

2

Modelos condicionais de apreçamento de ativos

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre o CAPM condicional e sobre modelos multifatores condicionais, com destaque para as diferentes formas de modelagem da variação temporal das sensibilidades aos fatores de risco, os betas, em aplicações empíricas nos mercados internacionais e no mercado brasileiro. A primeira seção apresenta uma breve revisão sobre o CAPM e modelos de fatores. A seção 2.2 apresenta o CAPM condicional e diferentes formas de modelagem do beta. Na seção 2.3 encontram-se as extensões de tais abordagens para os modelos multifatores condicionais. A seção 2.4 apresenta as aplicações deste tipo de modelo para o mercado brasileiro. A seção 2.5 traz um resumo sobre os estudos presentes nesta revisão.

2.1

CAPM e modelos de fatores

O CAPM, *Capital Asset Pricing Model*, nasce como a primeira estrutura formal de apreçamento de risco. Sharpe (1964) propõe uma relação entre preços dos ativos e seus atributos de risco e afirma que, através da diversificação, é possível evitar parte do risco inerente a cada ativo. Contribuições nos anos logo subsequentes dos autores Lintner (1965) e Mossin (1966) resultam no CAPM, tornando-se o paradigma dominante de modelo de expectativa de retornos até a década de 80. Segundo o CAPM de Sharpe-Lintner-Mossin, o retorno esperado de um ativo de risco é dado por:

$$E[r_i] = r_f + \beta_i(E[r_m] - r_f) \quad (2.1)$$

$$\beta_i = \frac{cov[r_i, r_m]}{var[r_m]} \quad (2.2)$$

Ou, em termos de excesso de retorno:

$$E[R_i] = \beta_{im}(E[R_m]) \quad (2.3)$$

$$\beta_i = \frac{cov[R_i, R_m]}{var[R_m]} \quad (2.4)$$

onde r_i é o retorno do ativo i , r_f é o retorno do ativo livre de risco, r_m é o retorno da carteira de mercado, e R_i é o excesso de retorno em relação a r_f e R_m é o excesso de retorno em relação a r_f .

Na década de 1970, alguns trabalhos surgem na tentativa de relaxar as fortes premissas tomadas como base do CAPM, bem como de testar empiricamente o modelo (Dimson e Mussavian, 1999). Os testes empíricos têm como foco três principais implicações a partir da equação (2.3): (a) o intercepto igual a zero; (b) beta capaz de capturar completamente a variação *cross-sectional* dos excessos de retorno esperados; (c) o prêmio de risco de mercado, dado por $E[R_m]$, como positivo (Campbell, Lo e MacKinlay, 1997). Trabalhos voltados para múltiplos fatores de risco começaram a ser desenvolvidos com o objetivo de melhor explicar a relação entre retornos e risco. Neste contexto, destaca-se o APT – *Arbitrage Pricing Theory*, cuja base reside em um modelo teórico a partir da hipótese de não-arbitragem e que se coloca como alternativa teórica e empírica ao CAPM (Ross, 1976). A partir dessa hipótese sobre a geração dos retornos dos ativos, a inexistência de arbitragem leva a uma relação linear entre os retornos dos ativos e fatores de risco comuns.

O APT abriu espaço para a discussão dos fatores de risco que afetam os retornos esperados dos ativos, só captados pelo CAPM através do prêmio de risco de mercado. Desde então, a escolha, o número e a interpretação acerca dos fatores tornaram-se assuntos em debate. De forma geral, os fatores podem ser macroeconômicos, fundamentalistas e estatísticos. Chen, Roll e Ross (1986) desenvolvem um trabalho em que variáveis de estado macroeconômicas são usadas como fatores de risco, examinando sua influência sistemática sobre os retornos de ações no mercado norte-americano. Os autores identificam que muitos dos fatores usados foram significativos na explicação dos retornos esperados de ações, com destaque para variações na produção industrial; variações na estrutura a termo da taxa de juros representada pelo *spread* entre o retorno de títulos de longo prazo e curto prazo do governo; variações no prêmio de risco representado

pelo *spread* entre títulos *low-grade* e títulos de longo prazo do governo americano; e variações na taxa de inflação esperada não esperada.

Ao final da década de 1970 e ao longo das décadas de 1980 e 1990, trabalhos acadêmicos começam a surgir apresentando evidências empíricas de retornos anormais. Com base na ideia de modelos de múltiplos fatores, apesar da popularidade do CAPM, vários estudos começaram a questioná-lo no sentido de que o modelo de apenas um fator, considerando somente o beta em relação ao excesso de retorno de mercado, não seria suficiente para explicar a variação *cross-sectional* dos retornos dos ativos. Alguns padrões observados no retorno médio das ações são considerados anomalias por não serem explicados pelo CAPM, tendo em vista a evidência empírica de que fontes de risco macroeconômicas e características específicas das empresas podem ser apreçadas além do risco de mercado. As anomalias mais conhecidas incluem os efeito tamanho e efeito valor¹, observados em trabalhos como os de Basu (1977), Banz (1981) e Fama e French (1992). Retornos de ações de empresas com menor valor de mercado, assim como retornos de ações de empresas com maior razão *book-to-market* (denominada BM nesta tese), tendem a ser maiores do que os previstos pelo CAPM.

Fama e French (1992), usando a abordagem de regressão *cross-sectional*, avaliam a influência conjunta do beta de mercado e atributos das firmas, incluindo tamanho e razão BM, na análise dos retornos médios de ações cotadas em diferentes bolsas nos EUA. Eles observam que atributos da firma adicionam informação ao retorno esperado das ações, de forma que, se ativos são apreçados racionalmente, os resultados obtidos sugerem que os riscos das ações sejam multidimensionais. Os autores identificam que para o período analisado, de 1963 a 1990, no mercado norte-americano, o beta de mercado não parece explicar a variação *cross-sectional* dos retornos esperados, sendo fraca a relação entre beta e retorno esperado. Já a combinação de atributos de tamanho e BM captura a variação dos retornos associada a outros atributos também analisados. Em trabalho subsequente, Fama e French (1993), buscando um modelo cujos fatores explicassem o retorno não apenas de ações, mas também de títulos de renda fixa,

¹ Pelo efeito tamanho, retornos de ações de empresas com menor valor de mercado tendem a ser maiores do que os previstos pelo CAPM. Já quanto ao efeito valor, retornos de ações de empresas com maior razão BM tendem a ser maiores do que os previstos.

propõem três fatores para explicar o comportamento do retorno das ações, caracterizando assim o conhecido modelo de três fatores. No trabalho anterior (Fama e French, 1992), os autores utilizaram regressões *cross-sectional*, de forma que retornos de ações são regredidos contra variáveis como tamanho e razão BM. No trabalho subsequente em questão (Fama e French, 1993), não seria possível relacionar retornos de títulos de renda fixa a estas variáveis para proceder com regressões *cross-sectional*, de forma que a análise é realizada a partir de regressões de séries temporais. Os retornos mensais de ações e títulos são regredidos contra retornos da carteira de mercado e de portfólios replicantes de fatores. As inclinações, ou coeficientes, das regressões de séries temporais são chamados de *factor loadings*, ou sensibilidades aos fatores. Além do fator de mercado, dado pelo excesso de retorno da carteira de mercado em relação à taxa livre de risco, os outros fatores relacionados diretamente às ações são obtidos através de carteiras relacionadas a tamanho e razão BM. O fator SMB (*small minus big*), construído para replicar o fator de risco nos retornos relacionado a tamanho, é dado então pela diferença, a cada mês, entre a média simples dos retornos das carteiras de ações de empresas pequenas e a média dos retornos das carteiras de ações de empresas grandes. O fator HML (*high minus low*), construído para replicar o fator de risco nos retornos relacionados a BM, é definido de forma análoga, como a diferença entre a média dos retornos das carteiras de ações com alto BM e a média dos retornos das carteiras com baixo BM. Desta forma, o valor esperado do retorno de um ativo ou de uma carteira no modelo é dado por:

$$E[R_{i,t}] = \beta_{Mi}E[R_{M,t}] + \beta_{Si}E[SMB_t] + \beta_{Hi}E[HML_t] \quad (2.5)$$

sendo as sensibilidades aos fatores de risco dadas pelos coeficientes da regressão das séries temporais definida como:

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{Mi}R_{M,t} + \beta_{Si}SMB_t + \beta_{Hi}HML_t + \epsilon_{it} \quad (2.6)$$

Os autores identificam que as carteiras construídas para imitar os fatores de risco relacionados a tamanho e BM capturam uma forte variação comum nos retornos de ações, não importando o que mais seja considerado na regressão temporal. Os resultados evidenciam que tamanho e BM realmente são *proxy* para

sensibilidade a fatores de risco comuns, capazes de explicar diferenças nos retornos médios das carteiras analisadas.

O modelo de três fatores, desde então, tem sido amplamente estudado na literatura, e, apesar de melhores resultados do que o CAPM, também sofre questionamentos. Um dos questionamentos se refere a que riscos macroeconômicos sistemáticos estariam relacionados os fatores de Fama e French (1993). Neste sentido, Liew e Vassalou (2000) mostram que os fatores *SMB* e *HML* estão relacionados ao crescimento futuro da economia mesmo na presença de variáveis tradicionais relativas ao ciclo econômico. Vassalou (2003) mostra ainda que se notícias relativas ao crescimento futuro do PIB fossem retiradas dos fatores *SMB* e *HML*, o modelo de três fatores de Fama e French (1993) não apresentaria resultados significativamente melhores do que o CAPM. Outro ponto de questionamento se refere a anomalias que não conseguem ser tratadas pelo modelo. Jeegadesh e Titman (1993) identificam a anomalia conhecida como momento: ações com baixos retornos no ano anterior tendem a ter baixos retornos por alguns meses seguintes e ativos com altos retornos no ano anterior tendem a ter altos retornos. Fama e French (1996) observam que, apesar de outras anomalias desaparecerem ao se considerar o modelo de três fatores, a continuidade de retornos de curto prazo relativa a momento não consegue ser explicada pelo modelo. Carhart (1997), para estudar a persistência de desempenho em fundos mútuos, propõe um modelo de quatro fatores com base no modelo de três fatores de Fama e French (1993), adicionando então um fator adicional capaz de capturar a anomalia de momento. Adicionalmente, análises como as de Ferson e Harvey (1999) e Avramov e Chordia (2006) envolvendo a variação temporal das sensibilidades aos fatores de risco no caso do modelo de três fatores também acrescentam resultados importantes no estudo da sua capacidade explicativa. Neste sentido, as próximas seções abordam os modelos condicionais.

2.2 **CAPM condicional**

O questionamento do CAPM pode estar relacionado à presença de múltiplas fontes de risco, mas outro ponto crítico pode ser atribuído à sua natureza estática. Uma questão bastante abordada ao longo dos trabalhos é se a presença de

anomalias poderia estar relacionada à dinâmica temporal do beta de mercado. Partindo do modelo de um fator, o consenso geral é que o CAPM na sua forma original estática não é capaz de explicar satisfatoriamente a variação *cross-sectional* dos retornos das ações. Segundo Jagannathan e Wang (1996), há diversas evidências em estudos empíricos sobre a variabilidade significativa de beta ao longo do tempo. A premissa de que os betas dos ativos são constantes ao longo do tempo é questionada pelos autores, uma vez que o risco relativo dos fluxos de caixa das empresas tende a variar ao longo do ciclo econômico. Durante um período de recessão, por exemplo, o risco de firmas com alto grau de alavancagem financeira pode aumentar de forma mais acentuada do que de outras menos alavancadas, fazendo com que o beta das ações suba. Espera-se, desta forma, que os betas e os retornos esperados dependam da natureza da informação disponível em determinado instante de tempo e, nesse contexto, o tratamento do modelo na forma estática pode explicar o fraco desempenho do modelo tradicional.

Esses modelos são conhecidos como versões condicionais do CAPM de Sharpe-Lintner-Mossin, sendo uma forma conveniente de incorporar betas e prêmios de risco que se modificam ao longo do tempo de acordo com o ciclo econômico. O CAPM condicional pode ser escrito da seguinte forma (Huang e Litzenberger, 1988):

$$E[R_{i,t+1}|I_t] = \beta_{i,t}E[R_{m,t+1}|I_t] \quad (2.7)$$

$$\beta_{i,t} = \frac{Cov[R_{i,t+1}, R_{m,t+1}|I_t]}{Var[R_{m,t+1}|I_t]} \quad (2.8)$$

onde $R_{i,t}$ é o excesso de retorno do ativo i sobre o ativo livre de risco no tempo t , $\beta_{i,t}$ é o beta condicional do ativo i no tempo t e I_t representa o conjunto de informação no tempo t .

Entre as diversas abordagens para o CAPM condicional, o trabalho de Jagannathan e Wang (1996) é bastante referenciado. Com o objetivo de estudar a habilidade do CAPM condicional em explicar a variação *cross-sectional* nos retornos médios de carteiras de ações, eles derivam um modelo incondicional implicado pelo condicional, em que betas e o prêmio de risco de mercado variam ao longo do tempo. Tomando o valor esperado incondicional do retorno de um

ativo dado pelo modelo condicional, os autores obtêm um modelo incondicional de dois fatores, em que o segundo fator reflete a covariância entre o beta condicional e o prêmio de risco condicional. Tendo em vista o escopo do estudo, cujo objetivo é examinar se os retornos esperados incondicionais são consistentes com o CAPM condicional, é utilizada uma forma mais simples do modelo, em que o retorno esperado incondicional é função linear de dois diferentes betas incondicionais: o beta de mercado, relacionado ao risco médio de mercado (cujo fator é representado pelo excesso de retorno da carteira de mercado), e o chamado beta *premium*, correspondente ao risco de instabilidade do beta. Em termos práticos, os autores propõem que o beta *premium* seja dado pela covariância entre o retorno do ativo com uma variável predeterminada, utilizada para previsão de ciclo econômico. Utilizando retornos de carteiras de ações no mercado norte-americano, construídas com base nas características de tamanho e de beta, os autores verificam resultados melhores aos obtidos a partir do CAPM tradicional, de forma que o modelo proposto explica melhor os retornos reduzindo anomalias observadas, como o efeito tamanho.² Os autores, porém, não consideram explicitamente a natureza da evolução temporal dos betas condicionais.

Em contrapartida, Lewellen e Nagel (2006) argumentam que, para que o CAPM condicional conseguisse explicar as anomalias, a covariância entre o beta condicional e o prêmio de mercado de risco deveria ser muito maior do que a sua estimativa considerando valores plausíveis para os parâmetros envolvidos. Justificando que o uso de variáveis de informação sobre o ciclo econômico não seria capaz de explicar toda a variação no coeficiente dinâmico do CAPM condicional uma vez que não corresponde a toda informação disponível aos investidores, os autores propõem uma metodologia de estimação baseada em séries temporais de curta duração, evitando o uso de variáveis de informação. Os autores observam que a modelagem condicional não consegue explicar de forma satisfatória as anomalias de valor e momento. Apesar da variação temporal considerável de beta, a covariância entre o beta e o prêmio de risco de mercado não é suficiente para explicar os erros de apreçamento.

² Adicionalmente, Jagannathan e Wang (1996) propõem também a inclusão do retorno sobre capital humano na medida da riqueza agregada (além da carteira de mercado) e, neste caso, o tamanho da firma perde poder explicativo.

As conclusões sobre a capacidade explicativa do CAPM condicional variam de estudo para estudo, e uma das questões cruciais é a de como modelar $\beta_{i,t}$. As estimativas de beta são essenciais para muitas áreas de finanças e sua modelagem pode gerar diversas implicações no que se refere à capacidade de explicação das anomalias documentadas com base no CAPM. Na literatura, encontram-se diversas formas de modelagem de beta variante no tempo, sendo interessante uma distinção entre os diferentes tipos de tratamento. Segundo Lewellen e Nagel (2006), as propriedades da dinâmica de beta, incluindo volatilidade, persistência e comportamento cíclico, podem ser interessantes, além das suas implicações em relação ao CAPM.

Uma abordagem na modelagem dos betas é tratá-los como função de variáveis condicionantes defasadas, relacionadas ao ciclo econômico ou a atributos específicos das firmas (Avramov e Chordia, 2006; Ferson e Schadt, 1996; Lettau e Ludvigson, 2001). Outra abordagem é especificar a dinâmica dos betas a partir de modelos de séries temporais. Neste caso, há aplicações nas quais os betas podem ser obtidos indiretamente, a partir de modelos de volatilidade condicional variante no tempo, como ARCH e suas variações, incorporando-os na variância do retorno da carteira de mercado e na sua covariância com os retornos dos ativos (Bodurtha e Mark, 1991; Bollerslev, Engle e Wooldridge, 1988; Faff, Hillier e Hillier, 2000; Mergner, 2009; Schwert e Seguin, 1990). Finalmente, de nosso interesse e relacionadas ao presente trabalho, há aplicações utilizando modelos de espaço-estado, em que a dinâmica de beta é diretamente modelada a partir de diferentes processos estocásticos (Adrian e Franzoni, 2009; Carvalho, Lopes e Aguilar, 2010; Faff, Hillier, Hillier, 2000; Jostova e Philipov, 2005; Mergner e Bulla, 2008; Mergner, 2009).

2.2.1

Betas como função de variáveis condicionantes

No contexto de betas dependentes de variáveis exógenas, em geral considera-se $\beta_{i,t+1} = f(Z_t)$, sendo $f(Z_t)$ uma função linear de variáveis defasadas Z_t , chamadas de instrumentos de informação condicional. As variáveis condicionantes consideradas na literatura podem ser macroeconômicas ou financeiras, de forma a capturar características do ciclo econômico, utilizadas

também como previsores do prêmio de risco; em alguns casos, incluem-se também atributos específicos das firmas (Avramov e Chordia, 2006; Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999; Lettau e Ludvigson, 2001). Sob esta abordagem, o excesso de retorno dos ativos implicado pelo CAPM condicional pode ser assim modelado e estimado:

$$R_{i,t+1} = \beta_i(\mathbf{Z}_t)R_{m,t+1} + \epsilon_{i,t+1} \quad (2.9)$$

$$\beta_i(\mathbf{Z}_t) = b_{0i} + \mathbf{B}'_i\mathbf{Z}_t \quad (2.10)$$

onde $R_{i,t+1}$ é o excesso de retorno em relação à taxa livre de risco entre os períodos t a $t+1$, \mathbf{Z}_t é o vetor de variáveis condicionantes de informação disponível no tempo t , $R_{m,t+1}$ é o excesso de retorno do fator de mercado, $\beta_i(\mathbf{Z}_t)$ é o beta de mercado condicional do ativo i no tempo t . Comumente, aproxima-se $\beta_i(\mathbf{Z}_t)$ por uma função linear, de forma que o coeficiente b_{0i} pode ser interpretado como o beta médio, o valor esperado incondicional. Os elementos de \mathbf{B}_i são os coeficientes de resposta do beta condicional às variáveis de informação \mathbf{Z}_t . A partir das equações (2.9) e (2.10), o processo de geração de retorno pode ser escrito como:

$$R_{i,t+1} = b_{0i}R_{m,t+1} + \mathbf{B}'_i\mathbf{Z}_tR_{m,t+1} + \epsilon_{i,t+1} \quad (2.11)$$

Considerando a regressão do excesso de um retorno de um ativo em relação ao fator de mercado e ao produto do fator de mercado com a informação defasada, o modelo se assemelha a um modelo incondicional de fatores no qual o primeiro fator é dado pelo retorno da carteira de mercado e os fatores adicionais são resultados das interações entre o retorno da carteira de mercado e as variáveis condicionantes, dados especificamente pelo produto entre eles.

Ferson e Schadt (1996) utilizam esta modelagem para CAPM condicional ao estudar o desempenho de estratégia de gerenciamento de fundos sob mudanças de condições econômicas, propondo adicionalmente a extensão para modelos de fatores múltiplos. Ao comparar o modelo condicional com o incondicional, os autores observam a significância do uso de variáveis de informação relativas ao ciclo econômico na dinâmica temporal dos betas. Da mesma forma, Avramov e Chordia (2006) se baseiam no conceito de beta como função de variáveis condicionantes para o caso do CAPM condicional, bem como para o caso de modelos de múltiplos fatores. Utilizando retornos de ações individuais ao invés de

retornos de carteiras para os testes empíricos, eles comparam diversos modelos nas formas incondicional e condicional, para um ou mais fatores. Na forma condicional, as sensibilidades aos fatores variam como funções de variável relacionada ao ciclo econômico, bem como de variáveis específicas das firmas, como valor de mercado e razão BM. A evidência encontrada pelos autores é de que a versão condicional do CAPM não é capaz de capturar os efeitos tamanho e BM, mas modelos multifatores com betas variáveis conseguem explicar melhor tais anomalias. Lettau e Ludvigson (2001) buscando analisar a capacidade do CAPM condicional³ em explicar o retorno *cross-sectional* das carteiras ordenadas por tamanho e BM no mercado norte-americano, utilizam como variável condicionante o chamado *cay*, uma versão observável proposta pelos autores para sintetizar a razão consumo-riqueza agregada. Os resultados mostram que o modelo apresenta melhor desempenho em relação à especificação incondicional.

Dentre as variáveis usadas como *proxy* da informação disponível aos investidores, utilizadas como variáveis condicionantes defasadas de beta ou como previsoras do prêmio de risco, podem ser destacadas: medidas de *default spread*, como, por exemplo, *spreads* no mercado de títulos corporativos e *spread* entre títulos classificados como BAA e AAA⁴ (Jagganathan e Wang, 1996; Avramov e Chordia, 2006; Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999); medidas de *term spread*⁵, como *spreads* entre taxas de retornos de títulos de diferentes maturidades (Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999; Campbell e Vuolteenaho, 2004; Adrian e Franzoni, 2009); nível defasado de retorno da taxa livre de risco e *dividend yield* dos índices de bolsa de valores (Ferson e Schadt, 1996; Ferson e Harvey, 1999); retorno da carteira de mercado ponderada por valor e o *value spread*, dado pela diferença de rentabilidade de carteiras de ações de alto BM e baixo BM (Campbell e Vuolteenaho, 2004; Adrian e Franzoni, 2009); e o *cay* (Lettau e Ludvigson, 2001; Adrian e Franzoni, 2009). Variáveis relativas ao ciclo

³ Os autores trabalham também com o CCAPM (*consumption CAPM*).

⁴ Jagganathan e Wang (1996) mencionam ainda trabalhos relevantes como os de Stock e Watson (1989) e Bernanke (1990), que destacam a performance superior como previsores do ciclo econômico de variáveis como o *spread* entre taxas de *commercial papers* e taxas de curto prazo de títulos do governo americano. Ferson e Harvey (1989) destacam os trabalhos de Keim e Stambaugh (1986) e Fama (1990) com respeito ao uso de variáveis de *default spread*.

⁵ Jagganathan e Wang (1996) destacam também no trabalho de Stock e Watson (1989) o *spread* entre taxas do governo americano de maturidades diferentes. Variáveis relativas ao *term spread* são também destacadas por Ferson e Harvey (1999) a partir de trabalhos com os de Fama e French (1989).

econômico são também utilizadas diretamente como fatores em modelos de múltiplos fatores, como no trabalho mencionado de Chen, Roll e Ross (1986) e no próprio artigo de Fama e French (1993), que, adicionalmente aos três fatores conhecidos e destacados na seção 2.1, utilizam outros dois fatores dados por uma série de *default spread* e uma de *term spread*.

2.2.2

Betas a partir de modelos de volatilidade condicional

Considerando modelos de séries temporais, uma das abordagens bastante utilizada envolve modelos de volatilidade condicional. Definindo o beta como a razão entre a covariância condicional entre o retorno do ativo e o retorno da carteira de mercado e a variância condicional do retorno da carteira de mercado dada pela equação (2.8), a dinâmica do parâmetro pode ser obtida indiretamente através da modelagem da covariância condicional entre os ativos e da variância da carteira de mercado. Vários autores utilizam modelagem de volatilidade condicional para construção das séries de betas, incluindo extensa aplicação de modelos da família ARCH-GARCH ou, ainda, modelos de volatilidade estocástica (Bollerslev, Engle e Wooldridge., 1988; Schwert e Seguin, 1990; Bodurtha e Mark, 1991; Faff, Hillier e Hillier, 2000; Mergner e Bulla, 2008).

Uma modelagem simples a título ilustrativo considera um modelo GARCH bivariado para o retorno de cada ativo e a carteira de mercado, restringindo como diagonais as matrizes de coeficientes dos erros passados e da variância e considerando correlação constante entre os retornos dos ativos e da carteira de mercado (Faff, Hillier e Hillier, 2000; Mergner, 2009). Definindo a correlação condicional entre os ativos como constante, de forma a diminuir o número de parâmetros a serem estimados, beta pode ser escrito como:

$$\beta_{i,t} = \frac{cov[R_{i,t}; R_{m,t}]}{(var[R_{m,t}])^2} = \frac{\rho_{im}\sigma_{i,t}}{\sigma_{m,t}} \quad (2.12)$$

onde ρ_{im} é a correlação entre os retornos do ativo i e da carteira de mercado e $\sigma_{i,t}$ e $\sigma_{m,t}$ são os desvios-padrão condicionais dos retornos do ativo e da carteira de mercado, respectivamente. As séries de covariâncias e variância são utilizadas para calcular a série de beta condicional.

Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) propõem a modelagem do CAPM com covariâncias variantes no tempo, na qual a matriz de covariância condicional de um conjunto de ativos segue um processo GARCH multivariado. Para diminuir o número de parâmetros a serem estimados, considera-se que cada covariância depende apenas de seus valores passados e dos erros e trabalha-se com um GARCH (1,1). Os autores estudam o modelo para três ativos, incluindo títulos de renda fixa e ações. Observa-se que a matriz de covariância condicional dos retornos é altamente autoregressiva e os dados rejeitam a hipótese de que ela seja constante ao longo do tempo. Schwert e Seguin (1990) propõem e estimam um modelo heterocedástico de um fator que implica em betas variantes no tempo. Os autores identificam que há um fator comum de mercado associado à heterocedasticidade dos retornos mensais das ações e constatam que retornos ajustados ao risco são relacionados ao tamanho da firma. Bodurtha e Mark (1991) propõem um modelo em que a variância do retorno de mercado e a covariância entre o retorno da carteira de mercado e os retornos dos ativos seguem um modelo ARCH, rejeitando o CAPM com beta constante.

Para comparação entre modelagens alternativas, Faff, Hillier e Hillier (2000) e Mergner e Bulla (2008) propõem, entre outros modelos, uma aplicação de GARCH bivariado conforme modelagem apresentada na equação (2.12) para analisar retornos de carteiras de diversos setores da economia, sendo o primeiro estudo no mercado inglês e o segundo no mercado europeu. Em ambos os casos, os autores observam que os coeficientes do modelo GARCH são todos significativos, de forma que capturam a variação temporal das séries de variância condicional.

2.2.3

Betas a partir de modelos na forma espaço-estado

Outra modelagem utilizada, que constitui o foco principal desta tese, envolve modelos espaço-estado, fazendo uso geralmente do filtro de Kalman para estimação. A dinâmica de beta é tratada diretamente através de um processo estocástico (Faff, Hillier e Hillier, 2000; Jostova e Philipov, 2005; Mergner, 2009; Adrian e Franzoni, 2009). Apesar de o beta poder ser condicionado a variáveis relativas ao ciclo econômico, observadas pelo agente tomador de decisão, há

variáveis que o agente não observa, de forma que uso de variáveis *proxy* de informação pode não ser suficiente para capturar toda a dinâmica de beta. O uso de técnicas como o filtro de Kalman permite estimar o coeficiente ajustando-o a cada nova observação disponível dos retornos dos ativos. Esta formulação inclui modelagens alternativas como casos particulares. Em tais modelos, é possível combinar a variação temporal e um componente estocástico na dinâmica de beta capturando características como uma possível persistência no beta.

A literatura sobre o assunto apresenta evidências a favor desta abordagem. Faff, Hillier e Hillier (2000) propõem a modelagem e estimação de betas através de diferentes técnicas. Além do uso de modelos de volatilidade condicional com base nos trabalhos de Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) e Schwert e Seguin (1990), os autores também propõem que beta seja modelado como processo estocástico e estimado por filtro de Kalman. Nesta última, três formas são usadas: passeio aleatório, processo autoregressivo de média constante e processo de coeficiente aleatório com média constante, de forma que o beta é descrito por uma das seguintes equações:

$$\beta_{i,t+1}^{RW} = \beta_{i,t} + v_{i,t} \quad v_{i,t} \sim N(0, \sigma_v^2) \quad (2.13)$$

$$\beta_{i,t+1}^{AR} = \phi(\beta_{i,t} - \bar{\beta}) + \bar{\beta} + v_{i,t} \quad v_{i,t} \sim N(0, \sigma_v^2) \quad (2.14)$$

$$\beta_{i,t+1}^{RC} = \bar{\beta} + v_{i,t} \quad v_{i,t} \sim N(0, \sigma_v^2) \quad (2.15)$$

onde $\beta_{i,t}^{RW}$, $\beta_{i,t}^{AR}$ e $\beta_{i,t}^{RC}$ pressupõem processos de passeio aleatório, reversão à média e coeficiente aleatório para beta, respectivamente, sendo $\bar{\beta}$ a média incondicional e ϕ um parâmetro associado à persistência de beta ($|\phi| < 1$). Cada processo impõe uma estrutura diferente. No primeiro caso, os choques no risco sistemático persistem indefinidamente; no segundo, os choques têm alguma persistência, mas o processo tende a reverter à média; e no terceiro, assume-se que os choques em um período não têm influência nos valores futuros de beta. Os autores comparam as metodologias para carteiras setoriais da economia inglesa. Os testes indicam que os betas do modelo de mercado são instáveis e variáveis no tempo. Apesar de as diferentes técnicas utilizadas caracterizarem a variação no tempo do risco sistemático das carteiras de setores, as abordagens também apresentam diferenças significativas, o que leva ao questionamento de que outros fatores possam estar influenciando o risco sistemático e que não foram considerados. Os autores

observam que os modelos em que os betas são estimados por filtro de Kalman melhor se ajustam aos dados em comparação com os outros envolvendo modelos de volatilidade condicional ao analisar a capacidade preditiva dos modelos dentro da amostra.

Da mesma forma, Mergner (2009) propõe a descrição de beta como um processo estocástico no contexto de modelos de espaço-estado. Também são considerados diferentes processos, dentre eles o de passeio aleatório e reversão à média⁶. O autor propõe uma comparação entre modelagens alternativas, calculando também o beta com base em processos de volatilidade condicional e processos de volatilidade estocástica. A aplicação empírica é realizada para analisar o comportamento das carteiras setoriais da economia europeia, comparando as séries de beta resultantes e seu desempenho de previsão dentro e fora da amostra. Segundo o autor, a abordagem usando passeio aleatório e estimada por filtro de Kalman é a que melhor descreve a variação temporal de beta, coincidindo com os resultados de Faff, Hillier e Hillier (2000).

Jostova e Philipov (2005) propõem a modelagem de beta como um processo estocástico de reversão à média com estimação baseada em métodos Bayesianos. Seu desempenho é comparado com dinâmicas alternativas para beta, usando processos GARCH e como função de variáveis condicionantes. A aplicação é realizada para carteiras setoriais no mercado norte-americano. É apresentada uma análise do comportamento de betas nos diferentes setores e são realizados testes para avaliar a significância do prêmio de risco, bem como a capacidade do modelo de resolver anomalias de retorno. Novamente, em todos os casos, o modelo proposto pelos autores apresenta melhores resultados do que os alternativos.

Como combinação das abordagens envolvendo a dinâmica de beta tratada por processos estocásticos e o uso de variáveis condicionantes de informação, Adrian e Franzoni (2009) propõem um modelo alternativo, dada por um processo de reversão à média com presença de variáveis exógenas da seguinte forma:

⁶ Mergner (2009) propõe outros dois processos estocásticos para a dinâmica de beta: reversão à média com média móvel, sendo neste caso a média de longo prazo considerada estocástica, e passeio aleatório generalizado, de forma que neste caso é realizado um tratamento prévio nas observações para corrigir heterocedasticidade e tratar *outliers* das séries de retorno.

$$\beta_{i,t+1} = (1 - F_i)B_i + F_i\beta_{i,t} + \boldsymbol{\phi}'_i\mathbf{Z}_t + u_{i,t+1} \quad u_{i,t} \sim N(0, \sigma_{ui}^2) \quad (2.16)$$

onde B_i é a média de longo prazo de $\beta_{i,t}$, F_i é o parâmetro relativo à persistência de beta, \mathbf{Z}_t é o vetor de variáveis condicionantes defasadas e $\boldsymbol{\phi}_i$ é o vetor de coeficientes que caracterizam a dependência de $\beta_{i,t}$ em relação às variáveis. Modelos usados na literatura são casos particulares desta especificação, que engloba o processo que os autores chamam de aprendizado, ou *learning*, além das variáveis condicionantes. Eles propõem vários tratamentos, considerando a situação em que não se incluem variáveis exógenas e casos em que conjuntos destas variáveis são incluídos. Diferentemente de Jostova e Philipov (2005), a média de longo prazo é tratada como não observada e estimada no vetor de estado. Os autores identificam que, ao incorporar a combinação de aprendizado e variáveis condicionantes, a redução nos erros de apreçamento é relevante. Eles ainda sugerem algumas linhas de pesquisa, incluindo relaxar premissas de homocedasticidade na equação de evolução do beta, bem como estender a metodologia apresentada para um conjunto de múltiplos fatores.

Apesar de melhores resultados a partir do CAPM condicional em comparação com o modelo tradicional no que se refere à capacidade explicativa dos retornos dos ativos, há questionamentos quanto à sua capacidade de capturar as anomalias financeiras. Os resultados são controversos, dependendo do período amostral e da metodologia adotada para estimação dos betas e realização dos testes. Lewellen e Nagel (2006) contestam que o tratamento da dinâmica de beta no tempo seja realmente capaz de explicar efeitos como valor e momento, contrapondo principalmente trabalhos em que o beta é tratado como função de variáveis econômicas. Adrian e Franzoni (2009) comparam resultados com os apresentados por Lewellen e Nagel (2006), de forma que o uso do processo de aprendizado proposto pelos autores para descrição do beta adiciona informação importante ao modelo que considera apenas variáveis condicionantes.

2.3

Modelo de fatores condicional

Uma extensão natural da modelagem é considerar modelos de múltiplos fatores, de forma que as sensibilidades dos ativos aos fatores sejam variantes no tempo. Fama e French (1997) levantam a questão da variação de betas no tempo

para o modelo de três fatores na estimação do custo de capital das indústrias. Ao aplicar diferentes técnicas para estimar as séries de betas no contexto de um fator, Faff, Hillier e Hillier (2000) observam que as abordagens apresentam diferenças significativas, o que leva ao questionamento de outros fatores que possam estar influenciando o risco sistemático. Adrian e Franzoni (2009) também propõem a extensão de seu trabalho para se considerarem múltiplos fatores de risco. Avramov e Chordia (2006) fazem um estudo bem abrangente de comparação entre diversos modelos de apreçamento de ativos nas versões condicional e incondicional de forma a testar a capacidade de cada um em explicar as anomalias de tamanho, valor e momento. As evidências encontradas pelos autores respaldam que o modelo de três fatores de Fama e French (1993) considerando betas variantes no tempo é o que apresenta melhor desempenho no que se refere à capacidade de capturar as anomalias de tamanho e valor. Reiganum, Becker e He (2012) também alertam que modelos nos quais fatores incorporam variáveis condicionais ou aqueles em que sensibilidades aos fatores são tratadas de forma variável no tempo tendem a ser mais bem sucedidos quando comparados os modelos de multifatores estáticos com pesos pré-determinados dos fatores.

Da mesma forma que no caso de um fator, a modelagem dos betas no tempo considerando modelos multifatores assume diversas formas possíveis na literatura, sejam associados a variáveis condicionantes defasadas no tempo (Ferson e Harvey, 1999; Avramov e Chordia, 2006; Bauer, Cosemans e Schotman, 2010; Adcock et al., 2012) ou considerando o tratamento por séries temporais (Garcia e Bonomo, 2001; Bentz, 2003; Mergner, 2009; Carvalho, Lopes e Aguilar, 2010). De especial interesse para a modelagem proposta neste trabalho, algumas considerações sobre os trabalhos de Ferson e Harvey (1999), Avramov e Chordia (2006) e Mergner (2009) são destacadas.

Ferson e Harvey (1999) avaliam o modelo condicional de três fatores de Fama e French (1993) considerando 25 carteiras ordenadas por tamanho e BM. Identificando uma significativa dependência dos retornos em relação a variáveis condicionantes relativas ao ciclo econômico, os autores observam que tais variáveis também capturam variação nos betas do modelo de três fatores. Ou seja, o modelo de três fatores pode ser melhor implementado se utilizado em sua forma condicional pressupondo a variação temporal dos betas. Entretanto, os testes indicam que os erros de apreçamento temporal também variam no tempo e que as

variáveis macroeconômicas têm significativo poder explicativo sobre os retornos das carteiras ordenadas por tamanho e BM, de modo que, mesmo na forma condicional proposta pelos autores, o modelo de três fatores parece deixar um padrão previsível nos erros de apreçamento.

Avramov e Chordia (2006) analisam o desempenho de diferentes especificações de modelos de apreçamento de ativos, considerando que as sensibilidades aos fatores são função de variáveis relacionadas ao ciclo econômico e de atributos específicos das firmas, como valor de mercado e razão BM. O objetivo é verificar se esta modelagem de beta aplicada a ações individualmente é capaz de explicar anomalias como efeitos tamanho, BM e momento. O modelo proposto pelos autores pode ser escrito como:

$$R_{i,t} = \boldsymbol{\beta}'_{i,t} \mathbf{f}_t + \epsilon_{i,t} \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \quad (2.17)$$

$$\text{onde } \beta_{ij,t} = \beta_{ij,t}(\mathbf{Z}_{t-1}, \mathbf{X}_{it-1}) \quad j = 1 \text{ a } k$$

sendo $R_{i,t}$ o excesso de retorno do ativo i , \mathbf{f}_t o vetor correspondente aos retornos dos fatores de risco j ($j = 1 \text{ a } k$), $\boldsymbol{\beta}_{i,t}$ o vetor das sensibilidades aos k fatores de risco e $\beta_{ij,t}$ é o beta do ativo i em relação ao fator de risco j , e \mathbf{Z}_{t-1} e \mathbf{X}_{it-1} conjuntos de variáveis exógenas defasadas, incluindo variáveis macroeconômicas e atributos das firmas, respectivamente. De forma parcimoniosa, os autores testam algumas variáveis econômicas indicadoras do estado da economia, mas adotam apenas uma dada pelo *default spread* seguindo Jagannathan e Wang (1996), refletindo o risco entre títulos de dívida privada e pública. Para X_{it-1} , eles consideram tamanho e razão BM. Para estimação das séries dos betas, Avramov e Chordia (2006) realizam regressões por séries temporais do excesso de retorno das ações em relação a fatores de risco considerando que as sensibilidades podem variar conforme equação (2.17). A metodologia aplicada pelos autores para testar os modelos propostos se baseia no trabalho de Brennan, Chordia e Subrahmanyam (1998). Considerando as séries estimadas dos betas, os autores rodam regressões *cross-sectional* de retornos ajustados ao risco como variáveis dependentes em relação às características específicas das firmas. Sob hipótese nula de apreçamento exata, espera-se que estas características sejam insignificantes nas regressões *cross-sectional*. A evidência encontrada pelos autores é que a versão condicional do CAPM não é capaz de capturar efeitos como tamanho, BM ou momento. No caso dos modelos

multifatores, o de Fama e French (1993) na forma condicional proposta é, por outro lado, capaz de capturar os efeitos tamanho e BM. Entretanto, nenhum dos modelos, mesmo quando o modelo de Fama e French (1993) é estendido para mais fatores, é capaz de capturar o impacto de momento na análise *cross-sectional* dos retornos.

Mergner (2009) estende sua análise do modelo de um fator na forma espaço-estado para modelos multifatores. As sensibilidades em relação aos fatores são consideradas como variantes no tempo e modeladas como processo estocásticos individuais. O autor considera para as sensibilidades aos fatores um processo estocástico de passeio aleatório baseado na estrutura de modelos de espaço-estado e as estima usando filtro de Kalman. Para tratar as séries de retornos das carteiras setoriais da economia europeia, Mergner (2009) considera a modelagem da seguinte forma de modo que a sensibilidade de cada ativo a cada um dos k fatores é definida como um passeio aleatório:

$$\begin{aligned}
 R_{i,t} &= \boldsymbol{\beta}'_{i,t} \mathbf{f}_t + \epsilon_{i,t} & \epsilon_{i,t} &\sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \\
 \beta_{i1,t+1} &= \beta_{i1,t} + \eta_{i1,t} & \eta_{i1,t} &\sim N(0, \sigma_{\eta_1}^2) \\
 & & \dots & \\
 \beta_{ik,t+1} &= \beta_{ik,t} + \eta_{ik,t} & \eta_{ik,t} &\sim N(0, \sigma_{\eta_k}^2)
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

O autor combina a abordagem tradicional de regressões *cross-sectional* para retornos de ações com o paradigma dos betas variantes no tempo. Primeiramente, são estimados os betas para as carteiras setoriais. Comparando com estimativas alternativas com base em métodos por regressão com janelas móveis, a modelagem proposta resulta em estimativas mais acuradas para os betas variantes no tempo. Em seguida, o autor aplica os betas estimados a cada período em regressões *cross-sectional* para avaliar a significância do prêmio de risco de cada fator. A modelagem adotada por Mergner (2009) é semelhante à proposta indicada por Bentz (2003) usando filtro de Kalman como ferramenta para estimar a evolução dos coeficientes. O autor defende que a melhor metodologia baseia-se em um modelo no qual o parâmetro estocástico é estimado por procedimento adaptativo, de forma que os coeficientes se ajustam quando uma nova informação se torna disponível.

2.4 Aplicações no Brasil

Trabalhos aplicados ao mercado brasileiro também verificam que o CAPM na sua forma tradicional é superado por outros modelos de apreçamento que consideram fatores adicionais. Apesar dos resultados controversos encontrados, que dependem da amostra, do período de análise e da metodologia utilizada, os diversos estudos mostram evidências empíricas sobre a existência de anomalias. Alguns trabalhos empíricos identificam uma relação entre retornos de ações e tamanho das firmas no mesmo sentido dos trabalhos internacionais (Costa e O'Hanlon, 2000; Costa e Neves, 2000; Rogers e Securato, 2009), enquanto outros identificam no sentido oposto (Rodrigues e Leal, 2000; Garcia e Bonomo, 2001; Braga e Leal, 2002; Neves, 2003). Quanto ao efeito valor, ligado a ações cuja caracterização baseia-se na razão BM ou índices similares, estudos empíricos indicam melhor desempenho para carteiras compostas de ações de valor em relação às de crescimento, como observado no mercado norte-americano (Mescolin, Braga e Costa, 1997; Costa e Neves, 2000; Rodrigues e Leal, 2000; Braga e Leal, 2002; Neves, 2003; Rostagno, Soares e Soares, 2006; Santos e Montezano, 2011). De forma geral, pode-se dizer que modelos multifatores apresentam superioridade no poder explicativo sobre os retornos de ações no mercado brasileiro em relação ao CAPM tradicional (Rodrigues e Leal, 2000; Garcia e Bonomo, 2001; Málaga e Securato, 2004; Rogers e Securato, 2009; Argolo, Leal e Almeida, 2012). Neves (2003) apresenta uma revisão bibliográfica bastante completa sobre o assunto.

Garcia e Bonomo (2001) levantam a evidência de variação temporal dos betas e do preço de risco de mercado em estudos de apreçamento de ativos no mercado norte-americano e ressaltam que em mercados emergentes isto pode ser ainda mais relevante tendo em vista possíveis variações bruscas nos fatores por conta de condições políticas e econômicas. Tendo em vista a modelagem de beta a partir de processos de volatilidade condicional, os autores, baseados no modelo de Bordutha e Mark (1991), assumem que os componentes de beta seguem um processo ARCH e analisam a aplicação do CAPM condicional ao mercado brasileiro. São selecionadas vinte e cinco ações do IBovespa de 1976 a 1992 para

construção de três carteiras por tamanho. Diferentemente da evidência encontrada nos EUA, os autores observam neste período uma relação crescente entre retornos médios e tamanho, de forma que a carteira com firmas maiores tem retorno mais alto do que as outras duas. O CAPM condicional proposto por eles tem aderência melhor aos dados do que o modelo tradicional, rejeitando a restrição de beta constante. Os autores propõem ainda um modelo condicional de dois fatores, no qual o segundo fator é dado pelo CDI, de forma a capturar a influência associada a momentos de alta inflação, e verificam que a especificação considerando dois fatores é a que apresenta melhores resultados, caracterizando melhor a evolução do risco durante o período estudado.

Ribenboim (2002) também utiliza uma modelagem por volatilidade condicional, seguindo o trabalho de Schwert e Seguin (1990). O autor divide as ações em quatorze carteiras por indústria, sendo a base de dados composta por observações mensais no período de junho de 1989 a março de 1998. O modelo proposto é aceito para o grupo de ações nos setores de maior liquidez, mas é rejeitado para o grupo de menor liquidez; entretanto, o modelo de beta constante não pode ser rejeitado em favor do modelo proposto pelo autor. O resultado, porém, deve ser analisado com cuidado devido ao tamanho da amostra utilizada.

Tambosi (2003) e Tambosi, Garcia, Imoniana e Moreiras (2010) testam o modelo de Jagannathan e Wang (1996) para CAPM condicional nos mercados acionários brasileiro, chileno e argentino. No mercado brasileiro, são usados retornos mensais de sete carteiras, entre os anos de 1994 e 2002, período de maior estabilidade econômica. Como predictor das variações do ciclo econômico a variável escolhida foi o *spread* entre a taxa de operações de depósitos interfinanceiros (DI) e a taxa de juros Selic. Quando o modelo proposto é comparado com o CAPM incondicional, observa-se que o poder de explicação aumenta, apesar de os resultados obtidos para o mercado brasileiro serem estatisticamente menos significativos do que os observados no mercado norte-americano. O efeito tamanho é também mais proeminente mesmo no modelo final, mas de forma contrária à observada no mercado americano, há uma relação crescente entre valor de mercado e retornos médios das carteiras.

Dentre as variáveis usadas em estudos brasileiros como instrumentos *proxy* da informação disponível aos investidores e que estariam relacionadas a variações do ciclo econômico destacam-se (Schor, Bonomo e Pereira, 2002; Neves, 2003):

taxa de inflação, produção industrial, risco de crédito, taxa de juros. Outras variáveis incluem o risco Brasil, o rendimento de dividendos (Neves, 2003) e a diferença entre as taxas CDI e Selic (Tambosi, 2003).

Galeno (2010) propõe uma metodologia não paramétrica para estimação do CAPM condicional, seguindo Wang (2002), no qual o autor estima um fator de desconto não paramétrico com base em variáveis de informação. O modelo é aplicado no mercado brasileiro usando como variáveis de informação: o percentual de variação do nível de produção industrial brasileira, o percentual de variação do monetário agregado M4 (total de títulos e moeda emitidos pelo sistema financeiro nacional), percentual de variação da inflação, percentual de variação da taxa de câmbio real-dólar. A autora testa algumas hipóteses sobre a influência das variáveis explicativas nos retornos das ações do IBovespa no período de janeiro de 2002 a dezembro de 2009. Os resultados indicam que o modelo é relevante na explicação dos retornos das carteiras da amostra para duas das quatro variáveis de informação.

Flister, Bressan e Amaral (2011) utilizam a metodologia de Lewellen e Nagel (2006) no mercado de ações brasileiro, buscando verificar se o CAPM condicional é capaz de explicar as anomalias de momento, tamanho e BM. O estudo compreende o período de 1995 a 2008, a partir de carteiras construídas com base nas características de tamanho, BM e momento. Assim como os resultados do estudo norte-americano, os autores verificam que o ganho do CAPM condicional segundo esta modelagem é pequeno frente ao CAPM tradicional. Apesar da amostra temporal de análise ser menor do que a do estudo americano, o que pode ser visto como uma limitação, os autores observam que os betas variam no tempo, porém não de forma suficiente para explicar o intercepto do modelo incondicional.

No contexto da variação temporal de betas segundo modelos espaço-estado, Caldeira, Moura e Santos (2013), buscando obter carteiras de variância mínima, propõem uma modelagem multifatorial combinada com uma matriz de covariâncias condicional dinâmica entre os fatores. O modelo utilizado é o de Carhart (1997), com fatores relativos a tamanho, BM e momento, porém tratado de forma condicional de modo que os betas são modelados por processos estocásticos (passeio aleatório e reversão à média) e estimados por filtro de

Kalman. Na aplicação empírica, a modelagem gera portfólios menos arriscados fora da amostra em comparação com outras especificações alternativas.

Mazzeu, Costa e Santos (2013) aplicam a metodologia do artigo de Adrian e Franzoni (2009) para o mercado brasileiro utilizando como base de testes 13 ações individuais mais negociadas na Bovespa no período de 1987 a 2010. A dinâmica de beta é descrita por um processo estocástico de reversão à média combinado ou não com variáveis condicionantes, sendo elas o retorno da carteira de mercado, o *spread* de valor – correspondente ao fator HML de Fama e French (1993) para o mercado brasileiro, e uma variável dada pela diferença entre as taxas CDI e Selic. Entretanto, os autores observam apenas um pequeno ganho de redução nos erros de apreçamento a partir da modelagem proposta, bem menor do que o reportado para o mercado norte-americano.

De forma geral, dentre os estudos sobre CAPM condicional no mercado brasileiro, encontram-se aplicações de modelos em que betas são relacionados a variáveis de informação condicionantes ou definidos em função de modelos de covariâncias condicionais. Entretanto, pouco se desenvolveu no tratamento de beta como processo estocástico estimado segundo a teoria de modelos de espaço-estado como forma de avaliar se esta modelagem pode levar a ganhos em termos de apreçamento. Também há poucas aplicações considerando modelos condicionais de múltiplos fatores no sentido de avaliar sua capacidade de explicar anomalias em relação ao CAPM.

2.5 Resumo dos modelos analisados

A classificação dos trabalhos nas tabelas abaixo é feita de acordo com: autor(es), classe (1: beta relacionado a variáveis de informação condicionantes; 2: beta como função de covariâncias condicionais; 3: beta como processo estocástico; ou 4: beta determinado com base em outras abordagens por séries temporais), descrição do modelo, dados e principais resultados.

Tabela 2.1 – CAPM condicional na literatura internacional

| Artigo | Classe | Descrição do Modelo | Dados | Principais resultados |
|---------------------------------------|---------|--|--|---|
| Adrian e Franzoni (2009) | 3 | CAPM condicional no qual beta é modelado como processo estocástico de reversão à média + função linear de variáveis de informação | Mercado norte-americano. Retornos trimestrais de jul/1926 a dez/2004 para 25 carteiras ordenadas por tamanho e BM. | Testes de apreçamento mostram que o modelo reduz substancialmente os erros de apreçamento no período de 1963 a 2004. Redução é ainda maior quando incluídas variáveis condicionantes. Modelo pode ser estendido para múltiplos fatores. |
| Avramov e Chordia (2006) | 1 | Modelo condicional, estendido também para modelos multifatores, em que beta varia no tempo como função linear de variáveis de informação do ciclo econômico e específicas das firmas | Mercado norte-americano. Dados mensais de jul/1964 a dez/2001 para ações individuais (em média, 2871 ações por mês). | Nenhuma versão do CAPM, condicional ou estática, consegue capturar as anomalias (tamanho, valor e momento). Quando modelos multifatores são também analisados na forma condicional, os resultados são mais satisfatórios. |
| Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) | 2 | CAPM condicional no qual matriz de covariância condicional de um conjunto de ativos segue um processo GARCH multivariado. | Mercado norte-americano. Dados trimestrais de jan/1959 a jun/1984 para títulos públicos de curto prazo e longo prazo e para ações. | Evidencia que as covariâncias variam ao longo do tempo de forma bastante significativa, de forma que beta apresenta dinâmica temporal que pode ser prevista. |
| Bodurtha e Mark (1991) | 2 | CAPM condicional em que variância do retorno de mercado e a covariância entre o retorno da carteira de mercado e o retorno do ativo seguem processo ARCH | Mercado norte-americano. Dados mensais de 1926 a 1985 para cinco carteiras ordenadas por tamanho. | CAPM com betas constantes é rejeitado. A variável de <i>dividend yield</i> ajuda a explicar o excesso de retorno de carteira de firmas pequenas. |
| Faff, Hillier e Hillier (2000) | 3 (e 2) | CAPM condicional com beta modelado como diferentes processo estocásticos Comparação com modelos alternativos com base em volatilidade condicional. | Mercado inglês. Dados de retornos diários de jan/1969 a abr/1998 para carteiras de 32 setores da economia inglesa. | Testes indicam que betas são instáveis e variáveis no tempo. Apesar de as diferentes técnicas caracterizarem variação do risco sistemático, as abordagens apresentam diferenças significativas. Betas por modelos espaço-estado são consistentemente mais eficientes. |

| | | | | |
|---------------------------|--------------|--|---|---|
| Ferson e Schadt (1996) | 1 | Modelo condicional, estendido também para modelos multifatores, em que beta é função linear de variáveis de informação macroeconômicas. | Mercado norte-americano de fundos mútuos. Dados mensais de jan/1968 a dez/1990 para 67 fundos mútuos. | Com objetivo de avaliar o desempenho de carteiras de fundos, eles propõem uma avaliação de desempenho condicional, incluindo variáveis de informação. Propõem um CAPM condicional no qual beta é função linear de variáveis de informação e estendem também este modelo para múltiplos fatores. |
| Jagannathan e Wang (1996) | 1 | Modelo incondicional de dois fatores implicado por CAPM condicional. | Mercado norte-americano. Retornos mensais jul/1963 a dez/1990 para 100 carteiras ordenadas por tamanho e beta de mercado. | O efeito tamanho é reduzido quando modelo incondicional de dois fatores é comparado com CAPM tradicional. Quando incluído retorno sobre capital humano, erros de apreçamento são não significativos e efeito tamanho desaparece. |
| Jostova e Philipov (2005) | 3 (1 e 2) | CAPM condicional no qual beta segue um processo estocástico de reversão à média. Comparação com modelos de betas alternativos, incluindo modelos de volatilidade condicional e modelos com variáveis condicionantes. | Mercado norte-americano. Retornos mensais de jan/1962 a dez/2001 para cinco carteiras de setores da economia na análise das estimações e para ações individuais nos testes <i>cross-sectional</i> . | Betas variam no tempo e choques ao risco sistemático, principalmente nos setores de serviços e financeiro, são altamente persistentes. Em todos os casos, o modelo proposto apresenta melhores resultados do que os alternativos. |
| Lettau e Ludvigson (2001) | 1 | Modelo condicional, em que beta é função linear de variável condicionante (<i>cay</i>) | Mercado norte-americano. Retornos trimestrais de jul/1963 a jun/1998 para 25 carteiras ordenadas por tamanho e BM. | O modelo condicional proposto apresenta melhor resultado comparado ao modelo incondicional e resultados equivalentes ao modelo de três fatores de Fama e French (1993) na explicação da variação <i>cross-sectional</i> dos retornos. |

| | | | | |
|---|---------|--|---|--|
| Lewellen e Nagel (2006) | 4 | Modelo condicional com alfa e beta variáveis no tempo. Betas estimados a partir de regressões de janelas curtas. | Mercado norte-americano. Retornos de jul/1994 a jun/2001 para 25 carteiras ordenadas por tamanho e BM e 10 carteiras ordenadas por momento. | Os alfas condicionais permanecem altos para carteiras de BM e momento quando comparados com dados obtidos do modelo incondicional. Betas variam significativamente no tempo, mas covariância com prêmio de risco de mercado não é suficiente para explicar alfas incondicionais das carteiras de BM e momento. |
| Mergner e Bulla (2008) e Mergner (2009) | 3 (e 2) | CAPM condicional no qual beta é modelado como diferentes processos estocásticos. Comparação entre modelagens alternativas a partir de volatilidade condicional entre outras. | Mercado europeu. Dados mensais de dez/ 1987 a fev/ 2005 para carteiras de 18 setores da economia europeia. | A abordagem usando um processo de passeio aleatório e estimada usando filtro de Kalman é a que melhor descreve a variação de beta no tempo. |
| Schwert e Seguin (1990) | 2 | CAPM condicional no qual covariância condicional entre o retorno de dois ativos é especificada por um modelo de heteroscedastidade | Mercado norte-americano. Dados mensais de jan/1927 a dez/1986 para carteiras ordenadas por tamanho. | Evidencia que variação dos betas ao longo de tempo estão relacionadas ao efeito tamanho. |

Tabela 2.2 - Modelos multifatores condicionais na literatura internacional

| Artigo | Classe | Descrição do Modelo | Dados | Principais resultados |
|--------------------------|--------|--|--|--|
| Avramov e Chordia (2006) | 1 | Modelo condicional (CAPM e modelos multifatores), em que beta varia no tempo como função linear de variáveis de do ciclo econômico e de características das firmas | Mercado norte-americano. Dados mensais de jul/1964 a dez/2001 para ações individuais (em média, 2871 ações por mês). | A versão do CAPM condicional não consegue capturar as anomalias (tamanho, valor e momento). O modelo de três fatores de Fama e French (1993) quando tratado de forma estática também não consegue explicar as anomalias, mas quando considerado de forma condicional, os impactos de tamanho e da razão BM são capturados. Ao permitir que betas variem no tempo, a habilidade dos modelos de apreçamento melhora na maioria dos casos apresentados. |
| Ferson e Harvey (1999) | 1 | Modelo condicional de três fatores e de quatro fatores, com betas escritos como função linear de variáveis explicativas | Mercado norte-americano. Dados mensais de jul/1963 a dez/1994 para 25 carteiras ordenadas por tamanho e BM. | Identificam variação dos betas ao longo do tempo, indo de encontro com o modelo na forma estática. Mas, com testes mais rigorosos, obtêm evidências contra modelo de três fatores condicional. Erro de apreçamento é função de variáveis condicionantes também. |
| Mergner (2009) | 3 | Modelo de fatores (macroeconômicos e fundamentalistas) com betas descritos por processos estocásticos. | Mercado europeu. Dados mensais de dez/1987 a fev/2005 para carteiras de 18 setores da economia europeia | Especificação proposta apresenta melhores previsões para todos os setores quando comparada com modelos alternativos. Entretanto, quando aplica os betas estimados para avaliar a significância dos prêmios de risco, verifica-se que o modelo não apresenta ganhos em comparação com estimação por mínimos quadrados recursivos. |

Tabela 2.3 - Modelos condicionais no mercado brasileiro

| Artigo | Classe | Descrição do Modelo | Dados | Principais resultados |
|-------------------------------------|--------|--|---|---|
| Garcia e Bonomo (2001) | 2 | CAPM condicional e modelo de dois fatores condicional seguindo modelagem de Bodurtha e Mark (1991) | Dados de retornos mensais de jan/1976 a dez/1992 para três carteiras ordenadas por tamanho a partir da seleção de 25 ações. | A melhor especificação é dada por um modelo de dois fatores. As séries temporais obtidas para os betas caracterizam bem a evolução do risco. O segundo fator é essencial no modelo. Sem ele, fica evidenciado um efeito tamanho no sentido contrário ao observado no mercado internacional. |
| Flister, Bressan e Amaral (2011) | 3 | CAPM condicional seguindo trabalho de Lewellen e Nagel (2006) | Dados de retornos mensais de jan/1995 a dez/2008 para carteiras ordenadas por critérios de tamanho, BM e momento. | O ganho do CAPM condicional neste trabalho é pequeno frente ao CAPM tradicional. É possível observar que os betas calculados variam no tempo, porém não de forma suficiente para explicar o intercepto do modelo incondicional. |
| Galeno (2010) | 3 | CAPM condicional seguindo trabalho de Wang (2002) | Dados de retornos mensais de jan/2002 a dez/2009 para 11 carteiras de setores da economia brasileira construídas a partir de ações do IBOvespa. | Os resultados observados indicam que o modelo não paramétrico é relevante na explicação dos retornos das carteiras da amostra para duas das quatro variáveis de informação utilizadas (variação do PIB, monetário agregado M4, inflação, câmbio real-dólar) |
| Mazzeu, Costa Jr. e Portella (2013) | 3 | CAPM condicional seguindo trabalho de Adrian e Franzoni (2009) | Dados de retornos semanais de jul/1987 a jul/2010 para ações individuais mais líquidas da Bovespa. | Os autores observam apenas uma pequena redução nos erros de apreçamento a partir do CAPM condicional com aprendizado comparado ao CAPM incondicional. |

| | | | | |
|--|---|---|---|---|
| Ribenboim (2002) | 2 | CAPM condicional seguindo trabalho de Schwert e Seguin (1990) | Dados de retornos mensais de jun/1989 a mar/1998 para 14 carteiras de setores da economia brasileira cujas ações são selecionadas por critério de liquidez. | O modelo é aceito para o grupo de ações nos setores de maior liquidez. O modelo de beta constante não pôde ser rejeitado em favor do modelo de beta condicional. O resultado deve ser analisado com cuidado devido ao tamanho da amostra utilizada. |
| Tambosi (2003) e Tambosi, Garcia, Imoniana e Moreiras (2010) | 1 | CAPM condicional seguindo trabalho de Jagannathan e Wang (1996) | Dados de retornos mensais de jan/1994 a dez/2002 para 7 carteiras no mercado brasileiro e 5 carteiras nos mercados argentino e chileno, sendo a escolha das ações por liquidez. | O modelo apresenta melhor poder de explicativo, apesar de os resultados para o mercado brasileiro serem estatisticamente menos significativos do que no mercado norte-americano. O efeito tamanho é observado de forma contrária ao do mercado americano. |