

1 Introdução

O método das equações integrais, como inicialmente se denominou o Método dos Elementos de Contorno (BEM), foi concebido em meados da década de 60 e inicialmente apresentava formulações para simulação de problemas de potencial e elastostática (BREBBIA, 1978).

Durante as décadas de 70 e 80 foram formuladas várias aplicações para outros tipos de problema, como propagação de ondas e mecânica da fratura (CRUSE e VANBUREN, 1971). Ainda na década de 80, Dumont (1987) propôs uma formulação do BEM, baseada em princípios energéticos, a qual ele denominou de Método Híbrido dos Elementos de Contorno (HBEM).

Durante esse mesmo período, predominou a utilização do Método dos Elementos Finitos (FEM) para simulações, visto que tal método é bastante geral e pode ser utilizado em uma grande gama de problemas. No entanto, a modelagem de estruturas tridimensionais pode ser bastante custosa – e complicada –, e pode ser complicado atingir a precisão necessária para a simulação, especialmente em casos em que possa haver concentração de tensões (TREVELYAN, 1994).

O BEM apresenta maior facilidade de modelagem, visto que só há a necessidade de discretizar o contorno do corpo. Ambos os métodos recaem em um problema de solução de sistemas de equações, e nesse aspecto, o FEM apresenta uma grande vantagem: suas matrizes, em geral, são esparsas e simétricas, enquanto que as do BEM são densas e não apresentam simetria. Dessa forma, o FEM sobressaiu-se, devido às limitações computacionais das décadas de 70 e 80.

No entanto, em 1987, Greengard e Rokhlin (1987) propuseram uma técnica para aceleração do processamento de problemas de campos gravitacionais e Coulombicos, mas que se apresentou bastante útil para o BEM, o Método Fast Multipole (FMM) (GREENGARD, 1994).

Em meados da década de 90 surgiram os primeiros trabalhos acadêmicos sobre a aplicação do FMM no BEM. Hoje, tal aplicação está bastante consolidada para uma grande gama de problemas. Uma obra bastante completa sobre o

Método Fast Multipole aplicado ao Método dos Elementos de Contorno é o livro de Liu (2009).

Apesar de hoje já ser possível a execução de simulações de larga escala utilizando o BEM em computadores pessoais, apenas as formulações mais comuns de BEM foram desenvolvidas em um contexto de FMM. Isto se deve à dificuldade em desenvolver as expansões das soluções fundamentais necessárias ao método.

O HBEM continuou em desenvolvimento após a sua proposta na década de 80 e vários estudos foram realizados ao longo desses 25 anos, como pode ser visto nos trabalhos de Alves (2002), Chaves (2003), e Oliveira (2004). Tais desenvolvimentos levaram à formulação do Método Expedito dos Elementos de Contorno (EBEM), proposto no trabalho de Dumont e Aguilar (2012).

1.1. Objetivos

Tendo em vista a consolidação da formulação do FMM aplicado ao BEM, esse trabalho tem como objetivo o estudo do FMM visando o desenvolvimento de uma formulação genérica do FMM, podendo ser diretamente aplicada a qualquer problema do BEM com pouca – ou nenhuma – manipulação além da apresentada nesse trabalho.

Essa formulação genérica é apenas parte de um trabalho mais geral, a ser desenvolvido futuramente, que compreende a aplicação dela a um programa que utilize o método expedito dos elementos de contorno.

1.2. Estrutura

Esse trabalho é dividido em 6 capítulos. O capítulo 2 apresenta a formulação convencional do BEM e também de duas variações, o Método Híbrido dos Elementos de Contorno, e o Método Expedito dos Elementos de Contorno.

No terceiro capítulo discute-se o FMM, com seus aspectos teóricos, e aplicações a problemas de potencial 2D, e também é apresentado o pseudo-algoritmo de um algoritmo típico.

O quarto capítulo é dedicado à formulação de um método de fast multipole mais geral, o Método Fast Multipole para uma função Genérica (GFMM), que possa ser diretamente aplicado a virtualmente qualquer tipo de problema de BEM.

No quinto capítulo apresenta-se uma aplicação do GFMM, em um contexto de EBEM, e são apresentadas tabelas de integração simplificadas, que visam à aceleração do algoritmo.

O sexto capítulo apresenta as conclusões deste trabalho e apresenta ainda a proposta de continuação dos desenvolvimentos apresentados.

Os apêndices A e B apresentam os algoritmos citados nos capítulos 4 e 5.