## 2 Descrição do Problema e Modelagem Matemática

## 2.1 Descrição do Problema

O problema em análise neste trabalho diz respeito à proteção dos enlaces terrestres da interferência gerada por transmissões de estações terrenas a bordo de embarcações na direção de satélites geoestacionários. Este problema vem sendo estudado há vários anos e, no ano de 2003 os estudos realizados no âmbito do World Radiocommunication Conference do ano 2003 (WRC03), conduziram à Resolução 902 [9], que estabeleceu que ESVs transmitindo nas faixas de frequência de 5925-6425 MHz e 14-14,5 GHz devem operar sob dois tipos de restrição.

- Restrições geográficas: distância mínima à costa  $(d_{min})$  a partir da qual ESVs podem operar sem o acordo prévio de qualquer administração (distância mínima de operação). De acordo com a Resolução 902 da WRC'03,  $d_{min} = 300$  km para sistemas operando na faixa de frequência de 5925-6425 MHz e  $d_{min} = 125$  km para a faixa de 14-14,5 GHz.
- Restrições técnicas: as restrições técnicas para ESVs operando nas faixas de frequências de 5925-6425 MHz e 14-14,5 GHz são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Limitações tecnica	s para	ESVS	transmitindo	) nas	faixas	de	5925-
6425 MHz e 14-14.5 GHz							

Restrição	5925-6425 MHz	14-14,5 GHz
Diâmetro mínimo da antena $(D_{min})$	2.4 m	1.2 m
Precisão de rastreamento da antena	$\pm 0.2$ pico	$\pm 0.2$ pico
ESV		
Máxima densidade <i>e.i.r.p</i> na dire-	17  dB[W/MHz]	12.5  dB[W/MHz]
ção do horizonte $(E_{h_{max}})$		
Máximo <i>e.i.r.p</i> na direção do hori-	20.8  dBW	16.3  dBW
zonte		

De acordo com a Resolução 902, sistemas da ESV devem incluir meios de identificação e mecanismos de interrupção imediata das transmissões sempre nas situações em que as restrições mencionadas não estejam sendo atendidas.

Conforme ressaltado anteriormente, a utilização de uma distância mínima fixa  $d_{min}$  para garantir a proteção de receptores FS da interferência geradas pelas ESVs pode não ser eficiente e impor restrições desnecessárias à operação das ESVs. O presente trabalho considera um modelo no qual a proteção dos enlaces terrestres é feita com base no nível da densidade de fluxo de potência que a transmissão da ESV gera na entrada do receptor FS. O modelo matemático utilizado é apresentado nas seções a seguir. Na Seção 2.2 são desenvolvidas as expressões matemáticas que permitem o cálculo da densidade de fluxo de potência que a transmissão da ESV produz no receptor do serviço FS. Com base nestes resultados, na Seção 2.3 é desenvolvida a metodologia proposta para determinar a distância mínima à costa.

## 2.2 Cálculo do valor pfd no receptor de FS

Nesta seção é obtida uma expressão matemática para a densidade de fluxo de potência, ou pfd por suas siglas em inglês, produzida no receptor do serviço fixo terrestre pela emissão de uma estação terrena a bordo de uma embarcação. Considerando-se a geometria da Figura 2.1, a densidade de e.i.r.p.transmitida pela ESV na direção do satélite, expressa em W/MHz, é dada por

$$e = p_t g_t(0) \tag{2-1}$$

onde  $p_t$  é a densidade de potência de transmissão da ESV, em W/MHz, e  $g_t()$  caracteriza o diagrama de radiação da antena transmissora da ESV.

Em (2-1),  $g_t(0)$  denota o ganho da antena transmissora da ESV na direção do satélite.

Considerando-se a geometria da Figura 2.1, a densidade de e.i.r.p. transmitida pela ESV na direção do receptor de serviço fixo terrestre é escrita como

$$e_{\phi} = \frac{e \ g_t(\phi)}{g_t(0)} \tag{2-2}$$

onde  $\phi$  representa o ângulo entre a direção de apontamento da antena do ESV (direção do satélite) e a direção do receptor do serviço fixo terrestre a partir da posição da ESV. Esta densidade de *e.i.r.p.*, quando expressa em dB[(W/MHz)],

é dada por

$$E_{\phi} = E + G_t(\phi) - G_t(0)$$
 (2-3)

em que

$$E = 10 \log e \tag{2-4}$$

$$G_t(0) = 10 \, \log g_t(0) \tag{2-5}$$

$$G_t(\phi) = 10 \log g_t(\phi) \tag{2-6}$$





Supondo-se a situação de pior caso onde a antena receptora do serviço fixo terrestre aponta na direção da ESV, a densidade de potência interferente (em W/MHz) nos terminais da antena receptora do serviço fixo terrestre se escreve

$$p_r = \frac{p_t \ g_t(\phi) \ g_r(0)}{\ell}$$
(2-7)

onde  $g_r()$  representa o diagrama de radiação da antena receptora do enlace do serviço fixo terrestre e  $\ell$  denota as perdas de propagação sofridas pelo sinal transmitido no percurso ESV-receptor FS. Estatísticas desta perda são calculadas com base na Recomendação ITU-R P.452 do Setor de Radiocomunicações da União Internacional de Telecomunicações (UIT) [10]. Note que, considerando-se (2-1), a densidade potência interferente nos terminais da antena receptora do serviço fixo terrestre pode também ser escrita como

$$p_r = \frac{e \ g_t(\phi) \ g_r(0)}{g_t(0) \ \ell}$$
(2-8)

A densidade de fluxo de potência do sinal interferente atingindo o

receptor do FS, expressa em  $W/(MHz m^2)$  é então dada por

$$pfd = \frac{p_r}{A_{ef}} \tag{2-9}$$

onde  $A_{ef}$  é a área efetiva da antena receptora do enlace FS. Esta área efetiva pode ser escrita em função do ganho máximo  $g_r(0)$  da antena, como [11]

$$A_{ef} = \frac{\lambda^2 g_r(0)}{4\pi} \tag{2-10}$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda associado à frequência das portadoras (interferente e vítima) envolvidas.

Considerando-se (2-8) e (2-10), (2-9) se escreve

$$pfd = \frac{e g_t(\phi) 4\pi}{\lambda^2 g_t(0) \ell}$$
(2-11)

ou ainda, levando-se em conta (2-2),

$$pfd = \frac{e_{\phi} \ 4\pi}{\lambda^2 \ \ell} \tag{2-12}$$

Esta densidade de fluxo de potência, quando expressa em dB $[W/(MHz m^2)]$ , se escreve

$$PFD = E_{\phi} + 10 \, \log \frac{4\pi}{\lambda^2} - L \tag{2-13}$$

onde

$$L = 10 \log \ell \tag{2-14}$$

representa a perda de propagação expressa em dB.

Considerando-se (2-3), (2-13) pode ainda ser escrita como

$$PFD = E + G_t(\phi) - G_t(0) + 10 \log \frac{4\pi}{\lambda^2} - L$$
(2-15)

Conforme ressaltado anteriormente, as estatísticas da perda de propagação L, são calculadas de acordo com a metodologia descrita na Recomendação ITU-R P.452. Esta metodologia permite, por exemplo, determinar o valor  $L_p$  da perda de propagação que não é excedido durante p% do tempo. Fazendo-se um paralelo entre percentagens de tempo e probabilidades, pode-se dizer que o valor  $L_p$  satisfaz à condição

$$P(L < L_p) = p/100 \tag{2-16}$$

A Recomendação ITU-R P.452 é bastante geral e complexa pois engloba

um amplo conjunto de situações envolvendo interferências entre estações sobre a superfície da Terra. No Apêndice A, a metodologia descrita nesta recomendação é apresentada para o caso particular da interferência produzida por estações a bordo de embarcações em receptores do FS. Note que considerandose (2-15) a condição em (2-16) é equivalente à condição, satisfazendo:

$$P(PFD > PFD_p) = p/100. \tag{2-17}$$

onde

$$PFD_p = E + G_t(\phi) - G_t(0) + 10 \log \frac{4\pi}{\lambda^2} - L_p$$
(2-18)

e corresponde ao nível da densidade de fluxo de potência (que atinge o receptor FS) que é excedido com probabilidade p/100. Considerando-se (2-3), (2-18) pode ainda ser escrita como

$$PFD_p = E_\phi + 10 \log \frac{4\pi}{\lambda^2} - L_p \tag{2-19}$$

## 2.3 Metodologia para a determinação da distância mínima à costa

Nesta seção, é descrita uma metodologia para a obtenção das distâncias à costa a partir das quais ESVs podem operar sem causar interferências inaceitáveis aos enlaces do serviço fixo terrestre (aqui denominadas distâncias mínimas baseadas em pfd). Esta metodologia tem como base a manutenção, na entrada do receptor FS, do nível  $PFD_p$  da densidade de fluxo de potência produzida pela ESV que é excedido com probabilidade p/100. Para entendêla, considere o diagrama da Figura 2.2 onde encontram-se indicados o ponto sub-satélite (ponto A), a localização do receptor FS (ponto B) e a localização da ESV (ponto C). Estes pontos foram determinados a partir da posição orbital do satélite, considerando-se, além da linha da costa (litoral), a fronteira correspondente ao limite mínimo de distância à costa  $(d_{min})$  estabelecido pela Resolução 902 (WRC'03) [9]. Mais especificamente, dada a posição orbital do satélite, determina-se inicialmente o ponto sub-satélite (ponto A). Em seguida, determina-se a posição geográfica do receptor do FS como sendo o ponto da costa mais afastado do ponto sub-satélite. Esta posição geográfica corresponde ao ponto da costa no qual o satélite é visto com o menor ângulo de elevação.



Figura 2.2: Posicionamento inicial da ESV e do receptor FS

Finalmente, a posição da ESV é determinada como sendo a interseção do plano que contém os pontos A, B e o centro da Terra com a fronteira definida

na Resolução 902 (ponto C na Figura 2.2). Note que, como a ESV, o receptor FS e o satélite estão num mesmo plano que passa pelo centro da Terra, este deve ser o ponto desta fronteira no qual a ESV vê o satélite com o menor ângulo de elevação e também o ponto da fronteira no qual o ângulo  $\phi$  entre a direção de apontamento da antena do ESV (direção do satélite) e a direção do receptor do serviço fixo terrestre é mínimo.

Para esta situação específica, ilustrada na Figura 2.2, determina-se inicialmente o valor E da densidade de e.i.r.p. emitida pela ESV na direção do satélite que produz na direção do receptor fixo terrestre uma densidade de  $e.i.r.p E_{\phi}$  igual ao limite máximo  $E_{h_{max}}$  estabelecido na Resolução 902 para a densidade de e.i.r.p. na direção do horizonte (ver Tabela 2.1). Note que neste cálculo, feito utilizando-se (2-3), considerou-se que as densidades de e.i.r.p. na direção do receptor FS e na direção do horizonte são aproximadamente iguais  $(E_{\phi} \approx E_{h_{max}})$ , uma vez que o ângulo entre estas direções é muito pequeno  $(\approx 1, 3^{\circ})$ . Com esta aproximação, o valor de E obtido constitui o maior valor de e.i.r.p. que pode ser emitido pela ESV (localizada no ponto C - Figura 2.2) na direção do satélite, sem violar as restrições da Resolução 902.

O valor de densidade de fluxo de potência,  $PFD_p$ , que é excedido com probabilidade p/100 é então calculado utilizando-se (2-19) com  $E_{\phi} = E_{h_{max}}$ e  $L_p$  calculado de acordo com a metodologia descrita na Recomendação ITU-R P.452 (ver Apêndice A). Este valor, calculado para a situação específica ilustrada na Figura 2.2, ou seja, para a ESV no Ponto C, será considerado como referência para a determinação das distâncias mínimas à costa, sendo aqui denotado por  $PFD_{ref}$ .

O objetivo é permitir que a embarcação se movimente na vizinhança do ponto C, mantendo fixo o valor E da densidade de e.i.r.p. na direção do satélite, sem que o valor de  $PFD_p$  exceda  $PFD_{ref}$ , ou seja, garantindo que a condição

$$PFD_p < PFD_{ref} \tag{2-20}$$

seja satisfeita.

Considere inicialmente que, conforme ilustrado na Figura 2.3, a ESV se desloca sobre a fronteira definida pela Resolução 902 atingindo o ponto C'pertencente à vizinhança de C. Note que, na vizinhança do ponto C, à medida que a ESV se desloca sobre esta fronteira, afastando-se de C, o ângulo  $\phi$ aumenta ( $\phi$  é mínimo no ponto C). Assim, o valor de  $\phi$  correspondente a ESV na posição C' é maior do que o correspondente a uma ESV localizada em C. A partir de (2-18) observa-se que, com o aumento de  $\phi$ , o ganho  $G_t(\phi)$  diminui, proporcionando uma redução no valor de  $PFD_p$ , que passa a ser inferior ao valor de referência  $PFD_{ref}$ . Esta redução no valor de  $PFD_p$  permite aproximar



Figura 2.3: Variação da posição da ESV entorno do ponto C

a ESV do receptor FS, reduzindo o valor  $L_p$  da perda de propagação não excedida com probabilidade p/100 até que  $PFD_p$  atinja novamente o valor de referência  $PFD_{ref}$  (ponto C'' na Figura 2.4).

Note que com a metodologia anteriormente descrita, foi possível determinar o quão próximo da costa uma ESV localizada na vizinhança de C pode chegar, sem que o valor da densidade de fluxo de potência que é excedido com probabilidade p/100 (correspondente ao receptor FS localizado em B) seja superior a  $PFD_{ref}$ , ou seja, sem violar a condição em (2-20). Esta nova distância mínima será aqui denominada distância mínima baseada em pfd.

Para generalizar esta metodologia permitindo a determinação da distância mínima baseada em pfd ao longo de toda a costa do território estudado, é necessário que algumas considerações sejam feitas. Inicialmente, considere receptores FS uniformemente distribuídos ao longo da costa, conforme ilustrado na Figura 2.5. Suponha que a distância entre receptores adjacentes seja igual a  $d_{sep}$ . A generalização é então bastante simples. Observe que à medida que a ESV percorre o limite geográfico da Resolução 902, se afastando do ponto C, o receptor FS (dentre os distribuídos ao longo da costa) que está mais próximo da ESV pode não ser mais aquele localizado no ponto B. Neste caso, para uma ESV localizada num ponto qualquer do limite da Resolução 902, considera-se como vítima o receptor FS mais próximo da ESV, sendo o ângulo  $\phi$  tomado em relação a este receptor. Esta situação é ilustrada na Figura 2.6. Nesta figura está também ilustrada a distância mínima baseada em pfd que pode ser obtida utilizando-se o método apresentado, em sua forma generalizada.



Figura 2.4: Variação da posição da ESV entorno do ponto C'

Observe que a distância mínima baseada em pfd depende da posição orbital do satélite utilizado pela ESV e do valor de densidade de e.i.r.p que a ESV transmite em direção ao satélite.

Nos trabalhos hoje disponíveis na literatura [6, 7, 8] a metodologia apresentada foi utilizada para determinar as distâncias mínimas baseadas em pfd em alguns cenários envolvendo o litoral de alguns países. Mais especificamente, estes estudos consideraram a costa oeste da Irlanda do Norte, a costa oeste dos Estados Unidos, a costa leste do Japão e a costa da Africa do Sul. Em todos estes trabalhos, uma única posição orbital foi considerada para o satélite utilizado pela ESV. Considerou-se que o ângulo de elevação mínimo para a operação da ESV é igual 10°. A posição orbital do satélite foi escolhida de modo que o menor ângulo de elevação ao longo do limite geográfico definido por  $d_{min}$  seja igual a 10°. Na verdade existem duas posições orbitais geoestacionárias satisfazendo esta condição: uma a oeste e outra a este da costa considerada. Foi utilizada a posição orbital correspondente à situação em que a antena transmissora da ESV aponta em direção à costa. Esta escolha da posição orbital do satélite corresponde a uma situação de pior caso, significando que as distâncias mínimas baseadas em pfd determinadas para esta posição orbital garantem que ESVs que apontem para satélites que proporcionem ângulos de elevação maiores que  $10^{\circ}$  não implicam em valores de  $PFD_{p}$ maiores do que  $PFD_{ref}$ .

Esta situação de pior caso pode, entretanto, impor restrições desnecessárias às ESVs que operam utilizando satélites em posições orbitais tais que sua antena transmissora aponte na direção contrária à costa. Neste caso, espera-se que a ESV possa se aproximar mais da costa sem implicarem em va-



Figura 2.5: Múltiplos receptores FS



Figura 2.6: Distância mínima baseada em pfd

lores de  $PFD_p$  maiores do que  $PFD_{ref}$ . Por este motivo, neste trabalho propõese que estas fronteiras dadas pelas distâncias mínimas baseadas em pfd sejam definidas para diferentes posições orbitais e diferentes valores da densidade de e.i.r.p. transmitida pela ESV na direção do satélite, ilustrado na Figura 2.7. Desse modo, uma ESV que utilize um satélite numa posição orbital conhecida e que transmita uma determinada densidade de e.i.r.p. na direção do satélite poderá saber a que distância mínima da costa ela pode operar sem causar interferência prejudicial a receptores FS localizados na costa, ou seja, sem violar



Figura 2.7: Distâncias mínimas baseadas em pf<br/>d para diferentes valores de densidade de e.i.r.p

a condição em (2-20).

É interessante observar que, considerando-se que a densidade de fluxo de potência PFD é uma variável aleatória contínua e que sua distribuição cumulativa de probabilidade, definida por

$$CDF_{PFD}(\alpha) \stackrel{\Delta}{=} P(PFD > \alpha)$$
 (2-21)

é estritamente decrescente (não possui patamares), pode-se facilmente mostrar que a condição em (2-20) é equivalente à condição

$$CDF_{PFD}(PFD_{ref}) < p/100 \tag{2-22}$$

A equivalência desta condição e a condição em (2-20) é ilustrada na Figura 2.8.

No Capítulo 3, a metodologia apresentada é utilizada na obtenção das *distâncias mínimas baseadas em pfd* para a costa brasileira. Os resultados obtidos são de grande importância para o órgão regulador de telecomunicações do Brasil (Anatel) uma vez que eles podem ser utilizados para avaliar os pedidos de autorização para a operação de ESVs na costa brasileira.



Figura 2.8: Ilustração da equivalência entre as condições em (2-20) e (2-22).