4
Efeito de não-linearidade variante no tempo sobre o espectro de sistemas OFDM

O desenvolvimento de técnicas analíticas para determinar a função densidade espectral de potência (DEP) do sinal OFDM distorcido por não-linearidades tem sido objeto de extensa pesquisa [19, 20, 21, 23, 24, 28]. Embora a maioria dessas técnicas considere apenas distorções produzidas por amplificadores de alta potência (HPA), poucos deles consideram o efeito conjuntos de amplificadores de alta potência (HPA) e canais variantes no tempo. Neste capítulo são utilizados os resultados obtidos na Seções 2.2 e 3.2 para apresentar um desenvolvimento analítico que permite analisar o efeito, sobre o espectro de sinais OFDM, de um canal não-linear com memória variante no tempo.

A Seção 4.1 descreve a representação do sinal de saída considerando o modelo apresentado na Seção 3.2. Na Seção 4.2 são apresentadas expressões para determinar a média, a função autocorrelação e a densidade espectral de potência do sinal de saída. Utilizando estas expressões, resultados numéricos para um caso particular são obtidos e apresentados na Seção 4.3. Finalmente, a Seção 4.4 apresenta um resumo do capítulo.

4.1
Representação do sinal de saída

Neste capítulo, a expressão matemática da envoltória complexa do sinal OFDM de entrada $s(t)$ ao canal não-linear variante no tempo é aquela dada por (2-35), ou seja,

$$\tilde{s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} S_{k,n}\, p(t+\epsilon-kT)\, e^{j\left[\frac{2\pi n}{T-T_{cp}}(t-kT-T_{cp}+\epsilon)+\theta\right]} \qquad (4\text{-}1)$$

onde $S_{k,n}$ representa o símbolo complexo transmitido na sub-portadora n no k-ésimo intervalo de tempo, N é o número de sub-portadoras do sinal OFDM, T é a duração do símbolo OFDM, θ e ϵ são variáveis aleatórias que modelam, respectivamente, a fase do oscilador do modulador e o erro de sincronismo de relógio no receptor e $p(.)$ é a função que modela o pulso formatador. No caso particular de pulso formatador retangular, tem-se

$$p(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T-T_{cp}}} & ; \quad t \in [0,T] \\ 0 & ; \quad t \notin [0,T] \end{cases} \tag{4-2}$$

onde T_{cp} é a duração do prefixo cíclico do sinal OFDM. Como foi mostrado no capítulo anterior, este sinal OFDM pode ser considerado um processo estacionário no sentido amplo (ESA), gaussiano, próprio e de média nula. O fato de se utilizar o sinal OFDM como sendo estacionário ao invés de ciclo-estacionário é que para efeito de análise de espectro os resultados obtidos na Seção 2.2.1 e 2.2.2 são idênticos. O canal não-linear com memória variante no tempo será modelado como na Seção 3.2. Assim, o sinal de saída do canal não-linear com memória variante no tempo é dado por

$$\begin{aligned} \tilde{y}(t) \; = \; & \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{k}_1(t,\alpha_1)\, \tilde{s}(t-\alpha_1)\, d\alpha_1 + \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{k}_{2m+1}(t,\alpha_1,\ldots,\alpha_{2m+1}) \\ & \cdot \prod_{r=1}^{m+1} \tilde{s}(t-\alpha_r) \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{s}^*(t-\alpha_s) d\alpha_1 \ldots d\alpha_{2m+1} \end{aligned} \tag{4-3}$$

com

$$\tilde{k}_1(t,\alpha_1) = \gamma_1 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(t,v)\, \tilde{u}(\alpha_1 - v)\, dv \;, \tag{4-4}$$

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{2m+1}(t,\alpha_1,\ldots,\alpha_{2m+1}) = \gamma_{2m+1} & \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(t,v) \prod_{r=1}^{m+1} \tilde{u}(\alpha_r - v) \\ & \cdot \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{u}^*(\alpha_s - v) dv \quad \text{for} \quad 1 \leq m \leq M \end{aligned} \tag{4-5}$$

e $\tilde{k}_{2m+1}(t,\alpha_1,\ldots,\alpha_{2m+1}) = 0$ para $m > M$. Note que, $\tilde{u}(t)$ representa a resposta ao impulso (equivalente passa-baixa) de um filtro linear invariante no tempo, $\tilde{h}(t,v)$ representa a resposta ao impulso (equivalente passa-baixa) de um filtro linear variante no tempo e γ_{2m+1} são constantes que caracterizam a não-linearidade.

4.2 Caracterização do sinal de saída

Na determinação da média e da função autocorrelação da envoltória complexa do sinal de saída $y(t)$, é utilizado o resultado do teorema a seguir, cuja demonstração pode ser encontrada em [61]:

TEOREMA 1: Sejam z_n, $(n = 1, 2, \ldots, N)$ amostras de um processo estocástico $z(t)$, gaussiano, complexo, próprio, estacionário no sentido amplo e de média nula. Então

– para $s \neq r$ o momento conjunto

$$E[z_{m_1} z_{m_2} \cdots z_{m_s} z^*_{n_1} z^*_{n_2} \cdots z^*_{n_r}]$$

onde m_k e n_i são inteiros do conjunto $\{1, \ldots, N\}$, é igual a zero

– para $s = r$ o momento conjunto

$$E[z_{m_1} z_{m_2} \cdots z_{m_s} z^*_{n_1} z^*_{n_2} \cdots z^*_{n_r}]$$

se escreve

$$\sum_{\pi} (E[z^*_{m_{\pi(1)}} z_{n_1}])(E[z^*_{m_{\pi(2)}} z_{n_2}]) \cdots (E[z^*_{m_{\pi(r)}} z_{n_r}])$$

onde π é uma permutação do conjunto de inteiros $\{1, 2, \ldots, r\}$.

4.2.1 Média da envoltória complexa do sinal de saída

A média da envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ pode ser obtida a partir de (4-3), resultando

$$\begin{aligned} m_{\tilde{y}}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} E\left[\tilde{k}_1(t, \alpha_1)\right] E\left[\tilde{s}(t-\alpha_1)\right] d\alpha_1 \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} E[\tilde{k}_{2m+1}(t, \alpha_1, \ldots, \alpha_{2m+1})] \\ &\quad \cdot E\left[\prod_{r=1}^{m+1} \tilde{s}(t-\alpha_r) \prod_{s=m+2}^{2m+1} \tilde{s}^*(t-\alpha_s)\right] d\alpha_1 \ldots d\alpha_{2m+1} \end{aligned} \tag{4-6}$$

Na obtenção de (4-6) considerou-se que os *kernels* $\tilde{k}_{2m+1}$ e a envoltória complexa $\tilde{s}(t)$ são estatísticamente independentes. Considerando-se o Teorema 1, verifica-se que os valores esperados referentes a $\tilde{s}(t)$ são nulos e, consequentemente,

$$m_{\tilde{y}}(t) = 0 \tag{4-7}$$

4.2.2
Função Autocorrelação e Densidade Espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída

A função autocorrelação da envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ do sinal de saída, definida por

$$R_{\tilde{y}}(t,\tau) = E[\tilde{y}(t+\tau)\tilde{y}^*(t)] \tag{4-8}$$

pode ser obtida considerando-se (4-3), resultando

$$R_{\tilde{y}}(t,\tau) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} K_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})\cdot S_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})\; d\boldsymbol{\alpha}\; d\boldsymbol{\beta} \tag{4-9}$$

onde

$$K_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = E[\tilde{k}_{2m+1}(t+\tau,\alpha_1,\ldots,\alpha_{2m+1})\tilde{k}^*_{2n+1}(t,\beta_1,\ldots,\beta_{2n+1})] \tag{4-10}$$

e as funções $S_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$ são dadas por

$$S_{0,0}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = E\left[\tilde{s}(t+\tau-\alpha_1)\tilde{s}^*(t+\beta_1)\right], \tag{4-11}$$

$$S_{0,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = E\left[\tilde{s}(t+\tau-\alpha_1)\prod_{r_2=1}^{n+1}\tilde{s}^*(t-\beta_{r_2})\prod_{s_2=n+2}^{2n+1}\tilde{s}(t-\beta_{s_2})\right], \tag{4-12}$$

$$S_{m,0}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = E\left[\tilde{s}^*(t+\beta_1)\prod_{r_1=1}^{m+1}\tilde{s}(t+\tau-\alpha_{r_1})\prod_{s_1=m+2}^{2m+1}\tilde{s}^*(t+\tau-\alpha_{s_1})\right], \tag{4-13}$$

e

$$S_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = E\left[\prod_{r_1=1}^{m+1}\tilde{s}(t+\tau-\alpha_{r_1})\prod_{s_1=m+2}^{2m+1}\tilde{s}^*(t+\tau-\alpha_{s_1})\right. \cdot \left.\prod_{r_2=1}^{n+1}\tilde{s}^*(t-\beta_{r_2})\prod_{s_2=n+2}^{2n+1}\tilde{s}(t-\beta_{s_2})\right] \quad (4\text{-}14)$$

para $1 \leq m \leq M$ e $1 \leq n \leq M$.

No caso em que $\tilde{s}(t)$ é um processo estacionário no sentido amplo (ESA), gaussiano, próprio e de média nula, verifica-se que (utilizando-se o Teorema 1) a função $S_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$ definida por (4-11) a (4-14) depende apenas de τ, $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$. Com efeito, o Teorema 1 permite expressar $S_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$ como um somatorio de produtos de valores da autocorrelação $R_s(\tau)$ de $\tilde{s}(t)$. Observe por exemplo que

$$\begin{aligned}
S_{0,0}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) &= S_{0,0}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = R_{\tilde{s}}(\tau+\beta_1-\alpha_1)\\
S_{0,1}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) &= S_{0,1}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = 2R_{\tilde{s}}(\tau+\beta_1-\alpha_1)R_{\tilde{s}}(\beta_2-\beta_3)\\
S_{1,0}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) &= S_{1,0}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = 2R_{\tilde{s}}(\tau+\beta_1-\alpha_1)R_{\tilde{s}}(\alpha_3-\alpha_2)\\
S_{1,1}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) &= S_{1,1}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = 2R_{\tilde{s}}(\tau+\beta_1-\alpha_1)R_{\tilde{s}}(\tau+\beta_2-\alpha_2)R_s(\tau+\beta_3-\alpha_3)\\
&\qquad +4R_s(\beta_3-\beta_2)R_s(\tau+\beta_1-\alpha_3)R_s(\alpha_2-\alpha_1)
\end{aligned} \quad (4\text{-}15)$$

No caso do canal não-linear considerado na Seção 3.2 (ver (4-4) e (4-5)), verifica-se que, para pares (m,n) tais que $m \leq M$ e $n \leq M$, a função em (4-10) se escreve

$$K_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} R_{\tilde{h}}(t+\tau,t,v_1,v_2)\cdot\, U_{m,n}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},v_1,v_2)\,dv_1\,dv_2 \quad (4\text{-}16)$$

com $R_{\tilde{h}}(t+\tau,t,v_1,v_2) = E[\tilde{h}(t+\tau,v_1)\tilde{h}^*(t,v_2)]$,

$$U_{0,0}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},v_1,v_2) = \gamma_1\gamma_1^*\tilde{u}(\alpha_1-v_1)\tilde{u}^*(\beta_1-v_2), \quad (4\text{-}17)$$

$$U_{0,n}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},v_1,v_2) = \gamma_1\gamma_{2n+1}^*\tilde{u}(\alpha_1-v_1)\prod_{r_2=1}^{n+1}\tilde{u}^*(\beta_{r_2}-v_2)\prod_{s_2=n+2}^{2n+1}\tilde{u}(\beta_{s_2}-v_2), \quad (4\text{-}18)$$

$$U_{m,0}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},v_1,v_2)=\gamma_{2m+1}\gamma_1^*\tilde{u}^*(\beta_1-v_2)\prod_{r_1=1}^{m+1}\tilde{u}(\alpha_{r_1}-v_1)\prod_{s_1=m+2}^{2m+1}\tilde{u}^*(\alpha_{s_1}-v_1), \tag{4-19}$$

e

$$\begin{aligned}U_{m,n}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},v_1,v_2) &= \gamma_{2m+1}\gamma_{2n+1}^*\prod_{r_1=1}^{m+1}\tilde{u}(\alpha_{r_1}-v_1)\prod_{s_1=m+2}^{2m+1}\tilde{u}^*(\alpha_{s_1}-v_1)\\ &\cdot\prod_{r_2=1}^{n+1}\tilde{u}^*(\beta_{r_2}-v_2)\prod_{s_2=n+2}^{2n+1}\tilde{u}(\beta_{s_2}-v_2)\end{aligned} \tag{4-20}$$

Para outros valores do par (m,n), $K_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=0$. Em (4-9) a (4-20), $\boldsymbol{\alpha}=(\alpha_1,\ldots,\alpha_{2m+1})^T$ e $\boldsymbol{\beta}=(\beta_1,\ldots,\beta_{2n+1})^T$.

Note que, para o canal variante no tempo definido na Seção 3.2, a função autocorrelação $R_{\tilde{h}}(t+\tau,t,v_1,v_2)$ não depende do tempo (ver (3-22)). Assim, a função $K_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$ definida em (4-16) é função apenas de τ, $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$, ou seja,

$$K_{m,n}(t+\tau,t,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=K_{m,n}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\tilde{h}}(\tau,v_1,v_2)\,U_{m,n}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},v_1,v_2)\,dv_1\,dv_2 \tag{4-21}$$

Finalmente, a função autocorrelação do sinal de saída da não-linearidade variante no tempo apresentada em (4-9), pode-se reescrever como

$$R_{\tilde{y}}(\tau)=\sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{M}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}K_{m,n}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})\cdot S_{m,n}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})\,d\boldsymbol{\alpha}\,d\boldsymbol{\beta} \tag{4-22}$$

onde $K_{m,n}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$ é dado por (4-21) e $S_{m,n}(\tau,\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta})$ pode ser calculada a partir de (4-11) a (4-14) e o Teorema 1 (exemplos do cálculo foram apresentados em (4-15)). Considerando-se (4-7) e (4-22) pode-se concluir que a envoltória complexa $\tilde{y}(t)$ é um processo estacionário no sentido amplo (ESA).

A densidade espectral de potência de um processo estacionário no sentido amplo é dada pela Transformada de Fourier de sua função autocorrelação. Assim, tem-se

$$S_{\tilde{y}}(f)=\mathcal{F}[R_{\tilde{y}}(\tau)]=\int_{-\infty}^{\infty}R_{\tilde{y}}(\tau)e^{-j2\pi f\tau}\,d\tau \tag{4-23}$$

4.3 Resultados numéricos

Nesta seção, a densidade espectral de potência em (4-23) foi calculada para o caso particular em que um sinal OFDM (com $N = 48$, $T = 4\mu$s e $T_{CP} = 0.8\mu$s) é colocado na entrada de um canal não-linear variante no tempo como o ilustrado no diagrama da Figura 3.5. Para a não-linearidade sem memória correspondente a (3-11) foi considerado $L = 3$, ou seja,

$$w(t) = b_0 z^0(t) + b_1 z^1(t) + b_2 z^2(t) + b_3 z^3(t) \tag{4-24}$$

onde $b_0 = 0$, $b_1 = 1.0$, $b_2 = 0$ e $b_3 = -0.25$ (esses valores foram os mesmos utilizados em [27] e permitem uma comparação de resultados). Foi considerado um canal multipercurso variante no tempo como o descrito na Seção 3.2.2 com 4 *taps* ($P = 4$), no qual os processos $\mu_p(t)$ têm densidade espectral de potência de Jake [57], ou seja,

$$S_{\mu_p}(f) = \frac{1}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_d}\right)^2}} \qquad |f| < f_d \tag{4-25}$$

onde f_d é a freqüência de *Doppler* (devida ao movimento do receptor). Neste caso, os processos $\mu_p(t)$ têm função autocorrelação dada por

$$R_{\mu_p}(\tau) = J_0(2\pi f_d \tau) \tag{4-26}$$

Considerou-se $a_0 = 1.00$, $a_1 = 0.63$, $a_2 = 0.10$, $a_3 = 0.01$, $\nu_0 = 0\mu s$, $\nu_1 = 0.2\mu s$, $\nu_2 = 0.4\ \mu s$ e $\nu_3 = 0.6\ \mu s$ (esses valores podem ser encontrados em [57, pp. 266]). Considerou-se ainda que o filtro $u(\cdot)$ de entrada da não-linearidade (ver Figura 3.5) e o filtro de recepção $g(\cdot)$ são ambos passa-faixa de butterworth de primeira ordem, com freqüência central f_0 e banda de 3 dB igual a B_0 ($f_0 = 7.34375$ MHz, $B_0 = 15$ MHz). A resposta em freqüência destes filtros é dada por

$$U(f) = G(f) = \frac{1}{1 + j\frac{f_0}{B_0}\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)} \tag{4-27}$$

Neste caso particular, a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal na saída do canal (não-linearidade com memória variante no tempo) é calculada a partir de (4-9) a (4-23). Conforme mostrado no Apêndice A, no caso particular tratado nesta seção, (4-23) se reduz a

$$S_{\tilde{y}}(f) = S_{\tilde{y}_{0,0}}(f) + S_{\tilde{y}_{0,1}}(f) + S_{\tilde{y}_{1,0}}(f) + S_{\tilde{y}_{1,1}}(f) \tag{4-28}$$

onde

$$
\begin{aligned}
S_{\tilde{y}_{0,0}}(f) &= |\gamma_1|^2 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\tilde{h}}(f-f_1, f_1, -f_1)|\tilde{U}(f_1)|^2 S_{\tilde{s}}(f_1) df_1 \\
S_{\tilde{y}_{0,1}}(f) &= 2\gamma_1^*\gamma_3 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tilde{h}}(f-f_1, f_1, -f_1)|\tilde{U}(f_1)|^2|\tilde{U}(f_2)|^2 S_{\tilde{s}}(f_1)S_{\tilde{s}}(f_2) df_1 df_2 \\
S_{\tilde{y}_{1,0}}(f) &= 2\gamma_1\gamma_3^* \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tilde{h}}(f-f_1, f_1, -f_1)|\tilde{U}(f_1)|^2|\tilde{U}(f_2)|^2 S_{\tilde{s}}(f_1)S_{\tilde{s}}(f_2) df_1 df_2 \\
S_{\tilde{y}_{1,1}}(f) &= 4|\gamma_3|^2 \int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tilde{h}}(f-f_1, f_1, -f_1)|\tilde{U}(f_1)|^2|\tilde{U}(f_2)|^2|\tilde{U}(f_3)|^2 \\
&\qquad S_{\tilde{s}}(f_1)S_{\tilde{s}}(f_2)S_{\tilde{s}}(f_3) df_1 df_2 df_3 \\
&+ 2|\gamma_3|^2 \int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tilde{h}}(f-f_1, f_1, -f_1)|\tilde{U}(f_1-f_2-f_3)|^2|\tilde{U}(f_2)|^2|\tilde{U}(f_3)|^2 \\
&\qquad S_{\tilde{s}}(f_2)S_{\tilde{s}}(f_3)S_{\tilde{s}}(f_3+f_2-f_1) df_1 df_2 df_3
\end{aligned} \tag{4-29}
$$

com

$$S_{\tilde{h}}(f-f_1, f_1, -f_1) = \sum_{p=0}^{P-1} |a_p|^2 S_{\mu_p}(f-f_1)|\tilde{G}(f_1)|^2 \tag{4-30}$$

e

$$S_{\tilde{s}}(f) = \frac{E_s}{T}\sum_{n=0}^{N-1}\left|P\left(f-\frac{n}{T-T_{cp}}\right)\right|^2 \tag{4-31}$$

Os resultados numéricos foram obtidos para valores específicos do produto $f_d T/N$ e do *Back-off* utilizado. Assim os resultados podem ser vistos em função do *Back-Off* de saída (*OBO - Output Back-Off*) ou do *Back-Off* de entrada (*IBO - Input Back-Off*). Estes *Back-offs* são definidos respectivamente por

$$OBO_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_{OUT_{sat}}}{P_{OUT}}\right) \tag{4-32}$$

com $P_{OUT_{sat}}$ e P_{OUT} denotando a potência maxima e potência média na saída da não-linearidade, respectivamente. e

$$IBO_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{P_{IN_{sat}}}{P_{IN}}\right) \tag{4-33}$$

com $P_{IN_{sat}}$ e P_{IN} denotando a potência maxima e potência média na entrada da não-linearidade, respectivamente.

Os relacionamentos entre os *Back-offs* (de entrada e saída) e a energia do símbolo E_s (que é utilizada para calcular a densidade espectral de potência) são determinados no Apêndice A. As densidades espectrais de potência resultantes com OBO = 3dB (IBO = 2.7dB) e OBO = 5dB (IBO = 8.2dB) são apresentadas nas Figuras 4.1 e 4.2, respectivamente. A título de comparação estas figuras apresentam dois outros resultados: (i) a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de entrada e (ii) a densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída no caso particular em que apenas a não-linearidade do canal e o filtro de recepção são considerados ($\tilde{h}(t,v) = \tilde{g}(v)$).

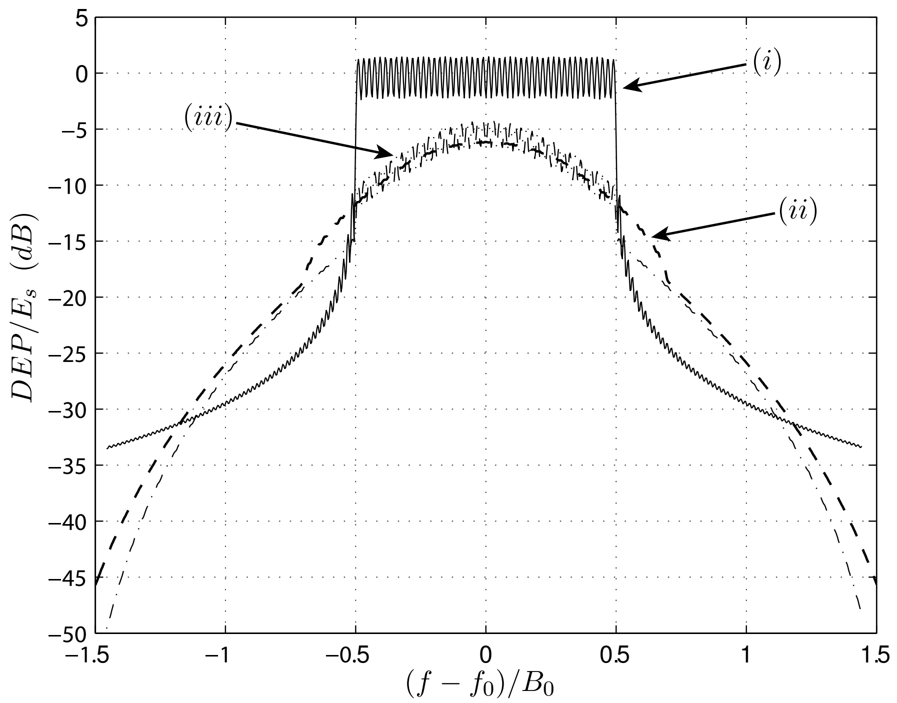

Figura 4.1: Densidades espectrais de potência com OBO = 3dB (IBO = 2.7dB) das envoltórias complexas: (i) sinal de entrada; (ii) sinal de saída (não-linearidade, canal de propagação ($f_d T/N = 0.2$) e filtro de recepção) e; (iii) sinal de saída (não-linearidade e filtro de recepção).

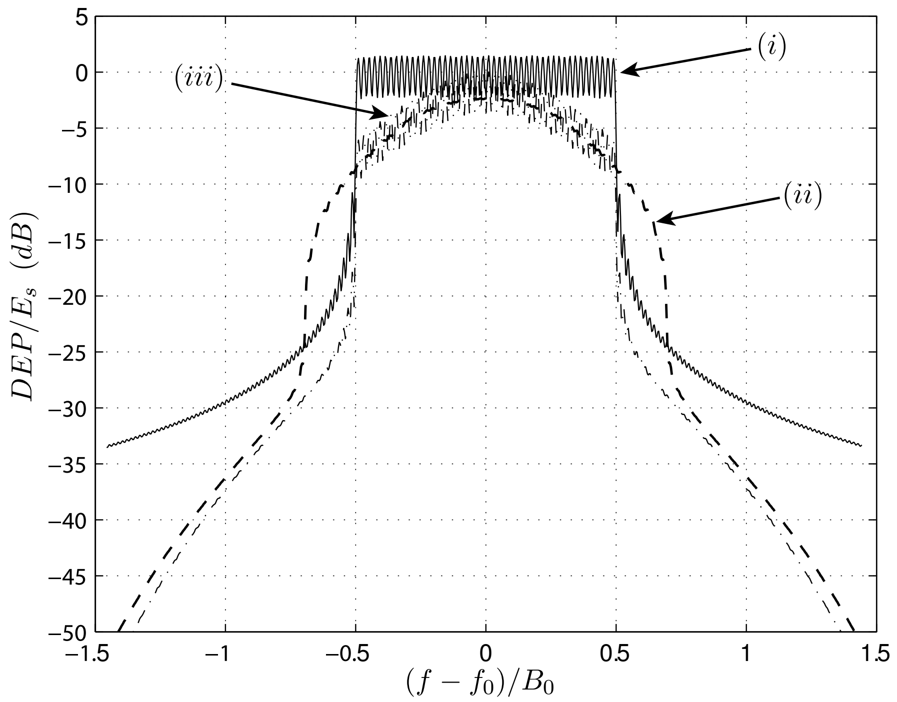

Figura 4.2: Densidades espectrais de potência com OBO = 5dB (IBO = 8.2dB) das envoltórias complexas: (i) sinal de entrada; (ii) sinal de saída (não-linearidade, canal de propagação ($f_d T/N = 0.2$) e filtro de recepção) e; (iii) sinal de saída (não-linearidade e filtro de recepção).

Note que, o filtro de recepção enmascara o efeito do espalhamento do canal não-linear variante no tempo. Assim, para os próximos resultados, a Densidade Espectral de Potência será obtida antes do filtro de recepção (ou seja, aumentado-se bem a largura de banda do filtro $\tilde{u}(t)$).

Para ilustrar o efeito do movimento do receptor, as Figuras 4.3 e 4.4 apresentam as densidades espectrais de potência do sinal na saída do canal não-linear variante no tempo para diferentes valores de $f_d T/N$ com OBO = 3dB e OBO = 5dB respectivamente. Observe, por exemplo, que com OBO = 3dB a banda de 10 dB da densidade espectral de potência do sinal de saída varia de B_0 a aproximadamente $1.5B_0$ quando $f_d T/N$ varia de 0.01 a 0.35. Com OBO = 5dB a banda de 10 dB da densidade espectral de potência do sinal de saída varia de B_0 a aproximadamente $1.3B_0$ quando $f_d T/N$ varia de 0.01 a 0.35. Este fato tem importância fundamental na definição dos espaçamentos entre portadoras adjacentes e motivou o gráfico das Figuras 4.5 e 4.6, que indicam o percentual de potência do sinal de saída do canal considerado fora da faixa de freqüências correspondente a uma banda b em torno de f_0 para

$B_0 < b < \infty$. Observe, por exemplo, que com OBO = 3dB, para $b = 1.5B_0$ este percentual de potência varia aproximadamente de 0.7% a 2.4% quando f_dT/N varia de 0.01 a 0.35. Com OBO = 5dB, para $b = 1.5B_0$ este percentual de potência varia aproximadamente de 0.06% a 1.2% quando f_dT/N varia de 0.01 a 0.35. Conforme esperado, estes resultados confirmam que, quanto mais perto da região linear opera o dispositivo não-linear, menor o impacto na densidade espectral de potência do sinal de saída. Além disso, quanto menor a mobilidade do receptor, menor os efeitos do canal de propagação multipercurso na densidade espectral de potência do sinal de saída.

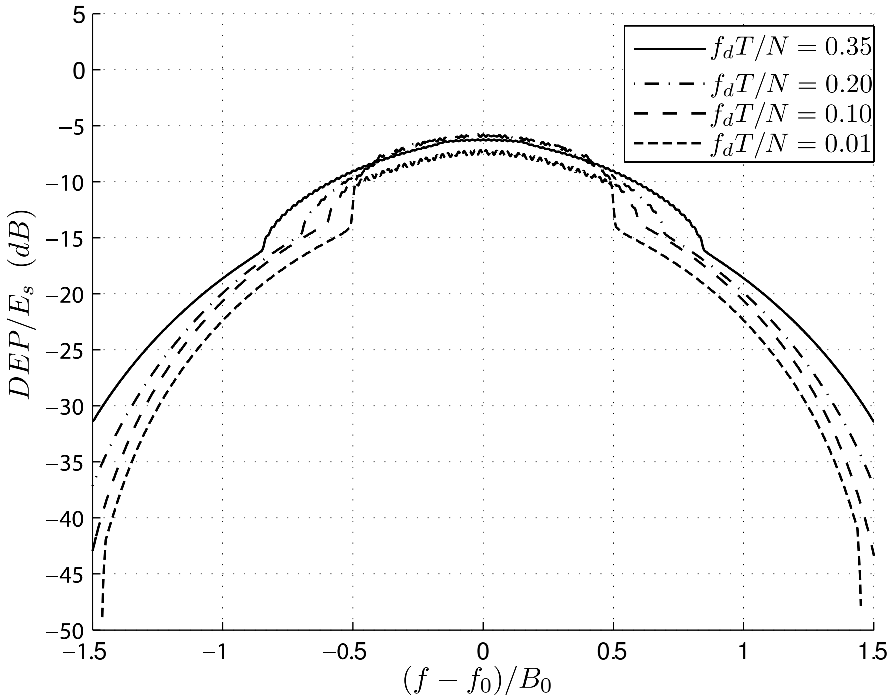

Figura 4.3: Densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída, para diferentes valores de f_dT/N e OBO = 3dB (IBO = 2.7dB)

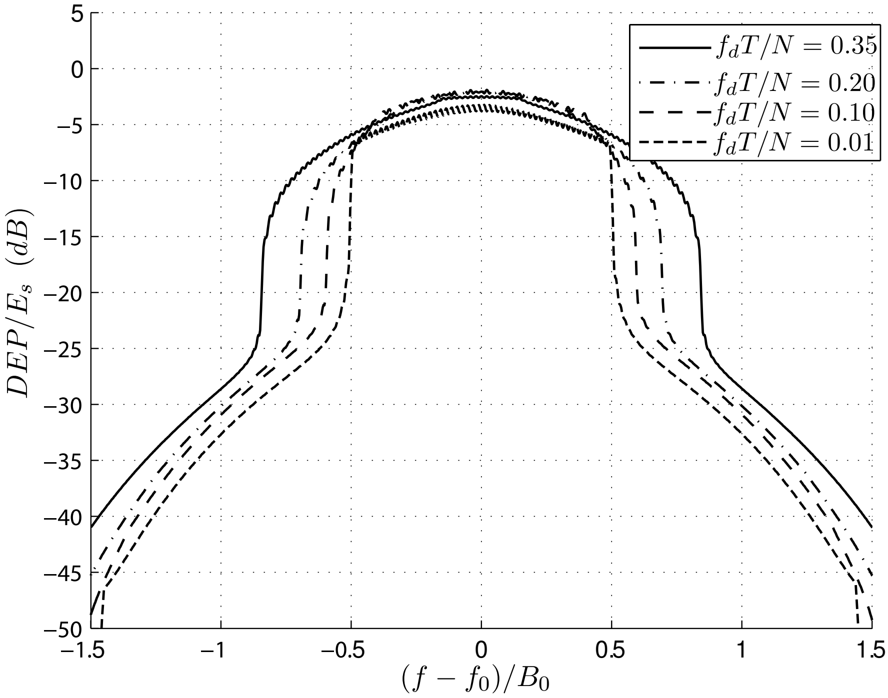

Figura 4.4: Densidade espectral de potência da envoltória complexa do sinal de saída, para diferentes valores de f_dT/N e OBO = 5dB (IBO = 8.2dB)

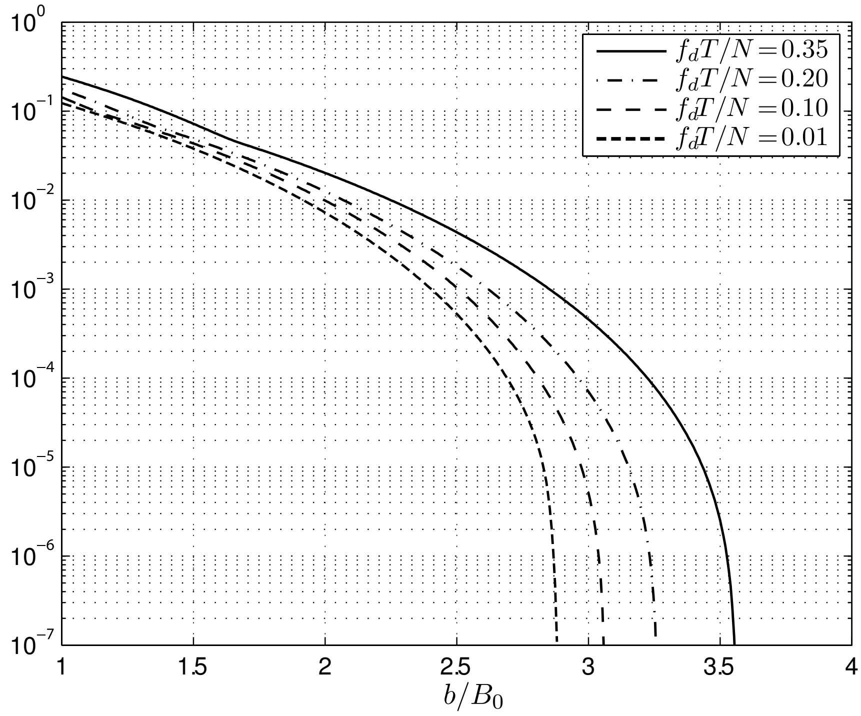

Figura 4.5: Percentual de potência do sinal de saída do canal considerado, com OBO = 3dB (IBO = 2.7dB), fora da faixa de frequências correspondente a uma banda b em torno de f_0.

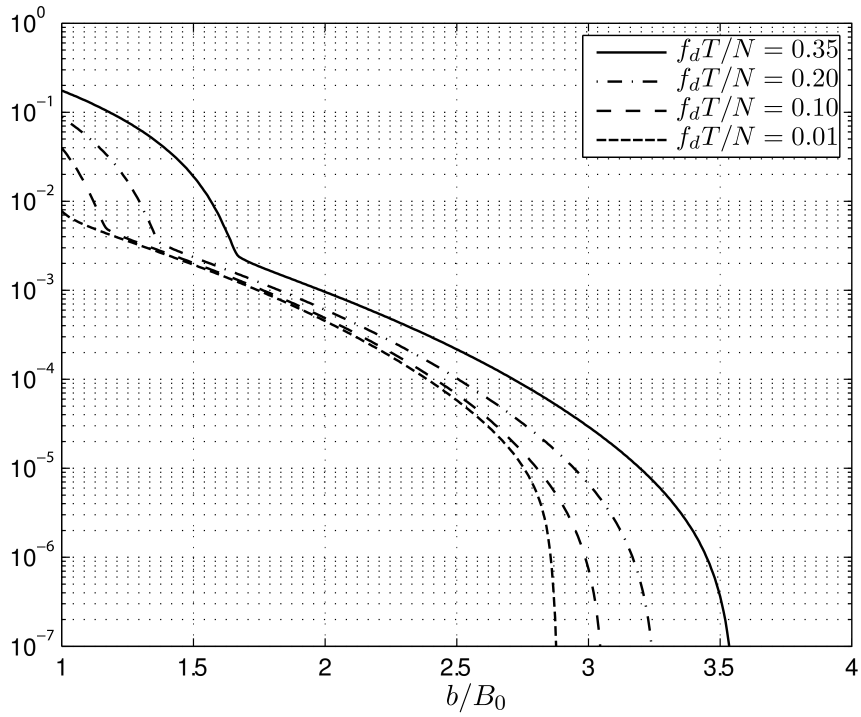

Figura 4.6: Percentual de potência do sinal de saída do canal considerado, com OBO = 5dB (IBO = 8.2dB), fora da faixa de frequências correspondente a uma banda b em torno de f_0.

4.4 Resumo

Este capítulo apresentou um desenvolvimento analítico que permite analisar o efeito, sobre o espectro de sinais OFDM, de um canal constituído por uma não-linearidade com memória seguida por um canal de propagação multipercurso. O canal foi modelado por uma série de Volterra variante no tempo e a envoltória complexa do sinal OFDM por um processo estocástico gaussiano próprio, complexo, estacionário no sentido amplo (ESA) e de média nula. Expressões derivadas para determinar a média e a função autocorrelação do sinal de saída foram obtidas utilizando-se um Teorema de momentos para processos gaussianos [61]. Mostrou-se, neste capítulo, que o sinal de saída é estacionário no sentido amplo (ESA), assim, a densidade espectral de potência do sinal de saída foi calculada mediante a Transformada de Fourier da sua função autocorrelação. Os resultados analíticos foram aplicados a um caso particular, permitindo uma avaliação quantitativa do espalhamento espectral de sinais OFDM provocado pela utilização de dispositivos não-lineares em canais moveis.

Os resultados obtidos nesta etapa foram apresentados no artigo: "Efeitos de não-linearidade variante no tempo sobre o espectro de sistemas OFDM móveis" publicado nos Anais do XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações 2013 [62].