

2

Caracterização do Fenômeno de Estabilidade de Tensão e Índices de Avaliação das Condições de Estabilidade de Tensão

2.1.

Introdução

O objetivo deste capítulo é caracterizar o fenômeno de estabilidade de tensão, verificando a existência de máxima transmissão de potência e de uma região de operação onde ações de controle podem ter efeito oposto ao esperado. Além disso, será apresentada uma ferramenta analítica de avaliação das condições de estabilidade de tensão, com base em modelo matemático simples, capaz de fornecer uma interpretação física direta do fenômeno. A ferramenta identifica se a solução de tensão para uma carga ou geração conectada à barra i em análise está na parte superior, na inferior e a distância à ponta da curva ϕ constante no plano SV [5], ponto correspondente ao máximo carregamento.

2.2.

O Problema de Estabilidade de Tensão

É um problema associado ao fluxo de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão. É caracterizado por uma máxima carga que pode ser alimentada ou por uma máxima geração que pode ser injetada, além de uma região de operação onde ações de controle de tensão podem ter resultados opostos ao esperado.

O fenômeno de estabilidade de tensão começou a aparecer na operação depois da instalação de compensação de potência reativa com a finalidade de aumentar a potência máxima que pode ser transferida de geradores para cargas em níveis de tensão adequados. Inicialmente o sistema era operado com baixo carregamento e não havia necessidade de compensação reativa. O fenômeno de estabilidade ainda não se manifestava porque, antes disso, as proteções de baixa tensão atuavam. Com a entrada de compensação reativa, o fenômeno de

estabilidade de tensão passou a poder ocorrer com tensões na faixa normal de operação.

2.3. Equações de Fluxo de Potência Ativa e Reativa Injetada na Barra de Carga

Utilizando-se o circuito de duas barras mostrado na Figura 2.1, deduzem-se as equações da potência ativa e reativa “saindo” da barra terminal.

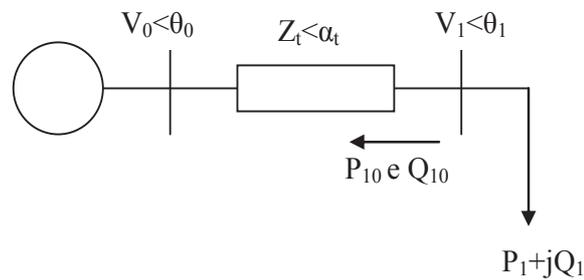


Figura 2.1 Sistema Série de Duas Barras

$$S_{10}^* = P_{10} - jQ_{10} = V_1^* I_{10} \quad (2.1)$$

$$I_{10} = \frac{V_1 \angle \theta_1 - V_0 \angle \theta_0}{Z_t \angle \alpha_t} \quad (2.2)$$

$$V_1^* = V_1 \angle -\theta_1 \quad (2.3)$$

Substituindo-se (2.2) e (2.3) em (2.1):

$$S_{10}^* = \frac{V_1^2 \cdot \cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 \cdot V_0 \cdot \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} - j \left[\frac{V_1^2 \cdot \sin(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 \cdot V_0 \cdot \sin(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \right] \quad (2.4)$$

Separando-se (2.4) em parte real e imaginária:

$$P_{10} = -P_1 = \frac{V_1^2}{Z_t} \cos \alpha_t - \frac{V_1 V_0}{Z_t} \cos(\theta_{10} + \alpha_t) \quad (2.5)$$

$$Q_{10} = -Q_1 = \frac{V_1^2}{Z_t} \sen \alpha_t - \frac{V_1 V_0}{Z_t} \sen(\theta_{10} + \alpha_t) \quad (2.6)$$

Variando-se θ_{10} em (2.5), pode-se calcular V_1 e, portanto, traçar-se a curva para P_{10} constante no plano θV . Por outro lado, pode-se calcular P_{10} e, portanto, traçar-se a curva para V_1 constante no plano VP .

Variando-se θ_{10} em (2.6), pode-se calcular V_1 e, portanto, traçar-se a curva para Q_{10} constante no plano θV .

Na Figura 2.2 apresentam-se as curvas de potência ativa consumida na carga versus a defasagem angular de tensão (θ_1) considerando um certo valor de módulo de tensão na carga (V_1). É possível observar que, para todas as curvas traçadas com V_1 constante, existe uma máxima potência ativa que pode ser transmitida à carga. Esse máximo ocorre quando $\theta_1 = -\alpha_t$.

Na Figura 2.2 também é possível observar o limite de estabilidade estático angular dividindo as duas regiões de operação (operação instável e operação estável). É a reta vertical passando em $\theta_1 = -\alpha_t$.

A medida que V_1 aumenta (através de Q cada vez mais capacitivo) o valor máximo de P aumenta. Entretanto, a partir de um certo valor de V_1 , à medida que V_1 aumenta, o valor máximo de P decresce. Observa-se a existência de uma carga ativa “*maximum maximorum*”, mesmo com capacidade infinita de compensação reativa na barra de carga. (isto é, Q podendo assumir qualquer valor). A existência desse máximo será mais bem detalhada na Seção 2.6.

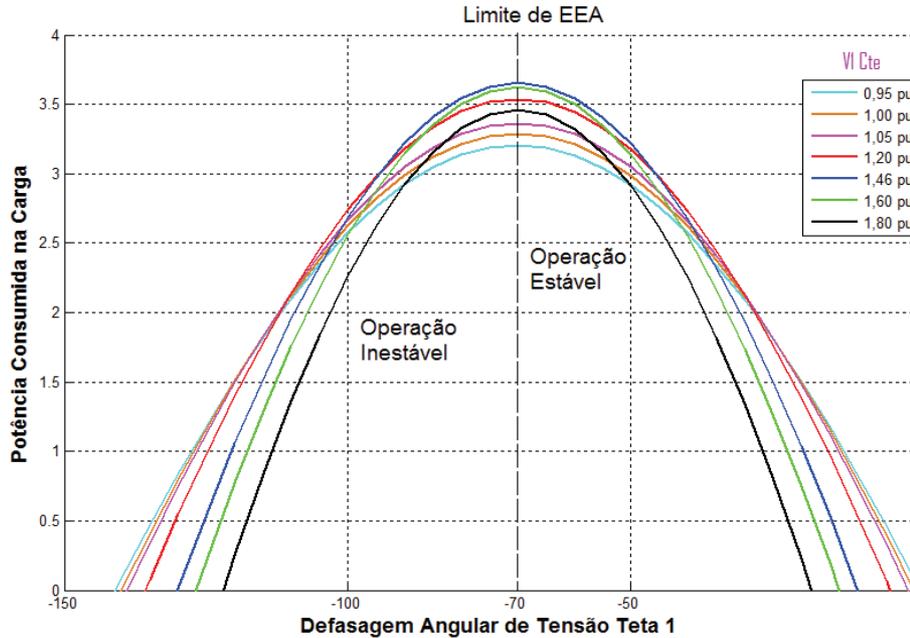


Figura 2.2 Potência Ativa Consumida na Carga vs Defasagem Angular

2.4. Curvas P, Q e ϕ Constantes.

No circuito simples da Figura 2.1 em análise, as equações estáticas de fluxo de carga coincidem com as equações de fluxo de potência ativa e reativa chegando na barra de carga, igualadas com a potência consumida na carga.

Conseqüentemente, a variação dos valores de carga está diretamente relacionada com a variação do fluxo de potência na linha de transmissão. Deve-se notar que não houve preocupação quanto aos valores quantitativos das diversas grandezas envolvidas nos gráficos das figuras. A opção escolhida foi manter a análise qualitativa, tomando-se valores numéricos quaisquer, independente de sua possibilidade física para o problema. A propósito, somente são considerados para análise, casos em que a carga ativa seja maior ou igual a zero, ou seja, não se estuda a possibilidade de ser, na verdade, um gerador.

As equações (2.5) e (2.6) podem ser reescritas como:

$$V_1^2 \cdot \left[\frac{\cos \alpha_t}{Z_t} \right] - V_1 \cdot \left[\frac{V_0 \cdot \cos (\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \right] + [P_1] = 0 \quad (2.7)$$

$$V_1^2 \cdot \left[\frac{\sin \alpha_t}{Z_t} \right] - V_1 \cdot \left[\frac{V_0 \cdot \sin (\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \right] + [Q_1] = 0 \quad (2.8)$$

Usando-se (2.7) e (2.8), as curvas na Figura 2.3 para diferentes valores de P e Q constantes foram traçadas no plano θV . Os dados numéricos utilizados foram $V_0 = 1 \angle 0^\circ$ pu e $Z_t = 0,2 \angle 70^\circ$ pu.

Na Figura 2.3 pode-se observar que o lugar geométrico de cada par (θ_1, V_1) nos isocontornos da potência ativa (P) vai diminuindo a medida que P aumenta, até que se reduz a um único ponto conhecido como “máximo maximorum”. Para a carga ativa maior do que essa, não há solução para V_1 real positivo para qualquer valor de θ_1 . Em outras palavras não é possível para esse sistema alimentar uma carga ativa maior do que essa.

Da mesma forma, acontece com o lugar geométrico dos pares (θ_1, V_1) nos isocontornos da potência reativa, desde um certo valor de Q capacitivo (negativo), até um valor máximo de Q indutivo(positivo).

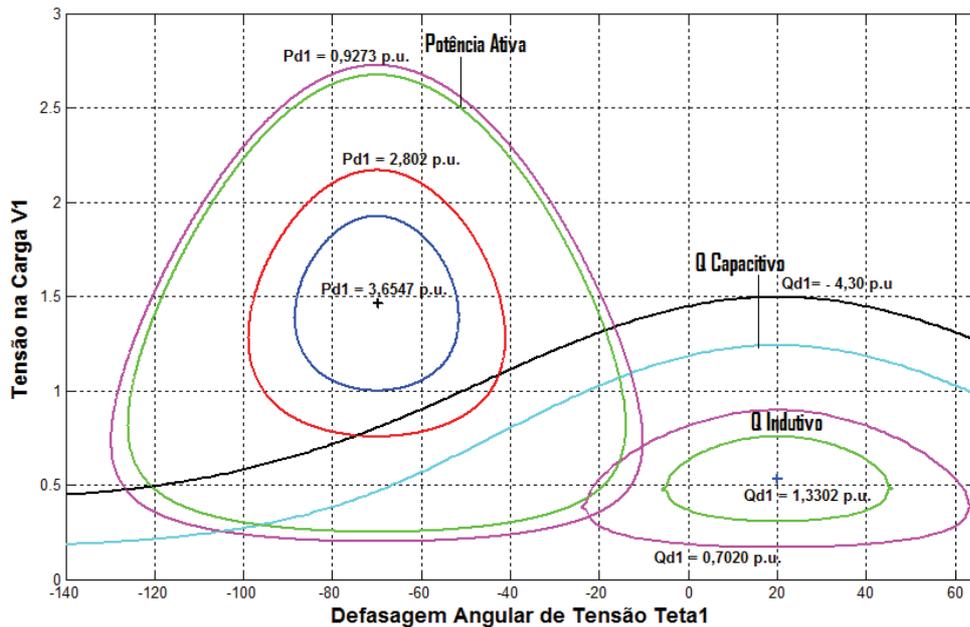


Figura 2.3 Potência Ativa e Reativa Consumida na Carga vs Defasagem Angular

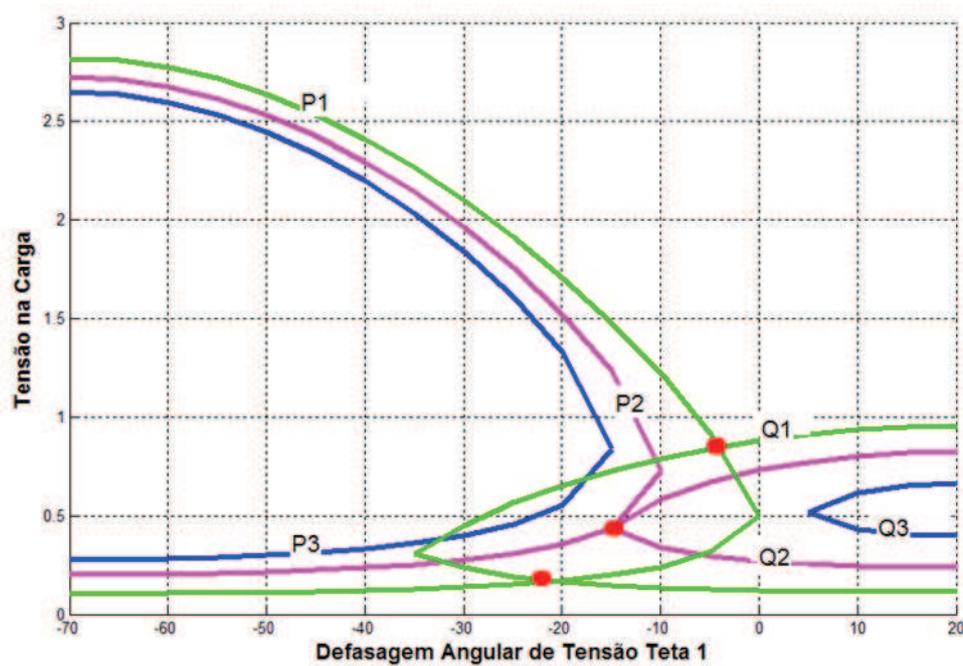


Figura 2.4 Três Possibilidades de Solução para a Tensão na Carga com Mesmo Fator de Potência

Na Figura 2.4 são mostradas três possibilidades de solução para tensão na carga. Para o par escolhido (P_1 e Q_1) as duas curvas se cortam em dois pontos. São as duas soluções de tensão. Ou seja, para uma única carga existem duas soluções de tensão (θ_1, V_1).

As duas soluções de tensão (θ_1, V_1) se aproximam à medida que a carga ativa e reativa vai crescendo, mantendo o fator de potência constante como se mostra para o par (P_2 e Q_2).

As soluções se juntam em uma única quando a carga é máxima, já que para cargas maiores as duas curvas não se cortam (o que significa que não há solução de tensão). Repetindo-se os mesmos gráficos para diferentes fatores de potência conclui-se que existe uma carga ativa e reativa máxima que pode ser alimentada, uma para cada fator de potência.

2.4.1. ϕ Constante

A tangente do ângulo do fator de potência na carga é:

$$\tan \phi = \frac{Q_{10}}{P_{10}} = \frac{\frac{V_1^2}{Z_t} \cdot \text{sen } \alpha_t - \frac{V_1 V_0 \cdot \text{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t}}{\frac{V_1^2}{Z_t} \cdot \text{cos } \alpha_t - \frac{V_1 V_0 \cdot \text{cos}(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t}} \quad (2.9)$$

A equação (2.9) relaciona o módulo e o ângulo da tensão na barra de carga num sistema série de duas barras e o ângulo do fator de potência na carga. Para ϕ constante, variando-se θ_{10} em (2.9), pode-se calcular V_1 e, portanto, traçar-se a curva para ϕ constante no plano θV .

Deixando V_1 em função do ângulo do fator de potência da carga tem-se:

$$V_1 = \frac{V_0 \cdot [\text{sen}(\theta_{10} + \alpha_t) - \tan \phi \cdot \text{cos}(\theta_{10} + \alpha_t)]}{\text{sen } \alpha_t - \tan \phi \cdot \text{cos}(\alpha_t)} \quad (2.10)$$

Na Figura 2.5 mostram-se diferentes curvas traçadas no plano θV com distintos fatores de potência (ϕ constante).

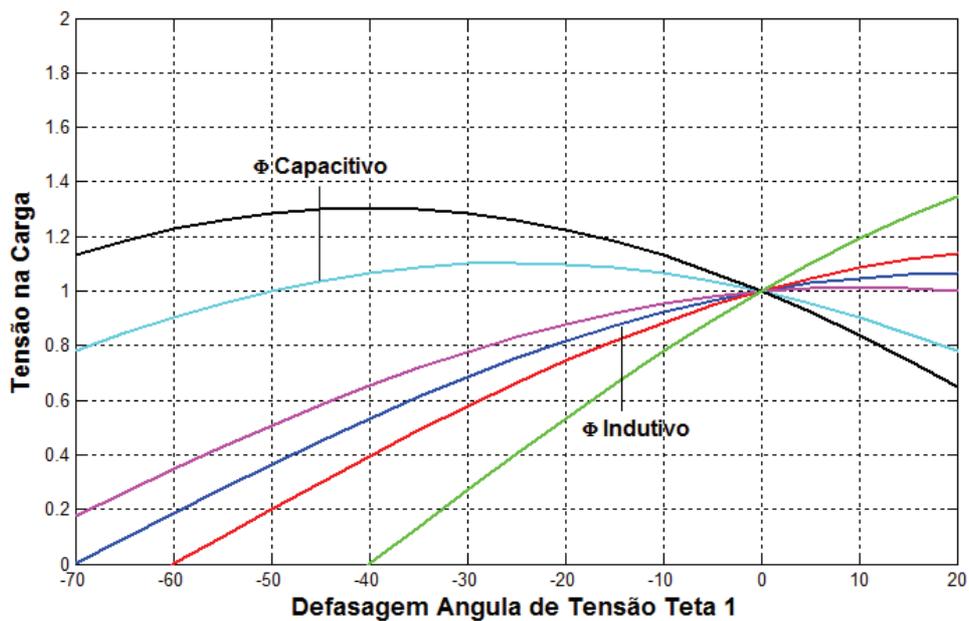


Figura 2.5 Tensão na Carga vs Defasagem Angular com ϕ Constante

2.5. O Limite de Estabilidade de Tensão (LET)

A corrente que flui no circuito mostrado na Figura 2.6, correspondente ao diagrama unifilar da Figura 2.1, é:

$$I_{01} = \frac{V_0}{Z_t \angle \alpha_t + Z_c \angle \phi} \quad (2.11)$$

$$I_{01} = \frac{V_0}{\sqrt{(Z_t \cdot \cos \alpha_t + Z_c \cdot \cos \phi)^2 + (Z_t \cdot \sin \alpha_t + Z_c \cdot \sin \phi)^2}} \quad (2.12)$$

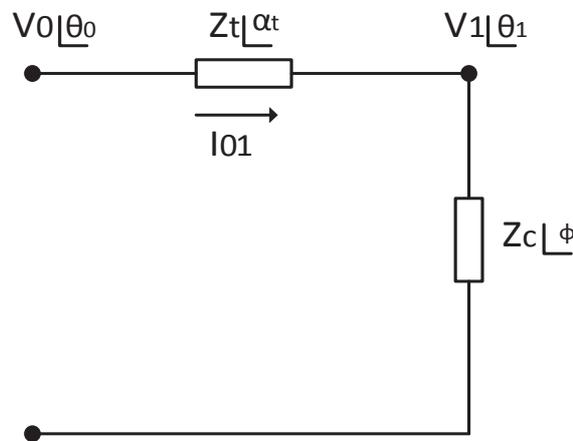


Figura 2.6 Circuito com as Impedâncias da Transmissão e da Carga

A potência ativa que “sai” da barra de carga, e que é igual ao negativo da potência consumida na carga é:

$$P_{10} = -P_1 = -I_{01}^2 \cdot Z_c \cdot \cos \phi \quad (2.13)$$

Substituindo (2.12) em (2.13):

$$P_{01} = - \frac{V_0^2 \cdot Z_c \cdot \cos \phi}{Z_t^2 \cdot \cos^2 \alpha_t + 2 \cdot Z_t \cdot Z_c \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \phi + Z_c^2 \cdot \cos^2 \phi + b} \quad (2.14)$$

onde:

$$b_{L <^6 OA \text{ } \text{ } E t < < OA J O AJ E <^6 OA \text{ } \text{ } } \quad (2.15)$$

Reescrevendo:

$$2_{54} L F 2_5 L F \frac{8_4^6 <}{<^6 E <^6 E t < < : F ;} \quad (2.16)$$

De (2.16), calcula-se o valor de < que maximiza a potência ativa que chega na barra de carga através da primeira derivada de 2_5:

$$\frac{2_5}{< \dots} L \frac{8_4^6 \times^6 E <^6 E t < < : F ;?}{\times^6 E <^6 E t < < : F ;?} \quad (2.17)$$

$$\frac{F < \dots 8_4^6 \times^6 E <^6 E t < < : F ;?}{\times^6 E <^6 E t < < : F ;?} L r$$

Logo:

$$8_4^6 <^6 E 8_4^6 <^6 E t 8_4^6 < < : F ; F t 8_4^6 <^6$$

$$F t 8_4^6 < < : F ; L r \quad (2.18)$$

que é reduzido a:

$$8_4^6 <^6 L 8_4^6 <^6 < L < \quad (2.19)$$

Calcula-se a segunda derivada de 2_5 em relação à < para conferir se é efetivamente um ponto de máximo:

$$\frac{! \cdot -}{! \cdot} \cdot @ < 0 \quad (2.20)$$

De (2.19) e (2.20), conclui-se que 2_5 é máximo quando:

$$< L < \quad (2.21)$$

Substituindo-se (2.21) em (2.16) e chamando de P_1^C à máxima carga que pode ser alimentada no ponto de operação, tem-se:

$$P_1^C = \frac{V_0^2 \cdot Z_c \cdot \cos \phi}{2 \cdot Z_c^2 \cdot [1 + \cos(\phi - \alpha_t)]} \quad (2.22)$$

que é reduzido a:

$$P_1^C = \frac{V_0^2 \cdot \cos \phi}{4 \cdot Z_c \cdot \cos^2\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.23)$$

Para P_1^C e uma dada impedância de carga Z_c com fator de potência ϕ :

$$V_1 = Z_c \cdot I_{01} \Rightarrow V_1 = \frac{V_0 \cdot Z_c}{\sqrt{2 \cdot Z_c^2 \cdot (1 + \cos(\phi - \alpha_t))}} \quad (2.24)$$

Usando-se (2.21)

$$V_1 = \frac{V_0}{\sqrt{4 \cdot \cos^2\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)}} \quad (2.25)$$

Chamando de V_1^C o módulo da tensão na barra terminal no ponto de operação correspondente à máxima carga que pode ser alimentada:

$$V_1^C = \frac{V_0}{2 \cdot \cos\left(\frac{\phi - \alpha_t}{2}\right)} \quad (2.26)$$

Por outro lado:

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_c \cdot \dot{I}_{01} \text{ logo } V_1 \angle \theta_1 = Z_c \angle \phi \frac{V_0}{Z_t \angle \alpha_t + Z_c \angle \phi} \quad (2.27)$$

Considerando só a parte real e usando (2.21):

$$V_1 \cos \theta_1 = \frac{V_0 \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi + \cos^2 \phi + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi \cdot \sin^2 \phi)}{d} \quad (2.28)$$

onde:

$$d = [\cos^2 \alpha_t + 2 \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \phi + \cos^2 \phi + \sin^2 \alpha_t + 2 \cdot \sin \alpha_t \cdot \sin \phi + \sin^2 \phi] \quad (2.29)$$

Operando (2.28) e (2.29):

$$\begin{aligned} V_1 \cos \theta_1 &= \frac{V_0 \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi + 1)}{2 \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \phi + 2 \cdot \sin \alpha_t \cdot \sin \phi + 2} \\ &= \frac{V_0 \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi + 1)}{2 \cdot (\cos \alpha_t \cdot \cos \phi + \sin \alpha_t \cdot \sin \phi + 1)} \end{aligned} \quad (2.30)$$

que é reduzido a:

$$\delta_3 = L \frac{\delta_4}{t} \quad (2.31)$$

Igualando-se (2.26) a (2.31), obtém-se:

$$\frac{\delta_4}{t} = L \frac{\delta_4}{t} \rightarrow \frac{F}{t} ? \quad (2.32)$$

Chamando de δ_5 o ângulo da tensão na barra terminal no ponto de operação correspondente à máxima carga que pode ser alimentada:

$$\delta_5 = L \frac{F}{t} \quad (2.33)$$

O LET é o lugar geométrico das tensões em módulo e ângulo (V_1^C e θ_1^C), onde o módulo da impedância equivalente da carga é igual ao módulo da impedância da linha de transmissão série. O LET representa os pontos da máxima transmissão de potência à carga, uma para cada fator de potência (o que depende da parte reativa e/ou eventual compensação reativa da carga). Em outras palavras, variando-se e usando-se (2.5), (2.31) e (2.33) traça-se o LET no plano SV como mostrado na Figura 2.7.

Como as curvas são traçadas para ϕ constante, usar par de eixos SV, PV ou QV é indiferente.

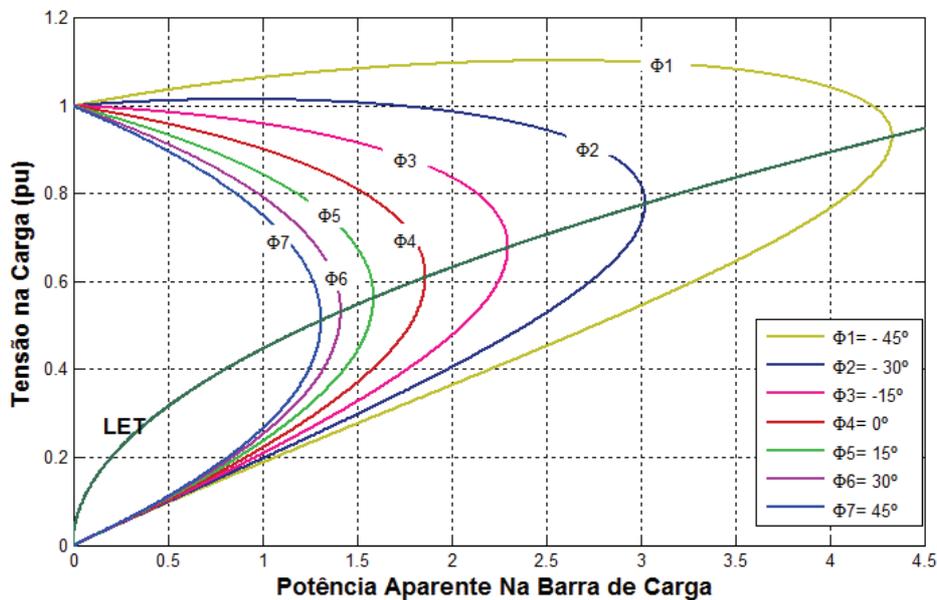


Figura 2.7 Limite de Estabilidade de Tensão no Plano SV

2.6.

A Existência da Potência Transmitida “*Maximum Maximorum*”

São mostradas na Figura 2.8 várias curvas para P constante, entre 0,00 e 3,65 pu. Quanto mais interna a curva, maior a potência ativa transmitida para a carga. A curva vai diminuindo o perímetro até que se reduz a um único ponto e que, portanto, corresponde à carga “*maximum maximorum*” que pode ser atendida. Mostram-se também cinco diferentes níveis de carga reativa constante a partir de $Q=1,29$ pu indutiva até $Q=-10,04$ pu capacitiva.

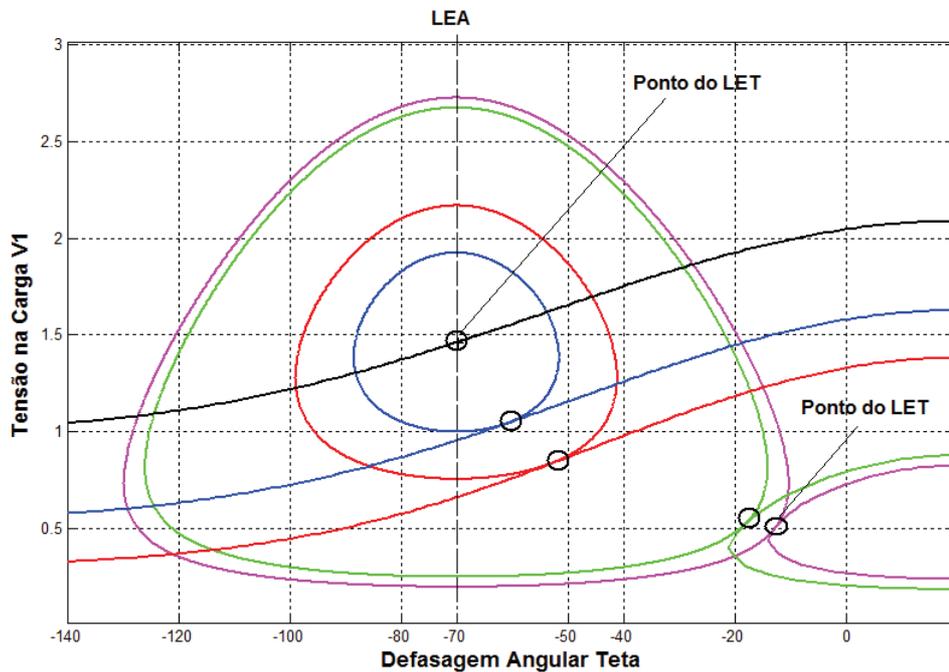


Figura 2.8 Lugar Geométrico da Tensão na Carga para Diferentes Níveis de Potência Ativa e Reativa Constante

Na Figura 2.8, no ponto onde $P_5=3,65$ pu é o máximo fluxo de potência ativa, a carga reativa é $Q_5=-10,04$ pu (capacitiva). Estes valores representam um ângulo de fator de potência de -70° . Isso é um resultado conhecido que diz que a máxima absorção de potência ativa por uma impedância de carga ocorre quando esta impedância é igual em módulo e conjugada em ângulo, em relação à impedância série da linha de transmissão.

O LET passa por todos os pontos onde as curvas P e Q constante se tocam num único ponto no plano θV , isto é, une todos os pontos de máximo carregamento, como se mostra na Figura 2.8. Esse valor máximo é dependente do ângulo do fator de potência.

2.7. Índices e Margens para Avaliação

O objetivo é identificar se a solução de tensão para uma carga conectada à barra i está na parte superior, na inferior e a distância à “ponta do nariz” da curva ϕ constante no plano SV [2].

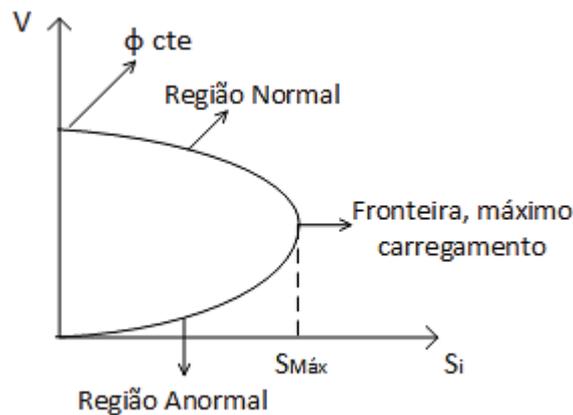


Figura 2.9. Regiões na Curva ϕ Constante no Plano SV

A “ponta de nariz” corresponde à máxima quantidade de potência ativa e reativa que pode ser transmitida à carga ou transmitida a partir de um gerador. O carregamento da rede de transmissão é representado por condições nodais associadas ao máximo fluxo de potência ativa e reativa que pode ser transmitida dos geradores para as cargas. Desenvolve-se uma ferramenta analítica de avaliação dessas condições nodais com base num modelo matemático simples, mas poderoso, de uma interpretação física direta do fenômeno. Índices abrangentes e significativos de avaliação são deduzidos [6].

2.7.1. Desenvolvimento do Método

Para o sistema de duas barras, o sistema linearizado das equações de fluxo de carga é:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} h_L > ? \dot{z}_8 h \quad (2.34)$$

Colocando para baixo as equações relativas à barra i em análise e para a direita as colunas correspondentes à barra i , fica:

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Onde:

$\Delta P'$ é igual a ΔP excluindo o elemento ΔP_i

$\Delta Q'$ é igual a ΔQ excluindo o elemento ΔQ_i

$\Delta \theta'$ é igual a $\Delta \theta$ excluindo o elemento $\Delta \theta_i$

$\Delta V'$ é igual a ΔV excluindo o elemento ΔV_i

A, B, C, D são sub-matrizes da matriz Jacobiana particionada, onde:

[A] representa a matriz Jacobiana original do sistema, excluindo as linhas e colunas referentes à barra em análise.

[B] representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa do sistema em relação às variáveis dependentes da barra em estudo.

[C] representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa da barra em análise em relação às outras variáveis dependentes do sistema.

[D] representa as derivadas das equações de potência ativa e reativa da barra em análise em relação às suas próprias variáveis dependentes.

Como o interesse é verificar o efeito das variações infinitesimais das injeções ΔP_i e ΔQ_i sobre o ângulo e módulo da tensão, faz-se $\Delta P' = 0$ e $\Delta Q' = 0$ isto é, inibem-se variações infinitesimais de carga e geração ativa e reativa nas barras com equações no sistema linearizado.

O sistema pode ser reduzido para:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [D'] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\text{Onde } [D'] = [D] - [C] * [A^{-1}] * [B] \quad (2.37)$$

A matriz D' relaciona P_i , Q_i , com θ_i e V_i , levando em consideração o restante do sistema. Tem dimensão (2x2).

2.7.2. Módulo do Determinante da Matriz $[D']$

2.7.2.1. Sistema Duas Barras

Em um sistema de duas barras, o fluxo de potência que chega à barra i é igual à carga consumida. Considerando k como a barra de geração, o determinante da matriz $[D']$ é calculado por:

$$\det[D'] = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} * \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} - \frac{\partial P_i}{\partial V_i} * \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \quad (2.38)$$

Onde:

$$P_i = V_i^2 G_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) \quad (2.39)$$

$$Q_i = -V_i^2 B_{ii} + V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.40)$$

Derivando (2.39) e (2.40) e substituindo as quatro derivadas em (2.38), obtém-se:

$$\begin{aligned} \det[D'] = & -V_i V_k^2 (G_{ik}^2 + B_{ik}^2) + 2V_i^2 B_{ii} (V_k G_{ik} \sin \theta_{ik} - V_k B_{ik} \cos \theta_{ik}) \\ & - 2V_i^2 G_{ii} (V_k G_{ik} \cos \theta_{ik} + V_k B_{ik} \sin \theta_{ik}) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Fazendo $Y_{ik}^2 = G_{ik}^2 + B_{ik}^2$ e multiplicando ambos os lados de (2.41) por V_i :

$$\begin{aligned} \det[D'] \cdot V_i = & -[V_i V_k Y_{ik}]^2 + 2V_i^2 B_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})] \\ & - 2V_i^2 G_{ii} [V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})] \end{aligned} \quad (2.42)$$

Por outro lado, a potência aparente injetada na barra i é dada por $S_i = P_i + jQ_i$.

De (2.39) e (2.40):

$$S_i^2 = P_i^2 + Q_i^2 = V_i^4 \cdot (G_{ii}^2 + B_{ii}^2) + V_i^2 \cdot V_k^2 \cdot Y_{ik}^2 + 2V_i^2 G_{ii} V_i V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \operatorname{sen} \theta_{ik}) - 2V_i^2 B_{ii} V_i V_k (G_{ik} \operatorname{sen} \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) \quad (2.43)$$

Fazendo $S_{i0}^2 = V_i^4 * Y_{ii}^2$, e comparando (2.42) e (2.43) obtém-se finalmente:

$$\det[D']V_i = S_{i0}^2 - S_i^2 \quad (2.44)$$

O resultado obtido é muito importante para o estudo do carregamento da rede. Aumentando gradualmente o valor da potência injetada S_i , o máximo será alcançado quando S_i^2 for igual a S_{i0}^2 , fazendo com que o produto $\det[D'] \cdot V_i$ seja igual a zero.

Dessa forma pode-se dizer que, para um sistema de duas barras:

- S_i^2 é a potência injetada, ao quadrado, na barra i no ponto de operação em análise.
- S_{i0}^2 é a estimativa da potência, ao quadrado, “máxima” que pode ser injetada na barra i (dado por $S_{i0}^2 = V_i^4 \cdot Y_{ii}^2$).
- $\det[D'] \cdot V_i$ é o indicador da distância de S_i^2 a S_{i0}^2 .

2.7.2.2. Sistema Multi-Nó

O importante resultado obtido para um sistema de duas barras agora é estendido ao sistema multi-nó. Seja $[D]$ a matriz que relaciona linearmente as injeções de potência ativa e reativa ao ângulo e módulo da tensão na barra i :

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} & \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & z \\ y & u \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

e seja:

$$[-C \cdot A^{-1} \cdot B] = \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

Usando (2.45) e (2.46) em (2.37):

$$\det[D'] = \det \left[\begin{pmatrix} x & z \\ y & u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_3 \\ b_2 & b_4 \end{pmatrix} \right] \tag{2.47}$$

$$\det[D'] = [x \cdot u - y \cdot z] + [x \cdot b_4 - y \cdot b_3] + [b_1 \cdot u - b_2 \cdot z] + [b_1 \cdot b_4 - b_2 \cdot b_3] \tag{2.48}$$

De (2.45) tem-se:

$$\det[D] = [x \cdot u - y \cdot z] \tag{2.49}$$

Substituindo (2.49) em (2.48):

$$\det[D'] = \det[D] + [x \cdot b_4 - y \cdot b_3] + [b_1 \cdot u - b_2 \cdot z] + [b_1 \cdot b_4 - b_2 \cdot b_3] \tag{2.50}$$

O resultado obtido para um sistema de duas barras, onde α aqui repetido para comodidade, α (2.44) pode ser estendido. Multiplicando-se ambos os lados de (2.50) por α

$$\alpha \det[D'] = \alpha \det[D] + \alpha [x \cdot b_4 - y \cdot b_3] + \alpha [b_1 \cdot u - b_2 \cdot z] + \alpha [b_1 \cdot b_4 - b_2 \cdot b_3] \tag{2.51}$$

Onde:

$$\alpha \det[D] = \alpha [x \cdot u - y \cdot z] \tag{2.52}$$

Substituindo (2.44) em (2.51):

$$\alpha \det[D'] = \alpha [x \cdot u - y \cdot z] + \alpha [x \cdot b_4 - y \cdot b_3] + \alpha [b_1 \cdot u - b_2 \cdot z] + \alpha [b_1 \cdot b_4 - b_2 \cdot b_3] \tag{2.53}$$

O novo termo $\Delta det.V_i$ pode ser escrito a partir de (2.51):

$$\Delta det.V_i = (\det[D] - \det[D']).V_i \quad (2.54)$$

Dessa forma, pode-se dizer que, para um sistema multi-nó:

- S_i^2 é a potência injetada, ao quadrado, na barra i no ponto de operação em análise,
- S_{i0}^2 é a estimativa da potência, ao quadrado, máxima que poderia ser injetada para a barra i (dado por $S_{i0}^2 = V_i^4 \cdot Y_{ii}^2$),
- $\Delta det.V_i$ está relacionada à potência injetada no restante do sistema que limita a injeção de potência na barra i (dado por $\Delta det.V_i = (\det[D] - \det[D']).V_i$),
- $S_m^2 = S_{i0}^2 - \Delta det.V_i$ é definida como a estimativa da máxima potência aparente, ao quadrado, que poderia ser injetada na barra i , considerando todo o sistema. É possível, em casos extremos, que o índice S_m^2 possua valores negativos quando $S_{i0}^2 < \Delta det.V_i$. Isso pode acontecer:
 - se o termo $S_{i0}^2 = V_i^4 \cdot Y_{ii}^2$ for pequeno, isto é, se o elemento diagonal da matriz admitância da barra for pequeno,
 - se o termo $\Delta det.V_i = (\det[D] - \det[D']).V_i$ for grande, o que ocorre principalmente se $\det[D'] \cdot V_i < 0$.
- $S_m = \text{sin}(\angle(S_{i0}^2 - \Delta det.V_i)) \sqrt{|S_{i0}^2 - \Delta det.V_i|}$ é uma estimativa da máxima potência aparente que estaria sendo injetada na barra i , calculada no ponto de operação em análise.

2.7.3. Sinal do Determinante da Matriz [D']

Os vetores gradiente de potência ativa e reativa podem ser escritos como:

$$\begin{aligned}\dot{V}P &= \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \vec{i} + \frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \\ \dot{V}Q &= \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \cdot \vec{i} + \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}\end{aligned}\quad (2.55)$$

onde \vec{i}, \vec{j} e \vec{k} são vetores unitários de uma base ortonormal.

O produto vetorial é:

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = \left[\left(\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} \right) - \left(\frac{\partial P_i}{\partial V_i} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} \right) \right] \cdot \vec{k} \quad (2.56)$$

Substituindo (2.38) em (2.56):

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = \det[D'] \cdot \vec{k} \quad (2.57)$$

Como

$$\dot{V}P \times \dot{V}Q = |\dot{V}P| \cdot |\dot{V}Q| \cdot \text{sen}\beta \quad \text{na direção } \vec{k} \quad (2.58)$$

onde β é o ângulo entre $\dot{V}P$ e $\dot{V}Q$, tem-se:

$$\det[D'] = |\dot{V}P| \cdot |\dot{V}Q| \cdot \text{sen}\beta \quad (2.59)$$

Como o sinal de $\det[D']$ é função somente de β , tem-se:

$$\det[D'] > 0 \text{ se } \text{sen}\beta > 0, \rightarrow 0^\circ < \beta < 180^\circ$$

$$\det[D'] < 0 \text{ se } \text{sen}\beta < 0, \rightarrow 0^\circ > \beta > -180^\circ$$

$$\det[D'] = 0 \text{ se } \text{sen}\beta = 0, \rightarrow \beta = \pm 180^\circ, \beta = 0^\circ$$

Observa-se na Figura 2.10 que, tomando ∇P_i como eixo de referência, na região superior da curva SV sempre que ocorre $0^\circ < \beta < 180^\circ$ e na região inferior da mesma curva sempre ocorre $0^\circ < \beta < -180^\circ$. No ponto máximo, os vetores gradientes ∇P_i e ∇Q_i estão alinhados, e então o ângulo β formado por esses dois vetores é $\pm 180^\circ$ ou 0° [7].

Portanto, $\det[D'] > 0$ caracteriza a parte superior da curva SV e $\det[D'] < 0$ caracteriza a parte inferior da mesma curva, enquanto que $\det[D'] = 0$ caracteriza a fronteira entre essas duas regiões, isto é, a “ponta do nariz”.

E ainda, é fácil perceber que o ângulo β pode complementar a avaliação do carregamento da rede, indicando a região de operação e a distância angular até o máximo.

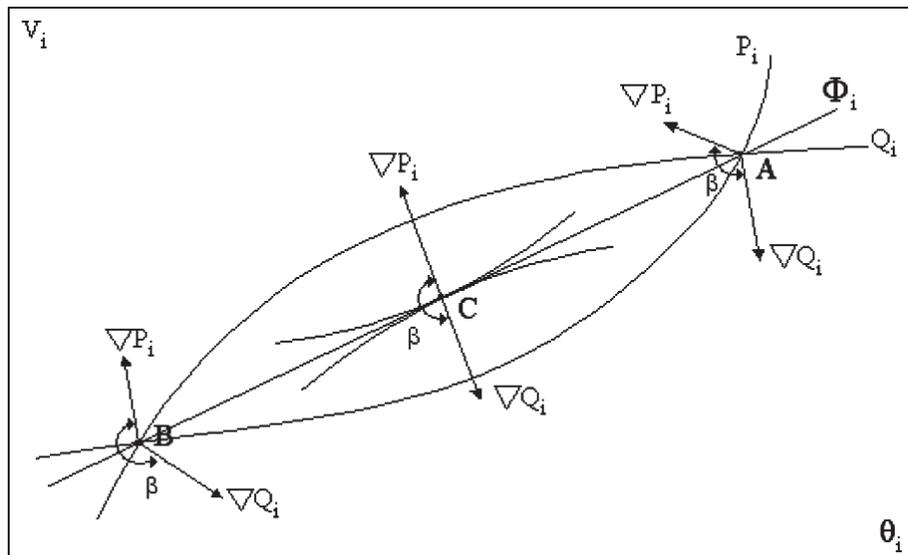


Figura 2.10 Localização do Vetor Gradiente de P_i e Q_i no Plano θV

2.7.4. Margem de Potência

O valor $(S_m - S_i)$ é a diferença de potência em MVA entre a potência que está sendo injetada e a máxima potência estimada para o ponto de operação em análise. O problema de interpretação do tamanho do índice é resolvido usando-se S_i e S_m . A margem é grande ou pequena? Pode ser grande em uma barra e pequena para outra? Por exemplo, se $S_m = 10$ e $S_i = 1$, então a margem é 9 vezes o que está sendo injetado. Se, por outro lado, $S_i = 99$ e $S_m = 100$, então a margem é aproximadamente 0,01 do que está sendo injetado.

Na região superior da curva ϕ constante da Figura 2.11, a margem de potência ($S_m - S_i$) é um valor positivo e deve ser lido como a quantidade em MVA que poderia ser “adicionada” a S_i para atingir a estimativa do máximo S_m . Pode-se definir uma margem em pu ou em percentual. Esta margem será igual à unidade quando a potência injetada na barra i é nula ($S_i=0$), e tende a zero à medida que a injeção tende ao valor máximo ($S_i=S_m$). Esta margem é definida como:

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left(1 - \frac{S_i}{S_m} \right) \text{ em pu de } S_m, \text{ ou} \quad (2.60)$$

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_m} \right) = \left(1 - \frac{S_i}{S_m} \right) * 100\% \text{ em percentual de } S_m \quad (2.61)$$

Na região inferior da curva ϕ constante da Figura 2.11, a margem de potência ($S_m - S_i$) é um valor negativo e deve ser lido como a quantidade em MVA que poderia ser “retirada” a S_i para atingir a estimativa do máximo S_m . Pode-se definir uma margem em pu ou em percentual. Esta margem será igual a zero quando a injeção na barra i é máxima ($S_i=S_m$), e tende a -1 quando S_m tende a zero. Esta margem é definida como:

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left(\frac{S_m}{S_i} - 1 \right) \text{ em pu de } S_i, \text{ ou} \quad (2.62)$$

$$M = \left(\frac{S_m - S_i}{S_i} \right) = \left(\frac{S_m}{S_i} - 1 \right) * 100\% \text{ em percentual de } S_i \quad (2.63)$$

No ponto de operação correspondente ao máximo carregamento, ($S_m - S_i$) é nulo e, portanto, não há nada a adicionar ou retirar de S_i para atingir S_m .

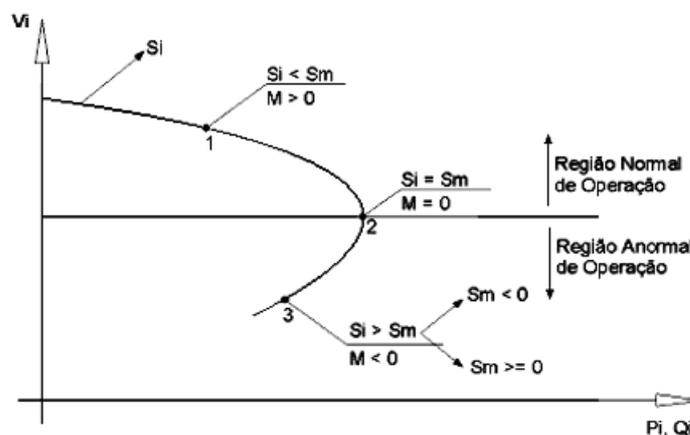


Figura 2.11 Sinal da Margem na Curva SV

Em sistemas multi-nó pode acontecer que, na região da curva ϕ constante, além da margem ser negativa, ser menor que -100% (quando $S_m < 0$ isto implica que $M < -100\%$) [5]. Esse resultado, que ocorre somente em casos extremos, indica que seria necessário reduzir toda a injeção na barra em análise e em barras adjacentes.

2.8. Conclusões

Foi definido analítica, numérica e graficamente o limite de estabilidade de tensão na barra de carga. Este limite trata do máximo fluxo de potência ativa e reativa que pode chegar à barra de carga para diferentes fatores de potência na carga.

Verificou-se a existência de uma carga ativa “*maximum maximorum*” que pode ser alimentada, mesmo com capacidade infinita de compensação reativa na barra de carga.

Apresentou-se uma ferramenta computacional abrangente para a avaliação do carregamento da rede de transmissão adequada para estudos operacionais. Os índices propostos M e β têm significado físico e matemático. Indicam a margem para a máxima transmissão de potência e a região de operação na curva ϕ constante no plano SV.

Foi apresentado o índice de influência, o qual ajuda a identificar se uma variação de carga ou contingência no sistema pode afetar negativa ou positivamente a margem de uma determinada barra.