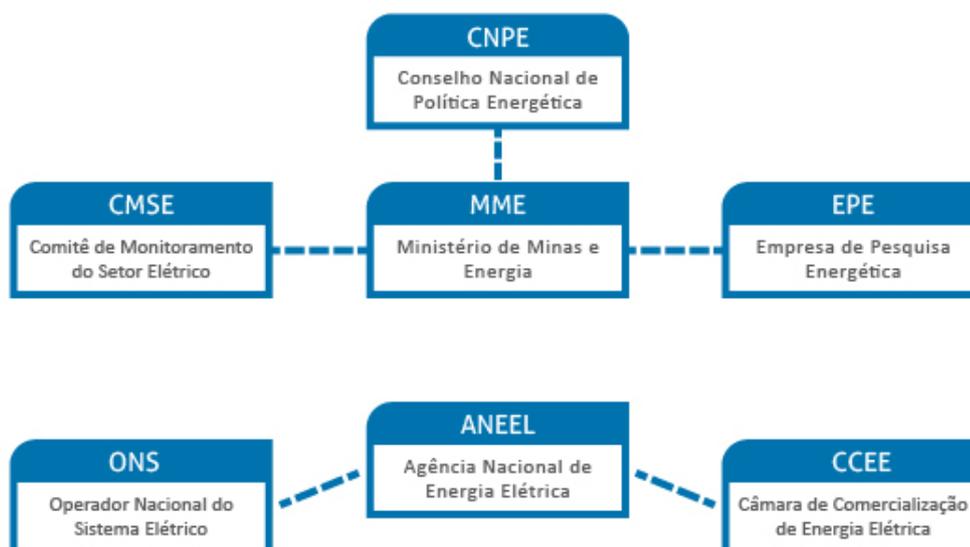


Figura 3: Instituições do setor elétrico brasileiro – Fonte: CCEE [2].

O MME e o CNPE são instituições que pouco foram modificadas com o marco regulatório e mantiveram suas funções de condução da política energética

do país e assessoramento a presidência da república, respectivamente. Houve também a criação do CMSE e da EPE [8]. O primeiro se responsabiliza por avaliar permanentemente a segurança de suprimento de energia. O segundo é responsável pelo planejamento do setor elétrico no longo prazo [20].

O bloco inferior da figura apresenta três instituições fundamentais para o setor de energia brasileiro. O ONS é o responsável pela operação, supervisão e controle do SIN [4]. A Agência Nacional de Energia Elétrica, Aneel, atua como regulador do setor, [3][21][22]. Já CCEE foi criada para substituir o antigo Mercado Atacadista de Energia (MAE) [2]. Trata-se de uma instituição sem fins lucrativos que atua sob autorização da Aneel. Dentre suas principais atribuições estão apuração e divulgação do PLD, liquidação financeira das transações ocorridas no ACL, contabilização dos montantes de energia comercializados e realização dos leilões no ACR.

## 1.2

### **Incertezas do Mercado**

Como pôde ser observado, este mercado possui um alto nível de complexidade. Logo, para que o agente possua uma boa estratégia de atuação é preciso que este considere as incertezas presentes no mesmo, evitando assim exposições desnecessárias. Isto garantirá não apenas uma minimização de possíveis perdas, mas também trará maior segurança para o sistema.

Diversas razões são apontadas como fonte desta incerteza, dentre elas: a alta volatilidade do PLD nos últimos tempos, condições adversas de afluência, atrasos em projetos de geração e transmissão, dentre outros. Além disso, um instável cenário macroeconômico devido a uma crise econômica e de confiança global tem impactado o setor de modo que não apenas as margens de manobra dos agentes vêm se restringindo, como também a captação de recursos encontra-se em um momento de dificuldade. Dessa forma, é necessário que a tomada de decisão sobre a contratação considere certos riscos presentes neste mercado.

Primeiramente, existe o risco regulatório, o qual traz bastante instabilidade ao setor como um todo. Há também o risco de crédito, ou seja, um risco bilateral de inadimplência da contraparte devedora. Além disso, a atual estrutura do mercado de energia brasileiro expõe os agentes ao que pode ser chamado de risco

de inadimplência de mercado. Neste caso, todos os agentes que se encontrarem em posição credora ao final do processo de liquidação podem não receber o valor total devido à inadimplência daqueles em posição devedora com o mercado no curto prazo. As subseções a seguir têm por objetivo o detalhamento destes riscos.

### 1.2.1

#### **Risco Regulatório**

A legislação que regula o mercado de energia elétrica brasileiro é extensa e vem se formando ao longo de mais de 70 anos. Entretanto, não existe um único documento que a represente, ou seja, a legislação é, na realidade, composta pelo conjunto de artigos da Constituição [10][11], leis complementares, decretos [12][13], portarias [16], resoluções normativas, entre outros mecanismos [3][21][22].

Além disso, constantes intervenções governamentais têm agravado a atual instabilidade do setor, uma vez que estas, em muitas das vezes, não vislumbram seu bem estar, fazendo uso político do mesmo. Isto leva não apenas a perda de credibilidade dos órgãos reguladores, mas também deixam o mercado cada vez mais engessado e arriscado para os agentes. Algumas modificações recentes podem ser observadas, por exemplo, no cálculo das garantias financeiras [2], processo de liquidação e de desligamento [3], além do cálculo do PLD [2].

A imprevisibilidade destas ações, seja por sua frequência ou tema, gera um risco de difícil prevenção, sendo este considerado como não diversificável [23]-[25] e, por isso, não sendo modelável matematicamente para o processo de contratação. Logo, é importante que o agente sempre preze por uma atuação flexível permitindo manobras que julgue necessárias para minimizar possíveis impactos negativos, especialmente ao atuar no ACL.

### 1.2.2

#### **Risco de Crédito**

O risco de crédito representa a possibilidade de inadimplência, ou seja, de uma contraparte incorrer em possíveis perdas financeiras, as quais podem ser

totais ou parciais [25][26]. Ainda que este risco esteja presente em ambos os ambientes, é no ACL que o mesmo possui um maior destaque.

Diferentemente do mercado regulado, no ACL a escolha de contraparte é livre. Logo, o perfil de pagamento da contraparte em questão pode ser feito a partir de informações públicas ou mesmo disponibilizadas, por exemplo, pelas agências de classificação de crédito como a Moody's, Standard & Poor's e Fitch Ratings dentre as principais [27]-[29]. Além disso, fatores exógenos como a situação do ambiente macroeconômico, o cenário climático, PLD, a regulação, dentre outros, também estão envolvidos.

Dessa forma, a análise destes dados leva a duas principais informações. A primeira é a probabilidade da contraparte do contrato incorrer em *default*. Outra seria qual o tamanho da perda financeira caso este evento ocorra. A flexibilidade presente neste ambiente possibilita o uso de mecanismos para a mitigação deste risco, seja através da formação de um portfólio mais robusto às variações do mercado, seja fazendo uso de hedge por garantias, imposição de limites de transação, aplicação de juros, entre outras possíveis. Ainda que nem sempre as informações citadas sobre a contraparte estejam disponíveis, uma vez que muitas dessas informações não são abertas ao mercado, ainda sim tais mecanismos possuem um efeito positivo de hedge para o agente.

### 1.2.3

#### Risco de Mercado

O risco de mercado é definido como a possível perda devido a variações na posição detida pelo agente [30][31]. No mercado financeiro esse risco é proveniente de flutuações cambiais, taxa de juros, preço de ações, entre outros. Ao aplicar este conceito ao mercado de energia, outras fontes de incerteza são consideradas além dos fatores financeiros como, por exemplo: variações na geração, afluências, consumo e carga.

No entanto, um fator que tem se tornado notório nos últimos anos é o aumento dos índices de inadimplência no que se refere à liquidação no MCP [14]. Observa-se que agentes com exposição negativa não tem conseguido honrar essa posição. Além disso, a CCEE, órgão que coordena a liquidação, não se responsabiliza pela inadimplência mensalmente mensurada no mercado. Dessa

forma, a Câmara realiza um rateio dos valores não recebidos dentre os agentes credores de acordo com o tamanho de sua exposição, o que implica na redução de seus recebíveis.

A fim de evitar novas inadimplências a Aneel promove o desligamento dos agentes que infringirem a regulação, neste caso aqueles que por qualquer motivo não realizaram a liquidação de sua posição no MCP. Ainda que esta medida não resolva a questão da inadimplência, a mesma encoraja os agentes a evitar sua exposição negativa no mercado reduzindo conseqüentemente a percepção do risco de inadimplência pelos demais agentes.

### 1.3

#### **Motivação**

Como pôde ser notado, o ACL permite maior flexibilidade ao agente uma vez que não apenas a escolha de contraparte contratual é livre como também os contratos não são padronizados como no ACR. Esta liberdade de atuação tem atraído agentes a migrarem para o ACL em busca de melhores preços para a compra e venda de energia, além de uma adequação desses contratos ao seu perfil de consumo ou geração, a depender do tipo de agente.

O desafio de determinar a estratégia ótima (oferta de preço e quantidade) destes agentes no mercado reflete a maximização de sua renda, levando em conta o seu perfil de risco. Esta tarefa se torna ainda mais difícil quando se trata de geradores renováveis. Ao contrário de agentes consumidores que conseguem determinar com certa precisão sua demanda ou de fontes térmicas que podem controlar a quantidade de energia que geram, as fontes renováveis não tem o controle de sua geração, ou seja, ela é estocástica. Isso ocorre por elas não poderem prever com suficiente exatidão as afluências dos rios, velocidade do vento, ou a radiação solar. Esse fato, associado às incertezas presentes no valor do PLD futuro, aumenta significativamente a chance de exposição deste agente no MCP.

Ambas as incertezas já consideradas no modelo de oferta (geração e PLD) são modeladas pelo uso de cenários obtidos de maneira exógena através de modelos estatísticos disponíveis no mercado [32]. A exposição gerada pela presença desses fatores poderá ser de natureza negativa ou positiva. A exposição

negativa implicará na aplicação de multas e desligamento caso o agente não honre sua posição. Por outro lado, quando a exposição é positiva, o agente poderá não receber o valor total em questão, devido à presença do risco de inadimplência de mercado. Esta inadimplência tem sido recorrente, se mantendo em níveis significativos nos últimos anos. Conforme mencionado anteriormente, um exemplo recente ocorreu com a Petrobrás que teve de arcar com prejuízos milionários por conta da inadimplência [14].

Em vista disso, uma medida emergencial que os agentes têm tomado é a venda de contratos a preços abaixo do praticado no mercado, ou seja, abaixo do PLD para não se exporem no MCP. Este fato foi verificado principalmente no final de 2012 e início de 2013, e agora no final do ano de 2013 e início de 2014 novamente, períodos historicamente de PLD mais baixo devido ao período chuvoso, mas que, devido ao atraso e diminuição das chuvas nos últimos anos, tem apresentado valores extremamente altos. Estes dados foram obtidos através de relatórios de divulgação mensal da BBCE [15]. Assim, para o período de 29 de fevereiro de 2012 até 09 de janeiro de 2014, o gráfico de *spread*, ou seja, diferença entre o valor praticado e o de mercado, é medido nas negociações no ACL e dado pela Figura 4 a seguir:

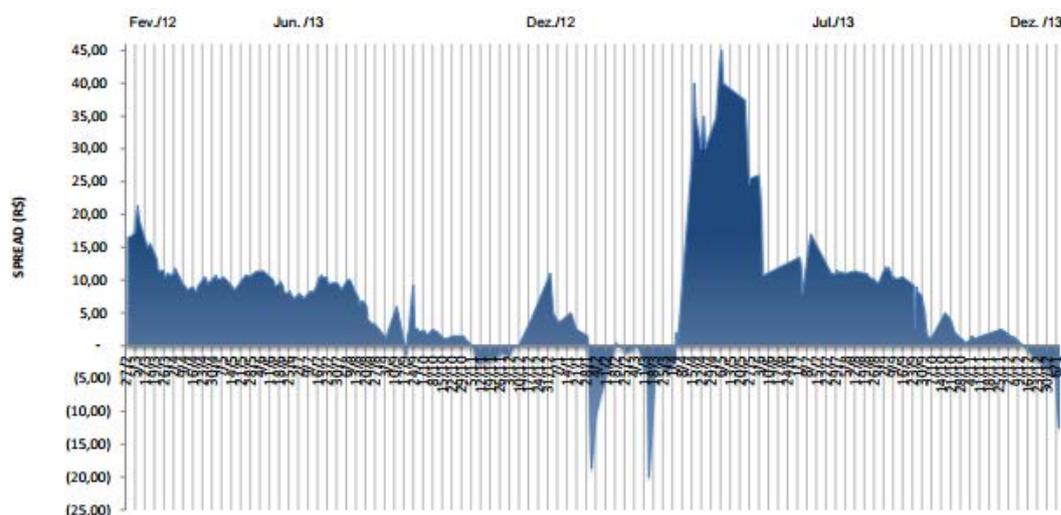


Figura 4: Spread medido sobre os contratos transacionados no ACL para o período de 29 de fevereiro de 2012 até 09 de janeiro de 2014– Fonte: BBCE [15].

Dessa forma, é cada vez mais urgente e relevante a incorporação deste risco na tomada de decisão de contratação dos agentes. Ocorre, no entanto, que não há na literatura trabalhos que abordam este tema particular do mercado de energia brasileiro. Além disso, diferentemente das incertezas como geração e

PLD, não há informação suficiente disponível para a elaboração de um modelo estatístico que modele a inadimplência. Nesse ponto, a otimização robusta surge como uma abordagem alternativa, se baseando em parâmetros intuitivos ao usuário [33], como será apresentada adiante nesta dissertação. Aplicações recentes desta abordagem na tomada de decisão podem ser vistas em diferentes áreas como: operação do sistema[34][35], estratégia de geradores em leilões [36][37], resposta da demanda e estratégia de consumidores [38][39], integração de veículos elétricos híbridos [40], dentre outras. Mais recentemente, uma aplicação para o modelo de contratação de comercializadoras foi realizada sobre o PLD [41]. Neste último é também verificado o uso de uma abordagem híbrida, robusta e estocástica, assim como utilizada nesta dissertação e em trabalhos recentes como [42][43].

Em vista disso, mostra-se necessária a incorporação deste risco na tomada de decisão de contratação do agente segundo a abordagem adequada para os dados envolvidos.

#### **1.4**

##### **Objetivo**

O objetivo desta dissertação é criar uma nova metodologia baseada em um modelo híbrido de otimização estocástica e robusta [42][43] para incorporar o impacto do risco de inadimplência na estratégia de contratação de geradores renováveis.

#### **1.5**

##### **Metodologia**

A fim de obter a alocação ótima de energia em contratos, o que é feito através da maximização da renda do gerador renovável, um modelo de dois níveis com tantos problemas de segundo nível quanto o número de cenários é considerado. No primeiro nível, as decisões de contratação são feitas. Então, para cada cenário de PLD e de geração, o problema de segundo nível encontra o pior caso de inadimplência baseado no portfólio de contratos encontrado pelo primeiro nível. Para resolver o modelo, o problema de dois níveis é reescrito como um

problema linear equivalente em um único nível [44]-[50]. O perfil de risco do agente é definido por meio do conhecido valor condicional em risco (CVaR) combinado com o valor esperado [51]-[59]. Esta combinação convexa gera uma medida de risco coerente [60] capaz de representar tanto perfis neutros quanto avessos ao risco.

A otimização robusta [61]-[66] aparece como uma abordagem interessante, uma vez que não exige o pleno conhecimento das probabilidades envolvidas na modelagem da inadimplência [33]. Assim, conjuntos de incerteza poliédricos são empregados para explicá-la e, portanto, a metodologia proposta é baseada em um modelo híbrido robusto e estocástico [41][42].

Testes de stress são geralmente utilizados para validar o desempenho das soluções sob condições adversas. Eles são empregados quando o tomador de decisão está ciente de que seu modelo constitui apenas uma aproximação do verdadeiro processo subjacente ou sob a falta de modelos estocásticos que descrevam um determinado parâmetro de incerteza. A abordagem robusta proposta é equivalente a um teste de estresse endógeno para o tratamento da imprecisão na variável inadimplência. Uma vantagem deste método sobre os testes de estresse tradicionais é que não há necessidade de especificar os cenários. Em vez disso, parâmetros de robustez determinam o nível de conservadorismo do modelo, restringindo os cenários de estresse endógenos [34]-[37][41][67]. A escolha desses parâmetros fica a cargo do decisor, oferecendo ao mesmo uma maneira mais intuitiva de controlar o grau de conservadorismo se comparado ao caso clássico, onde o cenário é definido pelo usuário exogenamente.

## 1.6

### Contribuições

As contribuições desse trabalho são:

1. Utilização de uma abordagem híbrida entre otimização estocástica e otimização robusta para incorporar o efeito da inadimplência na estratégia ótima de contratação de geradores renováveis;
2. Apresentar uma generalização do processo de teste de estresse para o tratamento da inadimplência de mercado, utilizando parâmetros

intuitivos para o decisor controlar o grau de estresse produzido pelo cenário;

## 1.7

### **Organização da Dissertação**

Esta dissertação está organizada de maneira que o segundo capítulo discute de forma detalhada as principais incertezas ligadas à contratação, liquidação e custos provenientes da atuação do gerador renovável no ACL. Consequentemente, sua expressão de renda será definida. O terceiro capítulo apresenta as técnicas de modelagem utilizadas para o tratamento das incertezas envolvidas, segundo o perfil de risco do agente. Em seguida, no quarto capítulo será caracterizado o modelo de otimização sob incerteza que considera de maneira conjunta a otimização robusta e a estocástica para o modelo de oferta (contratação). Para ilustrar a eficácia do modelo, o quinto capítulo apresenta os estudos de caso realizados a partir de dados realistas do Sistema Elétrico Brasileiro. O sexto capítulo, então, conclui a pesquisa e traz algumas sugestões para trabalhos futuros.

## 2

### A Renda do Gerador Renovável

A complexa estrutura do mercado de energia brasileiro, aliada a presença de seus riscos e incertezas, torna a estratégia de contratação dos agentes uma tarefa desafiadora. A Figura 5 a seguir mostra, de maneira simplificada, de que forma ocorre, mais comumente, a interação entre os agentes que atuam no ACL, assim como a relação dos mesmos com a câmara de liquidação (CCEE), conforme apresentado anteriormente no capítulo 1.

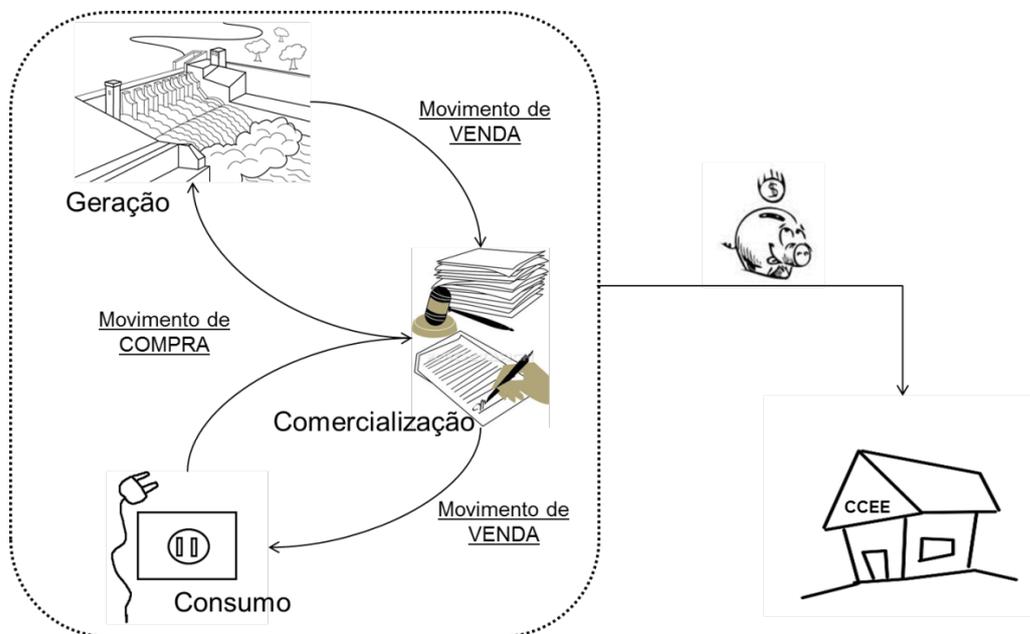


Figura 5: Esquemático da relação, simplificada, entre agentes e CCEE no ACL.

Em geral, o que se vê são negociações de compra e venda quase sempre intermediada por comercializadores e entre comercializadores. Este fato ocorre, uma vez que os comercializadores buscam o casamento de diversos e diferentes contratos adequando, cada um deles, ao perfil de geração ou consumo de cada agente com quem ele negocia e/ou cliente por ele representado. Cabe ressaltar outros movimentos possíveis, como a compra e venda direta entre gerador e consumidor. De qualquer maneira, através do esquema apresentado, é possível verificar as parcelas que compõem a renda do gerador renovável ao se contratar no mercado livre. Assim, nas seções deste capítulo, este fluxo estocástico de

capitais será apresentado para o curto prazo evidenciando as incertezas envolvidas. A fim de obter uma melhor compreensão da composição desta renda, a mesma é representada pela Figura 6 a seguir, onde a primeira parcela é fruto da contratação de energia entre o gerador renovável e, por exemplo, um comercializador ou algum outro agente do ACL. Em consequência desta contratação surge a parcela de liquidação no MCP realizada pela CCEE.

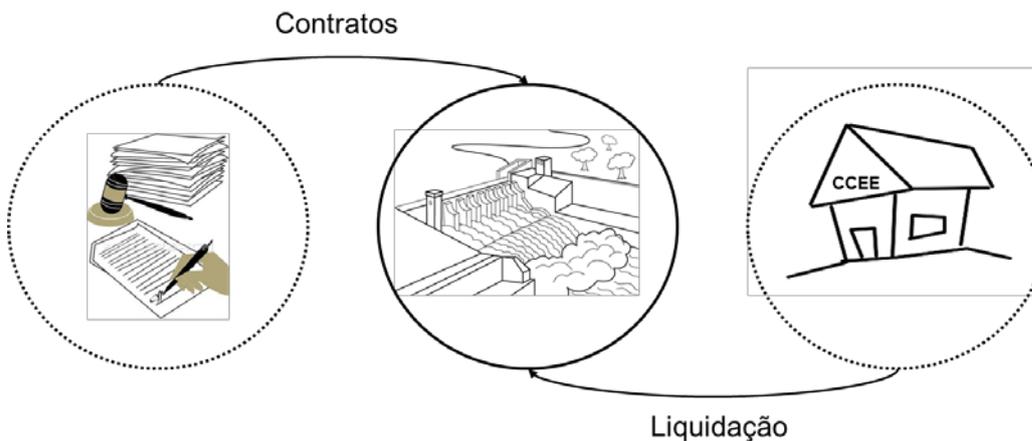


Figura 6: Esquemático das parcelas que compõe a renda do gerador renovável.

Primeiramente, será apresentado como ocorre a contratação. Em seguida, a parcela proveniente da liquidação no MCP será modelada. A última parcela deriva dos custos envolvidos, os quais podem ou não existir e/ou serem considerados, o que vai depender de cada tipo de gerador. Dessa forma, a renda do agente será dada segundo a equação:

$$Renda = Contratos + Liquidação - Custos \quad (1)$$

## 2.1

### Contratação

O objetivo de qualquer agente é obter a maior renda possível proveniente de sua estratégia de contratação. Ocorre que a viabilidade dessas transações depende de um preço de referência coerente. Dessa maneira, o PLD é tomado como base de comparação para o preço dos contratos transacionados no ACL, segundo o período em questão. No entanto, para contratos de curtíssimo prazo (1

a 2 meses), o preço dos contratos é, em geral, tido como PLD acrescido de um ágio, ainda que existam exceções.

A existência deste preço de referência implica que a real decisão do agente está sobre a quantidade que ele deve comprar/vender a cada preço de contrato, e não sobre o preço em si. Logo, a decisão será proveniente de uma curva ótima de oferta, conhecida como curva de disposição a contratar (CDC) [36][68][69]. Isto significa que para cada patamar de preços vigentes no mercado, haverá uma alocação ótima em contratos para este agente. Um exemplo genérico é apresentado a seguir:

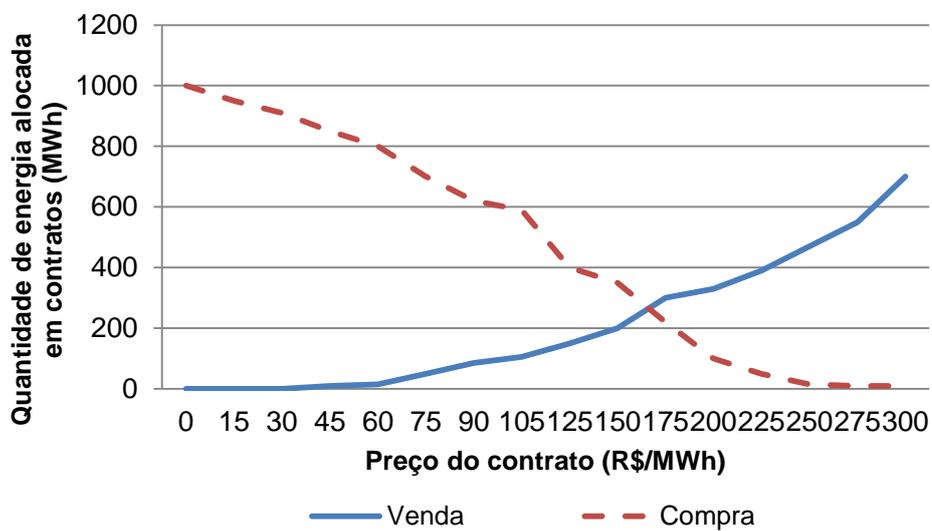


Figura 7: Curvas de disposição a contratar (CDC).

No caso do gerador renovável, a única operação contratual que será considerada é a venda de energia, onde esta quantidade está limitada por sua garantia física (GF). Este valor é definido pelo regulador do sistema junto ao Ministério, baseado em um quantil de longo prazo da geração observada [16]. Dessa maneira, tem-se que:

$$0 \leq Q^V \leq GF \quad (2)$$

Assim, a renda proveniente desta transação será dada mensalmente pelo produto preço do contrato  $P^V \left( \frac{R\$}{MWh} \right)$  vezes a quantidade de venda

$Q^V(MW_{\text{médio}})$ , ajustado pela quantidade de horas  $h_t$  de cada mês para o horizonte  $T$  considerado. Sua expressão é apresentada a seguir:

$$\text{Contratos} = \sum_{t \in T} (P^V Q^V) h_t \quad (3)$$

No ACL, qualquer agente pode celebrar contratos bilaterais com diferentes formatos e agentes, desde que eles estejam lastreados [11]. No entanto, a realização dessa operação, seja de compra ou de venda de energia, não exige que o agente a possua efetivamente, ou seja, ele não precisa gerar a quantidade que pretende vender e nem consumir a quantidade que pretende comprar, este é o caso de uma comercializadora. Além disso, as quantidades de energia compradas e vendidas pelo agente não precisam necessariamente ser as mesmas, ainda que este fato o exponha, seja positiva ou negativamente, no MCP.

## 2.2

### Liquidação

O processo de liquidação do agente ocorrerá quando este tiver qualquer quantidade de energia sub ou sobre contratada, seja com relação à quantidade produzida ou demandada. Isto pode ocorrer de diversas maneiras, como, por exemplo, ter a compra e venda de energia em quantidades diferentes ou a/o geração/consumo esperado ser maior ou menor que o previsto no ato da contratação.

A contabilização mensal, no caso do gerador renovável, deverá ocorrer de maneira a verificar o déficit ou o *surplus* de energia em seu portfólio, através da diferença entre as quantidades produzida e vendida pelo mesmo em MW. O valor obtido deve ser liquidado a PLD  $\left(\frac{R\$}{MWh}\right)$  do mês de referência,  $\pi_t$ , de acordo também com a quantidade de horas  $h_t$  de cada mês  $t$  considerado sobre o horizonte  $T$ . Ou seja, o resultado desta contabilização formará a parcela de liquidação da renda do agente. No entanto, não se sabe qual será o PLD vigente e nem a geração do agente previamente a liquidação. Logo, tem-se que a renda proveniente deste processo será dada pelo seguinte fluxo estocástico:

$$Liquidação = \sum_{t \in T} (\tilde{G}_t - Q^V) \tilde{\pi}_t h_t \quad (4)$$

Caso a expressão apresentada seja nula, o agente é dito com posição zerada no mercado, já que não precisa ajustar seu volume transacionado. Valores positivos e negativos representam exposições a serem quitadas pelo agente. Logo, ao possuir um saldo negativo de energia, o agente é obrigado a comprar mais energia no MCP, o que pode ser bastante custoso no caso do PLD estar elevado [32][37][68][69]. Este fato já é suficiente para que o agente evite tal exposição. Por outro lado, uma vez exposto positivamente é notório o crescimento da inadimplência no processo de liquidação, no caso recebimento, do agente. Apesar disso, muitos ainda não a consideram em sua estratégia de contratação, levando à significativa redução nesta parcela de sua renda.

Dessa forma, é importante a incorporação deste risco na estratégia de contratação a fim de limitar tal exposição e, conseqüentemente, possíveis perdas provenientes da mesma, conforme visto no capítulo anterior. A expressão (4) deverá, portanto, ser modificada de maneira que, na ocorrência de um evento de não pagamento no mês em questão, o valor proveniente desta parcela seja apenas um percentual de seu total. Novamente não se sabe qual será a geração do agente e o PLD, assim como a inadimplência, para o próximo período, a qual será representada percentualmente pela variável aleatória  $\tilde{x}_t$ . Logo, a expressão estocástica da renda vinculada ao processo de liquidação será:

$$Liquidação = \sum_{t \in T} (\tilde{G}_t - Q^V) \tilde{\pi}_t h_t (1 - \tilde{x}_t) \quad (5)$$

O montante não recebido no curto prazo pelo agente devido à inadimplência não é eternamente perdido. Na realidade, existem mecanismos previstos na regulação que asseguram este pagamento. O agente inadimplente pode, por exemplo, negociar o pagamento ou mesmo em casos como de falência um terceiro agente poderá assumir tal dívida. Ocorre, no entanto, que para fins da obtenção do fluxo de caixa de curto prazo do agente que sofre a inadimplência este recebimento torna-se irrelevante, uma vez que o mesmo acontecerá apenas no

longo prazo, devido a todas as questões burocráticas e judiciais envolvidas. Dessa forma, como no curto prazo não há recebimento o mesmo não foi considerado no fluxo de capital descrito.

## 2.3

### Custos

Diversas podem ser as fontes de custos neste mercado, não sendo o escopo deste trabalho a discussão de todas elas. Em vista disso, serão abordadas aquelas com influência mais significativa sobre a contratação.

A garantia financeira é um custo obrigatório para a atuação no ACL. Trata-se de um depósito prévio garantidor da liquidação de uma posição negativa do agente. Atualmente, em vista da maior segurança para o sistema e para os agentes, este aporte ocorre através de uma instituição bancária que garante o depósito até determinado limite pré-estabelecido [2][3][20]. Como este acordo ocorre bilateralmente entre banco e agente, o mesmo não será contabilizado como parte do fluxo de capitais da contratação, devendo ser tratado separadamente.

O custo mais relevante a ser considerado para o processo de venda de energia por um gerador será seu custo operacional. Este pode ser fixo, devido, por exemplo, ao custo vinculado a construção da usina ou do parque, ou pode ser um custo variável, neste caso existirá um custo associado à produção de cada unidade de energia. Será assumido que o gerador encontra-se em operação e, portanto, haverá apenas um custo mensal,  $c_t \left( \frac{R\$}{MWh} \right)$ , devido à sua atividade de geração, o qual, para PCHs e eólicas, é praticamente nulo na maior parte das vezes. Como há incerteza sobre a geração do agente para o período de vigência do contrato, tem-se o seguinte fluxo estocástico representativo da parcela de custo:

$$Custos = \sum_{t \in T} c_t \tilde{G}_t h_t \quad (6)$$

Por fim, o somatório das parcelas da renda dadas por (3), (5) e (6) representa a renda estocástica total obtida pelo gerador renovável no período de contratação considerado e sua expressão é dada a seguir por (7):

$$\tilde{R}^I = \sum_{t \in T} (P^V Q^V) h_t + \sum_{t \in T} (\tilde{G}_t - Q^V) \tilde{\pi}_t h_t (1 - \tilde{x}_t) - \sum_{t \in T} c_t \tilde{G}_t h_t \quad (7)$$

A expressão de renda do agente definida por (7) não considerou o valor presente líquido (VPL) da mesma, ou seja, o valor do dinheiro no tempo. Esta escolha ocorreu devido ao fato deste estudo visar apenas ao curto prazo, ou seja, contratos de até um ano. Logo, por simplicidade optou-se por não se considerar o VPL. No entanto, caso se estivesse considerando contratos de médio ou longo prazo seria imprescindível considerar a adoção de tal mecanismo.

### 3

## Otimização Sob Incerteza

Conforme apresentado no capítulo 2, a renda de um gerador renovável é representada por um fluxo estocástico, ou seja, seu cálculo depende de variáveis as quais seu respectivo valor não é conhecido no momento da contratação de energia. No caso desta dissertação, as variáveis de valor incerto são o PLD, a geração do agente e a inadimplência do mercado no período em questão. Uma vez que se busca otimizar a renda do agente que se contrata no mercado livre, esta situação é caracterizada como uma otimização sob incerteza.

Existem duas principais abordagens utilizadas para se modelar este tipo de variável. Em casos onde a incerteza é bem caracterizada é mais comum o uso da otimização estocástica. Por outro lado, quando pouco é conhecido acerca da incerteza ou há poucos dados disponíveis, a otimização robusta se apresenta como uma boa alternativa. As próximas seções descrevem, de forma detalhada, ambas as abordagens. Com isso, será possível definir qual a melhor abordagem para cada uma das incertezas presentes na renda do gerador renovável caracterizada anteriormente em (7).

### 3.1

#### Otimização Estocástica

Na década de cinquenta, trabalhos pioneiros acerca do tratamento de incertezas se baseavam em abordagens determinísticas [70]-[72]. No entanto, esta foi perdendo força devida sua alta sensibilidade às variações no valor dos parâmetros considerados. Afinal, a determinação de um valor para a incerteza era uma tarefa difícil e levava aos muitos resultados ruins ou até mesmo inviáveis. Dessa forma, a otimização estocástica surge como uma generalização do método determinístico [73]-[82].

Neste caso, diferentes possibilidades são assumidas como valores possíveis para a incerteza, cada uma delas associada a uma probabilidade de ocorrência, ou seja, a distribuição de probabilidade que governa a incerteza em

questão é conhecida ou pode ser estimada. Assim, modelos estocásticos tem o objetivo de prover o decisor com a melhor política de decisão segundo as possíveis ocorrências da variável aleatória presente no modelo.

Um importante avanço proveniente do desenvolvimento da otimização estocástica é que a mesma permite a tomada de decisões sequenciais, ou seja, em múltiplos estágios [79][84]. Esta abordagem dá um tratamento mais realista ao problema, uma vez que cada decisão tomada pode influenciar nas demais, assim como na dinâmica real que se busca modelar [44][45].

Ocorre que muitas das vezes o modelo utilizado para a escolha dos valores a serem assumidos pela variável aleatória não é suficiente para a obtenção de uma boa aproximação do processo real gerador das incertezas, levando a necessidade de se considerar uma gama de possíveis cenários [73]-[82]. Estes cenários são tradicionalmente definidos de maneira exógena ao modelo através de simulações baseadas em um conjunto de incerteza composto pelos valores que os parâmetros podem assumir. Também conhecidos como cenários de estresse, estes possuem o objetivo de verificar como se comportaria determinado conjunto de dados sob sua ocorrência. Estes testes são amplamente utilizados para aplicações, por exemplo, no mercado financeiro.

A abordagem descrita é, portanto, diretamente aplicável para duas das três incertezas presentes na renda do gerador renovável. Primeiramente, os cenários de PLD podem ser obtidos através de modelos de simulação da operação do sistema. No caso do Brasil, utiliza-se o modelo oficial de despacho hidrotérmico baseado no PDDE [9] conhecido como NEWAVE e DECOMP [4]. Já os cenários de geração renovável (PCH e eólica) se baseiam em modelos estatísticos multivariados casados com a operação do sistema, conforme utilizado também nos trabalhos [32][41]. Por outro lado, a inadimplência medida no MCP não possui um modelo estatístico que a descreva para a obtenção de cenários. Além disso, ela possui um histórico muito curto com a presença de significativas quebras estruturais, conforme mostra a Figura 8 a seguir.

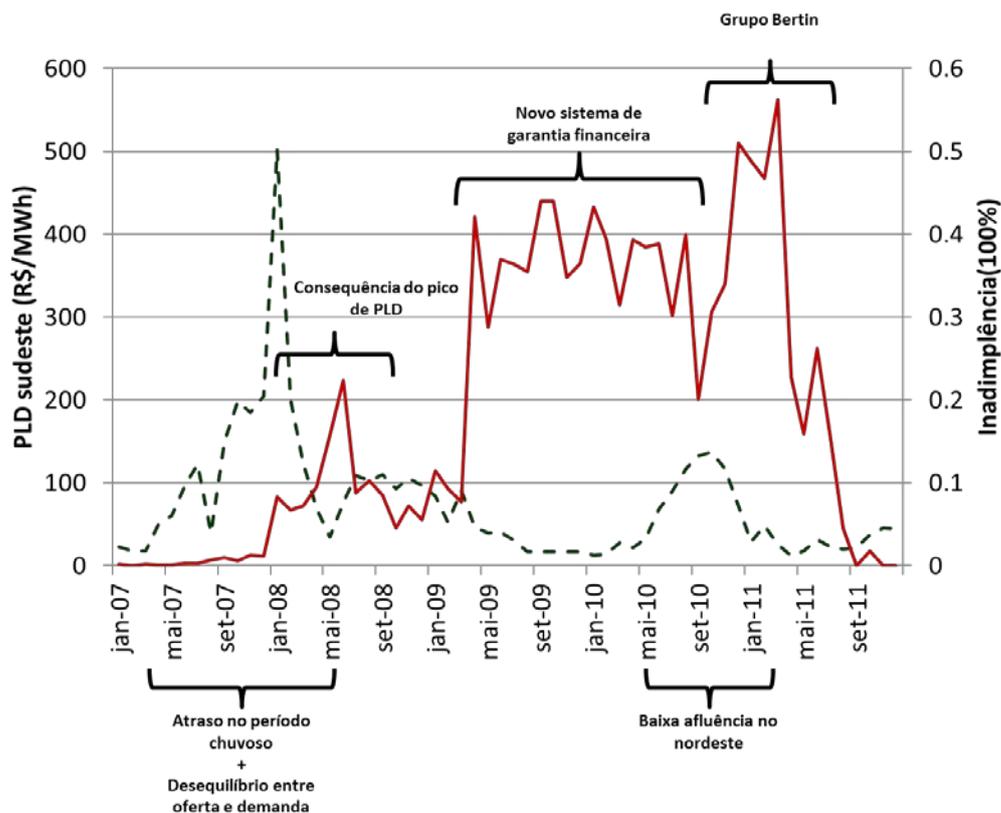


Figura 8: Histórico da inadimplência e do PLD sudeste no ACL para o período de janeiro de 2007 até dezembro de 2011.

Os fatos evidenciados no gráfico acima mostram que nos três diferentes momentos históricos onde a inadimplência foi significativamente notada as fontes que a acarretaram foram bastante distintas e isoladas. No ano de 2008, o primeiro pico é notado como reflexo da elevação do PLD devido ao atraso no período chuvoso conjuntamente com um desequilíbrio percebido entre oferta e demanda no período. No ano seguinte, 2009, foi implementado um novo sistema de garantia financeira. No entanto, conforme observado na Figura 8, esse sistema ao invés de diminuir a inadimplência fez justamente o contrário, demonstrando ser bastante oneroso tendo reflexos inclusive no ano seguinte, 2010. O ano de 2011 foi marcado pelo grande default dado pelo Grupo Bertin.

Estas características indicam que uma possível abordagem estatística dos dados não seria adequada. Isto é reforçado por outras questões, tais como: inexistência de uma distribuição probabilística da inadimplência; a difícil definição de um modelo probabilístico que relaciona inadimplência com outras variáveis, como por exemplo, com o PLD uma vez que este possui influência direta nos pagamentos; falta de conhecimento de variáveis que explicam a

inadimplência – fatores exógenos; quebras conjunturais do mercado; constante mudança do comportamento estratégico dos agentes aliado ao fato de sua dinâmica e composição no tempo serem complexas; além do fato do histórico de dados ser bastante curto. Nesse contexto, a abordagem por otimização robusta surge como uma importante ferramenta para o tratamento da inadimplência, conforme mencionado anteriormente.

## 3.2

### Otimização Robusta

A proposta inicial dos primeiros modelos robustos era obter a solução ótima para o pior cenário possível [61]. No entanto, ainda que esta abordagem garanta robustez máxima ao problema, seu elevado grau de conservadorismo abdica da otimalidade da solução chegando muitas vezes a respostas inviáveis. Em vista disto, esta proposta foi rapidamente superada.

Novas versões menos conservadoras surgiram, tendo como objetivo manter a viabilidade da solução ótima sob a ocorrência de todos os possíveis cenários considerados. Consequentemente, basta que a viabilidade seja garantida para o pior caso do conjunto de incerteza considerado. Os trabalhos de Ben-Tal, *et. al* [62]-[64] e El-Ghaoui e H. Lebret [65][66], por exemplo, apresentaram significativo avanço ao considerar um conjunto de incerteza elipsoidal, sendo propostos algoritmos de solução para problemas de otimização convexa sob incerteza.

Ocorre que a especificação desses conjuntos elipsoidais leva constantemente a formulações não lineares, fato que exige um esforço computacional muito grande, podendo levar a problemas intratáveis. Tendo isto em vista, os atuais modelos robustos se baseiam no consagrado trabalho de Bertsimas e Sim [33] que trata a incerteza segundo um parâmetro utilizado para controlar o grau de conservadorismo do modelo, o qual pode restringir ou afrouxar o conjunto de incerteza de maneira a deixar a solução mais ou menos robusta as possíveis variações. Esta abordagem, portanto, caracteriza um conjunto de incerteza poliédrico.

É importante ressaltar que esta abordagem implica na não necessidade das probabilidades dos eventos, ou seja, a distribuição de probabilidade da incerteza

envolvida. Na realidade, a mesma utiliza intervalos de variação para a incerteza que limitam um conjunto de valores críveis que esta pode assumir, onde a solução será mantida viável sobre a ocorrência de qualquer desses cenários. Esta técnica é comparável à critérios de segurança como o  $n - K$  [34], o qual mantém a solução encontrada viável ainda que ocorram  $K$  falhas dentre  $n$  possíveis no sistema considerado.

Ocorre que o tratamento da imprecisão na variável via otimização robusta permite uma interpretação de análise de estresse endógeno, o qual generaliza o conhecido teste de estresse. Sua vantagem sobre os testes de estresse tradicionais é que não há necessidade de especificar os cenários, em vez disso, parâmetros intuitivos definidos pelo usuário determinam o nível de conservadorismo do modelo conforme discutido em [34][35][38]-[41].

Neste contexto, a otimização robusta é ideal para a modelagem da inadimplência, cujas características evidenciam a falta de um modelo estocástico adequado para descrevê-la. Dessa forma, a incerteza na inadimplência será considerada através de cenários definidos a partir de conjuntos de incerteza poliédricos para a obtenção da robustez ao pior caso. Assim como no caso estocástico, estes cenários validarão o desempenho das soluções sob condições adversas através de um teste de estresse.

Dessa maneira, a principal ideia por traz da abordagem proposta é considerar, para cada cenário de renda proveniente do processo de liquidação do gerador renovável, qual a pior inadimplência mensal que pode atingi-lo no horizonte de vigência de seu contrato. Ou seja, suponha um cenário no qual o agente se encontra exposto positivamente ao longo de seis meses de um ano, sendo este o período de vigência do contrato por ele firmado. Considere ainda que a adversidade representada pela inadimplência mensal esteja limitada a duas ocorrências anuais de 20%. Isto implica que nos dois meses em que o agente possuir as maiores quantidades a serem recebidas no MCP, estes valores sofreram um decréscimo de 20%. A Figura 9 ilustra esta situação considerando um ano genérico de vigência para o contrato.

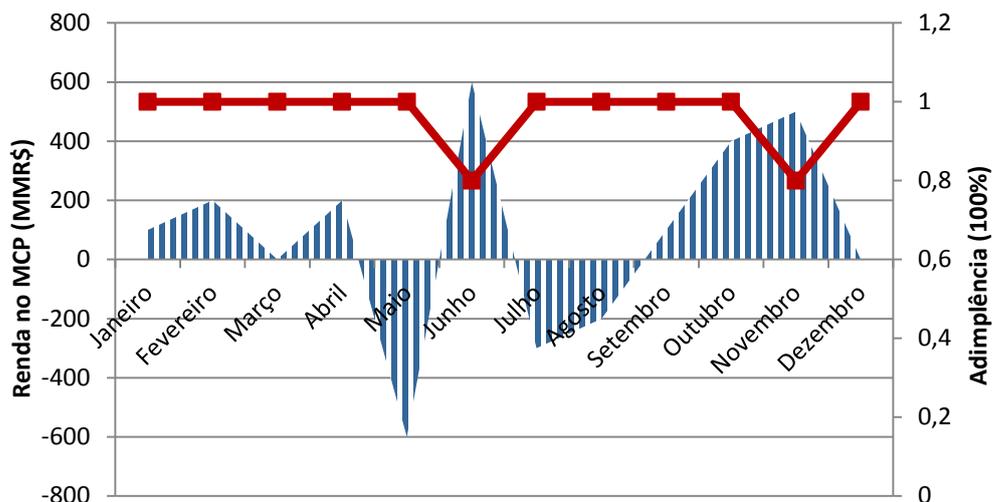


Figura 9: Cenário de estresse endógeno da inadimplência para determinado cenário de renda do agente, onde a incerteza é modelada de maneira robusta.

Ocorre que, ao se considerar diversos cenários, seja através da abordagem robusta seja pela estocástica, o cálculo da renda total do agente se torna uma tarefa inviável, já que para cada cenário uma solução ótima é obtida e assim não se chegaria, portanto, a um valor único representativo de todos os cenários de renda considerados para este agente. A fim de solucionar essa questão, é comum o uso de uma medida de risco.

### 3.3

#### Medidas de Risco

A necessidade de se expressar a satisfação, ou preferência, de um decisor com relação a fluxos estocásticos implica no uso de medidas de risco. Dessa forma, o objetivo é conhecer a exposição a qual o agente está submetido, traçando seu perfil de risco através de uma medida de valor sobre os seus ganhos ou perdas. De forma geral, probabilidades são assumidas para todos os possíveis cenários a fim de quantificá-los em favoráveis ou desfavoráveis para que sejam então otimizados.

Na década de cinquenta, Markowitz propôs o método da minimização da variância [85][86], sendo esta a primeira abordagem amplamente utilizada. Este método visava à análise da relação entre risco e retorno, tomando como ponto ótimo a carteira que combina o menor risco para certo retorno. O modelo,

portanto, possui diversas combinações de risco e retorno, onde o conjunto de pontos que representam a relação dos retornos com seu risco mínimo formam a curva de fronteira eficiente, portanto pontos ótimos. A medida de risco utilizada é a variância, assumindo pesos iguais tanto para desvios positivos quanto para desvios negativos, ou seja, para ganhos e perdas.

No entanto, diversos estudos [56]-[58] apontam que o agente é mais sensível às perdas do que a variações em seu ganho. Com isso, outros métodos foram desenvolvidos a fim de medir e gerenciar os riscos. Em 1994, o JP Morgan publicou um documento chamado RiskMetrics [87][88] que ficou conhecido como *Value-at-Risk* (VaR), seu sistema de gerenciamento de risco. Seu amplo uso ocorreu poucos anos mais tarde, em 1997 sob influência da Comissão de Valores Mobiliários dos EUA (Securities and Exchange Commission) ao adotar novas regras [89] nas quais as empresas de capital aberto deveriam disponibilizar informações sobre suas exposições no mercado fazendo uso do VaR.

O VaR assume o valor do quantil de  $(1 - \alpha)100\%$ , que representa o valor em risco de piores receitas ou altos custos, estando associado a uma perda segundo um nível de confiança  $\alpha$ . Visto isso, sua interpretação é que um agente possui  $(1 - \alpha)100\%$  de chances de ter uma receita pior do que o VaR, ou, de maneira oposta, existe uma probabilidade de  $\alpha$  de que se obtenha o VaR como pior resultado [58][88]-[90]. Essa métrica é ilustrada a seguir para as distribuições A e B.

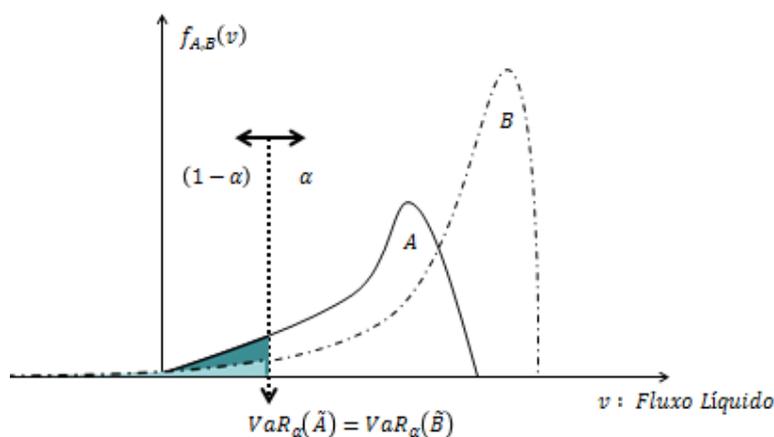


Figura 10: Duas distribuições diferentes A e B com o mesmo VaR são utilizadas para exemplificar essa mesma métrica segundo um nível de significância de  $\alpha$ .

O VaR, portanto, é uma medida de aversão a risco que traz informação sobre a cauda da distribuição ao atuar como um valor de corte. Sua expressão matemática é apresentada a seguir, onde  $r$  representa o VaR:

$$\rho(\tilde{R}^{I*}) = VaR_{\alpha}[\tilde{R}^{I*}] = \inf\{r \in \mathbb{R} \mid P(\tilde{R}^{I*} \leq r) \geq 1 - \alpha\} \quad (8)$$

No entanto, o tamanho da exposição proveniente dos cenários de cauda não é considerado, ou seja, o comprimento da cauda. Com isso, dois cenários que possuem o mesmo VaR podem apresentar perdas muito diferentes, sendo, portanto, um muito mais arriscado do que o outro. Este fato é exemplificado na Figura 10, onde apesar das distribuições consideradas possuírem o mesmo VaR, a distribuição  $B$  possui uma cauda mais extensa levando a maiores perdas do que  $A$ . Isso quer dizer que o VaR não fornece informação sobre perdas maiores que o valor do quantil  $(1 - \alpha)100\%$ . Além disso, esta é uma medida conhecida por ser não diferenciável, não convexa e não coerente[58]-[60], o que impossibilita seu uso em diversas aplicações por implicar na não garantia de otimalidade da solução encontrada.

Em vista disso, o *Conditional Value-at-Risk*, ou CVaR, foi adotado. Ele representa, no caso das distribuições contínuas, o valor esperado dos valores de cauda, ou seja, é a média dos  $(1 - \alpha)100\%$  piores cenários [52]-[59], onde o quantil de  $(1 - \alpha)100\%$  é o próprio  $VaR$ . O CVaR é ilustrado a seguir para as mesmas duas distribuições  $A$  e  $B$ :

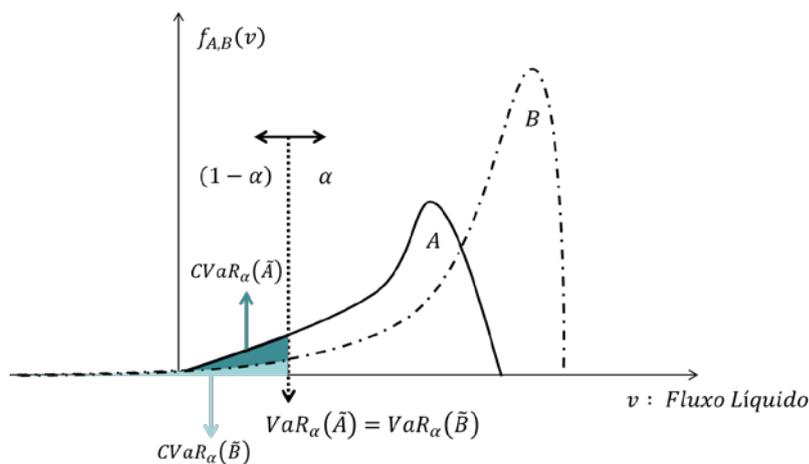


Figura 11: Duas distribuições diferentes  $A$  e  $B$  com o mesmo VaR, mas diferentes CVaR são utilizadas para exemplificar essa última métrica segundo um nível de significância de  $\alpha$ .

O CVaR por considerar em sua formulação o tamanho da exposição do agente, consegue capturar a presença de eventos extremos. Além disso, dado que ele olha a média dos piores cenários, o mesmo levará a um modelo ainda mais conservador do que o VaR, sendo, assim como este, considerado uma medida de aversão a risco. Entretanto, diferentemente desta medida, o CVaR é uma medida diferenciável, convexa e coerente, podendo ser facilmente acoplada em problemas de programação linear [58][60]. Sua formulação matemática, proposta por Uryasev e Rockafeller, é expressa da seguinte maneira [53][54][56]:

$$\rho(\tilde{R}^{I*}) = CVaR_{\alpha}[\tilde{R}^{I*}] = \max_{z, \delta_s \geq 0} \left\{ \left( z - \sum_{s \in S} \frac{p_s \delta_s}{1 - \alpha} \right) \middle| s. a: \delta_s \geq z - R_s^{I*} \forall s \in S \right\} \quad (9)$$

Na equação (9), ao assumir seu valor ótimo, a variável  $z$  se equivale ao VaR conforme apresentado na Figura 11. Além disso,  $\delta_s$  representa, para cada cenário  $s$ , a distância entre a renda do agente e a variável  $z$  (VaR). Cabe ressaltar que em aplicações práticas, tanto para o CVaR quanto para o VaR, o parâmetro  $\alpha$  de aversão a risco geralmente varia entre 0.90-0.99.

Ambas as medidas apresentadas anteriormente foram ditas medidas com um viés conservador. No entanto, caso o agente seja neutro a risco pode-se simplesmente adotar uma soma ponderada das funções objetivo obtidas para cada cenário, onde seu peso  $p_s$  é a probabilidade de ocorrência do cenário  $s$  que a gerou. Trata-se do valor esperado, o qual é dado pela seguinte formulação:

$$\rho(\tilde{R}^{I*}) = \mathbb{E}[\tilde{R}^{I*}] = \sum_{s \in S} p_s R_s^{I*} \quad (10)$$

Assim como o CVaR, esta medida é convexa e coerente. Entretanto, a mesma não considera as caudas das distribuições, trazendo pouca informação para a decisão. Sua representação gráfica é dada a seguir para as mesmas distribuições genéricas  $A$  e  $B$  anteriormente apresentadas.

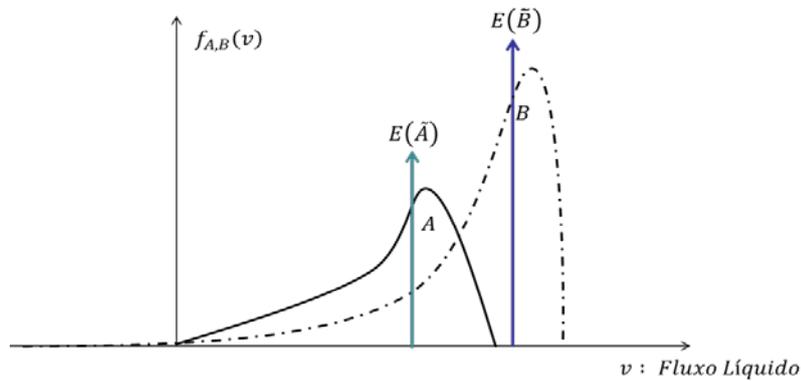


Figura 12: Duas distribuições diferentes A e B com diferente valor esperado são utilizadas para exemplificar essa métrica.

As medidas de risco, valor esperado e CVaR, foram ditas medidas coerentes de risco por possuírem as seguintes propriedades [58][60]: invariância à translação, subaditividade, homogeneidade positiva e monotonicidade. O VaR, como foi visto, não foi adotado por não possuir algumas delas. Não ser subaditivo, por exemplo, pode levar a contradição da teoria de portfólio uma vez que irá desencorajar a diversificação.

Em vista dos métodos apresentados, a adoção da combinação convexa entre CVaR e valor esperado como medida de risco permite a modelagem de perfis tanto neutros quanto avessos a risco, e, com isso, tem-se um maior detalhamento do perfil de risco do agente. Matematicamente, esta nova medida de risco pode ser representada da seguinte maneira:

$$\rho(\tilde{R}^{I*}) = \lambda CVaR_{\alpha}[\tilde{R}^{I*}] + (1 - \lambda) \mathbb{E}[\tilde{R}^{I*}] \quad (11)$$

$$\rho(\tilde{R}^{I*}) = \max_{z, \delta_s \geq 0} \left\{ \lambda \left( z - \sum_{s \in S} \frac{p_s \delta_s}{1 - \alpha} \right) + (1 - \lambda) \sum_{s \in S} p_s R_s^{I*} \mid s. a: \delta_s \geq z - R_s^{I*} \forall s \in S \right\} \quad (12)$$

O parâmetro  $\lambda$  é um parâmetro de aversão a risco que pondera a combinação convexa entre as medidas de risco adotadas, podendo variar no intervalo  $[0,1]$ . Conforme visto, o CVaR representa um perfil mais avesso ao risco, caracterizado por valores de  $\lambda$  próximos de 1, ao passo que o valor esperado, perfil neutro a risco, é marcado por valores de  $\lambda$  baixos.

## 4

### O Modelo de Oferta

#### 4.1

##### Caracterização das Incertezas

Ao se contratar no mercado, mais precisamente no ACL para o caso em questão, o gerador renovável busca obter a melhor renda possível ao vender energia. Esta renda é dada pela expressão (7) apresentada no capítulo 2, reescrita a seguir por conveniência.

$$\tilde{R}^I = \sum_{t \in T} (P^V Q^V) h_t + \sum_{t \in T} (\tilde{G}_t - Q^V) \tilde{\pi}_t h_t (1 - \tilde{x}_t) - \sum_{t \in T} c_t \tilde{G}_t h_t \quad (7)$$

No entanto, a expressão definida em (7) é dependente de um grupo de parâmetros, alguns de valor conhecido e outros de valor incerto, o que caracteriza uma decisão sob incerteza. Parâmetros como o preço do contrato, as horas do mês em questão e custo de produção são conhecidos previamente à decisão da quantidade a ser contratada. No entanto, a dificuldade está em não se saber a priori qual será o PLD para o período de vigência do contrato, assim como sua geração. Dessa maneira, tem-se o seguinte conjunto de parâmetros de incerteza:

$$\tilde{\xi} = \{(\tilde{G}_t, \tilde{\pi}_t)\}_{t \in T} \quad (13)$$

Além disso, ainda falta conhecimento de qual valor a inadimplência irá assumir ao longo desse mesmo horizonte. Logo, ao considerar a inadimplência no conjunto de incerteza, tem-se que este será dado por:

$$\tilde{\xi}^I = \{(\tilde{G}_t, \tilde{\pi}_t, \tilde{x}_t)\}_{t \in T} \quad (14)$$

A abordagem estocástica é comumente adotada para o tratamento de incertezas. Nela as variáveis aleatórias são tomadas como discretas segundo um

suporte finito, permitindo sua caracterização pelo uso de um conjunto  $S$  de cenários cada um com uma probabilidade  $p_s$  de ocorrência, conforme conceitualmente descrito no capítulo 3. Assim, para cada um dos conjuntos apresentados, tem-se a seguinte formulação discretizada:

$$\{\xi_s, p_s\}_{s \in S} \leftarrow \{(G_{ts}, \pi_{ts}), p_s\}_{t \in T, s \in S} \quad (15)$$

$$\{\xi_s^I, p_s\}_{s \in S} \leftarrow \{(G_{ts}, \pi_{ts}, x_{ts}), p_s\}_{t \in T, s \in S} \quad (16)$$

A partir dessa caracterização, a expressão da renda do agente apresentada em (7) passa também a ser definida para cada cenário e reescrita conforme segue:

$$R^I(P^V, Q^V, \xi_s^I) = \sum_{t \in T} (P^V Q^V - c_t G_{ts}) h_t + R^{MCP-I}(Q^V, \xi_s^I) \quad \forall s \in S \quad (17)$$

Onde,

$$R^{MCP-I}(Q^V, \xi_s^I) = \sum_{t \in T} (G_{ts} - Q^V) \pi_{ts} h_t (1 - x_{ts}) \quad \forall s \in S \quad (18)$$

Nesta representação a parcela da renda proveniente da liquidação no MCP (18) foi escrita separadamente da parcela dos contratos e custos envolvidos (17). Dessa maneira, torna-se mais explícita a influência da inadimplência na expressão de renda, uma vez que a mesma atua apenas sobre a parcela referente ao possível crédito obtido no MCP.

## 4.2

### Abordagem Híbrida: Estocástica e Robusta

No capítulo 3 desta dissertação, foram descritas duas abordagens para o tratamento das incertezas presentes em um fluxo estocástico, como é o caso da renda do gerador renovável (17)-(18). Primeiramente a otimização estocástica foi apresentada e pôde ser diretamente aplicada às incertezas no PLD e na geração renovável, uma vez que se tem conhecimento das distribuições de probabilidade destas variáveis. Dessa forma, o conjunto de incerteza definido em (15) é composto por cenários definidos de forma exógena para cada respectiva variável [32]. Este é então utilizado na obtenção da renda definida em (17)-(18).

Por outro lado, a inadimplência apresenta uma série de fatores, conforme anteriormente apresentado, que impossibilitam a abordagem estocástica sobre a mesma, em especial devido à falta de conhecimento sobre uma distribuição de probabilidade que a caracterize. Dessa forma, a otimização robusta foi apresentada como uma alternativa para o tratamento desta variável. Um exemplo desta abordagem foi apresentado na seção 3.2 do capítulo 3 e ilustrado pela Figura 9, onde um possível cenário obtido endogenamente ao modelo através da abordagem robusta é mostrado.

Ocorre que para a obtenção destes cenários de inadimplência, pertencentes à (16), é necessário definir quais os parâmetros de robustez a serem utilizados. Uma análise mais apurada da Figura 9 permite a observação de dois parâmetros bastante intuitivos para definir a inadimplência. Seja  $\theta$  o vetor de parâmetros. É direta a percepção de uma frequência mensal  $\theta_f$  com que ocorre a inadimplência no horizonte anual  $T$  (12 meses). Junto a este parâmetro, nota-se que é necessário limitar a profundidade de cada ocorrência, ou seja, um valor percentual irá definir a amplitude de não pagamento do mercado, onde este valor será dado por  $\theta_p$ . Fica a cargo do decisor definir se os limites de profundidades mensais serão distintos ou será adotado um mesmo limite para todos os meses considerados. Por simplicidade e didática, optou-se pelo uso de um mesmo limite mensal nesta dissertação. A Figura 13 a seguir evidencia estes parâmetros sobre o exemplo dado na Figura 9.

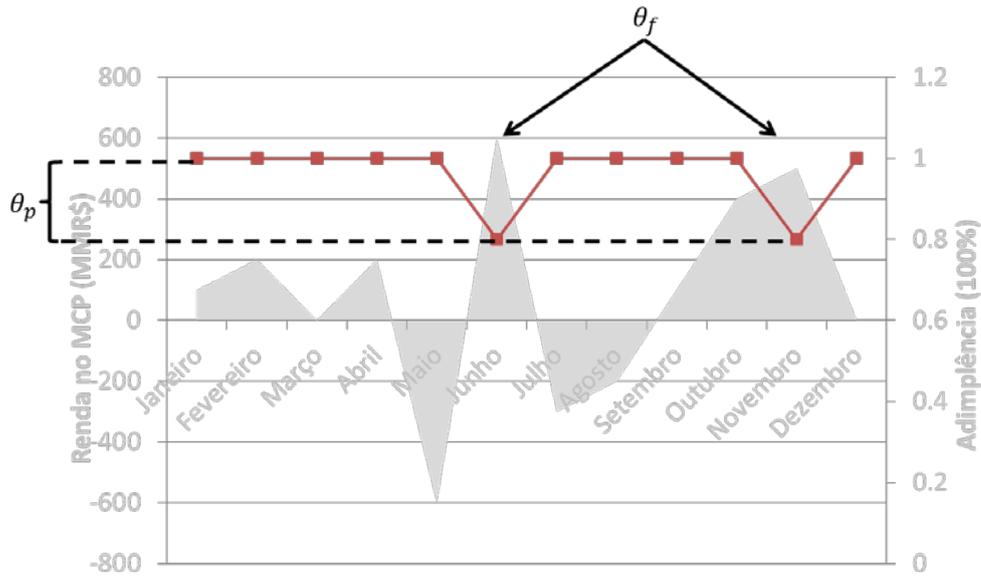


Figura 13: Parâmetros de incerteza definidos para a modelagem da inadimplência.

Dessa forma, o conjunto de incerteza  $\Theta(|T|)$ , definido sobre a cardinalidade de  $T$ , que limita os parâmetros de frequência e profundidade é formalmente definido por:

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_p, \theta_f]^T \in \Theta(|T|) \quad (19)$$

Onde,

$$\Theta(|T|) = \left\{ \begin{array}{l} \theta_p \in [0,1] \mid 0 \leq \theta_p \leq 1 \\ \theta_f \in \mathbb{R}^+ \mid 0 \leq \theta_f \leq |T| \end{array} \right\} \quad (20)$$

A partir da definição desses parâmetros é possível realizar a modelagem da inadimplência. De forma intuitiva, tem-se que a mesma será definida mensalmente para cada cenário considerado. Logo, haverá um vetor de inadimplências  $\boldsymbol{x}_s$  de cardinalidade  $|T|$  que pertencerá ao conjunto de incerteza  $\mathcal{X}_s(\boldsymbol{\theta})$  das inadimplências em função dos parâmetros que as definem. Este vetor é, portanto, definido em (21). Em (22) é definido o conjunto de incerteza segundo os parâmetros  $\boldsymbol{\theta}$ .

$$\boldsymbol{x}_s = [x_{1s}, \dots, x_{ts}, \dots, x_{|T|s}]^T \in \mathcal{X}_s(\boldsymbol{\theta}) \quad (21)$$

Onde,

$$\mathcal{X}_s(\boldsymbol{\theta}) = \left\{ \mathbf{x}_s \in [0,1]^{|T|} \left| \begin{array}{l} x_{ts} \leq \theta_p \quad \forall t \in T \\ \sum_{t \in T} \frac{x_{ts}}{\theta_p} \leq \theta_f \end{array} \right. \right\} \quad (22)$$

Conforme apresentado, a abordagem robusta parte do princípio de que basta garantir a viabilidade da solução para o pior caso do conjunto de incerteza para que todos os demais casos deste conjunto também sejam viáveis. Logo, o pior caso será dado pela menor receita proveniente da parcela de liquidação no MCP, atingida pela inadimplência definida em (22). Dessa forma, a renda do gerador renovável (17)-(18) passará a ser obtida pelo seguinte fluxo estocástico conjuntamente com o modelo de otimização (minimização) que define os cenários de inadimplência:

$$R^{I^*}(P^V, Q^V, \boldsymbol{\xi}_s, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{t \in T} (P^V Q^V - c_t G_{ts}) h_t + R^{MCP-I^*}(Q^V, \boldsymbol{\xi}_s, \boldsymbol{\theta}) \quad \forall s \in S \quad (23)$$

Onde,

$$R^{MCP-I^*}(Q^V, \boldsymbol{\xi}_s, \boldsymbol{\theta}) = \min_{\mathbf{x}_{ts} \in \mathcal{X}(\boldsymbol{\theta})} \left\{ \sum_{t \in T} (G_{ts} - Q^V) \pi_{ts} h_t (1 - x_{ts}) \right\} \quad \forall s \in S \quad (24)$$

Conforme discutido no capítulo 3, ambas as abordagens, estocástica e robusta, remetem ao uso de cenários para descrever as incertezas consideradas, sejam eles exógenos ou endógenos, respectivamente. No entanto, estes precisam ser tratados a fim de se obter um valor único para a renda do gerador. Em vista disso, a seção 3.3 do capítulo 3 apresentou as medidas de risco possíveis de serem utilizadas para o tratamento destes cenários. A medida proposta para traçar o perfil de risco do agente foi a combinação convexa entre o valor esperado e o CVaR, (12), uma vez que esta permite perfis desde neutro até altamente avesso a risco.

Dessa forma, dados os parâmetros fixos, os cenários de PLD e geração, além dos parâmetros de robustez da modelagem da inadimplência, têm-se, para determinado preço de contrato e quantidade de energia alocada no mesmo, o quanto exposto encontra-se este agente de acordo com a ponderação adotada para

a medida de risco. Este resultado é diretamente alcançado através do problema de otimização obtido ao substituir a renda do gerador renovável (23)-(24) na expressão da medida de risco (12), a qual é apresentada novamente por conveniência.

$$\rho(\tilde{R}^{I*}) = \max_{z, \delta_s \geq 0} \left\{ \lambda \left( z - \sum_{s \in S} \frac{p_s \delta_s}{1 - \alpha} \right) + (1 - \lambda) \sum_{s \in S} p_s R_s^{I*} \mid s. a: \delta_s \geq z - R_s^{I*} \right. \\ \left. \forall s \in S \right\} \quad (12)$$

### 4.3

#### Modelo em Dois Níveis

A contratação do agente atuante neste mercado tem como objetivo obter a melhor renda possível de acordo com o seu perfil de risco. Este fato implica na existência de uma quantidade ótima a ser alocada em contratos para cada patamar de preços vigente no mercado, ou seja,  $Q^V$  deixa de ser um simples parâmetro para o cálculo da renda, passando a ser uma decisão do agente a ser tomada previamente a ocorrência das incertezas. Portanto, é necessário o desenvolvimento de um modelo de contratação, mais especificamente de oferta no caso do gerador renovável, que decida qual será esta quantidade ótima. Este modelo é dado pela otimização da renda do agente através da definição de tal quantidade de energia ao se aplicar a renda definida em (23)-(24) sobre o conceito desenvolvido em (12), conforme apresentado a seguir:

$$Q^{V*}(P^V, \theta) \in \operatorname{argmax}_{0 \leq Q^V \leq GF} \rho \left\{ \sum_{t \in T} (P^V Q^V - c_t G_{ts}) h_t + R^{MCP-I*}(Q^V, \xi_s, \theta) \right\} \quad (25)$$

Onde,

$$R^{MCP-I*}(Q^V, \xi_s, \theta) = \min_{x_{ts} \in X(\theta)} \left\{ \sum_{t \in T} (G_{ts} - Q^V) \pi_{ts} h_t (1 - x_{ts}) \right\}, \forall s \in S \quad (24)$$

O desenvolvimento do problema apresentado por (25) leva à um modelo híbrido, robusto e estocástico, de otimização em dois níveis. No primeiro nível, é realizada a decisão sobre a contratação dada pela maximização da renda do agente segundo seu perfil de risco. Baseado no portfólio ótimo encontrado, o segundo

nível encontrará o pior caso de inadimplência que minimizará a renda proveniente do MCP, ou seja, da liquidação, para cada cenário considerado. Este modelo é apresentado a seguir:

$$\max_{(Q^V, z, \delta_s)} \lambda \left( z - \sum_{s \in S} \frac{p_s \delta_s}{1 - \alpha} \right) + (1 - \lambda) \sum_{s \in S} (p_s R_s^{I*}) \quad (26)$$

Sujeito à:

Restrição (2)

$$\delta_s \geq z - R_s^{I*} \quad \forall s \in S \quad (27)$$

$$\delta_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (28)$$

$$R_s^{I*} = \sum_{t \in T} (P^V Q^V - c_t G_{ts}) h_t + R^{MCP-I*}(Q^V, \xi_s, \theta) \quad \forall s \in S \quad (29)$$

$$R^{MCP-I*}(Q^V, \xi_s, \theta) = \min_{x_{ts}} \sum_{t \in T} (G_{ts} - Q^V) \pi_{ts} h_t (1 - x_{ts}) \quad (30)$$

Sujeito à:

$$0 \leq x_{ts} \leq \theta_p \quad \forall t \in T \quad (31)$$

$$\sum_{t \in T} \frac{x_{ts}}{\theta_p} \leq \theta_f \quad (32)$$

A equação (26) apresenta a função objetivo ajustada ao risco a ser maximizada conforme em (12). A restrição do primeiro nível (2), apresentada anteriormente, limita a quantidade de energia que este agente pode vender no mercado. A expressão (27) é proveniente do uso do CVaR e é utilizada para limitar a distância entre a variável  $z$  e a renda ótima para cada cenário, onde  $z$  corresponderá ao valor do VaR no ótimo e  $\delta_s$  é sempre positiva (28). No segundo nível tem-se que as restrições (31) e (32) são provenientes do conjunto de incerteza definido para a inadimplência, servindo assim para modelar a mesma conforme apresentado em (22).

#### 4.4

#### Modelo Linear de Um Nível Equivalente

O modelo (26)-(32), no entanto, não pode ser resolvido por softwares de programação matemática comerciais. Isto ocorre, pois se trata de um modelo de dois níveis, onde há um problema de minimização dentro de outro de maximização. Algumas abordagens são possíveis para tornar o modelo em linear de um único nível equivalente. Neste caso específico, a estrutura do problema permite que a solução mais simples e direta seja através da substituição do subproblema de minimização pelo seu equivalente dual de maximização, o qual pode ser diretamente acoplado ao problema principal por este também ser de maximização. Este processo ocorre através dos seguintes passos (para maiores detalhes acerca deste procedimento: [33][47][48]):

- i. Primeiramente é obtida a função objetivo dual (34) pelo lado direito da equação (30). Esta constitui um limite inferior para o pior caso referente ao termo de liquidação. Logo, no ponto ótimo as funções objetivo do dual e primal serão equivalentes;
- ii. Em seguida, as restrições do problema dual (35)-(38) também serão definidas pelo lado direito de (30) e das restrições primais (31) e (32). Isto ocorrerá com o auxílio das variáveis duais  $\sigma_{ts}$  e  $\gamma_s$  associadas às restrições primais (31) e (32), respectivamente;
- iii. Por último, a função objetivo primal (30) será substituída pela função objetivo dual (34) encontrada em (i), assim como as restrições primais (31) e (32) serão substituídas pelas duais (35)-(38) definidas em (ii).

Dessa forma, o problema de dois níveis passa a ser reescrito segundo uma formulação linear equivalente em um único nível, onde o primeiro nível do problema permaneceu sem modificações (27)-(29) ao passo que o segundo nível sofre as modificações citadas (34)-(37). O mesmo é apresentado a seguir:

$$\max_{(Q^V, z, \delta_s, \gamma_s, \sigma_{ts})} \lambda \left( z - \sum_s \frac{p_s \delta_s}{1 - \alpha} \right) + (1 - \lambda) \sum_s (p_s R_s^*) \quad (33)$$

Sujeito à:

Restrição (2)

$$\delta_s \geq z - R_s^{I^*} \quad \forall s \in S \quad (27)$$

$$\delta_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (28)$$

$$R_s^{I^*} = \sum_{t \in T} (P^V Q^V - c_t G_{ts}) h_t + R^{MCP-I^*}(Q^V, \xi_s, \theta) \quad \forall s \in S \quad (29)$$

$$R^{MCP-I^*}(Q^V, \xi_s, \theta) = -\theta_f \theta_p \gamma_s - \theta_p \sum_{t \in T} \sigma_{ts} + \sum_{t \in T} (G_{ts} - Q^V) \pi_{ts} h_t \quad \forall s \in S \quad (34)$$

$$-\gamma_s - \sigma_{ts} \leq -(G_{ts} - Q^V) \pi_{ts} h_t \quad \forall t \in T \quad \forall s \in S \quad (35)$$

$$\gamma_s \geq 0 \quad \forall s \in S \quad (36)$$

$$\sigma_{ts} \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall s \in S \quad (37)$$

O modelo em um nível (33)-(37) é, portanto, a versão implementável computacionalmente do problema (26)-(32), caracterizando-se como um problema híbrido robusto-estocástico de contratação de energia. Dessa forma, dados os valores dos parâmetros fixos e os cenários dos parâmetros variáveis, o modelo de contratação fornece como saída a decisão ótima referente ao volume de energia a ser alocado em contratos de venda. Além disso, o modelo também fornece, de maneira endógena, quais as piores inadimplências que podem afetar a renda do gerador renovável segundo os parâmetros  $\theta$  que a definem seu conjunto de incerteza  $\mathcal{X}_s(\theta)$ .

Estes parâmetros de robustez são definidos pelo usuário de acordo com critérios próprios. No entanto, no anexo desta dissertação é sugerido um modelo de estimação que pode ser usado para estimar tais parâmetros.

## 5

### Estudo de Caso

#### 5.1

##### Contexto

Este capítulo tem por objetivo ilustrar a aplicabilidade da metodologia desenvolvida através do uso de dados realistas do setor elétrico brasileiro. O estudo de caso que será apresentado considera o caso de geradores renováveis atuantes no ACL visando sua contratação anual ótima de energia para o ano de 2012. Dessa maneira, duas diferentes fontes de geração foram consideradas no estudo: uma pequena central hidroelétrica (PCH) e uma eólica, onde ambas representam usinas reais.

O modelo de análise da contratação varia seu tamanho de acordo com a situação, possuindo 28002 variáveis ( $2 + 2 \cdot S + T \cdot S$ ) e 56001 restrições para o caso onde se considerou a inadimplência e 2002 variáveis ( $2 + S$ ) e 6001 para o caso onde não se supôs a mesma. Cabe a observação de que esta contabilização não considerou um pré-processamento dos dados.

O tempo de simulação dos modelos com e sem a incorporação da inadimplência para cada um dos agentes dependeu do tanto dos preços considerados quanto do parâmetro  $\lambda$ . O cálculo da curva de disposição à contratar (CDC) de um agente para determinado  $\lambda$  ocorreu em torno de 1 minuto ao se considerar 40 preços distintos, independente do modelo considerado. Vale ressaltar que quanto maior o valor de  $\lambda$  mais custoso computacionalmente se mostrou o modelo de oferta.

A simulação foi desenvolvida no programa Xpress-IVE versão 7.5 [91] em conjunto com o programa MATLAB versão R2009b. O computador utilizado possui processador Intel Core i7 920 @ 2,66 GHz, 16GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 64 bits.

## 5.2

### Dados do Modelo

Neste estudo, conforme mencionado, duas fontes renováveis reais serão analisadas. Considere, primeiramente, a PCH, a qual representa a usina hidroelétrica de Paraibuna, localizada na região sudeste do Brasil. Esta usina possui uma capacidade instalada de 30MW. O valor de sua garantia física (GF) é de 17,53MWh médios, sendo obtida com base em sua média histórica de geração [16]. O padrão de geração hídrica é bem definido, possuindo maior geração no período de novembro a janeiro, isto é, no período chuvoso e consequentemente de cheia nos reservatórios, e menor geração no meio do ano, período de seca.

A obtenção dos 2000 cenários futuros de geração referentes ao ano de 2012 manteve esse padrão e ocorreu através de modelos estatísticos de simulação casados com a operação do sistema [32]. Para ilustrar esses cenários, a Figura 14 a seguir representa a média desses 2000 cenários simulados, assim como seu quantil de 5% e de 95%.

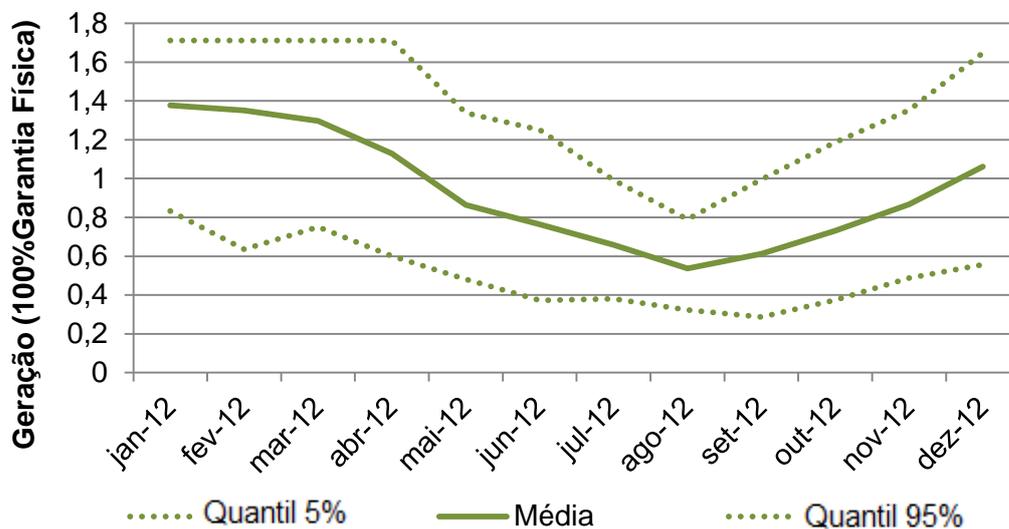


Figura 14: Cenários futuros da geração de Paraibuna: média e quantil de 5% e de 95%.

Este estudo também considerou um gerador eólico localizado no nordeste do país representando o parque eólico de Icaraizinho com capacidade instalada de 54,60MW. Sua GF reflete o valor que este parque consegue gerar em 50% do seu

tempo de operação, ou seja, aproximadamente sua geração histórica média [32] que é de 27,12MWmédio.

Os 2000 cenários futuros considerados para 2012 foram obtidos a partir de uma transformação de dados de vento em potência gerada pela usina conforme apresentado [32][83]. Assim como para os cenários de geração da PCH, a média desses cenários é apresentada a seguir, juntamente com seus quantis de 5% e 95%.

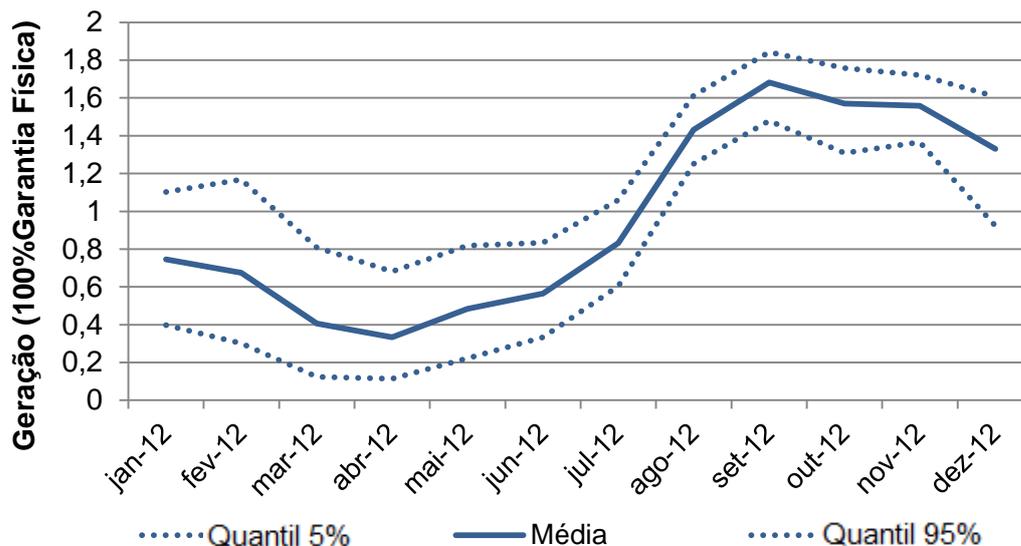


Figura 15: Cenários futuros da geração de Icaraizinho: média e quantil de 5% e de 95%.

Uma característica interessante vinculada a estas fontes é sua complementariedade. Isto é, seus respectivos ciclos de geração são opostos, o período de cheia implica na menor ocorrência de ventos devido à presença mais intensa de chuvas, ao passo que no período seco o movimento contrário é percebido. Este fato pode ser notado diretamente a partir da comparação entre a Figura 14 e a Figura 15.

Os geradores aqui considerados se encontram em diferentes regiões: a PCH no sudeste e o parque eólico no nordeste. Logo, a obtenção dos 2000 cenários futuros de PLD ocorreu com base em modelos computacionais de despacho hidrotérmico [9][32] para ambos os submercados considerados, ainda que estes valores sejam, em geral, bastante próximos. Estes cenários são apresentados na Figura 16 segundo seu valor médio e seus quantis de 5% e de 95%.

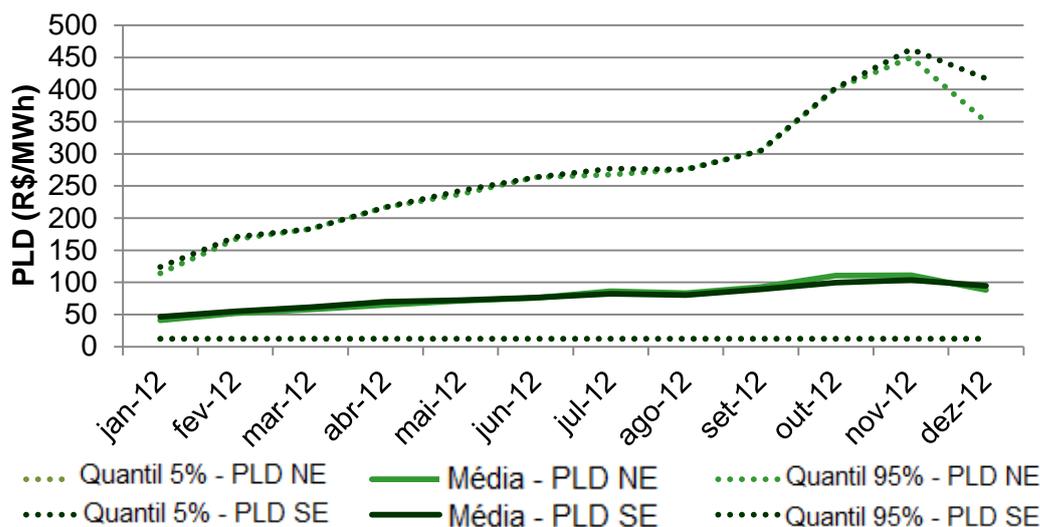


Figura 16: Cenários futuros do PLD do nordeste e do sudeste: média e intervalo de confiança de 5% e 95%.

É importante ressaltar a enorme variância observada para estes dados em ambos os submercados. O valor do quantil de 95% chega a atingir quase o quádruplo do valor médio no mês de novembro de 2012. Este pode ser um indicativo de que estes valores podem ter uma significativa e direta influência nos resultados obtidos pelo modelo de oferta, os quais poderão demonstrar ser bastante sensíveis a variações nestes dados.

Por outro lado, os cenários futuros de inadimplência serão obtidos de maneira endógena ao modelo de contratação devido a sua abordagem robusta. Dessa forma, os dados de entrada para o modelo referentes à inadimplência não serão, como para as demais variáveis aleatórias, 2000 cenários, mas sim seus parâmetros de robustez.

Os parâmetros ( $\theta_p$  e  $\theta_f$ ) são definidos pelo usuário de acordo com sua preferência. Ainda que estes pudessem ser estimados, como proposto no anexo, por exemplo, neste estudo de caso optou-se por definir ambos, segundo a média da exposição mensal do agente ao longo do histórico considerado. A frequência desta exposição é obtida pela contabilização de quantas vezes o agente estava credor no MCP considerando a diferença entre seu histórico de geração e de contratação, respectivamente. No caso da PCH (Paraibuna) considerada, seu histórico de geração pode ser encontrado diretamente pelo site do ONS [4]. Por outro lado, o histórico do parque eólico de Icaraizinho foi obtido a partir de uma transformação de dados de vento histórico em potência gerada pela usina [83].

Como, para ambos os agentes, não se tem acesso aos seus históricos de contratação, a respectiva GF dos agentes foi utilizada como sua contratação histórica. A Figura 17 a seguir apresenta o histórico de geração considerado para ambos os agentes explicitando a complementariedade entre essas fontes. O período considerado foi para os anos de 2007 à 2011, devido aos dados de inadimplência neste mercado serem contabilizados a partir de 2007.

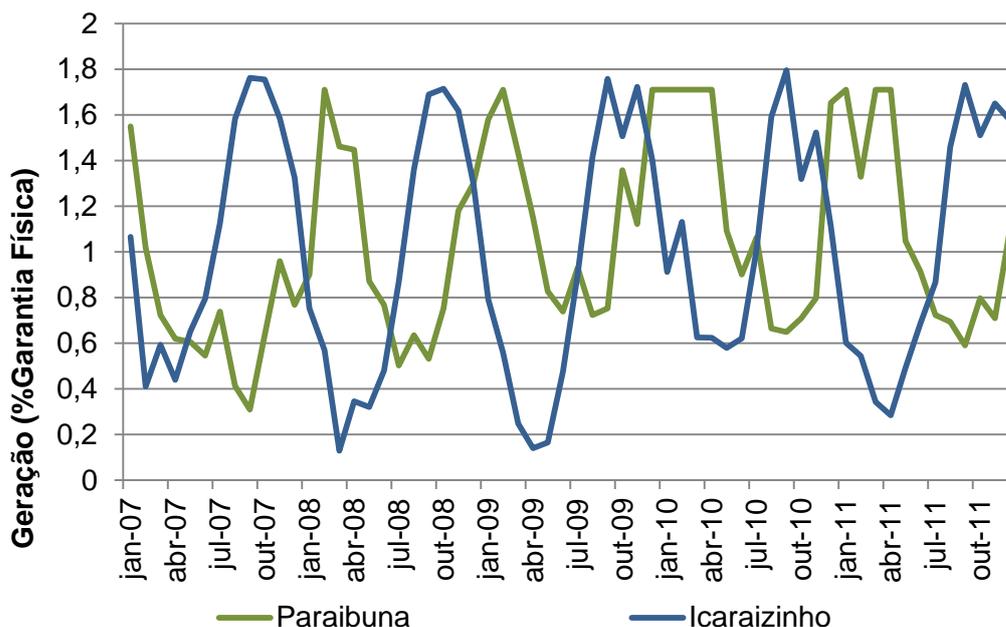


Figura 17: Complementariedade entre geração hídrica e eólica sobre o histórico de 2007 à 2011.

Por outro lado, o tamanho da exposição é dado pela média das inadimplências históricas contabilizadas de acordo com o mês no qual o agente se encontrava credor. A obtenção destes valores considerou um histórico de cinco anos (2007 à 2011) para a variável da inadimplência, uma vez que a mensuração e divulgação de seus dados pela CCEE ocorreu a partir de 2007. Ocorre que, além da pequena quantidade de dados, afinal são dados mensais, os meses de setembro, novembro e dezembro do ano de 2011 não possuíam dados disponíveis. Neste caso, a opção foi por deixá-los iguais à zero, ou seja, 100% de inadimplência. A Figura 18, a seguir, apresenta este histórico.

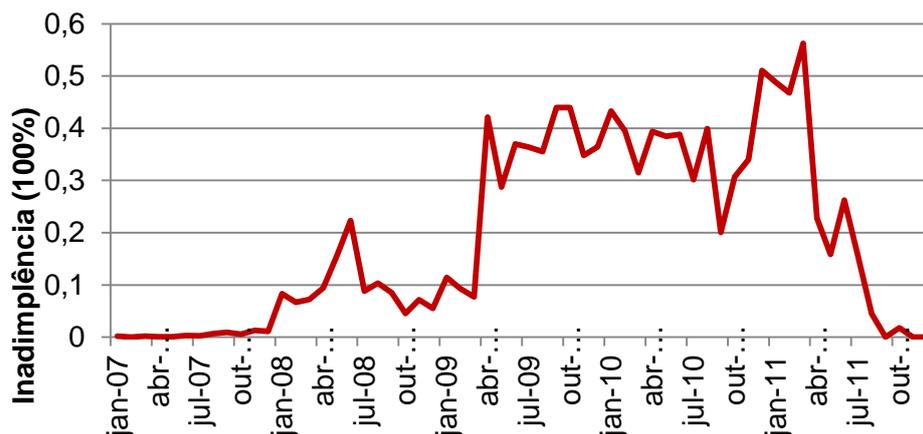


Figura 18: Histórico da inadimplência no ACL para o período de janeiro de 2007 à dezembro de 2011.

A partir destes dados, então, foi realizado o cálculo para a obtenção destes parâmetros,  $\theta_p$  e  $\theta_f$ . Os valores encontrados são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 1: Valor dos parâmetros de robustez para os agentes considerados.

	$\theta_p$	$\theta_f$
PCH (Paraibuna)	0.22	5.2
Parque eólico (Icaraizinho)	0.17	5.2

Outro parâmetro altamente importante para o modelo é o preço do contrato vigente no período de decisão da contratação. Como a escolha de um único preço a ser analisado poderia comprometer os resultados, restringindo assim a análise, optou-se pela análise para diversos preços e, a partir deles, realizar o levantamento de curvas de disposição a contratar, CDC [68], do agente em questão. Dessa maneira, o intervalo adotado variou de um mínimo de  $R\$0/MWh$  até um máximo de  $R\$400/MWh$ , a depender do agente/dados em análise, em intervalos de  $R\$5/MWh$ , onde foi realizada a simulação para cada um desses preços.

Todos os 2000 cenários considerados para cada uma das variáveis aleatórias apresentadas são equiprováveis. Logo, cada um possui uma probabilidade  $p_s$  de 0,05% de ocorrência. Conforme apresentado na modelagem do capítulo 4, o tratamento destes cenários ocorreu através da combinação convexa entre o CVaR e o valor esperado, segundo o parâmetro  $\lambda$  de ponderação. Para este estudo de caso, este parâmetro poderá assumir os valores: 0; 0.5 e 1; sendo assim observado desde um perfil neutro ao risco, valores mais baixos de  $\lambda$ ,

até um perfil avesso ao risco, para  $\lambda$  próximo de 1. O CVaR considerou ainda um nível de significância  $\alpha$  de 5%, como é comumente utilizado.

Por simplicidade, o custo operacional considerado para ambos os agentes foi nulo devido ao valor real deste ser bastante baixo, não sendo relevante para a análise em questão. Também por simplicidade, foi assumido como contratação passada a própria GF do agente.

Em posse dos valores para os inputs do modelo de oferta basta agora seguir a metodologia proposta na próxima seção para a obtenção dos resultados para análise. Cabe ressaltar que todos os dados utilizados neste estudo estão disponíveis online em [92].

### 5.3

#### Metodologia

A metodologia utilizada no estudo de caso sobre o modelo de contratação é apresentada na figura a seguir. Nela é mostrado cada um dos passos a serem realizados para a análise da contratação dos agentes considerados a fim de se obter a quantidade ótima de energia a ser alocada em contratos, conforme discutido ao longo desta dissertação.

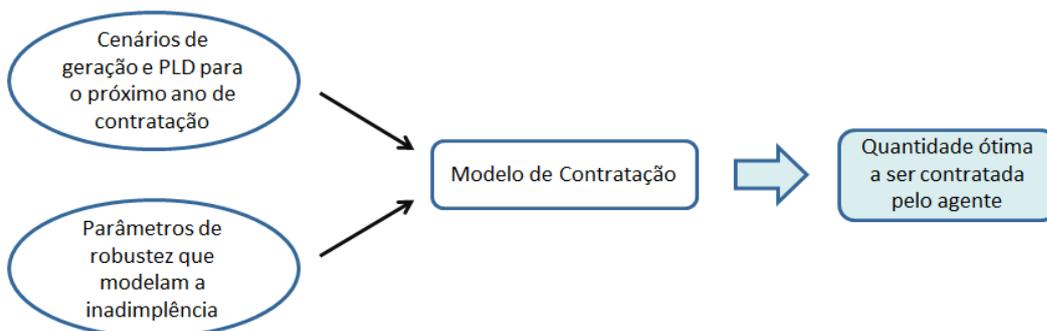


Figura 19: Esquemático da metodologia para o estudo de caso sobre o modelo de contratação.

Ainda que o esquema apresentado seja bastante direto, cabe ressaltar que a escolha dos parâmetros de robustez é uma escolha do usuário e que varia de acordo com o perfil de risco do agente.

### 5.4

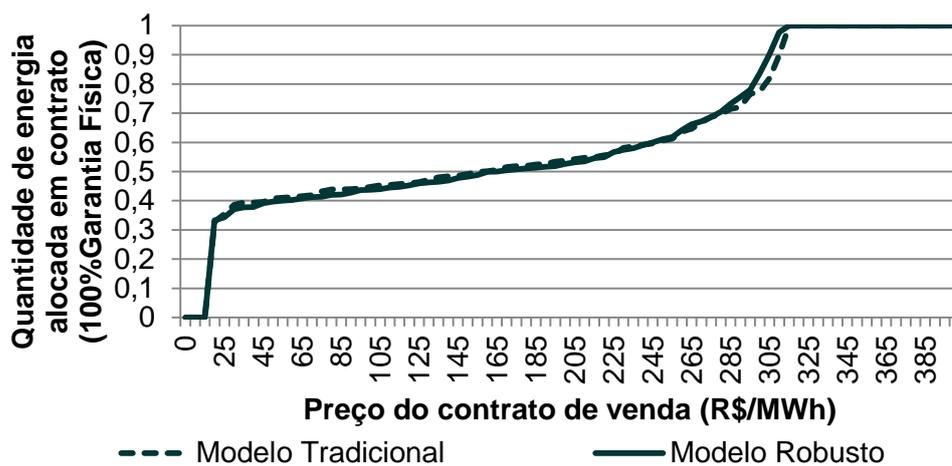
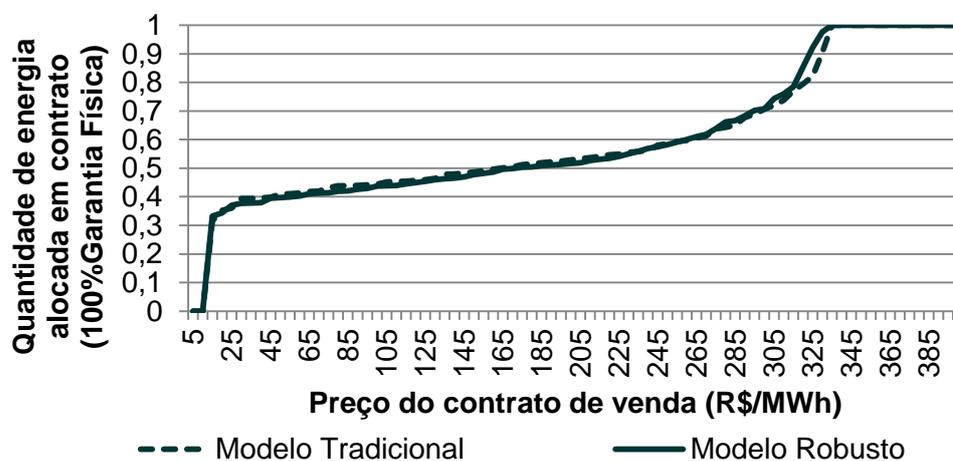
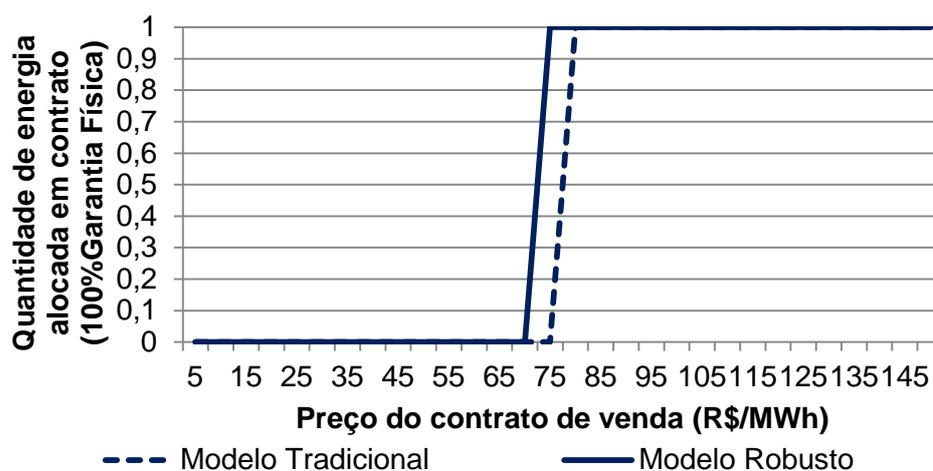
## Resultados e Análises

A aplicação dos dados apresentados na seção 5.2 à metodologia proposta em 5.3, possibilita o levantamento das curvas de disposição à contratar (CDC) dos agentes. Através destas curvas será obtida, para cada preço de contrato, a quantidade ótima que o agente deve alocar em seus contratos de venda. Além disso, a consideração de diferentes valores para o parâmetro de risco  $\lambda$  permite o acesso a distintos perfis de risco do agente possibilitando uma análise mais completa de sua estratégia.

Considere inicialmente a CDC para cada um dos agentes apresentada em três gráficos cada um deles assumindo um perfil de risco diferente. Assim,  $\lambda$  assumirá os valores 0, 0.5 e 1, respectivamente, indo de um perfil neutro à um perfil mais avesso ao risco. Nestes gráficos, as CDCs destes agentes são consideradas para dois casos, um onde a inadimplência foi considerada no modelo de oferta, modelo robusto, e no outro não, modelo tradicional. Seguem os mesmos para a PCH e para a eólica, respectivamente:



Figura 20: CDC da PCH para  $\lambda=0$ .

Figura 21: CDC da PCH para  $\lambda=0.5$ .Figura 22: CDC da PCH para  $\lambda=1$ .Figura 23: CDC da eólica para  $\lambda=0$ .

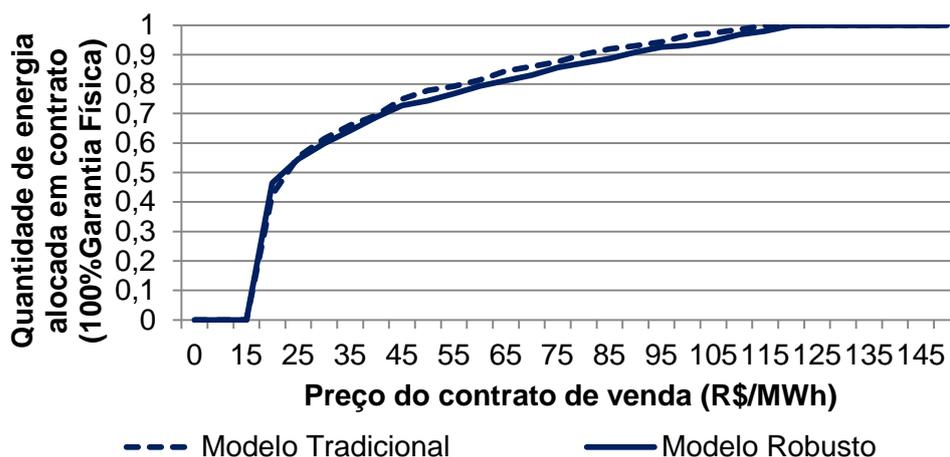


Figura 24: CDC da eólica para  $\lambda=0.5$ .

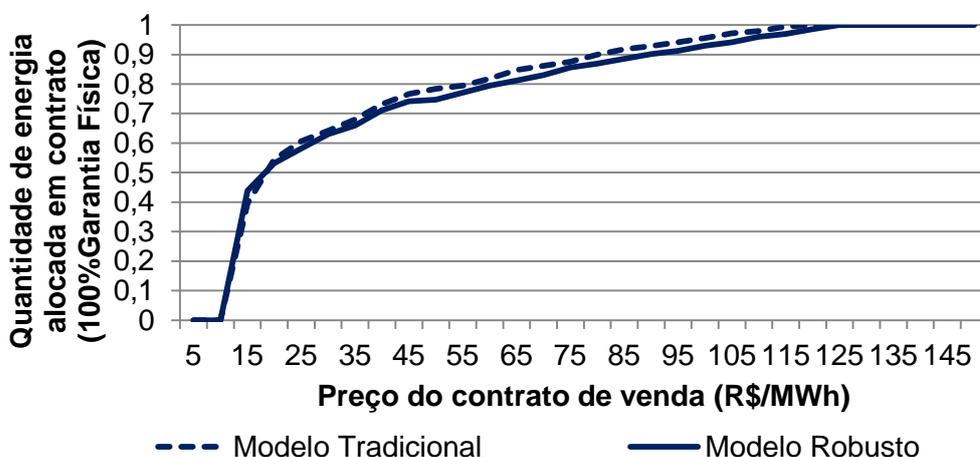


Figura 25: CDC da eólica para  $\lambda=1$ .

Este conjunto de gráficos traz dois principais resultados a serem discutidos. Primeiramente, conforme esperado, quanto maior o valor do parâmetro  $\lambda$ , ou seja, quanto mais avesso ao risco é o perfil do agente, dado o aumento do peso da medida CVaR, a menores preços este agente se contrata. Isto quer dizer que a aversão ao risco de perda no mercado de curto prazo faz com que o gerador se contrate a preços mais baixos ao considerar a inadimplência do que se este fosse menos avesso ou neutro ao risco. Este fato é coerente com seu objetivo de evitar a exposição positiva no mercado.

Outro resultado importante é o fato de as curvas apresentadas para  $\lambda = 0$ , onde a medida de risco considerada é o valor esperado, destoarem das demais, as quais apresentam comportamento bastante similar. Como é possível se verificar nas figuras anteriores não apenas o gatilho de contratação ocorre para um valor mais alto para o preço do contrato, como também sua curva é um degrau ao passo

que as demais apresentam transições mais suaves. A fim de verificar o porquê deste comportamento, os parâmetros de conservadorismo do modelo tiveram seus valores estressados ao máximo, ou seja, a frequência da inadimplência  $\theta_f$  foi elevada à 12 meses com uma profundidade  $\theta_p$  de 100%. Isto significa dizer que para qualquer mês do ano de contratação em análise a exposição positiva no MCP implica no não recebimento total da renda exposta, o que caracteriza uma situação extrema. As CDCs destes mesmos dois agentes foram levantadas sob este novo contexto. As mesmas são apresentadas a seguir, mais uma vez para  $\lambda$  assumindo os valores 0, 0.5 e 1, respectivamente para a PCH e eólica.

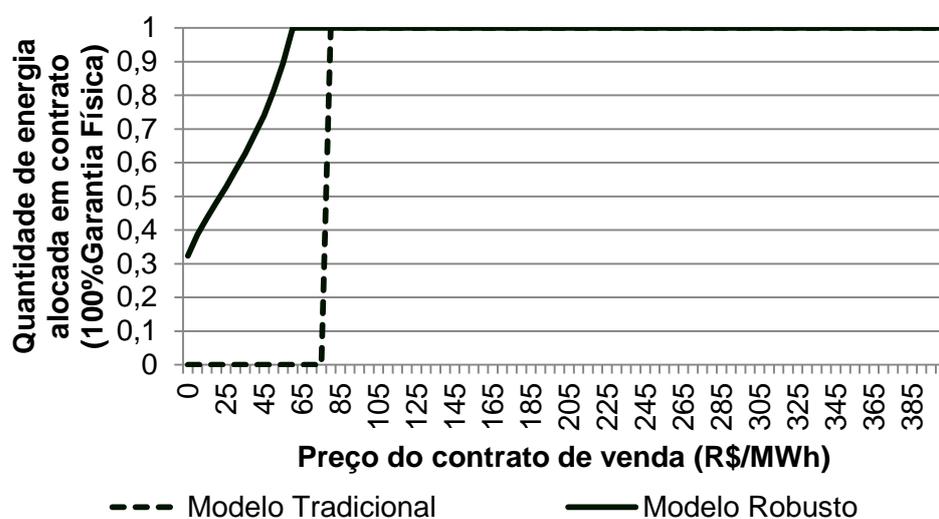


Figura 26: CDC estressada da PCH para  $\lambda=0$

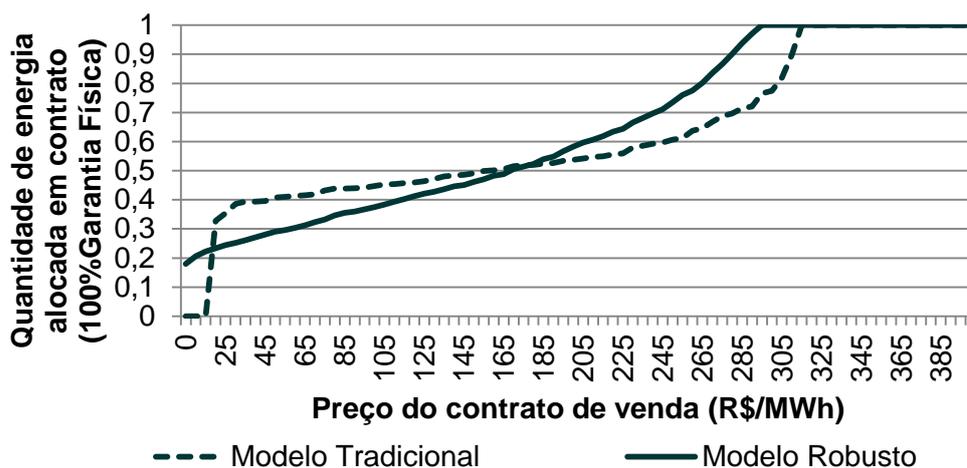


Figura 27: CDC estressada da PCH para  $\lambda=0.5$ .

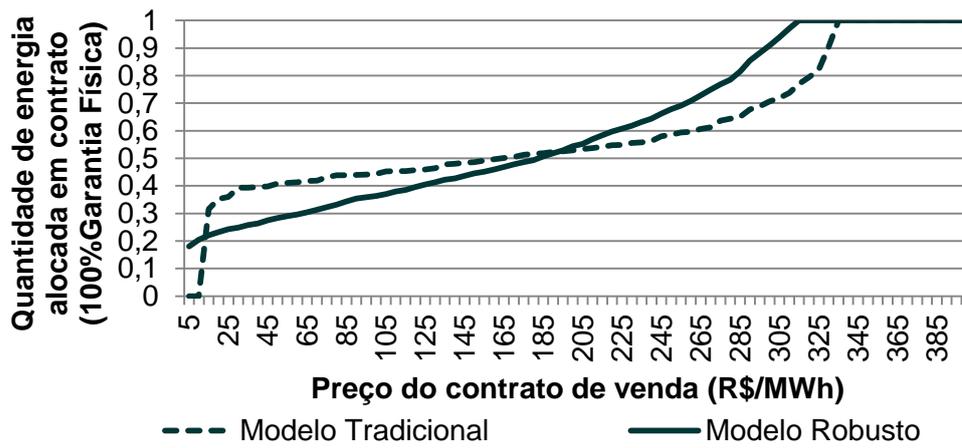


Figura 28: CDC estressada da PCH para  $\lambda=1$ .

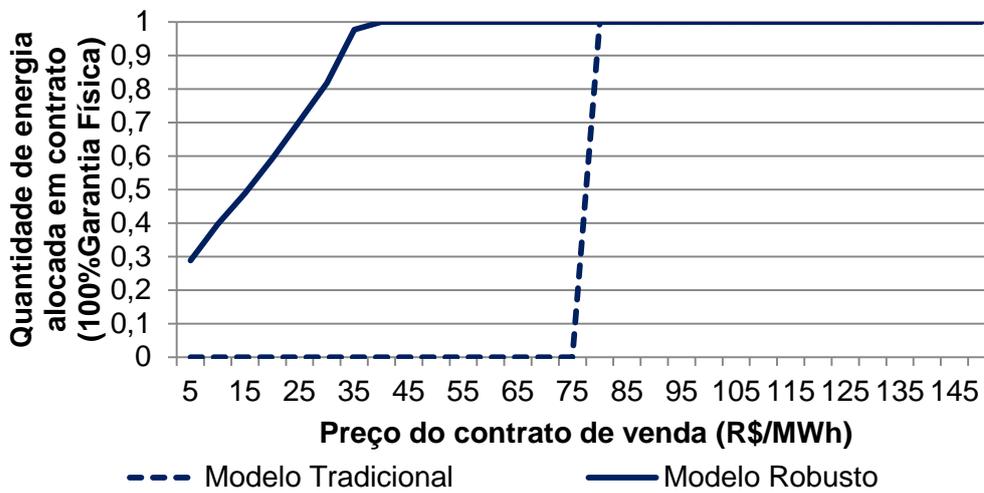


Figura 29: CDC estressada da eólica para  $\lambda=0$ .

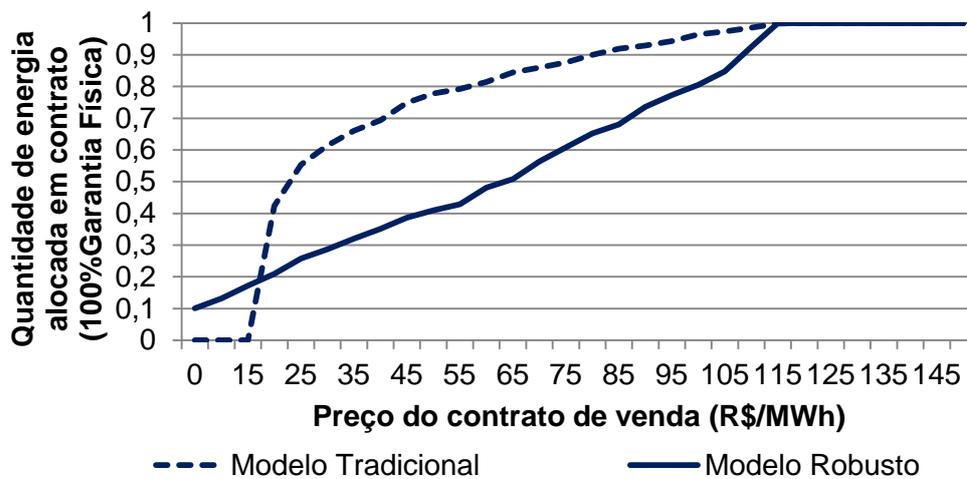


Figura 30: CDC estressada da eólica para  $\lambda=0.5$ .

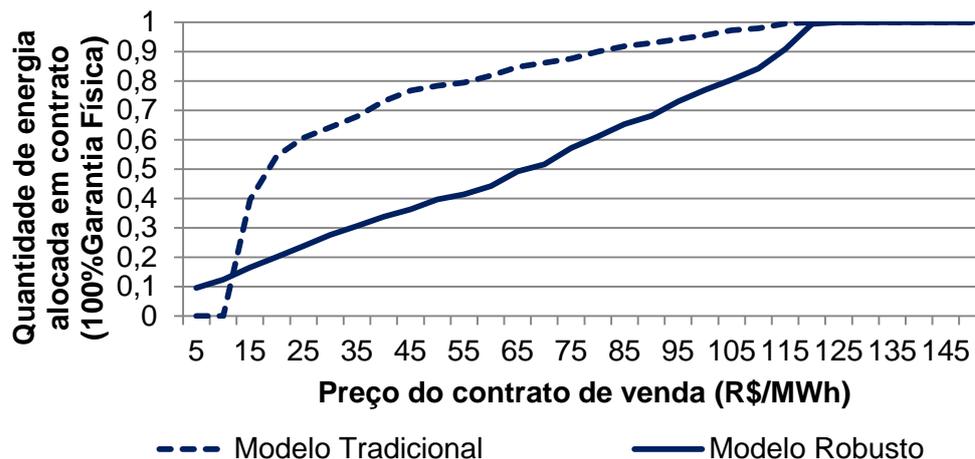


Figura 31: CDC estressada da eólica para  $\lambda=1$ .

As novas curvas apresentadas possuem o mesmo comportamento das obtidas na situação anterior, sem o estresse dos parâmetros, diferenciando-se apenas pela maior distância observada entre as CDCs obtidas pelo modelo robusto e tradicional. Dessa maneira, as curvas provenientes da aplicação do valor esperado,  $\lambda=0$ , continuam apresentando um comportamento diferente das demais. Ocorre que o comportamento observado nas curvas obtidas com o uso do valor esperado é intuitivo e se mostrou de acordo com as expectativas sobre o mesmo, ou seja, o agente não apenas se contrata a preços mais baixos, mas em maiores volumes ao considerar o risco de inadimplência visando menor exposição positiva conforme igualmente apresentado para o primeiro caso, sem estresse nos parâmetros.

De maneira similar ao caso anterior, o aumento do peso do CVaR como medida de risco deixou o modelo mais conservador implicando em um gatilho menor para a contratação ao se considerar a inadimplência. Por outro lado, as CDCs do modelo tradicional e robusto que consideram o CVaR como medida de risco, seja para  $\lambda=0.5$  ou  $\lambda=1$ , se cruzam explicitamente nos novos gráficos apresentados para ambos os agentes, PCH e eólica, conforme o aumento do preço de referência do contrato. Dessa forma, observam-se momentos onde o modelo robusto contrata maiores volumes de energia, e outros momentos onde o mesmo contrata menos do que o modelo tradicional.

Ocorre que o risco de inadimplência no MCP está associado a cenários em que a situação financeira do gerador é, em geral, favorável, ou seja, quando este produz acima da sua contratação e obtém uma receita extra no curto prazo. Neste

caso, o gerador figura uma posição de credor no MCP, o que o expõe ao rateio das perdas por inadimplência de contrapartes devedoras, gerando assim, uma frustração no ganho. Por outro lado, o risco de preço e quantidade está associado a um cenário inverso, onde o gerador produziu abaixo do seu montante contratado e o PLD assume um valor alto. Diferentemente do primeiro caso, onde a inadimplência proporciona um decréscimo no ganho, no segundo caso o gerador incorre em uma perda financeira.

Assim sendo, uma vez que o CVaR é composto pela média dos piores cenários, por exemplo, dos 5% com a menor valor de renda, este é pouco sensível à inadimplência, pois em quase nenhum ou em nenhum desses cenários o gerador se torna credor no MCP. Já a componente de valor esperado é sim sensível ao decréscimo de renda decorrente da inadimplência, pois leva em conta todos os cenários, bons e ruins, em sua composição. Este racional explica o porquê das CDCs decorrentes de perfis de aversão a risco serem menos sensíveis à consideração da inadimplência do que as provenientes de perfis menos avessos, que contemplam uma maior participação do componente de valor esperado na função objetivo.

A fim de se obter uma melhor compreensão deste comportamento foi calculada a curva referente ao valor esperado e ao CVaR para as CDCs estressadas considerando  $\lambda$  iguais a 0 e 1, respectivamente. As mesmas seguem para a PCH e eólica, respectivamente, para dois casos distintos: um assumindo o valor do contrato como R\$60, onde é observada maior contratação do modelo tradicional do que do robusto e outro para o valor do contrato de venda igual a R\$250, onde o inverso é notado no caso da PCH.

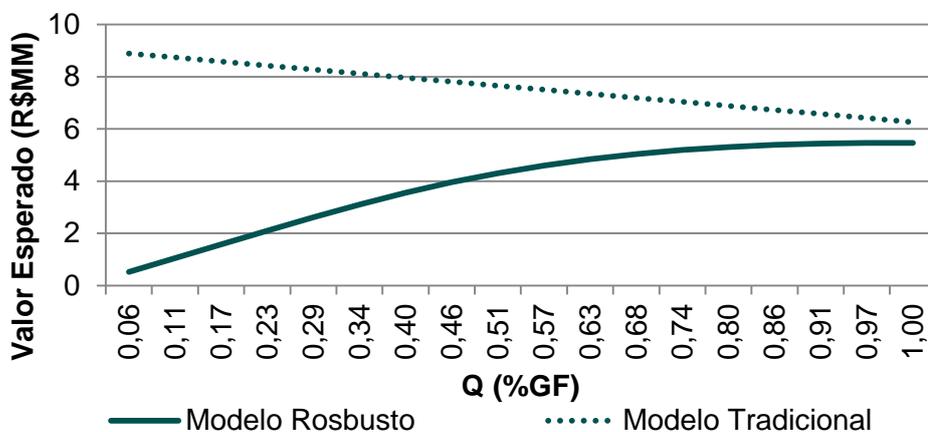


Figura 32: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da PCH para  $P^V=R\$60$ .

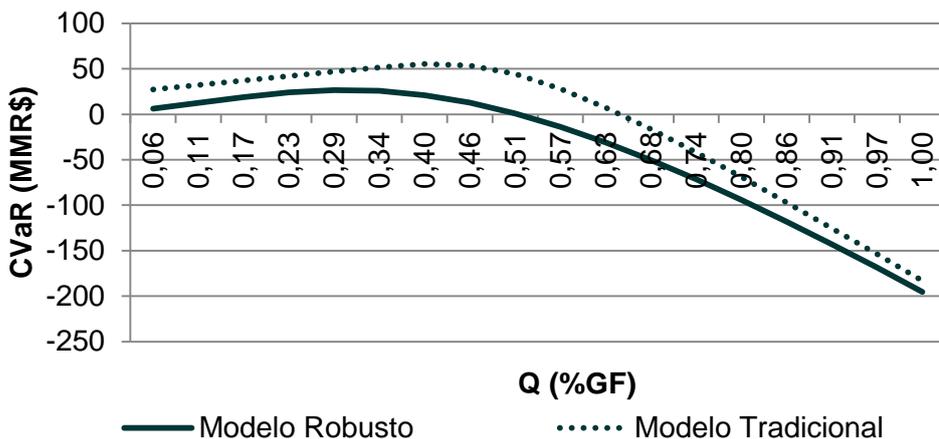


Figura 33: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da PCH para  $P^V=R\$60$ .

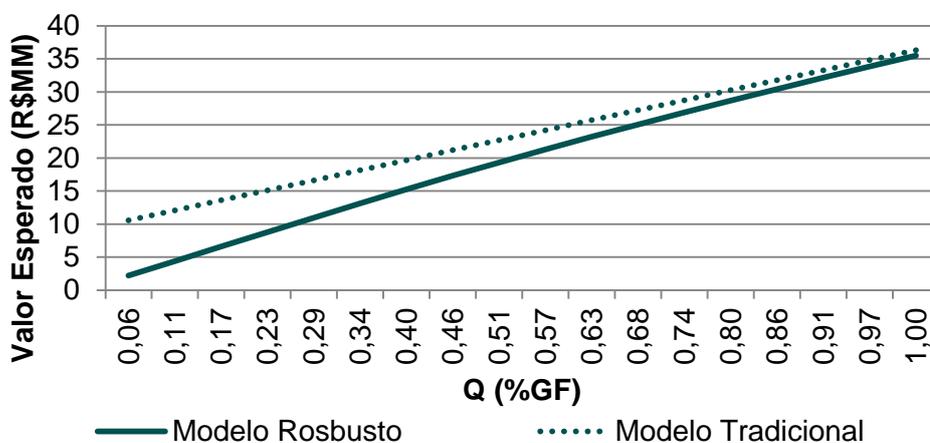


Figura 34: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da PCH para  $P^V=R\$250$ .

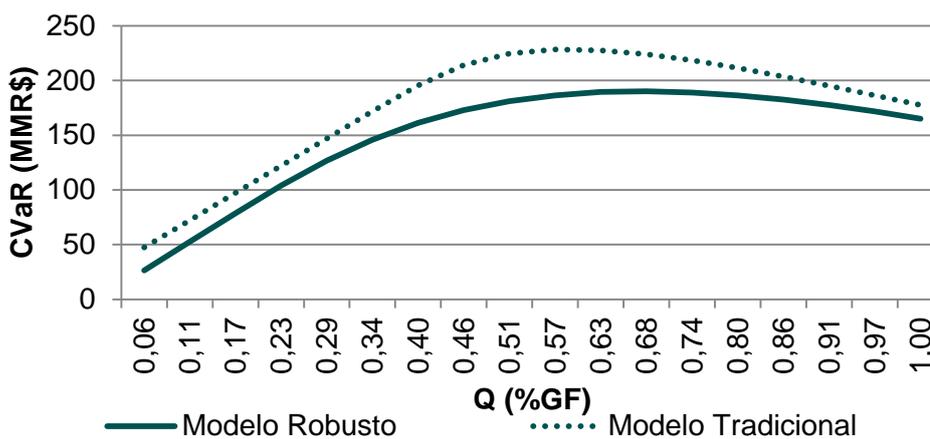


Figura 35: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da PCH para  $P^V=R\$250$

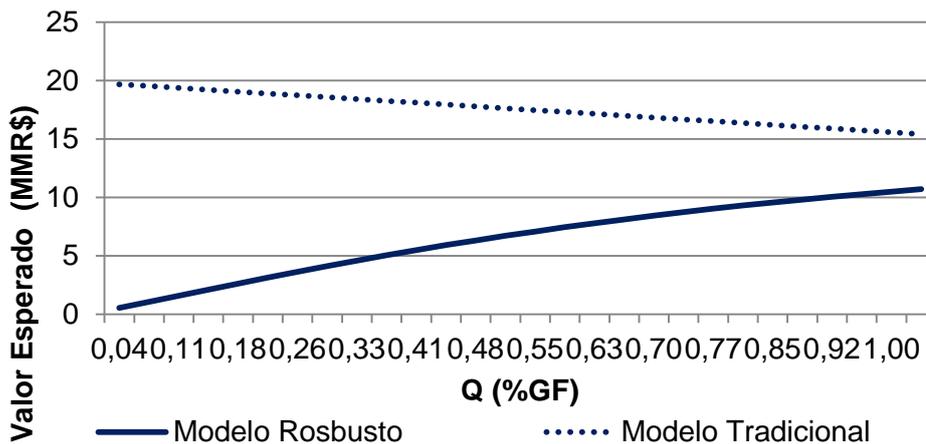


Figura 36: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da eólica para  $P^V=R\$60$ .

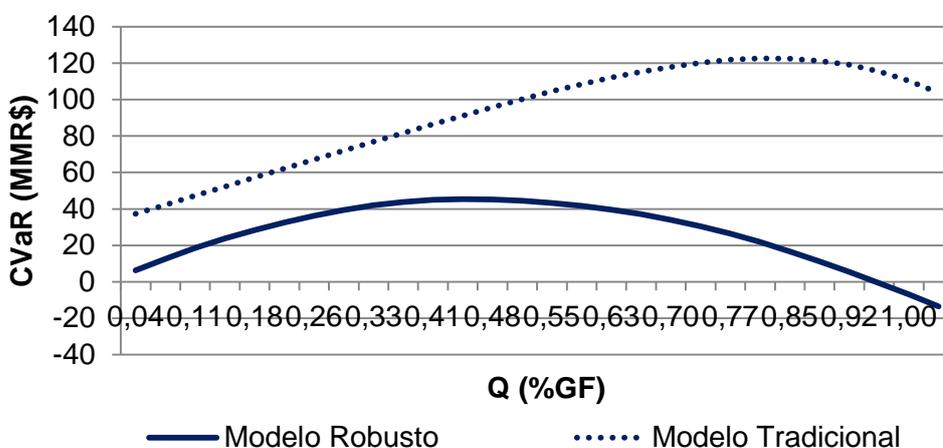


Figura 37: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da eólica para  $P^V=R\$60$ .

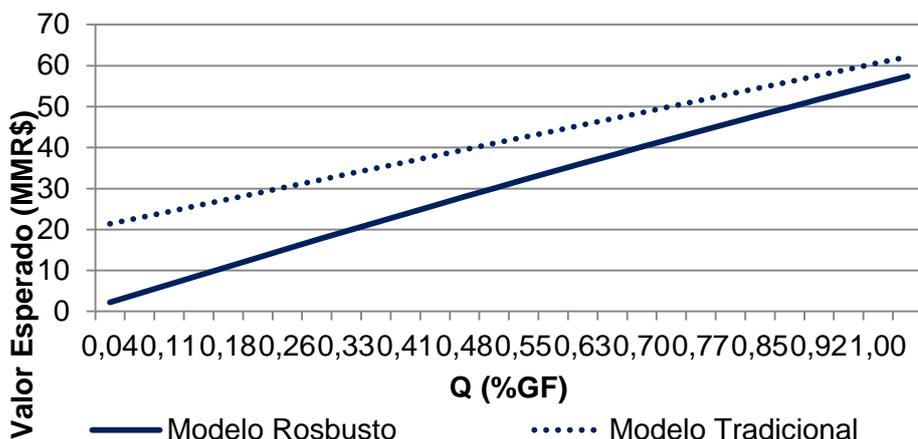


Figura 38: Curva do valor esperado ( $\lambda=0$ ) da renda da eólica para  $P^V=R\$250$ .

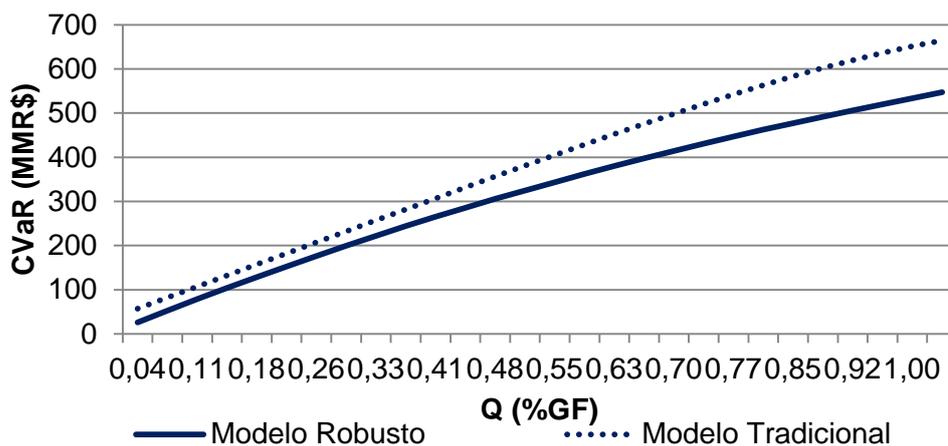


Figura 39: Curva do CVaR ( $\lambda=1$ ) da renda da eólica para  $P^V=R\$250$ .

Os gráficos apresentados são capazes de mostrar exatamente o efeito do valor esperado e do CVaR. Primeiramente, a análise para  $P^V=R\$250$  apresentou curvas similares e com ótimos iguais ou muito próximos tanto para o modelo robusto quanto para o modelo tradicional para ambos os agentes. Isto significa que para este patamar de preços a estratégia de ambos os modelos é a mesma. Por outro lado, ao considerar  $P^V=R\$60$ , a estratégia do agente muda de acordo com o modelo adotado. A Figura 32 e a Figura 36 evidenciam este resultado, onde a estratégia ótima do modelo robusto é o agente estar 100% contratado e 0% para o modelo tradicional ao se considerar a análise segundo o valor esperado, o qual é mais sensível à inadimplência. Em contrapartida, ao se considerar apenas o CVaR para este patamar de preço a influência do risco de preço e quantidade é maior do que a da inadimplência e pouca variação é notada na determinação da estratégia ótima do agente ao se considerar o modelo robusto ou tradicional.

Dessa forma, ao se considerar o CVaR na medida de risco adotada, os trechos onde a contratação ótima dada pelo modelo tradicional é maior que a do modelo robusto ocorre devido este último capturar cenários afetados pelo risco de preço e quantidade piores do que os mensurados pelo modelo tradicional por considerá-los conjuntamente com o risco de inadimplência. Logo, essa piora causada pela inadimplência sobre os cenários onde atua o risco de preço e quantidade leva ao cruzamento das curvas. No entanto, o efeito exclusivo da inadimplência pouco é capturado pelo CVaR, uma vez que apenas parte dos cenários afetados são considerados por este risco. Por outro lado o valor esperado considera todos os cenários envolvidos, sendo assim mais sensível a este efeito.

Em última análise, a neutralidade ao risco leva a decisões de contratação a fim de evitar a exposição positiva no mercado ao passo que para perfis avessos ao risco esse comportamento fica mitigado.

## 6

### Conclusões

Esta dissertação apresentou uma nova metodologia para incorporar o impacto do risco de inadimplência na estratégia de contratação de geradores renováveis atuantes no mercado de energia brasileiro. A percepção deste risco tem aumentado e isso afeta diretamente a renda mensal proveniente do MCP, o que justifica o modelo de oferta proposto.

Sua resposta reflete a quantidade ótima a ser alocada em contratos pelo agente, não apenas considerando a possibilidade de inadimplência, mas também sendo robusto à ela. Além disso, o modelo considera também a aleatoriedade presente nas demais variáveis: o PLD e a geração das fontes renováveis. Logo, sua obtenção ocorreu por meio da maximização da renda do agente, segundo um modelo híbrido, robusto e estocástico. Nele foram decididas não apenas a alocação ótima em contratos, mas também o pior caso de inadimplência baseado no portfólio ótimo encontrado. Além disso, a abordagem da incerteza proveniente da inadimplência via otimização robusta generaliza a análise de estresse tradicional por se mostrar como um teste de estresse endógeno, uma vez que define os cenários de estresse utilizados internamente no modelo. Esta abordagem permite ao decisor não apenas definir, mas também controlar os chamados parâmetros de robustez que definirão o nível de estresse aplicado ao modelo.

Conforme apresentado, a definição desses parâmetros pode ocorrer de diversas maneiras. No caso desta dissertação a preferência foi pela definição dos mesmos com base em dados históricos da inadimplência e contratação do agente. Além disso, seu perfil de risco foi definido por meio da combinação entre CVaR e valor esperado, possibilitando de perfis tanto neutro quanto avessos ao risco.

A fim de ilustrar o modelo desenvolvido, dois geradores renováveis, PCH e eólica, foram considerados para um estudo de caso baseado em dados realistas do setor elétrico brasileiro, como foi apresentado no capítulo 5. Para o estudo realizado sobre o modelo de oferta, os resultados mostram que quanto menos avesso ao risco, mais exposto à inadimplência este agente estará, afinal a inadimplência afeta o agente em cenários que seriam bons para ele e, por isso,

estes não fazem parte dos casos capturados por medidas de aversão ao risco. Além disso a robustez ao pior caso considerado leva o agente à uma política de atuação conservadora, havendo, portanto, menor influência da inadimplência sobre os casos analisados nesta situação, conforme apresentado na análise dos estudos de caso realizados. No entanto, este resultado sofre forte influência da relação entre os preços de contratos praticados no mercado com o PLD esperado para o período de contratação, o que pode modificar, drasticamente, a estratégia de contratação do agente.

## 6.1

### Trabalhos Futuros

A partir da pesquisa apresentada nesta dissertação alguns temas de extensão são propostos. Primeiramente, o PLD, o qual é fruto de muita incerteza, possui forte influência na decisão da contratação do agente. Dessa forma, é necessário que estudos sejam realizados a fim de obter uma melhor compreensão da influência do PLD no modelo de contratação proposto. Com isso, novas modelagens acerca da incerteza no PLD podem ser utilizadas com o objetivo de deixar o modelo menos vulnerável às suas variações.

Uma maneira de se fazer isso corresponde ao aperfeiçoamento do modelo de oferta para que este considere não apenas a robustez à inadimplência, mas também robustez ao PLD. Além da abordagem robusta, outras metodologias de previsão do PLD podem ser desenvolvidas visando à obtenção de melhores cenários de preço, os quais poderão ser utilizados não apenas no modelo desenvolvido nesta dissertação, mas também no mercado como um todo.

Com relação à estimação dos parâmetros, é importante tornar o modelo proposto no anexo, o qual obtém o histórico de contratação ótimo, mais eficiente a fim de diminuir seu tempo computacional, tornando viável sua aplicação prática. Isto pode ocorrer, por exemplo, através do uso de outros métodos para linearizar o modelo ou mesmo outras métricas para o erro utilizado. Além disso, a utilização desta abordagem torna o modelo menos conservador, uma vez que ao ser usado em conjunto com o modelo de oferta a contratação ótima passada e futura serão a mesma levando a parâmetros mais realistas refletindo, de fato, a estratégia ótima do agente.

## Referências bibliográficas

- [1] Governo Federal. Dados atualizados do Brasil e seu Setor Elétrico. Disponível em: <http://www.brasil.gov.br>
- [2] CCEE. Informações dos agentes e mercados livre e regulado. Disponível em: <http://www.ccee.org.br>
- [3] Aneel. Informações de mercado e regulação do Setor Eletroenergético do Brasil. Disponível em: <http://www.aneel.org.br>
- [4] ONS. Informações dos agentes e operação do Sistema Interligado Nacional. Disponível em: <http://www.ons.org.br>
- [5] Abraceel - Associação Brasileira dos Comercializadores de Energia. Informações dos agentes comercializadores e sua atuação no mercado de energia. Disponível em: <http://www.abraceel.com.br>
- [6] Acende Brasil. Informações sobre os programas do governo a acerca do setor elétrico/energético. Disponível em: <http://www.anacebrasil.org.br>
- [7] Planalto. Informações regulamentares do setor de energia. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br>
- [8] EPE. Informações sobre pesquisas, estudos e levantamentos feitos sobre o setor elétrico/energético brasileiro. Disponível em: <http://www.epe.gov.br>
- [9] M. Pereira, N. Campodónico, R. Kelman, **Application of Stochastic Dual DP and extensions to hydrothermal scheduling**, PSRI Technical Report 012/99, 1999.
- [10] Aneel. Lei 10.847 de 15 de Março de 2004. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/cedoc/lei200410847.pdf>> Acessado em 5 de Abril de 2013.
- [11] Aneel. Lei 10.848 de 15 de Março de 2004. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/cedoc/lei200410848.pdf>> Acessado em 5 de Abril de 2013.
- [12] Planalto. Decreto 5.163 de 30 de Julho de 2004. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/decreto/d5163.HTM](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5163.HTM)> Acessado em 5 de Abril de 2013.
- [13] Acende Brasil. Decreto 5.163 de 30 de Julho de 2004. Disponível em: <http://www.anacebrasil.org.br/portal/index.php/legislacao-do-setor/energia-eletrica/leis/item/397-decreto-n%C2%B0-5163-de-30-de-julho-de-2004>> Acessado em 5 de Abril de 2013.

- [14] AbeGás. Notícia publicada em 25 de Novembro de 2012. Disponível em: <<http://www.abegas.org.br/Site/?p=14273>>. Acessado em 3 de Maio de 2013.
- [15] BBCE. Dados disponíveis em: <<http://www.bbce.com.br/indices-bbce/#wp-spoiler-3>>. Acesso mais recente em 6 de Janeiro de 2014.
- [16] Aneel. Portaria nº 303 de 18 de Novembro de 2004. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/prt2004303mme.pdf>> Acessado em 5 de Abril de 2013.
- [17] Abrace - Associação Brasileira de Grandes Consumidores Industriais de Energia e de Consumidores Livres. Informações dos agentes consumidores livres e industriais e sua atuação no mercado de energia. Disponível em: <http://abrace.org.br/>
- [18] Abradee - Associação Brasileira de Distribuidores de Energia. Informações dos agentes distribuidores de energia e sua atuação no mercado de energia. Disponível em: <http://www.abradee.com.br/>
- [19] Abrate - Associação Brasileira de Transmissores de Energia. Informações dos agentes de transmissão e sua atuação no mercado de energia. Disponível em: <http://www.abrate.com.br>
- [20] MME. Informações acerca das diretrizes políticas o setor elétrico/energético brasileiro. Disponível em: <http://www.mme.gov.br>
- [21] Aneel. Biblioteca Virtual para assuntos relacionados ao setor elétrico brasileiro. Disponível em: <<http://biblioteca.aneel.gov.br/index.html>>.
- [22] Aneel. Glossário dos termos utilizados no setor elétrico brasileiro. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/biblioteca/glossario.cfm>>.
- [23] Banco do Brasil. Tipos de riscos. Disponível em: <<http://www.bb.com.br/portallbb/page3,136,2545,0,0,1,8.bb>>.
- [24] Goldman Sachs. Gerenciamento de riscos e carteiras. Disponível em: <http://www.goldmansachs.com>
- [25] JPMorgan. Gerenciamento de riscos e carteiras. Disponível em: <http://www.jpmorgan.com/pages/jpmorgan>
- [26] Goldman Sachs. Gerenciamento de risco. Risco de crédito. Disponível em: <<http://www.goldmansachs.com/worldwide/brazil/gerenciamento-de-risco/credit.html>>.
- [27] Moodys. Avaliação de riscos. Disponível em: <http://www.moodys.com/>
- [28] Standard & Poors. Avaliação de riscos. Disponível em: <http://www.standardandpoors.com/home/en/us>

- [29] Fitch Ratings. Avaliação de riscos. Disponível em: <http://www.fitchratings.com.br/>
- [30] Société Générale. Risco de mercado. Disponível em: <http://sgbrasil.com.br/mercado.aspx>.
- [31] Pascal. Risco de mercado. Disponível em: <http://pascal.iseg.utl.pt/~nicolau/STF/VaR.pdf>.
- [32] Street, A.; Lima, D.; Veiga, A.; Santos, B. F.; Freire, L.; Amaral, B. M., **Fostering Wind Power Penetration into the Brazilian Forward-Contract Market**. IEEE PES General Meeting 2012, San Diego, California.
- [33] D. Bertsimas M. Sim, **The price of robustness**, 2004, Operations Research, V. 52 n. 1, pp. 35-53.
- [34] A. Street, F. Oliveira, and J. M. Arroyo, **Contingency-Constrained Unit Commitment With  $n-\kappa$  Security Criterion: A Robust Optimization Approach**, IEEE Trans. Power Syst., vol. 26, no. 3, 2011.
- [35] D. Bertsimas, E. Litvinov, X. A. Sun, Z. Jinye, and T. Zheng, **Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem**, IEEE Trans. Power Syst., vol. 28, no. 1, pp. 52-63, Jul. 2013.
- [36] L.A. Barroso, A. Street, S. Granville, M. V. Pereira, **Offering Strategies and Simulation of Multi Item Dynamic Auctions of Energy Contracts**, IEEE Transactions on Power Systems, vol.26, no.4, pp.1917-1928, Nov. 2011.
- [37] L. Baringo and A. J. Conejo, **Offering Strategy via Robust Optimization**, IEEE Trans. Power Syst., vol. 26, no. 3, 2011.
- [38] A. J. Conejo, J. M. Morales, and L. Baringo, **Real-Time Demand Response Model**, IEEE Trans. Smart Grid, vol. 1, no. 3, 2010.
- [39] R. S. Ferreira, L. A. Barroso, and M. M. Carvalho, **Demand Response Models with Correlated Price Data: A Robust Optimization Approach**, Applied Energy, vol. 96, pp. 133-149, Aug. 2012.
- [40] A. H. Hajimiragha, C. A. Canizares, M. W. Fowler, S. Moazeni, and A. Elkamel, **A Robust Optimization Approach for Planning the Transition to Plug-in Hybrid Electric Vehicles**, IEEE Trans. Power Syst., vol. 26, no. 4, pp. 2264-2274, Nov. 2011.
- [41] B. Fanzeres, A. Street, L.A. Barroso, **Contracting Strategies for Renewable Generators: a Hybrid Stochastic and Robust Optimization Approach**, submitted to IEEE Trans. Power Syst., Jan. 2014.
- [42] R. Dominguez, L. Baringo, A. J. Conejo, **Optimal Offering Strategy for a Concentrating Solar Power Plant**, Applied Energy Journal, Elsevier, 2012.

- [43] C. Zhao, Y. Guan, **Unified Stochastic and Robust Unit Commitment**, IEEE Trans. Power Syst., vol. 28, no. 3, pp. 3353-3361, Aug. 2013.
- [44] J. F. Bard, J.E Falk, **An Explicit Solution to the Multi-Level Programming Problem**, Comput. & Ops Res. Vol 9. No. 1. pp 77-100, 1982.
- [45] M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, **Multi-Stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning**, Mathematical Programming 52, pp. 359-375, 1991.
- [46] M. V. F. Pereira, N. Campodónico, R. Kelman, **Long-term Hydro Scheduling based on Stochastic Models**, EPSOM '98, 1998.
- [47] D. Bertsimas e J.N Tsitsiklis, **Introduction to Linear Optimization**, 1 ed. Belmont, Massachusetts: Dynamic Ideas e Athena Scientific, 2008 – Cap. 4, pp.139-200.
- [48] V. Chvátal, **Linear Programming**, W.H.Freeman and Company, New York, 1983 – Parte I, Cap. 5, pp.54-70.
- [49] M. V. Pereira, S. Granville, M. H. C. Fampa, R. Dix, L. A. Barroso, **“Strategic bidding under uncertainty: A binary expansion approach,”** IEEE Trans. Power Syst., vol. 20, no. 1, pp. 180-188, Feb. 2005.
- [50] S. P. Boyd, L. Vandenberghe, **Convex Optimization**, Cambridge University Press, New York, NY, 2009.
- [51] P. Christoffersen, **Elements of Financial Risk Management**, Academic Press, 2003.
- [52] F. Andersson, S. Uryasev, **Credit Risk Optimization With Conditional Value-At-Risk Criterion**, 1999, Research Report 99-9. ISE Dept., University of Florida.
- [53] R.T. Rockafellar, S. Uryasev, **Optimization of Conditional Value-at-Risk**, 2000, The Journal of Risk 2, pp. 22-41.
- [54] S. Uryasev, **Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications**, 2000, Financial Eng. News 14.
- [55] P. Krokmal, J. Palmquist, S. Uryasev, **Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints**, 2002, Journal of Risk, 42:2, pp. 124-129.
- [56] R.T. Rockafellar, S. Uryasev, **Conditional value-at-risk for general loss distributions**, 2002, Journal of Banking and Finance, 26/7.
- [57] A. Street, **On the Conditional Value-at-Risk Probability Dependent Utility Function**, Theory and Decision Journal, 2009.
- [58] G. Szego, **Measures of Risk**, 2002, Journal of Banking & Finance 26, pp.1253–1272.

- [59] Pflug, G.Ch. **Some Remarks on the Value-at-Risk and the Conditional Value-at-Risk em "Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications"**, 2000, Ed. S. Uryasev, Kluwer Academic Publishers.
- [60] P. Artzner, F. Delbaen, J-M. Eber, D. Heath, **Coherent measures of risk**, 1999, *Mathematical Finance* 9, pp. 203–228.
- [61] A. L. Soyster, **Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming**, 1973, *Operations Research* V. 21, pp.1154–1157.
- [62] A. Ben-Tal, A. Nemirovski, **Robust convex optimization**, 1998, *Math. Oper. Res.* 23, pp. 769–805.
- [63] A. Ben-Tal, A. Nemirovski, **Robust solutions to uncertain programs**, 1999, *Oper. Res. Lett.* 25, pp. 1–13. 142
- [64] A. Ben-Tal, A. Nemirovski, **Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data**, 2000, *Math. Programming* 88 pp. 411–424.
- [65] L. El-Ghaoui, H. Lebret, **Robust solutions to least-square problems to uncertain data**, 1997, *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* V. 18 n. 4, pp. 1035–1064.
- [66] L. El-Ghaoui, F. Oustry, H. Lebret, **Robust solutions to uncertain semidefinite programs**, 1998, *SIAM J. Optim.* V. 9 n. 1, pp. 33–52.
- [67] L. A. Martins, **Dimensionamento de uma estocagem de gás natural sob incerteza de demanda e preço de GNL**, *Dissertação de Mestrado*, PUC-Rio, 2012.
- [68] B. Fânzeres, A. Street, **Cálculo da Curva de Disposição a Contratar de Geradores Hidrelétricos: Uma Abordagem Robusta ao Preço de Curto-Prazo**, XXI SNPTEE, 2011.
- [69] A. Street, L. A. Barroso, S. Granville, M. V. Pereira, **Bidding Strategy Under Uncertainty for Risk-Averse Generator Companies in a Long-Term Forward Contract Auction**, *Power & Energy Society General Meeting*, 2009, Calgary, Alberta, Canada. : IEEE, 2009. p. 1-8.
- [70] G.B. Dantzig, **Linear programming under uncertainty**, 1955, *Management Science* 1, pp. 197–206.
- [71] E. Beale, **On minimizing a convex function subject to linear inequalities**, 1955, *Journal of the Royal Statistical Society*, B 17, pp. 173–184.
- [72] A. Ferguson, G.B. Dantzig, **The allocation of aircraft to routes: An example of linear programming under uncertain demand**, 1956, *Management Science* 3, pp. 45–73.

- [73] M. V. F. Pereira, **Optimal Stochastic Operations Scheduling of Large Hidroelectric Systems**, *Electrical Power & Energy Systems*, v.11, n.3, pp. 161-169, 1989. 137.
- [74] P. Kall, **Stochastic Linear Programming**, Springer, 1976, Berlin.
- [75] Yu.M. Ermoliev, **Methods of Stochastic Programming**, 1976, Nauka, Moscow.
- [76] M.A.H. Dempster (Ed.), **Stochastic Programming**, Academic Press, London, 1980.
- [77] R.J.-B. Wets, **Stochastic programming**, in: G.L. Nemhauser, et al. (Eds.), *Handbooks in OR & MS*, vol. 1, Elsevier, Amsterdam, 1989, pp. 573–629 (Chapter VII).
- [78] P. Kall, S.W. Wallace, **Stochastic Programming**, 1994, Wiley, Chichester.
- [79] A. Prekopa, **Stochastic Programming**, 1995, Kluwer and Akademiai Kiado, Dordrecht and Budapest.
- [80] J.R. Birge, F. Louveaux, **Introduction to Stochastic Programming**, Springer, New York, 1997.
- [81] G. Dantzig, **Linear programming and extensions**, 1963, Princeton University Press e RAND Corporation.
- [82] A. Shapiro, D. Dentcheva, A. Ruszczyński, **Lectures on stochastic programming: Modeling and theory**, MPS / SIAM Series on Optimization, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
- [83] J. Garcia, A. Street, **A Methodology for Wind Power Series Extension: Data for Investments, Operation and Expansion Planning of the Power Sector**. Pdf available on: <http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br/22581/22581.PDF>.
- [84] D.B. Yudin, **Mathematical Methods of Management under Incomplete Information, Problems and Methods of Stochastic Programming**, 1974, Soviet Radio, Moscow.
- [85] H. M. Markowitz, **Portfolio Selection**, 1952, *Journal of Finance*, 7.
- [86] H. M. Markowitz, **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment**, 1959, John Wiley & Sons, Nova Iorque.
- [87] J.P. Morgan e Reuters. RiskMetrics – Technical Document. Disponível em: [http://pascal.iseg.utl.pt/~aafonso/eif/rm/TD4ePt\\_4.pdf](http://pascal.iseg.utl.pt/~aafonso/eif/rm/TD4ePt_4.pdf).
- [88] J.P. Morgan, **RiskMetrics**, 1994, Second Edition, J.P. Morgan.
- [89] Securities and Exchange Commission, **Questions and Answers About the New “Market Risk” Disclosure Rules**,

[www.sec.org/divisions/corpfin/guidance/derivfaq.htm](http://www.sec.org/divisions/corpfin/guidance/derivfaq.htm), SEC, acessado em 27/07/2013.

- [90] P. Jorion, **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**, 3rd Edition, McGraw-Hill, 2006
- [91] FICO Xpress Optimization Suite, disponível em <http://www.fico.com/>.
- [92] Dados utilizados no estudo de caso estão disponíveis online (<https://drive.google.com/file/d/0BwWb-1EslbJdjBPemtCZXpvLXc/edit?usp=sharing>).

## ANEXO: O Modelo de Estimação

A obtenção da resposta ótima para o modelo de contratação (oferta) supõe que os parâmetros de entrada utilizados sejam representativos da atuação do agente em questão e também da dinâmica do mercado. Como  $\theta_f$  e  $\theta_p$ , são os únicos parâmetros, ou inputs para o modelo de oferta, a serem totalmente decididos pelo usuário, é sugerido neste anexo o desenvolvimento de um modelo de estimação que busca os valores mais adequados que eles devem assumir.

Esta estimação ocorrerá com base nos dados históricos referentes à contratação do agente no mercado. Assim, para cada ano do histórico considerado existirá um valor para as liquidações de diferenças ocorridas no MCP segundo as inadimplências observadas,  $R_a^{MCP-H}$ . Além disso, obtém-se a resposta de um modelo de otimização robusta que, em função dos parâmetros  $\theta$  de conservadorismo, define a pior inadimplência frente ao histórico observado de geração e PLD. Dessa maneira, o objetivo deste processo de estimação é encontrar os parâmetros de conservadorismo do modelo robusto que minimizam o erro entre a resposta do modelo e o observado historicamente, adequando assim estes valores entre si.

### 1. Modelo Não Linear de Dois Níveis

A obtenção dos parâmetros através de um modelo de estimação ocorre, conforme mencionado, segundo a minimização do erro entre dois valores: um observável e outro estimado dentro do próprio modelo. A métrica a ser utilizada na mensuração deste erro pode variar. É possível a minimização do pior caso, do erro médio, erros quadráticos, dentre outros. A aplicação de qualquer uma destas métricas é bastante direta, uma vez que as mesmas irão impactar apenas na formulação da função objetivo do modelo de otimização. Por simplicidade, nesta dissertação optou-se pela minimização do erro absoluto. Matematicamente, ao aplicar uma norma genérica sobre os dados em questão, o seguinte problema de otimização é obtido:

$$\theta^* \in \underset{\theta \in \theta(T)}{\operatorname{argmin}} \left( \sum_{a \in A} |R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) - R_a^{MCP-H}|^q \right)^{1/q} \quad (38)$$

No entanto, o modelo de estimação adotará a norma unitária em vista de esta fornecer o valor absoluto do erro a ser minimizado. Logo, o problema a ser resolvido pode ser reescrito a partir de (38), assumindo-se  $q = 1$ . Além disso, é necessária a incorporação do conjunto de incerteza (21)-(22) relacionado à variável aleatória da inadimplência conforme descrito na seção 4.1 do capítulo 4. No entanto, ao invés de se considerar os cenários futuros  $s$ , neste modelo serão considerados os anos  $a$  do histórico. Dessa forma, o problema (38) é reescrito da seguinte maneira:

$$\theta^* \in \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{a \in A} |R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) - R_a^{MCP-H}| \mid \theta \in \theta(|T|), x_a \in \mathcal{X}_a(\theta) \right\} \quad (39)$$

O modelo de oferta apresentado no capítulo 4 mostrou que  $R^{MCP-I^*}$  é um problema de minimização o qual busca o pior caso de inadimplência para cada cenário conforme apresentado em (24). De maneira similar, o mesmo será adotado no modelo de estimação diferenciando-se apenas pelo fato que os cenários  $s$  serão, na realidade, substituídos por cada ano  $a$  do histórico, assim como apresentado para o conjunto de incertezas da inadimplência. Logo, o modelo de estimação é representado por um modelo de dois níveis da seguinte maneira:

$$\min_{\theta} \sum_{a \in A} |R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) - R_a^{MCP-H}| \quad (40)$$

Sujeito à:

$$0 \leq \theta_p \leq 1 \quad (41)$$

$$0 \leq \theta_f \leq T \quad (42)$$

$$R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) = \min_{x_{ta}} \sum_{t \in T} (G_{ta} - Q_a^V) \pi_{ta} h_{ta} (1 - x_{ta}) \quad \forall a \in A \quad (43)$$

sujeito à:

$$\sum_{a \in A} x_{ta} \leq \theta_f \theta_p \quad (44)$$

$$x_{ta} \leq \theta_p \quad \forall t \in T \quad (45)$$

$$0 \leq x_{ta} \quad \forall t \in T \quad (46)$$

## 2. Modelo Linear Inteiro Misto de Um Nível Equivalente

A formulação apresentada, no entanto, é de difícil solução via programação linear. Suas limitações se devem a dois fatores. Primeiramente, tem-se um modelo não convexo devido à presença da norma unitária na função objetivo, produzindo uma quebra na mesma, o que fere a definição de convexidade [50][62]. Este fato também torna mais difícil a incorporação direta do problema de segundo nível ao primeiro, ainda que ambos sejam de minimização. A importância da convexidade para um problema de programação linear está no fato da mesma implicar na garantia de otimalidade das soluções obtidas. Portanto, a fim de garantir essa propriedade ao modelo é necessário o tratamento do módulo na função objetivo, o qual se baseia na substituição desta função por uma variável auxiliar sempre positiva [50]. A mesma será representada por  $F_a$  juntamente às restrições (48) e (49) do modelo a ser apresentado a seguir.

Além disso, é necessário transformar o modelo que está em dois níveis em uma formulação equivalente de um único nível para que o mesmo possa ser resolvido. No entanto, o subproblema, ainda que de minimização como o principal, não pode ser diretamente incorporado ao mesmo por este estar sob influência da função módulo. Logo, a maneira adequada de incorporá-lo ao

problema principal ocorre através das condições de otimalidade conhecidas como condições de KKT, as quais garantem a obtenção do ótimo do problema [44].

Estas condições podem ser expressas segundo três diferentes conjuntos de restrições. Primeiramente, devem-se manter as restrições do subproblema original, ou seja, as restrições primais (44)-(46). Em seguida, são acrescentadas ao modelo as restrições de viabilidade dual (51)-(54), as quais são obtidas através da dualização do subproblema (43)-(46) pelo uso das variáveis duais  $\gamma_a$ ,  $\bar{\sigma}_{ta}$  e  $\underline{\sigma}_{ta}$  para cada restrição (44)-(46), respectivamente [47][48]. Por fim, um conjunto de restrições chamadas de “complementaridade de folgas” é acrescentado (55)-(63), garantindo assim a igualdade das funções objetivo primal e dual no ponto ótimo [44][47][48]. Dessa forma, a aplicação dos procedimentos apresentados ao modelo (40)-(46) leva a uma nova formulação para o problema, conforme é mostrado a seguir:

$$\min_{\theta, x_{ta}, \gamma_a, \bar{\sigma}_{ta}, \underline{\sigma}_{ta}, k_a, l_{ta}, m_{ta}} \sum_{a \in A} F_a \quad (47)$$

Sujeito à:

Restrições (41) e (42)

$$F_a \geq R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) - R_a^{MCP-H} \quad \forall a \in A \quad (48)$$

$$F_a \geq R_a^{MCP-H} - R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) \quad \forall a \in A \quad (49)$$

$$R^{MCP-I^*}(Q_a^V, \xi_a, \theta) = \sum_{t \in T} (G_{ta} - Q_a^V) \pi_{ta} h_{ta} (1 - x_{ta}) \quad (50)$$

Restrições (44), (45) e (46)

$$-\gamma_a - \bar{\sigma}_{ta} \leq -(G_{ta} - Q_a^V) \pi_{ta} h_{ta} \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (51)$$

$$\gamma_a \geq 0 \quad \forall a \in A \quad (52)$$

$$\bar{\sigma}_{ta} \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (53)$$

$$\underline{\sigma}_{ta} \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (54)$$

$$0 \leq - \sum_{t \in T} x_{ta} + \theta_f \theta_p \leq M_1 k_a \quad \forall a \in A \quad (55)$$

$$0 \leq \gamma_a \leq M_1 (1 - k_a) \quad \forall a \in A \quad (56)$$

$$k_a \in \{0, 1\} \quad \forall a \in A \quad (57)$$

$$0 \leq -x_{ta} + \theta_p \leq M_2 l_{ta} \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (58)$$

$$0 \leq \bar{\sigma}_{ta} \leq M_2 (1 - l_{ta}) \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (59)$$

$$l_{ta} \in \{0,1\} \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (60)$$

$$0 \leq x_{ta} \leq M_3 m_{ta} \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (61)$$

$$0 \leq \underline{\sigma}_{ta} \leq M_3(1 - m_{ta}) \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (62)$$

$$m_{ta} \in \{0,1\} \quad \forall t \in T \quad \forall a \in A \quad (63)$$

Esta nova formulação, no entanto, traz uma não linearidade a ser tratada pelo modelo, sendo evidenciada pela presença do produto  $\theta_f \theta_p$  de variáveis de decisão nas restrições (44) e (55). Existem algumas maneiras de tornar este modelo linear. No caso desta dissertação, optou-se pelo método da substituição de variável uma vez que esta abordagem é a mais simples e direta a ser aplicada no produto dada a maneira como ele se apresenta no problema. Dessa forma, os parâmetros definidos em (19)-(20) são reescritos de maneira que o produto  $\theta_f \theta_p$  passa a ser tratado como uma única variável  $\varphi$ , ou seja:

$$\varphi = \theta_p \theta_f \quad (64)$$

A substituição apresentada permite que se redefinam os parâmetros utilizados assim como seu conjunto de incerteza dados por (19) e (20), respectivamente. O novo conjunto de parâmetros (65) e incertezas (66) é apresentado a seguir:

$$\theta^\varphi = [\varphi, \theta_p] \in \Theta^\varphi(|T|) \quad (65)$$

Onde,

$$\Theta^\varphi(|T|) = \left\{ \begin{array}{l} \theta_p \in [0,1] \mid 0 \leq \theta_p \leq 1 \\ \varphi \in \mathbb{R}^+ \mid 0 \leq \varphi \leq |T| \theta_p \end{array} \right\} \quad (66)$$

Cabe ressaltar que a substituição ocorreu sobre a variável  $\theta_f$ , pois esta aparecia no modelo apenas onde havia o produto e na definição de seus limites e, por isso, sendo mais fácil sua omissão do que a de  $\theta_p$  que está presente em outras restrições além das referentes ao produto e seus respectivos limites.

A partir do processo de linearização descrito, um novo modelo de estimação com solução via programação linear foi obtido. As modificações ocorreram apenas nas restrições (42) -limites-, (44) e (55) -produto-, sendo

reescritas, respectivamente, conforme (68), (69) e (70) a seguir. Sua resposta corresponde, portanto, aos valores ótimos dos parâmetros que modelam a variável inadimplência para o agente em questão, necessitando apenas da realização de uma substituição inversa, ou seja, obtém-se  $\varphi$  e  $\theta_p$  pelo modelo e  $\theta_f$  será dado por  $\theta_f = \frac{\varphi}{\theta_p}$ . O modelo final de estimação é apresentado a seguir:

$$\theta^\varphi, x_{ta}, \gamma_a, \bar{\sigma}_{ta}, \underline{\sigma}_{ta}, k_a, l_{ta}, m_{ta} \min \sum_{a \in A} F_a \quad (67)$$

Sujeito à:

Restrições (41)

$$0 \leq \varphi \leq |T|\theta_p \quad (68)$$

Restrições (45) e (46)

$$\sum_{t \in T} x_{ta} \leq \varphi \quad (69)$$

Restrições (48)-(54)

$$0 \leq - \sum_{t \in T} x_{ta} + \varphi \leq M_1 k_a \quad \forall a \in A \quad (70)$$

Restrições (56)-(63)

### 3. Considerações Sobre o Modelo Proposto

O modelo (67)-(70) é um modelo geral de estimação de parâmetros de robustez baseado em dados históricos. Logo, sua aplicabilidade é dependente do fato de se possuir acesso à estes dados. Ocorre, no entanto, que os dados referentes à contratação passada dos agentes nem sempre estão disponíveis, o que impossibilitaria a aplicação de tal modelo. Visto isso, foi desenvolvido um processo iterativo de estimação do histórico de contratação, o qual deve refletir seu comportamento ótimo sobre os anos do histórico segundo os parâmetros ótimos de modelagem da inadimplência. Este procedimento é mostrado na Figura 40 a seguir.

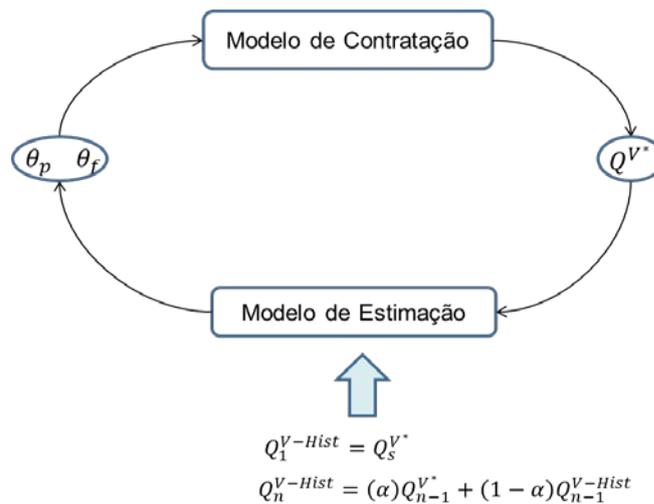


Figura 40 - Processo iterativo de obtenção do histórico de contratação.

O processo apresentado assume o histórico de contratação inicial do agente  $Q_1^{V-Hist}$  como sendo sua contratação ótima ao não considerar a inadimplência presente neste mercado  $Q_s^{V^*}$ . Este valor pode ser, por exemplo, a GF do agente. Ao final do processo, a contratação ótima  $Q_1^{V^*}$  é obtida e comparada à  $Q_1^{V-Hist}$ . Caso estes valores sejam suficientemente próximos, o processo para e essas são tomadas como a solução ótima para o futuro e passado. Caso estes valores destoem acima de determinado limite,  $Q_2^{V-Hist}$  é calculado conforme apresentado na Figura 40 e assim sucessivamente, ou seja, pela ponderação entre o ótimo obtido pelo modelo e o ótimo usado como entrada para a contratação passada. A determinação do quão próximos estes valores devem estar é uma decisão do agente/usuário.

O modelo descrito é, portanto, uma boa opção para a obtenção de parâmetros ótimos de robustez, uma vez que os mesmos refletem a estratégia ótima passada e futura do agente. Além disso, ainda que inicialmente este tenha sido pensado para casos onde não se possui dados históricos, o mesmo pode ser utilizado mesmo com o acesso a tais dados, sendo uma opção do usuário de como abordar seu problema. Dessa forma, três possibilidades passam a existir. Primeiramente, o agente poderá determinar os parâmetros com base em um histórico ótimo a ser construído recursivamente. Outra maneira é o agente se basear em sua contratação real passada na obtenção destes parâmetros sem o uso do processo recursivo. Por último, este pode setar  $\theta_p$  e  $\theta_f$  de acordo com os valores que achar mais convenientes.