PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Kenny Fernando Conto Quispe

Vibrações não lineares e instabilidade de arcos esbeltos abatidos com apoios elásticos

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Paulo Batista Gonçalves

Rio de Janeiro
Outubro de 2014

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Kenny Fernando Conto Quispe

Vibrações não lineares e instabilidade de arcos esbeltos abatidos com apoios elásticos

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Paulo Batista Gonçalves
Orientador
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Raul Rosas e Silva
Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Frederico Martins Alves da Silva
Universidade Federal de Goiás

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 03 de outubro de 2014

Kenny Fernando Conto Quispe

Graduou-se em Engenharia Mecânica no Departamento de Engenharia Mecânica da UNSAAC (Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco – Perú), em 2010. Em 2012 iniciou o curso de Mestrado em Engenharia Civil na PUC–Rio, na área de Estruturas, atuando na linha de pesquisa de Estabilidade e Dinâmica de Estruturas.

Ficha Catalográfica

Conto Quispe, Kenny Fernando

Vibrações não lineares e instabilidade de arcos esbeltos abatidos com apoios elásticos / Kenny Fernando Conto Quispe ; orientador: Paulo Batista Gonçalves. – 2014.

127 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2014.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Arcos abatidos. 3. Vibrações não lineares. 4. Estabilidade. 5. Apoios elásticos. I. Gonçalves, Paulo Batista. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Aos meus pais Aurélio e Rufina, por cada um de seus ensinos, conselhos e, especialmente, pelo amor incondicional e inesgotável que me ofereceram ao longo da minha vida.

Aos meus irmãos David, Patrícia e Zulema, que fizeram da minha infância a melhor etapa da minha vida.

Agradecimentos

A meu orientador Prof. Paulo Batista Gonçalves, pela confiança, a sua disposição e os conhecimentos transmitidos para a realização deste trabalho.

Ao Brasil, a bolsa da CAPES e à PUC-Rio pelos auxílios concedidos, sem o qual este trabalho não poderia ser realizado.

A minha alma mater, UNSAAC-Perú, e aos professores da faculdade de engenharia mecânica pelos ensinamentos básicos transmitidos.

A meus amigos Luís Palomino e Elvis Mamani, pela ajuda que eles me brindaram ao inicio desta nova aventura no Brasil.

Aos colegas do curso, amigos de pelada e demais pessoas especiais na minha vida as quais se tornaram uma nova família aqui no Brasil.

Resumo

Quispe, Kenny Fernando Conto; Gonçalves, Paulo Batista. **Vibrações Não Lineares e Instabilidade de Arcos Esbeltos Abatidos com Apoios Elásticos.** Rio de Janeiro, 2014. 127p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Arcos abatidos são usados com frequência para vencer grandes vãos. Exemplos incluem pontes em arco e coberturas de grandes espaços como galpões industriais e estádios. Em muitos casos empregam-se arcos atirantados ou apoiados em estruturas flexíveis, fazendo com que os apoios se movam quando o arco é carregado. Isto aumenta a flexibilidade do sistema e a probabilidade de perda de estabilidade na presença de cargas estáticas e dinâmicas. Em muitos casos estas estruturas podem ser modeladas como arcos com apoios elásticos. No presente trabalho resolve-se o problema de estabilidade estática de forma analítica e através de uma aproximação usando o método de Ritz, servindo a solução analítica para aferir a precisão do modelo numérico. A seguir, com base neste estudo, desenvolve-se, usando o método de Ritz, a formulação para análise das vibrações não lineares do arco com apoios elásticos, assunto inédito na literatura. Os resultados mostram a grande influência dos apoios nas vibrações não lineares e na estabilidade do arco sob cargas estáticas e dinâmicas.

Palavras-chave

Arcos abatidos; Vibrações não lineares; Estabilidade; Apoios elásticos.

Abstract

Quispe, Kenny Fernando Conto; Gonçalves, Paulo Batista (Advisor). **Nonlinear Vibrations and Instability of Shallow Arches with Spring Supports.** Rio de Janeiro, 2014. 127p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Shallow arches are often used to overcome large spans, for example, arch bridges or steel roofs to cover large spaces such as industrial sheds and stadiums. In many cases the arches are tied or are supported by a flexibility structure, causing that supports to move when the arch has been loaded. This increases the flexibility of the system and the probability of loss of stability in the presence of static and dynamic loads. In many cases, these structures can be modeled as arches with elastic supports. In the present work the static stability has been solved analytically and through the Ritz method, serving the analytical solution to assess the accuracy of the numerical model. Then, based on this study, the analysis of nonlinear vibrations of shallow arches with elastic supports is developed, using the Ritz method, a subject not yet studied in the literature. The results show the noticeable influence of the supports on the nonlinear vibration and stability of shallow arches under static and dynamic loads.

Keywords

Shallow Arches; Nonlinear Vibrations; Stability; Spring Supports.

"Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser; não sou o que ire ser... Mas graças a Deus, não sou o que era antes".

Martin Luther King Jr.

Sumário

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de símbolos

A	área da seção transversal do arco.
$\bar{C}$	constante que representa a energia do sistema para um par de condições iniciais.
$\bar{C}_{lim}$	energia do ponto de sela de onde partem as duas órbitas homoclínicas que limitam os dois vales potenciais.
E	modulo de elasticidade do material.
I	momento de inercia da seção transversal do arco.
K_o	rigidez generalizada do sistema.
K_i	parâmetro de rigidez adimensional
L	comprimento do arco.
M_o	massa generalizada do sistema.
N	força constante axial de compressão no arco.
N_p	carregamento de segundo modo de flambagem para uma coluna biarticulada submetida a um carregamento axial de compressão.
T	energia Cinética.
U_i	energia interna de deformação.
V_1	deslocamento generalizado ou variável cinemática
V_1(t)	deslocamento generalizado ou variável cinemática em função do tempo.
V	volumem total do arco.
V_{1o}	deslocamento inicial do sistema em $t = 0$.
W_e	trabalho das forças externas.
Y_{est}	deslocamento estático.
Y_{max}	deslocamento máximo.
f	altura do arco.
k_i	constante da rigidez das molas.
p	parâmetro focal.
$q, q(t)$	carregamento linear vertical estático e dinâmico, respetivamente.
q_o	magnitude do carregamento dinâmico.
r	relação entre a frequência de excitação e a frequência natural do

sistema

r_x raio de giração em torno ao eixo x-x.

u, w componentes dos deslocamentos.

w_i deslocamento vertical nos apoios.

vel_o velocidade inicial do sistema em $t = 0$.

y, z coordenadas ortogonais.

$\Delta\pi$ energia potencial total do sistema.

Ω frequência de excitação.

$\mathcal{L}$ função de Lagrange.

α relação entre a rigidez axial do arco e a rigidez elástica da mola.

$\delta(\,)$ variação.

δ, γ parâmetros geométricos adimensionais.

$\varepsilon, \varepsilon_m, \varepsilon_b$ deformação total, de membrana e de flexão, respectivamente.

λ constante de esbeltez modificada.

μ parâmetro de estabilidade.

ω carregamento adimensional.

ω_o frequência natural do sistema.

$(\bar{\ })$ energias, carregamento e coordenadas adimensionais.