2
Caracterização do Fenômeno da Estabilidade de Tensão

2.1.
Introdução

O objetivo desde Capítulo é mostrar os fundamentos que demonstram a existência de fenômenos presentes na operação de sistemas elétricos, que são associados ao colapso de tensão. Isto é verificado em situações onde a demanda está próxima do carregamento máximo. O efeito das ações de controle também é observado, com a finalidade de identificar as regiões de operação onde ditas ações podem ter efeito oposto ao esperando.

Estabilidade de tensão é definida como a capacidade de um sistema elétrico em manter as restrições de operação e de carga especificadas após um distúrbio. O colapso de tensão refere-se ao processo no qual uma sequência de eventos levam a um declínio progressivo e descontrolado da tensão do sistema após ter sido submetido a um distúrbio.

2.2.
Equações do Fluxo de Potência em Barra de Carga

Com a finalidade de obter uma melhor compreensão do fenômeno da estabilidade de tensão, se estudará o comportamento de um sistema elétrico com duas barras, o qual é mostrado na Figura 2.1, o sistema é composto por:

- Linha de transmissão série, $R_t + jX_t = Z_t \angle \alpha_t$;
- Gerador com capacidade infinita de geração de potência ativa, $0 \leq P_{G0} \leq \infty$;
- Gerador com capacidade infinita de geração e absorção de potência reativa, $-\infty \leq Q_{G0} \leq +\infty$;
- Carga de qualquer tipo, absorvendo potência ativa, $P_{D1} \geq 0$;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

- Carga de qualquer tipo, absorvendo e gerando potência reativa, $Q_{D1} \geq 0$ ou $Q_{D1} \leq 0$;
- V_o constante;
- θ_0 é a referência angular;

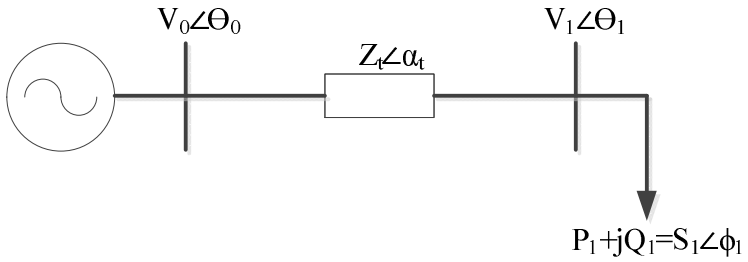

Figura 2.1 – Sistema de 2 Barras

Considerando o circuito mostrado na Figura 2.1, são encontradas as equações da potência ativa e reativa na barra de carga:

$$S_{10}^{*} = P_{10} - jQ_{10} = V_1^{*} I_{10} \tag{2.1}$$

onde,

$$V_1^{*} = V_1 \angle -\theta_1 \tag{2.2}$$

$$I_{10} = \frac{V_1 \angle \theta_1 - V_0 \angle \theta_0}{Z_t \angle \alpha_t} \tag{2.3}$$

Substituindo-se (2.2) e (2.3) em (2.1), obtém-se:

$$S_{10}^{*} = \frac{V_1^2 \cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 V_0 \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} - j\left[\frac{V_1^2 \operatorname{sen}(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 V_0 \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t}\right] \tag{2.4}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

Separando-se parte real e imaginaria de (2.4), tem-se:

$$P_{10} = -P_{D1} = \frac{V_1^2 \cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 V_0 \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.5)$$

$$Q_{10} = -Q_{D1} = \frac{V_1^2 \operatorname{sen}(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 V_0 \operatorname{sen}(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} \quad (2.6)$$

Para o circuito da Figura 2.1 são usados os seguintes valores para os gráficos apresentados das seções seguintes.

$V_0 = 1$ pu

$\theta_0 = 0$

$Z_t = 0.2$ pu

$\alpha_t = 70°$

2.3. Existência da Máxima Potência

Para observar a existência da máxima potência, foi traçada a curva para cada valor de V_1 constante no plano $\theta_{10}P_{D1}$, isto é, são feitas variações nos valores θ_{10} e, posteriormente, calcula-se os valores de P_{D1} com (2.5), obtendo a Figura 2.2.

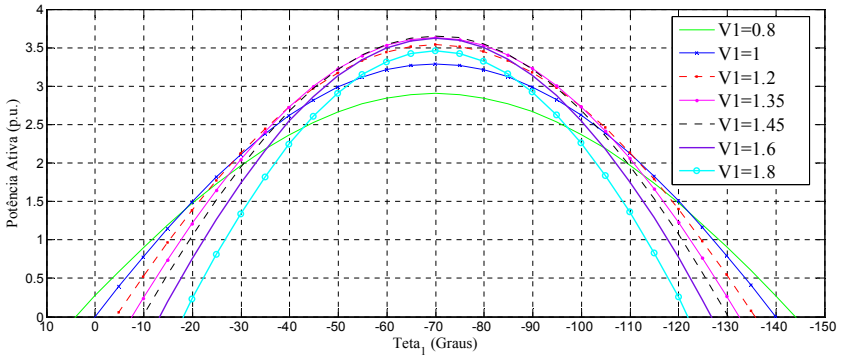

Figura 2.2 – Curvas V_1 Constante no Plano $\theta_1 P_{D1}$

Analisando-se a Figura 2.2, é observado que para cada valor de V_1 existe um valor máximo da potência transferida para a carga e que todos eles ocorrem

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

quando $\theta_1 = -\alpha_t$. Além do anterior, pode-se observar também que, à medida que a tensão na carga aumenta, também aumenta o valor máximo da potência ativa. Se a tensão continua aumentando, a partir de certo valor de tensão o valor máximo da potência começa a descer, desta maneira tem-se um valor de potência máxima das máximas ($P_{D1}^{max,max}$) e é atingida antes que esta comece a descer. Isto é, mesmo havendo suporte de potência reativa que permitisse o acréscimo da tensão na carga, existe um máximo de potência que pode ser transmitida para a carga.

O resultado pode ser verificado analiticamente, calculando-se a primeira derivada de P_{D1}:

$$\frac{\partial P_{D1}}{\partial \theta_1} = -\frac{V_1 V_0 \, sen(\theta_{10}+\alpha_t)}{Z_t} = 0 \tag{2.7}$$

Como $\theta_0 = 0°$, é encontrado que o máximo ocorre quando o ângulo da tensão na carga é igual ao negativo do ângulo da impedância da linha de transmissão $\theta_1 = -\alpha_t$, é calculada então a segunda derivada de P_{D1} em relação à θ_1,

$$\frac{\partial^2 P_{D1}}{\partial \theta_1^2} = -\frac{V_1 V_0 \cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t} < 0 \tag{2.8}$$

Pode-se constatar que quando $\theta_1 = -\alpha_t$, P_{D1} é máximo. O Valor de V_1, no qual ocorre $P_{D1}^{max,max}$ "*maximun maximorum*" é calculado mediante a primeira e segunda derivadas de P_{D1} em relação à tensão V_1, fazendo $\theta_1 = -\alpha_t$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

2.4. Curvas P, Q e ϕ Constante

2.4.1. Curva P Constante

Considerando (2.5) e tomando o valor de P_{D1} constante, obtém-se:

$$V_1^2\left[\frac{\cos(\alpha_t)}{Z_t}\right] - V_1\left[\frac{V_0\cos(\theta_{10}+\alpha_t)}{Z_t}\right] + P_{D1} = 0 \qquad (2.9)$$

Para obter a curva, para cada valor de P_{D1} constante, são feitas variações nos valores de θ_1 e, posteriormente, calcula-se os valores de V_1 reais, portanto, pode se traçar a curva P_{D1} constante no plano $\theta_1 V_1$, como é mostrado na Figura 2.3.

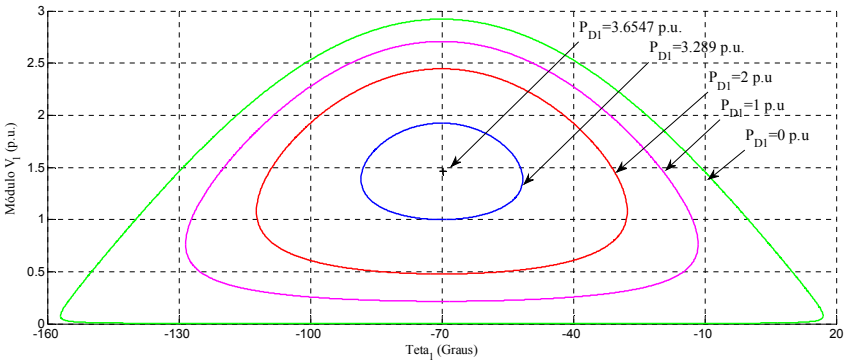

Figura 2.3 – Curvas P_{D1} Constante no Plano Θ_1 V_1

Como é observado na Figura 2.3, o lugar geométrico de (θ_1, V_1) nos isocontornos de P_{D1} vão diminuindo à medida que P_{D1} aumenta (a partir de $P_{D1} = 0$) até que se reduz a um único ponto. Para carga ativa maior do que essa, não há solução de tensão para V_1 real positivo para qualquer valor de θ_1.

No exemplo a máxima potência para a qual há solução de tensão é $P_{D1} = 3{,}6547$ pu, com valor do módulo da tensão é $V_1 = 1{,}4619$ pu e o valor do ângulo $\theta_1 = -70\circ$. Este ponto representa a máxima potência que pode chegar à barra de carga e, portanto, o ângulo de tensão é o máximo desfasamento angular entre as 2 barras. Estes valores estão fora da faixa usual de operação, mas servem para mostrar os limites teóricos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

2.4.2.
Curva Q Constante

Com (2.6) e tomando o valor de Q_{D1} constante, obtém-se:

$$V_1^2\left[\frac{sen(\alpha_t)}{Z_t}\right] - V_1\left[\frac{V_0\, sen(\theta_{10}+\alpha_t)}{Z_t}\right] + Q_{D1} = 0 \qquad (2.10)$$

Considerando (2.10) para traçar a curva Q_{D1} constante no plano $\theta_1 V_1$, são feitas variações nos valores de θ_1, seguidamente, calcula-se os valores de V_1 reais, obtendo a Figura 2.4.

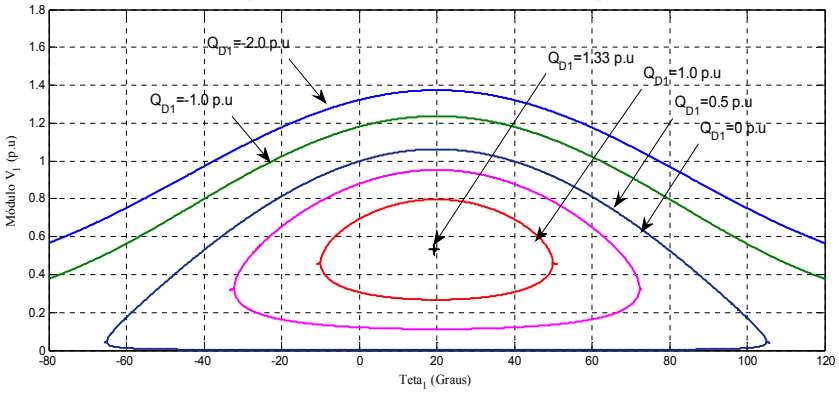

Figura 2.4 – Curvas Q_{D1} Constante no Plano Θ_1 V_1

Para analisar a Figura 2.4, é feito o mesmo raciocínio da curva P_{D1} constante, na qual é observado que os isocontornos de Q_{D1} vão diminuindo à medida que Q_{D1} aumenta (a partir de Q_{D1} capacitivo) até que se reduz a um único ponto, o qual corresponde a um Q_{D1} indutivo máximo. Para carga reativa maior do que essa, não há solução de tensão para V_1 real.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

2.4.3.
Curva ϕ Constante

2.4.3.1.
Curva ϕ Constante no Plano $\theta_1 V_1$

Para traçar a curva do ângulo referente ao fator de potência constante, ϕ_1, no plano $\theta_1 V_1$, a partir de (2.5) e (2.6), é obtida (2.11).

$$tg(\phi_1) = \frac{Q_{D1}}{P_{D1}} = \frac{\frac{V_1^2 sen(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 V_0 \, sen(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t}}{\frac{V_1^2 cos(\alpha_t)}{Z_t} - \frac{V_1 V_0 \, cos(\theta_{10} + \alpha_t)}{Z_t}} \tag{2.11}$$

De (2.11), pode-se obter:

$$V_1 = \frac{[sen(\theta_{10} + \alpha_t) - tg(\phi_1) cos(\theta_{10} + \alpha_t)]}{[sen(\alpha_t) - tg(\phi_1) cos(\alpha_t)]} \tag{2.12}$$

De maneira análoga ao feito para as curvas de P_{D1} e Q_{D1} constantes, são apresentadas distintas curvas para ϕ_1 constante no plano $\theta_1 V_1$, estes valores variam de ϕ_1 capacitivos até valores indutivos.

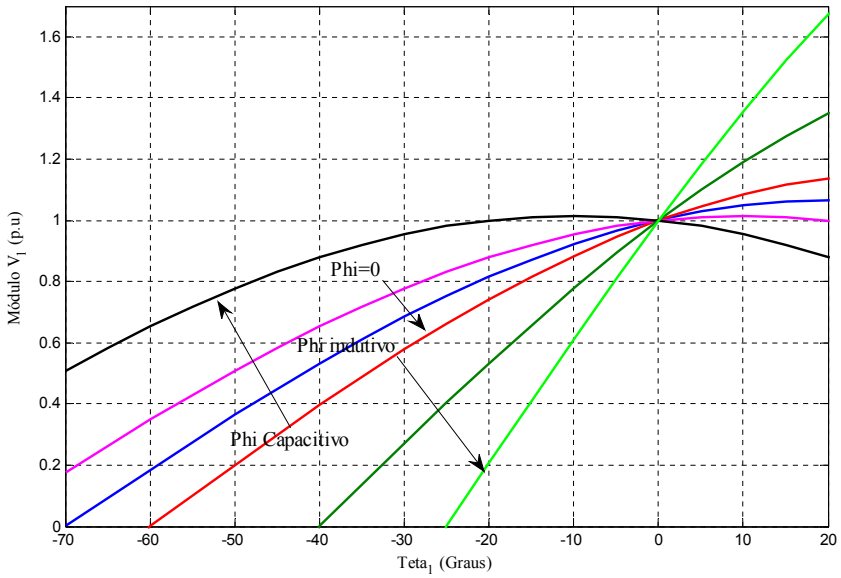

Figura 2.5 – Curvas ϕ Constante no Plano Θ_1 V_1

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

2.4.3.2. Curva ϕ Constante no Plano SV

Para traçar esta curva, é mantido $\phi_1$constante, com (2.12) e variando o ângulo da tensão na carga θ_1, é encontrado o respectivo valor do módulo da tensão V_1, posteriormente esses valores são utilizados em (2.5) e (2.6) e finalmente são encontrados os valores da potência aparente na carga S_{D1}. Com os valores obtidos é construída a curva ϕ_1 no plano SV, mostrada na Figura 2.6.

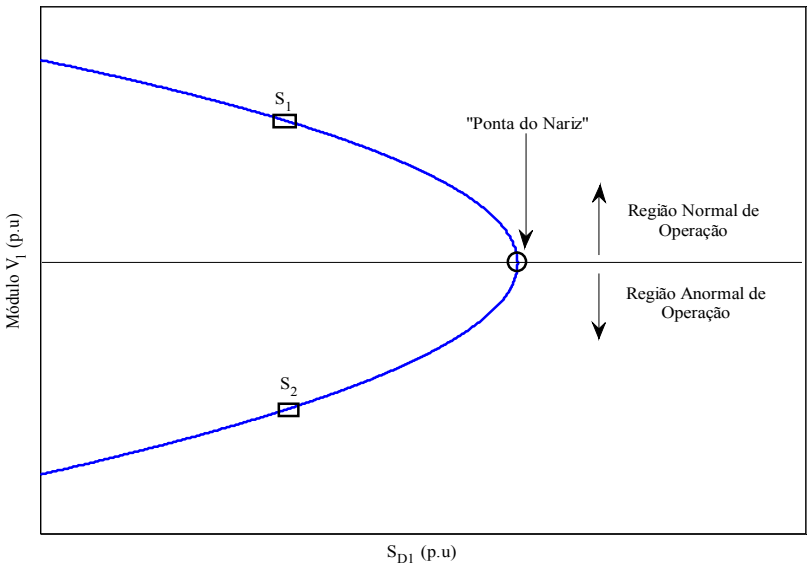

Figura 2.6 – Curvas ϕ Constante no Plano S_{D1} V_1

Na Figura 2.6, também conhecida como "curva do nariz", é observado que para valores inferiores a $S_{D1}^{máx}$ ("ponta do nariz"), existem duas soluções de tensão (S_1 e S_2), uma solução na região normal (tensão alta/corrente baixa) e a outra solução na região anormal (corrente alta/ tensão baixa), onde as ações de controle podem ter efeito oposto ao esperado se a carga se comporta como um modelo de potência constante. À medida que S_{D1} é aumentada, as duas soluções começam a aproximar-se mais, até chegar a um único ponto, à "ponta do nariz", a qual corresponde à máxima quantidade de potência ativa e reativa que pode ser transmitida à carga ou a partir de um gerador, e somente tem uma única solução de tensão. Para valores superiores a $S_{D1}^{máx}$ não há solução real para à tensão.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

2.5. Impedância da Carga no Máximo Carregamento

Utiliza-se o circuito da Figura 2.1 com outra representação, como é mostrado na Figura 2.7.

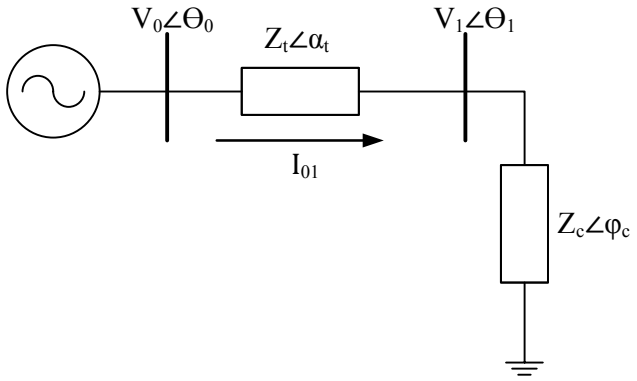

Figura 2.7 – Circuito de 2 Barras com Impedância como Carga

A corrente que flui pelo circuito da Figura 2.7 é dada por (2.13).

$$I_{01} = \frac{V_0}{Z_t\angle\alpha_t + Z_c\angle\varphi} \tag{2.13}$$

$$I_{01} = \frac{V_0}{\sqrt{(Z_t\cos\alpha_t + Z_c\cos\varphi)^2 + (Z_t\sin\alpha_t + Z_c\sin\varphi)^2}} \tag{2.14}$$

A tensão e a potência ativa que sai da barra de carga estão dadas por (2.15) e (2.16).

$$V_1 = I_{01}Z_c \tag{2.15}$$

$$P_{D1} = V_1 I_{01}\cos\varphi \tag{2.16}$$

Substituindo-se (2.14) e (2.15) em (2.16), tem-se:

$$P_{D1} = \frac{V_0^2 Z_c\cos\varphi}{(Z_t\cos\alpha_t + Z_c\cos\varphi)^2 + (Z_t\sin\alpha_t + Z_c\sin\varphi)^2} \tag{2.17}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

Operando com (2.17), obtém-se:

$$P_{D1} = \frac{V_0^2 . Z_C . \cos\varphi}{Z_t^2 + Z_C^2 + 2.Z_t . Z_C . \cos(\varphi - \alpha_t)} \tag{2.18}$$

O valor de Z_C que maximiza a potência ativa da carga é encontrado calculando-se $\frac{\partial P_{D1}}{\partial Z_C}$.

$$\frac{\partial P_{D1}}{\partial Z_c} = \frac{(V_0^2 Z_c \cos\varphi)(2Z_c + 2Z_t \cos(\varphi - \alpha_t))}{(Z_t^2 + Z_c^2 + 2Z_c Z_t \cos(\varphi - \alpha_t))^2} - \frac{(Z_t^2 + Z_c^2 + 2Z_c Z_t \cos(\varphi - \alpha_t))(V_0^2 \cos\varphi)}{(Z_t^2 + Z_c^2 + 2Z_c Z_t \cos(\varphi - \alpha_t))^2} \tag{2.19}$$

Operando e simplificando (2.19), obtém-se (2.20).

$$2Z_c^2 = Z_c^2 + Z_t^2 \Longrightarrow Z_c = Z_t \tag{2.20}$$

Substituindo $Z_c = Z_t$ em (2.19), para comprovar mediante a segunda derivada de P_{D1} em relação à Z_c que efetivamente é um máximo, tem-se:

$$\frac{\partial^2 P_{D1}}{\partial Z_c^2} = -2Z_c V_0^2 \cos\varphi < 0 \tag{2.21}$$

De (2.20) e (2.21) conclui-se que P_{D1} é máxima quando:

$$Z_c = Z_t \tag{2.22}$$

Conclui-se que para certo fator de potência, quando a carga ativa é a máxima que pode ser alimentada, o módulo da impedância da carga é igual ao módulo da impedância da linha de transmissão.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

2.6. O Limite de Estabilidade de Tensão (LET)

Com desenvolvimento anterior, substituindo-se (2.22) em (2.18), encontra-se a potência máxima:

$$P_{D1}^{máx} = \frac{V_0^2 \cos\varphi}{4Z_t \cos^2\left(\frac{\varphi - \alpha_t}{2}\right)} \tag{2.23}$$

Para $P_{D1}^{máx}$ a corrente I_{01} é dada por:

$$I_{01} = \frac{V_0}{2Z_c \cos\left(\frac{\varphi - \alpha_t}{2}\right)} \tag{2.24}$$

Substituindo-se (2.24) em (2.15), calcula-se a tensão crítica na barra de carga.

$$V_1{}^c = \frac{V_0}{2\cos\left(\frac{\varphi - \alpha_t}{2}\right)} \tag{2.25}$$

Substituindo-se (2.13) e (2.22) em (2.15), obtém-se (2.26):

$$V_1\angle\theta_1 = Z_c\angle\varphi \frac{V_0}{Z_c\angle\varphi + Z_c\angle\alpha_t} \tag{2.26}$$

Considerando só a parte real:

$$V_1 \cos\theta_1 = \frac{V_0[\cos\varphi\,(\cos\varphi + \cos\alpha_t) + \sin\varphi\,(\sin\varphi + \sin\alpha_t)]}{(\cos\varphi + \cos\alpha_t)^2 + (\sin\varphi + \sin\alpha_t)^2} \tag{2.27}$$

Operando-se com (2.26):

$$V_1 \cos\theta_1 = \frac{V_0[1 + (\cos(\varphi - \alpha_t))]}{2[1 + (\cos(\varphi - \alpha_t))]} \tag{2.28}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA

De (2.27) é reduzido a:

$$V_1 = \frac{V_0}{2\cos\theta_1} \tag{2.29}$$

Igualando-se (2.28) com (2.25):

$$\frac{V_0}{2\cos\theta_1} = \frac{V_0}{2\cos\left(\frac{\varphi - \alpha_t}{2}\right)} \tag{2.30}$$

Portanto:

$$\theta_1^C = \left(\frac{\varphi - \alpha_t}{2}\right) \tag{2.31}$$

O LET é o lugar geométrico das tensões em módulo e ângulo (V_1^C e θ_1^C), onde a potência ativa e reativa é a máxima que pode ser transmitida para a carga.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1212962/CA